

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์  
และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง



นางสาวสุธิดา นานข้า

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES TO DEVELOP MATHEMATICAL  
UNDERSTANDING ON MATHEMATICS CONCEPTS AND RETENTION OF SEVENTH  
GRADE STUDENTS IN TRANG



Miss Suthida Nancha

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum, Instruction and Educational Technology  
Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2006

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์  
ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง


โดย นางสาวสุธิดา นานช้า

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

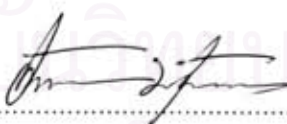
---

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

  
.....คณบดีคณะครุศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.พฤทธิ์ สิริบรรณพิทักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
.....ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ)

  
.....อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

  
.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

สุธิดา นานข้า : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อ  
มโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง  
(EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES TO DEVELOP MATHEMATICAL  
UNDERSTANDING ON MATHEMATICS CONCEPTS AND RETENTION OF SEVENTH  
GRADE STUDENTS IN TRANG) อ. ที่ปรึกษา : รศ. ดร.อัมพร ม้าคอง, 184 หน้า

การวิจัยมีวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. ศึกษาในทัศนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการ  
เรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการ  
จัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มปกติ
3. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่ม  
ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มปกติ

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่  
การศึกษาตรัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างเป็น  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จำนวน 90 คน  
เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 45 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้  
เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจ  
ทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยนำมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิม  
เลขคณิตร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจ  
ทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50  
ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจ  
ทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจ  
ทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ภาควิชา.....หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา.....ลายมือชื่อนิสิต.....  
สาขาวิชา.....การศึกษาคณิตศาสตร์.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....  
ปีการศึกษา.....2549.....

## 4883782627 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEY WORD: MATHEMATICAL UNDERSTANDING / MATHEMATICS CONCEPTS / LEARNING RETENTION

SUTHIDA NANCHA: EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES TO DEVELOP MATHEMATICAL UNDERSTANDING ON MATHEMATICS CONCEPTS AND RETENTION OF SEVENTH GRADE STUDENTS IN TRANG . THESIS ADVISOR: ASSOC.PROF.AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 184 pp.

The purposes of this research were :

1. to study mathematics concepts of seventh grade students being taught by organizing mathematics learning activities to develop mathematical understanding;
2. to compare mathematics concepts of seventh grade students between groups being taught by organizing mathematics learning activities to develop mathematical understanding and by organizing mathematics learning activities using conventional approach; and
3. to compare mathematics learning retentions of seventh grade students between groups being taught by organizing mathematics learning activities to develop mathematical understanding and by organizing mathematics learning activities using conventional approach.

The population of this research were seventh grade students in Trang Educational service area office 1, Office of The Basic Education Commission, Ministry of Education. The subjects were seventh grade students in academic year 2006 in Yantakaorattachanupatham School. They were divided into two groups, one experimental group with 45 students and one controlled group with 45 students. Students in experimental group were taught by organizing mathematics learning activities to develop mathematical understanding and those in control group were taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach. The research instruments were the mathematics concept test and mathematics learning achievement test. The data were analyzed by means of arithmetic mean, mean of percentage, standard deviation, and t - test.

The results of the study revealed that:

1. Mathematics concepts of seventh grade students being taught by organizing mathematics learning activities to develop mathematical understanding were higher than minimum criteria of 50 percent.
2. Mathematics concepts of seventh grade students between groups being taught by organizing mathematics learning activities to develop mathematical understanding were not higher than those of students being taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach at .05 level of significance.
3. Mathematics learning retentions of seventh grade students between groups being taught by organizing mathematics learning activities to develop mathematical understanding were higher than those of students being taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach at .05 level of significance.

Department.....Curriculum, Instruction and Educational Teachnology... Student's signature Suthida  
 Field of study..... Mathematics Education..... Advisor's signature Aumporn Makanong  
 Academic year 2006.....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสำเร็จและความกรุณาอย่างสูงจากรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ และมีคุณค่ายิ่ง โดยเฉพาะได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เขี่ยมอรรถพรณ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำ ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น พร้อมทั้งให้ความกรุณาอบรมสั่งสอนให้ความรู้ทั้งทางด้านวิชาการ คุณธรรมแก่ผู้วิจัยเป็นอย่างดี ตลอดระยะเวลาการศึกษา ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่กรุณาเสียสละเวลา ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ให้คำแนะนำ แก้ไข ปรับปรุงจนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์เป็นประโยชน์ต่องานวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้บริหาร คณะครู นักเรียน โรงเรียนยานตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ ที่ให้ความช่วยเหลือ ร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี ขอขอบพระคุณ คณะครู อาจารย์ นักเรียน โรงเรียนวิเชียรมาตุ ตรัง และ โรงเรียนปะเหลียนผดุงศิษย์ ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือในการทำวิจัยอย่างดียิ่ง รวมทั้งขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้ทุนอุดหนุนบางส่วนในการทำวิจัยครั้งนี้

ท้ายที่สุดเห็นสิ่งอื่นใด ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อสมพล นานข้าว คุณแม่ กะหลิเหลาะ ฤทธิ์หมุน รวมทั้งพี่ชาย พี่สะใภ้และญาติ ๆ ของผู้วิจัยที่คอยห่วงใย ช่วยเหลือและให้กำลังใจตลอดระยะเวลาการศึกษา นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณ พี่วิมลรัตน์ ศรีสุข พี่ลลิสสา ชมชื่น คุณเลิศศักดิ์ คุณละออ คุณสิรินทรทิพย์ คุณทุติยา คุณศศิวรรณ น้องสายสุณี เพื่อน ๆ สาขา การศึกษาคณิตศาสตร์ และเจ้าหน้าที่ศูนย์บรรณสารสนเทศทางการศึกษา คณะครุศาสตร์ทุกท่าน ที่ได้ให้ความช่วยเหลือ ตลอดจนให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

## สารบัญ

## หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญแผนภาพ.....	ฎ
<b>บทที่ 1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
2. วัตถุประสงค์การวิจัย.....	4
3. สมมติฐานการวิจัย .....	4
4. ขอบเขตของการวิจัย.....	6
5. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	6
6. ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	7
<b>บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....</b>	<b>8</b>
1. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์.....	9
1.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์.....	9
1.2 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์.....	10
1.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ .....	11
1.4 พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์.....	13
1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	13
1.6 แนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	
ของไพรีและโคเรน.....	17
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	20
2.1 ความหมายของมโนทัศน์.....	20
2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์.....	22

2.3 ประเภทของมโนทัศน์.....	24
2.4 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	27
2.5 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	29
2.6 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	30
2.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	34
3. ความคงทนในการเรียน.....	35
3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน.....	35
3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน.....	36
3.3 ความหมายของการจำ.....	37
3.4 กระบวนการของการจำและระบบความจำ.....	38
3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ.....	42
3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน...	43
3.7 การวัดความคงทนในการเรียน.....	46
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	47
4.1 งานวิจัยต่างประเทศ.....	47
4.2 งานวิจัยในประเทศ.....	49
<b>บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....</b>	<b>51</b>
1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	51
2. การออกแบบการวิจัย.....	52
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	52
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	53
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	67
6. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	68
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	69
<b>บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....</b>	<b>71</b>
<b>บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....</b>	<b>74</b>
1. สรุปผลการวิจัย.....	77

2. อภิปรายผล.....	77
3. ข้อสังเกตที่ได้จากการทดลอง.....	80
4. ข้อเสนอแนะ.....	81
<b>รายการอ้างอิง.....</b>	<b>83</b>
<b>ภาคผนวก.....</b>	<b>90</b>
ภาคผนวก ก .....	91
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย.....	92
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ.....	93
หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย.....	96
ภาคผนวก ข.....	99
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	100
ภาคผนวก ค.....	146
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	159
ภาคผนวก ง.....	167
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	173
ภาคผนวก จ.....	181
แสดงค่ามัธยฐานเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนกลางปี กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2549 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test).....	182
แสดงค่ามัธยฐานเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนกลางปี ปีการศึกษา 2549 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละห้อง ก่อนการทดลอง.....	183
<b>ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ .....</b>	<b>184</b>

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	57
2	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$ ) ของคะแนนในทัศนทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และกลุ่มปกติ.....	72
3	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนในทัศนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มปกติ และค่าที (t-test).....	73
4	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนา ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มปกติ และค่าที (t-test) .....	74
5	วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบใน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน..	147
6	วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ....	148
7	แสดง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	159
8	วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน.....	168
9	วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน.....	169
10	แสดง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	172

ตารางที่		หน้า
11	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนกลางปี กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2549 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) .....	182
12	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนกลาง ปีการศึกษา 2549 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง.....	183



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญแผนภาพ

แผนภาพที่		หน้า
1	รูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไฟรีและโคเรน .....	19
2	ขั้นตอนการเรียนรู้โมโนทัศน์.....	30
3	ขั้นตอนกระบวนการจำ.....	39
4	ความสัมพันธ์ระหว่างความจำระยะสั้น และความจำระยะยาว.....	41



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่ง ต้องมีอยู่ในกระบวนการจัดการศึกษาเพื่อช่วยให้มีการพัฒนาคุณภาพของคน ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2545: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล เป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม ยุพิน พิพิธกุล (2530: 1) กล่าวไว้สรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด กระบวนการและเหตุผล ฝึกคนให้คิดอย่างมีระบบและเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญ ก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ ซึ่งความเห็นดังกล่าวสอดคล้องกับ น้อมศรี เคท (2547: 18) ที่กล่าวว่า ผู้ที่มีความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์จะมีโอกาสที่ดี และมีความก้าวหน้าในอนาคต ความสามารถทางคณิตศาสตร์จะเป็นหนทางนำไปสู่การสร้างสรรคผลงานที่มีคุณค่า ผู้ที่ด้อยในความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์จะมีโอกาสน้อยกว่าผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสรรคผลงานที่มีคุณค่า

แม้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิต แต่ความสามารถของนักเรียนไทย จากการประเมินผลนักเรียนนานาชาติตามโครงการ PISA-2000 (Program for International Student Assessment) ขององค์กรเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (The Organization for Economic Co-operation and Development: OECD) เป็นการประเมินทักษะการเรียนรู้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนวัยจบการศึกษาภาคบังคับ มีการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics) 3 ด้าน คือ เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการใช้คณิตศาสตร์ ปรากฏว่า คะแนนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยได้ 432 คะแนน ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย 500 คะแนน โดยมีคะแนนเป็นลำดับที่ 32 จากจำนวนประเทศต่าง ๆ ที่เข้าร่วมโครงการ 41 ประเทศ (สุนีย์ คล้ายนิล, 2547) และผลการสอบวัดคุณภาพการศึกษาระดับชาติ ปีการศึกษา 2546 ซึ่งวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (GAT) วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ร้อยละ 41.70, 34.49 และ 33.99 ตามลำดับ (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2546) จากผลการ

ประเมื่อดังกล่าว ทำให้ทราบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ดังนั้นจึงต้องศึกษาดูว่าเกิดจากสาเหตุ หรือปัจจัยใด เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ อาจเกิดมาจากหลายสาเหตุทั้งจากครู นักเรียน โรงเรียน การบริหารจัดการ และกระบวนการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งสาเหตุหนึ่งที่มีผลมาก คือ ครูและกระบวนการจัดการเรียนการสอนของครู เพราะจากสภาพที่เป็นอยู่ ครูส่วนใหญ่เน้นวิธีการสอนแบบบรรยาย สอนเฉพาะขั้นตอนการคำนวณเพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ หรือสอนให้ท่องจำมากกว่าสอนให้นักเรียนเข้าใจ ทำให้นักเรียนไม่สามารถคิดเองได้ เพราะไม่เข้าใจในเนื้อหา และไม่มีมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2547: 62) ได้กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปนั้น ผู้สอนมักเป็นผู้วางแผนว่าจะสอนมโนทัศน์อะไรให้กับผู้เรียน จากนั้นสอนมโนทัศน์นั้นโดยการอธิบาย แล้วให้ตัวอย่างที่หลากหลายตามนิยามหรือมโนทัศน์ที่จะสอน เพื่อให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายตัวอย่างได้ แต่มีข้อจำกัดกรอบความคิดของผู้เรียนให้อยู่เฉพาะกรอบที่ครูเตรียมมา ทำให้นักเรียนมีแนวคิดและมุมมองที่ไม่กว้างพอ นักเรียนจึงขาดความรู้ ความเข้าใจและมโนทัศน์ในเนื้อหาที่เรียน เห็นได้จากผลการวิจัยของ อุไรวรรณ ทศนบุต (2523) ที่ทำการวิเคราะห์ข้อบกพร่องในเรื่องการบวก ลบ คูณและหารเศษส่วน พบสาเหตุข้อบกพร่องคือ นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของเศษส่วน ไม่เข้าใจกระบวนการบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน และมีข้อบกพร่องในการทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ซึ่งสอดคล้องกับ คาไมและโดมินิค ได้กล่าวสรุปไว้ว่า บ่อยครั้งที่ครูจะพบข้อผิดพลาดของนักเรียน เช่น  $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4}{7}$  เกิดจากความพยายามที่จะจดจำขั้นตอนและวิธีการไปใช้มากกว่า ที่จะพยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข (Kamii & Dominick, 1977 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547ก) ดังนั้นเพื่อปรับปรุงให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น ครูจึงต้องจัดกระบวนการจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน นั่นคือพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้ และความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง เพราะความรู้ ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 62)

จากการศึกษาวิจัยพบว่า สุวิทย์ มูลคำ (2547: 10) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ พอสรุปได้ดังนี้ มโนทัศน์เป็นความรู้ที่มีประโยชน์มาก ถ้าเรารู้มโนทัศน์ใดแล้วย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ ศิริวรรณ ศรีพหล (2536: 183) ได้กล่าวว่า การให้ผู้เรียนได้พัฒนามโนทัศน์เป็นเรื่องสำคัญ เพราะความรู้ต่าง ๆ ในโลกนี้มีอยู่มากมาย

ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ข้อมูลต่าง ๆ และให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดจะทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจและเป็นการเรียนที่ไม่มีที่สิ้นสุด แต่ถ้าเป็นการเรียนรู้ในลักษณะมโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับเบื้องต้น หรือมโนทัศน์นั้น ๆ ไปสู่ความรู้ใหม่ได้เรื่อย ๆ เพราะมโนทัศน์จะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการ การเรียนรู้การแก้ปัญหา ตลอดจนความคิดสร้างสรรค์จัดเป็นความรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์ ดังนั้นหากนักเรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดี ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน และสามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ได้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนมีความรู้และความเข้าใจมโนทัศน์นั้นจึงเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีมากมายหลายวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน (Pirie-Kieren's theory of growth of mathematical understanding) เป็นแนวทางหนึ่งที่จะพัฒนาความรู้และความเข้าใจมโนทัศน์คณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ เพราะแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน (Pirie & Kieren) เป็นการอธิบายถึงกระบวนการที่แสดงถึงการเกิดความเข้าใจในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ว่าประกอบด้วย 8 ระดับ ได้แก่ ความรู้เดิม (Primitive Knowing) การสร้างภาพ (Image Making) การเกิดภาพในใจ (Image Having) การสังเกตสมบัติ (Property Noticing) การจัดระเบียบ (Formalizing) การสังเกต (Observing) การสร้างโครงสร้าง (Structuring) และการสร้าง (Inventising) (อัมพร ม้าคอง, 2546: 21)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน (Pirie & Kieren) เป็นการเรียนรู้มโนทัศน์จากการสร้างความรู้ ความเข้าใจ จำแนก จัดระเบียบ ลักษณะของข้อมูลด้วยตัวของตนเอง โดยใช้ทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลาย และมีการพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระดับ ซึ่งความเข้าใจในระดับต่าง ๆ ในทฤษฎีไม่ได้กำหนดระดับความเข้าใจเฉพาะเท่านั้น แต่ยังเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ และความเข้าใจคณิตศาสตร์ด้วย การพัฒนาความเข้าใจนี้มีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ (Dynamic Organizing Process) นั่นคือการพัฒนาความเข้าใจเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง และเกิดการย้อนกลับไปมาในระดับความเข้าใจที่มาก่อน เมื่อนักเรียนเกิดปัญหาในการทำความเข้าใจในระดับสูงขึ้นไป (Pirie & Kieren, 1994) จากลักษณะดังกล่าวอาจทำให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้เป็นอย่างดี และอาจส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

นอกจากนี้การที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้น ส่วนหนึ่งวัดประเมินว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่ง Reys และคนอื่น ๆ (1998: 30) ได้ให้ข้อสรุปว่า ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ ฉะนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูต้องตระหนักถึงความสำคัญในการสร้างความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นแก่นักเรียน Adams (1967: 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการคงไว้ซึ่งผลทางการเรียนหรือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมาหรือมีประสบการณ์มาก่อน หลังจากทิ้งช่วงไประยะเวลาหนึ่ง และ ประสาท อิศรปริดา (2518: 213) ได้กล่าวถึงปัจจัยข้อหนึ่งที่มีผลต่อความจำว่า การจำจะง่ายขึ้นถ้าเราเกิดความเข้าใจ หรือยังเห็นมองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาและทราบส่วนกว้าง ๆ ให้เข้าใจก่อนว่ามีรายละเอียดอย่างไร ซึ่งลักษณะดังกล่าวสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาคความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน (Pirie & Kieren )

จากเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจในการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

## 2. วัตถุประสงค์การวิจัย

1. ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มปกติ
3. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มปกติ

## 3. สมมติฐานการวิจัย

จากงานวิจัย Grinevitch (2004) ทำการศึกษาความเข้าใจเรื่องพีชคณิตนามธรรม (Abstract Algebra) ของนักศึกษาโดยใช้ทฤษฎีการพัฒนาคความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน

เพื่อตรวจสอบการเรียนรู้และความเข้าใจในทัศนพื้นฐานของทฤษฎีกลุ่มและตรวจสอบลักษณะเฉพาะของการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของไฟรีและโคเรน ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยศึกษาเชิงลึกเป็นรายกรณีของนักศึกษา 6 คน ที่เรียนวิชาพีชคณิตนามธรรม เรื่อง มโนทัศน์ของกลุ่ม และมโนทัศน์ของกลุ่มที่คล้ายกัน การประเมินผลถูกออกแบบเป็นพิเศษตามรูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไฟรีและโคเรน เพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจที่นักศึกษาแสดงออกมา เก็บข้อมูลโดยการสังเกตในชั้นเรียนรายวัน การวิเคราะห์การเขียน การบ้าน การวิเคราะห์โจทย์ และบันทึกเสียงจากการสัมภาษณ์ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนแต่ละคนซึ่งอภิปรายถึงระดับความเข้าใจ พบว่า ความเข้าใจในทัศนของกลุ่มแสดงออกได้ลึกซึ้ง มีความชำนาญ และมีความเข้าใจผิมน้อยกว่า ความเข้าใจในทัศนของกลุ่มที่คล้ายกัน แสดงว่ารูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไฟรีและโคเรนเป็นเครื่องมือที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะเฉพาะของการพัฒนาความเข้าใจในทัศนทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร เรื่องระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

#### 4. ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรของการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาดงขี้เหล็ก เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. ตัวแปรในการวิจัย ได้แก่

2.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.2 ตัวแปรตาม คือ

2.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ความคงทนในการเรียน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

#### 5. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

##### 1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

หมายถึง กิจกรรมที่ผู้สอนจัดขึ้นเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เหมาะสมกับเวลาในการจัดกิจกรรม ระดับอายุ และ ศักยภาพการเรียนรู้ตามวัยของนักเรียน จึงพัฒนาออกมาเป็น 4 ชั้น ซึ่งครอบคลุมแนวคิดทฤษฎี การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพร์และไคเรน (Pirie & Kieren 1994: 61-86) ดังนี้

ขั้นทบทวนความรู้เดิม หมายถึง การให้นักเรียนทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนรู้ด้วยการตั้งคำถาม อภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกันในชั้นเรียน เพื่อเป็นการปรับระดับความเข้าใจในระดับแรก ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่

ขั้นเรียนรู้สิ่งใหม่ หมายถึง การให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา ลงมือปฏิบัติ ทดลอง อภิปราย ซึ่งนักเรียนอาจจะแสดงความรู้ในขั้นนี้ด้วยการเขียนรูปภาพ หรือแสดงความคิดเห็น ให้เหตุผลตามความเข้าใจของตน โดยการใช้คำหรือภาษาที่เกี่ยวข้อง ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ใหม่ หรือข้อมูลที่นักเรียนมีโอกาสได้สัมผัสด้วยตนเอง

ขั้นพิจารณาไตร่ตรอง หมายถึง การให้นักเรียนสังเกต พิเคราะห์ รวบรวม วิเคราะห์

หาความสัมพันธ์ของความรู้ จากตัวอย่าง สถานการณ์หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนได้ลงมือทำและร่วมกันแสดงความคิดเห็น อภิปรายเพื่อหาข้อสรุปและจัดระบบของความรู้ที่ได้เป็นกฎ หรือหลักการทั่วไป

ขั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง หมายถึง การให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้เป็นโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล และสรุปความรู้เป็นมโนทัศน์ใหม่ซึ่งเป็นภาษาของตนเอง

**2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อันเนื่องมาจากการสังเกต หรือ ประสบการณ์ในการเรียนรู้โดยสรุปความคิดและความเข้าใจออกมาเป็น บทนิยาม ทฤษฎี และสมบัติต่าง ๆ ซึ่งเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถวัดออกมาได้เป็นคะแนน จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

**3. ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้รับจากการเรียน หรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน ซึ่งความสามารถนี้วัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นการวัดครั้งที่ 2 โดยวัดหลังจากการวัดครั้งที่ 1 เป็นเวลา 2 สัปดาห์

**4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

**5. นักเรียน** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาดัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

## 6. ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ผู้สอนสามารถนำกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์และความคงทนทางคณิตศาสตร์มากขึ้น
2. ข้อมูลจากการวิจัยครั้งนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนของครูผู้สอนให้มีความชัดเจนมากขึ้น
3. เป็นแนวทางสำหรับค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการสอนมโนทัศน์ในระดับชั้นอื่น ๆ

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษา ค้นคว้าเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้  
เสนอผลการศึกษาค้นคว้า ตามลำดับต่อไปนี้

#### 1. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- 1.4 พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- 1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- 1.6 แนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและโคเรน

#### 2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของมโนทัศน์
- 2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์
- 2.3 ประเภทของมโนทัศน์
- 2.4 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 2.5 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 2.6 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 2.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

#### 3. ความคงทนในการเรียน

- 3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน
- 3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน
- 3.3 ความหมายของการจำ
- 3.4 กระบวนการของการจำและระบบความจำ
- 3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน

3.7 การวัดความคงทนในการเรียน

#### 4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

4.2 งานวิจัยในประเทศ

### 1. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นจุดประสงค์ที่สำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ในที่นี้จะกล่าวถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังหัวข้อต่อไปนี้

#### 1.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

คำว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า Mathematics Understanding ซึ่งนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krathwohl (1968: 25-26 อ้างถึงใน สมยศ ชิดมงคล, 2546: 43) มีความเห็นว่าการเข้าใจเป็นพื้นฐานที่สำคัญทางปัญญาที่แสดงออกด้วยพฤติกรรม 3 แบบ ดังนี้

1. การแปลความ (Translation) คือ การบรรยายเรื่องเดิมโดยใช้ถ้อยคำใหม่ ภาษาใหม่
2. การตีความ (Interpretation) คือ การเก็บความจากรื่องราวเดิมมาบันทึกใหม่ จัดลำดับเนื้อเรื่องใหม่ โดยยังคงสาระสำคัญ และความสัมพันธ์ในเรื่องแล้วย่อเป็นข้อสรุป
3. การขยายความ (Extrapolation) คือ การขยายความคิดให้ไกลออกไป โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์เดิมที่ได้รับในตอนแรก

Wilson (1971: 661) ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ความเข้าใจเป็นความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมา ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Hiebert and Carpenter (1992: 67) ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิด ความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 62) ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้

จากความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่เรียนมาไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความของความรู้นั้น ๆ ได้

## 1.2 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความจำเป็นมากที่จะต้องทำให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ ดังนี้

Usiskin (2001: 15-22 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 1-16) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีความคิดที่ลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้ และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ

Sheffield and Cruikshank (2005:24) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีความสามารถและความคงทนยาวนานกว่าการสอนชนิดอื่น ๆ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2539: 12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทาง

คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการ เรียนรู้ด้วยความเข้าใจอย่างถ่องแท้ เพราะนักเรียนที่มีความรู้และทักษะ แต่ปราศจากความเข้าใจ หรือมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์น้อย จะมีข้อจำกัดในการเรียนระดับสูง หรือการทำงานดี ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2547ข: 29) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทาง คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือ ปัญหาที่ซับซ้อนได้

ไพฑูล นารคร (2549: 93-102) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทาง คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้นไปใช้ในการ แก้ปัญหาและตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผล

จากความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัย กล่าวโดยสรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่ควรมุ่งเน้นให้เกิดขึ้นกับนักเรียน เพราะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูง และสามารถนำความรู้ที่เข้าใจ นั้นไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ได้

### 1.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ Usiskin (2001: 15-22 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 1-16) ได้ แบ่งความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะ ดังนี้

1. ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่ เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะการคูณเศษส่วน นักเรียนจะแสดง ความเข้าใจประเภทนี้เมื่อได้ลงมือทำงาน ความเข้าใจด้านทักษะนี้ประกอบด้วย

1.1 ความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดใน รูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

1.2 ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวนการที่ นำมาซึ่งผลลัพธ์

### 1.3 การสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ

2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties – Mathematical Understanding) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจที่แสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง เช่น การสอนในชั้นเรียนเรื่อง การคูณเศษส่วน การที่ครูใช้คำว่า “ตัดทิ้ง” และ “ตัดตอน” บ่งบอกว่าครูไม่ได้ส่งเสริมความเข้าใจ แต่ถ้าครูใช้ “การคูณจำนวนใด ๆ กับหนึ่ง” และ “เลือกเศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิม” ได้ถ่ายทอดความเข้าใจให้กับนักเรียน งานที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ ได้แก่

2.1 งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์

2.2 งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติ

2.3 งานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use–Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท เช่น ให้นักเรียนประมาณราคาผ้า  $1\frac{1}{2}$  หลา ถ้า 1 หลา ราคา 1.67 ดอลลาร์ คำตอบจะอยู่ระหว่าง 2 และ 3 ดอลลาร์ และให้นักเรียนประมาณค่าของ  $1\frac{1}{2} \times 1.67$  คำตอบจะอยู่ระหว่าง 2 และ 3 ดอลลาร์ เช่นเดียวกัน แต่พบว่า นักเรียนสามารถหาคำตอบของปัญหาที่อยู่ในรูปของสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้ถูกต้องมากกว่าปัญหาที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นได้เข้าใจด้วย เช่น การคูณเศษส่วน  $\frac{2}{3}$  กับ  $\frac{4}{5}$  นักเรียนสามารถนำเสนอความเข้าใจผ่านการใช้พื้นที่ โดยกำหนดให้  $\frac{2}{3}$  เป็นความกว้าง และ  $\frac{4}{5}$  เป็นความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือใช้เศษส่วนของจุด หรือใช้เส้นกราฟก็ได้

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ลักษณะนี้ แต่ละลักษณะเป็นอิสระซึ่งกันและกัน ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสามารถประกอบด้วยลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มากกว่า 1 ลักษณะ ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมและประสบการณ์ของนักเรียน

## 1.4 พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนจำเป็นต้องรู้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่ครูสอนให้หรือไม่ ครูจึงจำเป็นต้องศึกษาถึงพฤติกรรมที่จะแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

อนันต์ จันทร์กวี (2537: 256) ได้กล่าวว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะแสดงออกดังนี้

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปแบบแตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียน
2. สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
3. แปลงหรือเปลี่ยนรูป จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ หรือจากสัญลักษณ์ให้เป็นภาพหรือกลับกัน
4. ชี้แจงความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้
5. แปลความหรือตีโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ว่า ข้อความนั้น ๆ กำหนดอะไรให้ และต้องการถามเรื่องอะไร

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

1. สามารถสรุป อธิบาย หรือบอกความหมาย ของข้อความทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้คำพูดเป็นภาษาตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้
2. สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ในชีวิตประจำวันกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสรุปเป็นกฎ หลักการ หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้เป็นกรณีทั่วไปได้
3. สามารถบอกความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

## 1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนอย่างแท้จริง มีความสำคัญต่อการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูง มีนักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศไทยได้ให้ แนวทางในการสอนเพื่อให้เกิดความเข้าใจ ดังต่อไปนี้

Parker (1993: 16-17) ได้กล่าวถึง ข้อเสนอแนะในการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิด ความเข้าใจดังนี้

1. ส่งเสริมการคิดและสอนโดยใช้ปัญหา สร้างสถานการณ์ และการตั้งคำถาม
2. ครูต้องสร้างสถานการณ์เหมาะสม แล้วตั้งคำถาม พึงการแสดงความคิดเห็น ของนักเรียนและให้ความสำคัญกับความสนใจของนักเรียนมากกว่าสอนมโนทัศน์ด้วยการอธิบาย
3. ครูต้องเตรียมประสบการณ์ที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนได้ค้นคว้าและพบกับ แนวคิดทางคณิตศาสตร์
4. ครูต้องเตรียมกิจกรรมที่สามารถทำความเข้าใจได้หลายระดับ เนื่องจากนักเรียน มีความสามารถแตกต่างกัน
5. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนทำงานร่วมกันในกลุ่มขนาดเล็กเพื่อให้ได้เรียนรู้ทั้ง จากครูและจากเพื่อน
6. เมื่อนักเรียนไม่สามารถประสบความสำเร็จตามเป้าหมาย ครูต้องช่วยนักเรียน ด้วยการตั้งคำถามหรือให้ปัญหาใหม่ที่ง่ายขึ้น
7. เนื่องจากนักเรียนอาจตอบคำถามถูกแต่ยังมีความเข้าใจพื้นฐานที่ไม่ถูกต้อง ครูต้องให้ความสนใจกับสิ่งที่นักเรียนคิดและเข้าใจ ด้วยการตรวจสอบความคิดและข้อมูลต่างๆ
8. เมื่อครูนำเสนอกิจกรรม ครูต้องทำแนวคิดหรือมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้กระจ่าง
9. ครูควรส่งเสริมนิสัยการตั้งคำถามให้แก่ นักเรียน
10. ครูต้องช่วยนักเรียนพัฒนาการแก้ปัญหา
11. ครูต้องใช้คำที่กระตุ้นให้นักเรียนสร้างความคิดและเผชิญกับเรื่อง que ที่เข้าใจไม่ สมบูรณ์ และส่งเสริมให้นักเรียนนำความเข้าใจของตนเองไปใช้
12. ให้ความสำคัญกับการพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ โดยในการสอนครูควร เน้นการพัฒนา มโนทัศน์เป็นอันดับแรก จากนั้นบัญญัติภาษาที่จะใช้ และสุดท้ายจึงเขียนเป็น มโนทัศน์ที่ถูกต้อง

Perkins (1993 : 35) ได้กล่าวว่า การเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ ในเนื้อหาที่เรียนอย่างแท้จริงนั้น ครูควรคำนึงถึงข้อเสนอแนะต่อไปนี้

1. ควรเรียนรู้ด้วยกระบวนการคิดเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนได้ปฏิบัติมากกว่าครู นั่นคือ ให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดที่เรียน เป็นแนวทางในการคิดด้วยของตนเอง ซึ่งถ้าหากนักเรียนไม่ได้ ใช้ความคิดในเรื่องที่เรียนในทันที นักเรียนจะไม่สามารถสร้างความเข้าใจที่จะนำไปสู่การปฏิบัติได้
2. เตรียมการประเมินผลที่ต่อเนื่อง การประเมินผลการเรียนการสอนนั้นนักเรียน ต้องทราบเกณฑ์ในการประเมิน ผลการประเมินและข้อเสนอแนะเพื่อให้การเรียนดีขึ้นกว่าเดิมและ

มีโอกาสในการสะท้อนความเข้าใจสิ่งที่ได้เรียนรู้ จากครู จากเพื่อน หรือจากตัวนักเรียนเอง โดยใช้เกณฑ์จากครูหรือที่นักเรียนร่วมกันกำหนดขึ้น ซึ่งการประเมินการเรียนรู้นั้นควรประเมินกระบวนการเรียนรู้ตั้งแต่เริ่มบทเรียนจนถึงสิ้นสุดบทเรียน

3. ควรสนับสนุนการแสดงออกของนักเรียน ให้นักเรียนได้ใช้จินตนาการ เพราะการแสดงออกจะบ่งบอกถึงความเข้าใจในทางปฏิบัติของนักเรียน นอกจากนี้ครูต้องให้นักเรียนได้สร้างการแสดงออกด้วยตนเอง

4. เอาใจใส่ต่อปัจจัยการพัฒนา ตามทฤษฎีของนักจิตวิทยากลุ่มเพียเจต์ที่เชื่อว่าความเข้าใจของนักเรียนจะพัฒนาไปตามระดับพัฒนาการของโครงสร้าง ส่วนนักจิตวิทยากลุ่มเพียเจต์ใหม่ได้เสนอว่า ความเข้าใจใหม่ในทศวรรษที่ซับซ้อนขึ้นอยู่กับโครงสร้างศูนย์กลางทางการคิด ดังนั้นในการจัดการเรียนสอนครูต้องเอาใจใส่ต่อปัจจัยเหล่านี้ และต้องไม่ยึดอายุของนักเรียนว่าสิ่งไหนควรเรียนหรือไม่ควรเรียนมากเกินไป

5. แนะนำวิธีการเรียนรู้เนื้อหาสาระแก่นักเรียน โดยการทำ ความเข้าใจในทศวรรษ และหลักการทั่วไปนั้นต้องไม่แยกออกจากกัน ในการสอนทุกๆ ไปนักเรียนจะได้รับข้อเท็จจริงในทศวรรษ และระเบียบวิธีการ แต่นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ อธิบาย แก้ปัญหา หรือศึกษา ค้นคว้าเนื้อหาสาระวิชาน้อยมาก ดังนั้นครูต้องสอนเนื้อหาอย่างมีโครงสร้างและมีความสมเหตุสมผล

6. สอนเพื่อการถ่ายโยง การสอนเพื่อการถ่ายโยงเป็นการสอนที่มีความสัมพันธ์กับการสอนเพื่อความเข้าใจ การปฏิบัติที่แสดงถึงความเข้าใจต้องใช้ถ่ายโยง เพราะการถ่ายโยงทำให้นักเรียนค้นหาความรู้ที่ผ่านมา การค้นหาข้อพิสูจน์ การอธิบาย การค้นหาตัวอย่าง ซึ่งการปฏิบัติที่แสดงออกถึงความเข้าใจหลายอย่างอยู่นอกเหนือเนื้อหาสาระที่เรียน แต่เป็นการนำความรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนไปใช้ในชีวิตประจำวัน ดังนั้นครูต้องให้นักเรียนได้ปฏิบัติงานอย่างใดอย่างหนึ่งเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนไป

อัมพร ม้าคอง (2546: 21) ได้กล่าวถึงแนวทางในการปฏิบัติการสอนเพื่อความเข้าใจ ดังนี้

#### 1. สอนบนพื้นฐานความรู้เดิม

- พิจารณาความรู้พื้นฐานที่ผู้เรียนมี เพื่อตัดสินใจว่าจะสอนเสริมพื้นฐานในเรื่องใด ไม่ควรปล่อยให้ขาดความรู้พื้นฐานเป็นอุปสรรคหรือสิ่งกีดขวางโอกาสการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ
- ให้โอกาสผู้เรียนในการใช้ความรู้เดิมแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง
- เตรียมการสอนเนื้อหาใหม่ตามความรู้เดิมที่ผู้เรียนมี การเพิ่มหรือลดเนื้อหาบางเนื้อหาควรทำเพื่อจะเป็นประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน

## 2. เน้นการคิด

- เน้นกระบวนการคิด (Thinking Process) ทั้งในการสอนเนื้อหาและการนำไปใช้ เพื่อผู้เรียนจะได้เรียนรู้ในวิถีทางที่ตนถนัดและสามารถเข้าใจได้เป็นอย่างดี และเพื่อจะสามารถอธิบายหรือถ่ายทอดสิ่งที่เรียนรู้ให้ผู้อื่นได้อย่างมีเหตุผล

- ฝึกการคิดแก้ปัญหาโดยให้ผู้เรียนคิดค้นกลวิธีที่หลากหลาย เพื่อจะได้เปรียบเทียบกลวิธีเหล่านั้น ไม่ควรยึดขั้นตอนหรือวิธีการ (Algorithms) เฉพาะใด ๆ ในการให้ผู้เรียนแก้ปัญหา

## 3. ให้ความรู้ผู้เรียน

- ให้ความรู้ผู้เรียนในการคิด ไตร่ตรอง ทดลอง และสรุปในสิ่งที่คิด

- ให้ความรู้ผู้เรียนในการสื่อสารและอภิปรายร่วมกับผู้อื่น

- ผู้สอนควรใช้เวลาในการส่งเสริมการสร้างความคิด และการช่วยเหลือให้ผู้เรียนคิดไปในแนวทางที่ถูกต้อง แม้จะเป็นแนวทางที่นอกเหนือจากหลักสูตร

## 4. ให้ออกาสผู้เรียนอธิบายและแสดงเหตุผล

- ให้ออกาสผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความคิดของตนเองและผู้อื่น

- ผู้สอนควรแสดงความคิดเห็นในสิ่งที่ผู้เรียนอธิบาย และตั้งคำถามเพื่อให้ผู้เรียนคิดต่อ

## 5. พยายามใช้คำถาม

- ใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการ เหตุผล และคำตอบที่ตนคิด

- ตั้งคำถามเพื่อให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่างระหว่างกลวิธีต่าง ๆ ที่ตนใช้

- ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นและฝึกให้ผู้เรียนคิดและตั้งคำถามถามเพื่อน

- สร้างคำถามที่แสดงให้เห็นว่าผู้สอนเห็นความสำคัญในความคิดหรือผลงานของผู้เรียนซึ่งจะเป็นการสร้างควมภาคภูมิใจให้ผู้เรียน นอกเหนือจากมโนทัศน์และทักษะที่ผู้เรียนได้

## 6. คาดหวังการโต้แย้ง

- ผู้เรียนควรได้รับการฝึกการโต้แย้งอย่างสุภาพหากไม่เห็นด้วยกับความคิดของผู้อื่น ซึ่งเมื่อโต้แย้งแล้วควรต้องรับฟังคำอธิบายจากเจ้าของความคิด ตลอดจนรู้จักเคารพความคิดของผู้อื่น

