



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรื่อง พุทธิกรรมการหลุดลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ที่ใช้เสริมกำลังให้กับคาน คสล.
โดย นายไพโรจน์ เรืองสุทธิ

ได้รับอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร. มงคล หวังสถิตยวัฒน์)

13 ตุลาคม 2549

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พิสนเทศ อดุมวรรรัตน์)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บัญชา สุปรินายก)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ปิติ สุนทรสุขกุล)

กรรมการ

(อาจารย์ ดร. วันเฉลิม กรณ์เกษม)

พฤติกรรมกาหตุลลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ที่ใช้เสริมกำลังให้กับคาน คสล.

นายไพโรจน์ เริงสุทธิ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคามหลักสูตร
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ปีการศึกษา 2549
ISBN 974-19-0841-5
ลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ชื่อ : นายไพโรจน์ เรืองสุทธิ
ชื่อวิทยานิพนธ์ : พฤติกรรมการหลุดลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ที่ใช้เสริมกำลังให้กับ
คาน คสล.
สาขาวิชา : วิศวกรรมโยธา
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พิสนธ์ อุคมวรรณ์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บัญชา สุปรินายก
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ปิติ สุนทรสุขกุล
ปีการศึกษา : 2549

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอผลการศึกษาความต้านทานการหลุดลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ ที่ใช้เสริมกำลังรับแรงคดของโครงสร้าง คสล. โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีกลศาสตร์การแตกร้าวของวัสดุเชิงประกอบ (Interfacial Fracture Mechanics) ซึ่งผลทดสอบและผลการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกนำมาพิจารณาาร่วมกัน โดยทำการทดสอบตัวอย่างคานประกอบ เหล็ก-ไฟเบอร์คอนกรีต โดยวิธีการคัดสี่จุดเพื่อคำนวณหาอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด และค่าความต้านทานการหลุดลอก พร้อมทั้งใช้ซอฟต์แวร์ ABAQUS วิเคราะห์เปรียบเทียบและหาค่าพารามิเตอร์สำคัญที่ใช้ในการแยกองค์ประกอบของความต้านทานการหลุดลอก ตามวิธีการขจัดที่ผิวหน้ารอยแตก พบว่าตัวอย่างทดสอบมีค่าความต้านทานการหลุดลอกเฉลี่ย $2.108 \text{ MPa}\sqrt{m}$ และมุมความสัมพันธ์ของความเค้นมีค่าอยู่ในช่วง 30 – 40 องศา ซึ่งแปรผันตามความยาวของการหลุดลอก

(วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 91 หน้า)



อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

Name : Mr. Pirote Roengsuthi
Thesis Title : Debonding of Fiber Reinforced Polymer Plate-Strengthened
RC. Beam
Major Field : Civil Engineering
King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok
Thesis Advisors : Assistant Professor Dr. Pison Udomworarat
Assistant Professor Dr. Bancha Suparinayok
Assistant Professor Dr. Piti Sukontasukkul
Academic Year : 2006

Abstract

This research presents an experimental and the numerical studies to characterize the static behavior of bond strength of carbon fiber reinforced polymer (CFRP) plate based on the energy method. The results of both testing and finite element methods were carried out to investigate the important parameters of fracture resistance. The steel-CFRP-concrete composite beam specimens were designed with the concrete block at the bottom of the beam section including various sizes of short cracks at the end of CFRP-concrete interface. A four-point bending test for determining the critical energy release rate and the interfacial fracture toughness was applied to the specimen. The path-independent J- integral of finite element model based on the Virtual crack extension method was used to evaluate the interfacial fracture toughness. The mode mix fracture resistance was extracted by the Crack surface displacement method through the finite element results. It was found that the interfacial fracture toughness was $2.108 \text{ MPa}\sqrt{m}$, and phase angles are between 30 - 40 degrees varied along with crack length.

(Total 91 pages)



Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พิสนธ์ อุดมวรรณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ ของการวิจัยมาโดยตลอด พร้อมทั้งขอขอบคุณ ดร. วิชากร เสงษ์ฎีกุล บริษัท จีก้าว (ประเทศไทย) จำกัด ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนผลิตภัณฑ์รวมทั้งอุปกรณ์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นอย่างดี ทำนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณครอบครัวที่ให้การสนับสนุนและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา

ไพโรจน์ เริงสุทธิ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ฅ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 เป้าหมาย	2
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
บทที่ 2 งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	3
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	3
2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	5
2.2.1 กลศาสตร์การแตกร้าว (Fracture Mechanics)	5
2.2.2 กลศาสตร์การแตกร้าวของวัสดุเชิงประกอบ (Interfacial Fracture Mechanics)	15
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	25
3.1 การออกแบบตัวอย่าง	25
3.2 การเตรียมวัสดุที่ใช้ในการทดลอง	26
3.3 การจัดทำตัวอย่างก่อนทดสอบ	27
3.4 การทดสอบในห้องปฏิบัติการ	29
3.5 การแยกโหมดผสม (Mode Mix) โดยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method)	32
บทที่ 4 ผลการวิจัยและการวิเคราะห์ผล	35
4.1 การทดสอบหาค่าความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor)	35
4.2 การวิเคราะห์หาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	37

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.3 การวิเคราะห์ผลการวิจัย	46
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	49
เอกสารอ้างอิง	51
ภาคผนวก ก	53
ผลทดสอบโดยวิธี Four – point Bending	54
ภาคผนวก ข	63
ผลการวิเคราะห์โดยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method)	64
ประวัติผู้วิจัย	91

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3-1 คุณสมบัติของซีเอฟอาร์ที	26
3-2 คุณสมบัติของกาวอีพ็อกซี (Epoxy Resin)	27
3-3 โปรแกรมการทดสอบ	32
4-1 ผลการทดสอบและผลการวิเคราะห์หาค่า J – integral	37
4-2 J – integral ของตัวอย่าง C05	41
4-3 ผลการคำนวณค่า $ K $ และ G จาก FEM Model	44
4-4 สรุปการคำนวณค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle)	46
ข-1 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C07	64
ข-2 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C07	65
ข-3 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C09	67
ข-4 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C09	68
ข-5 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C11	70
ข-6 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C11	71
ข-7 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C13	73
ข-8 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C13	74
ข-9 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C15	76
ข-10 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C15	77
ข-11 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C17	79
ข-12 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C17	80
ข-13 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C19	82
ข-14 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C19	83
ข-15 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C21	85
ข-16 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C21	86
ข-17 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C23	88
ข-18 แสดงผลการเลือกค่า n_1, n_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C23	89

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2-1 หน่วยแรงบนเอลิเมนต์	6
2-2 รอยแตกภายใต้ความเค้นดึง	12
2-3 พิกัดของระบบ	14
2-4 ชิ้นส่วนภายใต้แรงดึง	16
2-5 พิกัดของระบบ	16
2-6 พิกัดเชิงซ้อน	17
2-7 ชิ้นส่วนภายใต้แรงดึง	19
2-8 Contour Integral	20
2-9 พฤติกรรมของวัสดุ	20
2-10 Contour Path for J-integral Evaluation	21
2-11 การขจัดค้ำหลัง Crack Tip	24
3-1 Four-point Bending Test	25
3-2 ตัวอย่างทดสอบ	26
3-3 คานประกอบ (Composite Beam)	28
3-4 การเตรียมตัวอย่าง	28
3-5 การจัดทำตัวอย่างทดสอบ	28
3-6 การติด Strain Gage	30
3-7 Four-point Bending Test	31
3-8 ไฟไนต์เอลิเมนต์โมเดล	33
3-9 Ring Element Mesh at Crack Tip	33
4-1 การทดสอบหาค่าแรงวิกฤต (Fracture Load)	35
4-2 ตัวอย่างผลการทดสอบหาค่าแรงวิกฤต (Fracture Load)	36
4-3 ตัวอย่างผลการตรวจวัดการเปิด้าของรอยแตกและความเครียดในคานเหล็ก	36
4-4 โมเดลของตัวอย่างที่ใช้วิเคราะห์โดย FEM	38
4-5 Ring Element Mesh ที่ปลายรอยแตก (Crack Tip)	38
4-6 การเปิด้าของรอยแตก (Interfacial Crack) ภายใต้แรงกระทำ	39
4-7 ภาพขยายที่ปลายรอยแตก (Crack Tip)	39

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-8 Ring Element Mesh at Crack Tip	40
4-9 Normalized J / G_{SS}	47
4-10 มุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) ที่ความยาวการหลุดลอก ที่ผิวคอนกรีต-ไฟเบอร์ (Interfacial Crack) ขนาดต่างๆ	48
5-1 ผิวหน้าคอนกรีตตัวอย่างทดสอบ	49
ก-1 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C07	54
ก-2 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C07	54
ก-3 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C09	55
ก-4 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C09	55
ก-5 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C11	56
ก-6 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C11	56
ก-7 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C13	57
ก-8 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C13	57
ก-9 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C15	58
ก-10 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C15	58
ก-11 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C17	59
ก-12 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C17	59
ก-13 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C19	60
ก-14 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C19	60
ก-15 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C21	61
ก-16 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C21	61
ก-17 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C23	62
ก-18 กราฟ Time-Load & Time-Strain ตัวอย่าง C23	62

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในอดีตการแก้ปัญหาเกี่ยวกับความบกพร่องในการรับกำลังของโครงสร้างอันเนื่องมาจาก การใช้งานมานานทำให้คุณภาพของวัสดุเช่น คอนกรีต เหล็ก เสื่อมคุณภาพลงจากการกัดกร่อนทางเคมี สภาพอากาศที่แปรปรวน ภัยธรรมชาติ เช่น เกิดแผ่นดินไหว หรือการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการ ออกแบบที่ไม่ได้มาตรฐานทำให้โครงสร้างไม่สามารถรับกำลังได้ตามต้องการ เกิดการแอ่นตัวมากเกินไป วิธีการหนึ่งที่มีนิยมนำมาใช้กัน ได้แก่ การใช้แผ่นเหล็กแปะติด (Bond) กับโครงสร้างเพื่อเพิ่มกำลังรับแรงดัดของคานหรือพื้น แต่ปัญหาของการใช้แผ่นเหล็กคือการผูกมัดได้ง่ายทำให้ประสิทธิภาพลดลง ดังนั้นวัสดุเอฟอาร์พี (Fiber Reinforce Polymer, FRP) ซึ่งมีคุณสมบัติที่ดีหลายประการ ได้แก่ กำลังรับแรงดึงสูง ไม่ทำปฏิกิริยาทางเคมี น้ำหนักเบา ประกอบเป็นรูปทรงต่างๆ ได้ง่ายและปัจจุบันมีราคาถูกลง จึงถูกนำมาใช้แทนแผ่นเหล็กอย่างกว้างขวาง

วัตถุประสงค์ของการใช้แผ่นเอฟอาร์พี (FRP Plate) ก็เพื่อเพิ่มกำลังรับแรงดึงที่เกิดจากโมเมนต์ดัด ดังนั้นการจะทราบว่าแผ่นเอฟอาร์พีถูกใช้งานเต็มประสิทธิภาพหรือไม่ สามารถพิจารณาได้จากลักษณะการวิบัติของโครงสร้างที่เกิดขึ้น ซึ่งจำแนกได้เป็น 4 รูปแบบ ได้แก่ (1) แผ่นเอฟอาร์พีถูกดึงจนขาด (Tensile Rupture) (2) คอนกรีตด้านรับแรงอัดแตกร้าว (Concrete Crushing) (3) แผ่นเอฟอาร์พีหลุดลอกออกจากคอนกรีต (Debonding) และ (4) คอนกรีตแตกร้าวจากแรงเฉือนร่วมกับแรงดึง (Shear - tension Failure) โดยที่ปลายของแผ่นเอฟอาร์พีจะหลุดลอกจากคอนกรีตและแตกร้าวลึกเข้าไปในตัวคานจนถึงชั้นเหล็กเสริมแล้วฉีกออกเป็นแนวนานกับเหล็กเสริม (Peeling) ซึ่งกรณีที่ 1 ถือว่าแผ่นเอฟอาร์พีถูกใช้งานเต็มประสิทธิภาพ และจากงานวิจัยจำนวนมากพบว่ากรณีที่ 3 และ 4 เกิดขึ้นมากที่สุด

การหลุดลอกจะเกิดขึ้นที่ปลายแผ่นเอฟอาร์พีหรือจุดที่ผิวคานมีรอยแตกเนื่องจากโมเมนต์ดัด หากขณะใช้งานแผ่นเอฟอาร์พีมีการหลุดลอกเกิดขึ้นบางส่วน ซึ่งแม้เพียงเล็กน้อยก็ถือว่าเป็นอันตราย เพราะว่าเมื่อความเค้นที่ปลายรอยแตก (Crack Tip) เพิ่มขึ้นจนถึงขีดจำกัดค่าหนึ่งแล้วการวิบัติจะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว การทำนายความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้างที่เหลืออยู่อย่างแม่นยำจึงเป็นสิ่งที่สำคัญมาก

1.2 เป้าหมาย

สามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีกลศาสตร์การแตกร้าวในช่วงพิกัดยืดหยุ่นเชิงเส้น (Linear Elastic Fracture Mechanic, LEFM) ในการอธิบายพฤติกรรมการหลุดลอก (Interfacial Crack) ที่ผิวสัมผัสของคอนกรีต-แผ่นใยสังเคราะห์ ได้

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นโครงการนำร่องเพื่อศึกษาความเหมาะสมในการประยุกต์ใช้ทฤษฎีกลศาสตร์การแตกร้าว (Fracture Mechanic) ร่วมกับซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์หาค่าความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Crack) และพฤติกรรมขณะที่มีการหลุดลอกขยายออก (Crack Advance)

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 พฤติกรรมของวัสดุอยู่ในช่วงพิกัดยืดหยุ่นเชิงเส้น (Linear Elastic)

1.4.2 วัสดุที่ใช้เป็นประเภทโฮโมจีเนียส (Homogeneous), ไอโซโทรปิก (Isotropic)

1.4.3 ใช้แผ่นใยสังเคราะห์และกาวอีพ็อกซี (Epoxy Resin) ชนิดและประเภทเดียวตลอด

การวิจัย

1.4.4 ความหนาของชั้นกาว (Adhesive Layer) คงที่และไม่นำมาพิจารณา

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

สามารถนำวิธีการไปใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของโครงสร้างเพื่อการซ่อมบำรุงและเพื่อการออกแบบได้ โดยการเปรียบเทียบค่าความต้านทานการหลุดลอกซึ่งเป็นคุณสมบัติเฉพาะของวัสดุกับผลการวิเคราะห์โดยคอมพิวเตอร์โปรแกรม

บทที่ 2

งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Hamoush และ Ahmad [1] ได้ศึกษาการหลุดลอก (Debonding) ของแผ่นเหล็กที่ใช้ติดใต้ท้องคานเพื่อเพิ่มกำลังรับโมเมนต์ดัด โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method, FEM) เปรียบเทียบกับผลการทดสอบคาน คสล. ขนาด 4x6x96 นิ้ว โดยวิธีการดัดสี่จุด (Four-point Bending Test) ซึ่งที่ด้านล่างของคานในช่วงระหว่างตำแหน่งของหัวกด ถูกทำให้เป็นรอยร้าวเนื่องจากการดัด (Flexural Precrack) ถึง 4 นิ้ว จากท้องคาน คานแต่ละตัวจะมีตัวแปรที่แตกต่างกัน ได้แก่ จำนวนรอยร้าวเนื่องจากโมเมนต์ดัด ความยาวการหลุดลอกระหว่างแผ่นเหล็กกับคอนกรีต (Interfacial Crack Length) ความหนาของแผ่นเหล็ก และความหนากาวอีพ็อกซี่ (Epoxy Resin) พบว่ามีคานเพียงตัวเดียวที่เกิดการวิบัติแบบหลุดลอก (Interface Debonding) ได้แก่ คานที่มีการทำรอยหลุดลอก (Flexural Precrack) จำนวน 5 จุด และมีการหลุดลอก (Interfacial Crack) ยาว 12 นิ้ว ซึ่งอยู่ใกล้จุดรองรับ (Support) มากที่สุดและสอดคล้องกับผลการทำนายจากการวิเคราะห์พบว่า การหลุดลอก (Interfacial Debonding) ขึ้นอยู่กับความดันที่ปลายรอยหลุดลอก (Interfacial Crack Tip) และอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดวิกฤต (Critical Strain Energy Release Rate) ที่ทำให้การหลุดลอกขยายออก และความหนากาวอีพ็อกซี่ (Epoxy Resin) ไม่มีผลต่ออัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด (Strain Energy Release Rate)

Chajes และคณะ [2] ได้ศึกษาการยึดเกาะและการถ่ายแรง (Bond and Force Transfer) ของแผ่นวัสดุคอมโพสิต (Composite Material Plate, CMP) ที่ถูกแปะติดกับคอนกรีตโดยทำการทดสอบแบบซิงเกิ้ลแลปเชียร์ (Single-lap Shear Test) ด้วยการติดแผ่นกราไฟต์/อีพ็อกซี่ (Graphite/Epoxy Composite Material Plate) กับแท่งคอนกรีตขนาด 6x6x9 นิ้ว โดยมีระยะห่างของซีเอ็มพี (CMP) กับแท่งคอนกรีตเท่ากับ 2, 4, 6 และ 8 นิ้ว ตามลำดับ พบว่าการยึดเกาะของกาว (Adhesive) กับคอนกรีตขึ้นอยู่กับลักษณะของผิวคอนกรีต การทำผิวให้เป็นรอยขีดข่วน (Abrading) จะให้ผลยึดเกาะที่ดี และกำลังของการยึดเกาะไม่ขึ้นอยู่กับความหนาของชั้นกาว (Adhesive Layer) แต่ขึ้นอยู่กับกำลังของคอนกรีต นอกจากนี้ยังพบว่าแรงดึงสูงสุด (Failure Load) ไม่แปรผันกับความยาวของระยะห่างแต่มีค่าคงที่ค่าหนึ่ง งานวิจัยนี้ระยะห่าง 4 นิ้ว มีค่าแรงดึงสูงสุด

Malek และคณะ [3] ได้เสนอสมการเพื่อวิเคราะห์หาความเค้น (Stress Concentration) ที่เกิดขึ้นที่ปลายแผ่นเอพอร์ที (FRP Plate) พร้อมเปรียบเทียบผลเฉลยของสมการกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และผลจากการทดลองวัสดุที่ใช้กำหนดให้เป็นชนิดไอโซทรอปิก (Isotropic) แบบยืดหยุ่นเชิงเส้น (Linear Elastic) คอนกรีตและแผ่นเอพอร์ที (FRP Plate) ยึดติดกันแน่นไม่เกิดการขยับตัว (Slip-displacement) การกระจายความเค้นเป็นแบบเชิงเส้นตลอดหน้าตัด จากการทดสอบการคดสี่จุด (Four-point Bending Test) กับคานตัวอย่างขนาด 205x455x4575 มม. ซึ่งติดแผ่นเอพอร์ทีขนาด 152x6x4265 มม. ผลเฉลย (Shear and Normal Stress) ของสมการที่เสนอเปรียบเทียบกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ใกล้เคียงกันมาก ค่าความเค้นหลัก (Principal Stress) ที่คำนวณได้ใกล้เคียงกับกำลังรับแรงดึงของคอนกรีต ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะการวิบัติที่เกิดขึ้นเป็นแบบแรงเฉือนร่วมกับแรงดึง (Shear-tension Failure)

Brena และคณะ [4] ได้ศึกษากำลังรับแรงคดของคานที่เพิ่มขึ้น ด้วยการติดแผ่นคาร์บอนไฟเบอร์รีนฟอร์ซโพลีเมอร์ (Carbon Fiber Reinforced Polymer, CFRP) ในรูปแบบต่างๆ จำนวน 4 แบบ กับคานจำนวน 20 ตัวอย่าง โดยติดแผ่นซีเอฟอาร์ที (CFRP Plate) เฉพาะด้านรับแรงดึงของคานเท่านั้นจำนวน 9 ตัวอย่าง ทำการทดสอบโดยวิธีการคดสี่จุด (Four-point Bending Test) ซึ่งได้ทำรอยหลุดลอก (Pre-crack) ตรงจุดที่มีแรงกระทำ จำนวน 1 แห่ง ความลึกจากท้องคาน 6 มม. การติดแผ่นซีเอฟอาร์ที ด้วยกาวอีพ็อกซี่ (Epoxy Resin) จะทำเฉพาะในช่วงการเฉือน (Shear Span) ที่ปลายทั้งสองของคาน โดยมีความยาวของการติดทาบ (Bond Length) หลากๆ ขนาดตั้งแต่ 10-43 นิ้ว ผลการทดสอบพบว่าคานที่ติดแผ่นซีเอฟอาร์ที มีกำลังรับแรงคดสูงกว่าคานอ้างอิง (Control Beam) แต่มีการแอ่นตัวน้อยกว่า และคานทั้ง 9 ตัวอย่างวิบัติเนื่องจากการหลุดลอกของแผ่นไฟเบอร์ (Interfacial Debonding Failure)

Buyukozturk และคณะ [5] ได้ศึกษาถึงความก้าวหน้าและความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาการหลุดลอก (Debonding) ของแผ่นเอพอร์ที (FRP Plate) โดยรวบรวมข้อมูลจากงานวิจัยจำนวนมาก สรุปว่า การหลุดลอกจะเกิดในบริเวณที่มีความเค้นสูง (Stress Concentration) ได้แก่บริเวณที่วัสดุมีความไม่ต่อเนื่อง (Material Discontinuous) และบริเวณที่วัสดุมีการหลุดลอกจากการคด (Flexural Crack) ปรากฏอยู่ การขยายความกว้างของการหลุดลอกขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย ได้แก่ ความยืดหยุ่น (Elasticity) คุณสมบัติด้านกำลัง (Strength Property) และคุณสมบัติเฉพาะของการหลุดลอก (Interface Fracture) การวิบัติจากการหลุดลอกส่วนใหญ่จะเกิดในเนื้อคอนกรีต (Concrete Substrate) ซึ่งกำลังด้านการวิบัติแบบหลุดลอก (Debonding Failure) และความเหนียว (Ductility) จะลดลงเมื่อความยาวของแผ่นเอพอร์ทีลดลง รูปแบบของการศึกษาเกี่ยวกับปัญหาการหลุดลอกของแผ่นเอพอร์ที (FRP Plate) จำนวนได้เป็น 3 รูปแบบ ได้แก่ (1) ศึกษาด้านกำลัง (Strength

Approach) จะเป็นการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายพฤติกรรมต่างๆ สมการค่อนข้างง่าย และให้คำตอบโดยประมาณ (2) ศึกษาโดยใช้ทฤษฎีกลศาสตร์การแตกร้าว (Fracture Approach) ซึ่งยังต้องพัฒนาอีกมาก และ (3) ศึกษาโดยการทดลอง (Semi-empirical and Empirical Model) ซึ่งจะไม่พิจารณาถึงระบบของแรง (Systematic Stress) หรือการวิเคราะห์การแตกร้าว (Fracture Analysis) กระบวนการทดลองไม่ซับซ้อน

ในช่วงปี 1960 Williams [6], Erdogan [7, 8], England [9] และ Rice และ Sih [10] ได้พัฒนาทฤษฎีกลศาสตร์การแตกร้าว (Fracture Mechanics) ในการประเมินการเกิดการหลุดลอก (Interfacial Crack) ของวัสดุเชิงประกอบไบแมททีเรียล (Bimaterial) ซึ่งผลเฉลย และนิยามของความต้านทานการหลุดลอก (Stress Intensity Factor) ได้ถูกอภิปรายอย่างกว้างขวาง เนื่องจากการเกิดออสซิลเลชันของความเค้น (Oscillation of Stress) ที่ปลายรอยแตก (Crack Tip) ทำให้ผลเฉลยไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง Comninou [11,12,13] , Atkinson [14] และ Mak [15] ได้เสนอวิธีการปรับแก้ผลเฉลยโดยพิจารณาถึงการมีอยู่ของรอยแตกที่ไม่เปิดอ้า (Crack Surface Contact) Rice [16] ได้เสนอแก่นิยามของผลเฉลยเค้นเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับมิติของผลเฉลยซึ่งอยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อน Hutchinson และ Suo [17] ได้แสดงวิธีการประยุกต์ใช้ค่าความต้านทานการหลุดลอกในการแยกโหมดการหลุดลอก (Mixed Mode Fracture) ที่เกิดขึ้นที่ผิวสัมผัส (Interface) ของวัสดุ

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของการหลุดลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ที่ใช้เสริมกำลังให้กับคานคสล. โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีกลศาสตร์การแตกร้าวของวัสดุเชิงประกอบ (Bimaterial) นั้น จำเป็นต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องเพื่อให้สามารถเข้าใจและวิเคราะห์ผลการวิจัยได้ถูกต้อง

2.2.1 กลศาสตร์การแตกร้าว (Fracture Mechanic)

จากทฤษฎียืดหยุ่น (Theory of Elasticity) โดยอาศัยหลักการสำคัญ 2 ข้อ ได้แก่ ความสมดุลของความเค้น และการเสถียรรูปเนื่องจากความเค้นมีความต่อเนื่องกันทั่วทั้งก้อนมวล ซึ่งเป็นเงื่อนไขของความสอดคล้องกันของสิ่งที่เกิดขึ้น (Compatibility Condition) พิจารณาภาพที่ 2-1 สมดุลของแรงบนเอลิเมนต์ในทิศทาง x_1 จะได้ว่า

$$\left(\sigma_{11} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} dx_1 \right) dx_2 dx_3 - \sigma_{11} dx_2 dx_3 + \left(\sigma_{21} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} dx_2 \right) dx_3 dx_1 - \sigma_{21} dx_3 dx_1 + \left(\sigma_{31} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} dx_3 \right) dx_1 dx_2 - \sigma_{31} dx_1 dx_2 = 0$$

$$\therefore \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} = 0$$

ดังนั้นสมการของความเค้นบนเอลิเมนต์ในทุกทิศทางสามารถแสดงได้เช่นเดียวกัน จะได้ว่า

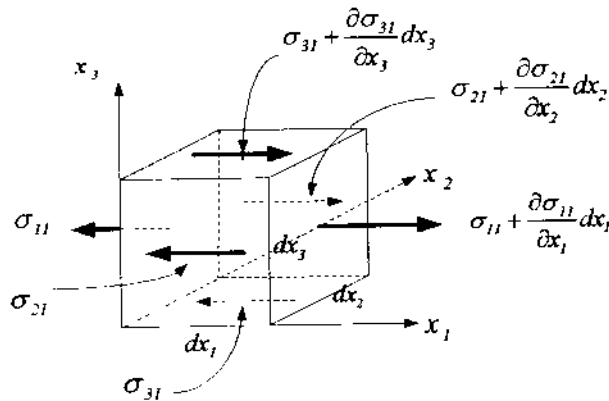
$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} &= 0 \end{aligned} \quad (2-1)$$

กรณีปัญหาสองมิติ ความเค้นขนาดน้อยๆ (Infinitesimal Strain) ที่เกิดจากความเค้นจะมีความสอดคล้องต่อเนื่องก็ต่อเมื่อเป็นไปตามสมการ

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (2-2)$$

ซึ่งสามารถแสดงได้ในเทอมของความเค้น ดังนี้

$$\frac{\partial^2 \sigma_{11}}{\partial x_2^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_{22}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{22}}{\partial x_1^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_{11}}{\partial x_1^2} = 2(1+\nu) \frac{\partial^2 \sigma_{21}}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (2-3)$$



ภาพที่ 2-1 หน่วยแรงบนเอลิเมนต์

2.2.1.1 ฟังก์ชันความเค้นของ ไอรี (Airy's Stress Function)

ปัญหาในการหาฟังก์ชันความเค้น (Stress Function) ซึ่งสอดคล้องกับสมการสมดุล (Equilibrium Equation) และสมการของความสอดคล้อง (Compatibility Equation) ซึ่งทำให้

สามารถหาความสัมพันธ์ของความเค้นกับแรงกระทำได้นั้น ไอริ ได้แสดงการหาฟังก์ชันความเค้น สำหรับปัญหาสองมิติไว้ดังนี้

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} \\ \sigma_{22} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} \\ \sigma_{12} &= -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1 \partial x_2}\end{aligned}\quad (2-4)$$

แทนค่าสมการ (2-4) ในสมการ (2-1) และให้ความเค้นที่มี Subscrip 3 เท่ากับศูนย์ ซึ่งจะสอดคล้องกับสมการ (2-3) ก็ต่อเมื่อ

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial_1^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial x_2^4} = \nabla^2 (\nabla^2 \phi) = 0 \quad (2-5)$$

ถ้าฟังก์ชันสอดคล้องกับสมการของความสอดคล้อง ความเค้นสามารถหาได้โดยตรงจากสมการ (2-4) และเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ต้องสอดคล้องด้วย

2.2.1.2 ฟังก์ชันเชิงซ้อนและความเค้นรอบรอยแตก (Complex Function and Around Crack)

การหาสมการของฟังก์ชันความเค้นรอบรอยแตกโดยวิธีทางพีชคณิตที่เหมาะสมหรือการใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติ จะมีความยุ่งยากซับซ้อนมาก บางรูปแบบของรอยแตกไม่สามารถกระทำได้ แต่ด้วยเทคนิคทางคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแปรเชิงซ้อน (Complex Variable) ทำให้การแก้ปัญหาดังกล่าวทำได้ง่ายขึ้น

ก) ตัวแปรเชิงซ้อน (Complex Variable)

จำนวนเชิงซ้อน (Complex Number, z) สามารถแทนด้วยตัวแปร x_1 และ x_2 ในระบบพิกัดคาร์เทเซียน

$$z = x_1 + ix_2 \quad (2-6)$$

และในพิกัดเชิงขั้ว (Polar Coordinate)

$$z = re^{i\theta} \quad (2-7)$$

เมื่อ $i = \sqrt{-1}$ และ $x_1, x_2, r, \theta =$ จำนวนจริง

ถ้า $f(z)$ เป็นฟังก์ชันวิเคราะห์มีอนุพันธ์ย่อย (Partial Derivative) เทียบกับ x_1 และ x_2 จะได้ว่า

$$\frac{\partial f(z)}{\partial x_1} = \frac{\partial f(z)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x_1} = f'(z) \frac{\partial z}{\partial x_1} = f'(z)$$