- การโต้แย้งจะนำมาซึ่งการคิดวิเคราะห์ในระดับที่ลึกซึ้งมากขึ้น อันจะก่อให้เกิดความรู้ที่ชัดเจนและพิสูจน์ได้ ผู้สอนจึงควรฝึกการคิดเชิงโต้แย้งที่ถูกต้องเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสใช้ในชั้นเรียน

## 7. นำเสนอแนวการเรียน

- ผู้สอนควรนำเสนอวิธีการทำความเข้าใจเนื้อหา และเทคนิคการบันทึกเนื้อหาไว้บทพจนภายหลัง ตลอดจนแนวการเรียนที่เป็นประโยชน์อื่น ๆ

- ผู้สอนควรแนะนำให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้อย่างสม่ำเสมอ เพื่อจะทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น ซึ่งจะเป็นพื้นฐานที่ดีในการเรียนเนื้อหาในระดับสูงขึ้น

## 8. จัดและสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมในชั้นเรียน

- ใช้การจัดชั้นเรียนรูปแบบต่าง ๆ เช่น กลุ่มเล็ก กลุ่มใหญ่ กลุ่มตามความสามารถ และกลุ่มตามความสนใจในเนื้อหาเฉพาะ

- จัดให้มีการแสดงผลงานของแต่ละกลุ่มย่อย เพื่อให้ทุกคนในชั้นร่วมแสดงความคิดเห็นในผลงานของแต่ละกลุ่มย่อย

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางในการการสอนเพื่อความเข้าใจ ควรคำนึงถึง พื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน สอนโดยเน้นการคิด ให้เวลาและโอกาสเพื่อให้ผู้เรียนได้อธิบายและแสดงเหตุผล จากการตอบคำถาม พร้อมทั้งนำเสนอแนวการเรียน และสร้างบรรยากาศให้เหมาะสมในชั้นเรียน

## 1.6 แนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน

ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน เป็นทฤษฎีที่ได้จากการสังเกตพัฒนาการความเข้าใจของนักเรียนในขณะเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียนหลาย ๆ ครั้ง จนเกิดเป็นแนวคิดของทฤษฎี ซึ่งในทฤษฎีนี้อธิบายถึงคำจำกัดความของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ (Pirie & Kieren, 1994:61)

ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน เป็นทฤษฎีที่อธิบายถึงกระบวนการที่แสดงการเกิดพัฒนาการความเข้าใจในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ซึ่งกระบวนการนี้ประกอบด้วย 8 ระดับ (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 21) ดังนี้

ระดับที่ 1 เรียกว่า ความรู้เดิม (Primitive Knowing) เป็นการเข้าใจระดับแรกที่เป็นจุดเริ่มต้น แต่ไม่จำเป็นต้องเป็นคณิตศาสตร์ในระดับต่ำ ความรู้ระดับนี้เป็นความรู้ที่ผู้สอนเชื่อว่าผู้เรียนทุกคนต้องมี

ระดับที่ 2 เรียกว่า การสร้างภาพ (Image Making) ระดับนี้ผู้เรียนจะใช้ความสามารถที่มีอยู่กับเงื่อนไขหรือสถานการณ์ใหม่ ซึ่งอาจเป็นการเขียนแสดงด้วยภาพ (Pictorial Representation) หรือด้วยวิธีอื่นๆ เช่น การพับกระดาษเพื่อแสดง “หนึ่งหน่วย” “ครึ่งหน่วย” “หนึ่งในสี่หน่วย” และการใช้คำหรือภาษาที่เกี่ยวข้อง

ระดับที่ 3 เรียกว่า การเกิดภาพในใจ (Image Having) เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดภาพในใจเกี่ยวกับกิจกรรมที่ทำในขั้นก่อนๆ ภาพทางความคิดจะแทนที่ภาพในทางปฏิบัติทั้งหมดซึ่งผู้เรียนใช้ภาพในใจเหล่านี้ในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างของการเรียนรู้ในขั้นนี้คือ ผู้เรียนบอกได้ว่า เศษส่วนบอกถึงขนาดหรือความใหญ่ของส่วนที่ถูกแบ่งหรือพับ

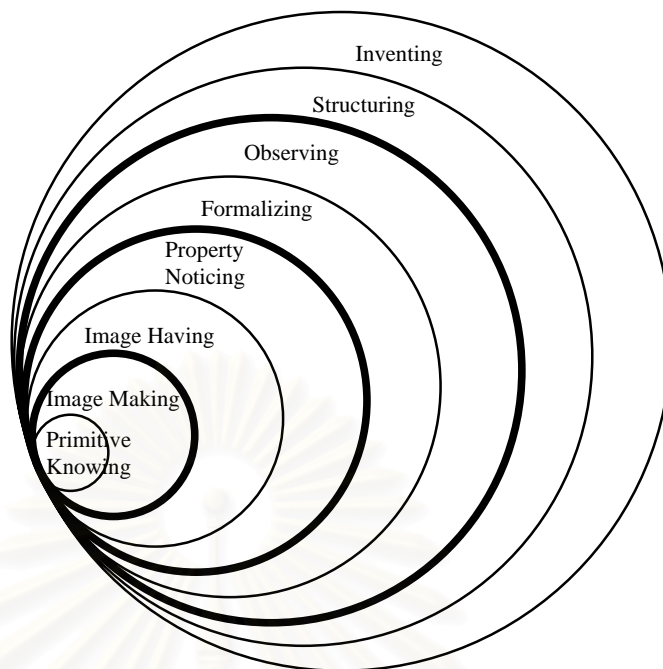
ระดับที่ 4 เรียกว่า การสังเกตสมบัติ (Property Noticing) ผู้เรียนสามารถตรวจสอบสมบัติเฉพาะและสมบัติที่เกี่ยวข้องของภาพทางความคิด ซึ่งรวมถึงการสังเกตความแตกต่าง การรวมหรือเชื่อมระหว่างภาพต่างๆ การคาดคะเนว่าภาพเหล่านั้นเกิดขึ้นได้อย่างไร และจัดบันทึกความสัมพันธ์เหล่านั้นได้อย่างไร เช่น การสังเกตว่าเศษส่วนแบ่งครึ่งเกิดจากการรวมกันของเศษส่วนแบ่งครึ่งอื่นๆ เป็นต้นว่า  $\frac{1}{2}$  เกิดจาก  $\frac{1}{4}$  รวมกับ  $\frac{1}{4}$  ซึ่ง  $\frac{1}{4}$  เป็นเศษส่วนแบ่งครึ่งอีกประเภทหนึ่ง

ระดับที่ 5 เรียกว่า การจัดระเบียบ (Formalizing) สมบัติที่สังเกตได้ในขั้นนี้ผู้เรียนจะนำสมบัติที่สังเกตได้ในขั้นก่อนมาวิเคราะห์และจัดระเบียบเพื่อรวบรวมเป็นกฎหรือหลักการทั่วไป

ระดับที่ 6 เรียกว่า การสังเกต (Observing) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถสังเกตสิ่งที่ได้จัดระเบียบไปแล้ว เพื่อนำมาจัดระบบและหาข้อสรุป เช่น การสังเกตเพื่อหาข้อสรุปว่า ไม่มีเศษส่วนที่แบ่งครึ่งที่เล็กที่สุด เนื่องจากจะสามารถแบ่งครึ่งไปได้เรื่อยๆ

ระดับที่ 7 เรียกว่า การสร้างโครงสร้าง (Structuring) ในขั้นนี้ ผู้เรียนพยายามอธิบายสิ่งที่สังเกตได้อย่างมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล โดยการค้นหาความสัมพันธ์และสร้างโครงข่ายของความสัมพันธ์เหล่านั้น ระดับนี้เป็นระดับที่ความรู้ความสามารถถูกพิสูจน์ได้ เช่น พิสูจน์ว่าเศษส่วนแบ่งครึ่งมีสมบัติปิดภายใต้การบวก

ระดับที่ 8 เรียกว่า การสร้าง (Inventing) ในขั้นนี้ ผู้เรียนมีความรู้อย่างเป็นทางการ โครงสร้างที่สมบูรณ์ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง และความเข้าใจนี้อาจนำมาซึ่งมโนทัศน์ใหม่แสดงดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 รูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน

ที่มา: Pirie & Kieren, 1994:63

ลักษณะที่สำคัญของทฤษฎี คือ เป็นการอธิบายพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความเข้าใจที่มีลักษณะเป็นพลวัตหรือระดับ แต่ไม่เป็นเชิงเส้น และเป็นกระบวนการจัดการความรู้ของบุคคลที่เปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ (Dynamic Organizing Process) ซึ่งระดับความเข้าใจในระดับต่าง ๆ จะฝังตัวอยู่กับความเข้าใจในระดับอื่น ๆ ทั้งที่เกิดขึ้นก่อนและเกิดขึ้นภายหลัง แสดงดังแผนภาพที่ 1 การทำความเข้าใจอาจเปลี่ยนกลับไปมาระหว่างระดับต่าง ๆ ได้ เมื่อผู้เรียนเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถแก้ไขได้ทันที ผู้เรียนอาจย้อนกลับไปในระดับความเข้าใจที่มาก่อนเพื่อใช้ความเข้าใจนั้นเป็นพื้นฐานในการคิดต่อ การย้อนกลับเป็นกระบวนการที่จำเป็นและเกิดขึ้นภายในตัวบุคคล ที่ไม่สามารถแยกออกจากบริบทของความรู้ที่สะสมอยู่บนพื้นฐานของประสบการณ์ที่ผ่านมา การกลับไปสู่การทำความเข้าใจในระดับก่อนหน้านี้เรียกว่า "การย้อนกลับ" (Folding back) การย้อนกลับในลักษณะนี้ทำให้ระดับความเข้าใจเดิมได้รับอิทธิพลจากปัญหาหรือสถานการณ์ จึงอาจทำให้ความเข้าใจเดิมเปลี่ยนไปด้วย ดังนั้นการจะพัฒนาระดับความเข้าใจให้สูงขึ้นจึงไม่สามารถทำให้จบสมบูรณ์ที่ระดับใด แต่จะต้องมีการย้อนกลับไปในระดับความเข้าใจนั้น ๆ

ปัจจัยที่ช่วยให้เกิดการย้อนกลับในลักษณะนี้มี 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. ปัจจัยเกี่ยวกับความถูกต้อง (Validating Intervention) ที่จะทำให้ผู้เรียนแสดงว่าตนเองคิดหรือทำอะไรอยู่ และทำไมคิดเช่นนั้น

2. ปัจจัยที่กระตุ้นการเรียนรู้ (Provocative Intervention) ซึ่งผลักดันให้ผู้เรียนขยายความเข้าใจสู่สถานการณ์ใหม่หรือระดับความเข้าใจด้านนอก

3. ปัจจัยที่เป็นเครื่องกีดขวาง (Invocative Intervention) ซึ่งเป็นอุปสรรคต่อความเข้าใจและทำให้ผู้เรียนต้องย้อนกลับไประดับความเข้าใจข้างในก่อน

นอกจากนี้ทฤษฎียังมีลักษณะเด่นอีกประการคือ เป็นการอธิบายถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยไม่ต้องใช้สิ่งอ้างอิงหรือมโนทัศน์พื้นฐาน แต่สามารถดำเนินการได้โดยใช้ปัญญาและสัญลักษณ์ จากแผนภาพที่ 1 ทฤษฎีอธิบายความสามารถดังกล่าวด้วยวงที่บ (Bold Ring) หมายถึง ขอบเขตที่ไม่จำเป็น ตัวอย่างเช่น เมื่อนักเรียนเกิดภาพ (Image Having) ในระดับที่ 3 นักเรียนจะไม่ต้องการตัวอย่างเฉพาะของการสร้างภาพ (Image Making) ในระดับที่ 2 และนักเรียนมีความเข้าใจเป็นอิสระจากความรู้เดิม (Primitive Knowing) ในระดับที่ 1 และเมื่อนักเรียนมีการจัดระเบียบ (Formalizing) ในระดับที่ 5 นักเรียนก็จะไม่ต้องการภาพหรือความหมายเชิงรูปธรรมอีกต่อไป จนในที่สุดเมื่อนักเรียนสามารถเข้าถึงการสร้างโครงสร้าง (Structuring) ในระดับที่ 7 ได้ นักเรียนก็จะไม่ต้องการความหมายเชิงรูปธรรม หรือขั้นตอน วิธีการการทำงานที่เป็นแบบแผนอีก ซึ่งวงที่บดังกล่าวจะปรากฏอยู่ข้างในของการเกิดภาพ (Image Having) ในระดับที่ 3 การจัดระเบียบ (Formalizing) ในระดับที่ 5 และการสร้างโครงสร้าง (Structuring) ในระดับที่ 7 (Pirie & Kieren, 1994)

## 2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของมโนทัศน์

คำว่า “มโนทัศน์” มีความหมายเช่นเดียวกับคำว่า ความคิดรวบยอด มโนคติ มโนคติ มโนภาพ สังกัป หรือ “Concept” ในภาษาอังกฤษ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 11) ซึ่งความหมายของมโนทัศน์นั้น นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศไทยได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Hurd ( 1970: 3) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ เป็นการสังเคราะห์หรือนำข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันมาประกอบเข้าด้วยกัน เพื่อให้เกิดความหมายที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจและมโนทัศน์เป็นผลผลิตที่ได้จากการจินตนาการ การใช้ความคิดหรือการตัดสินใจอย่างมีเหตุผลจนทำให้เกิดการรอบรู้อย่างลึกซึ้ง โดยใช้กระบวนการทางสมอง

Good (1973: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิด หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับสถานการณ์ กิจกรรม หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

Goodwin and Klausmeier (1975: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับคุณลักษณะของสิ่งหนึ่ง ๆ ไม่ว่าจะ เป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ นั้นออกจากสิ่งอื่นได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้

Fieldman (1987: 210) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นการจัดกลุ่มสิ่งของ เหตุการณ์ หรือคนที่มีคุณสมบัติคล้ายกันเข้าด้วยกัน ทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น สามารถจำแนกสิ่งใหม่ ๆ ที่พบเห็นให้อยู่ในรูปตามที่เข้าใจจากประสบการณ์ที่ผ่านมา

McCow and Roup (1992: 338) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ การสังเกตวัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกัน หรือเหมือนกัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกันและสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

Arends (1994: 299) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้น ๆ

Woolfolk (1995: 286) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ หมวดหมู่ข้อความชุดหนึ่งที่เกิดจากการจัดกลุ่มเหตุการณ์ที่สอดคล้องกับแนวคิด วัตถุ หรือบุคคลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

พรรณี ชูชัย เจนจิต (2538: 423) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือ ความเข้าใจของคนที่จะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้าและสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นพวกเดียวกัน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2541: 303) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือ คำที่เป็นนามธรรม ใช้แทนสัตว์ วัตถุ หรือสิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญ เป็นเกณฑ์

นาตยา ปิลาณธนานันท์ (2542: 8) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ ในองค์ความรู้ซึ่งไม่ใช่ความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง ซึ่งอาจแสดงออกมาใน รูปของคำหรือกลุ่มคำ

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546: 120) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่ คล้ายคลึงกันเข้ามาเป็นรูปเป็นแบบอันเดียวกัน

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็น กลุ่มเดียวกันซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น

จากความหมายของมโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้ง ต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความหมายไว้ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดหรือ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ที่เกิดจากการสังเกตหรือประสบการณ์ โดยสามารถจัดกลุ่มสิ่ง ต่าง ๆ ที่มีลักษณะเดียวกันเข้าด้วยกัน และแยกประเภทของสิ่งต่าง ๆ ที่แตกต่างออกจากกันได้

## 2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบ สิ่งหนึ่งที่ครูคาดหวังให้เกิดขึ้นกับ นักเรียน คือ การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหา นั้น ๆ เนื่องจากมโนทัศน์เป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนมี ความรู้ ความเข้าใจเพียงใด สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสิ่งที่เผชิญอยู่ได้หรือไม่ ดังนั้น การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญและจำเป็น ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

De Cecco (1968: 402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าที่ละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกันเราก็สามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใดเหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้รู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสาร ในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

Cooney, Davis and Henderson (1975: 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ

1. เราสามารถให้เหตุผลโดยการใช้อินทรีย์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์เรื่องจำนวนตรรกยะก็สามารถบอกได้ว่า จำนวนหนึ่ง ๆ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้
3. มโนทัศน์ทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

ศิริวรรณ ศรีพหล (2536: 183) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญ ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจ มโนทัศน์ทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เพราะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการ การเรียนรู้การแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ขั้นสูงมโนทัศน์เกือบทั้งหมด

นวลจิตต์ เขาวงกตพิงศ์ (2537: 57) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้

การเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้เรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 58-59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็น กรอบต้นแบบ หรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่า น่าจะเป็น สิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์นักการศึกษาและนักวิชาการสรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจำเป็นอย่างไรที่จะต้องสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ เนื่องจากมโนทัศน์เป็นรากฐานของการคิดในการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องกันได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น พร้อมกันนั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

### 2.3 ประเภทของมโนทัศน์

มโนทัศน์สามารถจำแนกได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับว่าจะใช้เกณฑ์ใดในการจำแนก จากการศึกษาพบว่านักการศึกษาหรือนักวิชาการได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

De Cecco (1968: 390-398 อ้างถึงใน ชูชีพ อ่อนโคกสูง, 2522: 102-103) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยงลักษณะ (Conjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เป็นมโนทัศน์ที่เรียนได้ง่าย
2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่ใช้ได้ตั้งแต่สองความหมายขึ้นไป จะหมายถึงอะไรขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เลือกเป็นมโนทัศน์ที่ยากกว่ามโนทัศน์แรก

3. มโนทัศน์ชนิดสัมพันธ์ (Relation Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์กันระหว่างลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ เป็นมโนทัศน์ที่ยากในการที่จะเรียนรู้

George and et al. (1974: 100) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ที่สามารถสังเกตได้ (Observable Concepts) คือ มโนทัศน์ที่สามารถเรียนรู้ผ่านการสังเกตตัวอย่างเฉพาะของมโนทัศน์ หรือการสังเกตสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract Concepts) คือ มโนทัศน์ที่แสดงความสัมพันธ์ของสิ่งใด ๆ ถูกสร้างขึ้นโดยการนิยาม อาจค่อนข้างยากสำหรับเด็กในการสร้างความเข้าใจเพราะว่ามโนทัศน์ดังกล่าวถูกนำเสนอผ่านการพูดหรือการเขียน

Hulse (1980 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534: 104) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Welldefined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้เราจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Illdefined Concept) เป็นรายการของสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คะนั้นά แดงกว่า บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา (2531: 3-4) ได้ใช้เกณฑ์ในการจำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท คือ 1. จำแนกตามลักษณะมโนทัศน์ 2. จำแนกตามการตีความหมาย และ 3. จำแนกตามลำดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. จำแนกตามลักษณะมโนทัศน์ได้ 3 ลักษณะ คือ

1.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะรวมกัน (Conjunctive Concepts) คือ มโนทัศน์ที่อาศัยลักษณะต่าง ๆ ที่เหมาะสมมารวมกันอยู่ครบถ้วน ทั้งในรูปของจำนวนและค่าของมันนับเป็นมโนทัศน์พื้นฐานที่ใช้กันทั่วไป เช่น แวนตา ปากกา สุนัข เป็นต้น และลักษณะรวมกันเป็นมโนทัศน์อย่างใดอย่างหนึ่งนี้ทำให้มโนทัศน์ของอย่างหนึ่งแตกต่างจากอีกอย่างหนึ่ง

1.2 มโนทัศน์เน้นลักษณะประกอบกัน (Disjunctive Concepts) ได้แก่ มโนทัศน์ที่มีลักษณะสำคัญ ๆ ประกอบกัน เช่น วงกลมสีแดง หรือ และสีเขียว ซึ่งแสดงว่าต้องมีลักษณะรูปวงกลมเป็นพื้นฐานอยู่ ส่วนสีนั้นอาจเป็นสีแดงหนึ่งหรือทั้งสองสีก็ได้

1.3 มโนทัศน์แบบเน้นลักษณะสัมพันธ์ (Relational Concepts) คือ มโนทัศน์ที่ไม่เน้นลักษณะร่วมกันหรือประกอบกัน แต่เน้นความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะต่าง ๆ เช่น ระยะเวลา ทิศทาง ความเร็ว เวลา เป็นต้น

2. จำแนกมโนทัศน์ตามแบบการตีความหมาย การตีความหมายอาจเกิดขึ้นได้จากทั้งประสบการณ์ส่วนตัวบุคคลหรือจากการใช้เกณฑ์กลาง คือ ความคิดเห็นของคนจำนวนมากที่ประเมินไว้ร่วมกัน โดยการตีความหมายอาจจำแนกได้ 3 ลักษณะ คือ

2.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะรวมกัน (Conjunctive Concepts) คือ ตามบทบาทหน้าที่ของมโนทัศน์ (Functional Concepts)

2.2 ตามโครงสร้างของมโนทัศน์ (Structural Concepts) เช่น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ รูปที่มีเส้นตรง 3 เส้นที่มีความยาวเท่ากันทั้งสามด้าน มาประกอบกันจนเกิดรูปปิดก็คือรูปสามเหลี่ยมด้านเท่านั่นเอง

2.3 ตามลักษณะหรือพฤติกรรมของมโนทัศน์ (Descriptive or Behavioral Concepts) เช่น ช่างกล คือ ผู้ที่ทำงานด้านเครื่องยนต์กลไก เป็นต้น

3. จำแนกตามระดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ (Degree of Complexity) หมายถึงลักษณะที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมของมโนทัศน์ต่าง ๆ

วิไลวรรณ ศรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ในแต่ละวิชานั้นอาจไม่เหมือนกัน แต่สรุปได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่มและการสรุปความแคบ ความกว้าง

2. ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏ การแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้ง และทิศทาง

3. ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของ หรือเหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้น

ประยูร อาษานาม (2537: 21) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concept) เป็นการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามขนาด รูปร่างและสี โดยคนเราสามารถรับรู้ สัมผัสได้

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concept) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

สุวัฒน์ เที่ยมอรพวรรณ (2549: 33) ได้จำแนกประเภทมโนทัศน์ไว้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น
2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย ไต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากประเภทของมโนทัศน์ที่กล่าวมา สรุปได้ว่ามโนทัศน์สามารถแบ่งออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้ตามเกณฑ์การจำแนกของแนวคิดของแต่ละบุคคล หรือตามลักษณะทั่วไปและลักษณะเฉพาะที่เป็นส่วนประกอบของสิ่งที่ต้องการจำแนก

#### 2.4 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Good (1959: 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ หรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Bell (1981: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างคณิตศาสตร์ มี 3 แบบ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ตัวเลขแต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200 , 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง  $200 + 70 + 5$
3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น

Eggen and Kauchak (1995: 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และขนานกัน เป็นต้น

Toumasis (1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

Schwarz and Hershkowitz (1999: 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

โสภณทิ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520: 222) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดในเชิงนามธรรม คือเป็นความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

เมธี ลิ้มอักษร (2524: 4) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบยอด คุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมสิ่งที่เราประสบพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น เราให้ความหมายของรูปสามเหลี่ยม หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่ประกอบด้วย ด้านสามด้านและเขียนสัญลักษณ์  $\triangle$  แทนรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2547ข: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่า เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความหมายไว้ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ ทำให้สามารถจัดประเภท แยกแยะ รวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ โดยสามารถอธิบายความคิด ความเข้าใจนั้นได้ด้วยคำพูด หรือสัญลักษณ์

## 2.5 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Ausubel (1968: 517) ได้กล่าวไว้สรุปว่า กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะแบ่งออกเป็น 2 อย่าง คือ

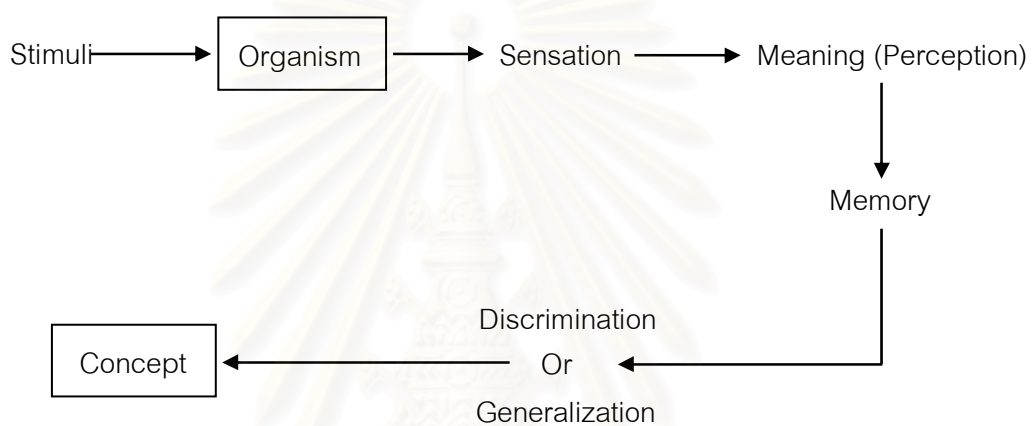
1. การสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation) หมายถึง การเรียนรู้มโนทัศน์จากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบ หรือใช้วิธีการอุปมาน (Inductive Process) ตัวอย่างเช่น เด็กที่เรียนรู้มโนทัศน์ของเครื่องใช้ชีวิตประจำวัน เช่น หมวก และรองเท้า โดยการมีประสบการณ์ว่า ถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น

2. การแตกย่อยมโนทัศน์ (Concept Assimilation) หมายถึง กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์แบบอนุมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมกับตัวอย่างของมโนทัศน์และคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของมโนทัศน์นั้น เด็กโตและผู้ใหญ่ใช้กระบวนการ Concept Assimilation นี้

ปราณี รามสูต (2528: 138) มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์ และกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์นั้น เกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเอาเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้น ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสาน (Integration) กันระหว่าง การรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้า นั้น ๆ ว่า ต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร (Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generation) ลักษณะของสิ่งเร้า นั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

นวลจิตต์ เขาวีรติพงศ์ (2537: 55-56) กล่าวว่า คนเราจะเรียนรู้มโนทัศน์นี้ไม่ได้เลยถ้าไม่มีประสบการณ์ ดังนั้น บุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมีมโนทัศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน โดยการเรียนรู้มโนทัศน์จะเริ่มขึ้นเมื่ออินทรีย์ (Organism) ได้รับการกระตุ้นจากสิ่งเร้า (Stimuli) ก็ จะเกิดการรับรู้ (Sensation) และการตีความ (Meaning) ในตอนนี้ นักเรียนจะเกิดการ

รับรู้อย่างมีความหมาย (Perception) แล้วเก็บความรู้นี้ไว้ในความทรงจำ (Memory) ต่อมาเมื่อได้รับสิ่งเร้าใหม่ ก็จะเกิดการรับรู้ เปรียบเทียบภาพของสิ่งเร้าใหม่กับสิ่งเร้าเดิม ซึ่งนักเรียนอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก แต่ถ้าครูบอกว่สิ่งเร้าใหม่นี้คืออะไร ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถแยกแยะความแตกต่าง (Discrimination) ระหว่างสิ่งเร้าเดิมกับสิ่งเร้าใหม่ทันที และยังได้รับเก็บการรับรู้ที่มีความหมายเกี่ยวกับสิ่งเร้าใหม่ไว้ในความทรงจำอีกด้วย ต่อมาเมื่อนักเรียนได้รับสิ่งเร้าอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก แต่มีลักษณะแตกต่างออกไป เช่น อาจจะมีสี หรือขนาดรูปร่างต่างกัน เมื่อครูบอกว่สิ่งเร้านี้เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก นักเรียนก็จะสามารถสรุปมโนทัศน์ของสิ่งเร้าแรกได้ ซึ่งสรุปขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์นี้ได้ดังแผนภาพที่ 2



แผนภาพที่ 2 ขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์

ที่มา: นवलจิตต์ เขาวีรติพงษ์ (2537: 55-56)

จากการเรียนรู้มโนทัศน์ที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้กล่าวไว้ข้างต้น อาจสรุปได้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคลนั้น นักเรียนจำเป็นต้องมีประสบการณ์เดิมหรือพื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์ และครูต้องคำนึงถึงระดับสติปัญญา ความแตกต่างของแต่ละบุคคลด้วย

## 2.6 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก ถ้าเรียนรู้มโนทัศน์ใดแล้วย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้เรื่อย ๆ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 10) ดังนั้นการสอนจึงควรให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ เพื่อจะได้นำไปใช้ในการเรียนระดับสูงและประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิต นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

De Cecco (1968: 416-418) ได้เสนอว่าการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์นั้น ควรปฏิบัติเป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว
2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่น ๆ (Dominance of attribute) ของมโนทัศน์มาสอนหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย
3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานดำหรือบอร์ดก็ได้
4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positive and Negative) กับมโนทัศน์ที่จะสอน
5. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็น แล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่
6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถาม และให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน
7. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน
8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนแล้ว
9. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและตรวจงานนักเรียน เพื่อรายงานผลให้เขาทราบ และให้การเสริมแรงอื่น ๆ

Klausmeier and Ripple (1971: 422-423) ได้แนะนำวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concept) ผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น
2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Establish the correct terminology for concepts, attribute and instances) ให้นักเรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง
3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concepts to be learned)
4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instances of concepts)

5. ส่งเสริม และแนะนำเด็กให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งช่วยผู้ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง
6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนมโนทัศน์นั้น (Provide for use of the concept) โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ
7. ให้ผู้เรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้ที่ได้อาจหรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) หากยังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2547: 64) ได้นำเสนอโมเดลการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้าง ข้อมูลอาจมาจากผู้เรียน ผู้สอนหรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน ในขั้นนี้ ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้ เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) ผู้เรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่ม เพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the Category) จากกลุ่มข้อมูลที่ผู้เรียนจัดได้ในขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้สอนฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายว่าสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกับอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่าง ๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ชาญชัย อาจิสมาจารและจินดา สิทธิฤทธิ์ (2533: 44) ได้กล่าวถึงการสอนเพื่อ

ให้เกิดมโนทัศน์ โดยเสนอหลักการดังนี้

1. ทำความเข้าใจว่า เนื้อเรื่อนั้น ๆ ควรจะให้มโนทัศน์อะไรแก่ผู้เรียนที่เป็นแก่นแท้หรือหลักการและต้องให้เป็นไปตามขั้นตอนของการให้มโนทัศน์
2. พยายามให้ผู้เรียนได้เกิดมโนทัศน์ โดยต้องหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสม ซึ่งอยู่ที่ไหวพริบและเทคนิคของผู้สอน
3. ในการสอนหลังจากผู้เรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว ผู้สอนและผู้เรียนต้องช่วยกันสรุปในหลักการอีกครั้ง ในการสอนผู้สอนต้องใช้ทักษะในการสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ โดยต้องพยายามใช้เทคนิคในการตั้งคำถาม การอภิปรายและสรุปรวบยอดของคำตอบ เพื่อให้เข้าสู่มโนทัศน์นั้น ๆ ให้ได้

วิไลวรรณ ตวีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
2. รู้จักเปรียบเทียบความต่าง และความคล้าย
3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ และประโยชน์
4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่
5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และประโยชน์ที่จะนำไปใช้

นัตยา ปิลาณานนท์ (2542: 22) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ ซึ่ง 2 แบบคือ การสอนแบบ Deductive และ Inductive ดังนี้

การสอนแบบ Deductive มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้ผู้เรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
4. ให้ผู้เรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
5. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบ Inductive มีขั้นตอนคือ

1. ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้แก่ผู้เรียน
2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ ตัวอย่างใด

ที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

3. ให้ผู้เรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้นให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้

4. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบาย ความหมาย ของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นหมายความว่าอย่างไร

อัมพร ม้าคนอง (2546: 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

ขั้นการวางแผนการสอน ผู้สอนควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้ผู้เรียนเรียนรู้

ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้

การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้ผู้เรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้ของผู้เรียน

ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังนี้

ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์ การสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่น และการใช้มโนทัศน์

ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสอนมโนทัศน์ที่นักการศึกษาได้เสนอไว้ สรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น สามารถทำได้หลายวิธีและขึ้นอยู่กับหลาย ๆ ปัจจัย เช่น การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน วิธีการสอน สื่อการเรียนการสอน การประเมินผล เป็นต้น

## 2.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจนเกิดมโนทัศน์แล้ว การวัดประเมินผลเป็นสิ่งสำคัญในการตรวจสอบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์มากน้อยเพียงใด ซึ่งการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษากล่าวถึงไว้ดังนี้

Wilson (1971: 645-670) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ โดยที่ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ วัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ดังนั้นข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่มีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ เป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยมีใช่เป็นการหาผลลัพธ์ของปัญหานั้น ๆ

### 3. ความคงทนในการเรียน

#### 3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน

ปัจจัยที่สำคัญและจำเป็นอย่างมากในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ได้ดี คือการที่ผู้เรียนต้องอาศัยความรู้พื้นฐานเดิมในการเรียนเนื้อใหม่ในระดับสูงที่มีเนื้อหาต่อเนื่องกัน ซึ่งความรู้พื้นฐานเดิมเหล่านี้เกิดจากการเรียนรู้และเก็บไว้ในความทรงจำ หรือที่เรียกว่าความคงทนในการเรียน นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ดังนี้

Adams (1967: 9) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียน สรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการคงไว้ซึ่งผลทางการเรียน หรือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมา หรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้ว หลังจากทิ้งช่วงไประยะเวลาหนึ่ง

Gagne (1977: 36) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ ซึ่งเป็นความสามารถในการเก็บรักษา หรือสะสมสิ่งที่ได้เรียนรู้ให้คงทนอยู่ หรือกลายเป็นความจำระยะยาว

สุชา จันทรโสม (2531: 181) ได้กล่าวถึงความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า ความคงทนในการเรียน คือ การเก็บหรือรักษา การรับรู้ และความเข้าใจที่เกิดจากการรับรู้ และเข้าใจโดยผ่านประสาทสัมผัสต่าง ๆ

บุญศิริ สุวรรณเพ็ชร (2538: 433) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า ความคงทนในการเรียน หมายถึง สิ่งที่ยังคงเหลืออยู่ เป็นผลลัพธ์ของประสบการณ์ ก่อให้เกิดพื้นฐานการเรียนรู้ การจำได้ นิสัย ทักษะ และพัฒนาการทุกด้าน

สุรางค์ ไคว่ตระกูล (2544: 250) กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการเก็บสิ่งที่เรียนรู้และประสบการณ์ไว้

จากความหมายของความคงทนในการเรียนที่นักการศึกษาให้ไว้ อาจสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียน หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการเก็บรักษาหรือสะสมสิ่งที่ได้เรียนรู้ไว้คงอยู่ และสามารถระลึกถึงสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้หรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ระยะหนึ่ง

### 3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนไว้ ดังนี้

Hulse and others (1984: 300) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความคงทนในการเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด เนื่องจากผลของประสบการณ์การเรียนจะต้องได้รับการเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ

Gordon (1989: 195-196) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนสรุปได้ว่า ความจำมีบทบาทต่อพฤติกรรมต่าง ๆ ที่เรากระทำในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นการเดินหรือการสนทนา ในการแสดงพฤติกรรมแต่ละขั้นตอนที่เราคิดว่าเป็นสิ่งที่เรากระทำโดยอัตโนมัติ นั้นเป็นผลมาจากการมีความคงทนในการเรียนทั้งสิ้น

Purdy and others (2001: 2) ได้ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความจำมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต สำหรับสัตว์หมายถึง

ความสามารถในการจำแหล่งอาหาร และที่ซ่อนของศัตรู สำหรับมนุษย์หมายถึงความสามารถในการเรียนรู้ที่จะพูด อ่าน เขียน ขับรถ และใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ เป็นต้น หากการดำรงชีวิตของมนุษย์ดำเนินไปโดยไม่มีการเรียนรู้และการจำ ชีวิตจะไม่มีอดีตหรืออนาคต แล้วเราจะทำสิ่งนั้น ๆ ซ้ำ ๆ ไม่ว่าสิ่งนั้นจะมีประโยชน์หรือไม่

ชัยพร วิชชาวุธ (2518: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การจดจำเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่คนรับรู้ มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการดำรงชีวิตและการปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อม เราจะจำชื่อตัวเองจำบ้านที่อยู่ของตน จำญาติพี่น้องและเพื่อนฝูง จำสิ่งที่เคยเกิดขึ้นในอดีตว่าถ้าทำอย่างนั้นแล้วจะเกิดผลอย่างนี้ จำความคิดและความตั้งใจที่จะทำอะไร ฯลฯ ความต่อเนื่องกันของการดำรงชีวิต และการรู้จักเลี่ยงสิ่งที่ไม่ชอบหรือสิ่งที่เป็นภัยอันตรายแก่ตนย่อมจะเกิดขึ้นไม่ได้หากคนเราปราศจากความจำ

จากความคิดเห็นของนักการศึกษาดังกล่าวสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต โดยเฉพาะอย่างยิ่งมนุษย์ต้องอาศัยการจำในการเรียนรู้ ดังนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนอย่างแท้จริง จึงจำเป็นต้องศึกษาความรู้เกี่ยวกับการจำด้วย

### 3.3 ความหมายของการจำ

Lachman, Lachman และ Butterfield (1979 อ้างถึงใน โยธิน สันสนยุท, 2533: 96) กล่าวไว้ว่า การจำ หมายถึง การเก็บรักษาข้อมูลไว้ระยะหนึ่ง ช่วงระยะเวลาที่ข้อมูลถูกเก็บรักษาเอาไว้ นั่นอาจจะเป็นเวลาน้อยกว่าหนึ่งวินาที หรืออาจยาวตลอดชีวิต

Myer (1992: 253) กล่าวว่า การจำ คือ สิ่งที่ใช้เป็นตัวบ่งชี้ถึงการคงอยู่ของสิ่งที่ได้เรียนรู้

Anderson (1995: 5) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง การบันทึกประสบการณ์ให้มีความคงทน ซึ่งอาศัยการเรียนรู้เป็นพื้นฐาน

สุชา จันทรเอม (2531: 181) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ คือ สภาพหรืออาการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้วออกมาแสดงให้เห็นอีกในปัจจุบัน อธิบายอีกนัย

หนึ่ง ก็คือ การที่บุคคลสามารถถ่ายทอดสิ่งที่เคยรับรู้ และเก็บเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ประสบมาแล้ว ออกมาได้อย่างถูกต้อง

จิรภา เต็งไตรรัตน์และคณะ (2544: 138) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถคงสิ่งที่ได้เรียนรู้และระลึกได้ การจำเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ เช่นเดียวกับการรับรู้ การคิด พฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายในจิตใจนี้เป็นพฤติกรรมภายในไม่สามารถสังเกตเห็นได้โดยตรง

สุรวงศ์ ไคว์ตระกูล (2544: 250) กล่าวไว้ว่า ความจำ คือ ความสามารถที่จะเก็บสิ่งที่เรียนรู้ไว้ได้เป็นเวลานานและสามารถค้นคว้ามาใช้ได้หรือระลึกได้

ถวิล ธาราโกชน์ และศรัณย์ ดำริสุข (2545: 93) กล่าวถึงความหมายของการจำว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวต่าง ๆ ไว้ในตัวของเราและระลึกออกมาเมื่อมีการอ้างถึงเรื่องนั้น ๆ