(2-8)

$$\frac{\partial f(z)}{\partial x_2} = f'(z) \frac{\partial z}{\partial x_2} = if'(z)$$

ถ้าให้ $f(z) = \alpha + i\beta$

เมื่อ α และ β เป็นฟังก์ชันของ x_1 และ x_2 จะได้ว่า

$$\frac{\partial f(z)}{\partial x_1} = \frac{\partial \alpha}{\partial x_1} + i \frac{\partial \beta}{\partial x_1} = f'(z)$$

(2-9)

$$\frac{\partial f(z)}{\partial x_2} = \frac{\partial \alpha}{\partial x_2} + i \frac{\partial \beta}{\partial x_2} = if'(z)$$

$$\therefore i \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x_1} + i \frac{\partial \beta}{\partial x_1} \right) = \frac{\partial \alpha}{\partial x_2} + i \frac{\partial \beta}{\partial x_2}$$

(2-10)

จาก (2-10) พิจารณาการเท่ากันของส่วนจริง (Real Part) และส่วนจินตภาพ (Imaginary Part) จะได้

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x_1} = \frac{\partial \beta}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial x_2} = -\frac{\partial \beta}{\partial x_1}$$

(2-11)

จาก (2-11) แสดงว่า $f(z)$ เป็นฟังก์ชันวิเคราะห์ตามเงื่อนไขของสมการ คอซี-ไรน์มาน (Cauchy-Reiman Equation) เราสามารถกำจัดฟังก์ชัน β ได้โดยการดิฟเฟอเรนเชียลสมการแรกเทียบกับ x_1 และสมการที่สองเทียบกับ x_2 จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x_2^2} = 0 \quad \text{or} \quad \nabla^2 \alpha = 0$$

(2-12)

สมการ (2-12) ก็คือสมการของลาปลาซนั่นเอง และ ∇^2 เรียกว่าตัวคูณของลาปลาซเนียน (Laplacian Operator) และคำตอบของสมการ (2-12) เรียกว่า ฮาร์โมนิกฟังก์ชัน (Harmonic Function) การกำจัดฟังก์ชัน α ก็สามารถทำได้เช่นเดียวกันโดยการดิฟเฟอเรนเชียลสมการแรกของ (2-11) เทียบกับ x_2 และสมการที่สองเทียบกับ x_1 จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \beta}{\partial x_2^2} = \nabla^2 \beta = 0$$

(2-13)

ทั้งส่วนจริงและส่วนจินตภาพของฟังก์ชันวิเคราะห์จะให้คำตอบของสมการลาปลาซแยกจากกัน ฟังก์ชัน α และ β เรียกว่า คอนจูเกตฮาร์โมนิกฟังก์ชัน (Conjugate Harmonic Function) ถ้า ψ เป็นฟังก์ชันของ x_1 และ x_2 แล้ว

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)(x_1\psi) = x_1\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial x_2^2}\right) + 2\frac{\partial\psi}{\partial x_1} \quad (2-14)$$

และถ้า ψ เป็นฮาร์โมนิกแล้ว เทอม $\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial x_2^2}\right)$ จะมีค่าเป็นศูนย์ เพราะฉะนั้น $\frac{\partial\psi}{\partial x_1}$ เป็นฮาร์โมนิกฟังก์ชัน (Harmonic Function) เพราะว่า

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial x_1}\right) = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial x_2^2}\right) = 0 \quad (2-15)$$

ดังนั้นถ้าเราประยุกต์ใช้ สัญญากรของลาปลาเซียน $\nabla^2 \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)$ กับสมการ (2-14) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \nabla^2[\nabla^2(x_1\psi)] &= \nabla^2\left(0 + 2\frac{\partial\psi}{\partial x_1}\right) = 0 \\ \nabla^4(x_1\psi) &\equiv \left(\frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x_1^2\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4}\right)(x_1\psi) = 0 \end{aligned} \quad (2-16)$$

ซึ่งเหมือนกันทุกประการกับสมการ (2-5) และสามารถให้ $x_1\psi$ เป็นฟังก์ชันความเค้นได้เพราะ ψ เป็นฮาร์โมนิก และในทำนองเดียวกัน $x_2\psi$ และ $(x_1^2 + x_2^2)\psi \equiv r^2\psi$ เป็นฟังก์ชันความเค้นได้เช่นเดียวกัน

โดยทั่วไปเราสามารถแสดงฟังก์ชันความเค้นได้ดังสมการ

$$\phi = \text{Re}[(x_1 - ix_2)\psi(z) + \chi(z)] \quad (2-17)$$

Re คือส่วนจริง, $\psi(z)$ และ $\chi(z)$ คือฟังก์ชันวิเคราะห์ที่ถูกเลือกอย่างเหมาะสม

ข) การหาความเค้นและการขจัดจากศักย์เชิงซ้อน (Stresses and

Displacement Determine from Complex Potentials)

ถ้า $f(z)$ เป็นฟังก์ชันเชิงซ้อน (Complex Function) แล้ว $f(z) = \alpha + i\beta$ และส่วนของคอนจูเกตฟังก์ชัน $\bar{f}(z)$ เราจะแทน i ด้วย $-i$ จะได้ว่า

$$f(z) = \alpha + i\beta$$

$$\bar{f}(z) = \alpha - i\beta$$

$$f(z) = e^{i^2} \text{ และ}$$

$$\bar{f}(z) = e^{-i^2} = e^{i(x_1 - ix_2)} = e^{ix_1} \cdot e^{-x_2}$$

ทำนองเดียวกันเราสามารถเขียนสมการที่ (2-17) ได้ว่า

$$\phi = \text{Re}[(x_1 - ix_2)\psi(z) + \chi(z)] = \text{Re}[\bar{z}\psi(z) + \chi(z)] \quad (2-18)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} 2\phi &= 2 \text{Re } f(z) \\ &= f(z) + \bar{f}(\bar{z}) \\ &= \bar{z}\psi(z) + z\bar{\psi}(\bar{z}) + \chi(z) + \bar{\chi}(\bar{z}) \end{aligned} \quad (2-19)$$

จะได้ว่า

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_1} + i \frac{\partial \phi}{\partial x_2} = \psi(z) + z\bar{\psi}'(\bar{z}) + \bar{\chi}'(\bar{z}) \quad (2-20)$$

และการหาค่า σ_{11} , σ_{22} และ σ_{12} สามารถทำได้ตามสมการที่ (2-4) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sigma_{11} + \sigma_{22} &= 4 \text{Re } \psi'(z) \\ \sigma_{22} - \sigma_{11} + 2i\sigma_{12} &= 2[\bar{z}\psi''(z) + \chi''(z)] \end{aligned} \quad (2-21)$$

และด้วยการแยกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของ (2-21) ทำให้เราสามารถหาค่า $(\sigma_{22} - \sigma_{11})$ และ σ_{12} ได้ นอกจากนี้ยังสามารถหาค่าการขจัดได้ว่า

$$2\mu(u_1 + iu_2) = \left(\frac{3-\nu}{1+\nu}\right)\psi(z) - z\bar{\psi}'(\bar{z}) - \bar{\chi}'(\bar{z}) \quad (2-22)$$

สำหรับปัญหาความเค้นระนาบ (Plane Stress) และ

$$2\mu(u_1 + iu_2) = (3-4\nu)\psi(z) - z\bar{\psi}'(\bar{z}) - \bar{\chi}'(\bar{z}) \quad (2-23)$$

สำหรับปัญหาความเครียดระนาบ (Plane Strain)

แต่ละค่าของ u_1 และ u_2 สามารถหาได้โดยการแยกเทอมของส่วนจริงและส่วนจินตภาพ

ค) ความเค้นที่ปลายรอยแตกและผลเฉลยของเวสเตอร์การ์ด (Stress Near

Crack : Westergaard's Solution)

การหาฟังก์ชันความเค้น (Stress Function) ตามวิธีการของเวสเตอร์การ์ด กระทำได้สะดวกที่สุดโดยการหาคุณสมบัติรูปแบบเฉพาะของฟังก์ชันเชิงซ้อนและเลือกเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ที่สอดคล้อง (Compatible) กับคุณสมบัตินั้น

พิจารณาฟังก์ชัน $\phi(z)$ ซึ่งเป็นฮาร์โมนิก ให้ $\phi'(z)$ และ $\bar{\phi}'(\bar{z})$ เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสองเทียบกับ z และ \bar{z} และ $\bar{\phi}(z)$ เป็นการอินทิเกรตฟังก์ชันครั้งที่หนึ่งและสองเทียบกับ z ในการหาฟังก์ชันความเค้น (ϕ) ที่สอดคล้องกับสมการไบฮาร์โมนิก (2-5) กระทำได้โดยใช้สมการที่ (2-4) เป็นเงื่อนไขขอบเขตจะได้ว่า ให้

$$\phi = \text{Re } \bar{\phi}(z) + x_2 \text{Im } \bar{\phi}(z) \quad (2-24)$$

แล้ว

$$\begin{aligned}\sigma_{22} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = \operatorname{Re} \phi(z) + x_2 \operatorname{Im} \phi'(z) \\ \sigma_{11} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} = \operatorname{Re} \phi(z) - x_2 \operatorname{Im} \phi'(z) \\ \sigma_{12} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1 \partial x_2} = -x_2 \operatorname{Re} \phi'(z)\end{aligned}\quad (2-25)$$

การหา $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2}$ ทำได้สะดวกโดยใช้สมการของ คอซี-ไรน์มาน (2-11)

$$\frac{\partial(\operatorname{Re})}{\partial x_1} = \frac{\partial(\operatorname{Im})}{\partial x_2} \quad ; \quad \frac{\partial(\operatorname{Im})}{\partial x_1} = -\frac{\partial(\operatorname{Re})}{\partial x_2} \quad \text{โดย} \quad \frac{\partial}{\partial x_1} = \frac{d}{dz}$$

และสามารถแสดงความสอดคล้องตามสมการสมดุล (Equilibrium Equation) และสมการของความสอดคล้อง (Compatibility Equation) ได้ดังสมการ (2-1) ซึ่งในปัญหาสองมิติจะได้ว่า

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} = 0$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} &= \frac{\partial}{\partial x_1} [\operatorname{Re} \phi(z) - x_2 \operatorname{Im} \phi'(z)] \\ &= \operatorname{Re} \phi'(z) - x_2 \operatorname{Im} \phi''(z) \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} &= \frac{\partial}{\partial x_2} [-x_2 \operatorname{Re} \phi'(z)] \\ &= -\operatorname{Re} \phi'(z) + x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} [\operatorname{Im} \phi'(z)] \\ &= -\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1}\end{aligned}$$

เป็นไปตามสมการ (2-1)

ในปัญหาความเครียดระนาบ การเสียรูป u_1 และ u_2 มีค่าดังสมการ

$$\begin{aligned}2\mu u_1 &= (1-2\nu)\operatorname{Re} \bar{\phi}(z) - x_2 \operatorname{Im} \phi(z) \\ 2\mu u_2 &= 2(1-\nu)\operatorname{Im} \bar{\phi}(z) - x_2 \operatorname{Re} \phi(z) \\ \mu &= \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{Shear Modulus})\end{aligned}\quad (2-26)$$

ตรวจสอบความถูกต้องโดยทดสอบการคำนวณความเครียดหลัก (Principal Strain)

$$\varepsilon_{11} = E\varepsilon_1 = \sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (2-27)$$

ซึ่งปัญหาความเครียดระนาบ (Plane Strain)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{33} &= 0 \quad , \quad \sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \\ \therefore E\varepsilon_{11} &= (1-\nu^2)\sigma_{11} - \nu(1+\nu)\sigma_{22}\end{aligned}\quad (2-28)$$

และโดยการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (2-26) เทียบกับ x_1 จะได้ว่า

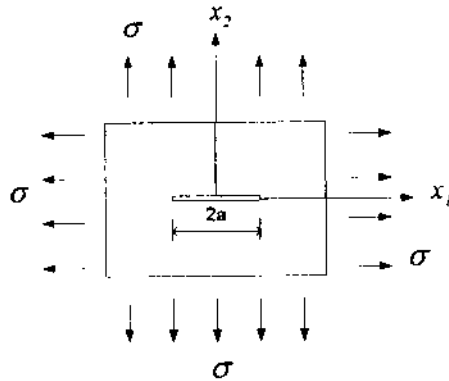
$$\begin{aligned} 2\mu\epsilon_{11} &= (1-2\nu)Re\phi(z) - x_2 Im\phi'(z) \\ &= (1-\nu)[Re\phi(z) - x_2 Im\phi'(z)] - \nu[Re\phi(z) + x_2 Im\phi'(z)] \\ &= (1-\nu)\sigma_{11} - \nu\sigma_{22} \end{aligned}$$

$$\therefore E\epsilon_{11} = (1-\nu^2)\sigma_{11} - \nu(1+\nu\sigma_{22}) \quad \text{เท่ากับสมการ (2-28)}$$

จากสมการ (2-25) ถ้า $x_2 = 0$, $\sigma_{12} = 0$ และ $\sigma_{22} = \sigma_{12}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{2(1-\nu^2)}{E} Im\bar{\phi}(z) \\ u_1 &= \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E} Re\bar{\phi}(z) \end{aligned} \quad (2-29)$$

2.2.1.3 พฤติกรรมของรอยแตกภายใต้ความเค้นดึง (Crack Under Tension)



ภาพที่ 2-2 รอยแตกภายใต้ความเค้นดึง

เราใช้ฟังก์ชันความเค้นแรกในการวิเคราะห์ปัญหาของชิ้นส่วนภายใต้ความเค้นดึงในแนวแกน x_1 และ x_2 ที่มีความยาวรอยแตกกว้างเท่ากับ $2a$ (ภาพที่ 2-2) โดยเลือกฮาร์โมนิกฟังก์ชันที่เหมาะสมซึ่ง $\phi(z)$ ที่เหมาะสมได้แก่ $\sigma_{22} = 0$ เมื่อ $x_2 = 0$ และ $x_1 \leq \pm a$ และมีค่าเท่ากับ σ เมื่อ x_1 มีค่าเข้าใกล้อนันต์ และเราคาดว่า การแตกร้าว (Crack) เป็นผลของความเค้น (Stress Concentration) ดังนั้น σ_{22} จะมีค่ามากกว่า σ เมื่อมีระยะเข้าใกล้ปลายรอยแตกร้าว (Crack Tip) และจากสมการ (2-25) $\sigma_{22} = Re\phi(z) + x_2 Im\phi'(z)$ และเมื่อ $x_2 = 0$ จะได้ว่า $\sigma_{22} = Re\phi(z)$

σ_{22} จะมีค่าเข้าใกล้ σ เมื่อ x_1 มีค่าเข้าใกล้อนันต์ และจะมีค่ามากกว่า σ เมื่อ $|x_1|$ มีค่ามากกว่า $|a|$ น้อยๆ ดังนั้นจึงสามารถเขียนฟังก์ชันอย่างง่ายได้ว่า

$$\sigma_{22} = \frac{\sigma}{1 - \frac{a}{x_1}} \quad \text{หรือ} \quad \sigma_{22} = \frac{\sigma}{1 - \frac{a^2}{x_1^2}}$$

เพราะว่า $\sigma_{22} = Re\phi(z)$ เมื่อ $x_2 = 0$ ดังนั้น $\sigma_{22} = 0$ จึงเป็นฟังก์ชันของส่วนจินตภาพ $x_2 Im\phi'(z)$

จากรูปแบบอย่างง่ายที่ว่า $\sigma_{22} \rightarrow \sigma$ เมื่อ $x_1 \rightarrow \infty$ คือ $1 - \frac{a^2}{x_1^2}$ และ σ_{22} จะเท่ากับศูนย์

ก็ต่อเมื่อ $-a < x_1 < a$ จะทำให้เทอม $1 - \frac{a^2}{x_1^2}$ มีค่าน้อยกว่าศูนย์ ดังนั้นถ้าเราใส่เครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$

ในเทอมดังกล่าว จึงกลายเป็นจำนวนจินตภาพ $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{1 - \frac{a^2}{x_1^2}}$ เท่ากับ $i \sqrt{1 - \frac{a^2}{x_1^2}}$ ดังนั้นเมื่อ $x_2 = 0$ จะได้ว่า

$$\sigma_{22} = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{x_1^2}}} \quad (2-30)$$

ดังนั้นเราจะได้รูปแบบสมการอย่างง่ายที่สอดคล้องกับทุกสมการและเงื่อนไขขอบเขตสำหรับรอยแตกยาวในแผ่นวัสดุที่มีขนาดอนันต์ (Infinite Plate) ดังนี้

$$\phi(z) = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}} \quad (2-31)$$

และจากสมการที่ (2-29) จะได้ว่า

$$u_{2(x_2=0)} = \frac{2(1-\nu^2)}{E} \sigma \sqrt{a^2 - x_1^2} \quad (2-32)$$

ซึ่งสามารถจัดให้อยู่ในรูปของสมการวงรี (Elliptic Equation) ได้ดังนี้

$$\frac{u_2^2}{const} + \frac{x_1^2}{a^2} = a^2 \quad (2-33)$$

ถ้าเขียนสมการที่ (2-30) ในเทอมของระยะจากปลายรอยแตก (Crack Tip) ไปตามทิศทาง x_1 ให้ $r = x_1 - a$ ดังนั้นที่ระยะใกล้ปลายรอยแตกมากๆ $\left(\frac{r}{a} \ll 1\right)$ จะได้ว่า

$$\sigma_{22} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \quad (2-34)$$

ในทำนองเดียวกันถ้าคำนวณ σ_{22} , σ_{11} และ σ_{12} เต็มรูปแบบตามสมการ (2-25) สามารถคำนวณความเค้นที่ปลายรอยแตกโดยให้แปรผันไปตามค่ามุมที่เปลี่ยนไปได้ โดยใช้ตัวแปร $\eta = (z - a)$ แทน $r = x_1 - a$ ในรูปแบบเชิงขั้วโดยให้ $\eta = re^{i\theta}$ ตัวอย่างเช่น จากสมการที่ (2-25)

$$\sigma_{22} = \text{Re } \phi(z) + x_2 \text{Im } \phi'(z)$$

ถ้า $\eta = (z - a)$ และ $\frac{\eta}{a} \ll 1$ เทอมแรกจะกลายเป็น

$$\text{Re } \phi(z) = \text{Re} \left(\sigma \sqrt{\frac{a}{2re^{i\theta}}} \right) = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

และจาก $x_2 = r \sin \theta$ เทอมที่สองจะได้ว่า

$$x_2 \text{Im } \phi'(z) = r \sin \theta \text{Im} \left(\frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{a}{2(re^{i\theta})^3}} \right) = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}$$

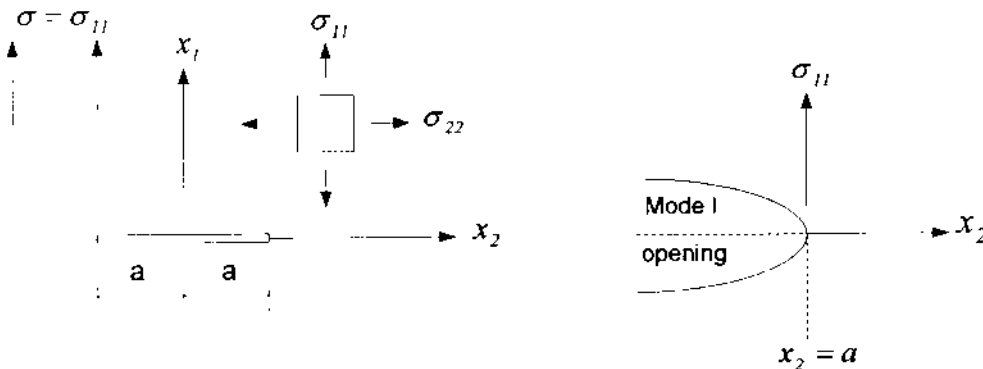
ดังนั้น σ_{22} จะแปรเปลี่ยนไปตามค่ามุมดังนี้

$$\sigma_{22} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots$$

ทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots \quad (2-35) \\ \sigma_{12} &= \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots \end{aligned}$$

นี่คือเทอมแรกใน Series Expansion ขณะที่ θ เข้าใกล้ศูนย์ ($x_2 \rightarrow 0$) σ_{22} จะเป็นไปตามสมการ (2-34) ชิ้นส่วนภายใต้ความเค้นดึงสม่ำเสมอตามทิศทางแกน x_1 และ x_2 (ภาพที่ 2-3) ที่ระยะอนันต์จะได้ว่า $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma$ และที่ปลายรอยแตกค่าความเค้น $\sigma_{22} = \sigma_{11}$ เมื่อ $\theta = 0$



ภาพที่ 2-3 พิกัดของระบบ

ในวิชากลศาสตร์การแตกร้าว (Fracture Mechanics) จะเรียกรูปแบบการแตกร้าวที่รอยแตกเปิดอ้าออกว่า Mode I Opening ดังนั้นถ้าเราเปลี่ยนการเรียกชื่อแกนให้สอดคล้องกัน การเปลี่ยนตำแหน่ง u_2 ในสมการที่ (2-32) ต้องเปลี่ยนเป็น

$$u_{1(x_1=0)} = \frac{2(1-\nu^2)\sigma}{E} \sqrt{a^2 - x_2^2} \quad (2-36)$$

2.2.1.4 ความต้านทานการแตกร้าว (Stress Intensity Factor)

จากสมการ (2-35) พิจารณาตามระบบพิกัดฉากของสมการ (2-36)

$$\sigma_{11} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2-37)$$

เมื่อ $r \ll a$ จะได้ว่า

$$\sigma_{11(x_1=0)} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} = \frac{K'}{\sqrt{2r}} \quad (2-38)$$

โดยทั่วไปนิยมใช้สัญลักษณ์ K แทน ความต้านทานการแตกร้าว (Stress Intensity Factor) โดย $K = \sigma \sqrt{\pi a}$ ดังนั้นสมการ (2-38) จะเปลี่ยนเป็น

$$\sigma_{11} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}}$$

ซึ่ง K จะมีหน่วยเป็น $\frac{F}{L^2}\sqrt{L}$ เช่น $MPa\sqrt{m}$ เป็นต้น

2.2.1.5 รอยแตกร้าวภายใต้ความเค้นเฉือน (Crack in Shear)

ให้เราพิจารณารอยแตกร้าวความยาว $2a$ อยู่ภายใต้ความเค้นเฉือน $\sigma_{12} = \tau$ กระทำในทิศทาง x_2 ดังภาพที่ 2-3 ฟังก์ชันความเค้นที่เหมาะสมได้แก่

$$\phi_{II} = -x_2 \operatorname{Re} \overline{\phi_{II}}(z) \quad (2-39)$$

เมื่อ $\phi_{II}(z)$ เป็นฟังก์ชันของ z ที่ถูกเลือกให้สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต ถ้าเราดิฟเฟอเรนเชียล ϕ_{II} จะได้ σ_{11} , σ_{22} และ σ_{12} โดยใช้สมการ (2-4) จะได้

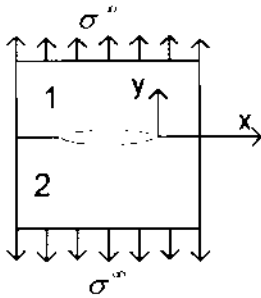
$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 2 \operatorname{Im} \phi_{II}(z) + x_2 \operatorname{Re} \phi_{II}'(z) \\ \sigma_{22} &= -x_2 \operatorname{Re} \phi_{II}'(z) \end{aligned} \quad (2-40)$$

$$\sigma_{21} = \sigma_{12} = \operatorname{Re} \phi_{II}(z) - x_2 \operatorname{Im} \phi_{II}'(z)$$

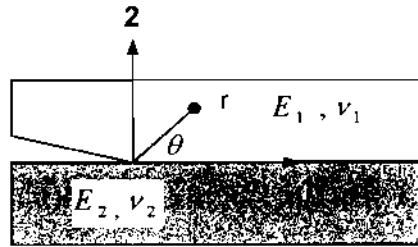
2.2.2 กลศาสตร์การแตกร้าวของวัสดุเชิงประกอบ (Interfacial Fracture Mechanic)

วัสดุเชิงประกอบไบแมททีเรียล (Bimaterial) หมายถึงวัสดุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันถูกยึดติดกัน (Bond) ด้วยวิธีการใดๆ เช่น กาวอีพ็อกซี่ (Epoxy Resin) หรือหลอมหล่อติดกันเป็นชั้นๆ เมื่อมีรอยการหลุดลอกเกิดขึ้นที่ผิวสัมผัสของวัสดุ (Interfacial Crack) ภายใต้แรงกระทำคงที่ (ภาพที่ 2-4 และ 2-5) ความเค้นที่ปลายรอยแตก (Crack Tip) จะเกิดขึ้นทั้งความเค้นดึงฉาก (Mode I Normal Stress) และความเค้นเฉือน (Mode II Shear Stress) เรียกว่ามิกซ์โหมด (Mixed Mode) เนื่องจากวัสดุมีคุณสมบัติยืดหยุ่น (Elastic Property) ที่แตกต่างกัน และเมื่อความเค้นเพิ่มมากขึ้น จนถึงขีดจำกัดค่าหนึ่งการหลุดลอกจะขยายออกมากขึ้น (Crack Advance) ซึ่งขึ้นอยู่กับความสามารถต้านทานการหลุดลอกของวัสดุ

การศึกษาวิเคราะห์หาความต้านทานการหลุดลอกและพฤติกรรมของวัสดุไบแมททีเรียล (Bimaterial) ประเภทโฮโมจีเนียส (Homogeneous), ไอโซทรอปิก (Isotropic) โดยใช้ทฤษฎีกลศาสตร์การแตกร้าวในช่วงพิกัดยืดหยุ่นเชิงเส้น (Linear Elastic Fracture Mechanic) นั้น ความต้านทานดังกล่าวจะพิจารณาจากค่าความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor, K) หรืออัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด (Strain Energy Release Rate, G) ขณะที่การหลุดลอกขยายออกไป (Crack Advance) ซึ่งแสดงถึงความสามารถในการดูดซับพลังงานของวัสดุ แต่เนื่องจากผลเฉลยของสมการที่ใช้ในการวิเคราะห์หาค่าความต้านทานการหลุดลอก จะอยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อนจึงไม่สามารถทราบค่าความต้านทานการหลุดลอกของแต่ละโหมดได้ ดังนั้นการอธิบายพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจำเป็นต้องแยกค่าความต้านทานการหลุดลอก ให้อยู่ในแต่ละโหมดก่อน ซึ่งต้องใช้วิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) ร่วมกับวิธีทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ



ภาพที่ 2-4 ชั้นส่วนภายใต้แรงดึง



ภาพที่ 2-5 พิกัดของระบบ

2.2.2.1 ความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor, K)

Rice [10] ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor) ที่ด้านหน้าของปลายรอยแตก (ภาพที่ 2-5 พิกัด $r, \theta = 0$) ในรูปของจำนวนเชิงซ้อน ดังสมการ

$$\sigma_{22} + i\sigma_{12} = \frac{K r^{1/2}}{\sqrt{2\pi}} \tag{2-41}$$

เมื่อความต้านทานการหลุดลอกเชิงซ้อน (Complex Stress Intensity Factor)

$$K = K_1 + iK_2 \quad (\text{Mode I, Mode II Intensity Factor})$$

σ_{22} = ความเค้นตั้งฉาก (Normal Stress) ในทิศทาง 2

σ_{12} = ความเค้นเฉือน (Shear Stress)

$$i = \sqrt{-1}$$

จากสมการที่ (2-41) เมื่อ $r \rightarrow 0$ ผลเฉลยของสมการจะไม่สอดคล้องกับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงซึ่งเรียกว่า การเกิด ออสซิลลาทอรีซิงกูลาริตี (Oscillatory Singularity) ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนั้นจะพิจารณาที่ตำแหน่งใกล้ๆปลายรอยแตก (Crack Tip) เท่านั้น และการขจัดหรือการเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement) ที่เกิดขึ้นที่ด้านหลังปลายรอยแตก (พิกัด $|-r|, \theta = 0$) เป็นฟังก์ชันของ K ดังสมการ

$$\delta_2 + i\delta_1 = \frac{4 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)}{(1 + 2i\varepsilon) \cosh(\pi\varepsilon)} K \sqrt{\frac{r}{2\pi}} r^{1/2} \tag{2-42}$$

เมื่อ $\delta_2 = \text{vertical displacement}$

$$-u_2(r, \theta = \pi) - u_2(r, \theta = -\pi)$$

$\delta_1 = \text{horizontal displacement}$

$$= u_I(r, \theta = \pi) - u_I(r, \theta = -\pi)$$

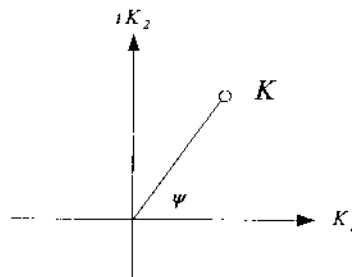
E_j = Modulus of elasticity

$$\overline{E}_j = E_j \quad \text{กรณี ความเค้นระนาบ (Plane Stress)}$$

$$\overline{E}_j = \frac{E_j}{(1-\nu_j^2)} \quad \text{กรณีความเครียดระนาบ (Plane Strain)}$$

ความสัมพันธ์ของ Mode I, Mode II Intensity Factor (ภาพที่ 2-6) สามารถนิยามได้ด้วยอาร์กิวเมนต์หลัก (Principal Argument) ของความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor) เรียกว่า มุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle, ψ) ดังนี้

$$\begin{aligned} \psi &= \tan^{-1} \left(\frac{K_2}{K_1} \right) \\ &= \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im } K r^{1-\epsilon}}{\text{Re } K r^{1-\epsilon}} \right) \end{aligned} \quad (2-43)$$



ภาพที่ 2-6 พิกัดเชิงซ้อน

และถ้าเราพิจารณาผลเฉลยของสมการที่ (2-41) จะพบว่า มิติ (Dimension) อยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อนซึ่งไม่มีความหมายทางกายภาพ (Physical Meaning) ดังสมการ

$$\begin{aligned} K &= (\text{applied stress}) \times F \sqrt{L} L^{-1\epsilon} \\ &= (\sigma_{yy}^\infty + i \sigma_{xy}^\infty) (1 + 2i\epsilon) \sqrt{\pi a} (2a)^{-1\epsilon} \end{aligned}$$

โดย L = Characteristic Length เช่น ความยาวของการหลุดลอก (Crack Length)

F = โมดูลัสของฟังก์ชันจำนวนเชิงซ้อน (ϵ)

ϵ = ค่าคงที่ของวัสดุไบแมททีเรียล (Bimaterial Constant)

$$= \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)$$

และพารามิเตอร์ซึ่งเป็นผลจากความแตกต่างกันของคุณสมบัติของความยืดหยุ่นของวัสดุของคุณเตอร์ (Dundur's Elastic Mismatch Parameter)

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{\mu_1 (1 - 2\nu_2) - \mu_2 (1 - 2\nu_1)}{\mu_1 (1 - \nu_2) + \mu_2 (1 - \nu_1)}$$

$\nu = \text{Poisson's Ratio}$, $\mu = \text{shear modulus}$, subscript 1,2 = วัสดุส่วนบนและล่าง

ดังนั้น การแทนที่จำนวน $r^{1/\epsilon}$ ด้วยจำนวนไร้มิติ $\lambda^{1/\epsilon}$ เพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับมิติของผลเฉลยจึงเป็นที่ยอมรับกัน [18] ดังสมการ

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im } K\lambda^{1/\epsilon}}{\text{Re } K\lambda^{1/\epsilon}} \right) \quad (2-44)$$

เมื่อ $\lambda = r/L$

และ $L =$ ความยาวอ้างอิงใดๆ เช่น ความยาวของการหลุดลอก (Crack Length), พลาสติกโซน (Plastic Zone)

2.2.2.2 อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด (Strain Energy Release Rate, G)

พิจารณาภาพที่ 2-7 ชิ้นส่วนมีรอยแตกยาว a อยู่ภายใต้แรงกระทำ P และพลังงานศักย์รวม (Total Potential Energy) มีค่าดังสมการ

$$II = U - F + W \quad (2-45)$$

เมื่อ $U =$ พลังงานความเครียด (Strain Energy) ของชิ้นส่วน, $F =$ งานที่เกิดจากแรง P และ $W =$ พลังงานที่ทำให้เกิดรอยแตกกว้าง และภายใต้เงื่อนไขสภาวะสมดุลของชิ้นส่วนเมื่อรอยแตกกว้างขยายออกไปเป็นระยะทางน้อยๆ เท่ากับ da แล้ว

$$\frac{\partial}{\partial a} (U - F + W) = 0 \quad (2-46)$$

ถ้าให้ $F = Pu$ โดย u เป็นการขจัดที่จุดที่แรงกระทำ (Load Point Displacement) ให้ $u = 0$ เมื่อรอยแตกกว้างขยายออกไปเป็นระยะทางน้อยๆ เท่ากับ da ดังนั้น $F = 0$ จะได้ว่า

$$-\left[\frac{\partial}{\partial a} U(a, u) \right] = \frac{\partial W}{\partial a} \quad (2-47)$$

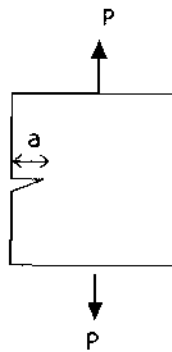
U เป็นฟังก์ชันของความยาวรอยแตก a และการขจัด u ซึ่ง u เป็นค่าคงที่ และถ้าให้อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดสำหรับการขยายรอยแตก ต่อหน่วยความยาวต่อหน่วยความหนา (๑) เป็นค่าวิกฤตแล้ว

$$G_{Ic} = \frac{1}{t} \frac{\partial W}{\partial a} \quad (2-48)$$

ซึ่ง Malyshev และ Salganik [19] ได้เสนอสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด กับความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor) ไว้ดังนี้

$$G = \frac{(1/\bar{E}_1 + 1/\bar{E}_2)}{2 \cosh^2(\pi \varepsilon)} |K|^2 \quad (2-49)$$

ความยาวการหลุดลอกจะเริ่มขยายมากขึ้นเมื่อ $G = G_c$ (Critical Energy Release Rate) หรือ $|K| = |K_c|$ (Interfacial Fracture Toughness)



ภาพที่ 2-7 ชิ้นส่วนภายใต้แรงดึง

2.2.2.3 การหาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle)

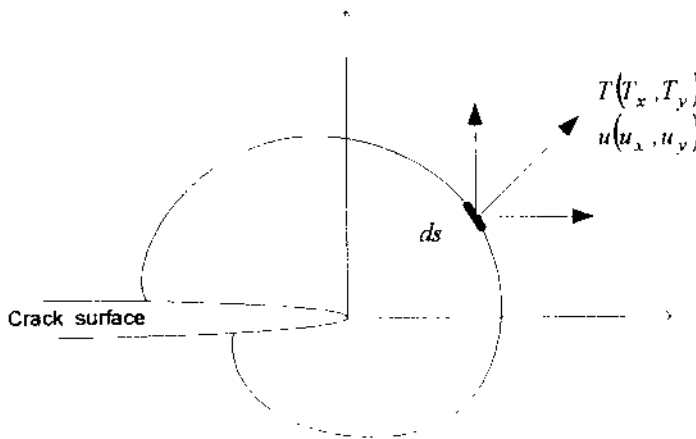
การอธิบายพฤติกรรมการหลุดลอก (Interfacial Crack) จำเป็นต้องทราบค่าความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor) ในแต่ละโหมดก่อน ซึ่งการวิเคราะห์จะอาศัยนิยามของอาร์กิวเมนต์หลัก (Principal Argument) ของความต้านทานการหลุดลอกและจะเรียกอาร์กิวเมนต์หลักว่า มุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle, ψ) และเมื่อทราบค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้นก็จะสามารถแยกโหมดผสม (Mode Mix) ได้ซึ่งการหาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้นต้องใช้วิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) ร่วมกับวิธีทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการและวิธีเชิงตัวเลขที่นำมาประยุกต์ใช้มี 2 วิธี ได้แก่

ก) วิธี Virtual Crack Extension

Irwin (1958) ได้นิยามว่า งานที่ทำให้การหลุดลอกขยายออกไปด้วยระยะน้อยๆ (Infinitesimal Distance, Δ) นั้นมีค่าเท่ากับงานที่ใช้ปิดรอยการหลุดลอกกลับสู่จุดเดิม (Crack Closure) และ Rice [20] ได้เสนอวิธีการหาค่าพลังงานดังกล่าวเรียกว่า วิธี *J integral* ดังสมการ

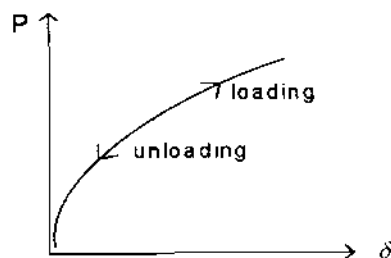
$$J = \int_{\Gamma} \left[U_d(a, \epsilon) dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right] \tag{2-50}$$

ภาพที่ 2-8 เมื่อ Γ เป็นเส้นคอนทัวร์ปิดใดๆ (Closed Contour) มีทางเดินทวนเข็มนาฬิกาล้อมรอบปลายรอยแตก (Crack Tip), U_d คือปริมาณพลังงานความเค้นต่อหน่วยปริมาตร (Strain Energy Density), $T = (T_x, T_y)$ เป็นเวกเตอร์แรงดึง (Tension Vector) ตั้งฉากกับเส้นคอนทัวร์ (Contour) ในทิศทางพุ่งออก, $u = (u_x, u_y)$ เป็นเวกเตอร์การขจัด (Displacement Vector) และ ds เป็นความยาวส่วนโค้งตามเส้นคอนทัวร์



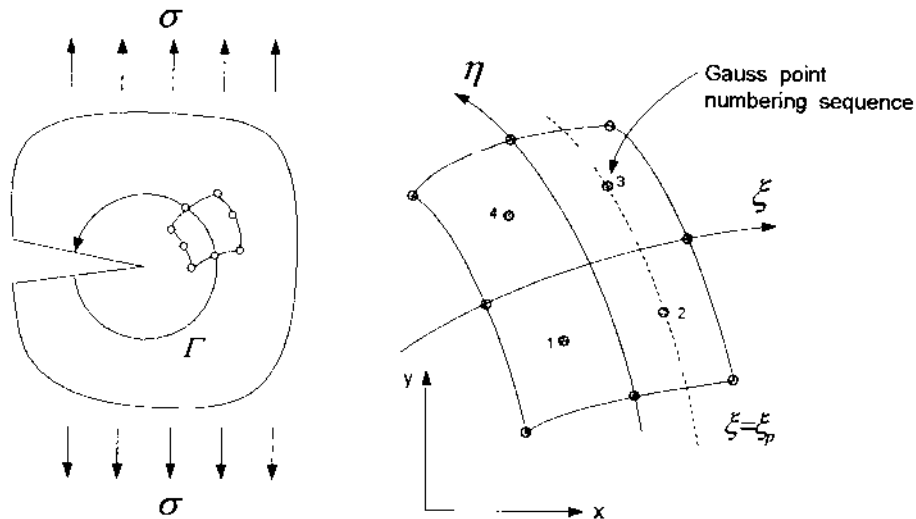
ภาพที่ 2-8 Contour integral

และถ้าพฤติกรรมของวัสดุก่อนและหลังให้แรงกระทำเป็นดังเช่นภาพที่ 2-9 แล้ว ค่าของ $J - integral$ จะไม่ขึ้นกับแนวทางเดิน (Path Independent) ของเส้นคอนทัวร์และ J จะมีค่าเท่ากับ G ซึ่งการหาพลังงานที่ใช้ในการปิดรอยร้าวดังกล่าวทำโดยใช้คอมพิวเตอร์โปรแกรมเรียกว่า Independent J-Integral Technique



ภาพที่ 2-9 พฤติกรรมของวัสดุ

ในการคำนวณ *J-integral* โดยวิธี Numerical Integration Technique ทำได้โดยการเลือกจุดของอีเลเมนต์ที่อยู่ติดกัน และเลือกแนวเส้นที่ $\xi = \xi_p$ มีค่าคงที่ ซึ่งก็คือแนวเส้นที่ลากผ่านจุดเกาะภายในอีเลเมนต์ดังภาพที่ 2-10 แล้วคำนวณเวกเตอร์ตั้งฉากขนาดหนึ่งหน่วย (Unit Normal Vector) ที่จุดต่างๆ บนเส้น $\xi = \xi_p$ โดยให้เวกเตอร์ *A* และ *B* เป็นเวกเตอร์สัมผัสเส้น $\xi =$ ค่าคงที่ และเส้น $\eta =$ ค่าคงที่ ถ้าให้



ภาพที่ 2-10 Contour Path for J-integral Evaluation

$$A^T = \left[\frac{\partial x}{\partial \eta}, \frac{\partial y}{\partial \eta}, 0 \right], \quad B^T = \left[\frac{\partial x}{\partial \xi}, \frac{\partial y}{\partial \xi}, 0 \right] \tag{2-51}$$

และเวกเตอร์ *C* เป็นเวกเตอร์ตั้งฉากกับระนาบ *AB* ดังนั้น $C = A \times B$

$$C = \left[0, 0, \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \right] \tag{2-52}$$

ถ้าให้ *D* เป็นเวกเตอร์ตั้งฉากกับเส้น $\xi = \xi_p$ จะได้ว่า

$$D = C \times A = \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2-53}$$

จะได้เวกเตอร์ตั้งฉากขนาดหนึ่งหน่วยมีค่าเท่ากับ

$$n^T = [n_1, n_2, 0] = \left[\frac{D_1}{N}, \frac{D_2}{N}, 0 \right], \quad N = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} \quad (2-54)$$

ความยาวส่วนโค้งตามเส้น $\xi = \xi_p$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2} \cdot d\eta \quad (2-55)$$

และ

$$dy = \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot d\eta \quad (2-56)$$

สำหรับปัญหาระนาบ (Plane Problem) ค่า Strain Energy Density, U มีค่าเท่ากับ

$$U = \frac{1}{2} [\sigma_{xx} \epsilon_{xx} + 2\sigma_{xy} \epsilon_{xy} + \sigma_{yy} \epsilon_{yy}] \quad (2-57)$$

และความเค้นตามแนวเส้นคอนทัวร์ ($\xi = \xi_p$)

$$t = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} n_1 + \sigma_{xy} n_2 \\ \sigma_{xy} n_1 + \sigma_{yy} n_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-58)$$

ดังนั้น

$$t \frac{\partial d}{\partial x} = (\sigma_{xx} n_1 + \sigma_{xy} n_2) \frac{\partial u}{\partial x} + (\sigma_{xy} n_1 + \sigma_{yy} n_2) \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2-59)$$

แทนค่าสมการ (2-55), (2-56), (2-57) และ (2-58) ใน (2-59) จะได้ว่า

$$\text{จาก } J = \int_I \left(U dy - t \frac{\partial d}{\partial x} \right) ds$$

เพราะฉะนั้นในแต่ละเอลิเมนต์

$$\begin{aligned} J^{(e)} &= \int_I \left\{ \frac{1}{2} \left(\sigma_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \sigma_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} - \left[(\sigma_{xx} n_1 + \sigma_{xy} n_2) \frac{\partial u}{\partial x} + (\sigma_{xy} n_1 + \sigma_{yy} n_2) \frac{\partial v}{\partial x} \right] \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2} \right\} d\eta \\ &= \int_I I d\eta \end{aligned} \quad (2-60)$$

อินทิเกรตสมการ (2-60) โดยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) จะได้

$$J^{(e)} = \sum_{q=1}^{NGAUS} I(\xi_p, \eta_q) W_q \quad (2-61)$$

ซึ่งตัว *Integrand* I จะคำนวณที่จุดเกาส์ (Gaussian Sampling Point) มีค่าเท่ากับ ξ_p, η_q และแฟลคเตอร์ถ่วงน้ำหนัก W_q (Weighting Factor) ที่จุด η_q อนุพันธ์ของการจัดในฟังก์ชันเทเซียนหาได้โดย

$$\frac{\partial (u, v)}{\partial x} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} (u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial (u, v)}{\partial y} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}(u, v)}{\partial y} \quad (2-62)$$

เมื่อ u, v เป็นค่าการขจัดของโหนดต่างๆ จำนวนเท่ากับ n โหนด และอนุพันธ์ในฟังก์ชันคาร์เทเซียนของฟังก์ชันรูปร่าง (Element Shape Function) หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} &= \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} &= \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \end{aligned} \quad (2-63)$$

ผลรวมของ J หาได้โดยการรวม J ของแต่ละเอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเป็นเส้นคอนทัวร์

ข) วิธี Crack Surface Displacement

วิธีการนี้เสนอโดย Matos [21] เพื่อแยกโหมดมิกซ์ (Mode Mix) โดยใช้ค่าการขจัด (Displacement δ_1, δ_2) ด้านหลังปลายรอยการหลุดลอก (Crack Tip) ที่คำนวณได้จากวิธี VCE (ดูภาพที่ 2-11) ร่วมกับวิธีทางคณิตศาสตร์ดังสมการ

$$\delta_2 + i \delta_1 = \frac{4 \left(1/\bar{E}_1 + 1/\bar{E}_2 \right)}{(1 + 2i\varepsilon) \cosh(\pi\varepsilon)} K \sqrt{\frac{r}{2\pi}} r^{1\varepsilon} \quad (2-64)$$

$$\text{ให้ } \alpha = \frac{4 \left(1/\bar{E}_1 + 1/\bar{E}_2 \right)}{\cosh(\pi\varepsilon)} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$$

$$1 + 2i\varepsilon = \sqrt{1 + 4\varepsilon^2} e^{i\phi}$$

$$\therefore |\delta| e^{i\phi_\delta} = \frac{\alpha K e^{i(c \ln r - \phi)}}{\sqrt{1 + 4\varepsilon^2}}$$

จะได้ว่า

$$K = \frac{|\delta| \sqrt{1 + 4\varepsilon^2}}{\alpha} e^{i(\phi_\delta + \phi - \varepsilon \ln r)}$$

$$|K| = \frac{|\delta| \sqrt{1 + 4\varepsilon^2}}{\alpha} \quad (2-65)$$

และจากนิยามของ มุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle)

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im } K \lambda^{1\varepsilon}}{\text{Re } K \lambda^{1\varepsilon}} \right)$$

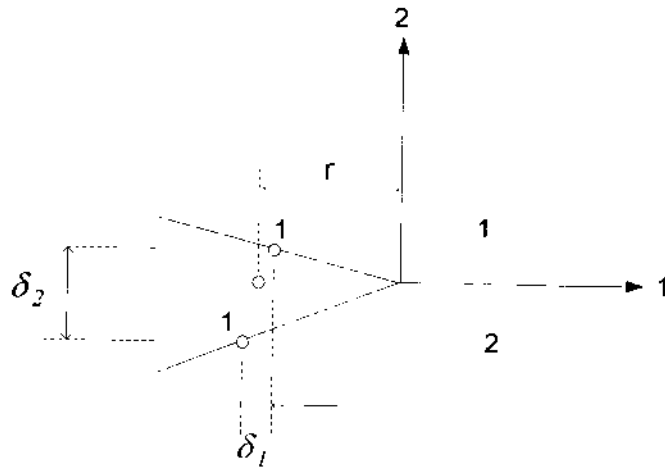
$$\therefore |K \lambda^{1\varepsilon}| = |K| e^{i\psi}$$

$$|K| e^{i\psi} = \frac{|\delta| \sqrt{1 + 4\varepsilon^2}}{\alpha} e^{i(\phi_\delta + \phi - c \ln \frac{r}{L})}$$

$$\therefore \psi = \phi_u + \phi_c - \varepsilon \ln \frac{r}{L} \quad (2-66)$$

เมื่อ $\phi_u = \text{principal argument ของ } (\delta_2 + i\delta_1)$
 $= \tan^{-1} \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} \right)$

$\phi_c = \text{principal argument ของ } (1 + 2i\varepsilon)$
 $= \tan^{-1}(2\varepsilon)$



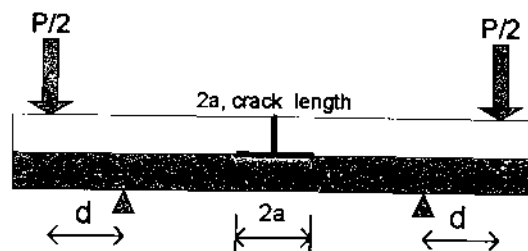
ภาพที่ 2-11 การขจัดด้านหลังปลายรอยการหลุดลอก (Crack Tip)

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยมีขั้นตอนดังนี้

3.1 การออกแบบตัวอย่าง

ด้วยเงื่อนไขที่สำคัญตามหลักการของ LFM ที่นิยามว่า พารามิเตอร์การแตกร้าวิกฤต (Critical Fracture Parameter) จะถูกต้องก็ต่อเมื่อพารามิเตอร์ดังกล่าวอยู่ภายใต้เงื่อนไขการเกิด การครากที่ปลายรอยแตก (Crack Tip) น้อยๆ (Small-scale Yielding) เท่านั้น ดังนั้นในช่วงเริ่มต้นที่ การหลุดลอกที่ผิวสัมผัส (Interfacial Crack) ขยายออกไปตัวอย่างทดสอบจะต้องไม่เกิดการคราก มาก (Large-scale Yielding) และการหลุดลอกจะขยายออกก็ต่อเมื่อ $G = G_c$ โดยทั่วไปการศึกษา เกี่ยวกับการหลุดลอกของตัวอย่างที่มีลักษณะเป็นคานจะทดสอบโดยวิธีการค้ำสี่จุด (Four-point Bending) ดังภาพที่ 3-1 ซึ่งเป็นวิธีที่สะดวกและง่ายในการประเมินค่าการปลดปล่อยพลังงาน ความเครียดในสถานะคงที่ (Steady-state Strain Energy Release)



ภาพที่ 3-1 Four-point Bending Test

โมเมนต์จะคงที่ภายในช่วงระหว่างจุดรองรับทั้งสอง และขณะที่การหลุดลอกขยายออก พลังงาน ความเครียดจะถูกปลดปล่อยออกมา มีค่าเท่ากับผลต่างของพลังงานความเครียดของคานที่ไม่มี การหลุดลอก กับคานที่มีการหลุดลอกเกิดขึ้น ณ หน้าตัดคานที่พิจารณาและโดยการใช้ทฤษฎีของ คานเบื้องต้นและการแปลงหน้าตัดคาน (Transform Section) จึงสามารถคำนวณหา อัตราการ ปลดปล่อยพลังงานความเครียด ได้ดังนี้

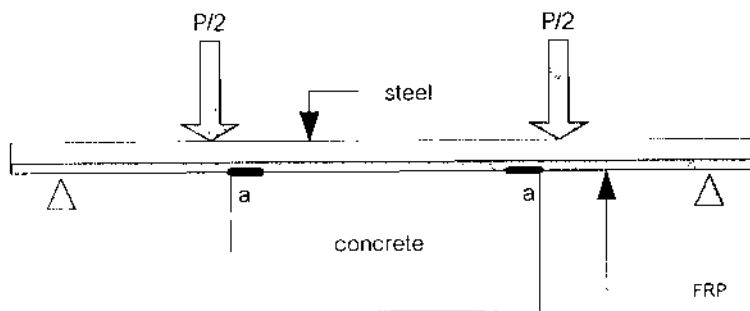
$$G_{ss} = \frac{M^2}{2EB} \left(\frac{I}{I_c} - \frac{I}{I_g} \right) \quad (3-1)$$

$M = Pd \cdot 2$, $E =$ Elastic Modulus

$I_c =$ โมเมนต์อินเนอร์เซียของหน้าตัดคานที่มีการหลุดลอก

$I_g =$ โมเมนต์อินเนอร์เซียของหน้าตัดคานที่ไม่มีการหลุดลอก

การทดสอบเพื่อประเมินค่าอัตราการผลิตพลังงานความเครียดของคานคอนกรีตเสริมแรงด้วยวัสดุเฟออาร์พี (FRP) ถ้าใช้รูปแบบการทดสอบตามภาพที่ 3-1 จะทำได้ยากเนื่องจากสตีเฟนสการัดคของเฟออาร์พีมีค่าน้อยสามารถคั่งงอไปตามการแอ่นตัวของคานได้ คานคอนกรีตจะวิบัติก่อนที่เฟออาร์พีจะเกิดการหลุดลอก ดังนั้นการวิจัยนี้จึงได้ออกแบบตัวอย่างทดสอบเป็นคานประกอบตามภาพที่ 3-2 ซึ่งขณะที่ คานเหล็ก-เฟออาร์พี แอ่นตัว แท่งคอนกรีตซึ่งมีสตีเฟนสการัดสูงจะคั่งตัวปรีอกทำให้เกิดการหลุดลอกตามที่กำหนด



ภาพที่ 3-2 ตัวอย่างทดสอบ

3.2 การเตรียมวัสดุที่ใช้ในการทดลอง

3.2.1 ออกแบบส่วนผสมคอนกรีตตามข้อกำหนดของ ACI. 211.1 – 77 กำลังอัดประลัย

180 ksc.

3.2.2 แผ่นซีเฟออาร์พี (Carbon Fiber Reinforced Polymer, CFRP)

ตารางที่ 3-1 คุณสมบัติของซีเฟออาร์พี(CFRP)

Type	S 512
Width (mm)	50
Thickness (mm)	1.2
Cross Section Area (mm ²)	60
Elastic Modulus (GPa) (จากการทดสอบ)	177
Tensile Strength (GPa)	>2.8
Mean value of tensile strength at break (Gpa)	3.05

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

Elongation at break (%)	>1.7
Density (g / cm ³)	1.5

3.2.3 กาวอีพ็อกซี (Epoxy Resin)

ตารางที่ 3-2 คุณสมบัติของกาวอีพ็อกซี (Epoxy Resin)

Epoxy sika cabodur – 30	Adhesive for bonding reinforcement
Appearance	White paste
Comp. A	Black paste
Comp. B	Light grey when mixed
Comp. A+B	
Shelf Life	One year in original packing at 5 - 25 °C
Mix ratio	A:B = 3:1 (parts by weight and volume)
Density (kg/L)	1.77 , (A+B)
Pot Life (minutes at 35 °C)	40
Open time (minutes at 35 °C)	30
Shrinkage (%)	0.04
Sag flow (mm. at 35 °C)	3 – 5
Static E-modulus (GPa)	12.8
Adhesive Strength (MPa)	4 (concrete failure)
Shear Strength (MPa)	15 (concrete failure)
Coefficient of expansion	9×10^{-5} per °C (-10 °C to +40 °C)

3.3 การจัดทำตัวอย่างคานทดสอบ

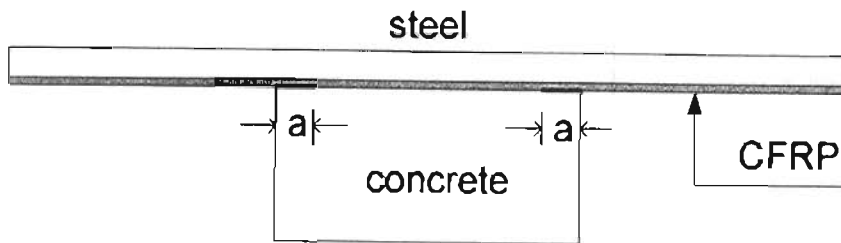
3.3.1 คานตัวอย่างจัดทำตามแนวทางการทดสอบมาตรฐาน ASTM : D6272-98

3.3.1.1 แท่งคอนกรีตขนาด 50 *100 *150 มม.

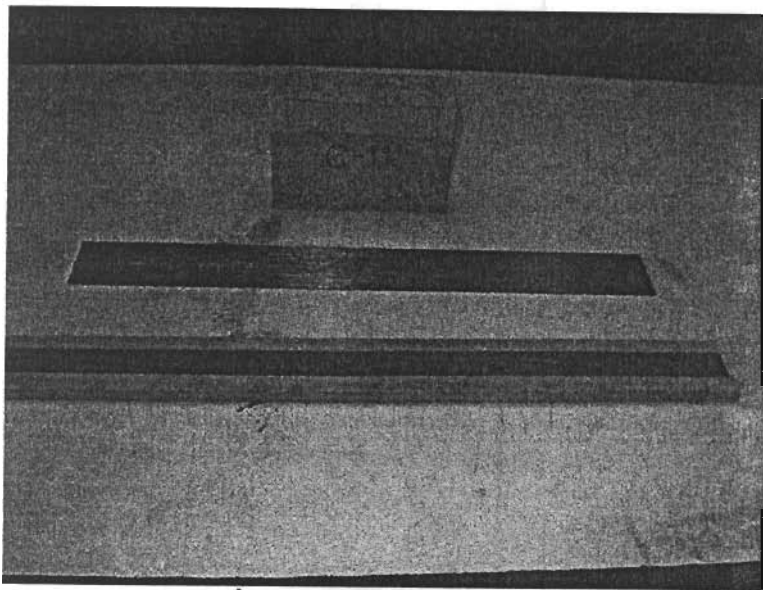
3.3.1.2 แผ่นคาร์บอนไฟเบอร์ กว้าง 50 มม.หนา 2 มม. ยาว 500 มม.

3.3.1.3 แผ่นเหล็กกว้าง 50 มม.หนา 12 มม. ยาว 500 มม.