จากความหมายของการจำดังกล่าวข้างต้น อาจสรุปได้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวที่ได้เรียนรู้ หรือประสบการณ์ที่ผ่านมา และสามารถระลึกมาใช้ได้เมื่อต้องการนำความรู้ที่นั้น ๆ มาใช้

### 3.4 กระบวนการของการจำและระบบความจำ

#### กระบวนการของการจำ (Memory Process)

Gagne (1970: 70-71) ได้อธิบายขั้นตอนของกระบวนการจำดังนี้

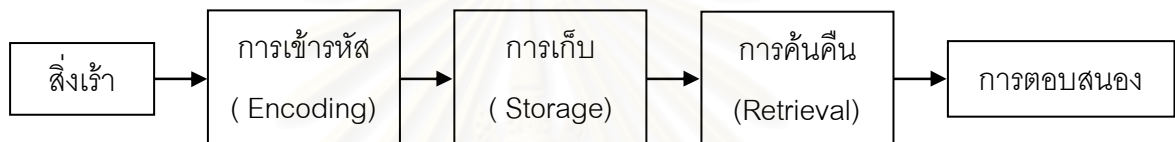
1. ขั้นสร้างความเข้าใจ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้า
2. ขั้นเรียนรู้ ในขั้นนี้จะเกิดการเปลี่ยนแปลงเกิดเป็นความสามารถอย่างใหม่
3. ขั้นเก็บไว้ในความจำ คือ การนำเอาสิ่งที่เรียนรู้ไปเก็บไว้ในส่วนของความจำ

ในช่วงระยะเวลาหนึ่ง

4. ขั้นการรื้อฟื้น คือ การเอาสิ่งที่เรียนไปแล้วและเก็บเอาไว้ในลักษณะของการกระทำที่สังเกตได้

Atkinson et al. (1990: 289) ได้จำแนกกระบวนการจำออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การเข้ารหัส (Encoding) เป็นการทำงานของระบบประสาทสัมผัสที่รับข้อมูลเข้ามาจากสิ่งเร้า ซึ่งข้อมูลนั้นอาจจะเป็นภาษา สัญลักษณ์ หรือเหตุการณ์ และสมองจะแปลความหมายเหล่านั้นจนเกิดความเข้าใจ
2. การเก็บ (Storage) ข้อมูลดังกล่าวจะถูกกลไกทางสมองเก็บรักษาข้อมูลเหล่านั้นไว้เป็นการเก็บไว้ในความจำระยะยาว
3. การค้นคืน (Retrieval) เป็นการค้นคืนข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำระยะยาวมาใช้เมื่อต้องการนำข้อมูล ความจำบางอย่างค้นคืนได้เร็ว เช่น เลขหมายโทรศัพท์ แต่บางอย่างจะต้องใช้ความพยายามที่จะระลึก บางครั้งจำเป็นจะต้องใช้เครื่องชี้แนะ (Cues)



แผนภาพที่ 3 ขั้นตอนกระบวนการจำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520: 3-20) ได้แบ่งลำดับขั้นของความจำออกเป็น 3 ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นเสนอสิ่งเร้า คือ การเสนอสิ่งที่ต้องการให้จำให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้สิ่งนั้นจนเข้าใจเสียก่อน
2. ขั้นกิจกรรมแทรก คือ การให้ผู้เรียนทำกิจกรรมอื่นเป็นกิจกรรมที่สอดแทรกระหว่างขั้นเสนอสิ่งเร้าและขั้นการทดสอบ
3. ขั้นการทดสอบ จะบ่งชี้ว่าผู้เรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนในขั้นการนำเสนอสิ่งเร้าได้มากน้อยเพียงใด มีวิธีทดสอบความจำ 3 วิธี คือ
  - 3.1 การจำได้ เป็นการทดสอบความจำโดยแสดงสิ่งเร้าที่เคยประสบมาแล้ว
  - 3.2 การระลึกได้ เป็นการระลึกสิ่งที่เคยประสบในอดีตออกมา โดยไม่มีสิ่งเร้าที่เคยปรากฏมาปรากฏให้เห็น
  - 3.3 การเรียนรู้ซ้ำหมายถึง การทำซ้ำ ๆ หรือเสนอสิ่งเร้าซ้ำ ๆ ในการเรียนรู้ การเรียนรู้แบบนี้มักใช้วัดด้วยเวลาหรือจำนวนครั้ง

## ระบบความจำ (System of Memory)

วิภากร มาพบสุข (2542: 351-353) กล่าวว่า ระบบความจำของมนุษย์จำแนกออกเป็น 3 ระบบ คือ ระบบความจำการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) ระบบความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และระบบความจำระยะยาว (Long-term Memory)

1. ระบบความจำการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) ความจำการรู้สึกสัมผัส หมายถึง การคงอยู่ของความรู้สึกสัมผัส หลังจากที่มีการเสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลงความคงอยู่ของสัมผัสดังกล่าวนี้ ทำให้เกิดการเห็นภาพซ้อนต่อเนื่องกันไป ซึ่งเป็นหลักการของการฉายภาพยนตร์ ระบบความจำการรู้สึกสัมผัสมีหลายประเภท ได้แก่

1.1 ความจำภาพติดตา (Iconic Memory) เป็นภาพที่ติดอยู่ในความทรงจำ หลังจากที่มีการเสนอภาพซึ่งเป็นสิ่งเร้าทางตาสิ้นสุดลงแล้ว แต่ภาพที่คนเราเห็นนั้นไม่ได้หายไปทันที พร้อมกับรูปภาพ ภาพยังคงติดตาอยู่เกือบ 1 นาที ในระหว่างที่เป็นภาพติดตาอยู่นี้ ภาพใดได้รับการตีความจากสมองก็จะเป็นการรับรู้และเข้าสู่ระบบความจำระยะสั้น ส่วนภาพใดที่ไม่ได้รับการตีความก็จะเลือนหายไป

1.2 ความจำเสียงก้องหู (Echoic Memory) ความจำเสียงก้องหู หมายถึง การที่เสียงยังคงอยู่ในระบบการได้ยินหลังจากที่พลังเสียงได้เจ็บบหายไปแล้ว การคงอยู่ของเสียงช่วยให้เราสามารถตีความเสียงที่เราได้ยินได้ครบถ้วน

2. ระบบการจำระยะสั้น (Short-term Memory หรือ S.T.M.) เป็นความจำหลังการรับรู้ซึ่งสิ่งเร้าที่ได้ตีความหมายจนเกิดเป็นการรับรู้แล้วฝังตัวอยู่ในความจำระยะสั้น เราใช้ความจำระยะสั้นสำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้ประโยชน์ในขณะที่จำอยู่เท่านั้น เช่น การจำชื่อบุคคลที่เคยรู้จัก การจำอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ เป็นต้น ความจำระยะสั้นนี้สูญหายไปจากความทรงจำได้ง่ายมาก ถ้าผู้จำไม่ได้ใส่ใจอยู่กับสิ่งที่ต้องการจำนั้น นอกจากนี้ความจำระยะสั้นยังเก็บข้อมูลไว้ได้ปริมาณจำกัด

3. ระบบความจำระยะยาว (Long-term Memory หรือ L.T.M.) เป็นความจำที่มีความคงทนถาวรมากกว่าความจำระยะสั้น อาจจำเป็นเดือนหรือเป็นปี โดยปกติเราจะไม่รู้สึกละเอียดเป็นความจำระยะยาว แต่เมื่อต้องการใช้ข้อมูลเหล่านั้นก็สามารถฟื้นความจำและแสดงออกมาได้ เช่น ประสบการณ์ประทับใจในวัยเด็กเราสามารถจำได้นานจนบัดนี้ ความจำในลักษณะนี้จัดว่าเป็นความจำระยะยาวทั้งสิ้น

สิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาวจะอยู่ในรูปของความหมาย หรือความเข้าใจในสิ่งเร้าที่ตนได้สัมผัส ซึ่งความหมาย และความเข้าใจนี้เป็นผลของการตีความสิ่งเร้าในความจำระยะสั้น เช่น ในขณะที่เราดูภาพยนตร์ภาพและเสียงในภาพยนตร์นั้นจะอยู่ในความจำระยะสั้น สมองจะตี

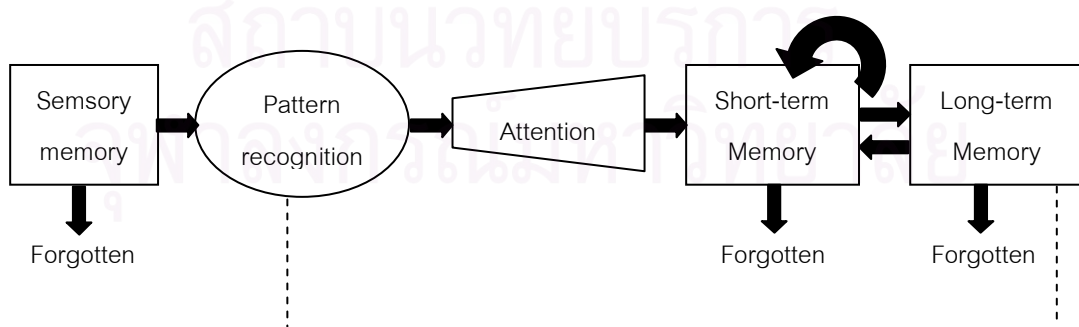
ความหมายภาพและเสียงติดต่อกันไปเรื่อย ๆ ตั้งแต่ต้นจนจบเราเกิดความเข้าใจเรื่องราวของภาพยนตร์นั้นโดยตลอด ภาพและเสียงเหล่านั้นจะถูกปล่อยให้สลายตัวไปจากความจำระยะสั้น ส่วนความหมายและความเข้าใจเกี่ยวกับภาพยนตร์นั้น จะอยู่ในความจำระยะยาว เมื่อมีเพื่อนมาถามว่าดูหนังสนุกไหม เล่าให้ฟังหน่อยเราจะเริ่มทบทวนเนื้อเรื่องในภาพยนตร์และเล่าให้ฟังตามความเข้าใจของตนเอง

เนื่องจากสิ่งที่อยู่ในความทรงจำระยะยาวเป็นความหมาย หรือความเข้าใจที่เกิดจากการตีความสิ่งเร้าตามประสบการณ์ ตามความเชื่อ และตามความสนใจของเราเอง ดังนั้นความเข้าใจที่อยู่ในความจำระยะยาวอาจจะตรงหรืออาจจะไม่ตรงกับสิ่งเร้าจริงก็ได้ เช่น การสนทนาในชีวิตประจำวัน บางครั้งมีการเข้าใจผิดเกิดขึ้นโดยผู้ต้องการสื่อความหมายอย่างหนึ่ง แต่ผู้ฟังตีความหมายจนเกิดความเข้าใจไปอีกทางหนึ่งซึ่งไม่ตรงกัน

### การเปลี่ยนจากความจำระยะสั้นเป็นความจำระยะยาว (Transfer from Short - Term to Long-Term Memory)

ทฤษฎีที่จะอธิบายถึงการเปลี่ยนสิ่งที่อยู่ในความจำระยะสั้นให้เป็นความจำระยะยาวได้แก่ ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual-Memory Theory)

ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual-Memory Theory) เป็นทฤษฎีของ Atkinson และ Shiffrin (1971) มีใจความว่าข้อมูลต่าง ๆ ที่เข้ามาอยู่ในความจำระยะสั้น (S.T.M.) ข้อมูลนั้นต้องได้รับการทบทวนตลอดเวลา มิฉะนั้นความจำเกี่ยวกับข้อมูลนั้นจะสลายตัวไปอย่างรวดเร็ว กลายเป็นลืม และข้อมูลใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นเป็นเวลานานเท่าไร ข้อมูลนั้นก็จะมีโอกาสฝังตัวเป็นความจำระยะยาวมากขึ้นเท่านั้น การทบทวนซ้ำ ๆ ไม่เพียงแต่ทำให้ข้อมูลคงอยู่ในความจำระยะสั้นเท่านั้น แต่ยังทำให้ข้อมูลอยู่ในความจำระยะยาวด้วย ดังแผนภาพที่ 4



แผนภาพที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างความจำระยะสั้น และความจำระยะยาว

ที่มา : Atkinson et al. (1990: 289)

### 3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

การจดจำเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้นั้น นอกจากต้องอาศัยกระบวนการที่ทำให้เกิดความจำแล้วยังขึ้นอยู่กับปัจจัยหลาย ๆ อย่าง ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวไว้ดังนี้

Hunter (1980: 5) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำของมนุษย์มี 5 ประการ ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหาที่เรียน (Meaning) นักเรียนที่จดจำความหมายของวัตถุจะสามารถเรียนรู้ได้ดีกว่าคนที่ไม่เรียนรู้ความหมาย เช่น การเรียนขั้นตอนการหารยาว ถ้าขาดความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวก ลบ คูณ และหาร ก็จะทำให้ลืมขั้นตอนการหารยาวได้อย่างรวดเร็ว

2. ระดับของการเรียนรู้เริ่มต้น (Degree of original learning) เรื่องราวบางอย่างสามารถเรียนรู้ได้ดีในตอนเริ่มต้น เช่น ถ้าได้รู้จักใครสักคนในตอนแรกแล้วรู้สึกประทับใจเวลาต่อมา ก็จะไม่ลืมชื่อของเขา

3. การแสดงความรู้สึกของจิตใจ (Presence of feeling tone) เป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการจำ ความคงทนของระดับความรู้สึกนำไปสู่การจำ คนเราจดจำสิ่งที่ดีที่สุดถ้ารู้สึกประทับใจ ต่อมาอาจจะจำบางสิ่งในระดับที่ไม่พอใจทั้ง ๆ ที่พยายามที่จะขจัดทิ้งไปจากความทรงจำ

4. การถ่ายโยงทางบวกและทางลบ (Positive and negative transfer) การถ่ายโยงทางบวก เป็นการเรียนรู้ผ่านประสบการณ์ช่วยให้คนเราจดจำบางสิ่งบางอย่างในปัจจุบัน และนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ได้อย่างเหมาะสมดี การถ่ายโยงทางลบ เป็นการเรียนรู้สิ่งที่ยุ้งยากพยายามที่จะหลีกเลี่ยงอุปสรรคเหล่านี้

5. การฝึกหัด (Schedule of practice) เป็นตัวสร้างให้เกิดความจำ การฝึกหัดที่ดีควรเพิ่มความซับซ้อนมากขึ้น จึงจะประสบความสำเร็จ พยายามจำลักษณะพิเศษ หรือปัจจัยที่กระตุ้นให้เกิดความคงทน ความทรงจำจะเพิ่มขึ้นทีละน้อยและจะคงทนในความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย

ประสาธ อิศรปริดา (2518: 183) ได้กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อการจำของมนุษย์มีหลายประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหา เนื้อหาที่นักเรียนเข้าใจและมีความหมายต่อนักเรียน นักเรียนจะจำได้ดีกว่าเนื้อหาที่ไม่มี ความหมาย

2. การทบทวน การทบทวนได้อ่านอยู่เสมอ ย่อมทำให้ความจำดีขึ้น

3. การเรียนรู้สอดแทรก ความจำจะดีหรือไม่นั้นจะขึ้นอยู่กับ การเรียนรู้อื่น ๆ ที่แทรกขึ้นมา ซึ่งการเรียนรู้ที่แทรกขึ้นมาอาจจะเป็นการเรียนรู้เก่าหรือความรู้ใหม่ก็ได้ ถ้าสิ่งที่เรียนรู้เก่า

ไปขัดขวางสิ่งที่เรารู้ใหม่ ทำให้การจำความรู้ใหม่ยากขึ้น ในทางตรงข้าม ถ้าสิ่งที่เรารู้ใหม่เข้าไปขัดขวาง ทำให้การจำสิ่งที่เรารู้มาก่อน หรือความรู้เก่าเลอะเลือนหรือลดน้อยลง ดังนั้นควรเลือกสถานการณ์การเรียนรู้ต่าง ๆ ที่จะส่งเสริมซึ่งกันและกัน หรือที่มีการขัดขวางซึ่งกันและกันน้อยที่สุด

4. ความสัมพันธ์ของเนื้อหา ก่อนที่จะให้เด็กท่องเรื่องต่าง ๆ ต้องให้เด็กเข้าใจก่อนว่ามีรายละเอียดอย่างไร สัมพันธ์กันอย่างไร แล้วลงมือท่องโดยยึดความสัมพันธ์เป็นหลัก

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 239) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำ สรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้ (Learning) ผู้ที่สามารถจำได้มักเกิดจากการเรียนรู้ที่แท้จริง มีเหตุผล และมีหลักเกณฑ์ สามารถสะสมหรือจำเหตุการณ์ต่าง ๆ นั้นได้ เช่น เรียนรู้ว่า 1 บาท มี 4 สลึง ถ้าคนซื้อ 2 บาท โดยใช้เหรียญสลึงแทนเหรียญบาท จะต้องได้ถึง 8 สลึง เป็นต้น

2. ความสามารถในการสะสม (Retention) หมายถึง การรวบรวมประสบการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงหรือทางอ้อม เช่น การที่ลิงชิมแพนซีของโคย์เลอร์รวบรวมประสบการณ์ การสอยผลไม้มาแก้ปัญหา การสอยกล้วยกินเมื่อถูกขังอยู่ในกรง เป็นต้น

3. ความสามารถในการถ่ายทอดได้ (Reproduction) หมายถึง การที่บุคคลสามารถดึงเอาสิ่งที่สะสมอยู่มาใช้ โดยการเล่าหรืออธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งออกมา 2 รูปแบบ คือ

3.1 การระลึกได้ (Recall) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมาโดยการเล่า บรรยายหรืออธิบายสิ่งที่เคยจำได้นั้นออกมาได้ถูกต้อง โดยไม่ต้องมีสิ่งนั้นมาปรากฏให้เห็น

3.2 การจำได้ (Recognition) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมาโดยการชี้สิ่งนั้นได้ถูกต้อง เมื่อมีสิ่งเร้าอื่น ๆ ปะปนอยู่ด้วย เช่น การชี้ตัวผู้ต้องหาบนโรงพัก แม้จะมีผู้อื่นที่ไม่ใช่ผู้ต้องหาปะปนอยู่

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำนั้นมีหลายประการ ทั้งกระบวนการเรียนรู้ วิธีการที่จะทำให้เกิดการจำ การทบทวน การฝึกหัด ความเข้าใจในเนื้อหา ซึ่งในการเรียนรู้ถ้าผู้เรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างเข้าใจ ก็จะทำให้สิ่งนั้นคงทนอยู่นานและยังสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

### 3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน

วารินทร์ รัศมีพรหม (2532: 29) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนที่มีผลต่อความคงทนในการเรียน ดังนี้

1. การเรียนรู้สิ่งที่มีความหมายต่อผู้เรียนจะทำให้ผู้เรียนเรียนได้เร็วและจำได้นาน

กว่าสิ่งที่ไร้ความหมาย

2. การเรียนรู้ที่เชื่อมโยงวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องมากกว่า 2 อย่างขึ้นไปจะเกิดขึ้นได้ถ้านำวัตถุหรือเหตุการณ์นั้นไว้ติดกันหรือต่อเนื่องกัน หลักการนี้คือ หลักความใกล้ชิด (Proximity) และหลักการความต่อเนื่อง (Contiguity)

3. ความถี่ของสิ่งเร้า (Stimulus) และการตอบสนองที่เกิดขึ้นเหมือนหรือคล้ายกัน มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ตามกฎความถี่ของธอร์นไดค์ การกระทำซ้ำ ๆ หรือการฝึกฝนจะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในระยะสั้น ๆ แต่กระบวนการที่ใช้ เช่น การใช้รหัส การเสริมแต่ง และการถ่ายทอดจะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในความจำระยะยาว การทำซ้ำ ๆ เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนทักษะและในการเรียนรู้สิ่งที่ไร้ความหมาย ดังนั้นผู้ออกแบบสารจึงต้องออกแบบสารให้มีความหมายที่ผู้เรียนสามารถจำได้ดีขึ้น

4. การเรียนขึ้นอยู่กับผลการเรียน ถ้าผลการเรียนนั้นให้ความชื่นชอบ ลดความตึงเครียด มีประโยชน์ เป็นการให้รางวัล หรือเป็นข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นและคงทนมากขึ้นตามกฎธอร์นไดค์ (Law of effect)

วิธีการที่จะช่วยให้เกิดความจำระยะยาวได้ดี แบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ การจัดบทเรียนให้มีความหมาย และการจัดสภาพส่งเสริมการเรียน

1. การจัดบทเรียนให้มีความหมาย หากเนื้อหาที่มีความหมายเพียงพอแล้วย่อมไม่มีการลืมเนื้อหานั้น แม้เนื้อหานั้นจะมีโครงร่างไม่ดีนัก แต่หากมีความหมายแก่ผู้เรียนเขาก็จะจดจำได้นาน ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนหรือความจำดีขึ้น โดยใช้วิธีการดังนี้

1.1 การสร้างสื่อสัมพันธ์ (Mediation) เป็นวิธีการสร้างสัมพันธ์อย่างมีความหมาย ช่วยในการจำบทเรียนที่ขาดความหมาย

1.2 การจัดเป็นระบบไว้ล่วงหน้า (Advanced Organization) เป็นการสรุปโครงสร้างหรือกระบวนการเกี่ยวกับบทเรียนให้นักเรียนทราบก่อนการเรียนในเนื้อหาวิชานั้น ๆ

1.3 การจัดเป็นลำดับขั้น (Hierarchical Structure) เน้นการจัดบทเรียนให้เป็นลำดับตามขั้นการเรียนรู้ ในลำดับขั้นต่ำกว่าจะเป็นพื้นฐานให้ผู้เรียนเรียนรู้ขั้นที่สูงขึ้นเป็นลำดับไป นักเรียนต้องมีความรู้ในขั้นแรกก่อนที่จะเรียนรู้ในขั้นต่อไป

1.4 การจัดเข้าเป็นหมวดหมู่ (Organization) เป็นการนำข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วมาจัดให้เข้าเป็นระบบระเบียบและเข้าแบบแผน จะใช้ในกรณีต้องการสร้างความเชื่อมโยงของข้อมูลจำนวนมาก ๆ การจัดข้อมูลนี้จะเป็นการประหยัดเนื้อที่การเก็บข้อมูลในสมอง ปัญหาของการเก็บข้อมูลในความจำระยะยาวคือ การรื้อฟื้นรอยจำขึ้นมาได้ยาก แต่การจัดระเบียบแบบแผนอาจกระทำได้โดยการจัดตามหัวข้อเรื่องและการจัดตามลำดับอนุกรม ประเภท ความยากง่าย เป็นต้น

2. การจัดสภาพส่งเสริมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทำกิจกรรมต่าง ๆ เกี่ยวกับบทเรียนมากขึ้น ทั้งในระหว่างการเรียนการสอนและภายหลังการเรียนการสอนแล้ว โดยใช้วิธีการดังนี้

2.1 การนึกถึงสิ่งที่เรียนขณะฝึกฝนอยู่ (Recall during practice) หมายถึง การทบทวนบทเรียนภายหลังที่อ่านจบแต่ละครั้ง สมมติว่าบทเรียนหนึ่งต้องใช้เวลาอ่านทีละ 30 นาที ครูกำหนดเวลาอ่าน 2 ชั่วโมง นักเรียนที่อ่านตั้งแต่ต้นจนจบครบ 4 เทียบจะจำได้น้อยกว่านักเรียนที่อ่านจบหนึ่งเที่ยวแล้วทบทวนข้อความที่อ่านนั้น เพื่อทำความเข้าใจชัดเจนขึ้นแม้จะใช้เวลา 2 ชั่วโมงเท่ากันก็ตาม

2.2 การเรียนเพิ่มเติม (Over Learning) หมายถึง การเรียนภายหลังที่จำบทเรียนนั้นได้แล้ว ลักษณะนี้เห็นได้ชัดเจนที่จำข้อความสั้น ๆ ซึ่งอ่านเพียงครั้งเดียวก็จำได้ แต่ถ้าเราอ่านเพียงเที่ยวเดียว ในเวลาเพียงไม่กี่วินาทีเราก็ลืม หากได้อ่านทบทวน 4-5 เที่ยว จะทำให้จำได้ดีขึ้นและจำได้นาน

2.3 การท่องจำ (Recitation) การท่องจำจะยิ่งทำให้จำได้มากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เพราะผู้ที่ท่องอย่างมีความตั้งใจมักจะมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และเมื่อท่องไปได้ระยะหนึ่งผู้ท่องจะทราบความก้าวหน้าของตนเองทำให้เกิดกำลังใจที่จะท่องต่อไป นอกจากนี้การท่องเป็นกิจกรรมที่มีจุดหมายแน่ชัด ผู้ท่องจะตั้งระดับความมุ่งหวังไว้และมุ่งให้บรรลุถึงเป้าประสงค์

2.4 การสร้างจินตภาพ (Imagery) หมายถึง การสร้างรหัสโดยนึกภาพในใจเป็นการเอาสิ่งที่ต้องการจำไปเชื่อมโยงกับสิ่งที่จำได้ดีแล้ว โดยการนึกภาพเป็นคู่สัมพันธ์ หากนึกภาพได้แปลกเท่าใดความคงทนจะยิ่งมากขึ้น

อุดม จักรพันธ์ (2541 : 118) ได้อธิบายเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ข้อเท็จจริงและมีความคงทนในการเรียน ต้องจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับสัมผัส การรับรู้และการจำที่ดี ซึ่งมีข้อคำนึงในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1. จัดระบบระเบียบสื่อเอกสารที่ใช้ในการเรียนให้เป็นหมวดหมู่ สะดวกต่อการเรียนรู้
2. ช่วยให้นักเรียนเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมและความรู้ใหม่ที่ได้รับ
3. สื่อเอกสารข้อสนเทศที่ซับซ้อนต้องมีการเรียงลำดับก่อนหลังให้เอื้อต่อการเรียนรู้
4. จัดเตรียมคำสรุปความรู้ที่ถูกต้องเอาไว้ให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตน
5. จัดให้มีการฝึกฝนหรือการทบทวนเพื่อให้เกิดความคงทนในการจำ
6. ส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบและประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน ครูควรจัดบทเรียนให้มีความหมาย มีความเป็นระบบ ลำดับหมวดหมู่ และจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับสัมผัส การรับรู้และการจำที่ดี

### 3.7 การวัดความคงทนในการเรียน

ภายหลังจากเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแล้ว นอกจากครูจะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแล้ว ครูควรวัดความคงทนในการเรียนของนักเรียนด้วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่งการวัดความคงทนในการเรียนนั้นมีนักการศึกษาและนักวิชาการกล่าวถึงไว้ดังนี้

Nunnally (1959: 105-108) ได้กล่าวถึง การวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนเพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง

Lindvall and Nitko (1967: 127) ได้กล่าวถึง ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า การสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2525: 118) กล่าวว่า การศึกษาทบทวนสิ่งที่จำได้อยู่แล้วซ้ำอีก จะช่วยให้ความจำถาวรมากยิ่งขึ้น ช่วงเวลาที่ความจำระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวหรือความคงทนในการเรียนใช้เวลาประมาณ 14 วัน หลังจากได้เรียนรู้ผ่านไปแล้ว

ชวาล แพร์ตกุล (2526: 1) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนรู้ไว้ว่า การวัดความคงทนในการเรียนรู้ คือ การสอบซ้ำ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกันไปสอบกับกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน เวลาในการสอบครั้งแรกและครั้งที่สอง ควรเว้นห่างกันประมาณ 2 – 4 สัปดาห์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่เหมาะสมในการวัดความคงทนในการเรียน คือ ประมาณ 2 สัปดาห์ หลังจากทีเรียนผ่านไป สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วัดความ

คงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และวัดหลังจากการวัดครั้งที่ 1 เป็นเวลา 2 สัปดาห์

#### 4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

##### 4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Beckett (1999) ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ในวิชาสถิติจากสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองของนิสิต กลุ่มตัวอย่างจำนวน 101 คน ซึ่งลงทะเบียนเรียนในวิชาสถิติและความน่าจะเป็น โดยทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบเขียนตอบเพื่อตัดสินความสามารถในการให้เหตุผล และทำการสำรวจสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองที่เน้นการปฏิสัมพันธ์ภายในกลุ่มจากการอภิปราย การสื่อสาร กระบวนการคิด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของกลุ่มทดลองสองกลุ่ม กับกลุ่มควบคุมอีกสองกลุ่ม เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา นิสิตทุกคนทำแบบสำรวจสภาพแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อการพัฒนาความรู้ด้วยตนเอง และประเมินความคิดเห็นตามวิธีการสอนจากสร้างสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้ เพื่อการพัฒนาความรู้ด้วยตนเอง ผลปรากฏว่ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ สอดคล้องกับสมมติฐานที่ว่าสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้เพื่อการพัฒนาความรู้ด้วยตนเองช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจด้านมโนทัศน์

Pinzka (1999: 1491A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันกับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์ ในวิชาแคลคูลัสของนักศึกษา ระดับอุดมศึกษา โดยทำการทดสอบความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และมโนทัศน์ เรื่อง อนุพันธ์ นักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัส ในภาคเรียนที่ 1 จำนวน 33 คน และทำการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล กับนักศึกษา จำนวน 6 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจ เรื่อง ฟังก์ชันและมโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนมีกระบวนการและแนวคิดในแต่ละมโนทัศน์แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์เกี่ยวกับเรขาคณิต สามารถตีความหมายและอธิบายกราฟของฟังก์ชัน สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ ของฟังก์ชัน เข้าใจถึงการใช้เครื่องหมาย กระบวนการ โดเมนของฟังก์ชัน และสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน

Rittle-Johnson (1999) ได้เสนอรูปแบบซ้ำเพื่อความเข้าใจในการพัฒนาความรู้

ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ และรวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงการนำเสนอปัญหา โดยมีกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม คือนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ที่ได้รับการประเมินความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ เรื่อง เศษส่วน ก่อนและหลังการแก้ปัญหา ผลการทดลองของนักเรียนเกรด 5 พบว่า ความรู้ด้านมโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อนของนักเรียนจะสนับสนุนประโยชน์ของความรู้ด้านการดำเนินการ และความรู้ด้านการดำเนินการก็ส่งเสริมการปรับปรุงความรู้ด้านมโนทัศน์ด้วย ดังนั้นการนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องจึงเป็นสื่อสัมพันธ์ระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการที่ได้รับการปรับปรุง ผลการทดลองนักเรียนเกรด 6 พบว่า มีการเชื่อมโยงการนำเสนอปัญหาที่ได้รับการปรับปรุงไปสู่ความรู้ด้านการดำเนินการที่ปรับปรุงแล้ว นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้แสดงออกจะนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องมากกว่าและได้รับประโยชน์จากความรู้ด้านการดำเนินการมากกว่าด้วย

Carvey (2002) ทำการศึกษาการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการเรียนวิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของนักศึกษา ที่เข้าร่วมศึกษาแผนการสอนด้วยการคิดและการวางแผนวิธีการสอน เรื่อง สามเหลี่ยมมุมฉากตรีโกณมิติ ระยะเวลา 5 สัปดาห์ โดยนักศึกษามีโอกาสในการแลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนๆ โดยแบ่งการศึกษาออกเป็นสองส่วน ดังนี้ ส่วนแรกศึกษาการพัฒนาความเข้าใจของนักศึกษา เรื่อง สามเหลี่ยมมุมฉากตรีโกณมิติ ผลการศึกษาพบว่า การพูดคุยเกี่ยวกับภาพเป็นตัวช่วยในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ส่วนโอกาสและบริบทอื่น ๆ จะนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจและกลวิธีการสอน ส่วนที่สองศึกษาความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ความคล้ายคลึงของการพัฒนาความเข้าใจ ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาได้รับประโยชน์จากการพูดและฟังภาษาทางคณิตศาสตร์ เช่น ปรับเปลี่ยนจากการพูดเพื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการพูดเพื่อการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการศึกษายังระบุอีกว่านักศึกษสามารถวางแผนเพื่อการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วย

Grinevitch (2004) ทำการศึกษาความเข้าใจเรื่องพีชคณิตนามธรรม (Abstract Algebra) ของนักศึกษาโดยใช้ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไฟรีและไคเรน เพื่อตรวจสอบการเรียนรู้และความเข้าใจมโนทัศน์พื้นฐานของทฤษฎีกลุ่มและตรวจสอบลักษณะเฉพาะของการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของไฟรีและไคเรน ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยศึกษาเชิงลึกเป็นรายกรณีของนักศึกษา 6 คนที่เรียนวิชาพีชคณิตนามธรรม เรื่อง มโนทัศน์ของกลุ่ม และมโนทัศน์ของกลุ่มที่คล้ายกัน การประเมินผล

ถูกออกแบบเป็นพิเศษตามรูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและโคเรน เพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจที่นักศึกษาแสดงออกมา เก็บข้อมูลโดยการสังเกตในชั้นเรียนรายวัน การวิเคราะห์การเขียน การบ้าน การวิเคราะห์โจทย์ และบันทึกเสียงจากการสัมภาษณ์ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนแต่ละคนซึ่งอภิปรายถึงระดับความเข้าใจ พบว่า ความเข้าใจในทัศนคติของกลุ่มแสดงออกได้ลึกซึ้ง มีความชำนาญ และมีความเข้าใจผิมน้อยกว่า ความเข้าใจในทัศนคติของกลุ่มที่คล้ายกัน แสดงว่ารูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและโคเรนเป็นเครื่องมือที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะเฉพาะของการพัฒนาความเข้าใจในทัศนคติทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาได้

Droujkova (2004) ได้ศึกษาบทบาทของการเปรียบเทียบในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ของสี่เหลี่ยม มีจุดมุ่งหมายในการศึกษาคือการออกแบบซอฟต์แวร์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ทำการวิจัยกับนักเรียน 6 คน ที่มีอายุตั้งแต่ 13-16 ปี โดยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล กระบวนการออกแบบซอฟต์แวร์ช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงการเปรียบเทียบการพัฒนาการคิดในเรื่องพื้นที่ของสี่เหลี่ยม โดยใช้ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและโคเรน ซึ่งโปรแกรมถูกสร้างขึ้นโดยผู้เรียนและรองรับระบบการคิดการเปรียบเทียบ ช่วยให้เกิดกระบวนการเรียนรู้และพัฒนาความรู้ร่วมกันในเรื่องพื้นที่ของสี่เหลี่ยม รูปแบบที่ใช้ในการทำกระบวนการนี้เป็นความคิดเห็นของนักเรียนที่มีลักษณะเดียวกัน มีความสัมพันธ์กัน และมีความคงที่

#### 4.2 งานวิจัยในประเทศ

ในประเทศไทยยังไม่มีงานวิจัยโดยใช้แนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและโคเรนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง แต่มีงานวิจัยที่มีลักษณะสอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและโคเรนเป็นบางส่วน ดังนี้

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดย

เน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปราโมทย์ บุญญสิริ (2546: บทคัดย่อ) วิจัยการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นการปฏิบัติ ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดีและสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง เช่น ในการทดลองกิจกรรมการวัดอุณหภูมิเพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนเต็ม โดยนักเรียนทำการทดลองวัดอุณหภูมิของน้ำ น้ำแข็ง และน้ำแข็งปนเกลือ ทำให้นักเรียนได้ข้อค้นพบเกี่ยวกับจำนวนเต็มว่า จำนวนเต็มมีทั้งที่เป็นจำนวนเต็มบวก ศูนย์และจำนวนเต็มลบ และยังทำให้นักเรียนมีเจตคติทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้น ส่งผลให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น มีความคงทนในการเรียนรู้สูงขึ้น ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จึงควรมีในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

#### 1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยในครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร บทความ วารสาร งานวิจัย และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับหลักการสอน เทคนิคการสอน ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียน
2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาเนื้อหาเรื่อง ทศนิยม และเศษส่วน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และเอกสารต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง
3. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดประเมินผลการศึกษาเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

## 2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีแบบแผนการทดลองดังต่อไปนี้

กลุ่มตัวอย่าง	การทดลอง	ทดสอบทันทีหลังการทดลอง	ทดสอบหลังการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์
E	X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
C	~X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E	แทน	กลุ่มทดลอง
C	แทน	กลุ่มควบคุม
X	แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
~X	แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

## 3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษารัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษารัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ เป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่ มีนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันมากพอสำหรับการทดลอง และจากการสำรวจพบว่า ในปีการศึกษา 2549 โรงเรียนมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 ห้องเรียน แต่ละห้องมีนักเรียน 45 คน โดยผู้วิจัยนำคะแนนสอบกลางปี ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2549 ของนักเรียนจำนวน 12 ห้อง มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ )

และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) แล้วผู้วิจัยเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 2 ห้อง ที่มีค่ามัธยฐานเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ใกล้เคียงกัน ได้แก่ ห้อง ม.1/1 และ ห้อง ม.1/2 ซึ่งมีค่ามัธยฐานเลขคณิตเท่ากับ 34.56 และ 33.69 ตามลำดับ นำมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนสอบกลางปีด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนสอบกลางปีของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.1/1 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนชั้น ม.1/2 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (รายละเอียดแสดงในผนวก จ หน้า 181 )

#### 4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

##### 4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติให้กับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วนและทศนิยม จำนวน 20 แผน ใช้ในการทดลองสอน 20 ชั่วโมง (สำหรับการสอนเรื่อง การคูณและการหารทศนิยม กับกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติเช่นเดียวกับกลุ่มควบคุม เนื่องจากแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดความยุ่งยากในการเรียนรู้) ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ขึ้นเองทั้ง 2 แบบ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เหมาะสมกับเวลาในการจัดกิจกรรม ระดับอายุ และศักยภาพการเรียนรู้ตามวัยของนักเรียน จึงพัฒนาออกมาเป็น 4 ชั้น ซึ่งครอบคลุมแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพร์และไคเรน (Pirie & Kieren, 1994: 61-86) ดังนี้

ขั้นทบทวนความรู้เดิม หมายถึง การให้นักเรียนทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนรู้ด้วยการตั้งคำถาม อภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกันในชั้นเรียน เพื่อเป็นการปรับระดับความเข้าใจในระดับแรก เป็นจุดเริ่มต้นในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ซึ่งสอดคล้องกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน ระดับความรู้เดิม

ขั้นเรียนรู้สิ่งใหม่ หมายถึง การให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา ลงมือปฏิบัติ ทดลอง อภิปราย ซึ่งนักเรียนอาจจะแสดงความรู้ในขั้นนี้ด้วยการเขียนรูปภาพ หรือแสดงความคิดเห็นให้เหตุผลตามความเข้าใจของตน โดยการใช้คำหรือภาษาที่เกี่ยวข้อง เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ใหม่ หรือข้อมูลที่นักเรียนมีโอกาสได้สัมผัสด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน ระดับการสร้างภาพและการเกิดภาพในใจ

ขั้นพิจารณาไตร่ตรอง หมายถึง การให้นักเรียนสังเกต พิจารณา รวบรวม วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความรู้ จากตัวอย่าง สถานการณ์หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนได้ลงมือทำและร่วมกันแสดงความคิดเห็น อภิปรายเพื่อหาข้อสรุปและจัดระบบของความรู้ที่ได้เป็นกฎ หรือหลักการทั่วไป ซึ่งสอดคล้องกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน ระดับการสังเกต สมบัติ การจัดระเบียบ และการสังเกต

ขั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง หมายถึง การให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้เป็นโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล และสรุปความรู้เป็นมโนทัศน์ใหม่เป็นภาษาของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน ระดับการสร้างโครงสร้างและการสร้าง

2. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนยานตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ ที่พัฒนาโดยใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับจำนวนชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน

4. วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เรื่อง ทศนิยม และเศษส่วน

5. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 2 ชนิด ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ย่อย ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป สื่อการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองแบบมีความแตกต่างกันที่กิจกรรมการเรียนรู้ โดยกลุ่มทดลองได้ทำกิจกรรมเพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ในขั้นนำ เป็นขั้นทบทวนความรู้เดิม ขั้นสอนเป็นขั้นเรียนรู้สิ่งใหม่กับขั้นพิจารณาไตร่ตรอง และขั้นสรุปเป็นขั้นสร้าง

ความรู้ด้วยตนเอง ส่วนกลุ่มควบคุมได้เรียนรู้ด้วยวิธีการต่าง ๆ ตามแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่แนะนำไว้ในคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และเป็นไปตามแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง สำหรับรายละเอียดสาระการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 20 แผน แสดงได้ดังนี้

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2 มีสาระการเรียนรู้ คือ ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-6 มีสาระการเรียนรู้ คือ การบวก ลบ คูณ ทศนิยม  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-8 มีสาระการเรียนรู้ คือ เศษส่วนและเปรียบเทียบเศษส่วน  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9-18 มีสาระการเรียนรู้ คือ การบวก ลบ คูณ ทศเศษส่วน  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 19-20 มีสาระการเรียนรู้ คือ ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 20 แผน ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสม และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. การเขียนผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- ด้านความรู้ควรเขียนให้กระชับและสื่อความหมายได้ชัดเจน
- ด้านทักษะ/กระบวนการควรเขียนให้สอดคล้องกับเนื้อหา ในบางแผนการจัดการเรียนรู้อาจจะมีมากกว่าหนึ่งทักษะ และควรเขียนให้เห็นการเกิดทักษะกระบวนการอย่างชัดเจน

- ด้านคุณลักษณะ ควรเขียนให้เห็นกระบวนการพัฒนาที่เด่นชัด

ข. การเขียนสาระสำคัญต้องเรียงลำดับความยากง่ายของเนื้อหาทั้งหมด เรียงลำดับความยากง่ายในแต่ละแผน และเรียงลำดับความยากง่ายของแบบฝึกหัดด้วย

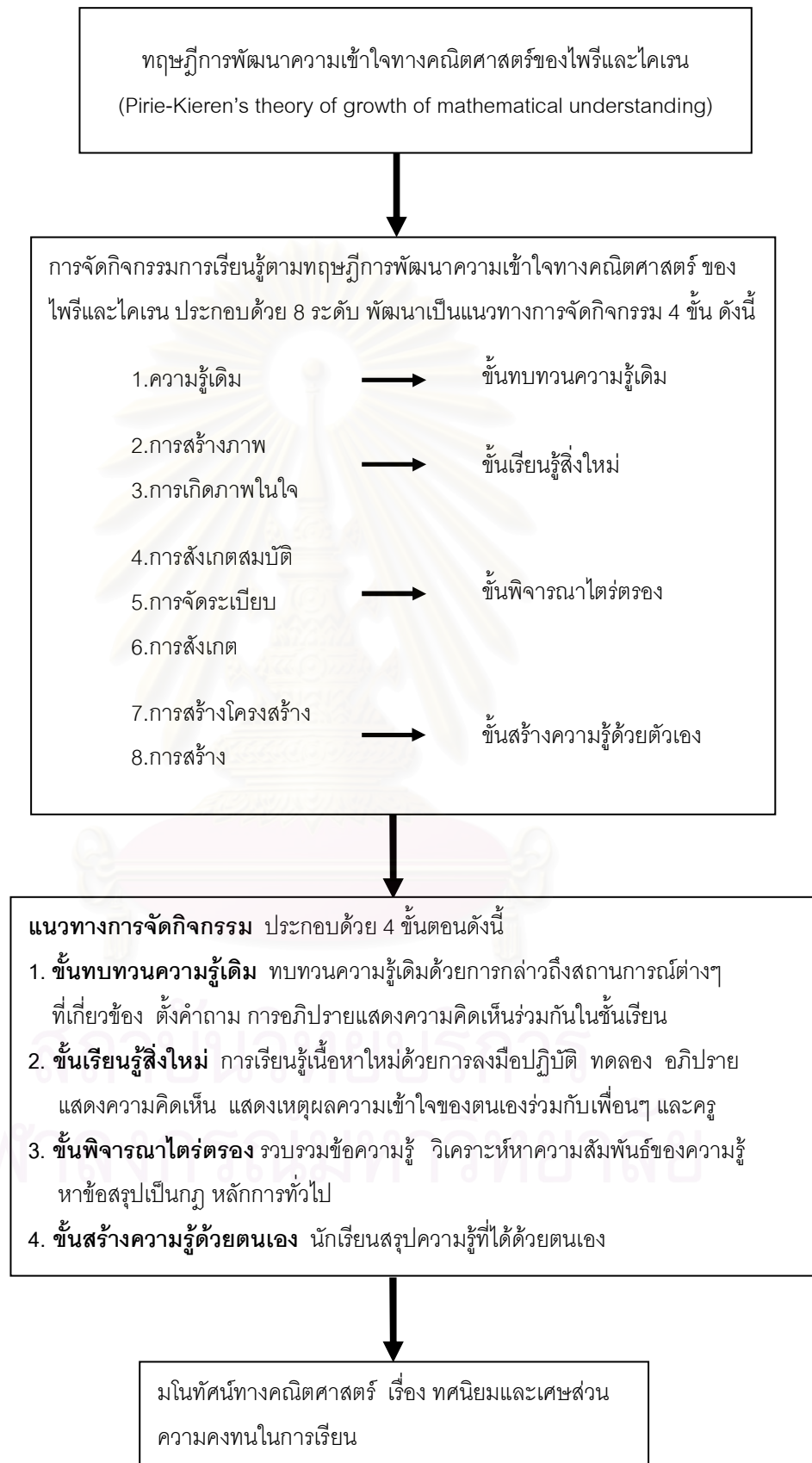
ค. ควรเขียนอธิบายกิจกรรมการเรียนรู้ชั้นสอนให้ละเอียดและชัดเจน โดยให้เต็มกระบวนการในการเรียนรู้ เพื่อให้เห็นว่าในแต่ละแผนมีกระบวนการเรียนรู้อย่างไร

ง. เอกสารฝึกหัดทุกฉบับต้องสอดคล้องกับตัวอย่างและเนื้อหาของแต่ละแผน และควรเพิ่มแบบฝึกหัดหรือโจทย์ปัญหาให้มากขึ้น เพื่อให้เห็นการพัฒนาทักษะกระบวนการอย่างชัดเจน

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา มาปรับปรุงแก้ไข พัฒนาให้ดีขึ้น และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

(รายละเอียดแสดงในผนวก ข หน้า 99 )

## กรอบแนวคิดในการวิจัย



สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ  
กลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้แสดง  
การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<b>กลุ่มทดลอง</b> (สอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์)	<b>กลุ่มควบคุม</b> (สอนแบบปกติ)
<p><b>ขั้นทบทวนความรู้เดิม</b></p> <p>ครูทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน ด้วยการกล่าวถึงสถานการณ์ต่างๆ ตั้งคำถาม อภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกันในชั้นเรียน ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วนและทศนิยม</p> <p>ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียน โดยให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมเพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย</p> <p><b>ขั้นเรียนรู้สิ่งใหม่</b></p> <p>ครูยกตัวอย่าง สถานการณ์หรือเงื่อนไขที่เตรียมไว้ ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา ลงมือปฏิบัติ ทดลอง อภิปราย ซึ่งนักเรียนอาจจะแสดงความรู้ในขั้นนี้ด้วยการเขียนรูปภาพ หรือแสดงความคิดเห็น ให้เหตุผลตามความเข้าใจของตนร่วมกับเพื่อนๆ และครู โดยการใช้คำหรือภาษาที่เกี่ยวข้อง</p>	<p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>ครูทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน ด้วยการกล่าวถึงสถานการณ์ต่างๆ ตั้งคำถาม อภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกันในชั้นเรียน ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วนและทศนิยม</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามคำแนะนำในคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 ดังนี้</p> <p>ครูใช้วิธีการที่หลากหลายในการเรียนการสอนเพื่อแสดงให้เห็นถึงมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนในชั่วโมง เช่น ใช้การถามตอบ สื่อ การอภิปราย เพื่อให้นักเรียนได้ข้อความรู้ และเป็นการชี้แนะให้นักเรียนทราบมโนทัศน์ที่ต้องการสอน</p>

ตารางที่ 1 (ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<p><b>กลุ่มทดลอง</b> (สอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์)</p>	<p><b>กลุ่มควบคุม</b> (สอนแบบปกติ)</p>
<p>ให้นักเรียนยกตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์เดียวกับสถานการณ์ที่ให้ และครูยกตัวอย่างที่เตรียมไว้ให้นักเรียนพิจารณาเพิ่มเติม</p> <p>ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความเข้าใจในเรื่องที่เรียน ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยในระหว่างทำแบบฝึกหัด</p> <p><b>ขั้นพิจารณาโดยตรง</b></p> <p>ให้นักเรียนสังเกต พิจารณา รวบรวมความรู้ วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความรู้ จากตัวอย่าง สถานการณ์หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนได้ลงมือทำและร่วมกันแสดงความคิดเห็น อภิปรายเพื่อหาข้อสรุป และจัดระบบของความรู้ที่ได้เป็นกฎ และหลักการทั่วไป โดยครูร่วมอภิปรายด้วย</p> <p><b>ขั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง</b></p> <p>นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้เป็นโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ และ สรุปความรู้นั้นเป็นมโนทัศน์ใหม่ แล้วจดลงสมุดบันทึกเป็นภาษาของตนเอง</p>	<p>ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความเข้าใจในเรื่องที่เรียน ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยในระหว่างทำแบบฝึกหัด</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่เรียน แล้วนักเรียนจดมโนทัศน์ที่ตนร่วมสรุปนั้นลงสมุดเป็นภาษาของตนเอง</p>

## 4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเองตามขั้นตอนการสร้างต่อไปนี้

**4.2.1 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 ข้อ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

4.2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2.1.2 ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544

4.2.1.3 สร้างตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน จำแนกตามมโนทัศน์และชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน โดยมโนทัศน์ตามตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบดังกล่าวมีจำนวนทั้งสิ้น 10 มโนทัศน์ (รายละเอียดแสดงในผนวก ค หน้า 147 )

4.2.1.4 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ตามตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ มีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ถ้าตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

4.2.1.5 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. จำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ต้องสอดคล้องกับเนื้อหาและจำนวนชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน

ข. ในแต่ละมโนทัศน์ ควรเรียงลำดับข้อสอบจากง่ายไปหายาก

ค. ควรเรียงลำดับตัวเลือกของข้อสอบในแต่ละข้อจากมากไปหาน้อย หรือจากน้อยไปหามาก

ง. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม	ข้อความต่อไปนี้ ข้อใด <b>เป็นเท็จ</b>
	ก. เลขโดด 2 ในจำนวน 0.021 และ 5.3295 มีค่าเท่ากัน
	ข. ในจำนวน 0.7192 เลขโดด 1 มีค่าน้อยกว่า 2
	ค. ในจำนวน 35.428 เลขโดดที่มีค่าน้อยที่สุด คือ 8
	ง. เลขโดดที่มีค่ามากที่สุดในจำนวน 0.0149 คือ 1
แก้ไขเป็น	ข้อความใดต่อไปนี้ <b>เป็นเท็จ</b>
	ก. เลขโดด 8 ของจำนวน 35.428 มีค่าน้อยที่สุด
	ข. เลขโดด 1 ของจำนวน 0.0149 มีค่ามากที่สุด
	ค. เลขโดด 1 ของจำนวน 0.7192 และจำนวน 3.192 มีค่าเท่ากัน
	ง. เลขโดด 2 ของจำนวน 0.021 และจำนวน 5.3295 มีค่าเท่ากัน
โจทย์เดิม	ข้อใดเรียงลำดับเศษส่วนที่มีค่าเข้าใกล้ 1 <b>ได้ถูกต้อง</b>
แก้ไขเป็น	ข้อใดเรียงลำดับเศษส่วนจาก <b>น้อยไปหามาก</b> ได้ถูกต้อง
โจทย์เดิม	ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนเต็มใด ๆ และ $a > b > c$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ <b>ถูกต้อง</b>
แก้ไขเป็น	ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ $a > b > c$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ <b>ถูกต้อง</b>
โจทย์เดิม	ประโยคในแต่ละข้อต่อไปนี้ ข้อใด <b>ไม่ถูกต้อง</b>
แก้ไขเป็น	ประโยคในข้อใดข้อต่อไปนี้ <b>ไม่ถูกต้อง</b>

4.2.1.6 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 90 ) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของมโนทัศน์ ข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม จากทศนิยมที่กำหนดให้ ค่าของ 5 ในข้อใดมีค่าเป็น  $\frac{5}{10^2}$   
 แก้ไขเป็น จากทศนิยมที่กำหนดให้ ค่าของเลขโดด 5 ในข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\frac{5}{10^2}$

โจทย์เดิม จำนวนทศนิยมที่อยู่ระหว่าง -0.0625 กับ 0.625 **ตรงกับข้อใด**  
 แก้ไขเป็น ทศนิยมในข้อใดที่อยู่ระหว่าง -0.0625 กับ 0.625

โจทย์เดิม ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วข้อใด  
 ต่อไปนี้**ไม่ถูกต้อง**

ก.  $\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b}$

ข.  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{c}{d} - \frac{a}{b}$

ค.  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

ง.  $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c}\right) + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{d}\right)$

แก้ไขเป็น ข้อใดต่อไปนี้**ไม่ถูกต้อง**

ก.  $\frac{3}{7} + 0 = \frac{3}{7}$

ข.  $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{4}{5}$

ค.  $\frac{1}{2} + \frac{5}{9} = \frac{5}{9} + \frac{1}{2}$

ง.  $\left(\frac{2}{9} + \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{7} = \frac{2}{9} + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{7}\right)$

โจทย์เดิม ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ  
 $a > b > c > d$  แล้วข้อใดต่อไปนี้เรียงลำดับทศนิยมซ้ำจาก  
**มากไปหาน้อย**

แก้ไขเป็น ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ  
 $a > b > c > d$  แล้วข้อใดต่อไปนี้เรียงลำดับทศนิยมซ้ำจาก  
**มากไปหาน้อย ได้ถูกต้อง**

4.2.1.7 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปะเหลียน ผดุงศิษย์ จังหวัดตรัง ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 73 คน ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนมาแล้ว

4.2.1.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 73 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.59
ค่าความยาก	มีค่า	0.07 – 0.62
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.11 – 0.61

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 24 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 21 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้น แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

4.2.1.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวิเชียรมาตุ ตรัง จังหวัดตรัง ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 95 คน ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนมาแล้ว ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.82
ค่าความยาก	มีค่า	0.11 – 0.83
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.11 – 0.81

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 32 ข้อ และครอบคลุมตามตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 30 ข้อ

4.2.1.10 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมตามตารางกำหนดลักษณะข้อสอบจำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.82
ค่าความยาก	มีค่า	0.22 – 0.79
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.25 – 0.63

4.2.1.11 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดแสดงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก ค หน้า 159 )

**4.2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม และเศษส่วน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้**

4.2.2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2.2.2 ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544

4.2.2.3 สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน (รายละเอียดแสดงในผนวก ง หน้า 168 )

4.2.2.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับการวัดประเมินผลของ Wilson (1971: 643-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

ความรู้ ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึง ความรู้ที่เคยเรียนมาแล้วเกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ

ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ที่รู้อยู่แล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความและขยายความได้

การนำไปใช้ (Application) หมายถึง การคิดแก้ปัญหาโดยการนำความรู้ กฎ สูตร ทฤษฎี หลักการ วิธีการ ตลอดจนเทคนิคต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้อยู่แล้วไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่แปลกใหม่ออกไป

การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาหาส่วนที่สำคัญ หาความสัมพันธ์ของส่วนที่สำคัญ และหลักการที่ส่วนสำคัญเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กัน เพื่อแก้ปัญหาที่แปลกกว่าปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อนได้

4.2.2.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

- ก. จำนวนข้อสอบในแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมต้องสอดคล้องกับเนื้อหาและจำนวนชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน
- ข. ในแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ควรเรียงลำดับข้อสอบจากง่ายไปหายาก
- ค. ควรเรียงลำดับตัวเลือกของข้อสอบในแต่ละข้อจากมากไปหาน้อย หรือจากน้อยไปหามาก
- ง. ควรเพิ่มจำนวนข้อสอบในระดับการนำไปใช้และระดับการวิเคราะห์ให้มีอัตราส่วนมากกว่าในระดับอื่น
- จ. ควรตรวจสอบความสอดคล้องของระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของข้อสอบในแต่ละข้อ และแก้ไขให้ถูกต้อง

ฉ. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ข้อใดเขียนเส้นจำนวนแทน  $1\frac{2}{5}$ , 2,  $3\frac{1}{2}$  ได้ถูกต้อง

แก้ไขเป็น ข้อใดเขียนแทนจำนวน  $1\frac{2}{5}$ , 2,  $3\frac{1}{2}$  ด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง

โจทย์เดิม เศษส่วนในข้อใดต่อไปนี้มีค่าต่างจากเศษส่วนในข้ออื่น

แก้ไขเป็น เศษส่วนในข้อใดต่อไปนี้มีค่าไม่เท่ากับเศษส่วนในข้ออื่น

โจทย์เดิม จำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ ข้อใดเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย

แก้ไขเป็น จำนวนในข้อใดเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย

4.2.2.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 90) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องกับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. แก้ไขความสอดคล้องของระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของข้อสอบดังนี้

ข้อ 29 เศษส่วนข้อใดมีค่าเท่ากับ 5.52

ก.  $5\frac{52}{100}$    ข.  $5\frac{5}{20}$    ค.  $\frac{552}{1000}$    ง.  $5\frac{52}{1000}$

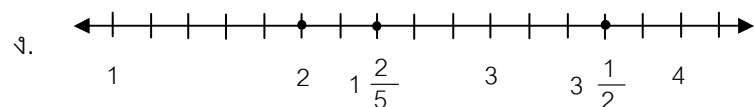
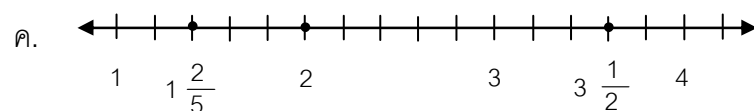
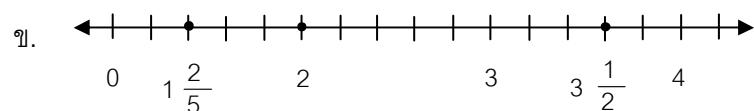
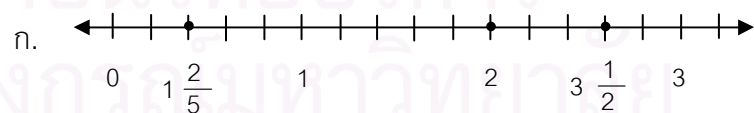
จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับความเข้าใจ แก้ไขเป็นระดับความจำ

ข. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

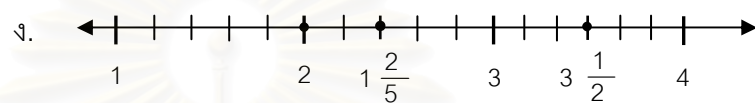
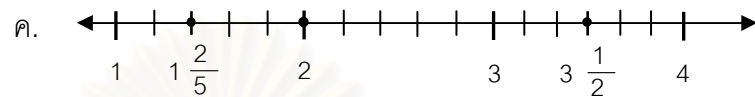
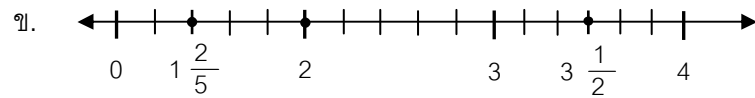
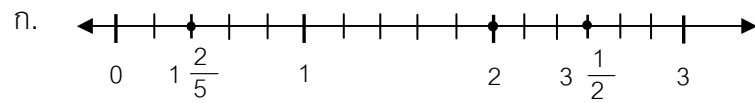
โจทย์เดิม      เชือกไนลอน 3 เส้น ยาวเส้นละ 1.78, 1.56 และ 1.89 เมตร นำปลายเชือกแต่ละเส้นมาผูกต่อกันวัดความยาวรวมได้ 5.17 เมตร เสียความยาวเชือกตรงรอยต่อทั้งหมดกี่เมตร

แก้ไขเป็น      เชือกไนลอน 3 เส้น ยาวเส้นละ 1.78, 1.56 และ 1.89 เมตร นำปลายเชือกแต่ละเส้นมาผูกต่อกันวัดความยาวรวมได้ 5.17 เมตร อยากทราบว่าความยาวเชือกตรงรอยต่อเสียไปทั้งหมดกี่เมตร

โจทย์เดิม      ข้อใดเขียนแทนจำนวน  $1\frac{2}{5}$ , 2,  $3\frac{1}{2}$  ด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง



แก้ไขเป็น ข้อใดเขียนแทนจำนวน  $1\frac{2}{5}$ , 2,  $3\frac{1}{2}$  ด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง



โจทย์เดิม ในกล่องใบหนึ่ง มีตะปูขนาดเดียวกันหนัก 1.56 กิโลกรัม น้ำหนักตะปูแต่ละตัวเป็น  $\frac{3}{4}$  กรัม อยากทราบว่าในกล่องใบนี้มีตะปูทั้งหมดกี่ตัว

แก้ไขเป็น กล่องใบหนึ่งบรรจุตะปูขนาดเดียวกันซึ่งมีน้ำหนักรวม 1.56 กิโลกรัม น้ำหนักตะปูแต่ละตัวเป็น  $\frac{3}{4}$  กรัม อยากทราบว่าในกล่องใบนี้มีตะปูทั้งหมดกี่ตัว

4.2.2.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปะเหลียนผดุงศิษย์ จังหวัดตรัง ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 80 คน ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนมาแล้ว

4.2.2.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 80 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.66
ค่าความยาก	มีค่า	0.07 – 0.68
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.05 – 0.64

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 27 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 18 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้น แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

4.2.2.9 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวิเชียรมาตุ ตรัง จังหวัดตรัง ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 97 คน ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนมาแล้ว ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.78
ค่าความยาก	มีค่า	0.12 – 0.89
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.00 – 0.71

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 33 ข้อ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 30 ข้อ

4.2.2.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.79
ค่าความยาก	มีค่า	0.22 – 0.68
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.20 – 0.77

4.2.1.11 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

(รายละเอียดแสดงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก ง หน้า 173 )

## 5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

## 5.1 ชั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแผนการจัดการเรียนรู้

5.1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล จากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษารัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้น พื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

## 5.2 ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการ จัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้

5.2.2 ผู้วิจัยทำการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โดยสอนตามชั่วโมง ปกติที่ทางโรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ได้จัดไว้สำหรับการเรียนการสอนในเนื้อหา เรื่อง ทศนิยม และเศษส่วน โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 18 ธันวาคม 2549 ถึง วันที่ 7 กุมภาพันธ์ 2550

5.2.3 เมื่อดำเนินการทดลองสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการ เรียนรู้ ครบ 20 ชั่วโมงแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง โดยใช้แบบ ทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับ นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5.2.4 เมื่อเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์ฉบับเดิมและใช้เวลาเท่าเดิมมาทดสอบอีกครั้ง เพื่อวัดความคงทนในการเรียน ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แล้วนำคะแนนจากแบบทดสอบมาวิเคราะห์ข้อมูล

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

นำข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัย

ทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS version 10) ดังนี้

6.1 วิเคราะห์หมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ด้วยการใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบทดสอบวัดหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ เพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนแบบสอบทั้งฉบับ

6.2 เปรียบเทียบหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบวัดหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.3 เปรียบเทียบความคงทนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบครั้งที่ 2 ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยวัดหลังจากการวัดครั้งที่ 1 เป็นเวลา 2 สัปดาห์ นำมาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

## 7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รวมทั้งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

### 7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

การหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ผู้วิจัยใช้โปรแกรมวิเคราะห์แบบทดสอบ (Test Analysis Program: TAP Version 6.63) ที่พัฒนาขึ้นโดย Brooks (2003) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก <http://oak.cats.ohiou.edu/~brooksg/tap.htm> [2005, Dec 21]

## 7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{x}$ ) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยคำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS version 10)



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

- ตอนที่ 1 ผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 แสดงผลดังตารางที่ 2
- ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มปกติ แสดงผลดังตารางที่ 3
- ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มปกติ แสดงผลดังตารางที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- ตอนที่ 1 ผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50
- ตารางที่ 2 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$ ) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และกลุ่มปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	$\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$
ทดลอง	45	19.36	3.68	64.53
ควบคุม	45	17.98	4.40	59.93

จากตารางที่ 2 ผลปรากฏว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 19.36 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.68 โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเท่ากับ 64.53 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มปกติ

ตารางที่ 3 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และกลุ่มปกติ และค่าที (t-test) (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
ทดลอง	45	19.36	3.68	1.610
ควบคุม	45	17.98	4.40	

\* p < .05

จากตารางที่ 3 ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

- ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มปกติ
- ตารางที่ 4 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มปกติและค่าที่ (t-test) (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
ทดลอง	45	20.44	4.28	2.514*
ควบคุม	45	18.22	4.11	

\* p < .05

จากตารางที่ 4 ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติมีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 2 เท่ากับ 20.44 และ 18.22 ตามลำดับ มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.28 และ 4.11 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที่ (t-test) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 2 สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มปกติ
3. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มปกติ

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษตรัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษตรัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ เป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่ มีนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันมากพอสำหรับการทดลอง และจากการสำรวจพบว่า ในปีการศึกษา 2549 โรงเรียนมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 ห้องเรียน แต่ละห้องมีนักเรียน 45 คน โดยผู้วิจัยนำคะแนนสอบกลางปี ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2549 ของนักเรียนจำนวน 12 ห้อง มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) แล้วผู้วิจัยเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 2 ห้อง ที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ใกล้เคียงกัน ได้แก่ ห้อง ม.1/1 และ ห้อง ม.1/2 ซึ่งมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 34.56 และ 33.69 ตามลำดับ นำมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบกลางปีด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนสอบกลางปีของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่า นักเรียน

ทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.1/1 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนชั้น ม.1/2 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งเขียนไว้ในแผนเดียวกัน และแต่ละแผนประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ย่อย ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป สื่อการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองแบบมีความแตกต่างกันที่กิจกรรมการเรียนรู้ โดยกลุ่มทดลองได้ทำกิจกรรมเพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ในขั้นนำ เป็นขั้นทบทวนความรู้เดิม ขั้นสอนเป็นขั้นเรียนรู้สิ่งใหม่กับขั้นพิจารณาไตร่ตรอง และขั้นสรุปเป็นขั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง มีแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 20 แผน โดยใช้เวลาในการสอนแผนละ 1 ชั่วโมง ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน สาระการเรียนรู้พื้นฐาน ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่าง ๆ ในแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุง และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีความเที่ยงเป็น 0.82 ค่าความยากเป็น 0.22 – 0.68 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.20 – 0.77

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีความเที่ยงเป็น 0.79 ค่าความยากเป็น 0.22 – 0.79 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.25 – 0.63

ในการวิจัยครั้งนี้ เมื่อผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนครบตามจำนวนแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

เมื่อเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบ ครั้งที่ 2 ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับเดิม เพื่อทดสอบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย โดยนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 2 มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิตเพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทั้ง 2 กลุ่ม ด้วยสถิติการทดสอบค่าที (t-test) และนำคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หาค่ามัชฌิมเลขคณิต และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุมด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

## 1. สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

## 2. อภิปรายผล

1. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 19.36 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 64.53 การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความ

เข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการเรียนรู้มีโน้ตศน์อย่างเป็นระดับและต่อเนื่อง นั่นคือ ชั้นทบทวนความรู้เดิม นักเรียนได้ดึงความรู้เดิมที่มีอยู่ มาปรับระดับความเข้าใจเพื่อที่จะใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ของชั้นเรียนรู้อื่นๆ ซึ่งในชั้นเรียนรู้อื่นๆ นักเรียนมีการสร้างความรู้ ความเข้าใจ ลงมือปฏิบัติและอภิปรายข้อมูลด้วยตัวเอง จึงส่งผลให้นักเรียนสามารถสังเกต พิจารณา รวบรวมวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของความรู้ หาข้อสรุป จัดระบบของความรู้ ในชั้นพิจารณาไตร่ตรองได้ และทำให้สามารถสรุปความรู้เป็นโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล หรือมีโน้ตศน์ใหม่ในชั้นสร้างความรู้ด้วยตนเองของนักเรียนได้อีกด้วย จากกระบวนการดังกล่าวทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาอย่างแท้จริงและส่งผลให้นักเรียนมีมีโน้ตศน์ในเรื่องที่เรียนได้เป็นอย่างดี และสอดคล้องกับคำกล่าวของ ชาญชัย อาจินสมาจารและจินดา สิทธิฤทธิ์ (2533: 44) ที่กล่าวถึงการสอนเพื่อให้เกิดมีโน้ตศน์สรุปได้ว่า การสอนเพื่อให้เกิดมีโน้ตศน์ควรให้นักเรียนทำความเข้าใจในเรื่องนั้นๆ โดยผ่านวิธีการสอนที่เหมาะสมใช้ทักษะที่หลากหลาย เช่น การตั้งคำถาม การอภิปราย สรุปรวบยอดของคำตอบ ฯลฯ และสอดคล้องกับคำกล่าวของ วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) กล่าวไว้สรุปได้ว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมีโน้ตศน์ ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ คือ การรู้จักสังเกต พิจารณา รู้จักเปรียบเทียบความแตกต่าง และความคล้าย

2. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมีโน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะนักเรียนไม่คุ้นเคยกับวิธีการเรียนโดยการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจากการจัดกิจกรรมพบว่า ชั้นพิจารณาไตร่ตรอง และชั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง มีนักเรียนส่วนหนึ่งเกิดความกังวลว่า จะพิจารณา วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความรู้จากตัวอย่าง แล้วสรุปความรู้ที่เป็นมีโน้ตศน์นั้นๆ ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะระบบการเรียนการสอนที่ผ่านมา นั้นมักจะเป็นการเรียนการสอนที่ครูนำเอาสิ่งที่เป็นมีโน้ตศน์มาบอกนักเรียนโดยตรง ทำให้ขาดการกระตุ้นการใช้กระบวนการคิด หรือนักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดน้อยเกินไป จึงทำให้นักเรียนสรุปมีโน้ตศน์ด้วยตนเองได้ค่อนข้างน้อย (สมนึก ภัททิยธนี, 2543: 39) นอกจากนี้นักเรียนยังขาดความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ โดยมักจะเป็นผู้รับความรู้จากครูและมักจะเชื่อว่าข้อมูลที่ได้รับทุกเรื่องเป็นสิ่งที่ถูกต้อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2544: 31) ดังนั้นในการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นักเรียนอาจจะต้องใช้เวลาในการปรับตัวเพื่อร่วมในการทำกิจกรรม และเหตุผลอีกประการหนึ่ง คือ พื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ในชั้นเรียนรู้อื่นๆ เป็นการเรียนรู้ด้วยการเขียนรูปภาพโดยส่วนใหญ่ ซึ่งเป็นกิจกรรมที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับการเรียนรู้ เรื่อง เศษส่วน

และทศนิยมในระดับประถมศึกษา จึงทำให้กิจกรรมดังกล่าวไม่ทำลายความสามารถของนักเรียน และมโนทัศน์ที่ได้จากพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการหาคำตอบของผลลัพธ์เป็นวิธีการเดียวกันกับมโนทัศน์เดิมซึ่งนักเรียนเคยมีอยู่ ดังนั้นถึงแม้ว่านักเรียนจะร่วมมือในการจัดกิจกรรมอย่างดีในชั้นเรียน แต่การสรุปความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ก็ไม่ได้เกิดจากการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยตรง

อย่างไรก็ตามถึงแม้ผลการทดลองจะไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ แต่จากผลการวิเคราะห์ค่าสถิติของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า ค่าสถิติของคะแนนของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สูงกว่าค่าสถิติของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์น่าจะเป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิธีหนึ่งที่จะช่วยในการพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

3. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้น ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งซึ่งมีความรู้ชัดเจนเกี่ยวกับพัฒนาการความเข้าใจของมโนทัศน์นั้น ๆ ในการทำกิจกรรมชั้นเรียนรู้สิ่งใหม่ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ แสดงความรู้ด้วยการเขียนรูปภาพ แสดงความคิดเห็น ให้เหตุผลตามความเข้าใจของตน และนักเรียนได้สัมผัสกับข้อมูลด้วยตัวเอง จากการกระทำเช่นนี้จะสะท้อนถึงความรู้ ความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อสิ่งที่เรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนจดจำความรู้ได้อย่างเป็นระบบและทำให้เกิดความคงทนในการเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544: 26) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า การที่ผู้เรียนได้เห็น ได้วาดภาพ ได้มีการ ออกแบบแผนภาพ เป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนจำเนื้อหาความรู้ได้นาน ส่วนในขั้นพิจารณาไตร่ตรอง และขั้นสร้างความรู้ด้วยตนเองนั้น เป็นขั้นที่นักเรียนได้สังเกต พิจารณา วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และจัดระบบของความรู้ เพื่อให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ใหม่ จากการกระทำดังกล่าวจึงสะท้อนให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหากับมโนทัศน์นั้น ๆ ซึ่งส่งผลต่อระบบการจำของนักเรียน ทำให้นักเรียนจดจำเนื้อหาหรือมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ ได้ดียิ่งขึ้น ดังที่ ประสาท อิศรปริดา (2518: 183) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ปัจจัยอย่างหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อระบบการจำของมนุษย์คือ ความสัมพันธ์ของเนื้อหา โดยอธิบายว่าการที่จะให้นักเรียนท่องจำเรื่องต่าง ๆ ต้องให้นักเรียนเข้าใจก่อนว่ามีรายละเอียดอย่างไร มีความสัมพันธ์กันอย่างไร แล้วลงมือท่องโดยยึดความสัมพันธ์ของเนื้อหาเป็นหลัก ซึ่งผลการวิจัย

ครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

### 3. ข้อสังเกตที่ได้จากการทดลอง

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบข้อสังเกต ดังนี้

1. ชั้นพิจารณาไตร่ตรอง ผู้วิจัยสังเกตพบว่า มีนักเรียนส่วนหนึ่งเกิดความกังวลในการพิจารณา วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความรู้จากตัวอย่าง แล้วสรุปความรู้ที่เป็นมโนทัศน์นั้น ๆ ไม่ถูกต้อง ครูจึงต้องชี้แนะให้นักเรียนฝึกสังเกตลักษณะร่วม และลักษณะเด่นที่แตกต่างกันของมโนทัศน์ แต่เมื่อนักเรียนได้ฝึกไประยะหนึ่ง พบว่า นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความรู้จากตัวอย่างได้มากขึ้น ฉะนั้นเพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความวิตกกังวลดังกล่าว ในระยะเริ่มต้นของการเรียน ครูควรให้นักเรียนได้รับการฝึกโดยอาจเริ่มจากการรวมกลุ่มหรือจับคู่กัน จากนั้นจึงให้ทดลองฝึกด้วยตนเอง

2. ชั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง ผู้วิจัยสังเกตพบว่า มีนักเรียนส่วนหนึ่งสามารถเขียนสรุปความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองได้อย่างเหมาะสม แต่ยังมีนักเรียนอีกส่วนหนึ่งที่ไม่สามารถเขียนสรุปความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองได้ ครูจึงต้องชี้แนะและบอกแนวทางให้นักเรียนก่อนในระยะแรกพร้อมทั้งให้นักเรียนได้ฝึกการเขียนสรุปความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเองเมื่อฝึกไประยะหนึ่งพบว่า นักเรียนสามารถเขียนสรุปความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองได้เพิ่มขึ้นระดับหนึ่ง ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนสรุปความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเองได้ถูกต้อง ครูจึงควรให้คำชี้แนะและให้นักเรียนฝึกฝนด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถเขียนสรุปความรู้หรือมโนทัศน์นั้นได้

#### 4. ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

##### 1. ข้อเสนอแนะเพื่อการจัดการเรียนการสอน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1.1 ครูควรสร้างให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและเห็นความสำคัญเกี่ยวกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง โดยอธิบายถึงข้อดีของการปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน และข้อเสียของการไม่ปฏิบัติตามขั้นตอนของกิจกรรมอย่างเด่นชัด

1.2 การแก้ปัญหาเรื่องข้อจำกัดของเวลา ในการจัดกิจกรรมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้เป็นไปตามลำดับขั้น ครูจึงควรใช้เวลาที่เป็นคาบคู่ หรือสองคาบติดกัน เพื่อที่จะได้จัดกิจกรรมอย่างเต็มที่และเต็มความสามารถของนักเรียน

1.3 การจัดกิจกรรมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนรู้นี้ สิ่งใหม่ครูควรให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง และหลาย ๆ ประเภท ที่มีจำนวนมากพอที่จะครอบคลุมลักษณะโมโนทัศน์และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสังเกตเห็นลักษณะร่วม หรือลักษณะที่แตกต่างได้อย่างเด่นชัด และสามารถพิจารณา รวบรวม หรือวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความรู้เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปหรือโมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้

1.4 ครูควรนำการจัดกิจกรรมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้ในการเรียนการสอน เนื่องจากการจัดกิจกรรมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ทำให้ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

1.5 เนื้อหาที่จะใช้ในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นควรเป็นเนื้อหาใหม่ที่นักเรียนยังไม่มีโมโนทัศน์ในเรื่องนั้น เพื่อให้เกิดความท้าทาย และทำให้ได้มาซึ่งโมโนทัศน์ที่ได้จากการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง

##### 2. ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนตามระดับสติปัญญาสูง ปานกลาง อ่อน เพื่อศึกษาความเหมาะสมของระยะเวลาที่ใช้กับกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่ม

2.2 ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อการให้เหตุผล การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาใหม่ และในระดับชั้นอื่น ๆ