3.3.1.4 ทำเป็นรอยร้าวหลุดลอก (Interfacial Crack) ที่ผิวคอนกรีต-อีพ็อกซี ไว้ที่ปลายแท่งคอนกรีตทั้งสองด้านและการหลุดลอกมีความยาวเท่ากับ a (ภาพที่ 3-3 และ 3-4)

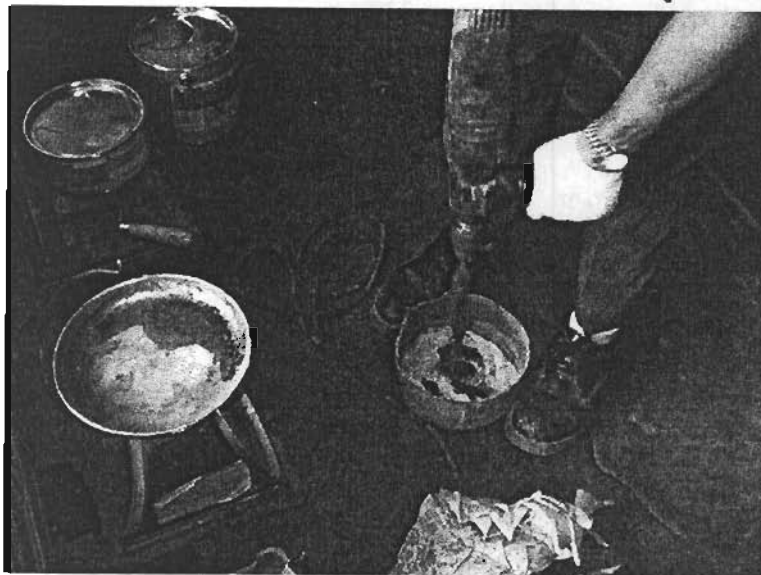


ภาพที่ 3-3 คานประกอบ (Composite Beam)

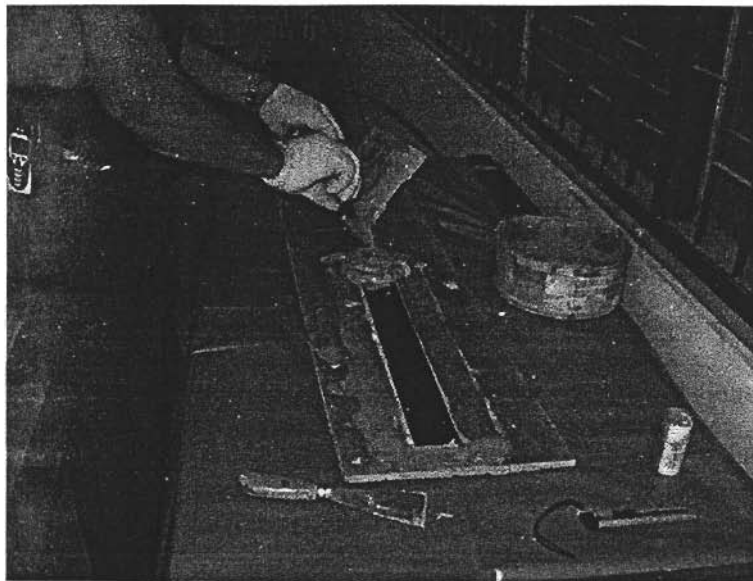


ภาพที่ 3-4 การเตรียมตัวอย่าง

3.3.2 การติดแผ่นซีเอฟอาร์ที (CFRP Plate) ทำตามข้อกำหนดของบริษัทผู้ผลิต (ภาพที่ 3-5)



ภาพที่ 3-5 การจัดทำตัวอย่างทดสอบ



ภาพที่ 3-5 (ต่อ)

3.4 การทดสอบในห้องปฏิบัติการ

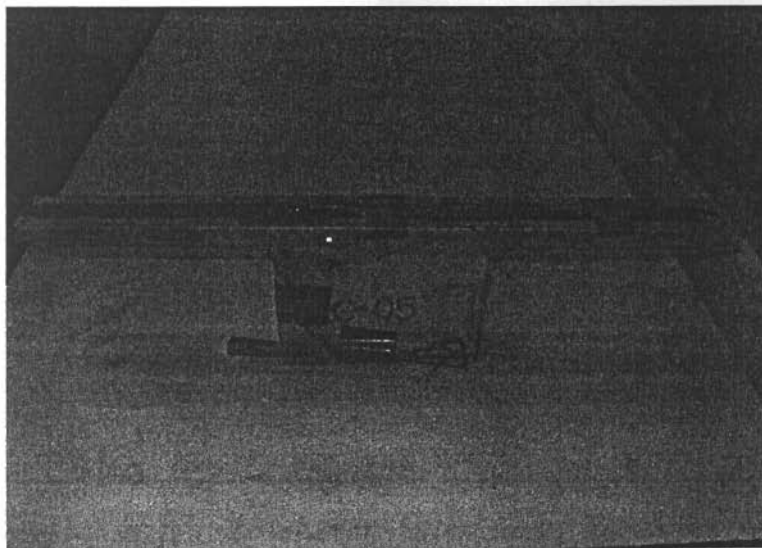
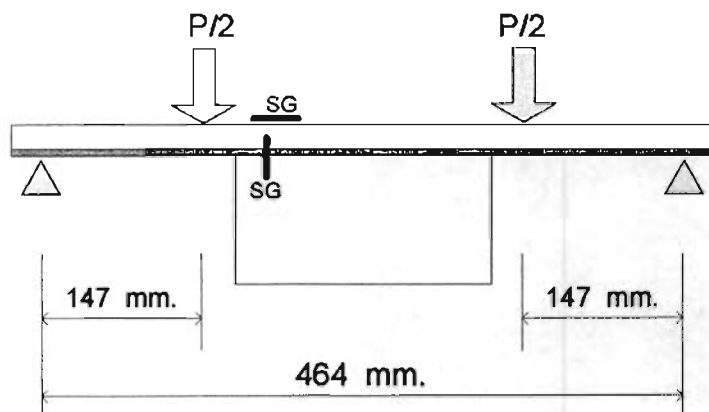
3.4.1 ทดสอบคุณสมบัติของวัสดุ

3.4.1.1 กำลังอัดประลัยของคอนกรีต ตามข้อกำหนด ASTM. C39-93a

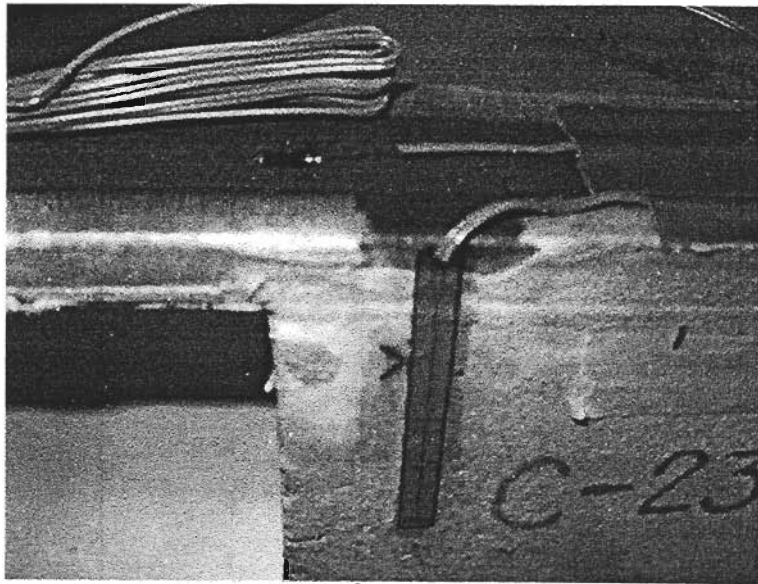
3.4.1.2 อีลาสติคโมดูลัส (Elastic Modulus) ของแผ่นซีเอพอร์ที

3.4.2 ทดสอบเพื่อประเมินค่าอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดของตัวอย่างโดยวิธีการคัตสี่จุด (Four-point Bending) ตามแนวทางการทดสอบมาตรฐาน ASTM : D6272-98 ด้วยเครื่อง

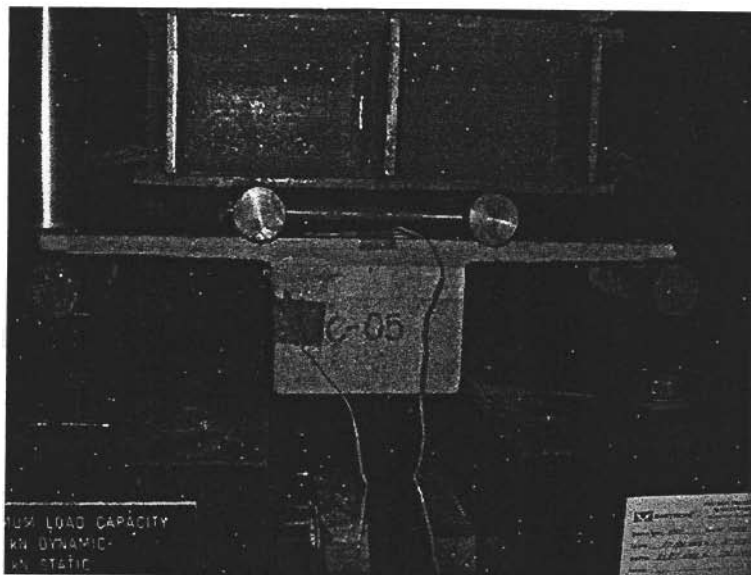
Universal Testing Machine(UTM) ทำให้ทราบค่าแรงวิกฤต (Fracture Load) ขณะที่การหลุดลอก (Interfacial Crack) เริ่มขยาย (Crack Advance) โดยทดสอบแบบควบคุมอัตราการเคลื่อนที่ของ หัวกด (Displacement Control) ด้วยอัตรา 2 มม./ นาที ที่หลังคานเหล็กโกดังๆ กับตำแหน่งหัวกด ด้านใน ติด Strain gage จำนวน 1 ตัว เพื่อตรวจสอบว่าขณะที่การหลุดลอกเริ่มขยาย ความเค้นใน คานเหล็กจะไม่เกินค่าความเค้นที่จุดคราก (Yield Stress) และที่บริเวณปากรอยแตก (Crack Tip) ติด Strain gage อีก 1 ตัว เพื่อตรวจสอบการเปิดซ้ำของรอยแตก (ภาพที่ 3-6) เนื่องจากการระบุ ค่าแรงวิกฤต (Fracture Load) จากที่บันทึกไว้บนเครื่อง UTM (ภาพที่ 3-7) บางครั้งจะเห็นความ แตกต่างไม่ชัดเจน ดังนั้นการพิจารณาผลของ Load – displacement ร่วมกับผลการวัดค่าการเปิดซ้ำ ของรอยแตก (Crack Opening) จะช่วยให้การระบุค่าแรงวิกฤตได้ถูกต้องยิ่งขึ้น



ภาพที่ 3-6 การติด Strain gage



ภาพที่ 3-6 (ต่อ)



ภาพที่ 3-7 Four-point Bending Test

3.4.3 โปรแกรมการทดสอบ

ทำการทดสอบคานตัวอย่างจำนวน 10 ตัวอย่าง ที่มีการหลุดลอก (Interfacial Crack) ขนาดต่างๆ

ตารางที่ 3-3 โปรแกรมการทดสอบ

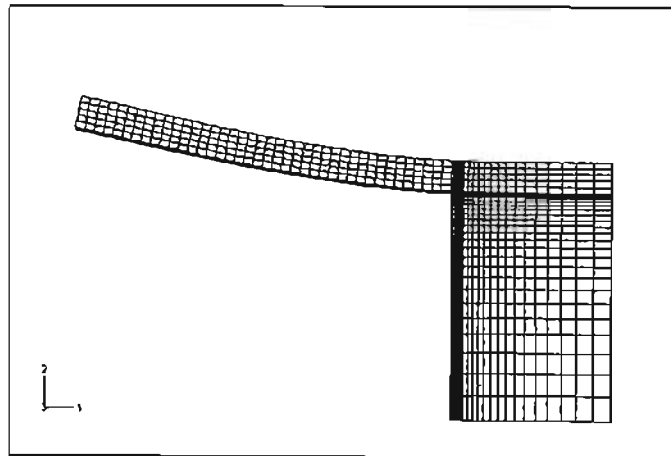
ตัวอย่าง	Interfacial Crack Length (mm.)	จำนวน ตัวอย่าง
C05	5	1
C07	7	1
C09	9	1
C11	11	1
C13	13	1
C15	15	1
C17	17	1
C19	19	1
C21	21	1
C23	23	1
	รวม	10

ระยะเวลาการบ่มคอนกรีต 28 วัน

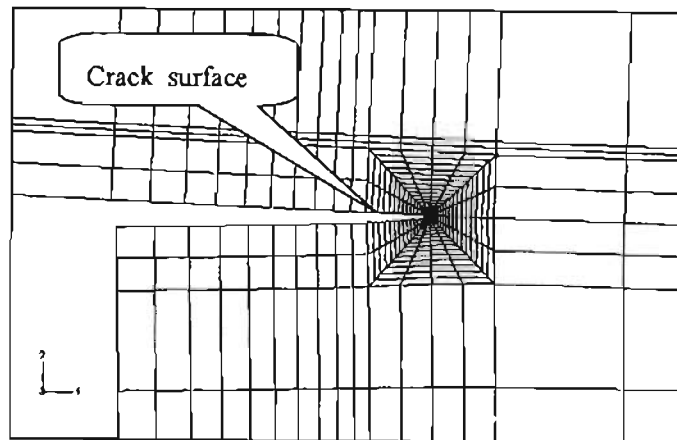
3.5 การแยกโหมดมิกซ์ (Mode Mix) โดยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method)

การแยกโหมดมิกซ์ก็คือการวิเคราะห์หาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) ตามวิธี Crack Surface Displacement ซึ่งไม่สามารถกระทำได้โดยตรงจากการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากไม่ทราบค่าการขจัดของโหนดต่างๆ หลังปลายรอยแตก (Crack Tip) ต้องทำการวิเคราะห์หาพารามิเตอร์ที่สำคัญโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และงานวิจัยนี้ได้ใช้ซอฟต์แวร์ ABAQUS ในการวิเคราะห์หาพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการแยกโหมดมิกซ์ โมเดลของตัวอย่างประกอบด้วยวัสดุ 2 ชนิดโดยการแปลง (Transform) เหล็กเป็นเอฟอาร์พี (FRP) ซึ่งเหล็ก, เอฟอาร์พี และคอนกรีต มีคุณสมบัติดังนี้ $E_s = 200 \text{ GPa}$, $\nu_s = 0.30$, $E_{FRP} = 177 \text{ GPa}$, $\nu_{FRP} = 0.30$, $E_c = 19.89 \text{ GPa}$ และ $\nu_c = 0.17$

ภาพที่ 3-8 และ 3-9 เป็นโมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ โดยที่ระยะห่างออกไปจากปลายรอยแตก (Crack Tip) จะเลือกใช้เอลิเมนต์ CPE8 ส่วนที่ปลายรอยแตก (Crack Tip) ใช้ Quarter-point Element ซึ่งประกอบด้วย Ring Element Mesh จำนวน 20 วง ความกว้างแต่ละด้าน 2 มม. เพื่อหาค่าอัตราการผลิตปล่อยพลังงานความเครียด ซึ่งเรียกว่า J -integral โดยไม่พิจารณาความหนาของกาวอีพ็อกซี โมเดลประกอบด้วย 1563 เอลิเมนต์ จำนวน 4966 โหนด (Node)



ภาพที่ 3-8 ไฟไนต์เอลิเมนต์โมเดล



ภาพที่ 3-9 Ring Element Mesh at Crack Tip

ในการวิเคราะห์หาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) ดำเนินการตามวิธี Crack Surface Displacement ที่เสนอโดย Matos และคณะ [4] ค่าความต้านทานการหลุดลอก (Stress Intensity Factor) สามารถหาได้โดยการอินทิเกรตสมการที่ (2-42) จะได้ว่า

$$K = \left[\frac{(1 + 2i\epsilon \cosh(\pi\epsilon) \overline{E_1 E_2})}{4(\overline{E_1 + E_2})} \right] \left(\frac{2\pi}{|x|} \right)^{\frac{1}{2}} |x|^{-i\epsilon} (\delta_y + i\delta_x) \quad (3-2)$$

$|x|$ คือระยะ $|-r|, \theta=0$ ของแต่ละ Ring Element Mesh และ δ คือค่าการขจัดของแต่ละ Ring Element Mesh ที่ผิวของรอยแตก (Crack Surface) ซึ่งเป็นผลลัพธ์จากไฟไนต์เอลิเมนต์ นำค่าดังกล่าวไปแทนในสมการ (3-2) ตามลำดับ จึงสามารถคำนวณ $|K|$ ได้ แล้วแทนค่า $|K|$ ในสมการที่ (2-49) ก็จะทราบค่า G ของแต่ละ Ring Element Mesh แล้วพิจารณาเลือกค่า $|x|$ และค่าการขจัด (δ) ของ Ring Element Mesh ที่มีค่า $G = J - integral$ นำไปคำนวณหาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้นโดย

$$\psi = \phi_u + \phi_c - \varepsilon \ln\left(\frac{|x|}{L}\right)$$

$$L = \text{crack length}, \quad \phi_u = \arctan\left(\frac{\delta_x}{\delta_y}\right)$$

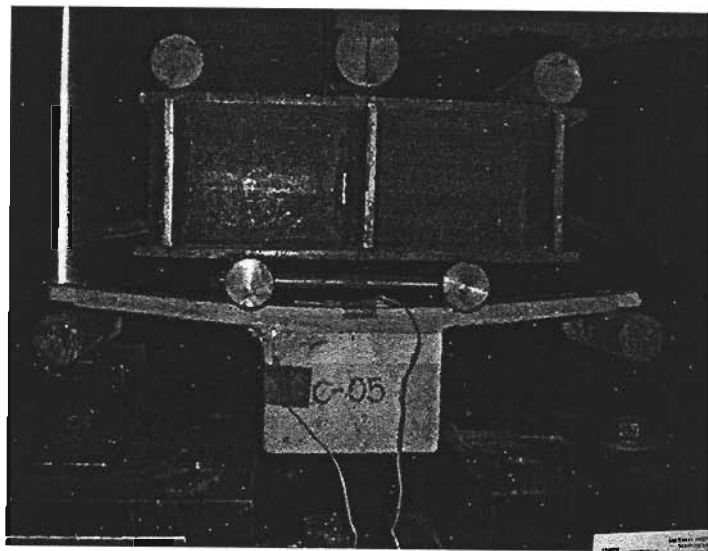
$$\phi_c = \arctan(2\varepsilon)$$

บทที่ 4

ผลการวิจัยและการวิเคราะห์ผล

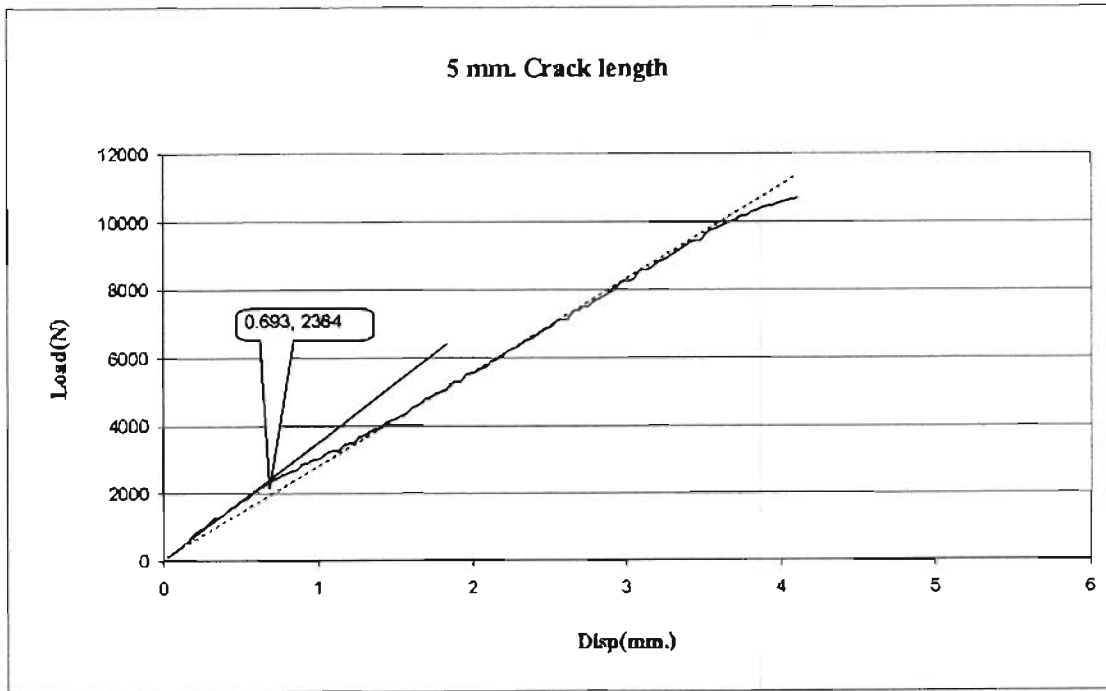
การหาค่าพารามิเตอร์สำคัญต่างๆ ที่ใช้ในการศึกษาความต้านทานการหลุดลอกของตัวอย่าง แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ การทดสอบหาค่าความต้านทานการหลุดลอกที่ผิวคอนกรีต-ไฟเบอร์ ในห้องทดลองและการวิเคราะห์หาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่ออธิบายพฤติกรรมการหลุดลอกของแผ่นซีเอฟอาร์ที ดังนี้

4.1 การทดสอบหาค่าความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor)



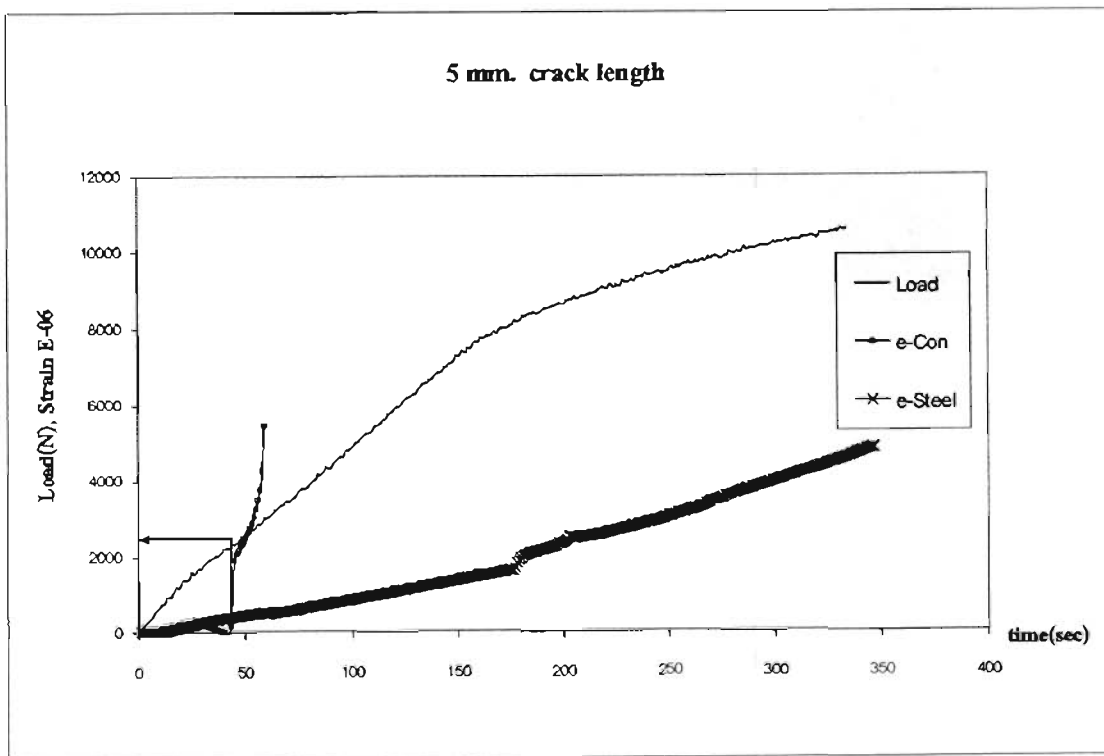
ภาพที่ 4-1 การทดสอบหาค่าแรงวิกฤต (Fracture Load)

ทำการทดสอบหาค่าความต้านทานการหลุดลอก (ภาพที่ 4-1) จากตัวอย่างจำนวน 10 ตัวอย่าง ที่มีความยาวการหลุดลอก (Interfacial Crack) ตั้งแต่ 5 – 23 มม. การระบุค่าแรงวิกฤต (Fracture load) พิจารณาจากกราฟ Load – displacement ดังภาพที่ 4-2 ซึ่งพบว่าเส้นกราฟมีการเปลี่ยนความชันโดยในช่วงแรกจะมีความชันมากกว่าในช่วงที่สอง และเมื่อลากเส้นสัมผัสเส้นกราฟ ช่วงที่สอง เส้นสัมผัสดังกล่าวจะผ่านจุดเริ่มต้นของเส้นกราฟ Load-displacement ซึ่งอธิบายได้ว่า ณ จุดที่เส้นกราฟเปลี่ยนความชันจะเป็นจุดที่การหลุดลอกเริ่มขยายออก (Crack Advance) และเส้นกราฟช่วงที่สองเป็นผลของคานประกอบเหล็ก-ไฟเบอร์ เท่านั้น



ภาพที่ 4-2 ตัวอย่างผลการทดสอบหาค่าแรงวิกฤต (Fracture Load)

ซึ่งสอดคล้องกับการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วของความเครียด (Opening Strain) ที่ตรวจวัดได้ บริเวณปลายรอยแตก (Crack Tip) ดังภาพที่ 4-3

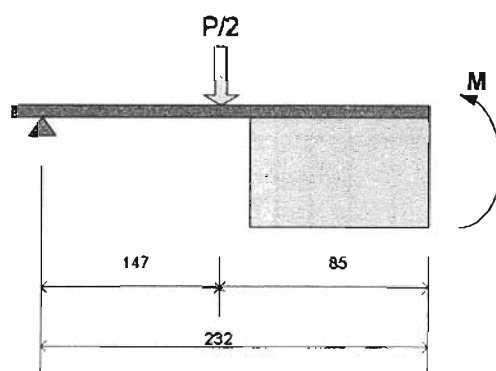


ภาพที่ 4-3 ตัวอย่างผลการตรวจวัดการเปิด้าของรอยแตกและความเครียดในคานเหล็ก

โดยที่ความเครียดที่เกิดขึ้นในคานเหล็กยังไม่เกินจุดคราก จึงเป็นไปตามทฤษฎี Linear Elastic Fracture Mechanic และค่าแรงวิกฤติที่ทดสอบได้ไม่คงที่มีค่าอยู่ในช่วง 2212-2580 นิวตัน และเมื่อคำนวณหาค่า อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด (Interfacial Strain Energy Release Rate, G_{ss}) และค่าความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor, $|K|$) ตามสมการที่ (2-49) และ (3-1) จะมีค่าระหว่าง 90.97–123.77 J/m^2 และ 1.9465–2.2704 $MPa\sqrt{m}$ ตามลำดับ รายละเอียดตามตารางที่ 4-1

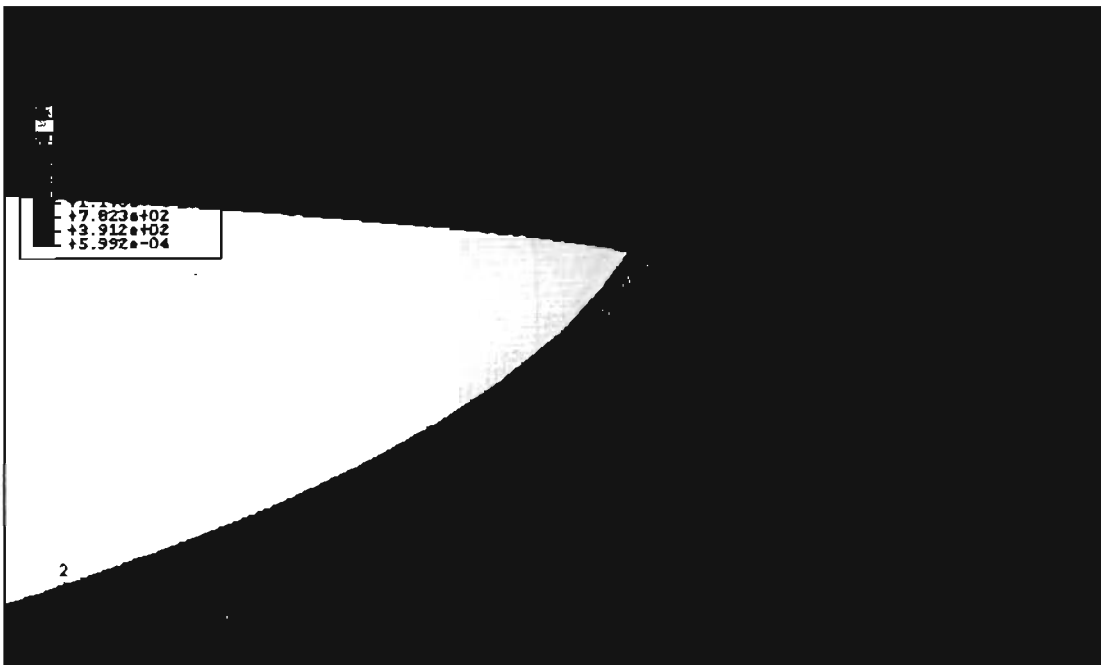
ตารางที่ 4-1 ผลการทดสอบและผลการวิเคราะห์หาค่า J-integral

Crack length (mm.)	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
Moment-arm (mm.)	147	147	147	147	147	147	147	147	147	147
Fracture load (N)	1182	1106	1187	1152	1191	1193	1205	1226	1290	1251
Moment (N-mm)	173754	162582	174489	169344	175077	175371	177135	180222	189630	183897
Beam width (mm.)	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
G_{ss} (J/m^2)	103.91	90.976	104.79	98.701	105.5	105.85	107.99	111.79	123.77	116.39
$ K $ $MPa\sqrt{m}$	2.0803	1.9465	2.0891	2.0275	2.0961	2.0997	2.1208	2.1577	2.2704	2.2017
J-integral (J/m^2)	107.4	95.6	111.2	105.3	112.9	113.5	116	120.2	133.1	125.1

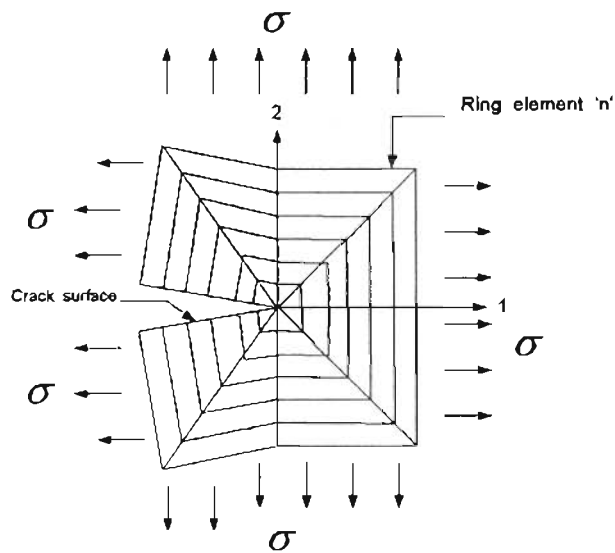


4.2 การวิเคราะห์หาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ค่าสัมบูรณ์ของความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor, $|K|$) ที่ได้จากการทดสอบตามข้อ 4.1 เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงความต้านทานการหลุดลอกของวัสดุ และตามที่ได้กล่าวแล้วว่า การศึกษาถึงพฤติกรรมของวัสดุขณะที่การหลุดลอกเกิดการขยายกว้างออกไปนั้น จะต้องทำการวิเคราะห์หาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) เพื่อที่จะสามารถทราบได้ว่าความเค้นตั้งฉาก (Normal Stress) และความเค้นเฉือน (Shear Stress) ที่เกิดขึ้นมีลักษณะ



ภาพที่ 4-7 (ต่อ)



ภาพที่ 4-8 Ring Element Mesh at Crack Tip

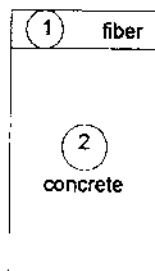
ตารางที่ 4-2 J - integral ของตัวอย่าง C05

Contours 05				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J - integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
0.1093	0.1069	0.1073	0.1074	0.1074
0.1074	0.1074	0.1074	0.1074	0.1074
0.1074	0.1074	0.1074	0.1074	0.1074
0.1074	0.1074	0.1074	0.1074	0.1074

ค่า J-integral (ตารางที่ 4-2) และการขจัดของโหนดต่างๆ ที่ผิวหน้ารอยแตก (Crack Surface, ตารางที่ 4-3) ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกนำไปทำการวิเคราะห์เพื่อแยกโหมดมิกซ์ (Mode Mix) ตามวิธี Crack Surface Displacement ดังต่อไปนี้เป็นตัวอย่งการคำนวณหาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle)

ผลลัพธ์จากไฟไนต์เอลิเมนต์จะทำให้ทราบค่าการขจัดของโหนดต่างๆ ที่ผิวหน้ารอยแตก (Crack Surface) แต่การนำค่าการขจัดดังกล่าวมาใช้ไม่สามารถกำหนดได้โดยทันที ต้องทำการวิเคราะห์เปรียบเทียบว่าค่าการขจัดของโหนดใดเมื่อนำไปแทนค่าในสมการ (3-2) ตามวิธี Crack Surface Displacement แล้วทำให้อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด (Strain Energy Release Rate, G) เท่ากับค่า J-integral ของเส้นคอนทัวร์ที่ผ่านโหนดนั้นๆ และถ้า G เท่ากับ J-integral แล้วจึงนำค่าการขจัดของโหนดนั้นไปคำนวณค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) ดังนี้

หน้าตัดแปลงของคานที่พิจารณา (ไฟไนต์เอลิเมนต์โมเดล)



คุณสมบัติของวัสดุ

$$E_1 = 177 \text{ GPa}, \quad \nu_1 = 0.3$$

$$E_2 = 19.89 \text{ GPa}, \quad \nu_2 = 0.17$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\mu_1 = 68.076 \text{ GPa}$$

$$\mu_2 = 8.50 \text{ GPa}$$

จาก Dundur's Elastic Mismatch Parameter

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{2} \frac{\mu_1(1-2\nu_2) - \mu_2(1-2\nu_1)}{\mu_1(1-\nu_2) + \mu_2(1-\nu_1)} \\ &= 0.332 \end{aligned}$$

และ Bimaterial Constant

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \\ &= -0.1098 \end{aligned}$$

กรณี Plane Strain

$$\bar{E} = \frac{E}{1+\nu^2}$$

$$\bar{E}_1 = 194.505 \text{ GPa}$$

$$\bar{E}_2 = 20.482 \text{ GPa}$$

จากสมการ (2-42)

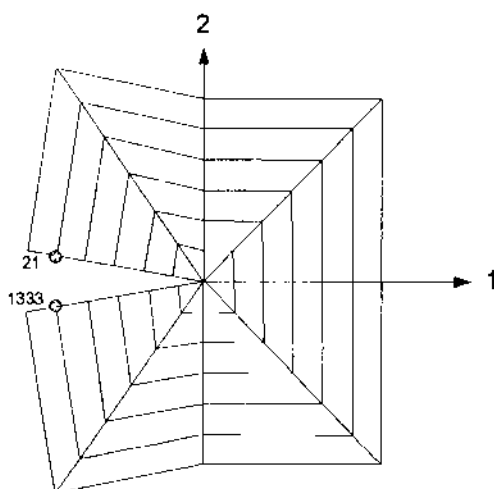
$$\delta_2 + i\delta_1 = \frac{4 \left(\frac{1}{\bar{E}_1} + \frac{1}{\bar{E}_2} \right)}{(1+2i\varepsilon) \cosh(\pi\varepsilon)} K \sqrt{\frac{r}{2\pi}} r^{i\varepsilon}$$

$$\begin{aligned} \text{ให้ } \alpha &= \frac{4}{\cosh(\pi\varepsilon)} \left[\frac{1}{\bar{E}_1} + \frac{1}{\bar{E}_2} \right] \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \\ &= \frac{8.1234}{10^5} \sqrt{r} \end{aligned} \quad (*)$$

จะได้ว่า

$$|K| = \frac{|\delta| \sqrt{1+4\varepsilon^2}}{\alpha} \quad (**)$$

พิจารณาผลการวิเคราะห์หาค่าการขจัด (Displacement) ที่ปลายรอยแตก (Crack Tip) จากไฟไนต์
เอลิเมนต์โมเดล



Crack Tip Element Mesh

สมมติพิจารณาคอนทัวร์เส้นที่ 5 ที่โหนด 21 และ 1333 พิกัด $-0.0625, 0$ (ก่อนมีแรงกระทำ) และผลจากไฟไนต์เอลิเมนต์ (ดูภาพที่ 4-7 ประกอบ)

$$r = 0.0625 \text{ mm.}$$

$$\delta_1 = \Delta u_1 = u_1^{21} - u_1^{1333} = 2.20 \times 10^{-4} \text{ mm.}$$

$$\delta_2 = \Delta u_2 = u_2^{21} - u_2^{1333} = 1.30 \times 10^{-3} \text{ mm.}$$

$$|\delta| = 1.318 \times 10^{-3} \text{ mm.}$$

แทนค่าใน (*) และ (**) จะได้

$$\alpha = \frac{2.03085}{10^5} \quad \text{และ}$$

$$|K| = 66.47 \frac{N}{\text{mm}^2} \sqrt{\text{mm}}$$

และจากสมการ (3-1)

$$G = \frac{(1/\bar{E}_1 + 1/\bar{E}_2)}{2 \cosh^2(\pi\epsilon)} |K|^2$$

$$= 0.10608 \quad N\text{-mm.} / \text{mm}^2$$

ตารางที่ 4-3 ผลการคำนวณค่า $|K|$ และ G จาก FEM Model

การขยาย Interfacial crack 5 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1	-7.50E-03	-0.8349							
5	-7.49E-03	-0.8349	0.0025	1.321E-04	2.000E-04	2.397E-04	0.05	6.042E+01	8.7644E-02
9	-7.49E-03	-0.8349	0.01	1.906E-04	5.000E-04	5.351E-04	0.1	6.744E+01	1.0920E-01
13	-7.49E-03	-0.8348	0.0225	2.186E-04	8.000E-04	8.293E-04	0.15	6.968E+01	1.1658E-01
17	-7.50E-03	-0.8348	0.04	2.266E-04	1.000E-03	1.025E-03	0.2	6.461E+01	1.0024E-01
21	-7.51E-03	-0.8347	0.0625	2.200E-04	1.300E-03	1.318E-03	0.25	6.647E+01	1.0608E-01
25	-7.52E-03	-0.8347	0.09	2.017E-04	1.600E-03	1.613E-03	0.3	6.775E+01	1.1021E-01
29	-7.54E-03	-0.8346	0.1225	1.739E-04	1.900E-03	1.908E-03	0.35	6.870E+01	1.1334E-01
33	-7.55E-03	-0.8345	0.16	1.379E-04	2.200E-03	2.204E-03	0.4	6.945E+01	1.1582E-01
37	-7.58E-03	-0.8345	0.2025	9.500E-05	2.400E-03	2.402E-03	0.45	6.727E+01	1.0865E-01
41	-7.60E-03	-0.8344	0.25	4.610E-05	2.700E-03	2.700E-03	0.5	6.807E+01	1.1125E-01
45	-7.62E-03	-0.8343	0.3025	-8.200E-06	3.000E-03	3.000E-03	0.55	6.875E+01	1.1347E-01
49	-7.65E-03	-0.8342	0.36	-6.730E-05	3.300E-03	3.301E-03	0.6	6.933E+01	1.1542E-01
53	-7.68E-03	-0.8341	0.4225	-1.307E-04	3.500E-03	3.502E-03	0.65	6.791E+01	1.1074E-01
57	-7.72E-03	-0.834	0.49	-1.979E-04	3.800E-03	3.805E-03	0.7	6.851E+01	1.1270E-01
61	-7.75E-03	-0.8339	0.5625	-2.688E-04	4.100E-03	4.109E-03	0.75	6.905E+01	1.1447E-01
65	-7.79E-03	-0.8338	0.64	-3.428E-04	4.400E-03	4.413E-03	0.8	6.953E+01	1.1607E-01
69	-7.83E-03	-0.8337	0.7225	-4.197E-04	4.600E-03	4.619E-03	0.85	6.849E+01	1.1263E-01
73	-7.87E-03	-0.8336	0.81	-4.994E-04	4.900E-03	4.925E-03	0.9	6.897E+01	1.1423E-01
77	-7.92E-03	-0.8334	0.9025	-5.817E-04	5.200E-03	5.232E-03	0.95	6.942E+01	1.1570E-01
81	-7.96E-03	-0.8333	1	-6.665E-04	5.500E-03	5.540E-03	1	6.983E+01	1.1706E-01
1313	-7.52E-03	-0.8349							
1317	-7.63E-03	-0.8351							
1321	-7.68E-03	-0.8354							
1325	-7.71E-03	-0.8356							
1329	-7.73E-03	-0.8358							
1333	-7.73E-03	-0.836							
1337	-7.72E-03	-0.8363							
1341	-7.71E-03	-0.8365							
1345	-7.69E-03	-0.8367							
1349	-7.67E-03	-0.8369							
1353	-7.64E-03	-0.8371							
1357	-7.62E-03	-0.8373							
1361	-7.59E-03	-0.8375							
1365	-7.55E-03	-0.8376							

ตารางที่ 4-3 (ต่อ)

Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm}/mm^2$)	G ($N \cdot mm/mm^2$)
1369	-7.52E-03	-0.8378							
1373	-7.48E-03	-0.838							
1377	-7.45E-03	-0.8382							
1381	-7.41E-03	-0.8383							
1385	-7.37E-03	-0.8385							
1389	-7.33E-03	-0.8386							
1393	-7.30E-03	-0.8388							

การพิจารณาเลือกใช้ค่าการจัดที่เหมาะสม ทำโดยการเปรียบเทียบค่า J-integral จากตารางที่ 4-2 ที่เท่ากับค่า G จากตารางที่ 4-3 และจากตารางที่ 4-2 พบว่าตั้งแต่คอนทิวรัที่ 4 ค่า J-integral จะคงที่ ดังนั้นควรพิจารณาค่า G ตั้งแต่โหนดที่ 5 เป็นต้นไป และพบว่าโหนดที่ 21 และ โหนดที่ 1333 เหมาะสมมากที่สุด และจากสมการ (2-66)

$$\psi = \phi_u + \phi_c - \varepsilon \ln \frac{r}{L}$$

Crack length, $L = 5 \text{ mm}$.

$$\frac{r}{L} = 0.0125$$

$$\begin{aligned} \phi_u &= \tan^{-1} \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} \right) \\ &= \tan^{-1} \left(\frac{2.2 \times 10^{-4}}{1.3 \times 10^{-3}} \right) = 0.1676 \text{ rad.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_c &= \tan^{-1}(2\varepsilon) \\ &= \tan^{-1}(2 \times -0.1098) = -0.2161 \text{ rad.} \end{aligned}$$

$$\varepsilon \ln \left(\frac{r}{L} \right) = -0.1098 \ln(0.0125) = 0.4811 \text{ rad.}$$

$$\begin{aligned} \psi &= 0.1676 - 0.2161 - 0.4811 = -0.5296 \text{ rad.} \\ &= 30.34 \text{ degree} \end{aligned}$$

ซึ่งผลการคำนวณค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น สรุปตามตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 สรุปการคำนวณค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle)

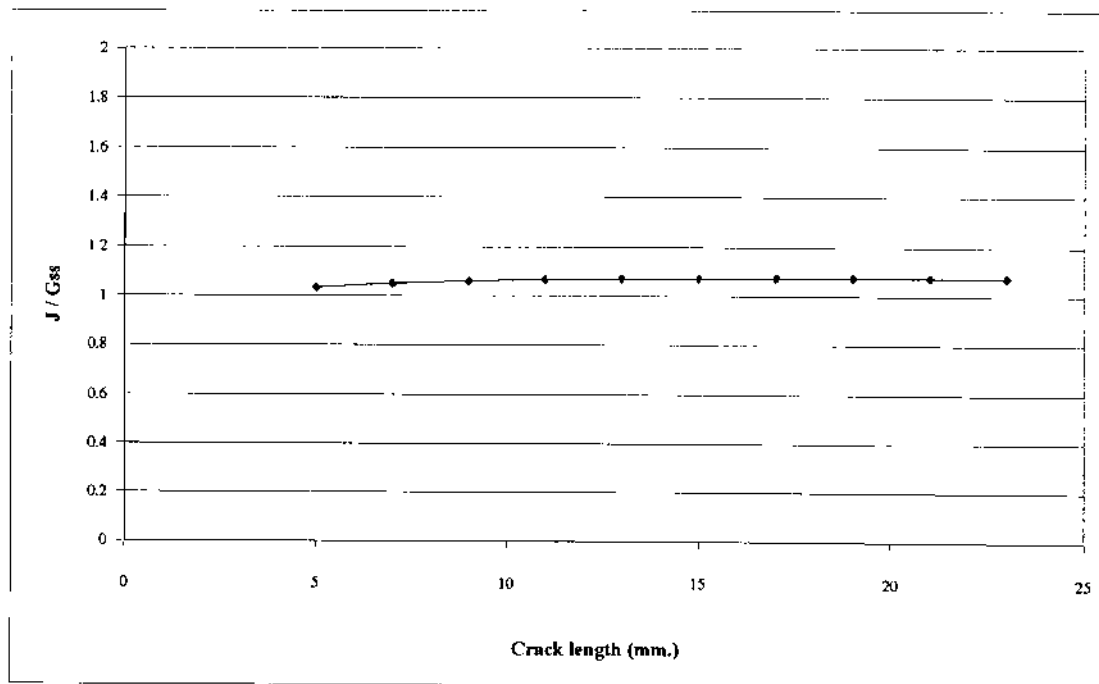
Crack length, L (mm.)	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
ε	-0.1098	-0.1098	-0.1098	-0.1098	-0.1098	-0.1098	-0.1098	-0.1098	-0.1098	-0.1098
δ_1 (mm.)	0.00022	0.00021	6.630E-05	0.000153	1.923E-04	0.000191	0.000231	0.000189	5.05E-05	0.000183
δ_2 (mm.)	0.0013	0.0007	2.700E-03	0.0021	1.900E-03	0.0019	0.0008	0.002	0.003	0.002
$\phi_u = a \tan\left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)$	0.167642	0.291981	0.0245506	0.072729	0.100867	0.100033	0.281335	0.094319	0.016832	0.091196
$\phi_c = a \tan(2\varepsilon)$	-0.21617	-0.21617	-0.216169	-0.21617	-0.216169	-0.21617	-0.21617	-0.21617	-0.21617	-0.21617
r (mm.)	0.0625	0.0225	0.25	0.16	0.1225	0.1225	0.0225	0.1225	0.25	0.1225
r/L	0.0125	0.003214	0.0277778	0.014545	0.0094231	0.008167	0.001324	0.006447	0.011905	0.005326
$\varepsilon \ln\left(\frac{r}{L}\right)$	0.481147	0.630268	0.3934704	0.464506	0.5121724	0.527885	0.727694	0.55384	0.486504	0.571818
$\psi = \phi_u + \phi_c - \varepsilon \ln\left(\frac{r}{L}\right)$ (rad)	-0.52967	-0.55446	-0.585088	-0.60795	-0.627474	-0.64402	-0.66253	-0.67569	-0.68584	-0.69979
Degree	-30.348	-31.768	-33.5231	-34.8328	-35.95162	-36.8996	-37.9601	-38.7142	-39.2958	-40.095

4.3 การวิเคราะห์ผลการวิจัย

ผลการวิจัยนี้แบ่งออกได้เป็น 2 ส่วน ได้แก่ ความต้านทานการแตกร้าวหรือการหลุดลอกของวัสดุเชิงประกอบ และพฤติกรรมของวัสดุขณะที่รอยแตกร้าวเกิดการขยายออกกว้างขึ้น ดังนี้

4.3.1 ความต้านทานการหลุดลอกของวัสดุเชิงประกอบ

ค่าความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor) เป็นคุณสมบัติเฉพาะของวัสดุแต่ละประเภท ปัจจุบันงานวิจัยที่มีลักษณะเดียวกันนี้มีค่อนข้างน้อยทำให้ขาดข้อมูลเปรียบเทียบ แต่การที่จะทราบว่าผลวิจัยมีความถูกต้องมากน้อยเพียงใด สามารถตรวจสอบได้โดยการเปรียบเทียบอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดที่ได้จากการทดลอง กับค่า J-integral ที่วิเคราะห์หาจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งตามทฤษฎีต้องมีค่าเท่ากัน และผลการวิจัยพบว่าสำหรับตัวอย่างที่ทดสอบ อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดและค่า J-integral มีค่าไม่คงที่ มีความแตกต่างกันเฉลี่ย 6% (ภาพที่ 4-9) ซึ่งความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นอาจเนื่องมาจากหลายปัจจัย อาทิ เช่น คอนกรีตเป็นวัสดุที่ไม่เป็นโฮโมจีเนียสอย่างแท้จริงต่างจากที่กำหนดในไฟไนต์เอลิเมนต์ โมเดลและการไม่พิจารณาถึงการมีอยู่ของวัสดุประสาน (Adhesive) เป็นต้น

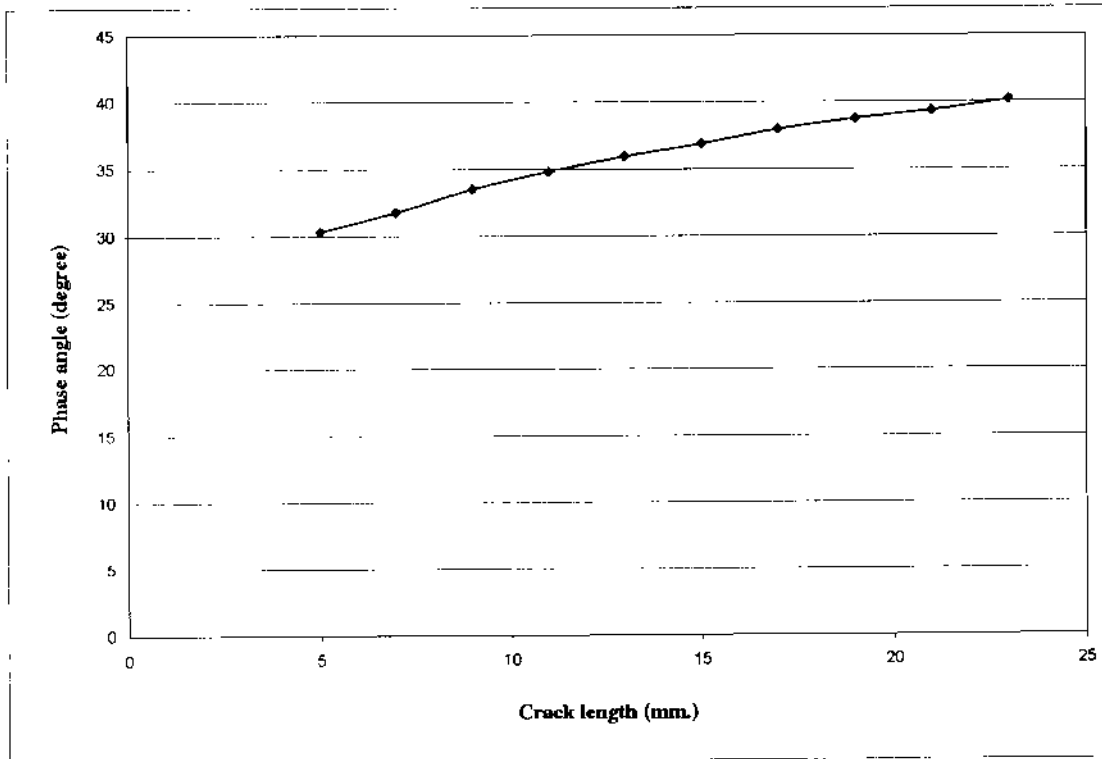


ภาพที่ 4-9 Normalized J / G_{ss}

4.3.2 พฤติกรรมของวัสดุขณะที่การหลุดลอกขยายกว้างออก

ตามที่กล่าวมาแล้วว่าความต้านทานการหลุดลอกของวัสดุที่หาได้จากการทดสอบตัวอย่างเป็นค่าความต้านทานที่อยู่ในรูปของโหมดผสม (Mode Mix) การอธิบายพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจำเป็นต้องแยกค่าความต้านทานให้อยู่ในโหมดที่สามารถอธิบายผลได้ชัดเจนโดยแยกให้อยู่ใน Mode I และ Mode II ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่าง Mode I และ Mode II สามารถอธิบายได้ด้วยค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) ซึ่งเป็นค่า *arctangent* ของอัตราส่วน Mode II ต่อ Mode I จากผลการวิจัยพบว่าค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้นไม่คงที่ โดยแปรเปลี่ยนเพิ่มมากขึ้นตามความยาวของการหลุดลอก (Interfacial Crack) ที่เพิ่มขึ้น มีค่าระหว่าง 30 – 40 องศา (ภาพที่ 4-10) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการแปรเปลี่ยนของมุมความสัมพันธ์ของความเค้นสัมพันธ์กับรูปทรงเรขาคณิต (Geometry) ของตัวอย่างทดสอบและรูปแบบการทดสอบ แตกต่างจากค่าความต้านทานการหลุดลอก (Interfacial Stress Intensity Factor) ซึ่งจะคงที่สำหรับวัสดุชนิดนั้นๆ ดังนั้นจากผลการวิจัยจึงอธิบายได้ว่า ในช่วงเริ่มต้นซึ่งความยาวการหลุดลอกมีค่าน้อย การหลุดลอกที่ขยายออก (Crack Advance) จะเป็นผลมาจาก ความเค้นตั้งฉาก (Normal Stress) มากกว่าความเค้นเฉือน (Shear Stress) และเมื่อการหลุดลอกมีความยาวมากขึ้นความเค้นเฉือนจะมีอิทธิพลต่อการขยายการหลุดลอกมากขึ้นและมีแนวโน้มว่าความเค้นเฉือนจะมีอิทธิพลต่อการขยายการหลุดลอกมากกว่าความเค้นตั้งฉากเมื่อความยาวของการหลุดลอกมากขึ้น จากงานวิจัยจำนวนมากพบว่ารูปแบบการทดสอบตามภาพที่ 3-1 ความเค้นเฉือนจะมีอิทธิพลต่อการหลุดลอกมากกว่าความเค้นตั้งฉาก

เมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตามภาพที่ 4-7 จะเห็นว่าที่ปลายรอยแตก (Crack Tip) ความเค้นจะมีค่าสูงมากเข้าใกล้อนันต์แต่เป็นบริเวณเวลาที่เล็กมารอบปลายรอยแตก ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎี

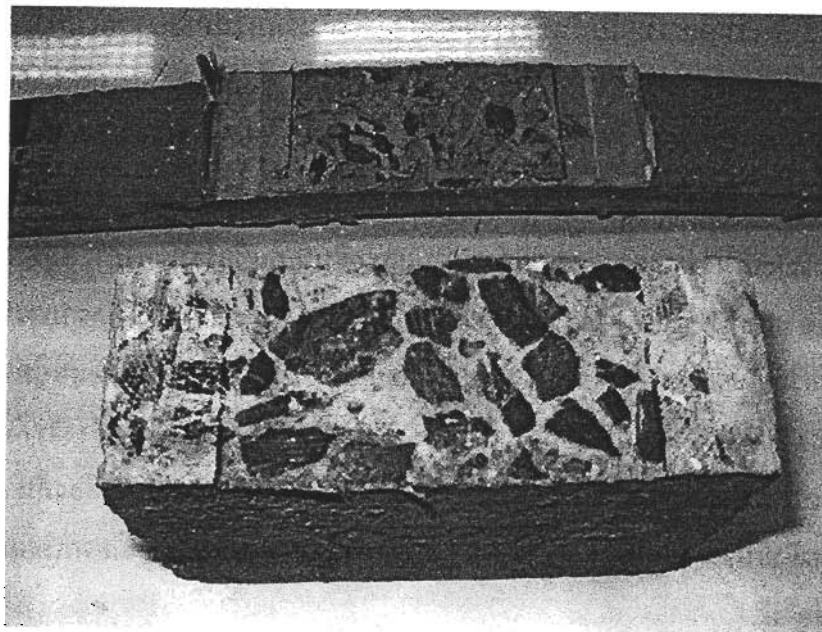


ภาพที่ 4-10 มุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) ที่ความยาวร้าวหลุดลอก (Interfacial Crack) ขนาดต่าง ๆ

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ผลการทดสอบตัวอย่าง เมื่อพิจารณาข้อมูลการบันทึกค่า Load-Displacement พบว่าขนาดการแอ่นตัวของคานเพิ่มขึ้นตามความยาวการหลุดลอก (Interfacial Crack) ที่เพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับข้อเท็จจริง เนื่องจากตัวอย่างที่มีความยาวการหลุดลอกมากจะมีสติเฟเนส (Stiffness) ต่ำกว่าตัวอย่างที่มีความยาวการหลุดลอกน้อย จึงทำให้ตัวอย่างที่มีความยาวการหลุดลอกมาก มีการแอ่นตัวมากกว่า โดยที่ทุกตัวอย่างทดสอบมีค่าความเครียดอัด (Compressive Strain) ของคานเหล็กไม่เกินความเครียดที่จุดคราก (ประมาณ $1200 \mu\epsilon$) จึงสามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎี Interfacial Fracture Mechanics ได้ตามเงื่อนไขขอบเขตการวิจัย และค่าแรงวิกฤตและค่าอัตราการผลิตปฏิกิริยาพลังงานความเครียดมีค่าไม่คงที่ อาจมีสาเหตุมาจากการที่คอนกรีตมีคุณสมบัติไม่เป็นวัสดุโฮโมจีเนียสอย่างแท้จริง เนื่องจากก่อนทำการคิดแผนซีเมนต์พอร์ฟิกับแท่งคอนกรีต ต้องทำการเจียผิวคอนกรีตให้เรียบ ลึกลงถึงเม็ดหิน (ภาพที่ 5-1) ซึ่งพบว่าความเร็วของเม็ดหินที่ผิวหน้าตัวอย่างจำนวนมากน้อยแตกต่างกัน อาจมีผลทำให้การยึดเกาะระหว่างคอนกรีตกับอีพ็อกซีมีความแข็งแรงแตกต่างกัน



ภาพที่ 5-1 ผิวหน้าคอนกรีตตัวอย่างทดสอบ

ในส่วนของการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element) พบว่าค่า J-integral มีค่าไม่คงที่เช่นกัน เมื่อเปรียบเทียบกับค่าอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดที่ได้จากการทดสอบ มีความแตกต่างกันเฉลี่ยประมาณ 6% ซึ่งในทางทฤษฎีควรมีค่าเท่ากัน เพราะว่าการสร้างแบบจำลองเพื่อการวิเคราะห์ไม่สามารถทำให้มีคุณสมบัติได้เหมือนตัวอย่างทดสอบอย่างแท้จริง เนื่องจากหลายสาเหตุเช่น คอนกรีตไม่มีคุณสมบัติเป็นโฮโมจีเนียส (Homogeneous) อย่างแท้จริง , ในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ไม่นำชั้นภาวอิพ็อกซิมาพิจารณา เป็นต้น

เมื่อทำการวิเคราะห์หาค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle) พบว่ามีค่าอยู่ระหว่าง 30 - 40 องศา แปรผันตามความยาวการหลุดลอกที่เพิ่มขึ้น ซึ่งหมายความว่าหน่วยแรงตั้งฉาก (Normal Stress) มีอิทธิพลต่อการหลุดลอกมากกว่า หน่วยแรงเฉือน (Shear Stress) เพราะว่่าแท่งคอนกรีตมีสติเฟนสการคัดสูง เมื่อถูกค้ำให้โค้งงอจึงมีแรงด้านสูงในลักษณะของการพยายามปรับตัวให้อยู่ในแนวเส้นตรงของรูปทรงเดิม ก่อให้เกิดแรงดึงในทิศทางตั้งฉากกับเส้นสัมผัสส่วนโค้งของคาน ดังนั้นตัวอย่างทดสอบที่มีความยาวการหลุดลอกน้อยกว่า (ความยาวของระยะการคัดโค้งมาก) จึงมีค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น น้อยกว่า (หน่วยแรงตั้งฉากมากกว่า หน่วยแรงเฉือน) เมื่อพิจารณาถึงค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้นที่เพิ่มขึ้นตามความยาวของการหลุดลอก มีแนวโน้มว่า ถ้าความยาวของการหลุดลอกเพิ่มมากขึ้นจนถึงขนาดหนึ่ง ค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้นจะมากกว่า 45 องศา ซึ่งหมายความว่าหน่วยแรงเฉือนจะมีอิทธิพลต่อการหลุดลอกมากกว่าหน่วยแรงตั้งฉาก นอกจากนี้ค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้นยังเพิ่มขึ้นด้วยอัตราค่อนข้างคงที่ ซึ่งแสดงให้เห็นว่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น สัมพันธ์กับรูปทรงเรขาคณิตของชิ้นส่วน แต่จะไม่สัมพันธ์กับอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด ซึ่งเป็นคุณสมบัติเฉพาะของวัสดุ สอดคล้องกับทฤษฎี

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อศึกษาความเหมาะสมในการประยุกต์ใช้ทฤษฎี Interfacial Fracture Mechanics วิเคราะห์หาค่าความต้านทานและอธิบายพฤติกรรมของการหลุดลอก ซึ่งเป็นการศึกษานำร่อง ผลลัพธ์ที่ได้จากรูปแบบการทดสอบที่น่าเสนอ พบว่า อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดและค่าความต้านทานการหลุดลอก ($|K|_c$) ไม่คงที่ ซึ่งตามทฤษฎีควรมีค่าคงที่และไม่แปรผันตามค่ามุมความสัมพันธ์ของความเค้น (Phase Angle, ψ) อย่างไรก็ตามผลการทดสอบและผลการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีความสอดคล้องใกล้เคียงกัน ดังนั้นหากสามารถควบคุมตัวแปรที่เกี่ยวข้องต่างๆ ได้ดีพอ อาจทำให้ผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกับทฤษฎี ซึ่งต้องศึกษาเพิ่มเติมต่อไป

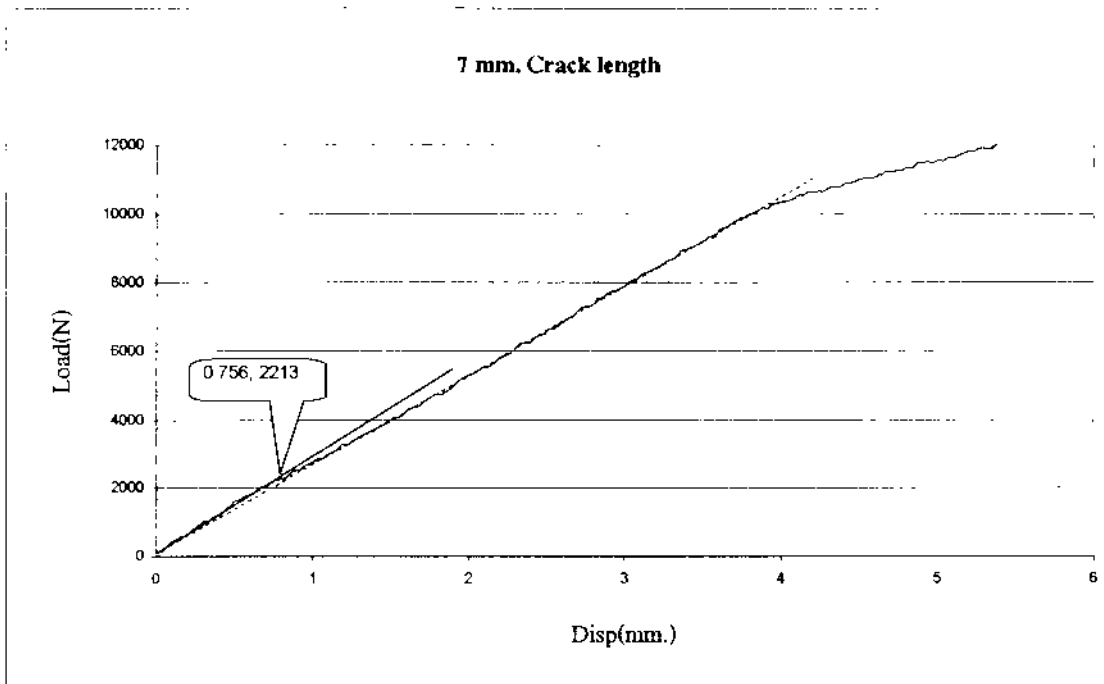
เอกสารอ้างอิง

1. Hamoush, S.A., and Ahmad, S.H. "Debonding of steel plate-strengthened concrete beams." Journal of Structural Engineering. Vol. 116, No.2 (Feb.1990) : 356-371.
2. Chajes, M. J., et al. "Bond and force transfer of composite material plates bonded to concrete." ACI Structural Journal. Vol. 93, No.2 (Mar.-Apr. 1996) : 208-217.
3. Malek, A. M., Saadatmanesh, H., and Ehsani, M. R. "Prediction of failure load of R/C beams strengthened with FRP plate due to stress concentration at the plate end." ACI Structural Journal. Vol. 95, No.1 (Jan.-Feb.1998) : 142 - 152.
4. Brna, S. F., et al. "Increasing flexural capacity of reinforcement beams using Carbon Fiber-Reinforced Polymer composites." ACI Structural Journal. Vol. 100, No.1 (Jan.-Feb.2003) : 36-46.
5. Buyukozturk, O., Gunes, O., and Karaca, E. "Progress and understanding debonding problems in reinforced concrete and steel members strengthened using FRP composites." Construction and Building Materials. Vol. 18 (2004) : 9-19.
6. Williams, M.L. "The stress around a fault or crack in dissimilar media." Bullentin of the Seismological Society of America. Vol. 49 (1959) : 199-204.
7. Erdogan, F. "Stress distribution in nonhomogeneous elastic plane with cracks." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol. 30 (1963) : 232-236.
8. Erdogan, F. "Stress distribution in nonhomogeneous elastic plane with cracks." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol. 32 (1965) : 403-410.
9. England, A.H. "A crack between dissimilar media." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol. 32 (1965) : 400-402.
10. Rice, J. R., and Sih, G. C. "Plane problems of cracks in dissimilar media." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol.32 (1965) : 418-423.

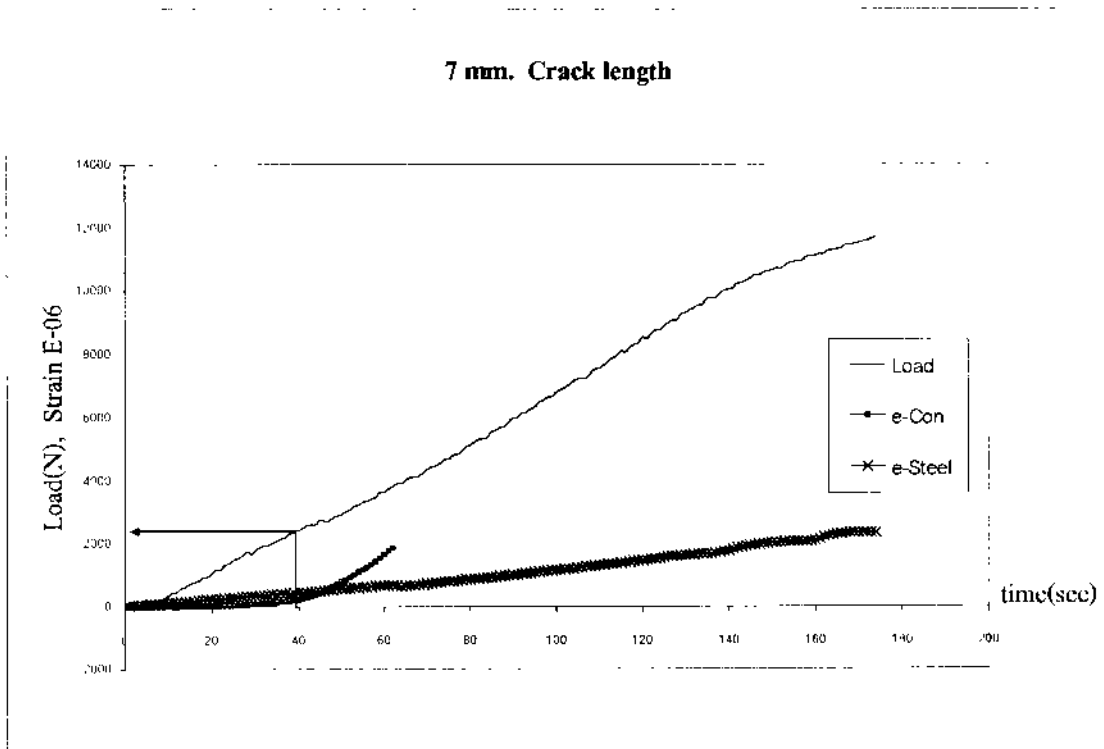
11. Comninou, M. "The interface crack." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol. 44 (1977) : 631-636.
12. Comninou, M. "The interface crack with friction in the contact zone." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol. 44 (1977) : 780-781.
13. Comninou, M., and Schmueser, D. "The interface crack in a combined tension-compression and shear field." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol. 46 (1979) : 345-348.
14. Atkinson, C. "The interface crack with a contact zone." International Journal of Fracture. Vol. 18 (1982) : 161-177.
15. Mak, A. F., et al. "A no-slip interface crack." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol. 47 (1980) : 347-350.
16. Rice, J. R. "Elastic fracture mechanics concepts for interfacial cracks." Transaction of the ASME Series E. Journal of Applied Mechanics. Vol. 55 (1988) : 98-103.
17. Hutchinson, J. W., and Suo, Z. "Mixed mode cracking in layered materials." Advances in Applied Mechanics. Vol. 29 (1992) : 64-187.
18. Klingbeil, N. W., and Beuth, J. L. "Interfacial fracture testing of deposited metal layers under four-point bending." Engineering Fracture Mechanics. Vol. 56 (1997) : 113-126.
19. Malyshev, B. M., and Salganik, R. L. "The strength of adhesive joints using the theory of crack." International Journal of Fracture Mechanics. Vol. 1 (1965) : 114.
20. Rice, J.R. "A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks." Journal of Applied Mechanics. Vol. 35 (1968) : 379 – 386.
21. Matos, P.P.L., et al. "A method for calculating stress intensities in bimaterial fracture." International Journal of Fracture. Vol. 40 (1989) : 235-254.

ภาคผนวก ก

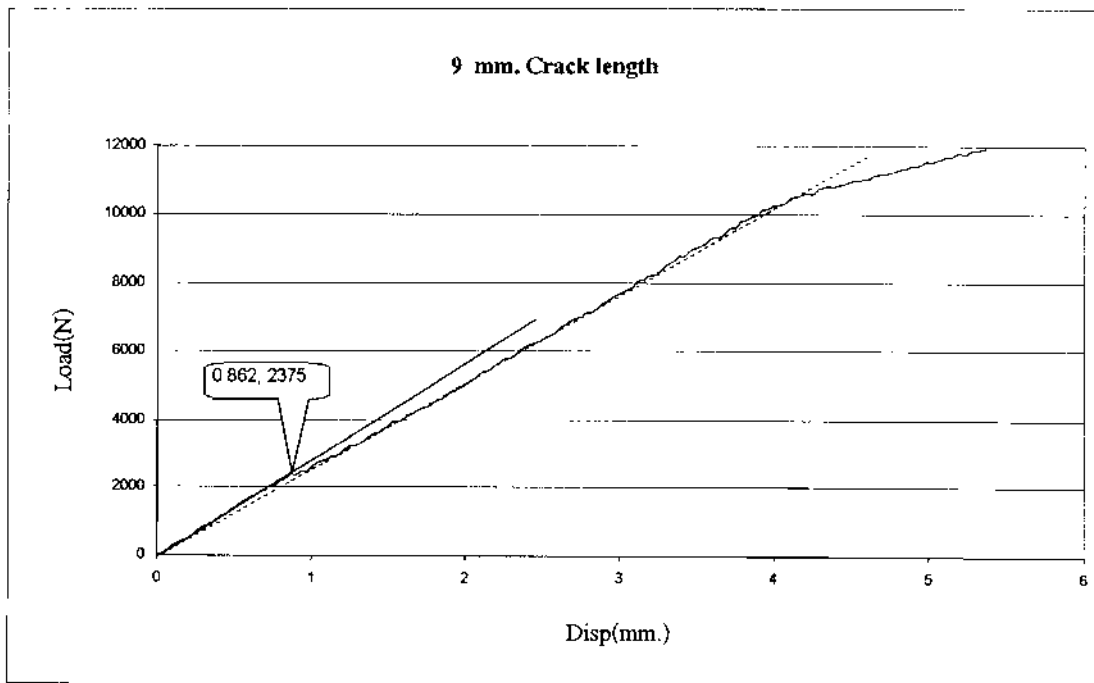
ผลทดสอบโดยวิธี Four-point Bending



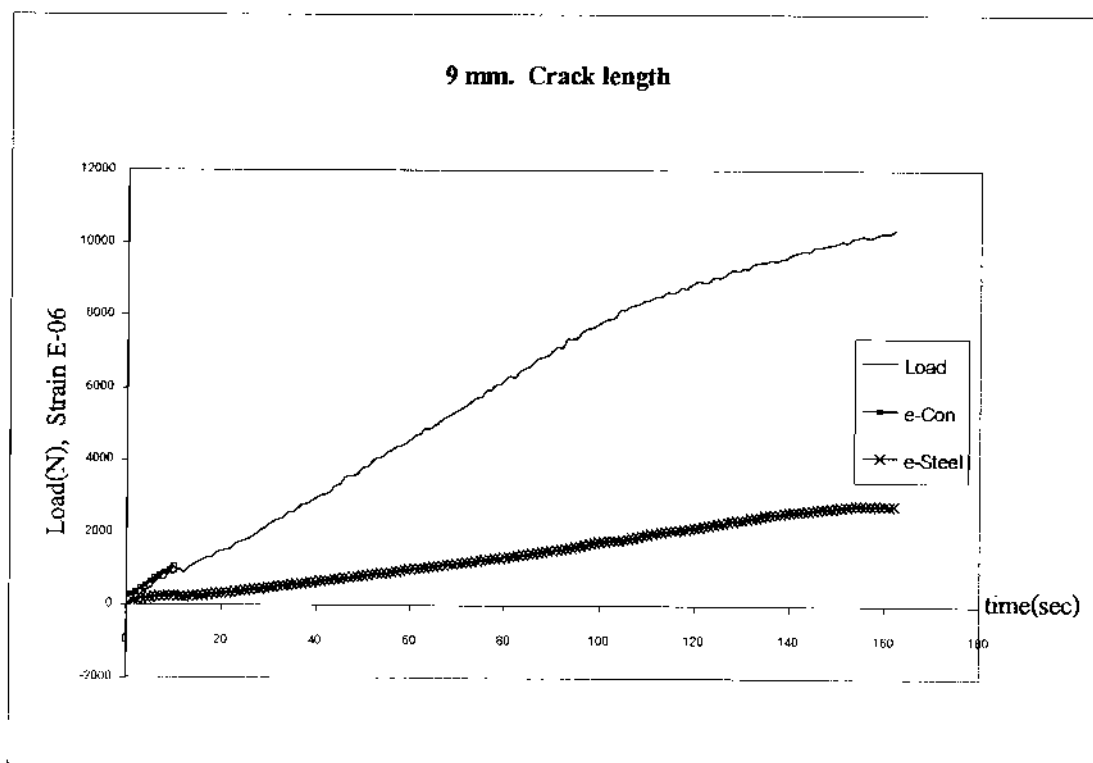
ภาพที่ ก-1 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C07



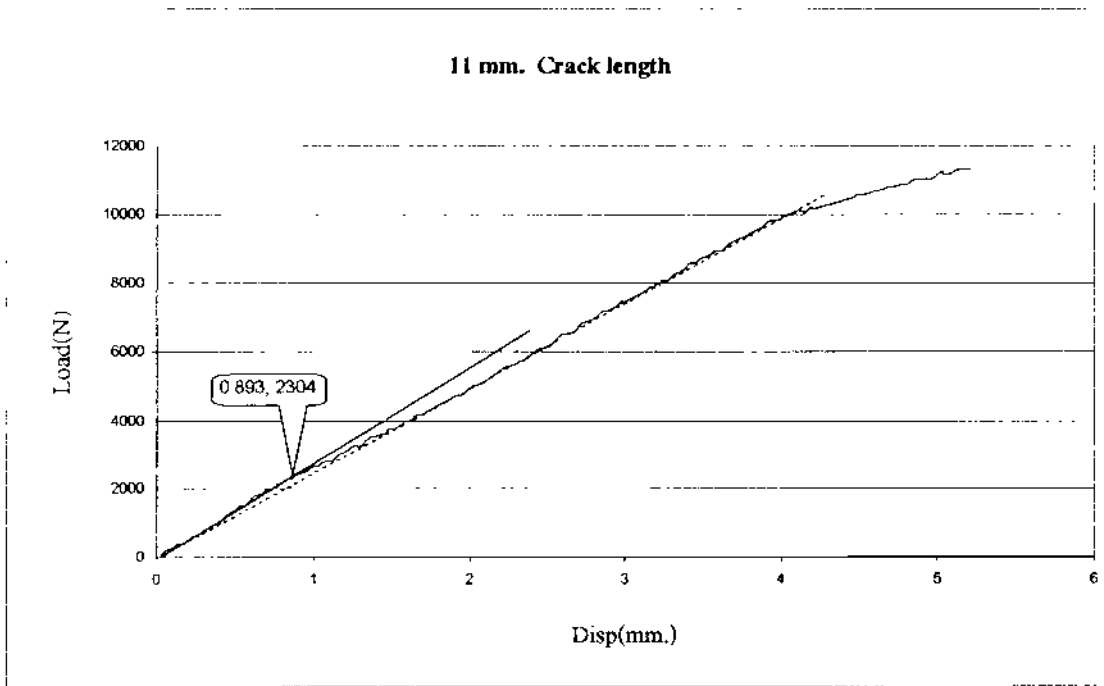
ภาพที่ ก-2 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C07



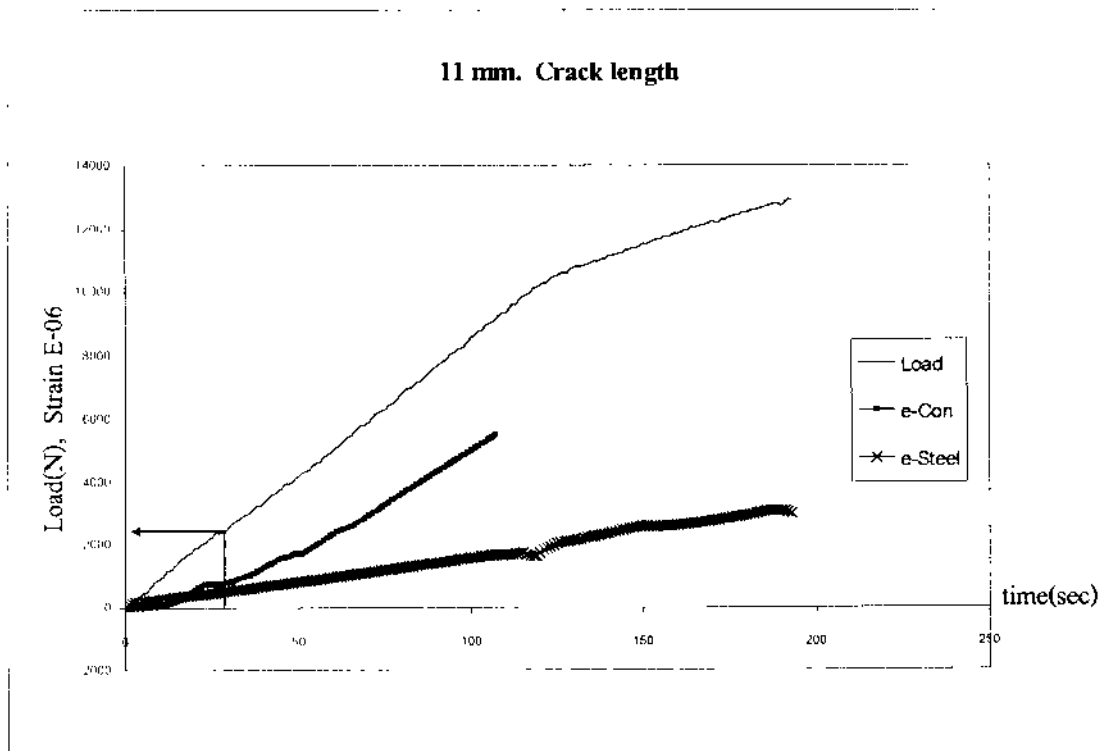
ภาพที่ ก-3 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C09



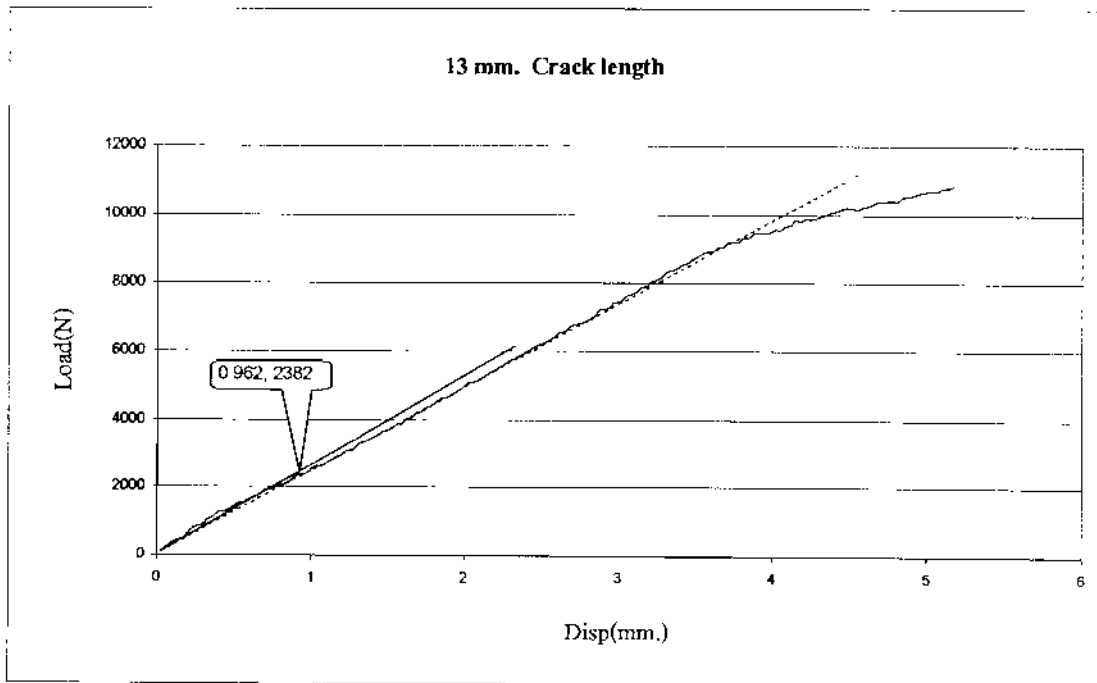
ภาพที่ ก-4 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C09



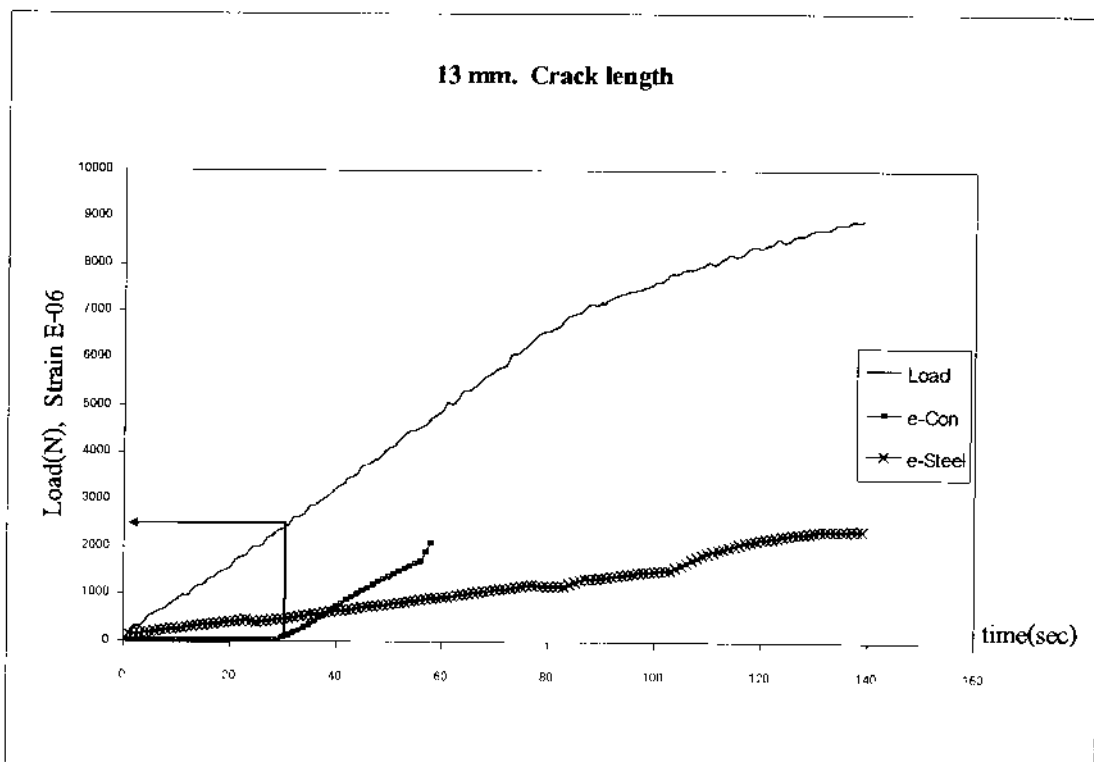
ภาพที่ ก-5 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C11



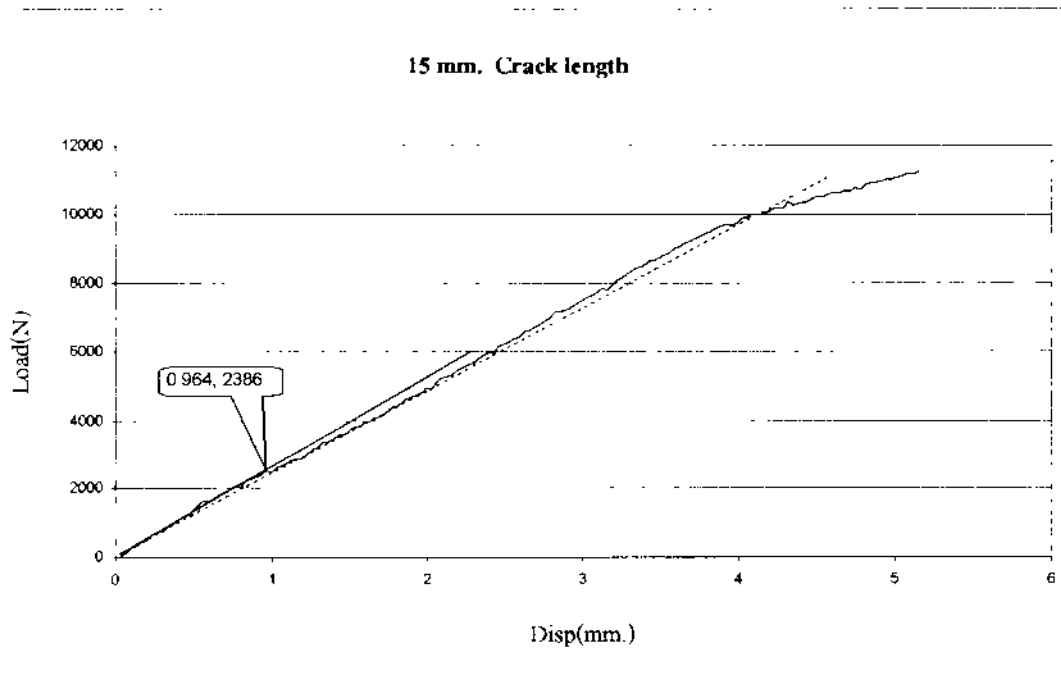
ภาพที่ ก-6 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C11



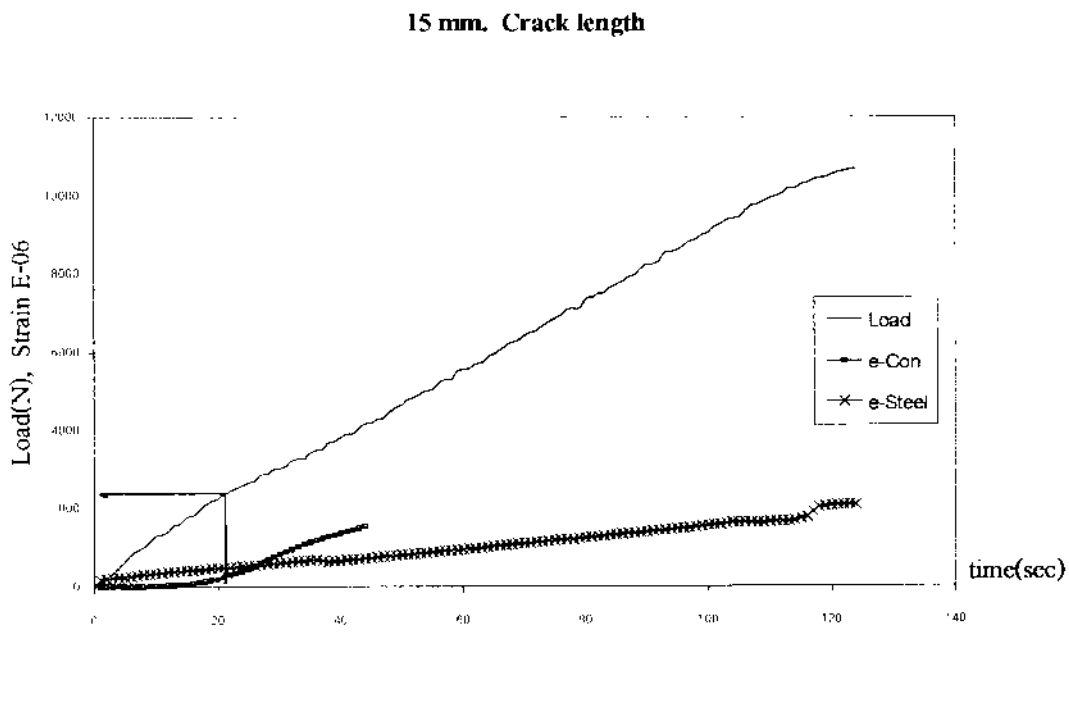
ภาพที่ ก-7 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C13



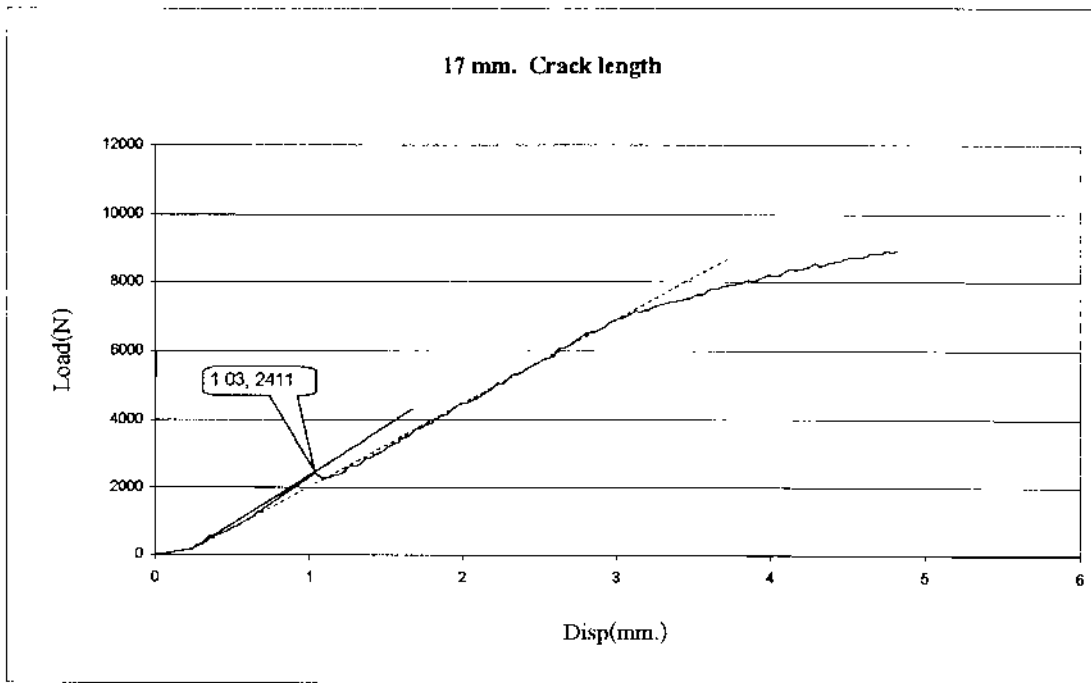
ภาพที่ ก-8 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C13



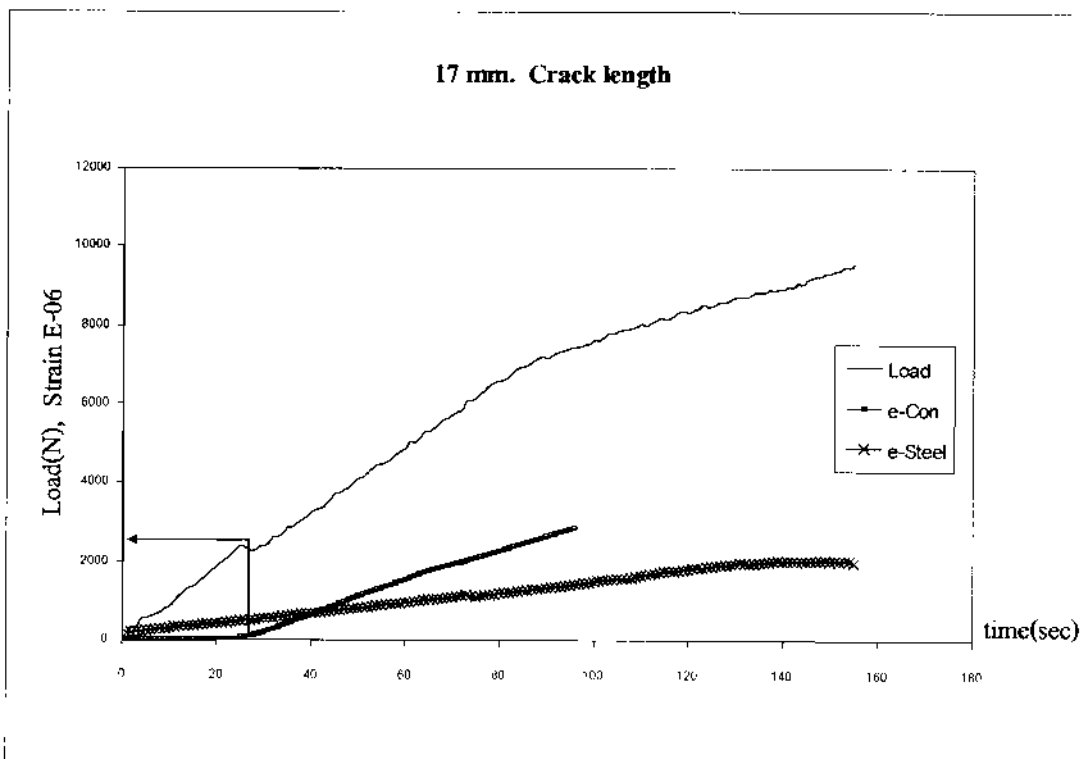
ภาพที่ ก-9 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C15



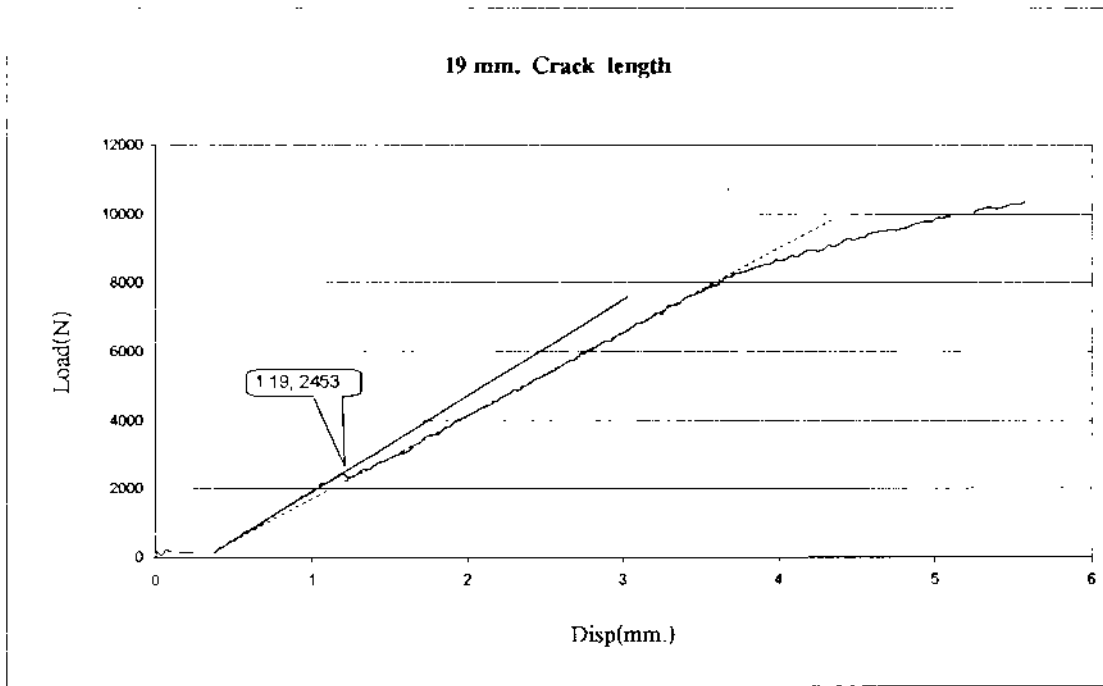
ภาพที่ ก-10 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C15



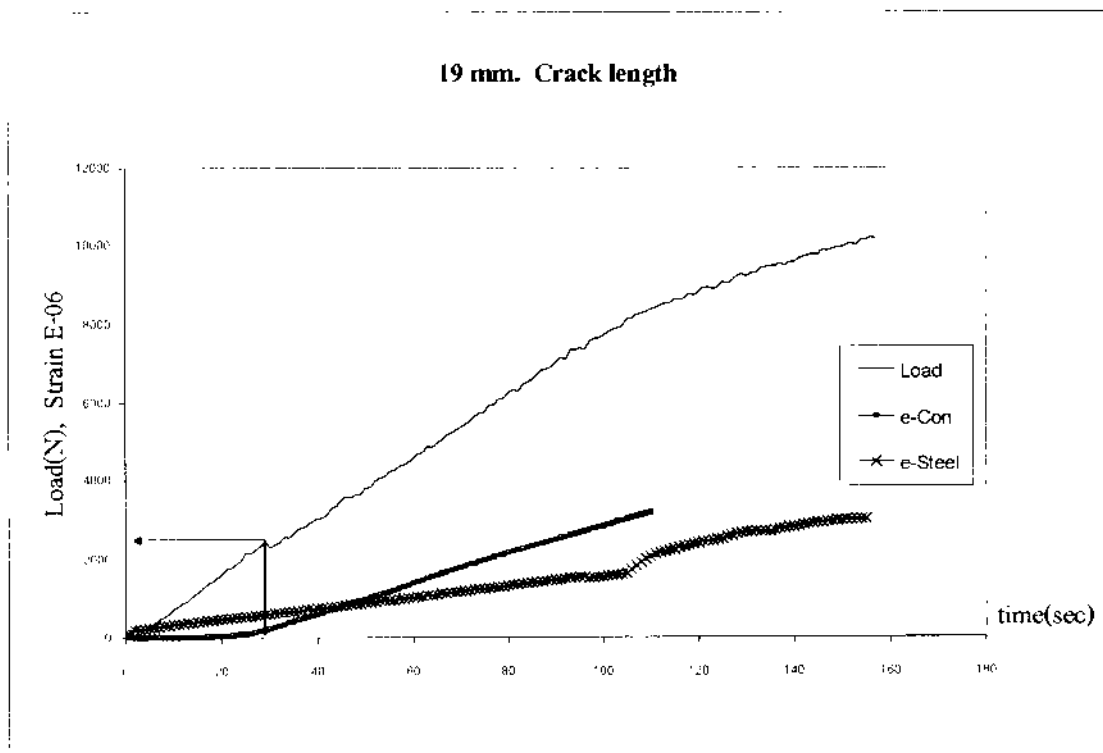
ภาพที่ ก-11 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C17



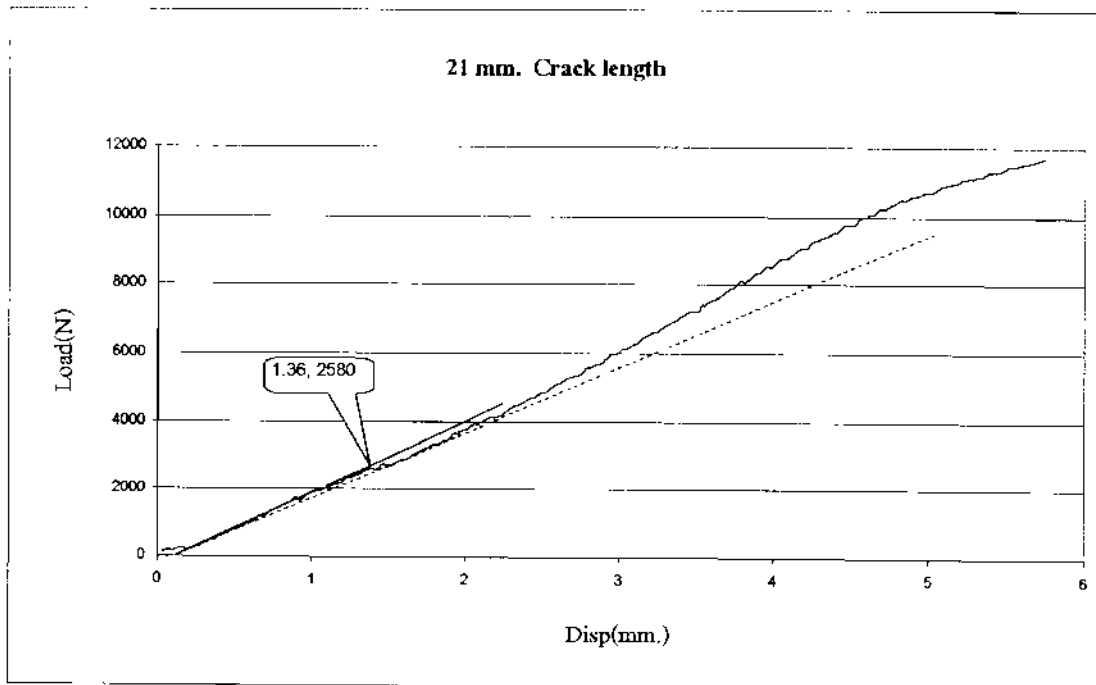
ภาพที่ ก-12 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C17



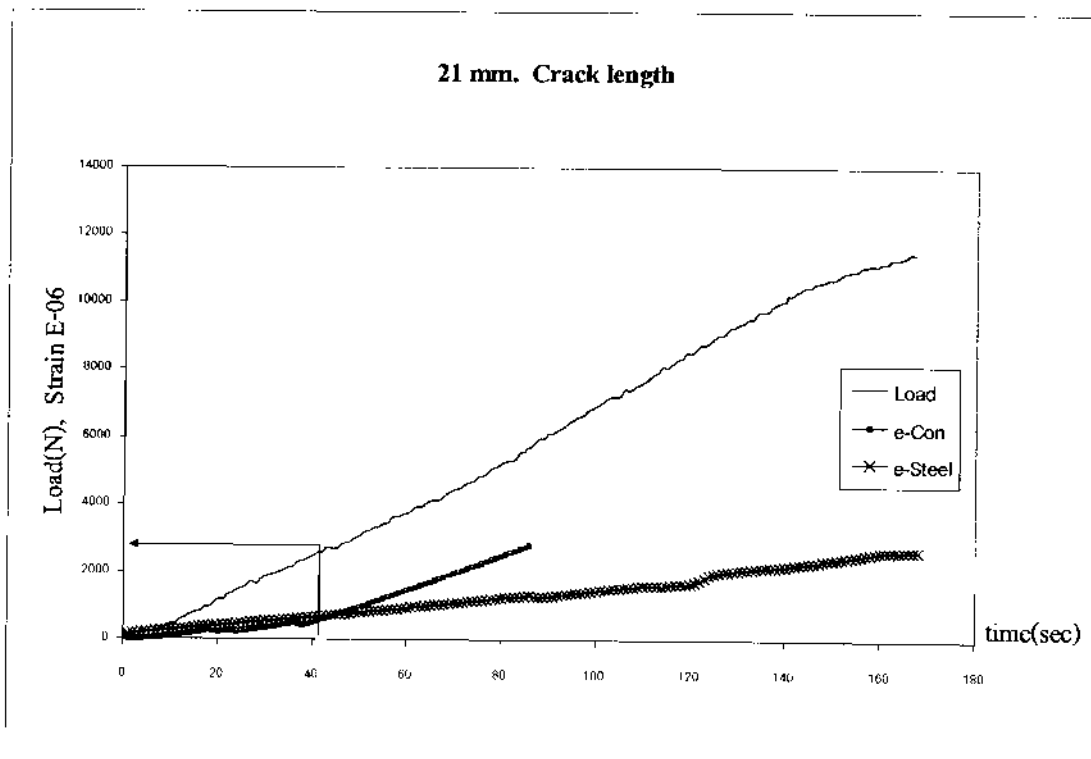
ภาพที่ ก-13 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C19



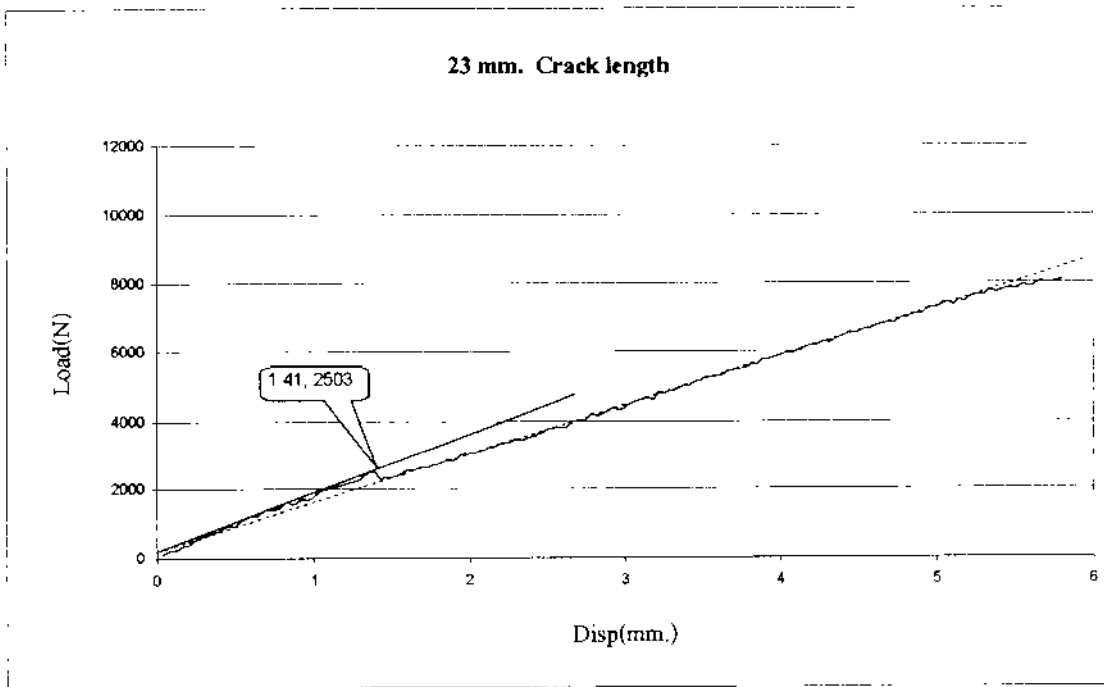
ภาพที่ ก-14 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C19



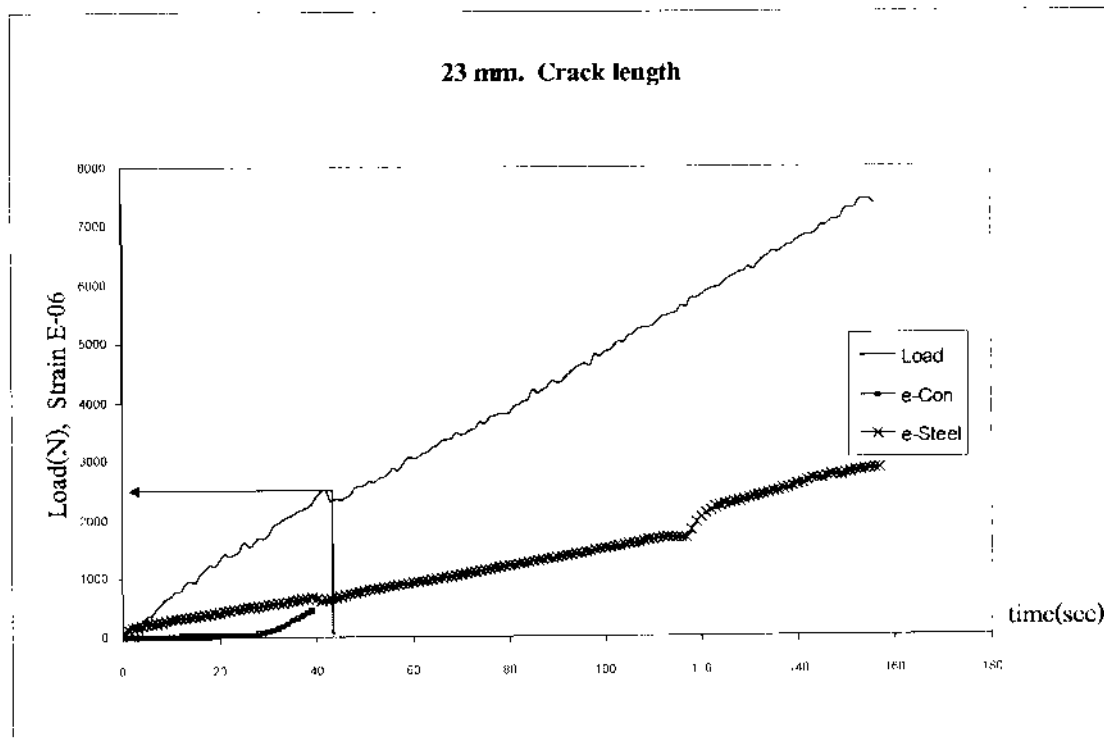
ภาพที่ ก-15 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C21



ภาพที่ ก-16 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C21



ภาพที่ ก-17 กราฟ Load-Displacement ตัวอย่าง C23



ภาพที่ ก-18 กราฟ time - Load & time - Strain ตัวอย่าง C23

ภาคผนวก ข

ผลการวิเคราะห์โดยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method)

ตารางที่ ข-1 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C07

Contours 07				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J - integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
9.73E-02	9.52E-02	9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02
9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02
9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02
9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02	9.56E-02

ตารางที่ ข-2 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C07

ความยาว Interfacial crack 7 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm}/mm^2$)	G ($N \cdot mm/mm^2$)
1	-7.04E-03	-0.8029							
5	-7.04E-03	-0.8029	0.0025	1.260E-04	2.000E-04	2.364E-04	0.05	5.958E+01	8.5242E-02
9	-7.03E-03	-0.8029	0.01	1.825E-04	4.000E-04	4.397E-04	0.1	5.541E+01	7.3725E-02
13	-7.03E-03	-0.8028	0.0225	2.104E-04	7.000E-04	7.309E-04	0.15	6.142E+01	9.0562E-02
17	-7.04E-03	-0.8028	0.04	2.194E-04	1.000E-03	1.024E-03	0.2	6.452E+01	9.9937E-02
21	-7.05E-03	-0.8027	0.0625	2.145E-04	1.300E-03	1.318E-03	0.25	6.642E+01	1.0594E-01
25	-7.06E-03	-0.8027	0.09	1.985E-04	1.500E-03	1.513E-03	0.3	6.357E+01	9.7017E-02
29	-7.07E-03	-0.8026	0.1225	1.736E-04	1.800E-03	1.808E-03	0.35	6.512E+01	1.0181E-01
33	-7.09E-03	-0.8026	0.16	1.409E-04	2.000E-03	2.005E-03	0.4	6.317E+01	9.5821E-02
37	-7.11E-03	-0.8025	0.2025	1.016E-04	2.300E-03	2.302E-03	0.45	6.448E+01	9.9827E-02
41	-7.13E-03	-0.8024	0.25	5.650E-05	2.600E-03	2.601E-03	0.5	6.555E+01	1.0318E-01
45	-7.16E-03	-0.8023	0.3025	6.300E-06	2.800E-03	2.800E-03	0.55	6.416E+01	9.8847E-02
49	-7.18E-03	-0.8023	0.36	-4.860E-05	3.000E-03	3.000E-03	0.6	6.303E+01	9.5373E-02
53	-7.21E-03	-0.8022	0.4225	-1.077E-04	3.300E-03	3.302E-03	0.65	6.402E+01	9.8409E-02
57	-7.24E-03	-0.8021	0.49	-1.705E-04	3.600E-03	3.604E-03	0.7	6.489E+01	1.0110E-01
61	-7.27E-03	-0.802	0.5625	-2.368E-04	3.800E-03	3.807E-03	0.75	6.398E+01	9.8287E-02
65	-7.31E-03	-0.8019	0.64	-3.064E-04	4.100E-03	4.111E-03	0.8	6.477E+01	1.0073E-01
69	-7.35E-03	-0.8018	0.7225	-3.789E-04	4.300E-03	4.317E-03	0.85	6.401E+01	9.8362E-02
73	-7.39E-03	-0.8016	0.81	-4.540E-04	4.700E-03	4.722E-03	0.9	6.612E+01	1.0498E-01
77	-7.43E-03	-0.8015	0.9025	-5.319E-04	4.900E-03	4.929E-03	0.95	6.539E+01	1.0266E-01
81	-7.47E-03	-0.8014	1	-6.128E-04	5.200E-03	5.236E-03	1	6.599E+01	1.0456E-01
1313	-7.06E-03	-0.8029							
1317	-7.16E-03	-0.8031							
1321	-7.22E-03	-0.8033							
1325	-7.25E-03	-0.8035							
1329	-7.26E-03	-0.8038							
1333	-7.26E-03	-0.804							
1337	-7.26E-03	-0.8042							
1341	-7.25E-03	-0.8044							
1345	-7.23E-03	-0.8046							
1349	-7.21E-03	-0.8048							
1353	-7.19E-03	-0.805							
1357	-7.16E-03	-0.8051							
1361	-7.13E-03	-0.8053							
1365	-7.10E-03	-0.8055							

ตารางที่ ข-2 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 7 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-7.07E-03	-0.8057							
1373	-7.04E-03	-0.8058							
1377	-7.00E-03	-0.806							
1381	-6.97E-03	-0.8061							
1385	-6.93E-03	-0.8063							
1389	-6.90E-03	-0.8064							
1393	-6.86E-03	-0.8066							

ตารางที่ ข-3 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C09

Contours 09				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J -- integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
0.1131	0.1107	0.1111	0.1111	0.1111
0.1112	0.1112	0.1112	0.1112	0.1112
0.1112	0.1112	0.1112	0.1112	0.1112
0.1112	0.1112	0.1112	0.1112	0.1112

ตารางที่ ข-4 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C09

ความยาว Interfacial crack 9 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm}/mm^2$)	G ($N \cdot mm/mm^2$)
1	-7.59E-03	-0.8855							
5	-7.58E-03	-0.8855	0.0025	1.363E-04	2.000E-04	2.420E-04	0.05	6.101E+01	8.9364E-02
9	-7.57E-03	-0.8854	0.01	1.979E-04	5.000E-04	5.377E-04	0.1	6.777E+01	1.1028E-01
13	-7.58E-03	-0.8854	0.0225	2.284E-04	8.000E-04	8.320E-04	0.15	6.990E+01	1.1733E-01
17	-7.58E-03	-0.8854	0.04	2.388E-04	1.000E-03	1.028E-03	0.2	6.479E+01	1.0078E-01
21	-7.59E-03	-0.8853	0.0625	2.341E-04	1.300E-03	1.321E-03	0.25	6.659E+01	1.0647E-01
25	-7.60E-03	-0.8852	0.09	2.175E-04	1.700E-03	1.714E-03	0.3	7.200E+01	1.2447E-01
29	-7.62E-03	-0.8852	0.1225	1.911E-04	1.900E-03	1.910E-03	0.35	6.876E+01	1.1353E-01
33	-7.64E-03	-0.8851	0.16	1.564E-04	2.200E-03	2.206E-03	0.4	6.949E+01	1.1595E-01
37	-7.66E-03	-0.885	0.2025	1.144E-04	2.500E-03	2.503E-03	0.45	7.009E+01	1.1796E-01
41	-7.68E-03	-0.885	0.25	6.630E-05	2.700E-03	2.701E-03	0.5	6.808E+01	1.1128E-01
45	-7.71E-03	-0.8849	0.3025	1.240E-05	3.000E-03	3.000E-03	0.55	6.875E+01	1.1347E-01
49	-7.73E-03	-0.8848	0.36	-4.640E-05	3.300E-03	3.300E-03	0.6	6.933E+01	1.1539E-01
53	-7.77E-03	-0.8847	0.4225	-1.099E-04	3.600E-03	3.602E-03	0.65	6.984E+01	1.1710E-01
57	-7.80E-03	-0.8846	0.49	-1.775E-04	3.800E-03	3.804E-03	0.7	6.849E+01	1.1264E-01
61	-7.83E-03	-0.8845	0.5625	-2.488E-04	4.100E-03	4.108E-03	0.75	6.903E+01	1.1440E-01
65	-7.87E-03	-0.8844	0.64	-3.239E-04	4.400E-03	4.412E-03	0.8	6.951E+01	1.1600E-01
69	-7.91E-03	-0.8843	0.7225	-4.020E-04	4.700E-03	4.717E-03	0.85	6.994E+01	1.1746E-01
73	-7.95E-03	-0.8841	0.81	-4.833E-04	5.000E-03	5.023E-03	0.9	7.035E+01	1.1881E-01
77	-8.00E-03	-0.884	0.9025	-5.675E-04	5.300E-03	5.330E-03	0.95	7.072E+01	1.2007E-01
81	-8.04E-03	-0.8839	1	-6.556E-04	5.600E-03	5.638E-03	1	7.106E+01	1.2124E-01
1313	-7.61E-03	-0.8855							
1317	-7.71E-03	-0.8857							
1321	-7.77E-03	-0.8859							
1325	-7.81E-03	-0.8862							
1329	-7.82E-03	-0.8864							
1333	-7.83E-03	-0.8866							
1337	-7.82E-03	-0.8869							
1341	-7.81E-03	-0.8871							
1345	-7.79E-03	-0.8873							
1349	-7.77E-03	-0.8875							
1353	-7.75E-03	-0.8877							
1357	-7.72E-03	-0.8879							
1361	-7.69E-03	-0.8881							
1365	-7.66E-03	-0.8883							

ตารางที่ ข-4 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 9 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-7.62E-03	-0.8884							
1373	-7.58E-03	-0.8886							
1377	-7.55E-03	-0.8888							
1381	-7.51E-03	-0.889							
1385	-7.47E-03	-0.8891							
1389	-7.43E-03	-0.8893							
1393	-7.39E-03	-0.8895							

ตารางที่ ข-5 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C11

Contours 11				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J – integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
0.1071	0.1048	0.1052	0.1052	0.1052
0.1052	0.1053	0.1053	0.1053	0.1053
0.1053	0.1053	0.1053	0.1053	0.1053
0.1053	0.1053	0.1053	0.1053	0.1053

ตารางที่ ข-6 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C11

ความยาว Interfacial crack 11 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1	-7.39E-03	-0.8829							
5	-7.38E-03	-0.8828	0.0025	1.327E-04	3.000E-04	3.280E-04	0.05	8.269E+01	1.6416E-01
9	-7.38E-03	-0.8828	0.01	1.928E-04	5.000E-04	5.359E-04	0.1	6.754E+01	1.0952E-01
13	-7.38E-03	-0.8828	0.0225	2.227E-04	7.000E-04	7.346E-04	0.15	6.172E+01	9.1465E-02
17	-7.39E-03	-0.8827	0.04	2.328E-04	1.000E-03	1.027E-03	0.2	6.470E+01	1.0052E-01
21	-7.39E-03	-0.8827	0.0625	2.285E-04	1.300E-03	1.320E-03	0.25	6.654E+01	1.0631E-01
25	-7.41E-03	-0.8826	0.09	2.124E-04	1.600E-03	1.614E-03	0.3	6.781E+01	1.1040E-01
29	-7.42E-03	-0.8825	0.1225	1.867E-04	1.900E-03	1.909E-03	0.35	6.875E+01	1.1348E-01
33	-7.44E-03	-0.8825	0.16	1.530E-04	2.100E-03	2.106E-03	0.4	6.634E+01	1.0568E-01
37	-7.46E-03	-0.8824	0.2025	1.123E-04	2.400E-03	2.403E-03	0.45	6.729E+01	1.0872E-01
41	-7.48E-03	-0.8823	0.25	6.540E-05	2.700E-03	2.701E-03	0.5	6.808E+01	1.1128E-01
45	-7.51E-03	-0.8823	0.3025	1.290E-05	2.900E-03	2.900E-03	0.55	6.646E+01	1.0604E-01
49	-7.53E-03	-0.8822	0.36	-4.430E-05	3.200E-03	3.200E-03	0.6	6.722E+01	1.0851E-01
53	-7.56E-03	-0.8821	0.4225	-1.062E-04	3.400E-03	3.402E-03	0.65	6.596E+01	1.0445E-01
57	-7.59E-03	-0.882	0.49	-1.720E-04	3.700E-03	3.704E-03	0.7	6.669E+01	1.0679E-01
61	-7.63E-03	-0.8819	0.5625	-2.417E-04	4.000E-03	4.007E-03	0.75	6.734E+01	1.0888E-01
65	-7.66E-03	-0.8818	0.64	-3.148E-04	4.300E-03	4.312E-03	0.8	6.792E+01	1.1078E-01
69	-7.70E-03	-0.8817	0.7225	-3.912E-04	4.500E-03	4.517E-03	0.85	6.698E+01	1.0770E-01
73	-7.74E-03	-0.8815	0.81	-4.705E-04	4.900E-03	4.923E-03	0.9	6.893E+01	1.1409E-01
77	-7.79E-03	-0.8814	0.9025	-5.528E-04	5.200E-03	5.229E-03	0.95	6.938E+01	1.1556E-01
81	-7.83E-03	-0.8813	1	-6.393E-04	5.400E-03	5.438E-03	1	6.853E+01	1.1277E-01
1313	-7.41E-03	-0.8828							
1317	-7.51E-03	-0.8831							
1321	-7.57E-03	-0.8833							
1325	-7.60E-03	-0.8835							
1329	-7.62E-03	-0.8837							
1333	-7.62E-03	-0.884							
1337	-7.62E-03	-0.8842							
1341	-7.61E-03	-0.8844							
1345	-7.59E-03	-0.8846							
1349	-7.57E-03	-0.8848							
1353	-7.55E-03	-0.885							
1357	-7.52E-03	-0.8852							
1361	-7.49E-03	-0.8854							
1365	-7.46E-03	-0.8855							

ตารางที่ ข-6 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 11 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-7.42E-03	-0.8857							
1373	-7.39E-03	-0.8859							
1377	-7.35E-03	0.8861							
1381	-7.31E-03	-0.8862							
1385	-7.27E-03	-0.8864							
1389	-7.23E-03	-0.8866							
1393	-7.19E-03	-0.8867							

ตารางที่ ข-7 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C13

Contours 13				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J - integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
0.1149	0.1124	0.1128	0.1129	0.1129
0.1129	0.1129	0.1129	0.1129	0.1129
0.1129	0.1129	0.1129	0.1129	0.1129
0.1129	0.1129	0.1129	0.1129	0.1129

ตารางที่ ข-8 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C13

ความยาว Interfacial crack 13 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm}/mm^2$)	G ($N \cdot mm/mm^2$)
1	-7.67E-03	-0.9374							
5	-7.66E-03	-0.9373	0.0025	1.373E-04	3.000E-04	3.299E-04	0.05	8.316E+01	1.6606E-01
9	-7.65E-03	-0.9373	0.01	1.994E-04	5.000E-04	5.383E-04	0.1	6.784E+01	1.1051E-01
13	-7.66E-03	-0.9373	0.0225	2.302E-04	7.000E-04	7.369E-04	0.15	6.191E+01	9.2041E-02
17	-7.66E-03	-0.9372	0.04	2.406E-04	1.100E-03	1.126E-03	0.2	7.096E+01	1.2089E-01
21	-7.67E-03	-0.9372	0.0625	2.358E-04	1.300E-03	1.321E-03	0.25	6.661E+01	1.0652E-01
25	-7.68E-03	-0.9371	0.09	2.190E-04	1.600E-03	1.615E-03	0.3	6.785E+01	1.1052E-01
29	-7.70E-03	-0.937	0.1225	1.923E-04	1.900E-03	1.910E-03	0.35	6.877E+01	1.1354E-01
33	-7.72E-03	-0.937	0.16	1.572E-04	2.200E-03	2.206E-03	0.4	6.950E+01	1.1596E-01
37	-7.74E-03	-0.9369	0.2025	1.148E-04	2.500E-03	2.503E-03	0.45	7.009E+01	1.1796E-01
41	-7.76E-03	-0.9368	0.25	6.600E-05	2.800E-03	2.801E-03	0.5	7.060E+01	1.1967E-01
45	-7.79E-03	-0.9367	0.3025	1.160E-05	3.100E-03	3.100E-03	0.55	7.104E+01	1.2116E-01
49	-7.81E-03	-0.9366	0.36	-4.800E-05	3.400E-03	3.400E-03	0.6	7.143E+01	1.2249E-01
53	7.84E-03	-0.9366	0.4225	-1.123E-04	3.500E-03	3.502E-03	0.65	6.790E+01	1.1069E-01
57	-7.88E-03	-0.9365	0.49	-1.808E-04	3.800E-03	3.804E-03	0.7	6.850E+01	1.1265E-01
61	-7.91E-03	0.9363	0.5625	-2.533E-04	4.200E-03	4.208E-03	0.75	7.071E+01	1.2004E-01
65	-7.95E-03	-0.9362	0.64	-3.293E-04	4.500E-03	4.512E-03	0.8	7.108E+01	1.2132E-01
69	-7.99E-03	-0.9361	0.7225	-4.088E-04	4.800E-03	4.817E-03	0.85	7.143E+01	1.2250E-01
73	-8.03E-03	-0.936	0.81	-4.914E-04	5.000E-03	5.024E-03	0.9	7.036E+01	1.1885E-01
77	-8.08E-03	-0.9359	0.9025	-5.771E-04	5.300E-03	5.331E-03	0.95	7.073E+01	1.2011E-01
81	-8.12E-03	-0.9357	1	-6.675E-04	5.600E-03	5.640E-03	1	7.108E+01	1.2130E-01
1313	-7.69E-03	-0.9373							
1317	-7.79E-03	-0.9376							
1321	-7.85E-03	-0.9378							
1325	-7.89E-03	-0.938							
1329	-7.90E-03	-0.9383							
1333	-7.91E-03	-0.9385							
1337	-7.90E-03	0.9387							
1341	-7.89E-03	-0.9389							
1345	-7.87E-03	-0.9392							
1349	7.85E-03	-0.9394							
1353	7.83E-03	-0.9396							
1357	7.80E-03	-0.9398							
1361	-7.77E-03	0.94							
1365	-7.73E-03	0.9401							

ตารางที่ ข-8 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 13 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-7.70E-03	-0.9403							
1373	-7.66E-03	-0.9405							
1377	-7.62E-03	-0.9407							
1381	-7.58E-03	-0.9409							
1385	7.54E-03	-0.941							
1389	-7.50E-03	-0.9412							
1393	-7.46E-03	-0.9413							

ตารางที่ ข-9 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C15

Contour 15				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J – integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
0.1155	0.113	0.1134	0.1135	0.1135
0.1135	0.1135	0.1135	0.1135	0.1135
0.1135	0.1135	0.1135	0.1135	0.1135
0.1135	0.1135	0.1135	0.1135	0.1135

ตารางที่ ข-10 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง CIS

ความยาว Interfacial crack 15 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1	-7.71E-03	-0.9639							
5	-7.70E-03	-0.9639	0.0025	1.374E-04	2.000E-04	2.426E-04	0.05	6.116E+01	8.9823E-02
9	-7.69E-03	-0.9638	0.01	1.994E-04	6.000E-04	6.323E-04	0.1	7.969E+01	1.5246E-01
13	-7.70E-03	-0.9638	0.0225	2.300E-04	8.000E-04	8.324E-04	0.15	6.994E+01	1.1745E-01
17	-7.70E-03	-0.9638	0.04	2.401E-04	1.000E-03	1.028E-03	0.2	6.481E+01	1.0084E-01
21	-7.71E-03	-0.9637	0.0625	2.350E-04	1.400E-03	1.420E-03	0.25	7.157E+01	1.2297E-01
25	-7.72E-03	-0.9636	0.09	2.178E-04	1.700E-03	1.714E-03	0.3	7.200E+01	1.2448E-01
29	-7.74E-03	-0.9636	0.1225	1.907E-04	1.900E-03	1.910E-03	0.35	6.876E+01	1.1353E-01
33	-7.76E-03	-0.9635	0.16	1.552E-04	2.200E-03	2.205E-03	0.4	6.949E+01	1.1594E-01
37	-7.78E-03	-0.9634	0.2025	1.123E-04	2.500E-03	2.503E-03	0.45	7.009E+01	1.1795E-01
41	-7.80E-03	-0.9634	0.25	6.300E-05	2.700E-03	2.701E-03	0.5	6.808E+01	1.1127E-01
45	-7.83E-03	-0.9633	0.3025	8.000E-06	3.000E-03	3.000E-03	0.55	6.875E+01	1.1347E-01
49	-7.85E-03	-0.9632	0.36	-5.220E-05	3.300E-03	3.300E-03	0.6	6.933E+01	1.1540E-01
53	-7.88E-03	-0.9631	0.4225	-1.171E-04	3.600E-03	3.602E-03	0.65	6.984E+01	1.1711E-01
57	-7.92E-03	-0.963	0.49	-1.861E-04	3.900E-03	3.904E-03	0.7	7.030E+01	1.1866E-01
61	-7.95E-03	-0.9629	0.5625	-2.593E-04	4.200E-03	4.208E-03	0.75	7.071E+01	1.2006E-01
65	-7.99E-03	-0.9628	0.64	-3.359E-04	4.400E-03	4.413E-03	0.8	6.952E+01	1.1604E-01
69	-8.03E-03	-0.9627	0.7225	-4.161E-04	4.700E-03	4.718E-03	0.85	6.996E+01	1.1752E-01
73	-8.07E-03	-0.9625	0.81	-4.995E-04	5.100E-03	5.124E-03	0.9	7.176E+01	1.2364E-01
77	-8.12E-03	-0.9624	0.9025	-5.859E-04	5.300E-03	5.332E-03	0.95	7.074E+01	1.2016E-01
81	-8.17E-03	-0.9623	1	-6.775E-04	5.600E-03	5.641E-03	1	7.109E+01	1.2135E-01
1313	-7.73E-03	-0.9639							
1317	-7.83E-03	-0.9641							
1321	-7.89E-03	-0.9644							
1325	-7.93E-03	-0.9646							
1329	-7.94E-03	-0.9648							
1333	-7.95E-03	-0.9651							
1337	-7.94E-03	-0.9653							
1341	-7.93E-03	-0.9655							
1345	-7.91E-03	-0.9657							
1349	-7.89E-03	-0.9659							
1353	-7.86E-03	-0.9661							
1357	-7.83E-03	-0.9663							
1361	-7.80E-03	-0.9665							
1365	-7.77E-03	0.9667							

ตารางที่ ข-10 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 15 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-7.73E-03	-0.9669							
1373	-7.69E-03	-0.9671							
1377	-7.66E-03	-0.9672							
1381	-7.62E-03	-0.9674							
1385	-7.57E-03	-0.9676							
1389	-7.53E-03	-0.9677							
1393	-7.49E-03	-0.9679							

ตารางที่ ข-11 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C17

Contours 17				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J - integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
0.118	0.1155	0.1159	0.116	0.116
0.116	0.116	0.116	0.116	0.116
0.116	0.116	0.116	0.116	0.116
0.116	0.116	0.116	0.116	0.116

ตารางที่ ข-12 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C17

ความยาว Interfacial crack 17 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm}/mm^2$)	G ($N \cdot mm/mm^2$)
1	-7.81E-03	-0.9991							
5	-7.80E-03	-0.9991	0.0025	1.385E-04	2.000E-04	2.433E-04	0.05	6.132E+01	9.0286E-02
9	-7.80E-03	-0.9991	0.01	2.007E-04	5.000E-04	5.388E-04	0.1	6.790E+01	1.1071E-01
13	-7.80E-03	-0.999	0.0225	2.312E-04	8.000E-04	8.327E-04	0.15	6.997E+01	1.1755E-01
17	-7.81E-03	-0.999	0.04	2.410E-04	1.000E-03	1.029E-03	0.2	6.482E+01	1.0089E-01
21	-7.81E-03	-0.9989	0.0625	2.354E-04	1.100E-03	1.125E-03	0.25	5.671E+01	7.7219E-02
25	-7.83E-03	-0.9989	0.09	2.176E-04	2.100E-03	2.111E-03	0.3	8.870E+01	1.8889E-01
29	-7.84E-03	-0.9988	0.1225	1.897E-04	2.200E-03	2.208E-03	0.35	7.952E+01	1.5181E-01
33	-7.86E-03	-0.9987	0.16	1.533E-04	2.300E-03	2.305E-03	0.4	7.263E+01	1.2666E-01
37	-7.88E-03	-0.9987	0.2025	1.094E-04	2.300E-03	2.303E-03	0.45	6.449E+01	9.9858E-02
41	-7.91E-03	-0.9986	0.25	5.910E-05	2.400E-03	2.401E-03	0.5	6.051E+01	8.7926E-02
45	-7.93E-03	-0.9985	0.3025	3.100E-06	3.500E-03	3.500E-03	0.55	8.020E+01	1.5445E-01
49	-7.96E-03	-0.9984	0.36	-5.820E-05	3.600E-03	3.600E-03	0.6	7.563E+01	1.3734E-01
53	-7.99E-03	-0.9983	0.4225	-1.243E-04	3.700E-03	3.702E-03	0.65	7.178E+01	1.2372E-01
57	-8.02E-03	-0.9982	0.49	-1.946E-04	3.800E-03	3.805E-03	0.7	6.851E+01	1.1269E-01
61	-8.06E-03	-0.9981	0.5625	-2.690E-04	3.900E-03	3.909E-03	0.75	6.569E+01	1.0362E-01
65	-8.10E-03	-0.998	0.64	-3.472E-04	5.000E-03	5.012E-03	0.8	7.896E+01	1.4970E-01
69	-8.14E-03	-0.9979	0.7225	-4.287E-04	5.100E-03	5.118E-03	0.85	7.589E+01	1.3827E-01
73	-8.18E-03	-0.9978	0.81	-5.135E-04	5.200E-03	5.225E-03	0.9	7.317E+01	1.2856E-01
77	-8.23E-03	-0.9976	0.9025	-6.015E-04	5.400E-03	5.433E-03	0.95	7.208E+01	1.2476E-01
81	-8.27E-03	-0.9975	1	-6.950E-04	5.500E-03	5.544E-03	1	6.987E+01	1.1721E-01
1313	-7.83E-03	-0.9991							
1317	-7.94E-03	-0.9993							
1321	-8.00E-03	-0.9996							
1325	-8.03E-03	-0.9998							
1329	-8.05E-03	-1							
1333	-8.05E-03	-1							
1337	-8.05E-03	-1.001							
1341	-8.03E-03	-1.001							
1345	-8.01E-03	-1.001							
1349	-7.99E-03	-1.001							
1353	-7.96E-03	-1.001							
1357	-7.93E-03	-1.002							
1361	-7.90E-03	1.002							
1365	-7.87E-03	-1.002							

ตารางที่ ข-12 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 17 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-7.83E-03	-1.002							
1373	-7.79E-03	-1.002							
1377	-7.75E-03	-1.003							
1381	-7.71E-03	-1.003							
1385	-7.67E-03	-1.003							
1389	-7.63E-03	-1.003							
1393	-7.58E-03	-1.003							

ตารางที่ ข-13 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C19

Contours 19				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J - integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
0.1223	0.1197	0.1201	0.1201	0.1202
0.1202	0.1202	0.1202	0.1202	0.1202
0.1202	0.1202	0.1202	0.1202	0.1202
0.1202	0.1202	0.1202	0.1202	0.1202

ตารางที่ ข-14 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C19

ความยาว Interfacial crack 19 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1	-7.97E-03	-1.043							
5	-7.96E-03	-1.043	0.0025	1.405E-04	0.000E+00	1.405E-04	0.05	3.542E+01	3.0115E-02
9	-7.96E-03	-1.043	0.01	2.033E-04	0.000E+00	2.033E-04	0.1	2.562E+01	1.5763E-02
13	-7.96E-03	-1.043	0.0225	2.337E-04	1.000E-03	1.027E-03	0.15	8.629E+01	1.7876E-01
17	-7.97E-03	-1.043	0.04	2.432E-04	1.000E-03	1.029E-03	0.2	6.485E+01	1.0099E-01
21	-7.98E-03	-1.043	0.0625	2.369E-04	1.000E-03	1.028E-03	0.25	5.181E+01	6.4447E-02
25	-7.99E-03	-1.043	0.09	2.181E-04	1.000E-03	1.024E-03	0.3	4.300E+01	4.4393E-02
29	-8.01E-03	-1.042	0.1225	1.892E-04	2.000E-03	2.009E-03	0.35	7.234E+01	1.2565E-01
33	-8.03E-03	-1.042	0.16	1.515E-04	3.000E-03	3.004E-03	0.4	9.465E+01	2.1508E-01
37	-8.05E-03	-1.042	0.2025	1.064E-04	3.000E-03	3.002E-03	0.45	8.408E+01	1.6972E-01
41	-8.07E-03	-1.042	0.25	5.460E-05	3.000E-03	3.000E-03	0.5	7.563E+01	1.3735E-01
45	-8.10E-03	-1.042	0.3025	-3.000E-06	3.000E-03	3.000E-03	0.55	6.875E+01	1.1347E-01
49	-8.13E-03	-1.042	0.36	-6.610E-05	4.000E-03	4.001E-03	0.6	8.403E+01	1.6955E-01
53	-8.16E-03	-1.042	0.4225	-1.339E-04	4.000E-03	4.002E-03	0.65	7.760E+01	1.4459E-01
57	-8.19E-03	-1.042	0.49	-2.062E-04	4.000E-03	4.005E-03	0.7	7.212E+01	1.2487E-01
61	-8.23E-03	-1.042	0.5625	-2.825E-04	4.000E-03	4.010E-03	0.75	6.739E+01	1.0903E-01
65	-8.27E-03	-1.042	0.64	-3.626E-04	4.000E-03	4.016E-03	0.8	6.328E+01	9.6131E-02
69	-8.31E-03	-1.042	0.7225	-4.463E-04	4.000E-03	4.025E-03	0.85	5.968E+01	8.5512E-02
73	-8.35E-03	-1.041	0.81	-5.333E-04	6.000E-03	6.024E-03	0.9	8.435E+01	1.7085E-01
77	-8.40E-03	-1.041	0.9025	-6.234E-04	6.000E-03	6.032E-03	0.95	8.003E+01	1.5378E-01
81	-8.45E-03	-1.041	1	-7.197E-04	6.000E-03	6.043E-03	1	7.616E+01	1.3928E-01
1313	-7.99E-03	-1.043							
1317	-8.10E-03	-1.043							
1321	-8.16E-03	-1.043							
1325	-8.20E-03	-1.044							
1329	-8.21E-03	-1.044							
1333	-8.22E-03	-1.044							
1337	-8.21E-03	-1.044							
1341	-8.20E-03	-1.044							
1345	-8.18E-03	-1.045							
1349	-8.15E-03	-1.045							
1353	-8.13E-03	1.045							
1357	-8.09E-03	-1.045							
1361	-8.06E-03	-1.046							
1365	-8.02E-03	-1.046							

ตารางที่ ข-14 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 19 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-7.99E-03	-1.046							
1373	-7.95E-03	-1.046							
1377	-7.90E-03	-1.046							
1381	-7.86E-03	-1.046							
1385	-7.82E-03	-1.047							
1389	-7.77E-03	-1.047							
1393	-7.73E-03	-1.047							

ตารางที่ ข-15 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C21

Contours 21				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J - integral ($N \cdot mm/mm^2$)				
0.1354	0.1325	0.133	0.1331	0.1331
0.1331	0.1331	0.1331	0.1331	0.1331
0.1331	0.1331	0.1331	0.1331	0.1331
0.1331	0.1331	0.1331	0.1331	0.1331

ตารางที่ ข-16 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C21

ความยาว Interfacial crack 21 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1	-8.42E-03	-1.125							
5	-8.41E-03	-1.125	0.0025	1.473E-04	0.000E+00	1.473E-04	0.05	3.713E+01	3.3101E-02
9	-8.40E-03	-1.125	0.01	2.127E-04	1.000E-03	1.022E-03	0.1	1.289E+02	3.9865E-01
13	8.41E-03	-1.125	0.0225	2.439E-04	1.000E-03	1.029E-03	0.15	8.649E+01	1.7959E-01
17	-8.41E-03	-1.125	0.04	2.532E-04	1.000E-03	1.032E-03	0.2	6.501E+01	1.0146E-01
21	-8.42E-03	-1.125	0.0625	2.459E-04	1.000E-03	1.030E-03	0.25	5.192E+01	6.4712E-02
25	-8.44E-03	-1.125	0.09	2.255E-04	2.000E-03	2.013E-03	0.3	8.456E+01	1.7166E-01
29	-8.45E-03	-1.125	0.1225	1.943E-04	2.000E-03	2.009E-03	0.35	7.236E+01	1.2571E-01
33	-8.47E-03	-1.125	0.16	1.540E-04	2.000E-03	2.006E-03	0.4	6.320E+01	9.5913E-02
37	-8.50E-03	-1.125	0.2025	1.057E-04	2.000E-03	2.003E-03	0.45	5.609E+01	7.5547E-02
41	-8.52E-03	-1.125	0.25	5.050E-05	3.000E-03	3.000E-03	0.5	7.563E+01	1.3734E-01
45	-8.55E-03	-1.125	0.3025	-1.100E-05	3.000E-03	3.000E-03	0.55	6.875E+01	1.1347E-01
49	-8.58E-03	1.124	0.36	-7.800E-05	4.000E-03	4.001E-03	0.6	8.404E+01	1.6957E-01
53	-8.61E-03	-1.124	0.4225	-1.500E-04	4.000E-03	4.003E-03	0.65	7.761E+01	1.4464E-01
57	-8.65E-03	-1.124	0.49	-2.269E-04	4.000E-03	4.006E-03	0.7	7.214E+01	1.2494E-01
61	-8.69E-03	-1.124	0.5625	3.080E-04	5.000E-03	5.009E-03	0.75	8.418E+01	1.7015E-01
65	-8.73E-03	-1.124	0.64	-3.930E-04	5.000E-03	5.015E-03	0.8	7.901E+01	1.4990E-01
69	-8.77E-03	-1.124	0.7225	-4.818E-04	5.000E-03	5.023E-03	0.85	7.448E+01	1.3319E-01
73	-8.82E-03	-1.124	0.81	-5.741E-04	5.000E-03	5.033E-03	0.9	7.048E+01	1.1927E-01
77	-8.87E-03	-1.124	0.9025	-6.697E-04	5.000E-03	5.045E-03	0.95	6.693E+01	1.0754E-01
81	-8.92E-03	-1.123	1	-7.721E-04	7.000E-03	7.042E-03	1	8.876E+01	1.8916E-01
1313	-8.44E-03	-1.125							
1317	-8.55E-03	-1.125							
1321	-8.62E-03	-1.126							
1325	-8.65E-03	-1.126							
1329	-8.67E-03	-1.126							
1333	-8.67E-03	-1.126							
1337	-8.66E-03	-1.127							
1341	-8.65E-03	-1.127							
1345	-8.63E-03	-1.127							
1349	-8.60E-03	-1.127							
1353	-8.57E-03	-1.128							
1357	-8.54E-03	1.128							
1361	-8.50E-03	1.128							
1365	-8.46E-03	-1.128							

ตารางที่ ข-16 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 21 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-8.42E-03	-1.128							
1373	-8.38E-03	-1.129							
1377	-8.33E-03	-1.129							
1381	-8.29E-03	-1.129							
1385	-8.24E-03	-1.129							
1389	-8.20E-03	-1.129							
1393	-8.14E-03	-1.13							

ตารางที่ ข-17 คอนทัวร์อินทิกรัลของตัวอย่าง C23

Contours 23				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
J – integral ($N \cdot mm / mm^2$)				
0.1273	0.1246	0.125	0.1251	0.1251
0.1251	0.1251	0.1251	0.1251	0.1251
0.1251	0.1251	0.1251	0.1251	0.1251
0.1251	0.1251	0.1251	0.1251	0.1251

ตารางที่ ข-18 แสดงผลการเลือกค่า u_1, u_2 ที่เหมาะสมของตัวอย่าง C23

ความยาว Interfacial crack 23 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ \mu $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1	-8.19E-03	-1.119							
5	-8.18E-03	-1.119	0.0025	1.421E-04	0.000E+00	1.421E-04	0.05	3.582E+01	3.0805E-02
9	-8.18E-03	-1.119	0.01	2.048E-04	0.000E+00	2.048E-04	0.1	2.581E+01	1.5997E-02
13	-8.18E-03	-1.118	0.0225	2.343E-04	1.000E-03	1.027E-03	0.15	8.630E+01	1.7881E-01
17	-8.19E-03	-1.118	0.04	2.424E-04	2.000E-03	2.015E-03	0.2	1.270E+02	3.8699E-01
21	-8.20E-03	-1.118	0.0625	2.345E-04	2.000E-03	2.014E-03	0.25	1.015E+02	2.4745E-01
25	-8.21E-03	-1.118	0.09	2.140E-04	2.000E-03	2.011E-03	0.3	8.450E+01	1.7145E-01
29	-8.22E-03	-1.118	0.1225	1.829E-04	2.000E-03	2.008E-03	0.35	7.232E+01	1.2558E-01
33	-8.24E-03	-1.118	0.16	1.430E-04	2.000E-03	2.005E-03	0.4	6.318E+01	9.5835E-02
37	-8.27E-03	-1.118	0.2025	9.540E-05	3.000E-03	3.002E-03	0.45	8.407E+01	1.6968E-01
41	-8.29E-03	-1.118	0.25	4.110E-05	3.000E-03	3.000E-03	0.5	7.563E+01	1.3733E-01
45	-8.32E-03	-1.118	0.3025	-1.930E-05	3.000E-03	3.000E-03	0.55	6.875E+01	1.1348E-01
49	-8.35E-03	-1.118	0.36	-8.510E-05	3.000E-03	3.001E-03	0.6	6.304E+01	9.5424E-02
53	-8.38E-03	-1.118	0.4225	-1.558E-04	4.000E-03	4.003E-03	0.65	7.762E+01	1.4465E-01
57	-8.41E-03	-1.118	0.49	-2.311E-04	4.000E-03	4.007E-03	0.7	7.214E+01	1.2495E-01
61	-8.45E-03	-1.118	0.5625	-3.106E-04	4.000E-03	4.012E-03	0.75	6.742E+01	1.0914E-01
65	-8.49E-03	-1.117	0.64	-3.939E-04	5.000E-03	5.015E-03	0.8	7.902E+01	1.4991E-01
69	-8.53E-03	-1.117	0.7225	-4.808E-04	5.000E-03	5.023E-03	0.85	7.448E+01	1.3319E-01
73	-8.58E-03	-1.117	0.81	-5.711E-04	5.000E-03	5.033E-03	0.9	7.047E+01	1.1925E-01
77	-8.63E-03	-1.117	0.9025	-6.646E-04	6.000E-03	6.037E-03	0.95	8.009E+01	1.5400E-01
81	-8.67E-03	-1.117	1	-7.652E-04	6.000E-03	6.049E-03	1	7.623E+01	1.3953E-01
1313	-8.21E-03	-1.119							
1317	-8.32E-03	-1.119							
1321	-8.38E-03	-1.119							
1325	-8.41E-03	-1.119							
1329	-8.43E-03	-1.12							
1333	-8.43E-03	-1.12							
1337	-8.42E-03	-1.12							
1341	-8.41E-03	-1.12							
1345	-8.39E-03	-1.12							
1349	-8.36E-03	1.121							
1353	-8.33E-03	-1.121							
1357	-8.30E-03	-1.121							
1361	-8.26E-03	-1.121							
1365	-8.22E-03	-1.122							

ตารางที่ ข-18 (ต่อ)

ความยาว Interfacial crack 23 มม.									
Node	u_1 (mm.)	u_2 (mm.)	r (mm.)	Δu_1 (mm.)	Δu_2 (mm.)	$ u $ (mm)	\sqrt{r}	$ K $ ($N\sqrt{mm} / mm^2$)	G ($N \cdot mm / mm^2$)
1369	-8.18E-03	-1.122							
1373	-8.14E-03	-1.122							
1377	-8.10E-03	-1.122							
1381	-8.05E-03	-1.122							
1385	-8.01E-03	-1.122							
1389	-7.96E-03	-1.123							
1393	-7.91E-03	-1.123							

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ : นายไพโรจน์ เริงสุทธิ

ชื่อวิทยานิพนธ์ : พฤติกรรมการหลุดลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ที่ใช้เสริมกำลัง
ให้กับคาน คสล.

สาขาวิชา : วิศวกรรมโยธา

ประวัติ

การศึกษา ปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา
สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล ปีการศึกษา 2537

การทำงาน ปัจจุบันรับราชการในตำแหน่งวิศวกรโยธา 6 ว. กลุ่มงานออกแบบทาง
สำนักสำรวจและออกแบบ กรมทางหลวงชนบท กระทรวงคมนาคม
สถานที่ติดต่อ เลขที่ 26 หมู่ 11 ต. บ้านเป้า อ. เมือง จ. ลำปาง (52000)