2.3 ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการตรวจสอบลักษณะเฉพาะของพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. 2528. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์กุฎราชวิทยาลัย.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. 2546. การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: ชัดเชสมิเดีย.
- จิราภา เต็งไตรรัตน์. 2544. จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ชวาล แพรัตกุล. 2526. เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช.
- ชัยพร วิชชาวุธ. 2520. มูลสารจิตวิทยา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชูชีพ อ่อนโคกสูง. 2522. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.
- ถวิล ธาราโกชน และศรัณย์ ดำริสุข. 2545. พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาตน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.
- นวลจิตต์ เขาวงกตพิงศ์. 2537. ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. สารพัฒนาหลักสูตร 119 (ต.ค.-ธ.ค.): 55-60.
- น้อมศรี เคท. 2547. คุณภาพหลากหลายที่ได้จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์. วารสารครูศาสตร์ 32 (มีนาคม – มิถุนายน 2547): 18-28
- นัตยา ปิลันธนานนท์. 2542. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning). กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.
- บุญสิริ สุวรรณเพ็ชร. 2538. พจนานุกรมจิตวิทยาฉบับสมบูรณ์. กรุงเทพมหานคร: เอส เค บุ๊คส์.
- ประสาธ อิศรปรีดา. 2518. ธรรมชาติและกระบวนการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: จิตทัศน์การพิมพ์.
- ประยูร อาษานาม. 2537. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา: หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: ประกายพริก.
- ปราณี รามสูต. 2528. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.
- ปราโมทย์ บุญญสิริ. 2546. การประเมินการปฏิบัติในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุญบัณฑิต. สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- ปานทอง กุลนาถศิริ. 2539. การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21. วารสารสสวท. 92 (ม.ค.- มี.ค.): 12.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2534. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2546. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- พรรณณี ชูชัย เชนจิต. 2538. จิตวิทยาการเรียนการสอน. ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: ต้นอ่อน แกรมมี.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. 2544. การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธีการและเทคนิค การสอน 2. กรุงเทพมหานคร: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป เมเนจเม้นท์.
- ไพฑูล นารคร. 2549. การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น 29 (ก.ค-ธ.ค.): 93-102
- รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. 2544. ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความ คงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. 2530. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- โยธิน ต้นสนยุทธ. 2533. จิตวิทยา. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- วารินทร์ รัชมีพรหม. 2532. การออกแบบสาร: หลักการและทฤษฎี. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร
- วิภาพร มาพบสุข. 2542. จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. 2537. แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด. สารพัฒนา หลักสูตร. 113 (เม.ย.-มิ.ย.): 49-51
- วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2542. รายงานการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับ มัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2545. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

- ศิริวรรณ ศรีพหล. 2536. การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียน. ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาหลักสูตรและวิทยาวิธีทางการสอน หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพมหานคร, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. 2545. แนวโน้มของการศึกษาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: พราว เพรส 2002.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. 2546. คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. 2546. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมยศ ชิดมงคล. 2546. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมผลการเรียนทางคณิตศาสตร์และความตระหนักรู้ในการรู้คิดของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้การผสมผสานแนวคิด การประมวลสารสนเทศและการรู้คิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมนึก ภัททิยธนี. 2543. การสอนให้เกิด Concept และการเขียนข้อสอบวัด Concept. วารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม 6 (กรกฎาคม): 36-46
- สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2546. ผลการสอบวัดคุณภาพระดับชาติ ปี 2546 [Online]. [http://bet.obec.go.th/nt/NT46\(Country\).html](http://bet.obec.go.th/nt/NT46(Country).html)[2547, สิงหาคม,2].
- สิริพร ทิพย์คง. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุนีย์ คล้ายนิล. 2547. การรู้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนวัยจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษา. วารสารการศึกษาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี 129 (มี.ค.-เม.ย.): 9-18.
- สุวิทย์ มูลคำ. 2547. กลยุทธ์ การสอนคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: ภาพพิมพ์.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. 2544. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวัฒนา เตียมอรพรรณ. 2549. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุชา จันทน์อม. 2531. จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.
- โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. 2520. เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

- อนันต์ จันทร์กวี. การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชา  
สารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-11. 256. กรุงเทพมหานคร:  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
- อัมพร ม้าคนอง. 2546. คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่ง  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. 2547ก. ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ใน  
พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการ  
และแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, หน้า 110-125  
กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.
- อัมพร ม้าคนอง. 2547ข. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทาง  
การศึกษาคณิตศาสตร์. (เอกสารอัดสำเนา).
- อุดม จำรัสพันธุ์. 2541. เอกสารประกอบการสอนวิชาจิตวิทยาการสอนเด็กวัยเรียน.  
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- อุไรวรรณ ทศนบุตร. 2523. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องเศษส่วน  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดนครสวรรค์. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษา  
มหาบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

## ภาษาอังกฤษ

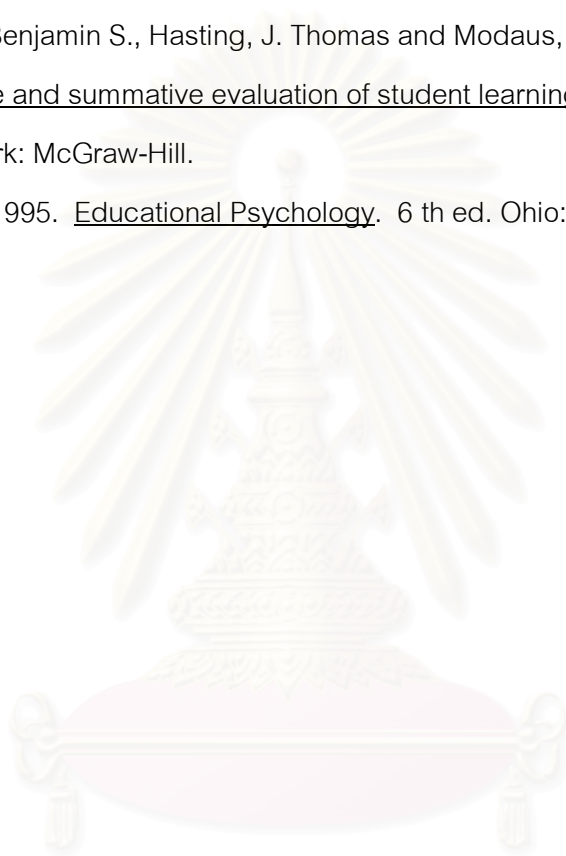
- Adam, J. A. 1967. Human Memory. New York: McGraw – Hill Book.
- Anderson, J. 1995. Learning and memory: An integrated approach. New York: John  
and Sons.
- Arends, R. I. 1994. Learning to Teach. New York: McGraw – Hill.
- Atkinson, R. C., Atkinson, R. L. and Hilgard, E. R. 1990. Introduction to psychology. New  
York: Harcourt Brace Jovanovich.
- Ausubel, D. P. 1968. Education psychology: a cognitive view. New York: Rinegart and  
Winston.
- Bell, T. H. 1987-1988. Redefining the federal role in education [reprinted from  
Summer/Fall 1981 issue]. Action in Teacher Education.
- Carvey, L. O. 2002. Growth in mathematical understanding while learning to teach right  
triangle trigonometry: Patterns of growth and connection building through lesson

- plan study. Doctor's Thesis, North Carolina State University. [online]. Available from : <http://wwwlib.uni.com/dissertations>. [4/08/05].
- Cooney, T. J., Davis, E. J. & Henderson, K. B. 1975. Dynamics Teaching Secondary School Mathematics. 2 nd ed. Boston: Houghton Mifflin.
- De Cecco, John P. 1968. The Psychology Learning and Instruction: Education Psychology. United States of America: Prentice – Hill.
- Droujkova, M. A. 2004. Roles of metaphor in the growth of mathematical understanding. Doctor's Thesis, North Carolina State University. [online]. Available from: <http://wwwlib.uni.com/dissertations>. [4/08/05].
- Eggen, P. D. and Kauchak, D. P. 1995. Strategies for Teaching Content and Thinking Skills. 3 rd ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Fildman, R. S. 1987. Understanding Psychology. New York: McGraw – Hill.
- Gagne,R. M. 1970. The Condition of Learning. New York: Holt & Rinehart and Winston.
- Gagne,R. M. 1977. The Condition of Learning and theory of instruction. New York: Holt & Rinehart and Winston
- Good, C. V. 1959. Dictionary of Education. United State of America: McGraw – Hill Book.
- Good, C. V. 1973. Dictionary of Education. 3 rd ed. New York: McGraw – Hill Book.
- Goodwin, William L. and Klausmeier, Herbert J. 1975. Facilitating Student Learning: An Introduction to Educational Psychology. New York: Harrer & Row.
- Gordon, W. C. 1989. Learning and memory. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing.
- Grinevitch, O. A. 2004. Student understanding of abstract algebra: A theoretical examination. Doctor's Thesis, Bowling Green State University. [online]. Available from : <http://wwwlib.uni.com/dissertations>. [4/08/05].
- Hiebert, J. and Carpenter, T. 1992. Learning and teaching with understanding. In Grouws, D. A. (Ed.). Handbook of research on mathematics teaching and learning pp 65-97. New York: Simon & Schuster Macmillan.
- Hulse, S. H.; Egeth, H.; and Deese, J. 1984. The psychology of learning. 5 th ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Hunter, M. 1993. Retention theory for teachers: A programmed book. 36 th ed. El

Segundo, California: TIP.

- Klausmeier, H. J. and Ripple, R. E. 1971. Learning and human abilities. New York: Harper International Edition.
- Lindvall, C. M., and Niko, A. J. 1967. Measuring pupil achievement and aptitude. New York: Harcourt Brace Jovanovich.
- McCown, R. R. and Roup, Peter. 1992. Educational Psychology and Classroom Practice: A Partnership. Boston: Allyn and Bacon.
- Myer, D. G. 1992. Memory. 3 th ed. New York: Worth.
- Nunnally, J. C. 1959. Test and Measurement. New York: McGraw – Hill.
- Parker, R. E. 1993. Mathematical power: Lessons from a classroom. Portsmouth: Heinemann.
- Perkins, D. 1993. Teaching for understanding. The Professional Journal of the American Federation of Teachers 17(3): 28-35.
- Pinzka, M. K. 1999. The Relationship Between College Calculus Students' Understanding of Function and Their Understanding of Derivative, Dissertation Abstract International 60 (November).
- Pirie, S. E. B. & Kieren, T. E. 1994. Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it?. Educational Studies in Mathematics 26(3): 61-86.
- Purdy, J. E., and others. 2001. Learning and memory. 2 nd ed. Belmont, CA: Wadsworth/Thomson Learning.
- Reys, R. E., Suydam, M.N., Lindquist, M.M., Smith, N.L. 1998. Helping Children learn Mathematics. 5 th ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Rittle-Johnson, B. 1999. Iterative development of conceptual and procedural knowledge: A framework for understanding knowledge change. Doctor's Thesis, Carnegie Mellon University. [online]. Available from: <http://www.lib.uni.com/dissertations>. [4/08/05].
- Schwarz, B. B. and Hershkowitz, R. 1999. Prototypes: Brakes of Levers in Learning the Function Concept? The Role of Computer Tools. Journal for Research in Mathematics Education.
- Sheffield, L. J. and Cruikshank, D. E. 2005. Teaching and learning mathematics : Pre –

- kindergarten through middle school. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Toumasis, Charalampos. 1995. Concept Worksheet: An Important Tool for Learning. The Mathematics Teacher.
- Usiskin, Z. 2001. Trends in mathematics education. In Document for conference titled Trends in mathematics education, pp.14-20. Bangkok, Dec 13.
- Wilson, James W. 1971. Evaluation of learning in secondary school mathematics. In Bloom, Benjamin S., Hasting, J. Thomas and Modaus, George F., Handbook on formative and summative evaluation of student learning, pp 643 – 696. New York: McGraw-Hill.
- Woolfolk, A. E. 1995. Educational Psychology. 6 th ed. Ohio: A Simon & Schuster.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



### ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย
- หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณา ความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของข้อความถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบ วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช อาจารย์ประจำสภาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ฝ่ายมัธยม
2. อาจารย์ฐิติพร ลิขินฐฎา อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
3. อาจารย์ไพโรจน์ น่วมนุ่ฒ อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตร การสอน  
และเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สำนักงานหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82710

ที่ ศธ.0512.6(2771)/1295

วันที่ 18 ธันวาคม 2549

เรื่อง ขออนุญาตลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และรองคณบดี

ด้วย นางสาวสุธิดา นานช้า นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างดำเนินการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขออนุญาต อาจารย์วัฒนิดา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วัฒนิดา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)  
รองคณบดีด้านหลักสูตรและการสอน

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/1297

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 ธันวาคม 2549

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์จตุติพร ลิขิตฐา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุธิดา นานช้า นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาศึกษาศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)

รองคณบดี

ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

สำนักงานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2710



## บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สำนักงานปลัดกระทรวงและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82710  
 ที่ ศธ.0512.6(2771)/1136 วันที่ 18 ธันวาคม 2549  
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ไพโรจน์ น่วมน่วม

ด้วย นางสาวสุธิดา นานซ้า นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและ  
 เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง  
 “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนใน  
 การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดศรีสะเกษ” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร  
 ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้  
 ผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทาง  
 วิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีรัตน์ สุทธิจิตต์)  
 รองคณบดีด้านหลักสูตรและการสอน

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ กษ 0512.6(2771)/1299

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 ธันวาคม 2549

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนประเหลียนผดุงศึกษา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุธิดา นานข้าว นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัด กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดศรีสะเกษ" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ คณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวสุธิดา นานข้าว ได้ทดลองใช้ เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ  
ผศ. โฉม มีระยวาท มาพาทย์  
ดำรงตำแหน่ง วิชาคณิตศาสตร์

ผ.ร.  
พริ้มเพ็ญศรี (รองศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญศรี สุทธจิตต์)  
รองคณบดี  
ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

สำนักงานหลักสูตรและการสอน  
โทร. 0-2218-2710

— กอน  
— ผศ.สม/กษ 0.0994 โฉม มีระยวาท  
4 ม.ค. 50



ที่ ศษ 0512.6(2771)/1298

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 ธันวาคม 2549

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนวิเชียรมาตุ ครัง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุธิดา นานซ้า นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัด กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดครัง" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ คณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวสุธิดา นานซ้า ได้ทดลองใช้ เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ขอ บอกรับ  
อัมพร

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร สุทธิจิตต์)

รองคณบดี

ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

<input checked="" type="checkbox"/> อนุมัติ	<input type="checkbox"/> ไม่อนุมัติ
<input type="checkbox"/> ปรึกษา	<input type="checkbox"/> ปรึกษา
<input type="checkbox"/> ปรึกษา	<input type="checkbox"/> ปรึกษา
<input type="checkbox"/> ปรึกษา	<input type="checkbox"/> ปรึกษา
<input type="checkbox"/> อื่น ๆ	

สำนักงานหลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2710

(นายสุชาติ ชิงจิตร)  
ผู้อำนวยการโรงเรียนวิเชียรมาตุ  
๑๕ ๐๗๖๑



ที่ ศธ 0512.6(2771)/1300

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 ธันวาคม 2549

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสุธิดา นานช้า นิสิตชั้นปริญญาโท ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดศรีสะเกษ" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

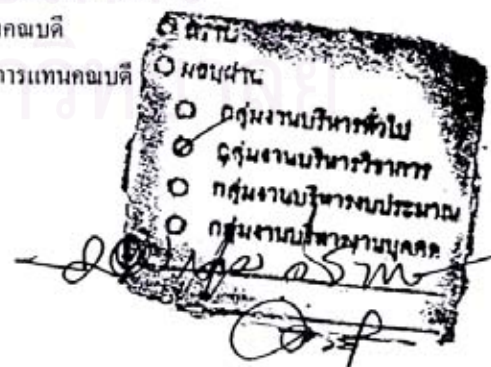
จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวสุธิดา นานช้า ได้ทำการเก็บข้อมูล วิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

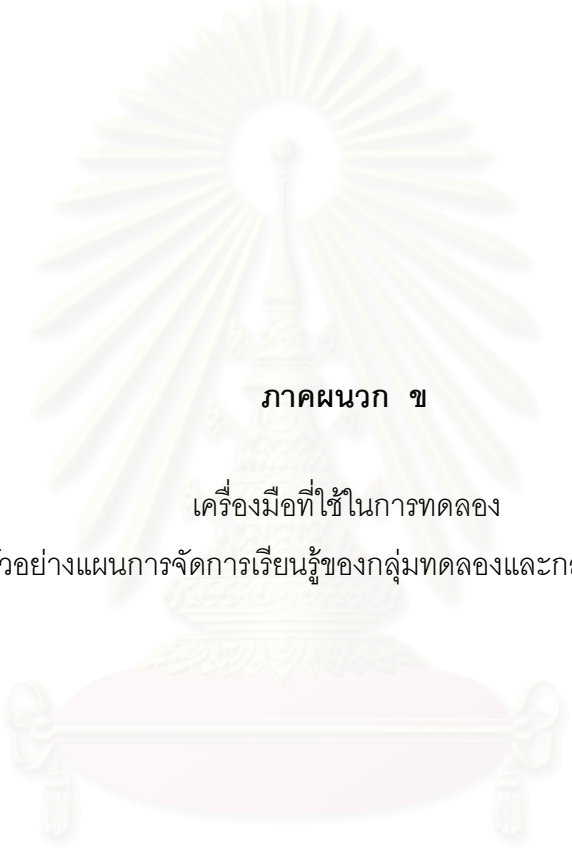
ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉัฐพร สุทธิจิตต์)

รองคณบดี

ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

สำนักงานหลักสูตรและการสอน  
โทร. 0-2218-2710



ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1 ชั่วโมง  
 มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง  
 การดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

#### 1. สาระการเรียนรู้

ทศนิยมและเศษส่วน

#### 2. สาระการเรียนรู้ย่อย

การบวกทศนิยม

#### 3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาผลบวกของทศนิยมได้
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวกทศนิยมได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวกทศนิยมได้
2. เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการบวกทศนิยมไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความละเอียดรอบคอบ
2. มีความรับผิดชอบ
3. กล้าคิดและแสดงความคิดเห็น
4. มีความสามัคคี

#### 4. สาระสำคัญ

การบวกทศนิยม มีหลักเกณฑ์ดังนี้

การบวกทศนิยม เป็นการบวกที่ใช้หลักเกณฑ์เดียวกับการบวกจำนวนนับ คือ จัดเลขโดด  
 ที่อยู่ในหลักหรือตำแหน่งเดียวกันให้ตรงกันแล้วบวกกัน แบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้

1. การบวกทศนิยมที่เป็นบวกด้วยทศนิยมที่เป็นบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้ว  
 ตอบเป็นจำนวนบวก

2.การบวกทศนิยมที่เป็นลบด้วยทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนลบ

3.การบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นบวกกับทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

4.การบวกทศนิยมใดๆ ด้วยศูนย์หรือการบวกศูนย์ด้วยทศนิยมใดๆจะได้ผลบวกเท่ากับทศนิยมนั้นๆ เสมอ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวก  $10.9 + 21.05$

วิธีทำ  $10.9 + 21.05 = 10.90 + 21.05$

$$\begin{array}{r} 10.90 \\ + \\ 21.05 \\ \hline 31.95 \end{array}$$

ค่าสัมบูรณ์ของ 10.9 บวกด้วย  
ค่าสัมบูรณ์ของ 21.05 แล้วตอบ  
เป็นจำนวนบวก

ดังนั้น  $10.9 + 21.05 = 31.95$

ตอบ 31.95

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวก  $(-0.95) + (-1.4)$

วิธีทำ  $(-0.95) + (-1.4) = (-0.95) + (-1.40)$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -0.95 \\ + \\ -1.40 \\ \hline -2.35 \end{array}$$

ค่าสัมบูรณ์ของ -0.95 บวกด้วย  
ค่าสัมบูรณ์ของ -1.40 แล้วตอบ  
เป็นจำนวนลบ

ดังนั้น  $(-0.95) + (-1.4) = -2.35$

ตอบ -2.35

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวก  $4.6 + (-0.935)$

วิธีทำ  $4.6 + (-0.935) = 4.600 + (-0.935)$

$$\begin{array}{r} 4.600 \\ + \\ -0.935 \\ \hline 3.665 \end{array}$$

ค่าสัมบูรณ์ของ 4.600 ลบด้วย  
ค่าสัมบูรณ์ของ -0.935 แล้ว  
ตอบเป็นจำนวนบวก

ดังนั้น  $4.6 + (-0.935) = 3.665$

ตอบ 3.665

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวก  $(-6.94) + (5.76)$

วิธีทำ  $(-6.94) + (5.76) = (-6.94) + (5.76)$

$$\begin{array}{r} -6.94 \\ + \\ 5.76 \\ \hline -1.18 \end{array}$$

ค่าสัมบูรณ์ของ -6.94 ลบด้วย  
ค่าสัมบูรณ์ของ 5.76 แล้วตอบ  
เป็นจำนวนลบ

ดังนั้น  $(-6.94) + (5.76) = -1.18$

ตอบ -1.18

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลบวก  $7.05 + 0$

วิธีทำ  $7.05 + 0 = 7.05$

ตอบ 7.05

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลบวก  $0 + (-12.8)$

วิธีทำ  $0 + (-12.8) = (-12.8)$

ตอบ -12.8

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลบวก  $13.71 + (-16.92) + (-3.17)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีที่ 1} \quad 13.71 + (-16.92) + (-3.17) &= [13.71 + (-16.92)] + (-3.17) \\ &= (-3.21) + (-3.17) \\ &= (-6.38) \end{aligned}$$

ตอบ  $(-6.38)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีที่ 2} \quad 13.71 + (-16.92) + (-3.17) &= [13.71 + (-3.17)] + (-16.92) \\ &= (10.54) + (-16.92) \\ &= (-6.38) \end{aligned}$$

ตอบ  $(-6.38)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีที่ 3} \quad 13.71 + (-16.92) + (-3.17) &= 13.71 + [(-3.17) + (-16.92)] \\ &= 13.71 + (-20.09) \\ &= (-6.38) \end{aligned}$$

ตอบ  $(-6.38)$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาผลบวก  $(-3.45) + a = (-6.09) + (-3.45)$

$$\text{วิธีทำ} \quad (-3.45) + a = (-6.09) + (-3.45)$$

$$a = -6.09$$

ตอบ  $-6.09$

ตัวอย่างที่ 9 อารีมีอาชีพเย็บปลอกผ้าหม่นวมจากเศษผ้า วันหนึ่งอารีไปซื้อผ้าปลายไม้ ซึ่งมีขายเป็นชั้น ๆ ทางร้านขายผ้าจะติดป้ายบอกจำนวนผ้าและราคาไว้ที่ผ้าแต่ละชั้น ถ้าอารีเลือกผ้ามา 5 ชั้น แต่ละชั้นมีความยาวดังนี้ ชั้นที่ หนึ่งยาว 2 เมตร 40 เซนติเมตร ชั้นที่สองยาว 1 เมตร 75 เซนติเมตร ชั้นที่สามยาว 2 เมตร 40 เซนติเมตร ชั้นที่สี่ยาว 1 เมตร 35 เซนติเมตร และชั้นที่ห้ายาว 3 เมตร 5 เซนติเมตร อารีซื้อผ้ามาทั้งหมดกี่เมตร

วิธีทำ อารีซื้อผ้ามาห้าชั้นมีความยาว ดังนี้

ผ้าชั้นที่หนึ่งยาว	2 เมตร 40 เซนติเมตร	เท่ากับ	2.40 เมตร
ผ้าชั้นที่สองยาว	1 เมตร 75 เซนติเมตร	เท่ากับ	1.75 เมตร

ผ้าชั้นที่สามยาว	2 เมตร 60 เซนติเมตร	เท่ากับ	2.60 เมตร
ผ้าชั้นที่สี่ยาว	1 เมตร 35 เซนติเมตร	เท่ากับ	1.35 เมตร
ผ้าชั้นที่ห้ายาว	3 เมตร 5 เซนติเมตร	เท่ากับ	3.05 เมตร
ดังนั้นอาร์ชี่ผ้ามาทั้งหมด	$2.40 + 1.75 + 2.60 + 1.35 + 3.05 = 11.15$ เมตร		

**ตอบ** 11.15 เมตร

**ตัวอย่างที่ 10** ในแต่ละวันเด็กชายพงศธรใช้จ่ายเงินในการไปโรงเรียนดังนี้ ค่ารถไปกลับ เป็นเงิน 12 บาท 50 สตางค์ ค่าอาหารกลางวัน 17 บาท 75 สตางค์ ค่านม 1 กล่อง ราคา 8 บาท 25 สตางค์ อยากทราบว่าเด็กชายพงศธรใช้จ่ายเงินเท่าไร

**วิธีทำ** พงศธรใช้จ่ายเงินในการไปโรงเรียน ดังนี้

ค่ารถไปกลับ เป็นเงิน 12 บาท 50 สตางค์	เท่ากับ	12.50 บาท
ค่าอาหารกลางวัน 17 บาท 75 สตางค์	เท่ากับ	17.75 บาท
ค่านม 1 กล่อง ราคา 8 บาท 25 สตางค์	เท่ากับ	8.25 บาท

ดังนั้นพงศธรใช้จ่ายเงินในการไปโรงเรียน ทั้งหมด

$$12.50 + 17.75 + 8.25 = 38.50 \text{ บาท}$$

**ตอบ** 38.50 บาท

**ตัวอย่างที่ 11** รัตนาซื้อหนังสือคู่มือคณิตศาสตร์ราคา 43.50 บาท หนังสือแบบฝึกหัดเสริมทักษะราคา 8.50 บาท และไม้บรรทัดราคา 1.75 บาท อยากทราบว่ารัตนาใช้จ่ายเงินเท่าไร

**วิธีทำ**

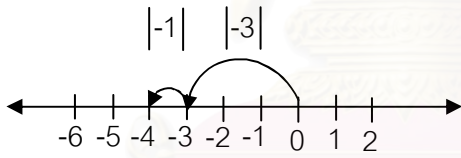


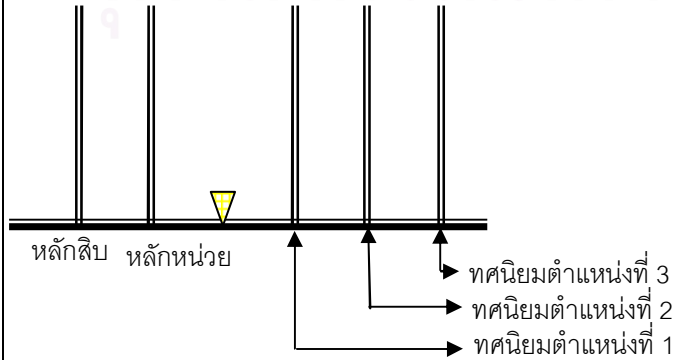
รัตนาซื้อหนังสือคู่มือคณิตศาสตร์ราคา	43.50	บาท
หนังสือแบบฝึกหัดเสริมทักษะราคา	8.50	บาท
ไม้บรรทัดราคา	1.75	บาท

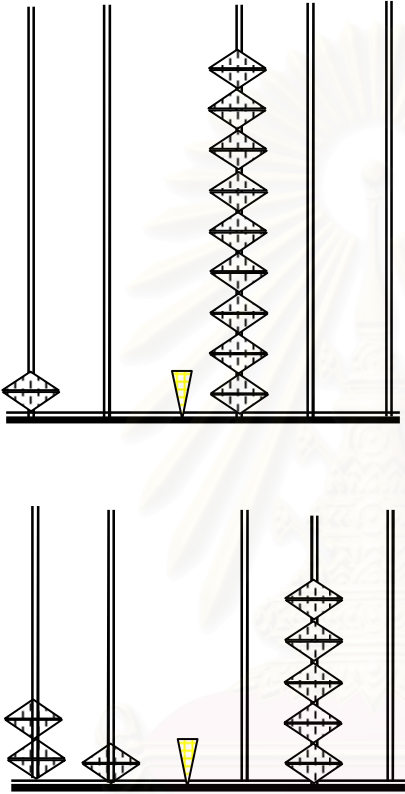
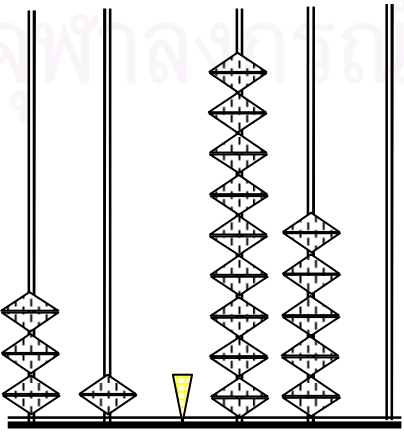
ดังนั้นรัตนาใช้จ่ายเงิน ทั้งหมด

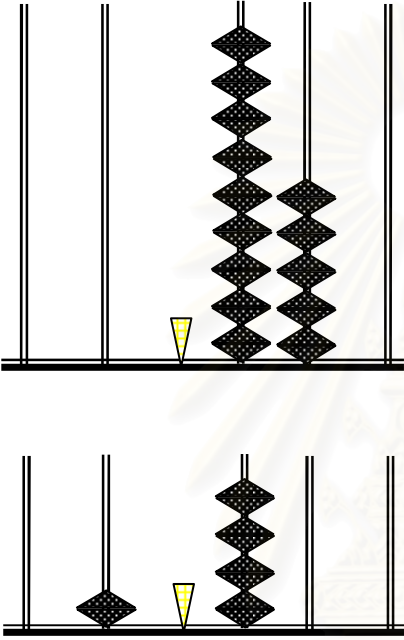
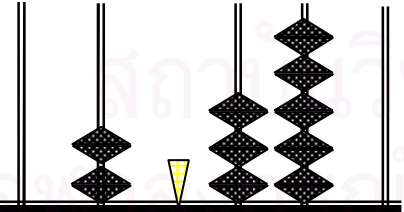
$$43.50 + 8.50 + 1.75 = 53.75 \text{ บาท}$$

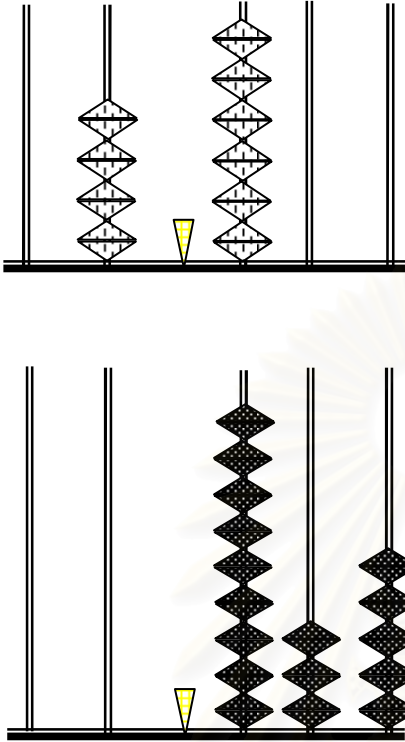
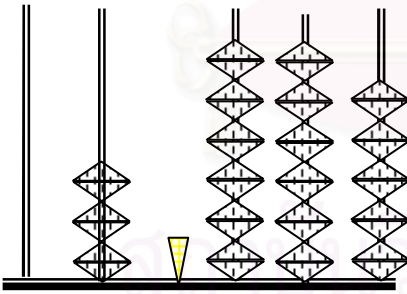
**ตอบ** 53.75 บาท

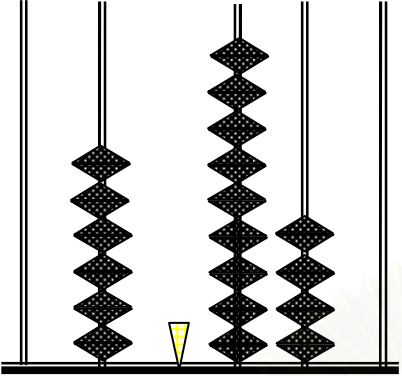
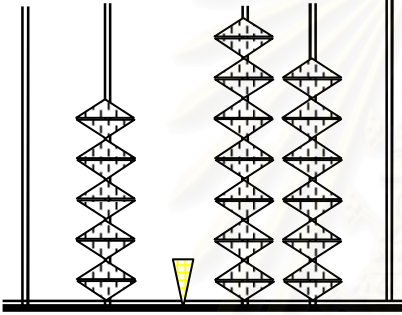
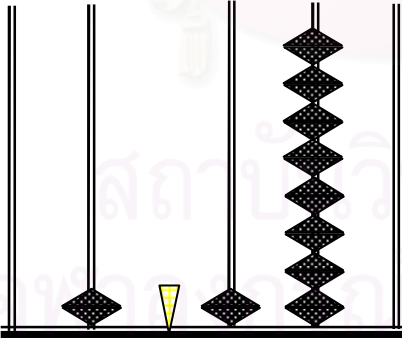
## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p><b>ขั้นทบทวนความรู้เดิม</b></p> <p>ทบทวนการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก การบวกในระบบจำนวนเต็ม ร่วมกันตอบคำถาม อภิปราย และแจกเอกสารฝึกหัด 1 ให้นักเรียนทุกคนทำ เช่น 1) <math>11.6 + 0.875</math></p> $11.6 + 0.875 = 11.600 + 0.875$ $\begin{array}{r} 11.600 \\ + 0.875 \\ \hline 12.475 \end{array}$ <p>ดังนั้น <math>11.6 + 0.875 = 12.475</math></p> <p>2) <math>(-3) + (-1)</math></p>  <p>ดังนั้น <math>(-3) + (-1) = (-4)</math></p> <p><b>ขั้นเรียนรู้สิ่งใหม่</b></p> <p> แทนจำนวนที่เป็นบวก</p> <p> แทนจำนวนที่เป็นลบ</p>  <p>หลักสิบ หลักหน่วย</p> <p>ทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ทศนิยมตำแหน่งที่ 2 ทศนิยมตำแหน่งที่ 1</p>	<p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>ทบทวนการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก ร่วมกันตอบคำถาม อภิปราย และแจกเอกสารฝึกหัด 1 ให้นักเรียนทุกคนทำ เช่น 1) <math>11.6 + 0.875</math></p> <p>11.6 เป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง 0.875 เป็นทศนิยมสามตำแหน่ง ครูที่แนะให้นักเรียนเขียน 0 ต่อท้าย เพื่อให้มีจำนวนตำแหน่งของทศนิยมเท่ากัน จากนั้น จัดเลขโดดที่อยู่ในหลักหรือตำแหน่งเดียวกันให้ตรงกันแล้วบวกกัน</p> $\begin{array}{r} 11.600 \\ + 0.875 \\ \hline 12.475 \end{array}$ <p>ดังนั้น <math>11.6 + 0.875 = 12.475</math></p> <p>2) <math>(-3) + (-1)</math></p> <p><math>(-3)</math> และ <math>(-1)</math> เป็นจำนวนเต็มลบทั้งสองจำนวน หาผลบวกโดยการนำค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองมาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ</p> <p>ดังนั้น <math>(-3) + (-1) = (-4)</math></p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียน ร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>1. ครุยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>10.9 + 21.05</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นบวกด้วยทศนิยมที่เป็นบวก แทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> 	<p>จากโจทย์ <math>10.9 + 21.05</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นบวกด้วยทศนิยมที่เป็นบวก ดังนั้นเราสามารถหาผลบวกได้โดยเขียนศูนย์ต่อท้าย 10.9 เป็น 10.90 จากนั้นนำค่าสัมบูรณ์ของ 10.9 กับ 21.05 มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวก ได้ผลบวกเป็น 31.95</p> <p>2. ครุยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>(-0.95) + (-1.4)</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นลบด้วยทศนิยมที่เป็นลบ ดังนั้นเราสามารถหาผลบวกได้โดยเขียนศูนย์ต่อท้าย <math>(-1.4)</math> เป็น <math>(-1.40)</math> จากนั้นนำค่าสัมบูรณ์ของ <math>(-0.95)</math> กับ <math>(-1.40)</math> มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบ ได้ผลบวกเป็น <math>-2.35</math></p>
<p>หาผลบวกของทศนิยมได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาโดยนำทศนิยมมารวมกัน มีค่าเท่ากับ 31.95)</p> 	<p>3. ครุยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>4.6 + (-0.935)</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นบวกด้วยทศนิยมที่เป็นลบ ดังนั้นเราสามารถหาผลบวกได้โดยเขียนศูนย์ต่อท้าย 4.6 เป็น 4.600 จากนั้นนำค่าสัมบูรณ์ของ 4.600 กับ <math>(-0.935)</math> มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวก ได้ผลบวกเป็น 3.665</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>2. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>(-0.95) + (-1.4)</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นลบด้วยทศนิยมที่เป็นลบ แทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> 	<p>4. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>(-6.94) + (5.76)</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นลบด้วยทศนิยมที่เป็นบวก ดังนั้นเราสามารถหาผลบวกได้โดยนำค่าสัมบูรณ์ของ <math>(-6.94)</math> กับ <math>(5.76)</math> มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบ ได้ผลบวกเป็น <math>-1.18</math></p> <p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>7.05 + 0</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นบวกด้วยศูนย์</p>
<p>หาผลบวกของทศนิยมได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาโดยนำทศนิยมมารวมกัน มีค่าเท่ากับ <math>-2.35</math>)</p>  <p>3. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>4.6 + (-0.935)</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นบวกด้วยทศนิยมที่เป็นลบ แทนด้วยรูปได้ดังนี้</p>	<p>หาผลบวกได้หรือไม่(ได้)หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมารวมกัน มีค่าเท่ากับ <math>7.05</math>)</p> <p>6. ครูยกตัวอย่างที่ 6 ให้นักเรียนหาผลบวกของทศนิยมด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>7. ครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 6</p> <p>8. ครูยกตัวอย่างที่ 7 แล้วให้นักเรียนหาผลบวกของทศนิยมด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>9. ครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 7</p> <p>10. ครูยกตัวอย่างที่ 8 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ จากโจทย์</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
 <p>หาผลบวกของทศนิยมได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาโดยนำทศนิยมมาหักล้างกัน มีค่าเท่ากับ 3.665 )</p>	$(-3.45) + a = (-6.09) + (-3.45)$ <p>จะได้ว่า <math>a</math> มีค่าเท่ากับเท่าไร ( <math>a</math> มีค่าเท่ากับ <math>(-6.09)</math> )</p> <p>11. ครูยกตัวอย่างที่ 9 ให้นักเรียน ร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดย ใช้การถามตอบ จากโจทย์ อาร์ชีซื้อผ้ามาห้าชิ้นมีความยาว ผ้าชิ้นที่หนึ่งยาว 2 เมตร 40 เซนติเมตรยาวกี่เมตร (2.40 เมตร) ผ้าชิ้นที่สองยาว 1 เมตร 75 เซนติเมตรยาวกี่เมตร(1.75 เมตร) ผ้าชิ้นที่สามยาว 2 เมตร 60 เซนติเมตรยาวกี่เมตร(2.60 เมตร) ผ้าชิ้นที่สี่ยาว 1 เมตร 35 เซนติเมตร ยาวกี่เมตร(1.35 เมตร) ผ้าชิ้นที่ห้ายาว 3 เมตร 5 เซนติเมตร ยาวกี่เมตร(3.05 เมตร) ดังนั้นอาร์ชีซื้อผ้ามาทั้งหมดเท่าไร ( <math>2.40 + 1.75 + 2.60 + 1.35 +</math> <math>3.05 = 11.15</math> เมตร)</p>
 <p>4. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหา ผลบวก โดยใช้การถามตอบ จากโจทย์ <math>(-6.94) + (5.76)</math> เป็นการหาผลบวกของ ทศนิยมที่เป็นลบด้วยทศนิยมที่เป็นบวก แทนด้วยรูปได้ ดังนี้</p>	<p>12. ครูยกตัวอย่างที่ 10 แล้วให้ นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาด้วย ตัวนักเรียนเอง</p> <p>13. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย ตัวอย่างที่ 10</p> <p>14. ครูยกตัวอย่างที่ 11 แล้วให้ นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาด้วย ตัวนักเรียนเอง</p> <p>15. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย ตัวอย่างที่ 11</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <p data-bbox="284 1160 916 1256">หาผลบวกของทศนิยมได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาโดยนำทศนิยมมาหักล้างกัน มีค่าเท่ากับ -1.18 )</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p data-bbox="284 1686 916 2022">5.ครูยกตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ จากโจทย์ <math>7.05 + 0</math> เป็นการหาผลบวกของทศนิยมที่เป็นบวกด้วยศูนย์ หาผลบวกได้หรือไม่ (ได้) หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมารวมกัน มีค่าเท่ากับ 7.05 )</p>	<p data-bbox="975 327 1075 371"><b>ขั้นสรุป</b></p> <p data-bbox="975 389 1390 775">1.ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปหลักเกณฑ์วิธีการหาผลบวกของทศนิยม การหาผลบวกของทศนิยมด้วยศูนย์ การหาผลบวกของทศนิยมที่มากกว่าสองจำนวน แล้วจดลงสมุดบันทึกด้วยภาษาของนักเรียนเอง</p> <p data-bbox="975 797 1342 1014">2.ครูแจกเอกสารฝึกหัด 2 ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มร่วมกันทำแบบฝึกหัด(โจทย์ปัญหา)เพื่อฝึกความชำนาญ</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>6.ครูยกตัวอย่างที่ 6 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>0 + (-12.8)</math> เป็นการหาผลบวกของศูนย์ด้วยทศนิยมที่เป็นลบ</p> <p>หาผลบวกได้หรือไม่ (ได้) หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมาบวกกัน มีค่าเท่ากับ <math>(-12.8)</math>)</p> <p>7.ครูยกตัวอย่างที่ 7 แล้วให้นักเรียนหาผลบวกของทศนิยมด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>8.ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 7</p> <p>9.ครูยกตัวอย่างที่ 8 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>(-3.45) + a = (-6.09) + (-3.45)</math></p> <p>จะได้ว่า <math>a</math> มีค่าเท่ากับเท่าไร (<math>a</math> มีค่าเท่ากับ <math>(-6.09)</math>)</p> <p>10.ครูยกตัวอย่างที่ 9 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ อารีซื้อผ้ามาห้าชิ้นมีความยาว</p> <p>ผ้าชิ้นที่หนึ่งยาว 2 เมตร 40 เซนติเมตรยาวกี่เมตร (2.40 เมตร)</p> <p>ผ้าชิ้นที่สองยาว 1 เมตร 75 เซนติเมตรยาวกี่เมตร (1.75 เมตร)</p> <p>ผ้าชิ้นที่สามยาว 2 เมตร 60 เซนติเมตรยาวกี่เมตร (2.60 เมตร)</p> <p>ผ้าชิ้นที่สี่ยาว 1 เมตร 35 เซนติเมตรยาวกี่เมตร (1.35 เมตร)</p> <p>ผ้าชิ้นที่ห้ายาว 3 เมตร 5 เซนติเมตรยาวกี่เมตร (3.05 เมตร)</p> <p>ดังนั้นอารีซื้อผ้ามาทั้งหมดเท่าไร (<math>2.40 + 1.75 + 2.60 + 1.35 + 3.05 = 11.15</math> เมตร)</p> <p>11. ครูยกตัวอย่างที่ 10 แล้วให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเอง</p>	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>12.ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 10</p> <p>13.ครูยกตัวอย่างที่ 11 แล้วให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>14.ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 11</p> <p><b>ขั้นพิจารณาไตร่ตรอง</b></p> <p>1.ครูให้นักเรียนสังเกตวิธีการหาผลบวกของทศนิยมจากตัวอย่างที่ผ่านมา แล้วร่วมกันอภิปรายโดยใช้การถามตอบเพื่อหาข้อสรุป</p> <p>จากตัวอย่าง ถ้าจะหาผลบวกของทศนิยมจะมีวิธีการอย่างไรบ้าง</p> <p>(ต้องสำรวจดูก่อนว่า ทศนิยมที่ต้องการหาผลบวก เป็นการบวกทศนิยมจำนวนลบด้วยจำนวนลบ หรือ จำนวนลบด้วยจำนวนบวก ถ้าเป็นทศนิยมที่เป็นการบวกทศนิยมจำนวนลบกับจำนวนลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบ ถ้าเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบหรือจำนวนบวกตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า)</p> <p>2.ครูให้นักเรียนสังเกตวิธีการหาผลบวกของทศนิยมด้วยศูนย์ จากตัวอย่างที่ผ่านมา แล้วร่วมกันอภิปรายโดยใช้การถามตอบเพื่อหาข้อสรุป</p> <p>จากตัวอย่าง ถ้าหาผลบวกของทศนิยมด้วยศูนย์ จะได้สมบัติตัวอย่างใด (สมบัติการบวกด้วยศูนย์ นั่นคือ การบวกทศนิยมใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการบวกศูนย์ด้วยทศนิยมใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับทศนิยมนั้น ๆ เสมอ)</p> <p>3.ครูให้นักเรียนสังเกตวิธีการหาผลบวกของทศนิยมที่มากกว่าสองจำนวนใด ๆ จากตัวอย่างที่ผ่านมา แล้วร่วมกันอภิปรายโดยใช้การถามตอบเพื่อหาข้อสรุป</p> <p>จากตัวอย่าง ถ้าหาผลบวกของทศนิยมที่มากกว่าสอง</p>	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>จำนวนใด ๆ จะได้สมบัติว่าอย่างไร (สมบัติการสลับที่ นั่นคือ เมื่อมีทศนิยมสองจำนวนใด ๆ บวกกัน เราสามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวบวกได้โดยที่ผลลัพธ์ยังคงเท่ากัน) (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ นั่นคือ เมื่อมีทศนิยมสามจำนวน บวกกัน เราสามารถบวกทศนิยมคู่แรก หรือคู่หลังก่อนก็ได้ โดยผลลัพธ์สุดท้ายยังคงเท่ากัน)</p> <p><b>ขั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง</b></p> <p>1. ให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์วิธีการหาผลบวกของทศนิยม การหาผลบวกของทศนิยมด้วยศูนย์ การหาผลบวกของทศนิยมที่มากกว่าสองจำนวน แล้วจดลงสมุดบันทึกด้วยภาษาของตนเอง</p> <p>2. ครูแจกเอกสารฝึกหัด 2 ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มร่วมกันทำแบบฝึกหัด(โจทย์ปัญหา)เพื่อฝึกความชำนาญ</p>	

## 6. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด 1, 2
2. เส้นจำนวน (ประกอบการอธิบายให้นักเรียนกลุ่มทดลอง)
3. Multibased Arithmetic Blocks (MABs) (ประกอบการอธิบายให้นักเรียนกลุ่มทดลอง)

## 7. การวัด และประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการมีส่วนร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัด 1, 2

## 8. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

### เอกสารฝึกหัดที่ 1

#### คำสั่ง 1. จงหาผลบวกหรือผลลบของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.  $(-4) + (-6)$

.....

.....

2.  $(-7) + (12)$

.....

.....

3.  $(-9) + (-15) + (7)$

.....

.....

4.  $(-19) + (-7) + (-5)$

.....

.....

5.  $(-15) + (30) + (-12)$

.....

.....

6.  $(12) + (9) + (-10)$

.....

.....

#### คำสั่ง 2. จงหาผลบวกของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.  $11.6 + 0.875$

.....

.....

2.  $0.035 + 2.3$

.....

.....

3.  $25.46 + 1.84$

.....

.....

4.  $67.3 + 12.08$

.....

.....

5.  $102.53 + 32.56$

.....

.....

6.  $8.321 + 205.02$

.....

.....

---

## เอกสารฝึกหัดที่ 2

### คำสั่ง 1. จงหาผลบวกของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.  $65.14 + 23.87$

.....

.....

2.  $27.620 + 72.26$

.....

.....

3.  $(-22.95) + (-12.081)$

.....

.....

4.  $(-72.65) + (-11.357)$

.....

.....

5.  $(-0.205) + 1.795$

.....

.....

6.  $(-36.7) + 18.925$

.....

.....

7.  $100 + (-75.025)$

.....

.....

8.  $(-3.101) + 2.987$

.....

.....

9.  $(-12.3) + 5.17 + (-3.24)$

.....

.....

10.  $(-51.09) + (-8.2) + (-0.103)$

.....

.....

11.  $(-29.81) + 2.2 + 29.81$

.....

.....

12.  $(-10.45) + (-32.01) + 20.45$

.....

.....

13.  $43.09 + (-0.602) + 7.91 + (-50.398)$

.....

.....

14.  $(-12.03) + 11.54 + (-20.07) + 20.46$

.....

.....

### คำสั่ง 2. จงหาทศนิยมที่แทน $a$ แล้วทำให้ได้ประโยคที่เป็นจริง

1.  $7.3 + (-2.1) = a + 7.3$

.....

.....

2.  $(-5.01) + a = (-2.09) + (-5.01)$

.....

.....

3.  $(-3.059) + a = 0$

.....

.....

4.  $0 + a = -6.538$

.....

.....

5.  $(-9.4) + a = -10$

.....

.....

6.  $[(-9.3) + 12.3] + a = 3.7$

.....

.....

### คำสั่ง 3. จงแสดงวิธีทำ

1. ในวันหนึ่ง ๆ ชลธิชาหมดค่าใช้จ่ายดังนี้ ค่ารถยนต์โดยสาร 13.50 บาท ค่าขนม 14.25 บาท ค่าอาหารกลางวัน 17 บาท และซื้อของเบ็ดเตล็ดอีก 20 บาท อยากทราบว่า ชลธิชามีค่าใช้จ่ายวันละเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

2. ครอบครัวลุงทองมีสมาชิกทั้งหมด 4 คน ซึ่งแต่ละคนมีน้ำหนักดังนี้ ลุงทองหนัก 72.5 กิโลกรัม ป้าบัวหนัก 58 กิโลกรัม 750 กรัม ลูกคนโตหนัก 43 กิโลกรัม 500 กรัมและ ลูกคนเล็กหนัก 34.40 กิโลกรัม อยากทราบว่าสมาชิกของครอบครัวลุงทองมีน้ำหนัก รวมกันเป็นเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

3. ปรีดี มีนา มีบ้านอยู่บนถนนสายเดียวกัน วันหนึ่งทั้งสองคนชวนกันขี่จักรยานไป เทียน้ำตก ปรีดีจะไปรับมีนาที่บ้านและเดินทางพร้อมกัน ถ้าบ้านปรีดีอยู่ห่างจาก บ้านมีนา 1 กิโลเมตร 200 เมตร บ้านของมีนาอยู่ห่างจากปากทางเข้าน้ำตก 1 กิโลเมตร 850 เมตร อยากทราบว่าบ้านปรีดีอยู่ห่างจากปากทางเข้าน้ำตกกี่กิโลเมตร

.....

.....

.....

.....

.....

4. ลวด 3 เส้น ยาว 1.47 เมตร 2.56 เมตร และ 3.65 เมตร นำมาวางต่อกัน  
จะวัดความยาวได้เท่าไร

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5. สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างยาว 46.25 เมตร ด้านยาวยาว 83.15 เมตร  
ถ้าเดินรอบสนามจะเดินได้ระยะทางกี่เมตร

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6. พงศธรเดินทางไปเยี่ยมเพื่อนต่างจังหวัด วันแรกเดินทางได้ 325.7 กิโลเมตร วันที่สอง  
เดินทางได้ 289.6 กิโลเมตร และวันที่สามเดินทางได้ 279.8 กิโลเมตร อยากทราบ  
ว่าพงศธรเดินทางรวมทั้งหมดกี่กิโลเมตร

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

สถาบันวิทยาการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1 ชั่วโมง  
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง  
การดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

### 1. สาระการเรียนรู้

ทศนิยมและเศษส่วน

### 2. สาระการเรียนรู้ย่อย

การบวกเศษส่วน

### 3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาผลบวกของเศษส่วนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสรุปและเขียนหลักเกณฑ์เกี่ยวกับการบวกเศษส่วนได้
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลเกี่ยวกับการบวกเศษส่วนได้

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. กล้าคิดและแสดงความคิดเห็น
3. มีระเบียบวินัย
4. มีความละเอียดรอบคอบ

### 4. สาระสำคัญ

การบวกเศษส่วน มีหลักเกณฑ์ดังนี้

- การบวกเศษส่วน ถ้าเศษส่วนเขียนอยู่ในรูปจำนวนคละให้เขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ให้นำตัวเศษมาบวกกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม
- การบวกเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากันให้ทำตัวส่วนให้เท่ากันเสียก่อน ด้วยการหา ค.ร.น.

ของตัวส่วนเมื่อได้เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันแล้วจึงนำตัวเลขของเศษส่วนเหล่านั้นมาบวกกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม

ซึ่งแบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้

1. การบวกเศษส่วนที่เป็นบวกด้วยเศษส่วนที่เป็นบวกให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวก

2. การบวกเศษส่วนที่เป็นลบด้วยเศษส่วนที่เป็นลบให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนลบ

3. การบวกระหว่างเศษส่วนที่เป็นบวกกับเศษส่วนที่เป็นลบให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลบวก  $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{1}{4} + \frac{3}{4} &= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \\ &= \frac{1+3}{4} \\ &= \frac{4}{4} \end{aligned}$$

**ตอบ**  $\frac{4}{4}$  หรือ 1

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาผลบวก  $1\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 1\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} &= \frac{4}{3} + \frac{5}{3} \\ &= \frac{4+5}{3} \\ &= \frac{9}{3} \end{aligned}$$

**ตอบ**  $\frac{9}{3}$  หรือ 3

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาผลบวก  $\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right) &= \frac{(-2)}{7} + \frac{(-3)}{7} \\ &= \frac{(-2)+(-3)}{7} \\ &= \left(-\frac{5}{7}\right) \end{aligned}$$

ตอบ  $\left(-\frac{5}{7}\right)$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวก  $\left(-\frac{5}{9}\right) + \left(\frac{7}{9}\right)$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned} \left(-\frac{5}{9}\right) + \left(\frac{7}{9}\right) &= \frac{(-5)}{9} + \frac{(7)}{9} \\ &= \frac{(-5) + (7)}{9} \\ &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{2}{9}$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลบวก  $\left(\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) &= \frac{(3)}{4} + \frac{(-1)}{2} \\ &= \frac{(3) + (-1)(2)}{4} \\ &= \frac{3 + (-2)}{4} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{1}{4}$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลบวก  $\left(-1\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right)$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned} \left(-1\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right) &= \left(-\frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right) \\ &= \frac{(-5)(3) + (-1)}{12} \\ &= \frac{(-15) + (-1)}{12} \\ &= -\frac{16}{12} \end{aligned}$$

ตอบ  $-\frac{16}{12}$  หรือ  $-\frac{4}{3}$  หรือ  $-1\frac{1}{3}$

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลบวก  $\left(-2\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned} \left(-2\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) &= \left(-\frac{11}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{(-11)}{5} + \frac{(-1)}{3} \\ &= \frac{(-11)(3) + (-1)(5)}{15} \\ &= \frac{(-33) + (-5)}{15} \end{aligned}$$

$$= -\frac{38}{15}$$

ตอบ  $-\frac{38}{15}$  หรือ  $-2\frac{8}{15}$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาผลบวก  $(4\frac{1}{3}) + (-2\frac{1}{2})$

วิธีทำ  $(4\frac{1}{3}) + (-2\frac{1}{2}) = \frac{13}{3} + (-\frac{5}{2})$

$$= \frac{13}{3} + \frac{(-5)}{2}$$


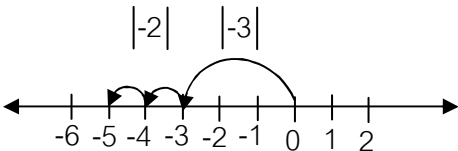
$$= \frac{(13)(2) + (-5)(3)}{6}$$

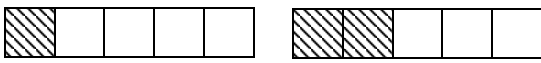



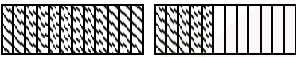



$$= \frac{(26) + (-15)}{6}$$


$$= \frac{11}{6}$$

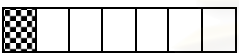




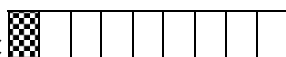
ตอบ  $\frac{11}{6}$  หรือ  $1\frac{5}{6}$


















## 5. กิจกรรมการเรียนรู้







กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p><u>ข้อตกลง</u> ให้คิดส่วนที่แรเงาเป็นตัวเลขของการเขียนเศษส่วน</p> <p>จากรูป  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{5}</math></p> <p><u>ขั้นทบทวนความรู้เดิม</u></p> <p>ทบทวนการบวกในระบบจำนวนเต็ม การหาค.ร.น. การบวกเศษส่วนที่เป็นบวกทั้งที่มีตัวส่วนเท่ากันและตัวส่วนไม่เท่ากัน ร่วมกันตอบคำถามและอภิปรายโดยใช้เส้นจำนวน รูปเศษส่วน และแจกเอกสารฝึกหัด 1 ให้นักเรียนทุกคนทำ</p> <p>เช่น 1) <math>(-3) + (-2)</math></p>  <p>ดังนั้น <math>(-3) + (-2) = (-5)</math></p>	<p><u>ขั้นนำ</u></p> <p>ทบทวนการบวกในระบบจำนวนเต็ม การหาค.ร.น. การบวกเศษส่วนที่เป็นบวกทั้งที่มีตัวส่วนเท่ากันและตัวส่วนไม่เท่ากัน ร่วมกันตอบคำถาม อภิปราย และแจกเอกสารฝึกหัด 1 ให้นักเรียนทุกคนทำ</p> <p>เช่น 1) <math>(-3) + (-2)</math></p> <p><math>(-3)</math> และ <math>(-2)</math> เป็นจำนวนเต็มลบทั้งสองจำนวน หาผลบวกโดยการนำค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองมาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ</p> <p>ดังนั้น <math>(-3) + (-2) = (-5)</math></p> <p>2) <math>\frac{1}{5} + \frac{2}{5}</math></p>





กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>2) <math>\frac{1}{5} + \frac{2}{5}</math></p>  <p style="text-align: center;"><math>\frac{1}{5} + \frac{2}{5}</math></p>  <p style="text-align: center;"><math>\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}</math></p> <p>3) <math>\frac{3}{4} + \frac{2}{3}</math></p>  <p style="text-align: center;"><math>\frac{3}{4} + \frac{2}{3}</math></p>  <p style="text-align: center;"><math>\frac{9}{12} + \frac{8}{12}</math></p>  <p style="text-align: center;"><math>\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}</math></p>	<p><math>\frac{1}{5}</math> กับ <math>\frac{2}{5}</math> เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ในการหาผลบวกของเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันทำได้โดยให้นำตัวเศษมารวมกัน โดยที่ตัวส่วนยังคงเท่าเดิม ดังนั้น <math>\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}</math></p> <p>3) <math>\frac{3}{4} + \frac{2}{3}</math></p> <p><math>\frac{3}{4}</math> กับ <math>\frac{2}{3}</math> เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ในการหาผลบวกของเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน จะต้องทำให้เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันก่อน ซึ่งการทำตัวส่วนให้เท่ากัน ทำโดยการหา ค.ร.น. เมื่อได้เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันแล้วจึงนำตัวเศษของเศษส่วนเหล่านั้นมาบวกกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม ในที่นี้ ค.ร.น. ของ 3 กับ 4 คือ 12 ดังนั้น</p> $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{(3)(4) + (2)(3)}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$
<p><b>ขั้นเรียนรู้สิ่งใหม่</b></p> <p> แทนจำนวนที่เป็นบวก</p> <p> แทนจำนวนที่เป็นลบ</p> <p>1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จาก  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{4}</math></p>	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูอธิบายถึงหลักเกณฑ์การหาผลบวกของเศษส่วนใด ๆ ว่า หาได้โดยใช้หลักเกณฑ์การบวกเศษส่วนที่เป็นบวกและการบวกจำนวนเต็ม</p> <p>2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 อธิบายการหาผลบวกของเศษส่วน</p> <p>จากตัวอย่าง <math>\frac{1}{4}</math> กับ <math>\frac{3}{4}</math> เป็นเศษส่วนที่เป็นบวก และเป็น</p>

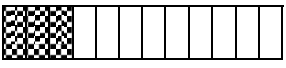

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\frac{1}{4}</math> กรณีนี้เป็นการหาผลบวกของเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก และเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน</p> <p>2. ครูถามนักเรียนว่า จากโจทย์ <math>\frac{1}{4} + \frac{3}{4}</math> ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> <p>  <math>\frac{1}{4} + \frac{3}{4}</math></p> <p>หาผลบวกได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (ได้ เพราะเป็นการหาผลบวกของจำนวนของสิ่งของชนิดเดียวกัน และมีขนาดเท่ากัน) หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมาบวกกัน มีค่าเท่ากับ <math>\left(\frac{4}{4}\right)</math> หรือ 1)</p> <p>ดังนั้น <math>\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(\frac{4}{4}\right)</math> หรือ 1</p> <p>3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ พร้อมทั้งแนะนำนักเรียนให้เขียนเศษส่วนจำนวนคละให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน</p> <p>นั่นคือ <math>1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}</math> และ <math>1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}</math></p> <p>จาก  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{3}</math></p> <p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\frac{1}{3}</math> กรณีนี้เป็นการหาผลบวกของเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก และเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน</p> <p>4. ครูถามนักเรียนว่า จากโจทย์ <math>1\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}</math> ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> <p> <math>\frac{4}{3}</math></p> <p> <math>\frac{5}{3}</math></p> <p>+</p>	<p>เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้นเราสามารถหาผลบวกได้โดยการนำค่าสัมบูรณ์ของ 1 กับ 3 มาบวกกัน แล้วตัวส่วนยังคงเท่าเดิม ได้ผลบวกเป็น <math>\left(\frac{4}{4}\right)</math> หรือ 1</p> <p>3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ใช้การถามตอบและอธิบายเพื่อหาผลบวกของเศษส่วน พร้อมทั้งแนะนำนักเรียนให้เขียนเศษส่วนจำนวนคละให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน</p> <p>นั่นคือ <math>1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}</math> และ <math>1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}</math></p> <p>จากตัวอย่าง <math>1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}</math> กับ <math>1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}</math> เป็นเศษส่วนที่เป็นบวก และเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้นเราสามารถหาผลบวกได้โดยการนำค่าสัมบูรณ์ของ 4 กับ 5 มาบวกกันแล้วตัวส่วนยังคงเท่าเดิม ได้ผลบวกเป็น <math>\left(\frac{9}{3}\right)</math></p> <p>4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 อธิบายการหาผลบวกของเศษส่วน</p> <p>จากตัวอย่าง <math>\frac{(-2)}{7}</math> กับ <math>\frac{(-3)}{7}</math> เป็นเศษส่วนที่เป็นลบ และเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้นเราสามารถหาผลบวกได้โดยการนำค่าสัมบูรณ์ของ (-2) กับ (-3) มาบวกกันแล้วตัวส่วนยังคงเท่าเดิม ได้ผลบวกเป็น <math>\left(-\frac{5}{7}\right)</math></p> <p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ใช้การถามตอบ</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>หาผลบวกได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (ได้ เพราะเป็นการหาผลบวกของจำนวนของสิ่งของชนิดเดียวกัน และมีขนาดเท่ากัน) หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมารวมกัน มีค่าเท่ากับ <math>\left(\frac{9}{3}\right)</math> หรือ 3)</p> <p>ดังนั้น <math>\frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \left(\frac{9}{3}\right)</math> หรือ 3</p> <p>5. ครูกยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จาก  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{1}{7}\right)</math></p> <p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\left(-\frac{1}{7}\right)</math> กรณีนี้เป็นการหาผลบวกของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ และเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน</p> <p>6. ครูถามนักเรียนว่า จากโจทย์ <math>\frac{(-2)}{7} + \frac{(-3)}{7}</math> ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> <p>  <math>\frac{(-2)}{7} + \frac{(-3)}{7}</math></p> <p>หาผลบวกได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (ได้ เพราะเป็นการหาผลบวกของจำนวนของสิ่งของชนิดเดียวกัน และมีขนาดเท่ากัน) หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมารวมกัน มีค่าเท่ากับ <math>\left(-\frac{5}{7}\right)</math>)</p> <p>ดังนั้น <math>\frac{(-2)}{7} + \frac{(-3)}{7} = \left(-\frac{5}{7}\right)</math></p> <p>7. ครูกยกตัวอย่างที่ 4 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จาก  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{9}</math></p> <p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\frac{1}{9}</math></p> <p>และ  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{1}{9}\right)</math></p>	<p>เพื่อหาผลบวกของเศษส่วน</p> <p>จากตัวอย่าง <math>\left(-\frac{5}{9}\right)</math> เป็นเศษส่วนที่เป็นลบ <math>\left(\frac{7}{9}\right)</math> เป็นเศษส่วนที่เป็นบวกและเศษส่วนทั้งสองเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้นเราสามารถหาผลบวกได้โดยการนำค่าสัมบูรณ์ของ (-5) กับ (7) มาบวกกันแล้วตัวส่วนยังคงเท่าเดิม ได้ผลบวกเป็น <math>\frac{2}{9}</math></p> <p>6. ครูกยกตัวอย่างที่ 5 ใช้การถามตอบและอธิบายเพื่อหาผลบวกของเศษส่วน</p> <p>จากตัวอย่าง <math>\left(\frac{3}{4}\right)</math> เป็นเศษส่วนที่เป็นบวก <math>\left(-\frac{1}{2}\right)</math> เป็นเศษส่วนที่เป็นลบ และเศษส่วนทั้งสองมีตัวส่วนไม่เท่ากัน ดังนั้น เราต้องหาค.ร.น. ของ 2 และ 4 ค.ร.น. ของ 2 และ 4 คือ 4</p> <p>7. ครู นักเรียนร่วมกันทำเศษส่วนแต่ละจำนวนให้มีตัวส่วนเท่ากับ 4 แล้วให้นักเรียนหาผลบวก ได้ผลบวกเป็น <math>\frac{1}{4}</math></p> <p>8. ครูกยกตัวอย่างที่ 6 ใช้การถามตอบและอธิบายเพื่อหาผลบวกของเศษส่วน พร้อมทั้งแนะนำนักเรียนให้เขียนเศษส่วนจำนวนคณะให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน</p> <p>นั่นคือ <math>\left(-1\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right)</math></p> <p>9. ครู นักเรียนร่วมกันหาค.ร.น. ของ</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\left(-\frac{1}{9}\right)</math></p> <p>กรณีนี้เป็นการหาผลบวกของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกและเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้น ถ้า <math>\left(\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right)</math> แทนด้วยรูปได้ดังนี้  </p> $\left(\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right)$ <p>และหาผลบวกได้ เพราะเป็นการหาผลบวกของจำนวนของสิ่งของต่างชนิดกัน แต่มีขนาดเท่ากัน หาโดยการนำมาหักล้างกัน ฉะนั้น <math>\left(\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) = 0</math></p> <p>8. ครูถามนักเรียนว่า จากโจทย์ <math>\left(-\frac{5}{9}\right) + \left(\frac{7}{9}\right)</math> ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> <p>         </p> $\left(-\frac{5}{9}\right) + \left(\frac{7}{9}\right)$ <p>หาผลบวกได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (ได้ เพราะเป็นการหาผลบวกของจำนวนของสิ่งของต่างชนิดกัน แต่มีขนาดเท่ากัน) หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมาหักล้างกันเป็นคู่ ๆ มีค่าเท่ากับ <math>\left(\frac{2}{9}\right)</math>)</p> <p>ดังนั้น <math>\left(-\frac{5}{9}\right) + \left(\frac{7}{9}\right) = \left(\frac{2}{9}\right)</math></p> <p>9. ครูยกตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จาก    ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{4}</math></p> <p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\frac{1}{4}</math></p>	<p>4 และ 12 ค.ร.น. ของ 4 และ 12 คือ 12</p> <p>10. ให้นักเรียนช่วยกันทำเศษส่วนแต่ละจำนวนให้มีตัวส่วนเท่ากับ 12 แล้วให้นักเรียนหาผลบวก ดังนั้น</p> $\left(-1\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right) = \left(-\frac{16}{12}\right)$ <p>11. ครูแนะนำให้ให้นักเรียนเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ หรือเศษส่วนเกิน ดังนั้น</p> <p>เขียนคำตอบได้เป็น <math>-\frac{16}{12}</math> หรือ <math>-\frac{4}{3}</math> หรือ <math>-1\frac{1}{3}</math></p> <p>12. ครูยกตัวอย่างที่ 7 ใช้การถามตอบและอธิบายเพื่อหาผลบวกของเศษส่วน</p> <p>13. ให้นักเรียนเขียน <math>\left(-2\frac{1}{5}\right)</math> ให้อยู่ในรูปเศษเกิน ซึ่งเขียนได้เป็น <math>\left(-\frac{11}{5}\right)</math> แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาผลบวก ได้ผลบวก เป็น <math>-\frac{38}{15}</math> หรือ <math>-2\frac{8}{15}</math></p> <p>14. ครู นักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบ</p> <p>15. ครูยกตัวอย่างที่ 8 แล้วให้นักเรียนหาผลบวกของเศษส่วนด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>14. ครูนักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 8</p> <p>16. ให้นักเรียนร่วมกันกำหนดโจทย์ตัวอย่างและหาผลบวกของเศษส่วนจากโจทย์ที่กำหนดขึ้น</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>จาก  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{1}{2}\right)</math></p> <p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\left(-\frac{1}{2}\right)</math></p> <p>กรณีนี้เป็นการหาผลบวกของเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบและเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน</p> <p>จากรูป ขนาดของ <math>\frac{1}{4}</math> และ ขนาดของ <math>\left(-\frac{1}{2}\right)</math> มีขนาดไม่เท่ากัน เราสามารถหาผลบวกได้หรือไม่ (ไม่ได้) ฉะนั้นในกรณีนี้จะต้องทำอย่างไร(จะต้องทำเศษส่วนให้มีตัวส่วนเท่ากันก่อนแล้วจึงแบ่งขนาดของรูปใหม่ให้มีขนาดเท่ากัน)</p> <p>10. ครูถามนักเรียนว่า การทำตัวส่วนให้เท่ากันทำได้อย่างไร (โดยการหา ค.ร.น.) ฉะนั้นในกรณีนี้ทำได้อย่างไร (หา ค.ร.น. ของ 2 กับ 4 ซึ่ง ค.ร.น. ของ 2 และ 4 คือ 4) ฉะนั้นเราต้องแบ่งรูปใหม่ออกเป็นกี่ส่วน (4 ส่วน) แบ่งได้อย่างไร</p> <p> ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{2}{4}\right)</math></p> <p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\left(-\frac{1}{4}\right)</math></p> <p>11. ครูถามนักเรียนว่า จากโจทย์ <math>\left(\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) =</math>  <math>\left(\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{4}\right)</math> ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> <p> </p> <p><math>\left(\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{4}\right)</math></p> <p>หาผลบวกได้หรือไม่ (ได้) เพราะเหตุใด (เพราะเป็นการ</p>	<p>17. ครูให้นักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบ</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์การหาผลบวกเศษส่วน แล้วจดลงสมุดบันทึกด้วยภาษาของตนเอง</p> <p>2. ครูแจกเอกสารฝึกหัด 2 ให้นักเรียนทำเพื่อฝึกความชำนาญ</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>หาผลบวกของจำนวนของสิ่งของต่างชนิดกัน แต่มีขนาดเท่ากันแล้ว) หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมาหักล้างกันเป็นคู่ ๆ มีค่าเท่ากับ <math>\frac{1}{4}</math>)</p> <p>ดังนั้น <math>\left(\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{4}\right) = \frac{1}{4}</math></p> <p>12. ครูยกตัวอย่างที่ 6 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก โดยใช้การถามตอบ พร้อมทั้งแนะนำนักเรียนให้เขียนเศษส่วนจำนวนคละให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน</p> <p>นั่นคือ <math>\left(-1\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right)</math></p> <p>จาก  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{1}{4}\right)</math></p> <p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\left(-\frac{1}{4}\right)</math></p> <p>จาก  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{1}{12}\right)</math></p> <p>ฉะนั้น  หมายถึง <math>\left(-\frac{1}{12}\right)</math></p> <p>กรณีนี้เป็นการหาผลบวกของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบและเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน</p> <p>จากรูป ขนาดของ <math>\left(-\frac{1}{4}\right)</math> และ ขนาดของ <math>\left(-\frac{1}{12}\right)</math> มีขนาดไม่เท่ากัน เราสามารถหาผลบวกได้หรือไม่ (ไม่ได้)</p> <p>ฉะนั้นในกรณีนี้ จะต้องทำอย่างไร (จะต้องทำเศษส่วนให้มีตัวส่วนเท่ากันก่อน แล้วจึงแบ่งขนาดของรูปใหม่ให้มีขนาดเท่ากัน)</p> <p>13. ครูถามนักเรียนว่า การทำตัวส่วนให้เท่ากันทำได้อย่างไร (โดยการหาค.ร.น.) ในกรณีนี้ทำได้อย่างไร (หาค.ร.น. ของ 4 กับ 12 ซึ่ง ค.ร.น. ของ 4 และ 12 คือ 12)</p>	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ฉะนั้นเราต้องแบ่งรูปใหม่ออกเป็นกี่ส่วน (12 ส่วน) แบ่งได้อย่างไร</p> <p> ส่วนที่แรกเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{3}{12}\right)</math></p> <p>14. ครูถามนักเรียนว่า จากโจทย์ <math>\left(-1\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right) = \left(-\frac{15}{12}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right)</math> ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> <p> <math>\left(-\frac{15}{12}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right)</math></p> <p>หาผลบวกได้หรือยัง (ได้แล้ว) เพราะเหตุใด (เพราะเป็นการหาผลบวกของจำนวนของสิ่งของชนิดเดียวกัน และมีขนาดเท่ากันแล้ว) หาได้อย่างไร และมีค่าเท่ากับเท่าไร (หาได้โดยการนำมารวมกัน มีค่าเท่ากับ <math>\left(-\frac{16}{12}\right)</math>)</p> <p>ดังนั้น <math>\left(-1\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right) = \left(-\frac{15}{12}\right) + \left(-\frac{1}{12}\right) = \left(-\frac{16}{12}\right)</math></p> <p>15. ครูแนะนำให้นักเรียนเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ หรือ เศษส่วนเกิน ดังนี้</p> <p>เขียนคำตอบได้เป็น <math>\left(-\frac{16}{12}\right)</math> หรือ <math>\left(-\frac{4}{3}\right)</math> หรือ <math>\left(-1\frac{1}{3}\right)</math></p> <p>16. ครูยกตัวอย่างที่ 7 ให้นักเรียนเขียน <math>\left(-2\frac{1}{5}\right)</math> ให้อยู่ในรูปเศษเกิน ซึ่งเขียนได้เป็น <math>\left(-\frac{11}{5}\right)</math> แล้วให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลบวก</p> <p>17. ครู ให้นักเรียนใช้การถามตอบในการหาผลบวก ได้ผลบวกเป็น <math>\left(-\frac{38}{15}\right)</math> หรือ <math>\left(-2\frac{8}{15}\right)</math></p> <p>18. ครู ให้นักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบ</p> <p>19. ครูยกตัวอย่างที่ 8 แล้วให้นักเรียนหาผลบวกของ</p>	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>เศษส่วนด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>20. ครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 8</p> <p><b>ขั้นพิจารณาไตร่ตรอง</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนสังเกตวิธีการหาผลบวกของเศษส่วน จากตัวอย่างที่ผ่านมา แล้วร่วมกันอภิปรายโดยใช้การถามตอบเพื่อหาข้อสรุป</p> <p>จากตัวอย่าง ถ้าจะหาผลบวกของเศษส่วนจะมีวิธีการอย่างไรบ้าง</p> <p>(ต้องสำรวจดูก่อนว่า เศษส่วนที่ต้องการหาผลบวกเป็นเศษส่วนที่เขียนอยู่ในรูปจำนวนคละหรือไม่ ถ้าเศษส่วนเขียนอยู่ในรูปจำนวนคละให้เขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน จากนั้น สำรวจดูว่า เศษส่วนที่ต้องการหาผลบวก เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันหรือไม่ ถ้าเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (จะมีขนาดของรูปเท่ากัน)ให้นำตัวเศษมาบวกกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม (ในการบวกต้องดูว่าเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนลบ หรือ เป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนบวก ถ้าเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบ ถ้าเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบหรือจำนวนบวกตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า) แต่ถ้าเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันให้ทำตัวส่วนให้เท่ากันเสียก่อน ด้วยการหา ค.ร.น. ของตัวส่วน เมื่อได้เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันแล้วจึงนำตัวเศษของเศษส่วนเหล่านั้นมาบวกกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม (ตามหลักการบวกข้างต้น) และขั้นตอนสุดท้าย คือ เขียนผลบวกที่ได้ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ หรือเขียนอยู่ในรูปจำนวนคละ)</p> <p>2. ให้นักเรียนร่วมกันกำหนดโจทย์ตัวอย่างและหาผลบวก</p>	



### เอกสารฝึกหัด 1

**คำสั่ง** 1.จงหาผลบวกหรือผลลบของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.  $(-3) + (-2)$

2.  $(-6) + (15)$

.....

.....

.....

.....

3.  $(-7) + (-10) + (8)$

4.  $(-14) + (-6) + (-3)$

.....

.....

.....

.....

**คำสั่ง** 2.จงหาผลบวกหรือผลลบของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อ	โจทย์	วิธีทำ	ผลลัพธ์
1	$\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$	.....	.....
2	$\frac{5}{11} - \frac{4}{11}$	.....	.....
3	$3\frac{1}{9} + 2\frac{4}{9}$	.....	.....

**คำสั่ง** 3.จงหา ค.ร.น. ของจำนวนต่อไปนี้

1. 6 และ 15

2. 5 และ 7

.....

.....

.....

.....

3. 4, 8 และ 12

4. 2, 5 และ 11

.....

.....

.....

.....

**คำสั่ง** 4.จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

ข้อ	โจทย์	ค.ร.น. ตัวส่วน	เปลี่ยนเศษส่วนให้มีส่วนเท่ากัน	ผลลัพธ์
1.	$\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$	.....	..... = .....	..... = .....
2.	$\frac{4}{7} + \frac{3}{5}$	.....	..... = .....	..... = .....
3.	$\frac{4}{9} + \frac{6}{7}$	.....	..... = .....	..... = .....

## เอกสารฝึกหัด 2

คำสั่ง 1.จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1)  $\frac{4}{9} + \frac{2}{9}$

.....

.....

2)  $2\frac{1}{6} + 3\frac{1}{2}$

.....

.....

3)  $\left(-\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{5}{7}\right)$

.....

.....

4)  $\left(-1\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{3}{6}\right)$

.....

.....

5)  $\frac{7}{11} + \left(-\frac{5}{11}\right)$

.....

.....

6)  $\frac{5}{6} + \left(-\frac{7}{12}\right)$

.....

.....

7)  $2\frac{1}{9} + \left(-\frac{8}{9}\right)$

.....

.....

8)  $\left(-\frac{4}{15}\right) + \frac{3}{5}$

.....

.....

9)  $\left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-2\frac{1}{3}\right)$

.....

.....

10)  $(-5) + \left(-\frac{3}{7}\right)$

.....

.....

11)  $\left(1\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{8}{9}\right)$

.....

.....

12)  $\left(-2\frac{7}{11}\right) + \left(1\frac{5}{22}\right)$

.....

.....

13)  $\left(2\frac{7}{12}\right) + \left(-3\frac{3}{8}\right)$

.....

.....

14)  $\left(-5\frac{1}{14}\right) + \left(-2\frac{4}{21}\right)$

.....

.....

\_\_\_\_\_

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1 ชั่วโมง  
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง  
การดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

#### 1. สาระการเรียนรู้

ทศนิยมและเศษส่วน

#### 2. สาระการเรียนรู้ย่อย

การคูณเศษส่วน

#### 3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาผลคูณของเศษส่วนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาเกี่ยวกับการคูณเศษส่วนได้

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความสามัคคี
2. มีความรับผิดชอบ
3. มีความละเอียดรอบคอบ
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
5. กล้าคิดและแสดงความคิดเห็น

#### 4. สาระสำคัญ

หลักเกณฑ์การคูณเศษส่วน

เมื่อ  $\frac{a}{b}$  และ  $\frac{c}{d}$  เป็นเศษส่วน ผลคูณของ  $\frac{a}{b}$  และ  $\frac{c}{d}$  เป็นไปตามข้อตกลงต่อไปนี้

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

ซึ่งแบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้

- การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น โดยตัวเศษคูณกับตัวเศษ และตัวส่วนคูณกับตัวส่วน
- การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ หรือ การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น โดยตัวเศษคูณกับตัวเศษและตัวส่วนคูณกับตัวส่วน
- การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบจะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น โดยตัวเศษคูณกับตัวเศษ และตัวส่วนคูณกับตัวส่วน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณ  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$

วิธีทำ 
$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2}$$

$$= \frac{1}{8}$$

ตอบ  $\frac{1}{8}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณ  $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right)$

วิธีทำ 
$$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{(-2) \times 1}{3 \times 5}$$

$$= \frac{(-2) \times 1}{3 \times 5}$$

$$= \left(-\frac{2}{15}\right)$$

ตอบ  $\left(-\frac{2}{15}\right)$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลคูณ  $\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$

วิธีทำ 
$$\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{(3) \times (-2)}{4 \times 5}$$

$$= \frac{(3) \times (-2)}{4 \times 5}$$

$$= \left(-\frac{6}{20}\right)$$

ตอบ  $\left(-\frac{6}{20}\right)$  หรือ  $\left(-\frac{3}{10}\right)$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลคูณ  $\left(-1\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned}\left(-1\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right) &= \left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{(-5)}{4}\times\frac{(-1)}{2} \\ &= \frac{(-5)\times(-1)}{4\times 2} \\ &= \frac{5}{8}\end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{5}{8}$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลคูณ  $\left(-1\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{2}{3}\right)$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned}\left(-1\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{2}{3}\right) &= \left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right) \\ &= \frac{(-6)}{5}\times\frac{(-5)}{3} \\ &= \frac{(-6)\times(-5)}{5\times 3} \\ &= \frac{30}{15} = 2\end{aligned}$$

หรือ เขียนสั้น ๆ ดังนี้

$$\begin{aligned}\left(-1\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{2}{3}\right) &= \left(-\frac{\cancel{6}^2}{\cancel{5}_1}\right)\times\left(-\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{3}_1}\right) \\ &= 2\end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{30}{15}$  หรือ 2

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลคูณ  $\left(-2\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned}\left(-2\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right) &= \left(-\frac{11}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right) \\ &= \frac{(-11)}{5}\times\frac{(-5)}{3} \\ &= \frac{(-11)\times(-5)}{5\times 3} \\ &= \frac{55}{15} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}\end{aligned}$$

หรือ เขียนสั้น ๆ ดังนี้

$$\begin{aligned}\left(-2\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right) &= \left(-\frac{11}{\cancel{5}_1}\right)\times\left(-\frac{\cancel{5}^1}{3}\right) \\ &= \frac{(-11)\times(-1)}{3}\end{aligned}$$

$$= \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

**ตอบ**  $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลคูณ  $\left(1\frac{1}{3}\right) \times \left(-2\frac{1}{2}\right)$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned} \left(1\frac{1}{3}\right) \times \left(-2\frac{1}{2}\right) &= \frac{4}{3} \times \left(-\frac{5}{2}\right) \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{(-5)}{2} \\ &= \frac{4 \times (-5)}{3 \times 2} \\ &= -\frac{20}{6} \end{aligned}$$




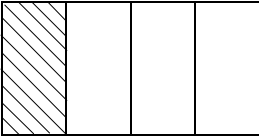
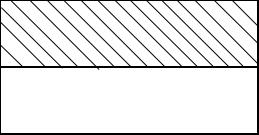
หรือ เขียนสั้น ๆ ดังนี้

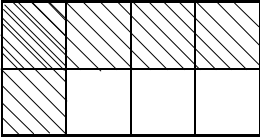
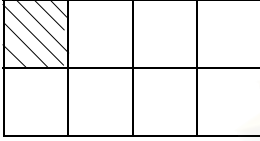
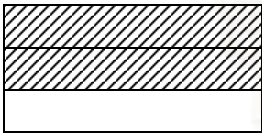

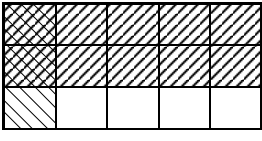
$$\begin{aligned} \left(1\frac{1}{3}\right) \times \left(-2\frac{1}{2}\right) &= \frac{4^2}{3} \times \left(-\frac{5}{2}\right) \\ &= \frac{2 \times (-5)}{3} \\ &= -\frac{10}{3} \end{aligned}$$

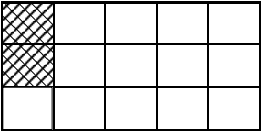
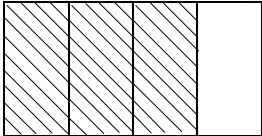

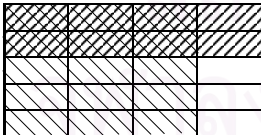
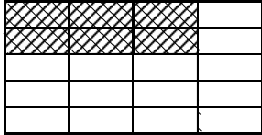
**ตอบ**  $-\frac{20}{6}$  หรือ  $-\frac{10}{3}$  หรือ  $\left(-3\frac{1}{3}\right)$

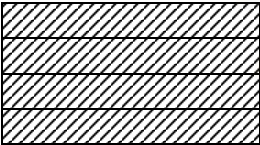
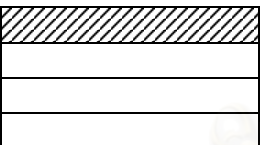
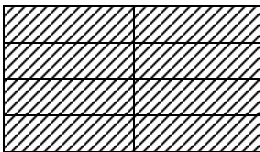

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

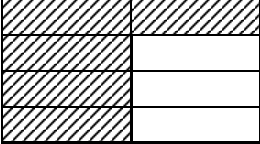
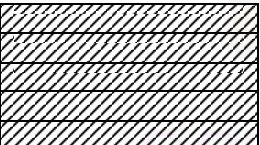
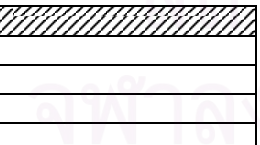
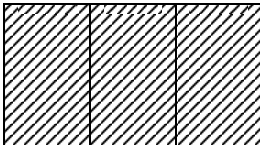
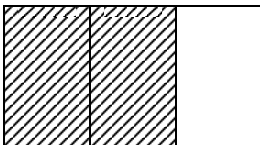
## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

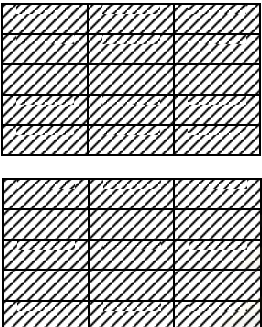
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ข้อตกลง ให้คิดส่วนที่แรเงาเป็นตัวเศษของการเขียนเศษส่วน</p> <p>จากรูป  ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{5}</math></p> <p><b>ขั้นทบทวนความรู้เดิม</b></p> <p>ทบทวนการคูณในระบบจำนวนเต็ม ร่วมกันตอบคำถามและอภิปราย และแจกเอกสารฝึกหัด 1 ให้นักเรียนทุกคนทำ</p> <p>เช่น 1) <math>4 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8</math></p> <p>ดังนั้น <math>4 \times (-2) = (-8)</math></p> <p>2) <math>(-8) \times 7 = (-56)</math></p> <p>3) <math>(-3) \times (-5) = 15</math></p> <p>4) <math>\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}</math></p> <p><b>ขั้นเรียนรู้สิ่งใหม่</b></p> <p> แทนจำนวนที่เป็นบวก</p> <p> แทนจำนวนที่เป็นลบ</p> <p>1. คุรูกยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลคูณ โดยใช้การถามตอบ จากโจทย์ <math>\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}</math> เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> <p> ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{4}</math></p> <p> ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{2}</math></p>	<p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>ทบทวนการคูณในระบบจำนวนเต็ม ร่วมกันตอบคำถามและอภิปราย และแจกเอกสารฝึกหัด 1 ให้นักเรียนทุกคนทำ</p> <p>เช่น 1) <math>4 \times (-2)</math></p> <p>4 คูณ (-2) เป็นการคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบจะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น</p> <p>ดังนั้น <math>4 \times (-2) = (-8)</math></p> <p>2) <math>(-8) \times 7</math></p> <p>(-8) คูณ 7 เป็นการคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น</p> <p>ดังนั้น <math>(-8) \times 7 = (-56)</math></p> <p>3) <math>(-3) \times (-5)</math></p> <p>(-3) คูณ (-5) เป็นการคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบจะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น</p> <p>ดังนั้น <math>(-3) \times (-5) = 15</math></p> <p>4) <math>\frac{1}{5} \times \frac{2}{3}</math></p> <p><math>\frac{1}{5}</math> กับ <math>\frac{2}{3}</math> เป็นการคูณเศษส่วน</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>2.ครูแนะนำวิธีการหาผลคูณ จากโจทย์หาผลคูณได้โดยการนำแผ่นใสทั้งสองมาซ้อนทับกัน จะได้ผลดังรูป</p>  <p>3.จากโจทย์หาผลคูณได้เท่ากับ <math>\frac{1}{8}</math></p>  <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{8}</math></p> <p>ดังนั้น <math>\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}</math></p> <p>4.ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลคูณ โดยใช้การถามตอบ จากโจทย์ <math>\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right)</math> เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก</p> <p>5.ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ช่วยกันวาดรูปแทนเศษส่วนจากโจทย์ ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p>  <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{2}{3}</math></p>  <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{1}{5}</math></p> <p>6.จากโจทย์ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาผลคูณ โดยการนำแผ่นใสทั้งสองมาซ้อนทับกัน จะได้ผลดังรูป</p>  <p>7.จากโจทย์หาผลคูณได้หรือไม่ (ได้) และมีค่าเท่ากับ</p>	<p>ซึ่งหาผลคูณโดยการนำตัวเศษคูณกับตัวเศษ และตัวส่วนคูณกับตัวส่วน หรือถ้าตัวเศษและตัวส่วนมีตัวประกอบร่วม ให้นำตัวประกอบร่วมมาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนก่อน แล้วจึงหาผลคูณ</p> <p>ดังนั้น <math>\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}</math></p> <p><b>ชั้นสอน</b></p> <p>1.ครูอธิบายถึงหลักเกณฑ์การหาผลคูณของเศษส่วนใด ๆ ว่า โดย เมื่อ <math>\frac{a}{b}</math> และ <math>\frac{c}{d}</math> เป็นเศษส่วน ผลคูณของ <math>\frac{a}{b}</math> และ <math>\frac{c}{d}</math> เป็นไปตามข้อตกลงต่อไปนี้</p> $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ <p>2.ครูยกตัวอย่างที่ 1 อธิบายการหาผลคูณของเศษส่วน จากโจทย์</p> $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ <p><math>\frac{1}{4}</math> กับ <math>\frac{1}{2}</math> เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก กับเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวน ดังนั้น</p> $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>เท่าไร (มีค่าเท่ากับ <math>(-\frac{2}{15})</math>)</p>  <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>(-\frac{2}{15})</math></p> <p>ดังนั้น <math>(-\frac{2}{3}) \times (\frac{1}{5}) = (-\frac{2}{15})</math></p> <p>8. ให้ตัวแทนกลุ่ม 2 กลุ่ม นำเสนอหน้าชั้นเรียน</p> <p>9. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลคูณ โดยใช้การถามตอบ</p> <p>จากโจทย์ <math>(\frac{3}{4}) \times (-\frac{2}{5})</math> เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ</p> <p>10. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ช่วยกันวาดรูปแทนเศษส่วนจากโจทย์ ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p>  <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>(\frac{3}{4})</math></p>  <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>(-\frac{2}{5})</math></p> <p>11. จากโจทย์ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาผลคูณ โดยการนำแผ่นใสทั้งสองมาซ้อนทับกัน จะได้ผลดังรูป</p>  <p>12. จากโจทย์หาผลคูณได้หรือไม่ (ได้) และมีค่าเท่ากับเท่าไร (มีค่าเท่ากับ <math>(-\frac{6}{20})</math>)</p>  <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>(-\frac{6}{20})</math></p>	<p>3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 อธิบายการหาผลคูณของเศษส่วน จากโจทย์</p> $(-\frac{2}{3}) \times (\frac{1}{5})$ <p><math>(-\frac{2}{3})</math> กับ <math>(\frac{1}{5})</math> เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวน ดังนั้น</p> $\begin{aligned} (-\frac{2}{3}) \times (\frac{1}{5}) &= \frac{(-2)}{3} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{(-2) \times 1}{3 \times 5} \\ &= (-\frac{2}{15}) \end{aligned}$ <p>4. ครูให้นักเรียนตรวจสอบการหาผลคูณอีกครั้งหนึ่งว่าถูกต้องหรือไม่</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างที่ 3 อธิบายการหาผลคูณของเศษส่วน</p> <p>จากโจทย์ <math>(\frac{3}{4}) \times (-\frac{2}{5})</math></p> <p><math>(\frac{3}{4})</math> กับ <math>(-\frac{2}{5})</math> เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวน ดังนั้น</p> $\begin{aligned} (\frac{3}{4}) \times (-\frac{2}{5}) &= \frac{(3)}{4} \times \frac{(-2)}{5} \\ &= \frac{(3) \times (-2)}{4 \times 5} \end{aligned}$

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ดังนั้น <math>\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) = \left(-\frac{6}{20}\right) = \left(-\frac{3}{10}\right)</math></p> <p>13. ให้ตัวแทนกลุ่ม 2 กลุ่ม นำเสนอหน้าชั้นเรียน</p> <p>14. ครูให้นักเรียนร่วมกันตรวจสอบการหาผลคูณอีกครั้ง หนึ่งว่าถูกต้องหรือไม่</p> <p>15. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลคูณ โดยใช้การถามตอบ จากโจทย์</p> <p><math>\left(-1\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)</math> เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ</p> <p>16. ให้นักเรียนแต่ละคน วาดรูปแทนเศษส่วนจากโจทย์ ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin-left: 20px;">ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{5}{4}\right)</math></div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin-left: 20px;">ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{1}{2}\right)</math></div> </div>	<p><math>= -\frac{6}{20} = -\frac{3}{10}</math></p> <p>6. ครูยกตัวอย่างที่ 4 อธิบายการหาผลคูณของเศษส่วน จากโจทย์</p> <p><math>\left(-1\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)</math></p> <p><math>\left(-1\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right)</math> กับ <math>\left(-\frac{1}{2}\right)</math></p> <p>เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ กับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวน ดังนั้น</p> <p><math>\left(-1\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)</math></p> <p><math>= \frac{(-5) \times (-1)}{4 \times 2}</math></p> <p><math>= \frac{(-5) \times (-1)}{4 \times 2}</math></p> <p><math>= \frac{5}{8}</math></p> <p>7. ครูแนะนำนักเรียนว่า การเขียนการหาผลบวกในแต่ละบรรทัดควรเขียนเครื่องหมายเท่ากับให้ตรงกันเพื่อความ เป็นระเบียบ</p>
<p>17. จากโจทย์ให้นักเรียนแต่ละคนหาผลคูณของเศษส่วน โดยการนำแผ่นใสทั้งสองมาซ้อนทับกัน จะได้ผลดังรูป</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;">   </div>	<p>8. ครูยกตัวอย่างที่ 5 อธิบายการหาผลคูณของเศษส่วน จากโจทย์</p> <p><math>\left(-1\frac{1}{5}\right) \times \left(-1\frac{2}{3}\right)</math></p> <p><math>\left(-1\frac{1}{5}\right) = \left(-\frac{6}{5}\right)</math> กับ</p> <p><math>\left(-1\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{5}{3}\right)</math> เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ กับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่า</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>18. จากโจทย์หาผลคูณได้หรือไม่ (ได้) และมีค่าเท่ากับเท่าไร (มีค่าเท่ากับ <math>\frac{5}{8}</math>)</p>  <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{5}{8}</math></p> <p>ดังนั้น <math>\left(-1\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{8}</math></p> <p>19. ครูแนะนำนักเรียนในการหาผลลัพธ์แต่ละครั้งให้นักเรียนระมัดระวังให้ดีว่าเป็นการผลบวก หรือผลลบ เพราะจะได้ผลลัพธ์ที่ต่างกัน</p> <p>20. ให้ตัวแทนนักเรียน 2 คน นำเสนอหน้าชั้นเรียน</p> <p>21. ครูยกตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาผลคูณ โดยใช้การถามตอบ จากโจทย์</p> $\left(-1\frac{1}{5}\right) \times \left(-1\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{6}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right)$ <p>เป็นการหาผลคูณของเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ</p> <p>22. ให้นักเรียนแต่ละคน วาดรูปแทนเศษส่วนจากโจทย์ ซึ่งแทนด้วยรูปได้ดังนี้</p>   <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{6}{5}\right)</math></p>   <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\left(-\frac{5}{3}\right)</math></p>	<p>สัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวน ดังนั้น</p> $\left(-1\frac{1}{5}\right) \times \left(-1\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{6}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{(-6) \times (-5)}{5 \times 3} = \frac{30}{15}$ <p>หรือ ถ้านักเรียนสังเกตจะเห็นว่าตัวเศษและตัวส่วนมีตัวประกอบร่วม ดังนั้นเราสามารถนำตัวประกอบร่วมมาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนก่อน จึงได้ว่า</p> $\left(-1\frac{1}{5}\right) \times \left(-1\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{6}{\cancel{5}^2}\right) \times \left(-\frac{\cancel{5}^1}{3}\right) = 2$ <p>9. ครูยกตัวอย่างที่ 6 ให้นักเรียนหาผลคูณของทศนิยมด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>10. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 6</p> <p>11. ครูยกตัวอย่างที่ 7 ให้นักเรียนหาผลคูณของทศนิยมด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>12. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 7</p> <p>13. ให้นักเรียนร่วมกันกำหนดโจทย์ตัวอย่างและหาผลบวกของเศษส่วนจากโจทย์ที่กำหนดขึ้น</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>23. จากโจทย์ให้นักเรียนแต่ละคนหาผลคูณของเศษส่วน</p> <p>24. จากโจทย์หาผลคูณได้หรือไม่ (ได้) และมีค่าเท่ากับเท่าไร (มีค่าเท่ากับ <math>\frac{30}{15} = 2</math>)</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>ส่วนที่แรเงาคิดเป็น <math>\frac{30}{15}</math></p> </div> </div> <p>ดังนั้น <math>\left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{6}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{30}{15} = 2</math></p> <p>25. ให้ตัวแทนนักเรียน 2 คน นำเสนอหน้าชั้นเรียน</p> <p>26. ครูยกตัวอย่างที่ 6 แล้วให้นักเรียนหาผลคูณของเศษส่วนด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>27. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 6</p> <p>28. ครูยกตัวอย่างที่ 7 แล้วให้นักเรียนหาผลคูณของเศษส่วนด้วยตัวนักเรียนเอง</p> <p>29. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยตัวอย่างที่ 7</p> <p>30. ครูแนะนำนักเรียนว่า ในการหาผลลัพธ์แต่ละครั้งให้นักเรียนระมัดระวังให้ดีว่าเป็นการคูณระหว่างเศษส่วนใดกับเศษส่วนใด เพราะจะได้ผลลัพธ์ที่ต่างกัน</p> <p><b>ขั้นพิจารณาไตร่ตรอง</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนสังเกตวิธีการหาผลคูณของเศษส่วน จากตัวอย่างที่ผ่านมา แล้วร่วมกันอภิปรายโดยใช้การถามตอบเพื่อหาข้อสรุป</p> <p style="padding-left: 40px;">จากตัวอย่าง ถ้าจะหาผลคูณของเศษส่วนจะมีวิธีการอย่างไรบ้าง</p> <p style="padding-left: 40px;">(ต้องสำรวจดูก่อนว่า เศษส่วนที่ต้องการหาผลคูณเป็นเศษส่วนที่เขียนอยู่ในรูปจำนวนคละหรือไม่ ถ้าเศษส่วน</p>	<p>14. ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบ</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับหลักเกณฑ์การคูณอีกครั้งหนึ่ง เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและความเชื่อมั่นในตนเองของนักเรียน</p> <p>2. ให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์การหาผลคูณของเศษส่วน แล้วจดลงสมุดบันทึกด้วยภาษาของตนเอง</p> <p>3. ครูแจกเอกสารฝึกหัด 2 ให้นักเรียนทำเพื่อฝึกความชำนาญและกำหนดส่งในคาบถัดไป</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>เขียนอยู่ในรูปจำนวนคละให้เขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน ในการหาผลคูณต้องดูว่าเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับจำนวนบวก หรือเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนลบ หรือ เป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนบวก ถ้าเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับจำนวนบวก รูปที่ได้จากการหาผลคูณเป็นรูปที่มีลายเดิม และมีค่าตรงกับการนำค่าสัมบูรณ์มาคูณกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวก ถ้าเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนลบ รูปที่ได้จากการหาผลคูณเป็นรูปที่มีลายเดิมและมีค่าตรงกับการนำค่าสัมบูรณ์มาคูณกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวก ถ้าเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบกับจำนวนบวก รูปที่ได้จากการหาผลคูณเป็นรูปที่มีลายเกิดขึ้นใหม่ และมีค่าเท่ากับการนำค่าสัมบูรณ์มาคูณกัน แต่ตอบเป็นจำนวนลบ ซึ่งการหาผลคูณของเศษส่วนดังกล่าวนี้ มีค่าเท่ากับ การนำตัวเศษมาคูณกับตัวเศษ และ ตัวส่วนคูณกับตัวส่วน แล้วเขียนผลคูณที่ได้ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำหรือเขียนอยู่ในรูปจำนวนคละ)</p> <p>2.ครูแนะนำให้นักเรียนสังเกตโจทย์บางกรณี จะเห็นว่าตัวเศษและตัวส่วนมีตัวประกอบร่วมกัน ซึ่งในกรณีนี้เราสามารถนำตัวประกอบร่วมมาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนได้ โดยที่ผลคูณยังคงเท่าเดิม</p> <p>3.ครูให้นักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับหลักเกณฑ์การหาผลคูณอีกครั้งหนึ่ง เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและความเชื่อมั่นในตนเองของนักเรียน</p> <p><b>ขั้นสร้างความรู้ด้วยตนเอง</b></p> <p>1.ให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์การหาผลคูณของเศษส่วน แล้วจดลงสมุดบันทึกด้วยภาษาของตนเอง</p> <p>2.ครูแจกเอกสารฝึกหัด 2 ให้นักเรียนทำเพื่อฝึกความชำนาญ และกำหนดส่งในคาบถัดไป</p>	

## 6. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด 1, 2
2. แผ่นใส ปากกาเขียนแผ่นใส เครื่องฉายข้ามศีรษะ (ประกอบการอธิบายให้นักเรียนกลุ่มทดลอง)

## 7. การวัด และประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการมีส่วนร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัด 1, 2

## 8. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

### เอกสารฝึกหัด 1

#### คำสั่ง 1. จงหาผลคูณของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

- |   |   |
|---|---|
| 1. $(-3) \times 4 = \dots\dots\dots$    | 2. $(-5) \times (-4) = \dots\dots\dots$   |
| 3. $(-8) \times (-7) = \dots\dots\dots$ | 4. $(-9) \times 6 = \dots\dots\dots$      |
| 5. $12 \times (-7) = \dots\dots\dots$   | 6. $(-12) \times (-11) = \dots\dots\dots$ |
| 7. $(-5) \times 13 = \dots\dots\dots$   | 8. $6 \times (-13) = \dots\dots\dots$     |
| 9. $14 \times (-3) = \dots\dots\dots$   | 10. $(-16) \times (-4) = \dots\dots\dots$ |

#### คำสั่ง 2. จงหาผลคูณของเศษส่วนในแต่ละข้อต่อไปนี้

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \dots\dots\dots$ | 2) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{2} = \dots\dots\dots$  |
| 3) $\frac{1}{9} \times \frac{3}{9} = \dots\dots\dots$ | 4) $\frac{4}{15} \times \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$ |
| 5) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$ | 6) $\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} = \dots\dots\dots$  |
-

## เอกสารฝึกหัด 2

คำสั่ง 1. จงหาผลคูณของเศษส่วนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)  $\frac{1}{7} \times \frac{7}{9}$

.....  
 .....  
 .....

2)  $\frac{1}{2} \times \frac{5}{7}$

.....  
 .....  
 .....

3)  $18 \times 2\frac{1}{6}$

.....  
 .....  
 .....

4)  $\frac{11}{15} \times \left(-\frac{15}{11}\right)$

.....  
 .....  
 .....

5)  $\frac{1}{5} \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

.....  
 .....  
 .....

6)  $\frac{25}{4} \times \left(-\frac{8}{11}\right)$

.....  
 .....  
 .....

7)  $\left(2\frac{1}{7}\right) \times \left(-3\frac{2}{5}\right)$

.....  
 .....  
 .....

8)  $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{6}{7}$

.....  
 .....  
 .....

9)  $\left(-2\frac{2}{7}\right) \times \frac{3}{4}$

.....  
 .....  
 .....

10)  $\left(-3\frac{3}{5}\right) \times \frac{5}{18}$

.....  
 .....  
 .....

11)  $\left(-1\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{35}{12}\right)$

.....  
 .....  
 .....

12)  $\left(-\frac{9}{16}\right) \times \left(-\frac{25}{63}\right)$

.....  
 .....  
 .....

13)  $\left(-4\frac{8}{11}\right) \times \left(-\frac{3}{13}\right)$

.....

.....

.....

14)  $\left(-\frac{7}{8}\right) \times \left(-2\frac{2}{3}\right)$

.....

.....

.....

15)  $\left(-20\frac{5}{9}\right) \times \left(-3\frac{3}{7}\right)$

.....

.....

.....

16)  $(-2) \times \left(-3\frac{1}{4}\right)$

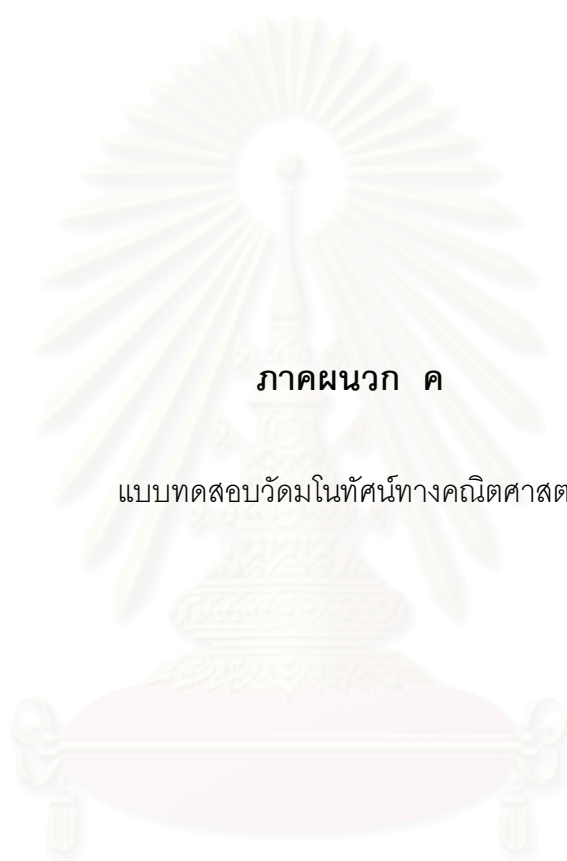
.....

.....

.....



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ  
วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา / มโนทัศน์	จำนวนคาบ ที่สอน	จำนวน ข้อสอบ ทดลองใช้	จำนวน ข้อสอบ ใช้จริง
บทที่ 1 ทศนิยมและเศษส่วน			
1.1 ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม			
มโนทัศน์ที่ 1 ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม	1	3	2
มโนทัศน์ที่ 2 ค่าสัมบูรณ์ของทศนิยม และการเปรียบเทียบทศนิยม	1	2	1
1.2 การบวกและลบทศนิยม			
มโนทัศน์ที่ 3 การบวกทศนิยม	1	3	2
มโนทัศน์ที่ 4 จำนวนตรงข้ามของทศนิยม การลบทศนิยม	1	2	1
1.3 การคูณและการหารทศนิยม	***	***	***
1.4 เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน			
มโนทัศน์ที่ 5 เศษส่วน การเปรียบเทียบเศษส่วน	2	5	3
1.5 การบวกและลบเศษส่วน			
มโนทัศน์ที่ 6 การบวกเศษส่วน	2	5	3
มโนทัศน์ที่ 7 จำนวนตรงข้ามของเศษส่วน การลบเศษส่วน	2	5	3
1.6 การคูณและการหารเศษส่วน			
มโนทัศน์ที่ 8 การคูณเศษส่วน	3	7	6
มโนทัศน์ที่ 9 การหารเศษส่วน	3	8	6
1.7 ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน			
มโนทัศน์ที่ 10 การเปลี่ยนทศนิยมเป็นเศษส่วน การเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยม	2	5	3
<b>รวม</b>	<b>20</b>	<b>45</b>	<b>30</b>

\*\*\* การคูณและการหารทศนิยมสอนแบบปกติทั้งสองกลุ่ม ดังนั้นจึงไม่มีการเปรียบเทียบ  
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 6 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม	<b>มโนทัศน์ที่ 1</b> <b>ทศนิยม</b> เป็นจำนวนจริงประเภทหนึ่งที่ประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นจำนวนเต็มและส่วนที่เป็นทศนิยม และมีจุด (.) คั่นระหว่างสองส่วนนั้น ซึ่งเลขโดดที่อยู่ในแต่ละหลักมีค่าตามค่าประจำหลัก  <b>ค่าประจำหลักของทศนิยม</b> ค่าประจำหลักของเลขโดดในหลักต่าง ๆ ของทศนิยมเป็นดังนี้ หลักร้อย มีค่าประจำหลัก $10^2$ หลักสิบ มีค่าประจำหลัก 10 หลักหน่วย มีค่าประจำหลัก 1 ทศนิยมตำแหน่งที่ 1 มีค่าประจำหลัก $\frac{1}{10^1}$ ทศนิยมตำแหน่งที่ 2 มีค่าประจำหลัก $\frac{1}{10^2}$ ทศนิยมตำแหน่งที่ 3 มีค่าประจำหลัก $\frac{1}{10^3}$ ⋮ ⋮ ⋮ ทศนิยมตำแหน่งที่ n มีค่าประจำหลัก $\frac{1}{10^n}$	1,2,3  (3)	1,2  (2)	1,2  (2)
	<b>มโนทัศน์ที่ 2</b> <b>ค่าสัมบูรณ์ของทศนิยม</b> ค่าสัมบูรณ์ของทศนิยมใด ๆ หาได้จากระยะที่จำนวนทศนิยมนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน	4,5  (2)	5  (1)	5  (1)

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
	<p><b>การเปรียบเทียบทศนิยม</b></p> <p>การเปรียบเทียบทศนิยมสองจำนวนที่ไม่เท่ากันบนเส้นจำนวนจะได้ว่าทศนิยมที่อยู่ทางขวาจะมีค่ามากกว่าทศนิยมที่อยู่ทางซ้ายเสมอ</p> <p>แล้วใช้หลักเกณฑ์การเปรียบเทียบดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกสองจำนวนใด ๆ ให้พิจารณาเลขโดดคู่แรกในตำแหน่งเดียวกันที่ไม่เท่ากันจำนวนที่มีเลขโดดในตำแหน่งนั้นมากกว่าจะเป็นจำนวนที่มากกว่า</li> <li>● การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นจำนวนลบสองจำนวนใด ๆ ให้หาค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวนจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่าจะเป็นจำนวนที่มากกว่า</li> <li>● การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกและทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ เนื่องจากทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกอยู่ทางขวาของ 0 และทศนิยมที่เป็นจำนวนลบอยู่ทางซ้ายของ 0 ดังนั้น ทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกย่อมมากกว่าทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ</li> </ul>			
การบวกทศนิยม	<p><u>มโนทัศน์ที่ 3</u></p> <p><b>การบวกทศนิยม</b></p> <p>การบวกทศนิยม หาได้โดยนำทศนิยมตัวตั้งกับตัวบวกมาเขียนให้จุดทศนิยมตรงกัน จะมีผลทำให้จำนวนนับมีหลักตรงกันและทศนิยมมีตำแหน่งตรงกันด้วย แล้ว</p>	6,7,8 (3)	6,8 (2)	6,8 (2)

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
	<p>ดำเนินการบวก ซึ่งแบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● การบวกทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกด้วยทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก</li> <li>● การบวกทศนิยมที่เป็นจำนวนลบด้วยทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ</li> <li>● การบวกทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกกับทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า</li> </ul> <p>การบวกทศนิยมมีสมบัติการบวก ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการบวกด้วยศูนย์ คือ การบวกทศนิยมใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการบวกศูนย์ด้วยทศนิยมใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับทศนิยมจำนวนนั้น ๆ เสมอ</li> <li>- สมบัติการสลับที่ คือ เมื่อทศนิยมสองจำนวนบวกกัน เราสามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวบวกได้โดยที่ผลลัพธ์ยังคงเท่ากัน</li> <li>- สมบัติการเปลี่ยนหมู่ คือ เมื่อทศนิยมสามจำนวนบวกกัน เราสามารถบวกทศนิยมคู่แรก หรือคู่หลังก่อนก็ได้ โดยผลลัพธ์สุดท้ายยังคงเท่ากัน</li> </ul>			

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
การลบ ทศนิยม	<p><u>มโนทัศน์ที่ 4</u></p> <p><b>จำนวนตรงข้ามของทศนิยม</b></p> <p>เมื่อพิจารณามนเส้นจำนวนจะพบว่า ทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกและทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ มีค่าสัมบูรณ์เท่ากันเป็นคู่ ๆ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ถ้า <math>a</math> เป็นทศนิยมใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ <math>-a</math> คือ <math>a</math> และเขียนแทนด้วย <math>-(-a) = a</math></li> <li>ถ้า <math>a</math> เป็นทศนิยมใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ <math>a</math> มีเพียงจำนวนเดียว เขียนแทนด้วย <math>-a</math> และ <math>a + (-a) = (-a) + a = 0</math></li> </ul> <p><b>การลบทศนิยม</b></p> <p>การหาผลลบของทศนิยมจำนวนใด ๆ ใช้ข้อตกลงเดียวกันกับการหาผลลบของจำนวนเต็ม คือ</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}</math> </div> <p>เมื่อเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวกแล้ว จึงหาผลบวกของทศนิยม</p>	9,10 (2)	10 (1)	10 (1)
เศษส่วนและ การเปรียบเทียบ เศษส่วน	<p><u>มโนทัศน์ที่ 5</u></p> <p><b>เศษส่วน</b> เป็นจำนวนจริงประเภทหนึ่ง ซึ่งเขียนอยู่ในรูป <math>\frac{a}{b}</math> เมื่อ <math>a</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>b</math> เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับศูนย์</p> <p><b>การเปรียบเทียบเศษส่วน</b></p>	11,12 13,14 15 (5)	12 13 14 (3)	12 13 14 (3)

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
	<p>ใช้หลักเกณฑ์การเปรียบเทียบดังนี้</p> <p>1. เมื่อตัวส่วนของเศษส่วนทั้งสองเท่ากัน ให้พิจารณาตัวเศษ คือ ถ้าตัวเศษเท่ากัน เศษส่วนทั้งสองนั้นเท่ากัน แต่ถ้าตัวเศษไม่เท่ากัน เศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าจะมากกว่าเศษส่วนที่มีตัวเศษน้อยกว่า</p> <p>2. เมื่อตัวส่วนของเศษส่วนทั้งสองไม่เท่ากัน ให้ทำเศษส่วนทั้งสองเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน โดยนำจำนวนเดียวกันที่ไม่เท่ากับ 0 มาคูณหรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน เมื่อได้เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันแล้ว จึงเปรียบเทียบโดยใช้หลักเกณฑ์ในข้อ 1</p> <p>ซึ่งแบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● การเปรียบเทียบเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกสองจำนวนใด ๆ เปรียบเทียบตามหลักเกณฑ์ในข้อ 1 หรือข้อ 2</li> <li>● การเปรียบเทียบเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบสองจำนวนใด ๆ ให้เขียนเศษส่วนเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นจำนวนบวกก่อน แล้วเปรียบเทียบตามหลักเกณฑ์ในข้อ 1 หรือ ข้อ 2</li> <li>● การเปรียบเทียบเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกและเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ เนื่องจากเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกอยู่ทางขวาของ 0 และเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบอยู่ทางซ้ายของ 0 ดังนั้น เศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกย่อมมากกว่าเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ</li> </ul>			

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
การบวก เศษส่วน	<p><u>มโนทัศน์ที่ 6</u></p> <p><b>การบวกเศษส่วน</b> มีหลักเกณฑ์ดังนี้</p> <p>1. ถ้าเศษส่วนเขียนอยู่ในรูปจำนวนคละ ให้เขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน</p> <p>2. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ให้นำตัวเศษมาบวกกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม</p> <p>3. การบวกเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน ให้ทำตัวส่วนให้เท่ากันเสียก่อน ด้วยการหา ค.ร.น. ของตัวส่วนเมื่อได้เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันแล้วจึงนำตัวเศษของเศษส่วนเหล่านั้นมาบวกกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม</p> <p>ซึ่งแบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● การบวกเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกด้วยเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก</li> <li>● การบวกเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบด้วยเศษส่วนที่จำนวนเป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ</li> <li>● การบวกระหว่างเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นเศษส่วนจำนวนบวกหรือจำนวนลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า</li> </ul>	16,17 18,19 20 (5)	16 17 18 19 (3) (4)	16 18 19 (3)

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
	<p>การบวกเศษส่วนมีสมบัติการบวก ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการบวกด้วยศูนย์ คือ การบวกเศษส่วนใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการบวกศูนย์ด้วยเศษส่วนใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับเศษส่วนนั้น ๆ เสมอ</li> <li>- สมบัติการสลับที่ คือ เมื่อมีเศษส่วนสองจำนวนบวกกัน เราสามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวบวกได้ โดยที่ผลลัพธ์ยังคงเท่ากัน</li> <li>- สมบัติการเปลี่ยนหมู่ คือ เมื่อมีเศษส่วนสามจำนวนบวกกัน เราสามารถบวกเศษส่วนคู่แรก หรือคู่หลังก่อนก็ได้ โดยผลลัพธ์สุดท้ายยังคงเท่ากัน</li> </ul>			
การลบเศษส่วน	<p><u>มโนทัศน์ที่ 7</u> <b>จำนวนตรงข้ามของเศษส่วน</b> จำนวนตรงข้ามของเศษส่วนใด ๆ หาได้โดย</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ถ้า <math>a</math> เป็นเศษส่วนใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ <math>a</math> มีเพียงจำนวนเดียว เขียนแทนด้วย <math>-a</math> และ <math>a + (-a) = (-a) + a = 0</math></li> <li>• ถ้า <math>a</math> เป็นเศษส่วนใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ <math>-a</math> คือ <math>a</math> และเขียนแทนด้วย <math>-(-a) = a</math></li> </ul> <p><b>การลบเศษส่วน</b> การหาผลลบของเศษส่วนใด ๆ ใช้ข้อตกลงเดียวกันกับการหาผลลบของจำนวนเต็ม คือ</p>	21,22 23,24 25 (5)	22 24 25 (3)	22 24 25 (3)

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">           ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ         </div> เมื่อเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวก แล้วดำเนินการ ตามหลักเกณฑ์การบวกเศษส่วน			
การคูณ เศษส่วน	<u>มโนทัศน์ที่ 8</u> <b>การคูณเศษส่วน</b> มีหลักเกณฑ์ดังนี้ เมื่อ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นเศษส่วน ผลคูณของ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นไปตามข้อตกลง $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ ถ้าเศษส่วนที่นำมาคูณกันมีบางจำนวนเป็นจำนวน คละ ให้เขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปเศษเกินก่อน แล้วจึง คูณกัน ซึ่งแบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>● การคูณเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกด้วย                เศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก จะได้คำตอบเป็นเศษส่วนที่                เป็นจำนวนบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่า                สัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น โดยตัวเศษคูณกับตัวเศษ                และตัวส่วนคูณกับตัวส่วน</li> <li>● การคูณเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกด้วย                เศษส่วนที่เป็นจำนวนลบหรือ การคูณเศษส่วนที่เป็น                จำนวนลบด้วยเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวก จะได้คำตอบ                เป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผล                คูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น โดยตัวเศษคูณ                กับตัวเศษและตัวส่วนคูณกับตัวส่วน</li> </ul>	26,27 28,29 30,31 32 (7)	26 27 29 30 31 32 (6)	26 27 29 30 31 32 (6)

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
	<ul style="list-style-type: none"> <li>การคูณเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบด้วยเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ จะได้คำตอบเป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น โดยตัวเศษคูณกับตัวเศษ และตัวส่วนคูณกับตัวส่วน</li> </ul> <p>การคูณเศษส่วนมีสมบัติการคูณ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการสลับที่ คือ เมื่อมีเศษส่วนสองจำนวนคูณกัน เราสามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวคูณได้ โดยที่ผลลัพธ์ยังคงเท่ากัน</li> <li>- สมบัติการเปลี่ยนหมู่ คือ เมื่อมีเศษส่วนสามจำนวนคูณกัน เราสามารถคูณเศษส่วนคู่แรก หรือคู่หลังก่อนก็ได้ โดยผลลัพธ์สุดท้ายยังคงเท่ากัน</li> <li>- สมบัติการคูณด้วยศูนย์ คือ การคูณเศษส่วนใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการคูณศูนย์ด้วยเศษส่วนใด ๆ จะได้ผลคูณเท่ากับศูนย์เสมอ</li> <li>- สมบัติการคูณด้วยหนึ่ง คือ การคูณเศษส่วนใด ๆ ด้วยหนึ่งหรือการคูณหนึ่งด้วยเศษส่วนใด ๆ จะได้ผลคูณเท่ากับเศษส่วนจำนวนนั้น ๆ เสมอ</li> </ul>			
การหารเศษส่วน	<p><u>มโนทัศน์ที่ 9</u></p> <p><b>การหารเศษส่วน</b> มีหลักเกณฑ์ดังนี้ เมื่อ <math>\frac{a}{b}</math> และ <math>\frac{c}{d}</math> เป็นเศษส่วน ผลคูณของ <math>\frac{a}{b}</math> และ <math>\frac{c}{d}</math> เป็นไปตาม</p>	33,34,35 36,37,38 39,40 (8)	33 34 35 36	34 35 36 37

ตารางที่ 6 (ต่อ) วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของ  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อที่ (รวม)		
		ทดลอง	ตรงตามเกณฑ์	ใช้จริง
	ข้อตกลง $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ถ้าเศษส่วนที่นำมา หารกันมีบางจำนวนเป็นจำนวนคละ		37 38 40 (7)	38 40 (6)
ความสัมพันธ์ ระหว่าง ทศนิยมและ เศษส่วน	<u>มโนทัศน์ที่ 10</u> <b>การเปลี่ยนทศนิยมเป็นเศษส่วน</b> ทศนิยมจำนวนใดๆ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน ได้โดย 1. ถ้าเป็นตัวเลขทศนิยม 1 ตำแหน่ง ให้เขียนตัวเลขนั้น ให้อยู่ในรูปส่วน 10 2. ถ้าเป็นตัวเลขทศนิยม 2 ตำแหน่ง ให้เขียนตัวเลขนั้น ให้อยู่ในรูปส่วน 100 หรือ $10^2$ 3. ถ้าเป็นตัวเลขทศนิยม 3 ตำแหน่ง ให้เขียนตัวเลขนั้น ให้อยู่ในรูปส่วน 1000 หรือ $10^3$ : : : ...ถ้าเป็นตัวเลขทศนิยม n ตำแหน่ง ให้เขียนตัวเลข $10^n$ <b>การเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยม</b> เศษส่วนจำนวนใด ๆ สามารถเขียนให้อยู่ทศนิยมได้ โดยการนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ ซึ่งทศนิยมที่ได้อาจ เป็นทศนิยมซ้ำศูนย์หรือทศนิยมซ้ำไม่ใช่ศูนย์	41,42 43,44 45 (5)	41 44 45 (3)	41 44 45 (3)
	<b>รวม</b>	45	32	30

ตารางที่ 7 แสดงค่าความยาก(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัด  
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบทั้งฉบับ
1	0.42	0.61	0.82
2	0.48	0.38	
3	0.36	0.22	
4	0.59	0.40	
5	0.62	0.20	
6	0.61	0.84	
7	0.26	0.34	
8	0.49	0.37	
9	0.68	0.52	
10	0.40	0.37	
11	0.66	0.57	
12	0.55	0.43	
13	0.43	0.37	
14	0.43	0.40	
15	0.32	0.35	
16	0.43	0.23	
17	0.28	0.31	
18	0.22	0.36	
19	0.37	0.56	
20	0.67	0.55	
21	0.45	0.38	
22	0.53	0.63	
23	0.42	0.64	
24	0.53	0.53	
25	0.45	0.55	
26	0.36	0.68	
27	0.59	0.77	
28	0.53	0.41	
29	0.63	0.67	
30	0.58	0.31	

**แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน**

**คำชี้แจง**

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น / ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบทันที

**ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ**

ข้อ 0 ข้อใดต่อไปนี้มีค่ามากที่สุด

- ก. 5.540  
ข. 5.405  
ค. 5.054  
ง. 5.045

ถ้านักเรียนเห็นว่าคำตอบข้อ ข. ถูกต้อง ให้ทำเครื่องหมาย (X) ในช่อง ข. ดังนี้

ข้อ 0            ก      ข      ค      ง

	X		
--	---	--	--

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็น ข้อ ก. ให้ทำเครื่องหมายขีดคู่ (=) ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ข. แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ในช่อง ก. ดังนี้

ข้อ 0            ก      ข      ค      ง

X	≠		
---	---	--	--

1. ข้อความใดต่อไปนี้ **เป็นเท็จ**

- ก. เลขโดด 8 ของจำนวน 35.428 มีค่าน้อยที่สุด
- ข. เลขโดด 1 ของจำนวน 0.0149 มีค่ามากที่สุด
- ค. เลขโดด 1 ของจำนวน 0.7192 และจำนวน 3.192 มีค่าเท่ากัน
- ง. เลขโดด 2 ของจำนวน 0.021 และจำนวน 5.3295 มีค่าเท่ากัน

2. จากทศนิยมที่กำหนดให้ ค่าของเลขโดด 5 ในข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\frac{5}{10^2}$

- ก. 1.853
- ข. 25.67
- ค. 52.04
- ง. 302.59

3. ทศนิยมในข้อใดที่อยู่ระหว่าง -0.0625 กับ 0.625

- ก. 0.624
- ข. 0.627
- ค. -0.624
- ง. -0.0627

4. ผลบวกของ -6.325 กับ -5.623 มีค่าอยู่ระหว่างจำนวนใด

- ก. ระหว่าง 11 กับ 12
- ข. ระหว่าง -11 กับ -12
- ค. ระหว่าง -1 กับ 0
- ง. ระหว่าง 0 กับ 1

5. กำหนดให้ a, b เป็นทศนิยมใด ๆ โดยที่ a เป็นจำนวนเต็มลบ b เป็นจำนวนเต็มบวก และค่าสัมบูรณ์ของ a มากกว่า ค่าสัมบูรณ์ของ b แล้วข้อใดต่อไปนี้ **เป็นจริง**

- ก. ผลบวกของ a กับ b มีค่าเท่ากับ ผลลบของ a กับ b
- ข. ผลบวกของ a กับ b เป็นจำนวนเต็มบวก
- ค. ผลบวกของ a กับ b เป็นจำนวนเต็มลบ
- ง. ผลบวกของ a กับ b เป็นศูนย์

6. กำหนดให้ a และ b เป็นทศนิยมใด ๆ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ **ไม่ถูกต้อง**

- ก.  $a + b = b + a$
- ข.  $a - b = b - a$
- ค.  $a \times b = b \times a$

ง.  $a \times 0 = b \times 0$

7. ข้อใดเรียงลำดับเศษส่วนจากน้อยไปหามาก ได้ถูกต้อง

ก.  $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$

ข.  $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$

ค.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}$

ง.  $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

8. ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ  $a > b > c$  แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

ก.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

ข.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{c}$

ค.  $\frac{1}{b} > \frac{1}{c}$

ง.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

9. ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า  $\frac{a}{5} = \frac{b}{5}$  แล้ว  $a = b$

ข. ถ้า  $\frac{a}{5} > \frac{b}{5}$  แล้ว  $a > b$

ค. ถ้า  $\frac{a}{5} < \frac{b}{5}$  แล้ว  $a < b$

ง. ถ้า  $\frac{a}{5} > \frac{b}{5}$  แล้ว  $a < b$

10.  $\left(-2\frac{3}{4}\right) + 1\frac{2}{4}$  มีความหมายตรงกับข้อใด

ก.  $\left[\frac{(-2)+1}{4}\right] + \left[\left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{2}{4}\right]$

ข.  $\left[\frac{(-2)+3}{4}\right] + \left[\frac{1+2}{4}\right]$

ค.  $[(-2)+1] + \left[\left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{2}{4}\right]$

ง.  $[(-2)+1] + \left[\left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{4}\right]$

11. ข้อใดต่อไปนี้เป็น**ไม่ถูกต้อง**

ก.  $\frac{3}{7} + 0 = \frac{3}{7}$

ข.  $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{4}{5}$

ค.  $\frac{1}{2} + \frac{5}{9} = \frac{5}{9} + \frac{1}{2}$

ง.  $\left(\frac{2}{9} + \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{7} = \frac{2}{9} + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{7}\right)$

12. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์

ถ้า  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b}$  แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็น**จริง**

ก.  $a = d$

ข.  $b = d$

ค.  $c = d$

ง.  $b + d = b$

13.  $5\frac{3}{5} - 3\frac{2}{4}$  มีความหมาย**ตรง**กับข้อใด

ก.  $(5-3) + \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{4}\right)$

ข.  $(5-3) + \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{4}\right)$

ค.  $(5-3) - \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{4}\right)$

ง.  $(5-3) - \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{4}\right)$

14. ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็น**ไม่ถูกต้อง**

ก.  $-\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(-a) + (-c)}{b-d}$

ข.  $-\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{-a-c}{d}$  เมื่อ  $b = d$

ค.  $-\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(-a) + (-c)}{b}$  เมื่อ  $b = d$

ง.  $-\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(-ad) + (-cb)}{bd}$  เมื่อ  $b \neq d$

15. ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว  $(-a) - \frac{b}{2}$  มีความหมาย**ไม่ตรง**กับข้อใด

ก.  $\left(\frac{-2a}{2}\right) + \left(-\frac{b}{2}\right)$

ข.  $\frac{(-2a) + (-b)}{2}$

ค.  $\frac{(-2a) - (2b)}{2}$

ง.  $-a\frac{b}{2}$

16. ข้อใดต่อไปนี้ **ถูกต้อง**

ก.  $8 \times \frac{6}{7} = 8\frac{6}{7}$

ข.  $7 \times \frac{5}{6} = \frac{7 \times 5}{7 \times 6}$

ค.  $\frac{4}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{3 \times 7}$

ง.  $4\frac{2}{3} + 4\frac{2}{3} + 4\frac{2}{3} = 3 \times 4\frac{2}{3}$

17.  $\left(\frac{11}{13}\right)$  ของ 3 มีความหมาย**ตรง**กับข้อใด

ก.  $\left(\frac{11}{13}\right) + \left(\frac{11}{13}\right) + \left(\frac{11}{13}\right)$

ข.  $\left(\frac{11}{13}\right) \times \left(\frac{11}{13}\right) \times \left(\frac{11}{13}\right)$

ค.  $\frac{(11) + (11) + (11)}{13 + 13 + 13}$

ง.  $\frac{(11) \times (11) \times (11)}{13 \times 13 \times 13}$

18.  $7 \times \left(-4\frac{3}{5}\right)$  มีความหมาย**ตรง**กับข้อใด

ก.  $7 \times (-4) \times \left(\frac{3}{5}\right)$

ข.  $7 \times (-4) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

ค.  $\left(7 \times \left(-\frac{3}{5}\right)\right) + \left((-4) \times \left(-\frac{3}{5}\right)\right)$

ง.  $(7 \times (-4)) + \left(7 \times \left(-\frac{3}{5}\right)\right)$

19. ข้อใดต่อไปนี้เป็น **ไม่ถูกต้อง**

ก.  $\frac{1}{2} \times \left( \frac{3}{5} + \frac{4}{7} \right) = \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \right) \times \left( \frac{1}{2} + \frac{4}{7} \right)$

ข.  $\frac{1}{2} \times \left( \frac{3}{5} + \frac{4}{7} \right) = \left( \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \right) + \left( \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} \right)$

ค.  $\left( \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \right) \times \frac{4}{7} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} \right)$

ง.  $\frac{1}{2} \times 0 = \frac{3}{5} \times 0$

20. ถ้า  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็น **ถูกต้อง**

ก.  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

ข.  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

ค.  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b}$

ง.  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$

21. ถ้า  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็น **ถูกต้อง**

ก. ถ้า  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 0$  แล้ว  $a = 0$

ข. ถ้า  $\frac{a}{b} \times 1 = \frac{c}{d}$  แล้ว  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ค. ถ้า  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$  แล้ว  $a = d, b = c$

ง. ถ้า  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$  แล้ว  $a = c, b = d$

22.  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$  มีค่า **ไม่เท่ากับ** ข้อใด

ก.  $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}$

ข.  $\frac{3}{2}$

ค.  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{1}$

ง.  $3 \times 2$

23.  $3 \div 2\frac{4}{5}$  มีความหมายตรงกับข้อใด

ก.  $3 \times \frac{5}{14}$

ข.  $3 \times \frac{14}{5}$

ค.  $\frac{1}{3} \times \frac{5}{14}$

ง.  $\frac{1}{3} \times \frac{14}{5}$

24.  $\frac{1}{5} \div (-4)$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{1}{5} \times (-4)$

ข.  $5 \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

ค.  $\frac{1}{5} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

ง.  $5 \times (-4)$

25.  $\frac{15}{7}$  มีความหมายตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{15 \div 8}{7 \div 8}$

ข.  $\frac{15 \times 8}{7}$

ค.  $\frac{7}{15} \times \frac{1}{8}$

ง.  $\frac{15}{7} \times \frac{1}{8}$

26.  $\frac{3}{\frac{6}{7}}$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{3 \times 7}{6}$

ข.  $\frac{3 \times 6}{7}$

ค.  $\frac{6}{3 \times 7}$

ง.  $\frac{7}{3 \times 6}$

27. ถ้า  $a, b, c,$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้ว  $\left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right) \div \frac{e}{f}$

มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f}$

ข.  $\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{f}{e}$

ค.  $\left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right) \times \frac{e}{f}$

ง.  $\left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right) \times \frac{f}{e}$

28. ประโยคในข้อใดข้อต่อไปนี้เป็นจริง **ไม่ถูกต้อง**

ก.  $-3.26 = (-3) + (-0.26)$

ข.  $-3.26 = (-3) + \left(-\frac{26}{100}\right)$

ค.  $-3.26 = (-3) + \left(\frac{26}{100}\right)$

ง.  $-3.26 = -3\frac{26}{100}$

29. ถ้า  $a, b,$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วเศษส่วนในข้อใดมีค่าเท่ากับ  $a \cdot bc$

ก.  $\frac{b}{c}$

ข.  $a\frac{bc}{100}$

ค.  $\frac{abc}{1000}$

ง.  $a\frac{bc}{1000}$

30. ถ้า  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ  $a > b > c > d$

แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นเรียงลำดับทศนิยมซ้ำจากมากไปหาน้อย ได้ถูกต้อง

ก.  $a.\overline{bcd}, a.\overline{bcd}, a.\overline{bcd}$

ข.  $a.\overline{bcd}, a.\overline{bcd}, a.\overline{bcd}$

ค.  $a.\overline{bcd}, a.\overline{bcd}, a.\overline{bcd}$

ง.  $a.\overline{bcd}, a.\overline{bcd}, a.\overline{bcd}$



ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 8 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

เนื้อหา	จำนวนคาบ ที่สอน	จำนวน ข้อสอบ ใช้ทดลอง	จำนวน ข้อสอบ ใช้จริง
บทที่ 1 ทศนิยมและเศษส่วน			
1.8 ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม	2	5	3
1.9 การบวกและลบทศนิยม	2	5	4
1.10 การคูณและการหารทศนิยม	***	***	***
1.11 เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน	2	5	3
1.12 การบวกและลบเศษส่วน	2	10	7
1.13 การคูณและการหารเศษส่วน	4	15	9
1.14 ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและ เศษส่วน	2	5	4
<b>รวม</b>	<b>20</b>	<b>45</b>	<b>30</b>

\*\*\* การคูณและการหารทศนิยมสอนแบบปกติทั้งสองกลุ่ม ดังนั้นจึงไม่มีการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	ระดับพฤติกรรม(ข้อที่)				ข้อที่ (รวม)		
	ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การนำ ไปใช้	การวิเคราะห์	ทดลอง	ตรงตาม เกณฑ์	ใช้จริง
1.1 <u>ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม</u>					1,2,3,4,5	1,2,3,4,5	1,4,5
1. บอกค่าประจำหลักของทศนิยมตำแหน่ง ต่างๆ และค่าของเลขโดดได้		(1,2)			(5)	(5)	(3)
2. เขียนจำนวนทศนิยมให้อยู่ในรูปการ กระจายหรือเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปการ กระจายให้อยู่ในรูปทศนิยมได้	(3)						
3. เปรียบเทียบทศนิยมได้	(4)	(5)					
1.2 <u>การบวกและลบทศนิยม</u>					6,7,8,9,10	6,7,8,9,10	7,8,9,10
4. หาผลบวก ผลลบของทศนิยมที่กำหนดให้ได้		(6)	(7)		(5)	(5)	(4)
5. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ ของทศนิยมได้			(8,9)	(10)			

ตารางที่ 9 (ต่อ) วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	ระดับพฤติกรรม(ข้อที่)				ข้อที่ (รวม)		
	ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การนำ ไปใช้	การวิเคราะห์	ทดลอง	ตรงตาม เกณฑ์	ใช้จริง
1.4 <u>เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน</u> 6. บอกเศษส่วนที่แทนด้วยจุดบนเส้น จำนวนและหาจุดบนเส้นจำนวนที่แทน เศษส่วนที่กำหนดให้ได้ 7. เปรียบเทียบเศษส่วนได้	(11,12)	(14,15)			11,12,13,14,15 (5)	11,14,15 (3)	11,14,15 (3)
1.5 <u>การบวกและลบเศษส่วน</u> 8. หาผลบวก ผลลบของเศษส่วนที่กำหนดให้ได้ 9. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ ของเศษส่วนได้		(16,17,18,19)	(20,21, 22,23)	(24,25)	16,17,18,19,20 21,22,23,24,25 (10)	16,17,18,21 22,23,24 (7)	16,17,18 21,22,23 24 (7)
1.5 <u>การคูณและการหารเศษส่วน</u> 10.หาผลคูณ ผลหารของเศษส่วนที่กำหนดให้ได้ 11.แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ การหาร ของเศษส่วนได้		(26,27,28)	(29,30,31,32 33,34,35,36,)	(37,38, 39,40)	26,27,28,29 30,31,32,33 34,35,36,37 38,39,40 (15)	26,29,30,31 32,34,35,37 40 (9)	26,29,30 31,32,34 35,37,40 (9)

ตารางที่ 9 (ต่อ) วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	ระดับพฤติกรรม(ข้อที่)				ข้อที่ (รวม)		
	ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การนำ ไปใช้	การวิเคราะห์	ทดลอง	ตรงตาม เกณฑ์	ใช้จริง
1.7 ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน					41,42,43,44	42,43,44	42,43,44
12.เขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมและ เขียนทศนิยมซ้ำศูนย์ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้	(41,42)		(43)		45	45	45
13.แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยมและเศษส่วนได้			(44,45)		(5)	(4)	(4)
<b>รวม</b>	<b>7</b>	<b>13</b>	<b>18</b>	<b>7</b>	<b>45</b>	<b>33</b>	<b>30</b>

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 แสดง ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบทั้งฉบับ
1	0.60	0.37	0.79
2	0.74	0.62	
3	0.69	0.63	
4	0.55	0.53	
5	0.60	0.38	
6	0.49	0.35	
7	0.58	0.42	
8	0.47	0.46	
9	0.32	0.40	
10	0.55	0.56	
11	0.65	0.58	
12	0.51	0.45	
13	0.39	0.39	
14	0.79	0.47	
15	0.53	0.49	
16	0.45	0.42	
17	0.37	0.25	
18	0.31	0.38	
19	0.42	0.53	
20	0.30	0.40	
21	0.26	0.26	
22	0.38	0.25	
23	0.22	0.34	
24	0.46	0.57	
25	0.36	0.57	
26	0.40	0.60	
27	0.69	0.40	
28	0.30	0.29	
29	0.42	0.49	
30	0.31	0.40	

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์  
เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น / ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบทันที

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อ 0 ข้อใดต่อไปนี้มีค่ามากที่สุด

- ก. 5.540  
ข. 5.405  
ค. 5.054  
ง. 5.045

ถ้านักเรียนเห็นว่าคำตอบข้อ ข. ถูกต้อง ให้ทำเครื่องหมาย (X) ในช่อง ข. ดังนี้

ข้อ 0            ก            ข            ค            ง

	X		
--	---	--	--

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็น ข้อ ก. ให้ทำเครื่องหมายขีดคู่ (≠) ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ข. แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ในช่อง ก. ดังนี้

ข้อ 0            ก            ข            ค            ง

X	≠		
---	---	--	--

1. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง** เกี่ยวกับจำนวน 4.109

- ก. ค่าประจำหลักของเลขโดด 0 มากกว่า ค่าประจำหลักของเลขโดด 9
- ข. ค่าประจำหลักของเลขโดด 0 น้อยที่สุด
- ค. ค่าประจำหลักของเลขโดด 9 น้อยที่สุด
- ง. ค่าประจำหลักของเลขโดด 4 มากที่สุด

2. ประโยคใดต่อไปนี้ **เป็นเท็จ**

- ก.  $1.59 < 1.599$
- ข.  $-3.275 > -2.275$
- ค.  $4.556 > -4.556$
- ง.  $5.8 = 5.800$

3. ข้อใดเรียงลำดับทศนิยมจาก**น้อยไปหามาก**ได้ถูกต้อง

- ก. -2.5024, -2.4907, -2.4057
- ข. -2.4907, -2.4057, -2.5024
- ค. -2.5024, -2.4057, -2.4907
- ง. -2.4057, -2.4907, -2.5024

4. ผลต่างระหว่าง 8.14 กับ 5.176 มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 2.064 อยู่เท่าไร

- ก. มากกว่าอยู่ 0.9
- ข. มากกว่าอยู่ 0.09
- ค. น้อยกว่าอยู่ 0.9
- ง. น้อยกว่าอยู่ 0.09

5. เชือกไนลอน 3 เส้น ยาวเส้นละ 1.78, 1.56 และ 1.89 เมตร นำปลายเชือกแต่ละเส้นมาผูกต่อกัน วัดความยาวรวมได้ 5.17 เมตร อยากทราบว่าความยาวเชือกตรงรอยต่อเสียไปทั้งหมดกี่เมตร

- ก. 0.6 เมตร
- ข. 0.3 เมตร
- ค. 0.15 เมตร
- ง. 0.06 เมตร

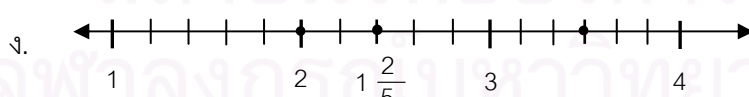
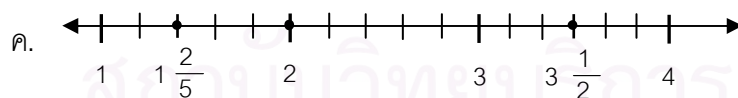
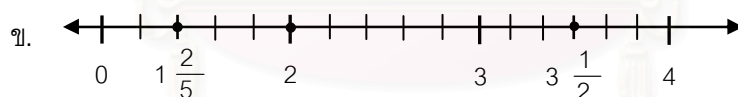
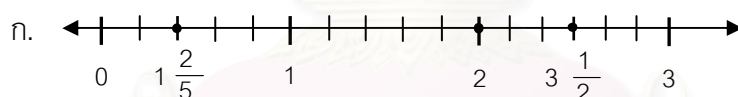
6. ถ้าแดงลดน้ำหนักตัวลงอีก 2.65 กิโลกรัม เขาจะมีน้ำหนักเท่ากับพี่ชาย คือ 52.85 กิโลกรัม  
ขณะนี้แดงมีน้ำหนักกี่กิโลกรัม

- ก. 50.2 กิโลกรัม
- ข. 50.5 กิโลกรัม
- ค. 55.2 กิโลกรัม
- ง. 55.5 กิโลกรัม

7. นที ประชา และปิติ เป็นนักเรียนโรงเรียนเดียวกัน และทุกวันในตอนเช้านักเรียนทั้ง 3 คนจะ  
เดินทางออกจากบ้านไปโรงเรียนในเวลา 07.00 น. ถ้านทีใช้เวลาในการเดินทางไปโรงเรียน  
25 นาที ประชาใช้เวลามากกว่านที 17 นาที และปิติใช้น้อยกว่าประชา 20 นาที  
จากข้อมูล อยากทราบว่าใครมาถึงโรงเรียนเป็นอันดับที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

- ก. นที ประชา ปิติ
- ข. นที ปิติ ประชา
- ค. ปิติ ประชา นที
- ง. ปิติ นที ประชา

8. ข้อใดเขียนแทนจำนวน  $1\frac{2}{5}$ , 2,  $3\frac{1}{2}$  ด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง



9. เศษส่วนในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าไม่เท่ากับเศษส่วนในข้ออื่น

- ก.  $-\frac{2}{8}$
- ข.  $-\frac{6}{16}$
- ค.  $-\frac{9}{24}$
- ง.  $-\frac{36}{96}$

10. ข้อใดเรียงลำดับเศษส่วนจากมากไปหาน้อย ได้ถูกต้อง

ก.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$

ข.  $-\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}$

ค.  $-\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$

ง.  $-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}$

11.  $\left(-\frac{3}{10}\right) + \left(-\frac{8}{11}\right)$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{(-3) + (-8)}{10 + 11}$

ข.  $\frac{(-3)}{10 \times 11} + \frac{(-8)}{10 \times 11}$

ค.  $\left(\frac{(-3) \times 11}{10 \times 11}\right) + \left(\frac{(-8) \times 10}{11 \times 10}\right)$

ง.  $\left(\frac{3 \times 11}{10 \times 8}\right) + \left(\frac{8 \times 10}{11 \times 3}\right)$

12. ผลบวกของ  $1\frac{2}{3}$  กับ  $2\frac{1}{4}$  มีค่าน้อยกว่า 5 อยู่เท่าไร

ก.  $1\frac{1}{12}$

ข.  $2\frac{3}{4}$

ค.  $3\frac{1}{3}$

ง.  $3\frac{11}{12}$

13. ผลต่างระหว่าง  $5\frac{3}{8}$  กับ  $3\frac{7}{10}$  มีค่ามากกว่า  $1\frac{1}{2}$  อยู่เท่าไร

ก.  $\frac{13}{40}$

ข.  $\frac{11}{40}$

ค.  $\frac{9}{40}$

ง.  $\frac{7}{40}$

14. ไม้ท่อนหนึ่งยาว  $7\frac{3}{5}$  เมตร ทาสีไป  $3\frac{1}{5}$  เมตร อยากทราบว่าท่อนไม้ส่วนที่ยังไม่ทาสีมีความยาวเท่าใด

ก.  $3\frac{2}{5}$  เมตร

ข.  $4\frac{2}{5}$  เมตร

ค.  $4\frac{3}{5}$  เมตร

ง.  $4\frac{4}{5}$  เมตร

15. สนามหญ้าหน้าบ้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านยาวยาว  $4\frac{4}{7}$  เมตร ด้านกว้างยาว  $2\frac{2}{3}$  เมตร  
อยากทราบว่าสนามหญ้าแห่งนี้ มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้างกี่เมตร

ก.  $2\frac{19}{21}$  เมตร

ข.  $2\frac{1}{2}$  เมตร

ค.  $1\frac{19}{21}$  เมตร

ง.  $1\frac{1}{2}$  เมตร

16. เชือกเส้นหนึ่งยาว 20 เมตร ตัดขายไป 5 เมตร ตัดเชือกส่วนที่เหลือไปมัดสิ่งของอีก  $4\frac{2}{5}$  เมตร  
จะเหลือเชือกยาวกี่เมตร

ก.  $11\frac{2}{5}$  เมตร

ข.  $10\frac{3}{5}$  เมตร

ค.  $10\frac{2}{5}$  เมตร

ง.  $9\frac{3}{5}$  เมตร

17. ครอบครัววรรณท์ มีบุตร 3 คน คือ ดนัย วันชัยและไมตรี ถ้าดนัยมีเงิน  $10\frac{1}{2}$  บาท วันชัยมีเงินมากกว่าดนัย  $4\frac{3}{4}$  บาท และไมตรีมีเงินน้อยกว่าวันชัย  $3\frac{1}{4}$  บาท แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ก. วันชัยมีเงินมากกว่าไมตรี และ ไมตรีมีเงินมากกว่าดนัย

ข. วันชัยมีเงินมากกว่าดนัย และ ดนัยมีเงินมากกว่าไมตรี

ค. ไมตรีมีเงินมากกว่าดนัยและ ดนัยมีเงินมากกว่าวันชัย

ง. ไมตรีมีเงินมากกว่าวันชัยและ วันชัยมีเงินมากกว่าดนัย



23. ณรงค์เดินทางไปยังจังหวัดหนึ่ง วันแรกเดินทางได้  $\frac{2}{5}$  ของระยะทางทั้งหมด วันที่สองเดินทางได้  $\frac{1}{3}$  ของระยะทางทั้งหมด ระยะทางที่เหลือใช้เดินทางในวันที่สาม ถ้าระยะทางทั้งหมดที่ใช้ในการเดินทางเท่ากับ 300 กิโลเมตร อยากทราบว่า วันที่สามเดินทางได้กี่กิโลเมตร
- 75 กิโลเมตร
  - 70 กิโลเมตร
  - 85 กิโลเมตร
  - 80 กิโลเมตร
24. ขวดใบหนึ่ง บรรจุน้ำส้มคั้นได้  $\frac{3}{5}$  ลิตร ถ้าต้องการบรรจุน้ำส้มคั้นทั้งหมด  $3\frac{3}{5}$  ลิตร อยากทราบว่า จะต้องใช้ขวดกี่ใบ
- 3 ใบ
  - 6 ใบ
  - 9 ใบ
  - 10 ใบ
25. สิริ นิสา และมาดา เป็นนักเรียนในห้องเดียวกัน ถ้าสิรินสูง 160 เซนติเมตร นิสาสูงกว่าสิริน  $\frac{1}{10}$  ของความสูงของสิริน และมาดาเตี้ยกว่านิสา  $\frac{1}{8}$  ของความสูงของนิสา แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นเรียงลำดับความสูงของนักเรียนทั้ง 3 คน จากน้อยไปหามาก ได้ถูกต้อง
- มาดา สิริ นิสา
  - นิสา สิริ มาดา
  - สิริน มาดา นิสา
  - สิริน นิสา มาดา
26. ถังน้ำใบหนึ่งมีน้ำอยู่ในถัง  $\frac{1}{2}$  ของถัง มีก๊อกเปิดน้ำเข้าถัง 1 ก๊อก ซึ่งเปิดน้ำเข้าถังได้น้ำที่ละ  $\frac{1}{5}$  ของถัง ถ้าเปิดก๊อกเป็นเวลา 15 นาที พบว่าได้น้ำเพิ่มขึ้น 150 ลิตร ถังน้ำใบนี้จุน้ำกี่ลิตร
- 700 ลิตร
  - 600 ลิตร
  - 500 ลิตร
  - 400 ลิตร

27. เศษส่วนในข้อใดมีค่าเท่ากับ 5.52

ก.  $5\frac{5}{20}$

ข.  $5\frac{52}{100}$

ค.  $\frac{552}{1000}$

ง.  $5\frac{52}{1000}$

28. ให้ a เป็นจำนวนที่มากที่สุด ระหว่าง  $1.1\dot{8}\dot{5}$ ,  $1.18\dot{5}$  และ  $1.\dot{1}8\dot{5}$

b เป็นจำนวนที่น้อยที่สุด ระหว่าง  $2.2\dot{1}4$ ,  $2.\dot{2}14$  และ  $2.2\dot{1}4$

ผลบวกของ a + b เท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{19}{5}$

ข.  $\frac{18}{5}$

ค.  $\frac{17}{5}$

ง.  $\frac{16}{5}$

29. วิชย์มีน้ำหนักตัวเป็น  $1\frac{1}{3}$  เท่าของน้ำหนักตัวของกานดา ถ้ากานดาหนัก 61.8 กิโลกรัม

จงหาว่าวิชย์หนักกี่กิโลกรัม

ก. 82 กิโลกรัม

ข. 82.4 กิโลกรัม

ค. 84 กิโลกรัม

ง. 84.2 กิโลกรัม

30. กอล์ฟโบหนึ่งบรรจุตะปูขนาดเดียวกันซึ่งมีน้ำหนักรวม 1.56 กิโลกรัม น้ำหนักตะปูแต่ละตัวเป็น

$\frac{3}{4}$  กรัม อยากรหาว่าในกอล์ฟโบนี้มีตะปูทั้งหมดกี่ตัว

ก. 2,802 ตัว

ข. 2,800 ตัว

ค. 2,080 ตัว

ง. 2,008 ตัว

## ภาคผนวก จ

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และค่าความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนกลางปี ปีการศึกษา 2549 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มตัวอย่างประชากรก่อนการทดลอง

- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนกลางปี กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2549 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)
- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนกลางปี กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2549 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง

ตารางที่ 11 แสดงค่ามัธยฐานเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน  
กลางปี กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2549 ค่าเอฟ (F-test)  
และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม.1/1	45	34.56	4.07	2.617	0.897
ม.1/2	45	33.69	5.04		

\*  $p < .05$



สถาบันวิจัยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 12 แสดงค่ามัธยฐานเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนกลางปี  
ปีการศึกษา 2549 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง

ห้อง	จำนวนนักเรียน (คน)	$\bar{x}$	s
ม.1/1	45	34.56	4.07
ม.1/2	45	33.69	5.04
ม.1/3	45	32.13	6.17
ม.1/4	46	38.85	4.97
ม.1/5	47	26.38	4.31
ม.1/6	46	19.91	2.88
ม.1/7	47	23.57	3.55
ม.1/8	47	30.15	9.08
ม.1/9	46	27.98	6.62
ม.1/10	45	29.96	6.89
ม.1/11	46	28.65	5.13
ม.1/12	48	31.58	3.72

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวสุธิดา นานซ้ำ เกิดเมื่อวันที่ 24 กุมภาพันธ์ 2520 ที่อำเภอย่านตาขาว จังหวัดตรัง สำเร็จการศึกษาปริญญาตรี วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ โครงการครุทายาท เมื่อปีการศึกษา 2542 ได้รับทุนศึกษาดูงาน การจัดการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ณ ประเทศญี่ปุ่น ในปีการศึกษา 2544 และช่วยราชการที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโท สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2548 ปัจจุบันรับราชการครู ตำแหน่ง ครู คศ.1 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ อำเภอย่านตาขาว จังหวัดตรัง



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย