

การจำลองและการสร้างภาพแสดงผลของความเข้ม熒ในไฟฟ้าสถิต
อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์

นายอรรถพล แวงไสธรรม*

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์และสารสนเทศ
บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าฯ พระนครเหนือ
ปีการศึกษา 2549
ลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าฯ พระนครเหนือ

ชื่อ : นายอรรถพล แวงโศธรรณ์
 ชื่อวิทยานิพนธ์ : การจำลองและการสร้างภาพแสดงผลของความเข้มสนามไฟฟ้าสถิต
 อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์
 สาขาวิชา : วิทยาการคอมพิวเตอร์
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
 ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : รองศาสตราจารย์สมชาติ รุ่งเรืองสารการ
 อาจารย์ไกรสาร ไชยวังค์
 ปีการศึกษา : 2549

บทคัดย่อ

ขณะที่เราใช้โทรศัพท์มือถือศีรษะเป็นอวัยวะที่อยู่ใกล้ที่สุด เมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของโทรศัพท์มือถือแผ่กระจายเข้าสู่ตัวนำ จะทำให้เกิดการไหลของกระแสไฟฟ้าในตัวนำ เช่น ร่างกายของมนุษย์ เป็นต้น เพื่อศึกษาผลกระทบของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าต่อสุขภาพมนุษย์ ในเบื้องต้นงานวิจัยนี้ศึกษาที่ความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิต อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ รูปทรงลูกบาศก์ขนาด $9 \times 9 \times 9$ Voxel ด้วยการจำลอง Voxel-based Model แบบสเกลลาร์ด้วยค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของสมองมนุษย์ เช่น ความต้านทานไฟฟ้า ทำการจำลองการป้อนแรงดันไฟฟ้าสถิตเพื่อศึกษาการกระจายของศักย์ไฟฟ้า ด้วยการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขร่วมกับทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้า แล้วทำการจำลองและแสดงผลภาพการแยกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ ยืนยันผลการคำนวณเบริกน์เก็บกับการวัดในวัสดุจริง ได้ผลลัพธ์ถูกต้องตามทฤษฎี ผู้วิจัยใช้ระเบียบวิธีผ่อนปรนเกินสีบเนื่อง เพื่อคำนวณอัตราการซึมซับเฉพาะส่วนในวัสดุเอกสารพันธ์รูปทรงลูกบาศก์ขนาด $100 \times 100 \times 100$ Voxel กำหนดค่าความผิดพลาดที่ยอมให้หยุดได้ (ϵ_s) เท่ากับ 0.02 เปอร์เซ็นต์ และค่าถ่วงน้ำหนัก (ω) เท่ากับ 1.6 ใช้รอบในการทำซ้ำเท่ากับ 156 รอบ และเวลาในการคำนวณเท่ากับ 1 นาที

(วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 70 หน้า)

คำสำคัญ : การจำลองและการแสดงผลภาพ, สนามไฟฟ้าสถิต, แบบจำลองศีรษะมนุษย์,
 แบบจำลอง Voxel-based, ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

Name : Mr. Atthapol Wangsotorn
Thesis Title : Simulations and Visualization of Electrostatic Field Strength Caused by
Electrostatic Voltage Source in Homogeneous Material
Major Field : Computer Science
King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok
Thesis Advisors : Associate Professor Somchart Roongruangsorakarn
Mr. Kraisorn Chaisaowong
Academic Year : 2006

Abstract

During the usage of a mobile phone, human head is the most exposed organ to electromagnetic wave, which is propagated from the radio frequency device. Due to electromagnetic induction, electrical current occur in a proper conductive medium, such as our biological organ. Hence, we have to investigate their effect on the human health. In this work, we have used the computerized modeling and simulation technique to study the strength of electrostatic field caused by an electrostatic source in a homogeneous material volume size $9 \times 9 \times 9$. We have constructed a voxel-based homogenous model of human head consisting of electric elements, i.e. the resistances. Then, we have implemented the simulation of voltage distribution caused by virtual voltage source. Under the application of the numerical technique in combination with electromagnetic theory, we have then simulated and visualized the distribution of electrostatic field strength over the volume. The results conformed to the expected theoretical behavior. We used Successive Over-relaxation method to calculate the SAR in homogeneous material volume size $100 \times 100 \times 100$ and defined stopping tolerance (ϵ_s) equal 0.02 percent, weight factor (ω) equal 1.6. The time to spend is 1 minute and iteration as 156.

(Total 70 pages)

Keywords : Simulations and Visualization, Electrostatic, Human Head Model,
Voxel based-Model, Numerical Method

Advisor

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอรับขอบพระคุณรองศาสตราจารย์สมชาติ รุ่งเรืองสรรการ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้ความรู้ คำแนะนำ คำสอน แนวทางปฏิบัติ รวมทั้งตักเตือนและส่งเสริมผู้วิจัยในทางที่ดี และขอขอบพระคุณอาจารย์ไกรสาร ไชยชาวงศ์ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่ให้ความรู้ คำปรึกษา ข้อมูล ข้อคิดเห็นเป็นอย่างดี ต้องเสียสละเวลาเดินทางกลับมาหาลายคริ้งจากต่างประเทศเพื่อ มาเป็นกรรมการสอบให้แก่ผู้วิจัย ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์มนูญ พ่วงพุด และ อาจารย์ ดร.พงษ์ศักดิ์ กีรติวนิทกุร ที่ให้คำแนะนำต่าง ๆ ขอบคุณภาควิชาการคอมพิวเตอร์ที่ให้ ทุนอุดหนุนในการประชุมทางวิชาการ JCSSE2006 และบันทึกวิทยาลัยที่ให้ทุนในการลงทะเบียน ในงานประชุมทางวิชาการ ECTI 2007 มา ณ ที่นี้ด้วย

ผู้วิจัยขอรับขอบพระคุณบิดา มารดา คุณพัชรี แวงไசราณ์ และคุณปิยะฉัตร แวงไசราณ์ ที่ ให้กำลังใจ เสียสละเวลา ให้ทุนทรัพย์แก่ผู้วิจัย ขอบคุณ คุณศศิพิชญ์ พลอยนิล คุณภาคภูมิ ดิเรกโภค และคุณวรุฒิ วงศ์โรจนะ ที่ทำงานวิจัยนี้ร่วมกัน คุณกฤณณะ สีพนมวัน คุณอำนาจ สาทสิทธิ์ คุณพีระพงษ์ วงศ์กรเวช เพื่อนรุ่น MCS คุณวิชชุพงศ์ โลติยิ่ม รวมทั้งทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำ และช่วยเหลือ คุณวีรศิทธิ์ บัวส่อง รวมถึงทุกท่านที่เคยให้กำลังใจ และความ สนับสนุนมาตลอด

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยยกพุทธศาสนาสุภาษณ์มากล่าวว่า “อตุตานั่น ทมยนุติ สุพุตตา” หมายความว่า “ผู้ ประพฤติดี ย่อมฝึกตนอยู่เป็นนิจ”

อรรถพล แวงไசราณ์

สารบัญ

| | หน้า |
|---|-----------|
| บทคัดย่อภาษาไทย | ๑ |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ | ๒ |
| กิตติกรรมประกาศ | ๓ |
| สารบัญตาราง | ๔ |
| สารบัญภาพ | ๕ |
| บทที่ 1 บทนำ | ๑ |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา | ๑ |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย | ๒ |
| 1.3 สมมติฐานในการวิจัย | ๓ |
| 1.4 ขอบเขตการวิจัย | ๓ |
| 1.5 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการ | ๓ |
| 1.6 ประโยชน์ของการวิจัย | ๓ |
| บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | ๔ |
| 2.1 บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | ๔ |
| 2.2 วิธีแก้การแก้ระบบสมการเชิงเส้น | ๖ |
| 2.3 ทฤษฎีของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Theories) | ๑๐ |
| 2.4 การใช้ทุ่นจำลองศีรษะมนุษย์ | ๑๕ |
| 2.5 ไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนซ์ | ๑๙ |
| 2.6 การประยุกต์ไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนซ์ใน 2 มิติ | ๒๐ |
| บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย | ๓๒ |
| 3.1 พฤติกรรมทางไฟฟ้าของไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนซ์ใน ขอบเขต 3 มิติ | ๓๒ |
| 3.2 แบบจำลองสมองมนุษย์ด้วย Voxel | ๓๗ |
| 3.3 แบบจำลองสมองมนุษย์ด้วยโครงข่ายตัวถ้านทาน | ๓๗ |
| 3.4 ความเข้มสนามไฟฟ้า (\vec{E}) | ๓๘ |
| 3.5 อัตราการซึมซับคลื่นจามเพาะ (SAR) | ๔๐ |

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|---|------|
| บทที่ 4 ผลการทดลอง | 42 |
| 4.1 รายละเอียดของระบบที่ใช้ | 42 |
| 4.2 การแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ของวงจรระดับ 3 มิติ | 43 |
| 4.3 ผลการคำนวณ | 52 |
| 4.4 คำนวณการแยกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้า | 57 |
| 4.5 คำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะในศีรษะมนุษย์มีขนาด เท่ากับ $100 \times 100 \times 100$ Voxel | 60 |
| บทที่ 5 สรุปข้อวิจัยและเสนอแนะ | 65 |
| 5.1 สรุปผลการวิจัย | 65 |
| 5.2 ข้อเสนอแนะ | 66 |
| เอกสารอ้างอิง | 67 |
| ประวัติผู้วิจัย | 70 |

สารบัญตาราง

| ตารางที่ | หน้า |
|---|------|
| 2-1 ผลของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงในแต่ละ Voxel เมื่อข้อมูลแนวคอลัมก์คือในแกน x และข้อมูลในแถวคือตำแหน่งในแกน y | 31 |
| 3-1 คุณสมบัติทางไฟฟ้าของเนื้อเยื่อต่อความถี่ 900 MHz และความถี่ 1800 MHz | 41 |
| 3-2 ความหนาแน่นของมวลเนื้อเยื่อ | 41 |
| 4-1 รายละเอียดของระบบที่ใช้พัฒนา | 42 |
| 4-2 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ณ ตำแหน่งเลเยอร์ที่ 9 | 53 |
| 4-3 การวัดศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ณ ตำแหน่งเลเยอร์ที่ 9 | 53 |
| 4-4 ค่า E_x ของการแยกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่เลเยอร์ที่ 5 | 58 |
| 4-5 ค่า E_y ของการแยกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่เลเยอร์ที่ 5 | 58 |
| 4-6 ค่า E_z ของการแยกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่เลเยอร์ที่ 5 | 58 |
| 4-7 ค่า Absolute Value ของการแยกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่เลเยอร์ที่ 5 | 58 |

สารบัญภาพ

| ภาพที่ | หน้า |
|--|------|
| 2-1 วงจรไฟฟ้าที่มีกระแสไฟฟ้าสามสาขา คือ I_1 , I_2 และ I_3 | 10 |
| 2-2 วงจรไฟฟ้าวงจรปิดที่มีความต้านทาน R_1 , R_2 และ R_3 ต่ออนุกรมอยู่กัน แหล่งจ่าย V_s | 11 |
| 2-3 วงจรไฟฟ้าที่มีระบบสมการ 8 สมการ โดยที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 8 ตัวแปร | 12 |
| 2-4 กำหนดทิศทางของกระแสในวงจรไฟฟ้า | 12 |
| 2-5 วงจรไฟฟ้าที่มีที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 26 ตัวแปร | 14 |
| 2-6 เมตริกซ์ของวงจรไฟฟ้าที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 26 ตัวแปร | 15 |
| 2-7 ชุดการทดลองวัดคุณสมบัติทางไฟฟ้าของแบบจำลองของเหลวที่ผสานด้วย สารเคมีที่มีคุณสมบัติทางฟิสิกส์เหมือนศีรษะมนุษย์ | 16 |
| 2-8 ชนิดของ Voxel ก) Vector Voxel คือ Voxel ที่ได้จากการหาค่าของ กระแสไฟฟ้าที่ไหลดผ่านแต่ละด้านของ Voxel ข) Scalar Voxel คือ Voxel ที่ได้จากการหาค่าของศักย์ไฟฟ้าที่จุดยอดของแต่ละ Voxel | 17 |
| 2-9 ก) Vector Voxel ข) การแทน Vector Voxel ด้วยการกำหนดค่า อิมพีเดนซ์ที่ขอบ | 17 |
| 2-10 การคำนวณหาค่ากระแสของ Vector Voxel ที่มีอิมพีเดนซ์อยู่ที่ขอบ | 18 |
| 2-11 เทคนิคการแทน Voxel ด้วยตัวต้านทานต่อออกจากจุดอ้างอิงไปยังจุด กึ่งกลางของผนังทั้ง 6 ด้าน | 18 |
| 2-12 ก) ตัวอย่างวัสดุออกพันธ์รูปทรงสี่เหลี่ยม ข) การแบ่งวัสดุออกพันธ์ รูปทรงสี่เหลี่ยมให้ประกอบด้วย Voxel เล็ก ๆ เรียงติดกัน | 19 |
| 2-13 การกำหนดจุดอ้างอิงกึ่งกลาง Voxel ทั้งในแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ | 19 |
| 2-14 การแทนค่าและมิติแตenh์ด้วยตัวต้านทานโดยการต่อจากจุดอ้างอิง ไปยังจุดกึ่งกลางของผนังด้านนอกทั้ง 6 ด้าน | 20 |
| 2-15 แทนค่าความนำลงในแต่ละ Voxel | 20 |
| 2-16 พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel k ($V_{k,k}$) เมื่อ Voxel k อยู่ภายในวัสดุออกพันธ์ | 22 |

สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ | หน้า |
|---|------|
| 2-17 พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดขอบ ($V_{k,i}$) เมื่อ Voxel k อยู่ที่ขอบของวัสดุ เอกสารพันธ์ | 23 |
| 2-18 แทนวัสดุตัวอย่างด้วยตัวถ่านทานโดยให้ Voxel มีขนาดเท่ากับ 10×10 | 25 |
| 2-19 แผนผังการสร้างเมตริกซ์ระบบสมการเชิงเส้นในขอบเขตวงจรไฟฟ้า 2 มิติ | 27 |
| 2-20 เมตริกซ์ความนำไฟฟ้า $[A]$ ที่ได้จากการคำนวณ เมื่อ Voxel ขนาด เท่ากับ 10×10 โดยป้อนศักย์ไฟฟ้านานาด 10 โวลท์เข้าที่จุด (9,1) และกราวน์ค์ที่จุด (2,10) | 28 |
| 2-21 เมื่อ Voxel ขนาดเท่ากับ 10×10 และป้อนศักย์ไฟฟ้านานาด 10 โวลท์ เข้าที่จุด (9,1) และกราวน์ค์ที่จุด (2,10) | 29 |
| 2-22 การกระจายความเข้มสนามไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิต ในวัสดุเอกสารพันธ์ ที่ได้จากการคำนวณ โดยใช้ MATLAB วัด โดยค่า Contour = 40 | 31 |
| 3-1 แทนค่าความถ่านทานในแต่ละ Voxel ย่อย | 32 |
| 3-2 พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel k ($V_{k,k}$) เมื่อ Voxel k อยู่ภายในปริมาตรวัสดุเอกสารพันธ์ | 33 |
| 3-3 พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดขอบ ($V_{k,i}$) เมื่อ Voxel k อยู่ที่ขอบของปริมาตร วัสดุเอกสารพันธ์ | 34 |
| 3-4 แผนผังการสร้างเมตริกซ์ระบบสมการเชิงเส้นในขอบเขตวงจรไฟฟ้า 3 มิติ | 36 |
| 3-5 การต่อแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตเข้ากับแบบจำลองขนาด $9 \times 9 \times 9$ Voxel | 37 |
| 3-6 แบบจำลองโครงสร้างตัวถ่านทานสามมิติขนาด $9 \times 9 \times 9$ Voxel | 38 |
| 3-7 กำหนด Voxel k กับ Voxel ข้างเคียงทั้ง 6 เมื่อ d คือความกว้างของ Voxel | 38 |
| 4-1 วัสดุเอกสารพันธ์ที่ประกอบด้วย Voxel ที่มีขนาด $nx = 9$ $ny = 9$ $nz = 9$ และ การทำหนดตำแหน่งอาร์เรย์ | 44 |
| 4-2 เมตริกซ์ความนำไฟฟ้า $[A]$ ที่ได้จากการคำนวณเมื่อขนาดของ Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ | 45 |
| 4-3 การกำหนดค่าเวกเตอร์หักย์ไฟฟ้า $\{V\}$ และเวกเตอร์กระแสไฟฟ้า $\{I\}$ | 46 |

สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ | หน้า |
|--|------|
| 4-4 เมตริกซ์ [A] ที่ได้จากการคำนวณเมื่อขนาดของ Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ | 47 |
| 4-5 เมตริกซ์ [A] เมื่อทำการลบค่า 0 ออก โดยขนาดของ Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 532900 หน่วย | 48 |
| 4-6 เมตริกซ์ [NewA] ที่ปรับปรุงแล้ว เมื่อจำนวนของ Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ โดยมีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 5110 หน่วย | 49 |
| 4-7 เปรียบเทียบการเพิ่มขึ้นของขนาดเมตริกซ์ [A] กับขนาดของเมตริกซ์ [NewA] เมื่อ $n = 1, 2, \dots, 5$ โดยที่ $n = n_x = n_y = n_z$ | 50 |
| 4-8 เปรียบเทียบการเพิ่มขึ้นของขนาดเมตริกซ์ [A] กับขนาดของเมตริกซ์ [NewA] เมื่อ $n = 1, 2, \dots, 100$ โดยที่ $n = n_x = n_y = n_z$ | 51 |
| 4-9 เมตริกซ์ของระบบสมการเชิงเส้นที่ปรับปรุงแล้ว เมื่อ Voxel มีขนาดเท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ | 52 |
| 4-10 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของเลเยอร์ที่ 9 ระหว่างผลการคำนวณ กับการวัดจากโครงข่ายตัวต้านทาน | 54 |
| 4-11 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของเลเยอร์ที่ 1 ถึง 8 ระหว่างผลการคำนวณ และการวัดจากโครงข่ายตัวต้านทาน | 55 |
| 4-12 ก) ภาพ Contour ของการกระจายศักย์ไฟฟ้าที่เลเยอร์ที่ 9 ข) ภาพ Shading ของศักย์ไฟฟ้าที่เลเยอร์ที่ 9 | 56 |
| 4-13 ภาพของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ขนาด $9 \times 9 \times 9$ ที่ได้จากทุกเลเยอร์ | 56 |
| 4-14 ภาพ ISO-Surface ของการกระจายของศักย์ไฟฟ้าที่ได้ของเลเยอร์ที่ 1 ถึงเลเยอร์ที่ 9 | 57 |
| 4-15 การแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่ระนาบ zx เมื่อ $y=4$ | 59 |
| 4-16 การแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่ระนาบ zx เมื่อ $y=4$ ตัด垂直 กับภาพการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่ระนาบ yx เมื่อ $z=5$ | 59 |
| 4-17 จำลองการคำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะ อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ที่มีขนาด 10 cm^3 และขนาดของ Voxel เท่ากับ 0.1 cm^3 (กำหนดให้วัสดุเอกสารพันธ์แทนเนื้อเยื่อสมอง) | 61 |

สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ | หน้า |
|--|------|
| 4-18 ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel เมื่อ Voxel มีขนาดเท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ | 62 |
| 4-19 ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel ในระนาบ xy เมื่อ $z=1$ และ Voxel มีขนาดเท่ากับ $100 \times 100 \times 100$ | 63 |
| 4-20 อัตราการซึมซับจำเพาะของเนื้อเยื่อสมองมนุษย์ เมื่อ Voxel มีขนาดเท่ากับ $100 \times 100 \times 100$ | 63 |
| 4-21 อัตราการซึมซับจำเพาะของเนื้อเยื่อเยื่อสมองมนุษย์ ที่ระนาบ xy, เมื่อ $z = 49$ โดยที่ Voxel มีขนาดเท่ากับ $100 \times 100 \times 100$ | 64 |

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เครื่องใช้ไฟฟ้าในปัจจุบันนักงานจะอำนวยความสะดวกได้ด้วย [1,2,3] เหตุนี้เราจึงจำเป็นที่จะต้องคิดหากระบวนการขึ้นมา เพื่อใช้ในการทดสอบ และพิสูจน์ให้เห็นได้ว่าเทคโนโลยี เครื่องมือ หรือเครื่องใช้เหล่านั้นจะมีผลกระทบอันนำมาซึ่งไทยทั้งทางตรง หรือทางอ้อมให้กับสุขภาพหรือไม่

เครื่องใช้ไฟฟ้าที่สามารถส่งคลื่นวิทยุได้ เช่น โทรศัพท์เคลื่อนที่ (Mobile Phone) สามารถกระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสู่สิ่งแวดล้อม ซึ่งเราเองในฐานะผู้ใช้ก็รวมอยู่ในสิ่งแวดล้อมนั้นด้วย ผลกระทบต่อสิ่งแวดล้อมที่เกิดจากเครื่องใช้ไฟฟารอบข้างตัวเรา ยังไม่ได้รับการพิสูจน์ให้เห็นชัดได้ว่ามีไทยต่ออวัยวะภายในร่างกายมณฑ์หรือไม่ ศิรษะเป็นอวัยวะที่อยู่ใกล้โทรศัพท์เคลื่อนที่มากที่สุด การทดลองหาผลที่เกิดขึ้นทำได้ยากในสถานการณ์จริง การใช้แบบจำลองที่เป็นฐานข้อมูลระบบคอมพิวเตอร์จะทำให้การทดสอบเป็นไปได้ง่ายขึ้น

การวิจัยและการตรวจสอบผลกระทบของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าดังกล่าว สามารถกระทำได้หลายทาง การตรวจวัดผลกระทบโดยตรงสามารถกระทำได้ทั้งกับวิธีทดลองกับมนุษย์หรือสัตว์ [4] อย่างไรตามวิธีโดยเราไม่สามารถกระทำได้โดยง่าย เนื่องจากเป็นการทดลองที่ผิดศีลธรรม และยังต้องใช้กระบวนการทดลองที่ราคาแพง การทดลองมีความซับซ้อนมาก

จาก [5] ได้สรุปข้อมูลคุณสมบัติทางไฟฟ้า (Dielectric Properties) ด้วยวิธีการแบ่งภาพศิรษะมนุษย์ออกเป็นปริมาตรขนาดเล็ก (Voxel) และสามารถคำนวณหาสมบัติการนำไฟฟ้าที่ตำแหน่งอ้างอิงของแต่ละ Voxel ทำให้สามารถสร้างแบบจำลองการกระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในศิรษะมนุษย์

การรวบรวมผลของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าต่ออวัยวะมนุษย์ [5] กล่าวถึงการแผ่กระจายของอัตราการซึมซับจำเพาะ (Specific Absorption Rate: SAR) การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิ (Temperature Rise) ที่เกิดขึ้นในอวัยวะมนุษย์

สำหรับผลประภูมิการณ์อื่น ๆ จากการแผ่กระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถทำได้โดยการคำนวณการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิในแต่ละอวัยวะ โดยอาศัยคุณสมบัติทางอุณหภูมิของอวัยวะต่าง ๆ ที่เกิดจากการแผ่กระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า คุณสมบัติทางฟิสิกส์ของอวัยวะมีอยู่ซึ่งเป็นผลที่เกิดจากการแผ่กระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถแบ่งออก 2 กลุ่ม

กลุ่มที่ 1 คือ คุณสมบัติทางแม่เหล็กไฟฟ้า เช่น ค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ (Relative Permittivity: ϵ_r) และค่าสมบัติการนำไฟฟ้า (Conductivity: σ [s/m]) นอกจากนี้ยังมีค่าความหนาแน่น (Density: ρ [kg/m³]) หรือน้ำหนักจำเพาะ (Specific Gravity) ของเนื้อเยื่อแต่ละประเภท

กลุ่มที่ 2 คือ คุณสมบัติทางอุณหภูมิ เช่น ค่าความร้อน (Specific Heat: C [W·h/kg·°C]) ค่าความร้อนตกต้าน (Heat Remain: K [W/m·°C]) อัตราการไหลของเลือด (Blood Flow Rate: b_f [kg/m³·h]) และอัตราการเผาผลาญพลังงานของร่างกายต่อวัน (Basal Metabolic Rate: hm [W/kg])

เราสามารถหลีกเลี่ยงการทดลองโดยตรงได้ คือ การใช้หุ่นจำลอง หุ่นจำลองดังกล่าวก็มีหลายวิธี เช่นเดียวกัน เช่น การใช้หุ่นมนุษย์จำลองซึ่งเป็นตัวอย่างตามมนุษย์เติมด้วยของเหลว [6] แต่นอกเหนือจากวิธีการดังกล่าวยังมี วิธีการสร้างหุ่นจำลองร่างกายมนุษย์โดยใช้ระบบฐานข้อมูลที่มีคุณลักษณะคล้ายกับมนุษย์ในด้านสรีระวิทยา กายภาพ และคุณสมบัติไฟฟ้า จากการศึกษาพบว่าไม่เดลการสร้างแบบจำลอง 3 มิติที่มีการใช้มาก เช่น โมเดลทรงกลม (Spherical Model) และ โมเดลเสมือนจริง (Realistic Model)

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้เสนอ Voxel-based Model ของวัสดุเอกสารพันธ์ เพื่อศึกษาการแผ่กระจายของสนามไฟฟ้าสถิตในศีรษะมนุษย์อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิต ด้วยกฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Law)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อเป็นการสร้างฐานความรู้เฉพาะทางด้านการสร้างการจำลอง และการสร้างภาพแสดงผลของสนามไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์

1.2.2 เพื่อการศึกษา และออกแบบสร้างการจำลอง และการสร้างภาพแสดงผลของความเข้มสนามไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์

1.2.3 เพื่อศึกษาการแก้ปัญหาการคำนวณทางด้วยเลขกับคอมพิวเตอร์ที่เหมาะสม เพื่อนำมาแก้ปัญหาการจำลอง และการสร้างภาพแสดงผลของความเข้มสนามไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์

1.3 สมมติฐานในการวิจัย

การคำนวณทางตัวเลขกับคอมพิวเตอร์ที่เหมาะสม สามารถแก้ปัญหาการจำลอง และการสร้างภาพแสดงผลของความเข้มสนานไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1.4.1 สร้างแบบจำลองของความเข้มสนานไฟฟ้าสถิต อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์

1.4.2 สร้างภาพแสดงผลของความเข้มสนานไฟฟ้าสถิต อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์

1.4.3 ประยุกต์ไฟในต์ดิฟเฟอร์เรนซ์ (Finite Difference) เข้ากับระบบชีววิทยา (Biological Domain)

1.5 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการ

1.5.1 ศึกษาทฤษฎีไฟในต์ดิฟเฟอร์เรนซ์ กับระบบชีววิทยา

1.5.2 ศึกษาระบบสมการเชิงเส้น โดยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อประยุกต์เข้ากับระบบชีววิทยา

1.5.3 ศึกษาการกระจายความเข้มของสนานไฟฟ้า และการซึ่งชับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในศีรษะมนุษย์ (SAR)

1.5.4 สร้างโปรแกรมสำหรับคำนวณเชิงตัวเลขด้วยภาษา C++

1.5.5 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

1.6 ประโยชน์ของการวิจัย

1.6.1 ได้ศึกษาผลของความเข้มสนานไฟฟ้าสถิต อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ผ่านวัสดุหลายประเภท และสถานการณ์จำลองที่แตกต่างกัน

1.6.2 ได้แบบอัลกอริทึมของการจำลอง และการสร้างภาพแสดงผลของความเข้มสนานไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ โดยการคำนวณทางคณิตศาสตร์ด้วยคอมพิวเตอร์

1.6.3 เป็นแนวทางในการประยุกต์อัลกอริทึมการจำลอง และการสร้างภาพแสดงผลของความเข้มสนานไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ โดยการคำนวณทางคณิตศาสตร์ด้วยคอมพิวเตอร์

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้น เช่น ระเบียบวิธีการโดยตรง ระเบียบวิธีการทำแบบเกาส์-ไซเดล ระเบียบวิธีการผ่อนปรนเกินสีนเงื่อง ทฤษฎีบททางไฟฟ้าของเครื่องฟื้นฟูและการประยุกต์ทฤษฎีของเครื่องฟื้นฟู การใช้หุ่นจำลองศีรษะมนุษย์ ข้อเดีย และข้อดีของแบบจำลองศีรษะมนุษย์ ไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนซ์และการประยุกต์ไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนซ์ ในระดับ 2 มิติ ด้วยการพิจารณาหากำตอบของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel หรือจุดขอบของ Voxel ตัวอย่างการต่อวงจรโครงข่ายตัวด้านทันในระดับ 2 มิติขนาด 10×10 Voxel เพื่อกำนวนหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกพันธ์ แบบจำลองที่ผู้วิจัยเลือกใช้คือ Voxel-based Model แบบสเกลลาร์ ซึ่งข้อดีของแบบจำลองนี้จะได้อธิบายในต่อไป

2.1 บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Holmberg B. [1] ได้ศึกษาผลผลกระทบเกี่ยวกับสนามแม่เหล็กและมagnetic ด้วยการทดลองกับสัตว์ เมื่อสัตว์ที่ใช้ทดลองคือหนู โดยทดสอบที่ความหนาแน่นของฟลักแม่เหล็กที่ $0.5\text{ }\mu\text{T}$ - 30 mT โดยกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นของสนามแม่เหล็กที่แตกต่างกัน ทั้งแบบต่อเนื่อง เป็นจังหวะ ต่างความถี่ ต่างขนาดของความถี่ และรูปคลื่นที่แตกต่างกัน จากการศึกษาสภาวะส่งเสริมการสร้างเนื้องอกพบความสัมพันธ์ที่บ่งชี้สภาวะส่งเสริมการสร้างเนื้องอกคือ เอ็นไซม์สัมพันธ์กับการเจริญเติบโต ความสมดุลของแคลเซียมในระบบเซลล์ ลักษณะของยีนส์ อัตราการดูดซึมอาหาร การขับถ่าย การขยับตัวของเซลล์

Körpinar M.A. [2] ได้ศึกษาผลกระทบเกี่ยวกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ความถี่ 144 MHz เพื่อศึกษาอัตราการไหลเวียนของเลือดที่เกิดขึ้นกับหนูทดลอง ซึ่งความถี่ดังกล่าวอยู่ในช่วงความถี่ของคลื่นวิทยุและโทรทัศน์ ซึ่งความถี่ของคลื่นวิทยุและโทรทัศน์ตามมาตรฐานของ ANSJ 82 INIRC 88 และ NRPS 89 เมื่อปี ก.ศ. 1970-1980 กำหนดให้ความหนาแน่นของกำลังงานไม่เกิน 10 W/m^2 โดยทดลองหนูที่อาศัยอยู่บนกรงที่มีการส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ความถี่ 144 MHz ความหนาแน่นของกำลังงานเท่ากับ 12.5 W/m^2 เป็นเวลา 21 วัน แล้ววัดปริมาณ เช่น การบริโภคอาหารและน้ำ การขับถ่าย อุณหภูมิของร่างกาย สภาพแวดล้อมในกรง เมื่อครบกำหนด 21 วัน แล้วได้ทำการวัดค่าดังกล่าวพบปรากฏว่า ไม่มีผลกระทบใด ๆ ต่อหนูทดลอง

Radzievsky A. [3] ได้ศึกษาผลกระทบของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าต่อการรับรู้ความรู้สึกของหนูทดลอง โดยยิงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความถี่ 61.22 GHz ความหนาแน่นของกำลังงานเฉลี่ยที่ 13.3 mW/cm^2 การทดสอบดังกล่าวได้ยิงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเข้าที่บริเวณชั้นกลางของหนูทดลองเป็นเวลา 15 นาที หลังจากนั้นนำหางของหนูที่ถูกทดลองไฟจุ่มในน้ำร้อน และนำเข้า ผลปรากฏว่าหนูทดลองสามารถรับรู้ความรู้สึกเจ็บปวดได้ด้วยลง

Balzano Q. [4] ได้ศึกษาผลกระทบของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับหนูทดลองเพื่อวัดหาอัตราการซึมซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยศึกษาที่ความถี่ 900 MHz ซึ่งเป็นการทดลองแบบโดยตรงกับหนู 40 ตัว โดยนำหนูใส่เข้าไปในหลอดพลาสติกที่ติดอยู่ในวงล้อ ซึ่งวงล้อนี้จะกระjacyle คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าให้ครอบคลุมตัวหนูทดลอง จากนั้นทำการวัดค่าอัตราการซึมซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในหนูทดลอง พบร่วมค่าที่วัดได้ที่ต่อกันอยู่ในหนูทดลองมีอยู่ถึง 80 เปอร์เซ็นต์

Ch. Sermpongpan [5] ได้รวมรวมข้อมูลคุณสมบัติทางไฟฟ้า และฟิสิกส์ของเนื้อเยื่อมนุษย์ โดยได้แสดงข้อมูลของเนื้อเยื่อมนุษย์ประเภทต่าง ๆ เช่น สมอง กะโหลก ผิวนัง เป็นต้น โดยรวมรวมค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าและฟิสิกส์ที่มีผลต่อความถี่ที่ช่วง 200 MHz – 6000 MHz และ 900 MHz – 1800 MHz

Kanda M.Y. [6] ได้ศึกษาผลกระทบของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากเครื่องใช้ประเทท เครื่องส่องกล้องคลื่นวิทยุ โดยใช้แบบจำลองศีรษะมนุษย์ที่เดินด้วยของเหลวโดยมีคุณสมบัติทางไฟฟ้าและฟิสิกส์ใกล้เคียงกับศีรษะมนุษย์ เพื่อหาค่าจำเพาะของอัตราการซึมซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในศีรษะมนุษย์ โดยเสนออัลกอริทึมที่ใช้เพื่อคำนวณได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยกำหนดให้เนื้อเยื่อมีน้ำหนักเท่ากับ 1 หรือ 10 กรัม ความถี่ที่ใช้ทดสอบอยู่ในช่วง 150 MHz – 2.45 GHz

R. Sutthaweekul [7] ได้รวมรวมข้อมูลแบบจำลองศีรษะมนุษย์ 3 มิติ ที่มีคุณสมบัติทางกายภาพคล้ายมนุษย์ โดยได้ศึกษาจาก 23 โมเดลตัวอย่าง โดยสามารถแบ่งโมเดลได้เป็น 2 ประเภท คือ โมเดลทรงกลม และ โมเดลเสมือนจริง

M. Persson [8] ได้เปรียบเทียบผลการคำนวณโดยใช้อิมพีడานซ์แบบ 3 มิติ ของการทำให้เกิดการชักด้วยการกระตุ้นสมองโดยใช้กระแสไฟฟ้า (Electroconvulsive Therapy: ECT) กับการกระตุ้นสมองเฉพาะที่ด้วยสนามแม่เหล็ก (Transcranial Magnetic Stimulation: TMS) โดยใช้ Voxel-based Model แบบเวกเตอร์

K. Chaisaowong [9] ได้สร้างแบบจำลองด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้ Voxel-based Model แบบสเกลลาร์ โดยจุดอ้างอิงอยู่ที่กึ่งกลางของ Voxel จากนั้นคำนวณหาการกระจายของศักย์ไฟฟ้าในระยะ 2 มิติในวัสดุเอกพันธ์ ผลปรากฏว่าการทดลองถูกต้องตามทฤษฎีที่คาดไว้ แต่ยังขาดการทดสอบหรือเปรียบเทียบกับการทดลองในวัสดุจริง

Niel Orcutt [10] ได้ใช้แบบจำลองอิมพีเดนซ์แบบ 3 มิติ โดยทดสอบด้วยความถี่ที่ 30MHz และ 63MHz เพื่อคำนวณหาผลกระแทบทองคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขระเบียบวิธีผ่อนปรนเกินสีบเนื่องในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น

C. Zombolas [11] ได้อธิบายอัตราการซึมซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจำเพาะของอุปกรณ์สื่อสารที่สามารถส่งคลื่นวิทยุได้ ซึ่งมีหลายมาตรฐานตามแต่ละองค์กร เช่น FCC ACA ICNIRP ARIB CENELEC เป็นต้น โดยได้อธิบายวิธีการคำนวณหาค่าอัตราการซึมซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจำเพาะ และข้อกำหนดต่าง ๆ

N. Humsup [12] ได้ใช้แบบจำลองที่เรียกว่า Finite-Difference, Time-Domain (FDTD) เพื่อคำนวณหาอัตราการซึมซับคลื่นแม่เหล็กจำเพาะที่บีบริเวณศีรษะมนุษย์

2.2 วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้น

การแก้ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ นอกจากการหารากของสมการในรูปแบบที่เป็นสมการเดียวโดย ฯ แล้ว ยังมักจะอยู่ในรูปของระบบสมการขนาดใหญ่ (System of Equations) ที่ประกอบไปด้วยสมการย่อยและตัวแปรที่ไม่รู้ค่าเป็นจำนวนมาก การศึกษาระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งที่จะนำมาใช้ในการหาผลลัพธ์ของปัญหาต่าง ๆ ทั้งปัญหาทางวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์อื่น ๆ อีกจำนวนมาก [13]

ระบบสมการเชิงเส้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปดังนี้

$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \dots + a_{1,m}x_m &= b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \dots + a_{2,m}x_m &= b_2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + \dots + a_{m,m}x_m &= b_m \end{aligned} \tag{2-1}$$

เมื่อ

$a_{i,j}$: สัมประสิทธิ์ของ x_i

x_i : ตัวแปรที่ไม่รู้ค่า

b_i : ตัวแปรที่รู้ค่า (Known terms)

โดย m แทนจำนวนสมการ

กำหนดให้ $i = 1, 2, \dots, m$ และ $j = 1, 2, \dots, m$

จากสมการ (2-1) ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ระบบสมการเชิงเส้นคือ ค่าของ x_1, x_2, \dots, x_m ที่เมื่อนำกลับไปแทนในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง โดยทั่วไปขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นมักจะเขียนให้อยู่ในรูปผลคูณของเมตริกซ์ได้ดังนี้คือ

$$\begin{bmatrix} [A] \\ (m \times m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{X\} \\ (m \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{B\} \\ (m \times 1) \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

โดย m แทนจำนวนสมการ เมตริกซ์ $[A]$ เป็นเมตริกซ์จตุรัสที่มีขนาดเท่ากับ m^2 ที่ประกอบสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ที่รู้ค่า เวกเตอร์ $\{X\}$ เป็นเมตริกซ์แคลต์ที่ประกอบด้วยตัวแปรที่ไม่รู้ค่าจำนวน m ค่า และเวกเตอร์ $\{B\}$ เป็นเมตริกซ์แคลต์ตั้งชั้นกันแต่ประกอบด้วยตัวแปรที่รู้ค่าทั้งหมด m ค่า

2.2.1 ระเบียบวิธีการโดยตรง (Direct method)

ระเบียบวิธีการโดยตรงมีหลายวิธี เช่น การใช้กฎของครามerer (Cramer's Rule) ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gauss Elimination Method) ระเบียบวิธีการของเกาส์-ชอร์ดอง (Gauss-Jordan Method) เป็นต้น ระเบียบวิธีการโดยตรง สามารถนำไปสู่ผลลัพธ์ได้โดยง่าย แต่ต้องผ่านขั้นตอนหลายขั้นตอนที่อาจจะค่อนข้างยุ่งยากในการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และทำให้เกิดความผิดพลาดจากการปัดเศษเมื่อทำการคำนวณกับระบบสมการเชิงเส้นขนาดใหญ่

2.2.2 ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล (Gauss-Seidel Iteration Method)

ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล เป็นระเบียบวิธีการทำซ้ำ (Iterative Technique) โดยเริ่มจากการประมาณค่าของผลลัพธ์แล้วทำการคำนวนซ้ำ ประโยชน์ของวิธีการทำซ้ำก็คือ ไม่ต้องกังวลกับความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นจากการปัดเศษ กล่าวคือสามารถใช้กระบวนการการทำซ้ำจนผลลัพธ์นั้นถูกลดลงสู่ผลลัพธ์ที่มีความผิดพลาดที่ยอมได้ (Tolerance) หรือ อาจใช้ค่าความผิดพลาดที่ยอมได้เพื่อทำการหยุดคำนวน (Stopping Tolerance) โดยที่ภาพรวมนั้นทำนองเดียวกับระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบยาโคบี (Jacobi Iteration Method) แต่ถูกปรับปรุงให้คำตอบถูกใจมากขึ้น โดยหลักการคือการนำเอา ค่า x ที่หาได้ก่อนหน้านี้มาเป็นค่าประมาณของสมการต่อไปทันที เมื่อกำหนดให้ m มีค่าเท่ากับ 3 ดังนั้น $m \times m$ เท่ากับ 3×3 จากสมการที่ (2-2) จะได้เมตริกซ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

เมื่อ a : สมาชิกของเมตริกซ์ $[A]$

x : สมาชิกที่ไม่ทราบค่าของเวกเตอร์ $\{X\}$

b : สมาชิกของเวกเตอร์ $\{B\}$

จัดรูปแบบสมการ (2-3) ให้เป็นสมการวนรอบจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}x_1^{c+1} &= \frac{1}{a_{1,1}}(b_1 - a_{1,2}x_2^c - a_{1,3}x_3^c) \\x_2^{c+1} &= \frac{1}{a_{2,2}}(b_2 - a_{2,1}x_1^{c+1} - a_{2,3}x_3^c) \\x_3^{c+1} &= \frac{1}{a_{3,3}}(b_3 - a_{3,1}x_1^{c+1} - a_{3,2}x_2^{c+1})\end{aligned}\quad (2-4)$$

เมื่อ c : รอบของการทำซ้ำ

จากสมการ (2-4) มีรูปแบบสมการทั่วไปคือ

$$x_i^{\text{new}} = a_{i,i}^{-1} \cdot (b_i - \sum_{j < i} a_{i,j}x_j^{\text{new}} - \sum_{j > i} a_{i,j}x_j^{\text{old}}) \quad (2-5)$$

เมื่อ i, j : แถวและคอลัมน์ของเมตริกซ์ $[A]$ ตามลำดับ

ในทางปฏิบัติผลเฉลยแม่นตรงนี้ไม่สามารถหาได้ ค่าความผิดพลาดที่สามารถทำการคำนวณได้จึงเป็นเพียงค่าความผิดพลาดโดยประมาณ ซึ่งจะหาได้ด้วยการเปรียบเทียบผลเฉลยโดยประมาณจากการคำนวณ 2 ครั้ง โดยมีนิยามในรูปแบบของความผิดพลาดโดยประมาณร้อยละ (Approximate Percentage Error: ϵ_a) สามารถหาได้ดังสมการที่ (2-6)

$$\epsilon_a = \frac{x_i^{\text{old}} - x_i^{\text{new}}}{x_i^{\text{new}}} \times 100\% \quad (2-6)$$

เมื่อ

x_i^{old} : ผลเฉลยโดยประมาณครั้งก่อน
 x_i^{new} : ผลเฉลยโดยประมาณครั้งใหม่

ตรวจสอบว่าผลลัพธ์นี้ได้ถูกเข้าถึงเกณฑ์ (Convergence Criterion) ที่กำหนดไว้แล้ว หรือไม่ เมื่อ ϵ เป็นค่าความผิดพลาดที่ยอมได้ เกณฑ์ดังกล่าวอาจอยู่ในรูปแบบ เช่น

$$|f(x_m)| < \epsilon \quad (2-7)$$

หรืออาจใช้

$$\left| \frac{x_i^{\text{old}} - x_i^{\text{new}}}{x_i^{\text{new}}} \right| \times 100\% < \epsilon_s \quad (2-8)$$

แทนค่าในสมการ (2-8) ด้วย (2-6) จะได้

$$\epsilon_a < \epsilon_s \quad (2-9)$$

โดย ϵ_s แทนค่าความผิดพลาดที่ยอมได้เพื่อหยุดการคำนวณ เช่น 0.05% ซึ่งนิยมใช้กับปัญหาทั่วๆไป หากผลลัพธ์ที่ได้มีค่าถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนด เช่นแสดงในสมการ (2-7) หรือ (2-8) ก็ให้ทำการหยุดคำนวณแต่หากยังไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ก็ให้ย้อนกลับไปยังขั้นตอนของการคำนวณเพื่อทำซ้ำใหม่

2.2.3 ระเบียบวิธีการผ่อนปรนเกินสีบเนื่อง (Successive Over-relaxation Method)

ระเบียบวิธีการผ่อนปรนเกินสีบเนื่อง เป็นระเบียบวิธีที่คล้ายกับระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบแก๊ส-ไซเดล แต่ถูกดัดแปลงให้เกิดการลู่เข้าสู่ผลลัพธ์ที่แท้จริงสูงขึ้น โดยการถ่วงน้ำหนักของค่าที่คำนวณได้จากการทำซ้ำครั้งใหม่และครั้งก่อน จากสมการ (2-3) จะได้

$$x_i^{c+1} = \omega x_i^{c+1*} + (1 - \omega)x_i^c \quad (2-10)$$

เมื่อ c : รอบของการทำซ้ำ

โดยตัวห้อยบน c แทนการทำซ้ำครั้งที่ c ค่า x_i^{c+1*} เป็นค่าที่คำนวณได้จากการทำซ้ำครั้งใหม่ ด้วยระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบแก๊ส-ไซเดล และ ω คือ ตัวประกอบน้ำหนัก (Weight Factor) ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 ถึง 2 หาก ω เท่ากับ 1 ระเบียบวิธีดังกล่าวนี้จะกลายเป็นระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบแก๊ส-ไซเดล หาก ω มีค่าระหว่าง 1 ถึง 2 แล้ว สมการ (2-10) แสดงถึงความหมายที่ว่าจะเพิ่มน้ำหนักลงบนผลลัพธ์ใหม่ที่คำนวณให้ได้มากขึ้น เนื่องจากผลลัพธ์ใหม่นี้กำลังลู่เข้าสู่ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง เพื่อให้เกิดการลู่เข้าที่เป็นไปได้รวดเร็วขึ้น กรณีนี้บางครั้งจึงถูกเรียกว่าเป็นการผ่อนปรนเกิน (Over-relaxation) ในทางตรงข้าม หากใช้ ω ที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 ที่เรียกว่าเป็นการผ่อนปรนต่ำ (Under-relaxation) จะหมายถึงการช่วยแก้ระบบสมการในขณะที่ผลลัพธ์กำลังเกิดการลู่ออกให้ลุกลับเข้าสู่ผลลัพธ์ที่แท้จริง สำหรับการแก้ปัญหาในทางปฏิบัติส่วนใหญ่จะมีขนาดใหญ่ ซึ่งประกอบด้วยสมการย่อยเป็นจำนวนมาก อีกทั้งการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ดังกล่าวมักจะต้อง

ทำซ้ำกันหลายครั้ง ผู้ทำการคำนวณจะเกิดประสบการณ์ในการประมาณค่า ω ที่ควรใช้กับปัญหานั้น ๆ ได้เพื่อให้เกิดอัตราสูงสุดผลลัพธ์ที่แท้จริงได้สูงที่สุด

จากสมการ (2-10) มีรูปแบบสมการทั่วไปคือ

$$x_i^{\text{new}} = \omega x_i^{\text{new}^*} + (1 - \omega)x_i^{\text{old}} \quad (2-11)$$

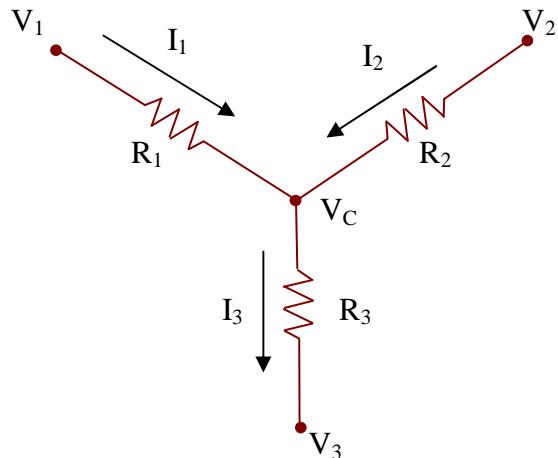
เมื่อผลลัพธ์ที่ได้มีค่าถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนด เช่นแสดงในสมการ (2-8) หรือ (2-9) ถ้าให้ทำการหยุดคำนวณแต่หากยังไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ถ้าให้ย้อนกลับไปยังขั้นตอนของการคำนวณเพื่อทำซ้ำใหม่

2.3 ทฤษฎีของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Theories)

เคอร์ชอฟฟ์ได้คัดแปลงกฎของโอลิมเปีย เพื่อให้ใช้สะดวกในการคำนวณวงจรไฟฟ้าธรรมชาติและวงจรไฟฟ้าที่ซับซ้อน กฎของเคอร์ชอฟฟ์ มี 2 ข้อคือ

2.3.1 กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Current Law)

ที่จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้า กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าสู่จุดนั้นทั้งหมด ย่อมเท่ากับกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจาจุดนั้นทั้งหมด



ภาพที่ 2-1 วงจรไฟฟ้า ที่มีกระแสไฟฟ้าสามสาขา คือ I_1 , I_2 และ I_3

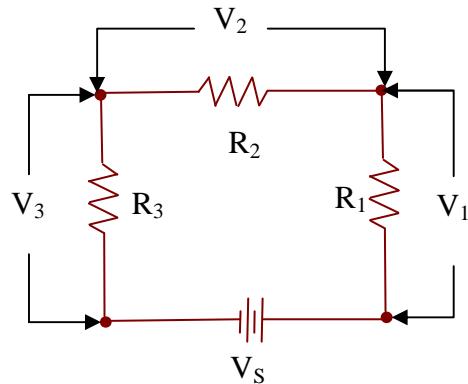
จากภาพที่ 2-1 จะเห็นว่ากระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 ไหลออกจาจุด V_1 และ V_2 ตามลำดับแล้วไหลไปยังจุด V_c ส่วนกระแสไฟฟ้า I_3 ไหลออกจาก V_c ไปยังจุด V_3 ดังนั้นจะได้ผลลัพธ์ว่า

$$I_3 = I_1 + I_2 \text{ หรือ}$$

$$I_3 - I_1 - I_2 = 0$$

2.3.2 กฎแรงดันของเกอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law)

ในวงจรไฟฟ้าที่ครบวงจรได้ ๆ ผลรวมทางพิชคณิตของผลคูณระหว่างกระแสไฟฟ้ากับความต้านทานตลอดวงจรนั้นย่อมเท่ากับแรงเดลี่อนไฟฟ้ารวมตลอดวงจรนั้น



ภาพที่ 2-2 วงจรไฟฟ้าวงจรปิดที่มีความต้านทาน R₁ R₂ และ R₃ ต่ออนุกรมอยู่กับแหล่งจ่าย V_s

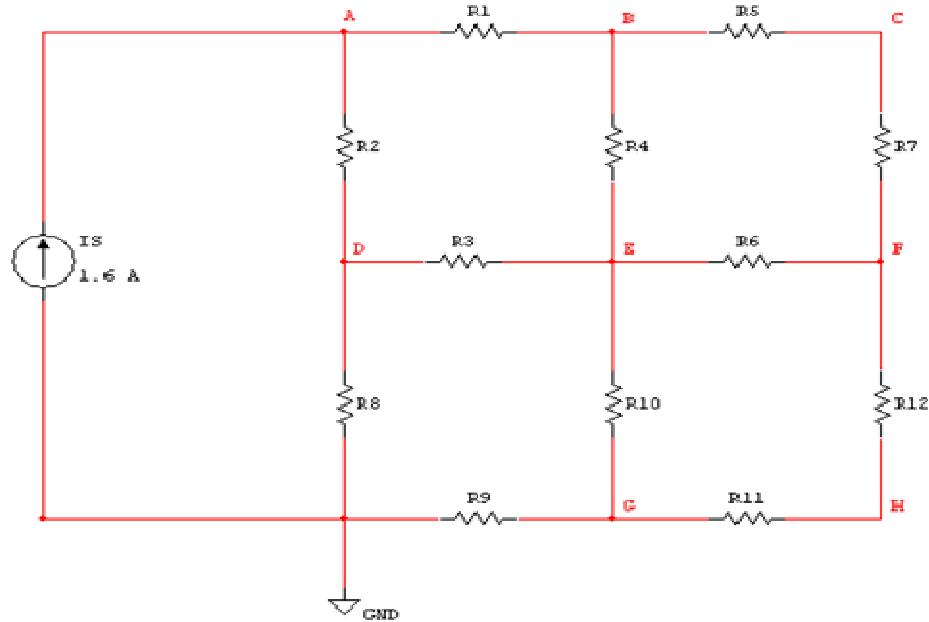
จากภาพที่ 2-2 แสดงวงจรไฟฟ้าวงจรปิดที่มีความต้านทาน R₁ R₂ และ R₃ ต่ออนุกรมอยู่กับแหล่งจ่าย V_s แรงดันที่ตกคร่อมตัวต้านทาน R₁ R₂ และ R₃ คือ V₁ V₂ และ V₃ ตามลำดับ ดังนั้นจะได้ผลลัพธ์ว่า

$$V_s = V_1 + V_2 + V_3 \text{ หรือ}$$

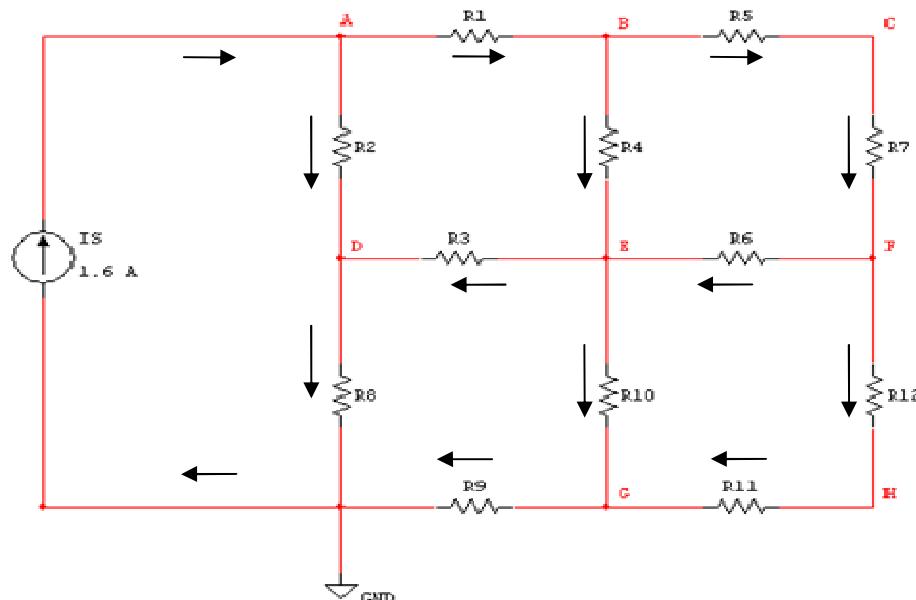
$$V_s - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

2.3.3 การประยุกต์ทฤษฎีของเกอร์ชอฟฟ์ในวงจรไฟฟ้าขนาดเล็ก

จากภาพที่ 2-3 คือวงจรไฟฟ้าที่มีระบบสมการ 8 สมการ โดยที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 8 ตัว แต่การหาผลลัพธ์ของระบบสมการเชิงเส้น ในขั้นตอนแรกทำได้โดยการกำหนดทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่เหลือนในวงจร ดังแสดงในภาพที่ 2-4



ภาพที่ 2-3 วงจรไฟฟ้าที่มีระบบสมการ 8 สมการ โดยที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 8 ตัวแปร



ภาพที่ 2-4 กำหนดทิศทางของกระแสในวงจรไฟฟ้า

ขั้นตอนที่ส่องจากกฎของเกอร์ชอฟฟ์ในวงจรไฟฟ้าปิด ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่ตัดกันทุกจุดต้องเท่ากัน ในวงจรไฟฟ้าที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ในภาพที่ 2-4 เมื่อต้องการหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุด A B C D E F G และ H จะได้ตัวแปรของศักย์ไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่าคือ V_A V_B V_C V_D V_E V_F V_G และ V_H ตามลำดับ สามารถเปลี่ยนเป็นระบบสมการเชิงเส้น 8 สมการดังนี้

ที่จุด A จะได้

$$0 = 1.6 - (VA - VD) / 5 - (VA - VB) / 5$$

$$0 = 1.6 - VA/5 + VD/5 - VA/5 + VB/5$$

$$0 = 1.6 - 2VA/5 + VB/5 + VD/5$$

$$1.6 = 2VA/5 - VB/5 - VD/5$$

$$8 = 2VA - VB - VD$$

ที่จุด B จะได้

$$0 = (VA - VB)/5 - (VB-VC)/5 - (VB - VE)/5$$

$$0 = VA - VB - VB + VC - VB + VE$$

$$0 = VA - 3VB + VC + VE$$

ที่จุด C จะได้

$$0 = (VB - VC)/5 - (VC - VF)/5$$

$$0 = VB - VC - VC + VF$$

$$0 = VB - 2VC + VF$$

ที่จุด D จะได้

$$0 = (VA - VD)/5 + (VE - VD)/5 - VD/5$$

$$0 = VA - VD + VE - VD - VD$$

$$0 = VA - 3VD + VE$$

ที่จุด E จะได้

$$0 = (VB - VE)/5 + (VF - VE)/5 - (VE - VG)/5 - (VE - VD)/5$$

$$0 = VB - VE + VF - VE - VE + VG - VE + VD$$

$$0 = VB + VD - 4VE + VF + VG$$

ที่จุด F จะได้

$$0 = (VC - VF)/5 - (VF - VH)/5 - (VF - VE)/5$$

$$0 = VC - VF - VF + VH - VF + VE$$

$$0 = VC + VE - 3VF + VH$$

ที่จุด G จะได้

$$0 = (VE - VG)/5 + (VH - VG)/5 - VG/5$$

$$0 = VE - VG + VH - VG - VG$$

$$0 = VE - 3VG + VH$$

ที่จุด H จะได้

$$0 = (VF - VH)/5 - (VH - VG)/5$$

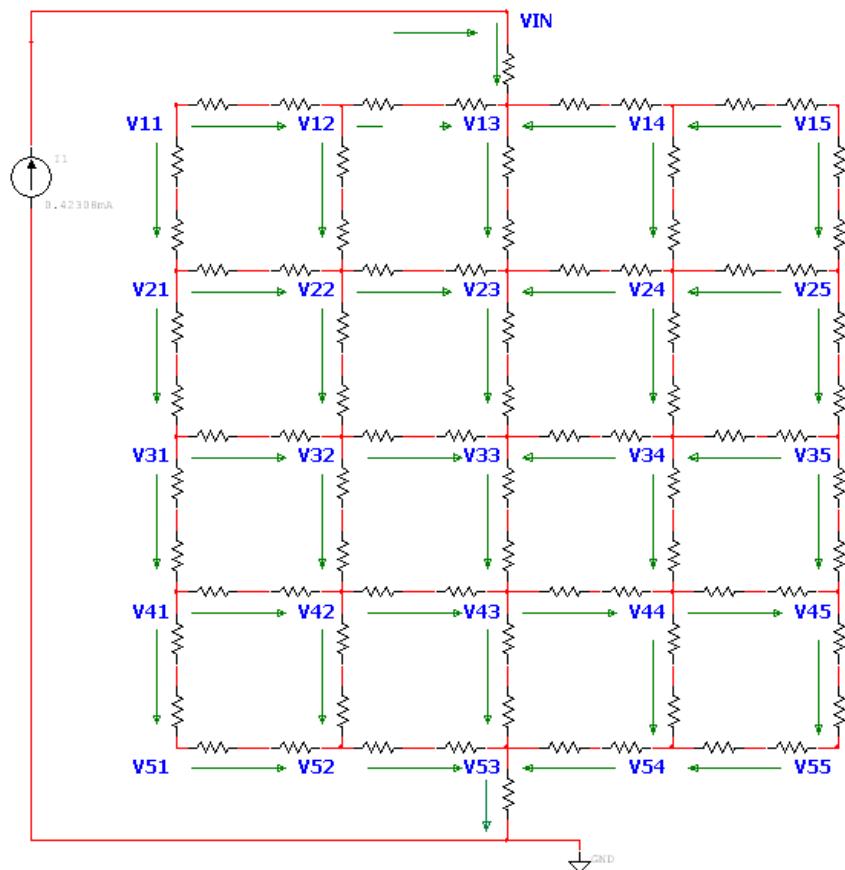
$$0 = VF - VH - VH + VG$$

$$0 = VF + VG - 2VH$$

จากระบบสมการเชิงเส้นทั้ง 8 สมการดังกล่าว สามารถจัดให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VA \\ VB \\ VC \\ VD \\ VE \\ VF \\ VG \\ VH \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นเมื่อสามารถจัดให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้แล้ว ก็สามารถทำการคำนวณโดยการ
แก้ปัญหาเมตริกซ์เบื้องต้นได้ เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้นการคำนวณโดยวิธีการเบื้องต้นอาจไม่ใช่
เรื่องง่ายในการปฏิบัติ ในภาพที่ 2-5 ที่มีวงจรไฟฟ้าที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าอยู่ที่ 26 ตัวแปร และ
แสดงการกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า



ภาพที่ 2-5 วงจรไฟฟ้าที่มีที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 26 ตัวแปร

ดังนั้นจากวงจรในภาพที่ 2-5 ดังกล่าว สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังภาพที่ 2-6

$$\left[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 5 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} V_{in} \\ V_{11} \\ V_{12} \\ V_{13} \\ V_{14} \\ V_{15} \\ V_{21} \\ V_{22} \\ V_{23} \\ V_{24} \\ V_{25} \\ V_{31} \\ V_{32} \\ V_{33} \\ V_{34} \\ V_{35} \\ V_{41} \\ V_{42} \\ V_{43} \\ V_{44} \\ V_{45} \\ V_{51} \\ V_{52} \\ V_{53} \\ V_{54} \\ V_{55} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 2.1154 \end{array} \right]$$

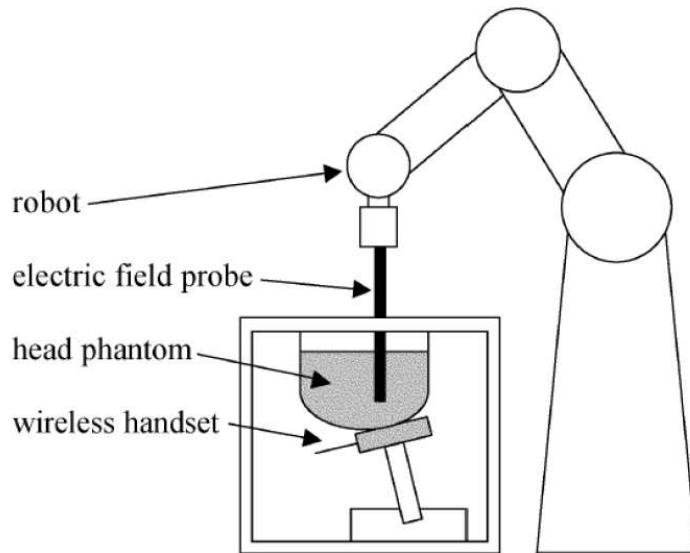
ภาพที่ 2-6 เมตริกซ์ของวงจรไฟฟ้าที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 26 ตัวแปร

ภาพที่ 2-6 จะเห็นได้ว่าเมตริกซ์จะใหญ่ขึ้นทำให้มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจำนวนมากขึ้นถึงแม้เป็นวงจรขนาดเล็กก็ตาม อย่างไรก็ตามการแก้ปัญหาในทางปฏิบัติเป็นไปได้อย่างยิ่งว่าจะต้องทำงานกับระบบสมการขนาดใหญ่ โดยเฉพาะการแก้ปัญหาทางวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ อาจไม่ใช่เรื่องง่ายในการแก้ปัญหาระบบสมการขนาดใหญ่ ดังนั้นการใช้คอมพิวเตอร์ในการแก้ไขปัญหาจะทำให้มีความสะดวกมากกว่า อีกทั้งยังช่วยให้เราสามารถเข้าใจการทำงานของวงจรได้ดียิ่งขึ้น

2.4 การใช้หุ่นจำลองศีรษะมนุษย์

2.4.1 หุ่นจำลองศีรษะมนุษย์ (Phantom of human head)

หุ่นจำลองศีรษะมนุษย์ ที่ใช้ในการศึกษาผลกระแทกคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากเครื่องใช้ประเภทเครื่องส่งสัญญาณ จะมีลักษณะเป็นศีรษะจำลองที่เติมด้วยของเหลวที่มีคุณสมบัติทางไฟฟ้าและฟิลิกส์คล้ายกับอวัยวะภายในศีรษะมนุษย์ [6] (ภาพที่ 2-7) โดยใช้หุ่นจำลองศีรษะมนุษย์เพื่อหาผลลัพธ์ของอัตราการซึมซับจำเพาะส่วนที่ศีรษะมนุษย์



ภาพที่ 2-7 ชุดการทดลองวัดคุณสมบัติทางไฟฟ้าของแบบจำลองของเหlovที่ผสมด้วยสารเคมีที่มีคุณสมบัติทางไฟฟิสิกส์เหมือนศีรษะมนุษย์ (ภาพจาก [15])

2.4.2 แบบจำลองศีรษะมนุษย์ 3 มิติโดยคอมพิวเตอร์

แบบจำลองศีรษะมนุษย์ 3 มิติโดยคอมพิวเตอร์ (Computer-based 3-dimensional Modeling of Human Head) โดยมีคุณสมบัติทางกายวิภาคเหมือนมนุษย์ เพื่อศึกษาผลของการแผ่กระชาຍคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากอุปกรณ์ไฟฟ้าต่อสุขภาพมนุษย์ เช่น โทรศัพท์เคลื่อนที่ จากการศึกษา 23 โนเมเดลตัวอย่าง [7] ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ โนเมเดลทรงกลม และ โนเมเดลเสมือนจริง

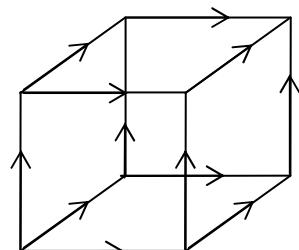
2.4.2.1 โนเมเดลทรงกลม สามารถแบ่งย่อยได้เป็น 3 ชนิด คือ โนเมเดลวัสดุเอกพันธ์ (Homogeneous Model) โนเมเดลพหุพันธ์ (Non-homogeneous Model) และ โนเมเดลมัลติเดเยอร์ (Multi-layered Model) โดยโนเมเดลที่นิยมใช้มากที่สุดคือ โนเมเดลมัลติเดเยอร์ [7]

2.4.2.2 โนเมเดลเสมือนจริง สามารถแบ่งย่อยได้เป็น 2 ชนิด คือ โนเมเดลที่เป็นภาพปริมาตรขนาดเล็กที่รวมเป็นภาพ (Voxel-based Model) และ โนเมเดลรูปทรงหลายเหลี่ยม (Polygon-based Model) ซึ่งภาพด้านบนอาจได้มาจากระบบ MRI (Magnetic Resonance Imaging System) หรือระบบ CT (Computed Tomography System)

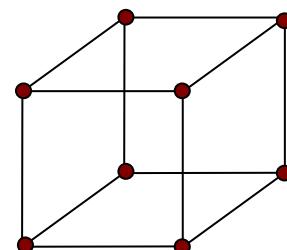
การสร้างโนเมเดลทรงกลม หรือ โนเมเดลเสมือนจริง สามารถสร้างโดยใช้วิธีแบ่งภาพที่ได้แต่ละชั้นจากระบบ CT หรือระบบ MRI โดยแบ่งภาพในแต่ละชั้นให้เป็น Voxel ขนาดเล็ก จากนั้นทำการเชื่อมต่อ Voxel ที่อยู่ในแต่ละชั้น เพื่อนำมาประกอบเป็นภาพอวัยวะมนุษย์ โดยให้โนเมเดลดังกล่าวมีลักษณะทางสรีรศาสตร์ และกายภาพเหมือนมนุษย์

2.4.3 แบบจำลองการแบ่ง Voxel

แบบจำลองการแบ่ง Voxel มี 2 ชนิด คือ แบบเวกเตอร์ (Vector Voxel) ดังภาพที่ 2-8 ก) และแบบสเกลลาร์ (Scalar Voxel) ดังภาพที่ 2-8 ข) เมื่อ Voxel แบบเวกเตอร์จะคำนวณหา คำตอบได้ที่ตามแนวของขอบของ Voxel โดยการหาค่ากระแสที่ไหลผ่านแต่ละด้านของ Voxel แต่ในขณะที่ Voxel แบบสเกลลาร์จะคำนวณหาคำตอบได้ที่จุดยอดของ Voxel



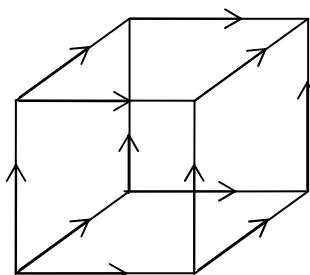
ก) Vector Voxel



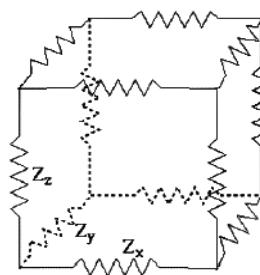
ข) Scalar Voxel

ภาพที่ 2-8 ชนิดของ Voxel ก) Vector Voxel คือ Voxel ที่ได้จากการหาค่าของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านแต่ละด้านของ Voxel ข) Scalar Voxel คือ Voxel ที่ได้จากการหาค่าของศักย์ไฟฟ้าที่จุดยอดของแต่ละ Voxel (ภาพจาก [8])

ตัวอย่างการแทน Vector Voxel (ภาพที่ 2-9 ก) โดยกำหนดให้ค่าอิมพีเดนซ์ (Impedance) อยู่ที่ขอบของ Voxel ดังแสดงในภาพที่ 2-9 ข)



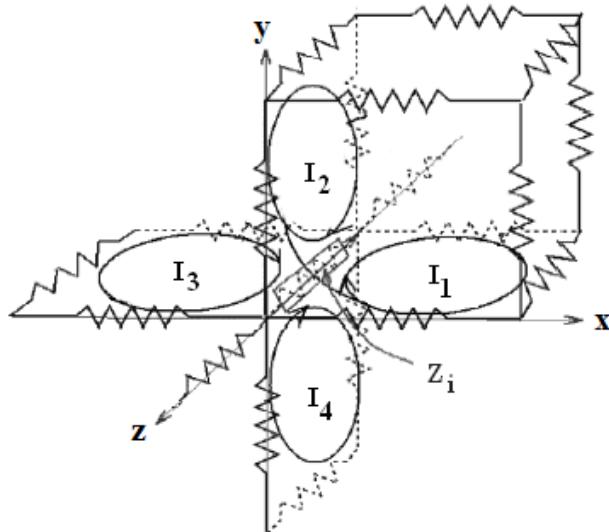
ก)



ข)

ภาพที่ 2-9 ก) Vector Voxel ข) การแทน Vector Voxel ด้วยการกำหนดค่าอิมพีเดนซ์ที่ขอบ (ภาพจาก [8])

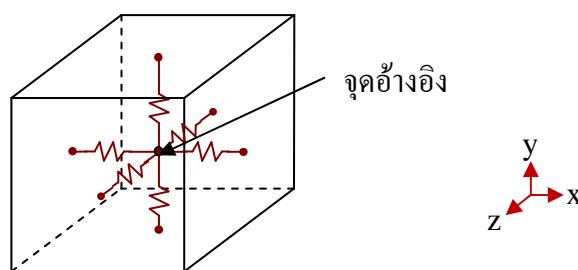
คำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดยอดของแต่ละ Vector Voxel กำหนดให้ Vector Voxel มีการเชื่อมต่อกันดังภาพที่ 2-10 ขึ้นตอนแรกใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Current Law) เพื่อหากระแสที่ไหลผ่านในแต่ละวงจรปิดก่อน จะได้ว่า 1 วงจรปิดกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 4 อิมพีเดนซ์ และ 1 อิมพีเดนซ์มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 4 กระแส [8]



ภาพที่ 2-10 การคำนวณหาค่าสักยีไฟฟ้าที่แต่ละจุดของ Voxel จากค่าของกระแสไฟฟ้าที่ได้จากขั้นตอนแรก จากวิธีการดังกล่าวค่อนข้างไม่สะดวก เนื่องจากต้องคำนวณผลลัพธ์ของระบบสมการเชิงเส้นถึงสองครั้ง

จากนั้นคำนวณค่าสักยีไฟฟ้าที่แต่ละจุดของ Voxel จากค่าของกระแสไฟฟ้าที่ได้จากขั้นตอนแรก จากวิธีการดังกล่าวค่อนข้างไม่สะดวก เนื่องจากต้องคำนวณผลลัพธ์ของระบบสมการเชิงเส้นถึงสองครั้ง

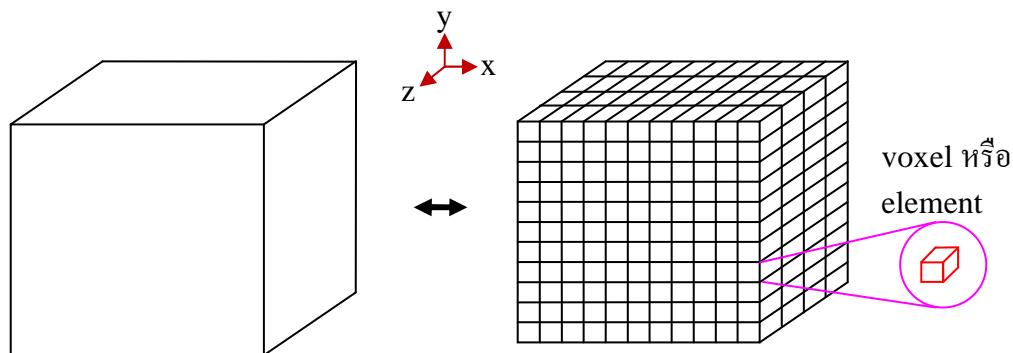
ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงเลือกใช้ Voxel-based Model แบบ Scalar โดยจะมีจุดอ้างอิงอยู่ตรงกลางดังภาพที่ 2-11 อิมพีเดนซ์ต่อออกจากการจุดอ้างอิงไปยังจุดกึ่งกลางของผนังทั้ง 6 ด้าน เมื่อต่อหلام Voxel เข้าหากัน จะไม่เกิดปัญหากรณีที่อิมพีเดนซ์ซ้อนกันในหلام Voxel ทำให้อิมพีเดนซ์ของแต่ละ Voxel แยกออกจากกันอย่างชัดเจน สามารถมอง Voxel เหมือนเป็นวัตถุแต่ละชิ้นที่แยกออกจากกันได้ และเมื่อนำมาต่อ กัน มันจะต่อผ่าน อิมพีเดนซ์ของแต่ละ Voxel เข้าไปหากับจุดอ้างอิงที่อยู่ข้างใน เมื่อคำนวณโดยกฎกระแสของเคอร์ซอฟฟ์จะได้สักยีไฟฟ้าที่แต่ละจุดอ้างอิงทันที



ภาพที่ 2-11 เทคนิคการแทน Voxel ด้วยตัวต้านทานต่อออกจากการจุดอ้างอิงไปยังจุดกึ่งกลางของผนังทั้ง 6 ด้าน

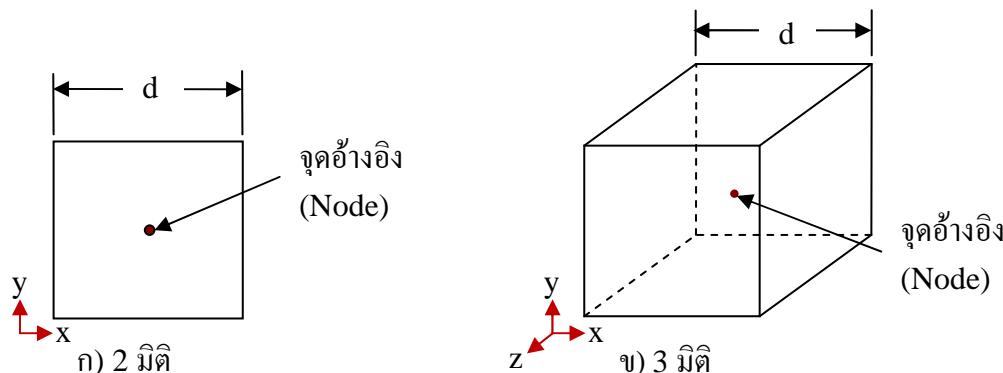
2.5 ไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนซ์

ไฟไนต์ดิฟเฟอร์เรนซ์ คือ การจำลองให้วัสดุใด ๆ ประกอบด้วยชิ้นส่วนรูปทรงเหลี่ยม ลูกบาศก์ขนาดเล็ก ๆ ดังเช่น ภาพที่ 2-12 ก) แสดงตัวอย่างวัสดุออกพันธ์รูปทรงสี่เหลี่ยมใด ๆ และ ภาพที่ 2-12 ข) แสดงการแบ่งวัสดุออกพันธ์รูปทรงสี่เหลี่ยม (ดังภาพที่ 2-12) ให้ประกอบด้วย Voxel ที่เรียงติดกัน โดยแต่ละ Voxel นั้นมีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ขนาดเล็กตามที่ต้องการ



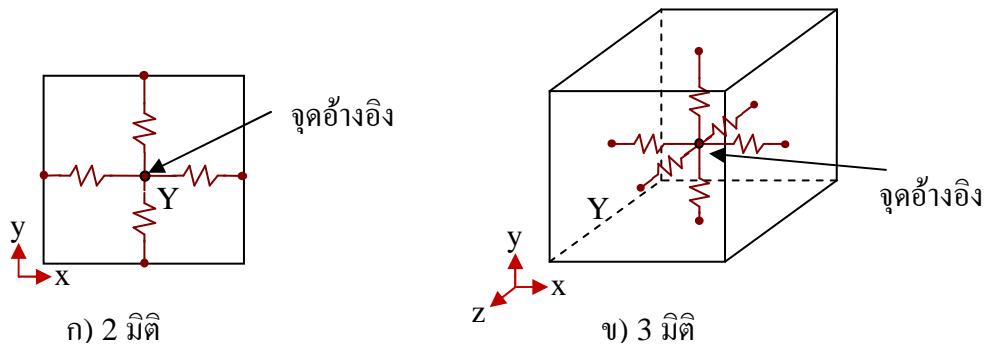
ภาพที่ 2-12 ก) ตัวอย่างวัสดุออกพันธ์รูปทรงสี่เหลี่ยม ข) การแบ่งวัสดุออกพันธ์รูปทรงสี่เหลี่ยม ให้ประกอบด้วย Voxel เล็ก ๆ เรียงติดกัน

จากภาพที่ 2-12 ข) เมื่อแบ่งวัสดุตัวอย่างรูปทรงสี่เหลี่ยมให้ประกอบด้วย Voxel เล็ก ๆ เรียงติดกัน โดยมีขนาดความกว้างเท่ากับ d กำหนดให้จุดที่ถูกกีบกลางของ Voxel เป็นจุดอ้างอิง (Node) ของ Voxel ดังภาพที่ 2-13 ข)



ภาพที่ 2-13 การกำหนดจุดอ้างอิงกีบกลาง Voxel ทั้งในแบบ 2 มิติ และ 3 มิติ

จากภาพที่ 2-14 ภายใน 1 Voxel จะประกอบด้วยค่าแอดมิตเตนซ์ (Admittance: Y) ดังนั้นสามารถหาค่าแอดมิตเตนซ์โดยการต่ออิมพีเดนซ์ (Impedance: Z) จากจุดอ้างอิงไปยังจุดกีบกลางของผนังด้านนอกทั้ง 6 ด้าน ซึ่งใช้เป็นจุดต่อ กับ Voxel ข้างเคียงต่อไป



ภาพที่ 2-14 การแทนค่าแอตมิตแทนซ์ด้วยตัวต้านทานโดยการต่อจากจุดอ้างอิงไปยังจุดกึ่งกลางของผนังด้านนอกทั้ง 6 ด้าน

โดยที่ค่าแอตมิตแทนซ์ (Y) หาได้ดังนี้

$$Y = \sigma + j\omega\epsilon_r \quad (2-12)$$

เมื่อ

σ : สมบัติการนำไฟฟ้า [S/m]

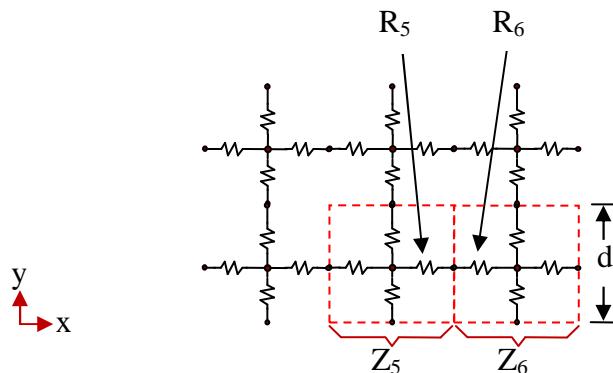
ω : ความเร็วเชิงมุม [rad/second]

ϵ_r : สภาพยอมสัมพัทธ์ [F/m]

โดยที่ $\omega = 2\pi f$, เมื่อ f : ความถี่ [Hz]

2.6 การประยุกต์ไฟฟ้าในตัดฟเฟอร์เรนซ์ใน 2 มิติ

โดยนำแต่ละ Voxel ต่อเขื่อมกันตามรูปทรงต่าง ๆ ในเบื้องต้นให้เป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมที่มีขนาด Voxel เท่ากับ 3×2 Voxel ดังภาพที่ 2-15



ภาพที่ 2-15 แทนค่าความนำลงในแต่ละ Voxel

ส่วนกลับของแอดมิตเตนซ์ (Y) เป็นอิมพีเดนซ์ (Z) จากสมการที่ (2-12) จะทำให้ได้ค่า แอดมิตเตนซ์ของ Voxel ที่ i คือ Y_i

$$Y_i = \sigma_i + j\omega\epsilon_r \quad (2-13)$$

$$Z_i = \frac{1}{Y_i}, \quad Z_i = \frac{1}{\sigma_i + j\omega\epsilon} \quad (2-14)$$

เนื่องจากกำหนดขอบเขตที่แหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิต ทำให้ส่วนจินตภาพเป็นศูนย์ และความ ต้านทาน (Resistance) ของแต่ละ Voxel ได้ว่า

$$Z_i = \frac{1}{\sigma_i + 0}, \quad Z_i = \frac{1}{\sigma_i} \quad (2-15)$$

ค่าตัวต้านทาน (Resistor : R) แต่ละตัวใน Voxel ที่ i (R_i) หาได้ดังนี้

$$R_i = \frac{Z_i}{2d} \quad (2-16)$$

$$R_i = \frac{1}{2d\sigma_i} \quad (2-17)$$

เมื่อ

d : ความกว้างของ Voxel

σ_i : ความนำจำเพาะของ Voxel ที่ i

แทนค่าเพื่อหาค่าตัวต้านทานด้านขวาของ Voxel ที่ 5 (R_5) และตัวต้านทานด้านซ้ายของ Voxel ที่ 6 (R_6) จะได้

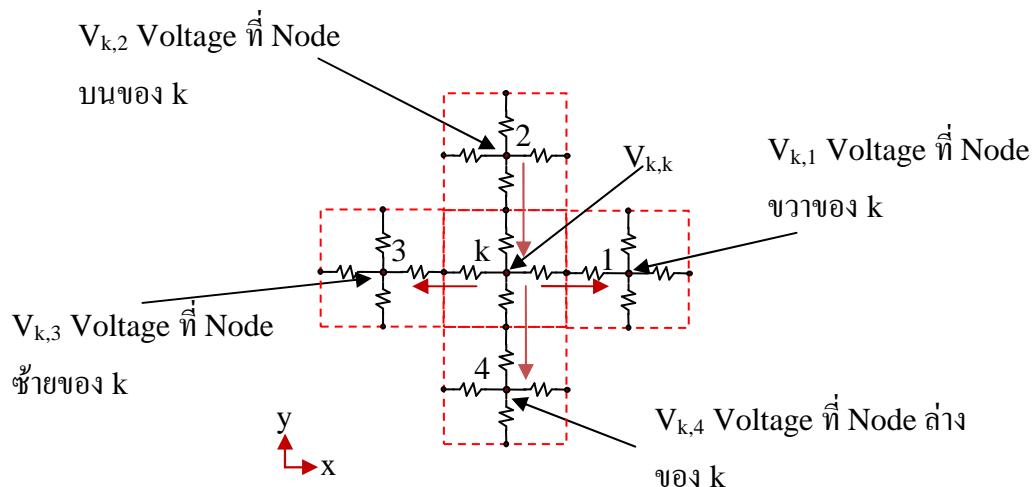
$$R_5 = \frac{1}{2d\sigma_5}, \quad R_6 = \frac{1}{2d\sigma_6} \quad (2-18)$$

เมื่อ $R_i = R_5 = R_6$ จะได้ความต้านทานระหว่างจุดอ้างอิงทั้ง 2 Node ที่ประชิดกัน (R_t)

$$R_t = R_5 + R_6 = 2R_i \quad (2-19)$$

ขณะนี้สามารถใช้กฎของเครื่องซอนฟ์ฟ้าในการกระจายของศักย์ไฟฟ้า ซึ่งสามารถทำได้ทั้งกฎกระแสของเครื่องซอนฟ์ฟ้า และกฎแรงดันของเครื่องซอนฟ์ฟ้า ซึ่งถ้าใช้กฎแรงดันของเครื่องซอนฟ์ฟ้า เมื่อแก้ระบบสมการเชิงเส้นจะได้กระแสที่ไหลในวงจรผ่านตัวถังท่านต่าง ๆ ซึ่งจะต้องกลับไปหาค่าศักย์ไฟฟ้าอีกครั้ง นับว่าไม่สะดวกในที่นี้จะเลือกใช้กฎกระแสของเครื่องซอนฟ์ฟ้า เพราะเมื่อแก้ระบบสมการเชิงเส้นได้แล้วจะได้ศักย์ไฟฟ้าที่จุดกึ่งกลาง Voxel โดยตรง

2.6.1 พิจารณาหาค่าตอบของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงจุด k คือ $V_{k,k}$ โดยที่จุด k จะมี Voxel ข้างเคียงประชิดอยู่รอบห้องสี่ด้านดังภาพที่ 2-16



ภาพที่ 2-16 พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel k ($V_{k,k}$) เมื่อ Voxel k อยู่ภายในวัสดุเอกพันธ์

จากภาพที่ 2-16 รอบ Node ที่ k จะมี Node ข้างเคียงหมายเลข 1, 2, 3, 4 เวียนทวนเข็มนาฬิกา โดยสามารถเลือกป้อนกระแสไฟฟ้าเข้าหรือกระแสไฟฟ้าออกใน Node ใด ๆ ก็ได้ เมื่อ 1 คือ Node ทางขวาของ Node k เมื่อ 2 คือ Node ด้านบนของ Node k เมื่อ 3 คือ Node ด้านซ้ายของ Node k และ 4 คือ Node ด้านล่างของ Node k

จากภาพที่ 2-16 เมื่อกระแสไฟฟ้า流เข้าบันกระแสไฟฟ้าออกของ Node k ในวงจร 2 มิติ ดังภาพที่ 2-16 จะได้

$$\sum_{i=1}^4 I_{k,i} = \frac{V_{k,2} - V_{k,k}}{2R} - \frac{V_{k,k} - V_{k,1}}{2R} - \frac{V_{k,k} - V_{k,3}}{2R} - \frac{V_{k,k} - V_{k,4}}{2R} \quad (2-20)$$

$$\sum_{i=1}^4 I_{k,i} = \frac{2V_{k,k}}{R} - \sum_{i=1}^4 \frac{V_{k,i}}{2R} \quad (2-21)$$

เมื่อ

- $I_{k,i}$: กระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง k,i
- $V_{k,k}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง k
- $V_{k,1}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง 1 โดยอยู่ที่ด้านขวาของจุดอ้างอิง k
- $V_{k,2}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง 2 โดยอยู่ที่ด้านบนของจุดอ้างอิง k
- $V_{k,3}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง 3 โดยอยู่ที่ด้านซ้ายของจุดอ้างอิง k
- $V_{k,4}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง 4 โดยอยู่ที่ด้านล่างของจุดอ้างอิง k
- R : ค่าความต้านทานของแต่ละตัว Voxel

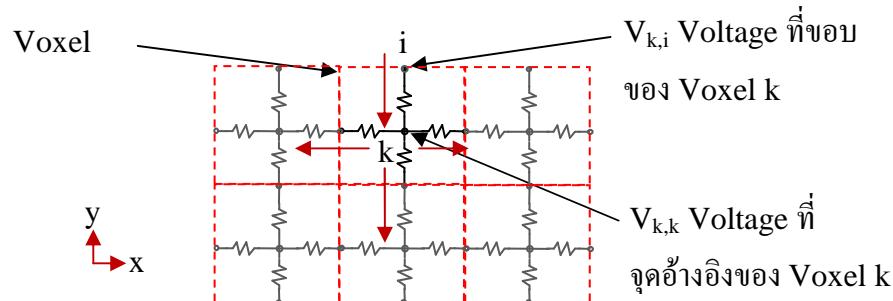
จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ณ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้าผลรวมทางพิชคณิตของกระแสที่ไหลเข้าและกระแสที่ไหลออกมีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้

$$0 = \frac{2V_{k,k}}{R} - \sum_{i=1}^4 \frac{V_{k,i}}{2R} ; \text{ เมื่อ } k = 1, 2, 3, \dots, n_x \times n_y \quad (2-22)$$

เมื่อ

- $V_{k,k}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง k
- $V_{k,i}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง i (จุดอ้างอิงใด ๆ ที่อยู่ข้างเคียงจุดอ้างอิง k)
- R : ค่าความต้านทานของแต่ละตัว Voxel
- $n_x \times n_y$: จำนวน Voxel ทางแกน x คูณกับจำนวน Voxel ทางแกน y

2.6.2 พิจารณาหาค่าตอบของศักย์ไฟฟ้าที่ขอบของ Voxel k ที่จุด i คือ $V_{k,i}$ โดยที่จุด i คือขอบหรือผนังของ Voxel ดังภาพที่ 2-17



ภาพที่ 2-17 พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดขอบ ($V_{k,i}$) เมื่อ Voxel k อยู่ที่ขอบของวัสดุอิเล็กทรอนิกส์

ที่จุดขอบของ Voxel คือ จุด i จะอยู่ตรงขอบของจุดอ้างอิงของ Voxel โดยที่จุด i อาจอยู่ขอบด้านล่าง ขอบด้านซ้าย ขอบด้านบน หรือขอบด้านขวา ของจุดอ้างอิง k ก็ได้ แต่ในที่นี่สมมุติให้จุด i อยู่ด้านบนของจุดอ้างอิง k ดังภาพที่ 2-17

จากภาพที่ 2-17 จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ณ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้ารวมทางพีชคณิต ของกระแสที่ไหลเข้าและกระแสที่ไหลออกมีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้

$$0 = I_{k,i} - \frac{V_{k,i} - V_{k,k}}{R} \quad (2-23)$$

$$I_{k,i} = \frac{V_{k,i}}{R} - \frac{V_{k,k}}{R} \quad (2-24)$$

เมื่อ

$V_{k,i}$: ศักยไฟฟ้าที่จุดขอบของ Voxel k

$V_{k,k}$: ศักยไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง k ของ Voxel k

R : ค่าความต้านทานของแต่ละตัว Voxel k

2.6.3 จากหัวข้อ 2.6.1 และหัวข้อ 2.6.2 เมื่อจำนวนของ Voxel ทางแกน x และแกน y มีขนาดเป็น $n_x \times n_y$ สามารถเปลี่ยนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\{\mathbf{I}\} = [\mathbf{A}] \cdot \{\mathbf{V}\} \quad (2-25)$$

เมื่อ

$\{\mathbf{I}\}$: เวกเตอร์ของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละ Node มีขนาด m

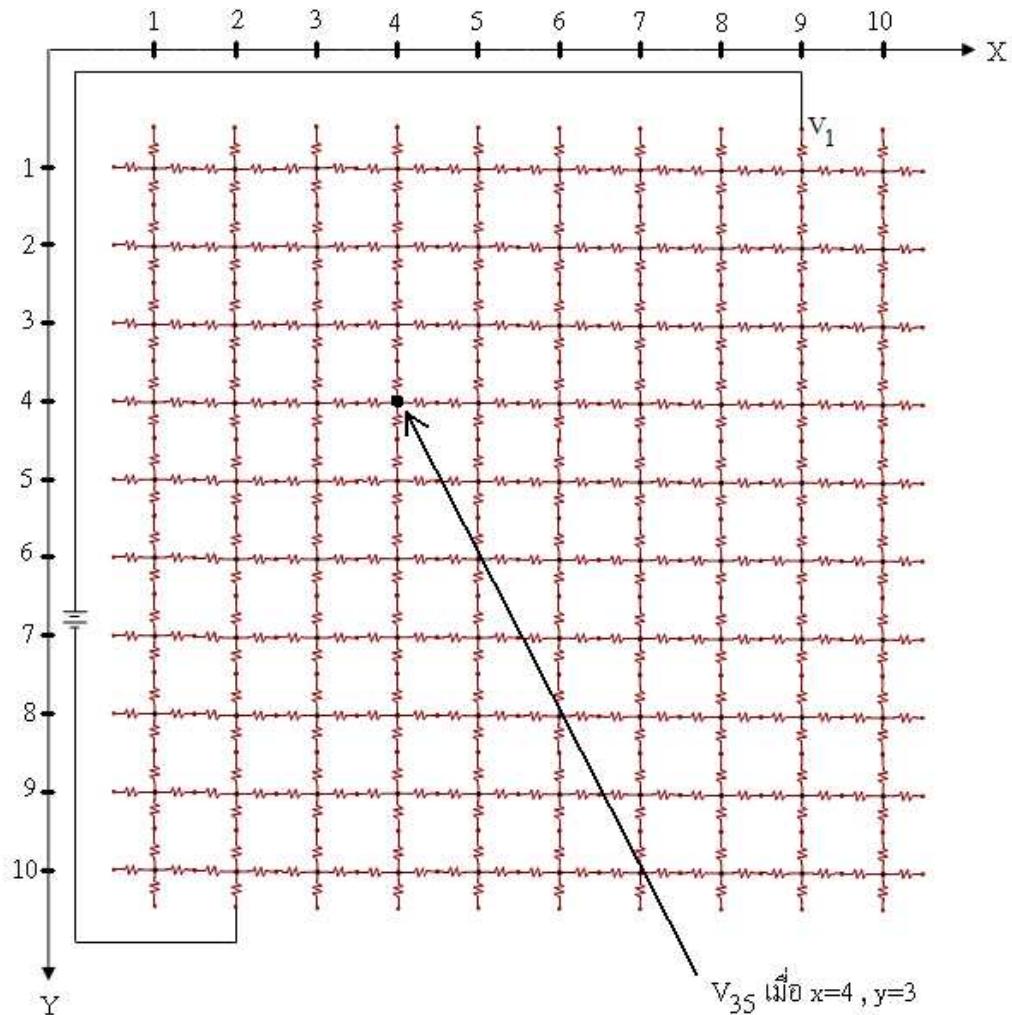
$\{\mathbf{V}\}$: เวกเตอร์ของศักยไฟฟ้า ณ ตำแหน่ง Node มีขนาด m

$[\mathbf{A}]$: เมตริกซ์ที่รับความ窄ไฟฟ้า (หรือความต้านทานไฟฟ้า) มีขนาด m^2

โดยที่ n_x, n_y คือจำนวน Voxel ทางแนวแกน x และแกน y ตามลำดับ เมื่อ m มีค่าเท่ากับ $(n_x \times n_y) + 1$ (เมื่อ 1 คือ สมการของจุดป้อนกระแสไฟฟ้า อ้างอิงจากหัวข้อ 2.6.2)

2.6.4 ตัวอย่างการต่อวงจรโครง่ายตัวต้านทานในระดับ 2 มิติ ขนาด 10×10 Voxel

แทนวัสดุตัวอย่างด้วยตัวต้านทานโดยให้ Voxel มีขนาดเท่ากับ 10×10 Voxel กำหนดให้ตัวต้านทานแต่ละตัวมีค่า $5 \text{ k}\Omega$ โดยป้อนแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าขนาด 10 โวลท์ที่ Voxel $(9,1)$ และกราวน์ดที่ Voxel $(2,10)$ ดังภาพที่ 2-18



ภาพที่ 2-18 แทนวัสดุตัวอย่างด้วยตัวถังท่านโดยให้ Voxel มีขนาดเท่ากับ 10×10

จากภาพที่ 2-18 เมื่อแทนวัสดุตัวอย่างด้วยตัวถังท่านโดยให้ Voxel มีขนาดเท่ากับ 10×10 คือ $n_x = 10$, $n_y = 10$ โดยที่ m เท่ากับ $(n_x \times n_y) + 1$ จะได้

$$m = (10 \times 10) + 1 = 101$$

$$k = 1, 2, \dots, 101$$

สมาชิกของเวกเตอร์ศักย์ไฟฟ้า $[V]$ คือ v_1, v_2, \dots, v_{101}

โดยศักย์ไฟฟ้าที่จุดอินพุท คือ v_1 สำหรับศักย์ไฟฟ้าที่จุด Node ต่าง ๆ คือ v_2, v_3, \dots, v_{101} ตัวอย่าง เช่น ศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่งอ้างอิงของ Voxel (v_k) เมื่อ (x,y) เท่ากับ $(4,3)$ จะทำให้ k มีค่าเท่ากับ $(n_y \times y) + x + 1$ จะได้ $(10 \times 3) + 4 + 1$ หรือเท่ากับ 35 ดังนั้น v_k จะเท่ากับ v_{35} ดังแสดงในภาพที่ 2-18 และจากสมการที่ (2-1) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของระบบสมการเชิงเส้นได้ดังแสดงในสมการที่ (2-26)

$$\begin{aligned}
 a_{1,1}v_1 + a_{1,2}v_2 + \dots + a_{1,m}v_m &= i_1 \\
 a_{2,1}v_1 + a_{2,2}v_2 + \dots + a_{2,m}v_m &= i_2 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 a_{m,1}v_1 + a_{m,2}v_2 + \dots + a_{m,m}v_m &= i_m
 \end{aligned} \tag{2-26}$$

เมื่อ

$a_{row,col}$: สัมประสิทธิ์ของเมตริกซ์ $[A]$ ที่ตำแหน่งแ嘎ว และคอลัมน์

row, col : มีค่าเท่ากับ $1, 2, \dots, m$; $m = (n_x \times n_y) + 1$

v_k : ศักยไฟฟ้าที่ Node k

i_k : กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน Node k

จากสมการ (2-26) ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าของระบบสมการเชิงเส้นคือ v_1, v_2, \dots, v_m สามารถเขียนเป็นเมตริกซ์ได้ดังนี้คือ

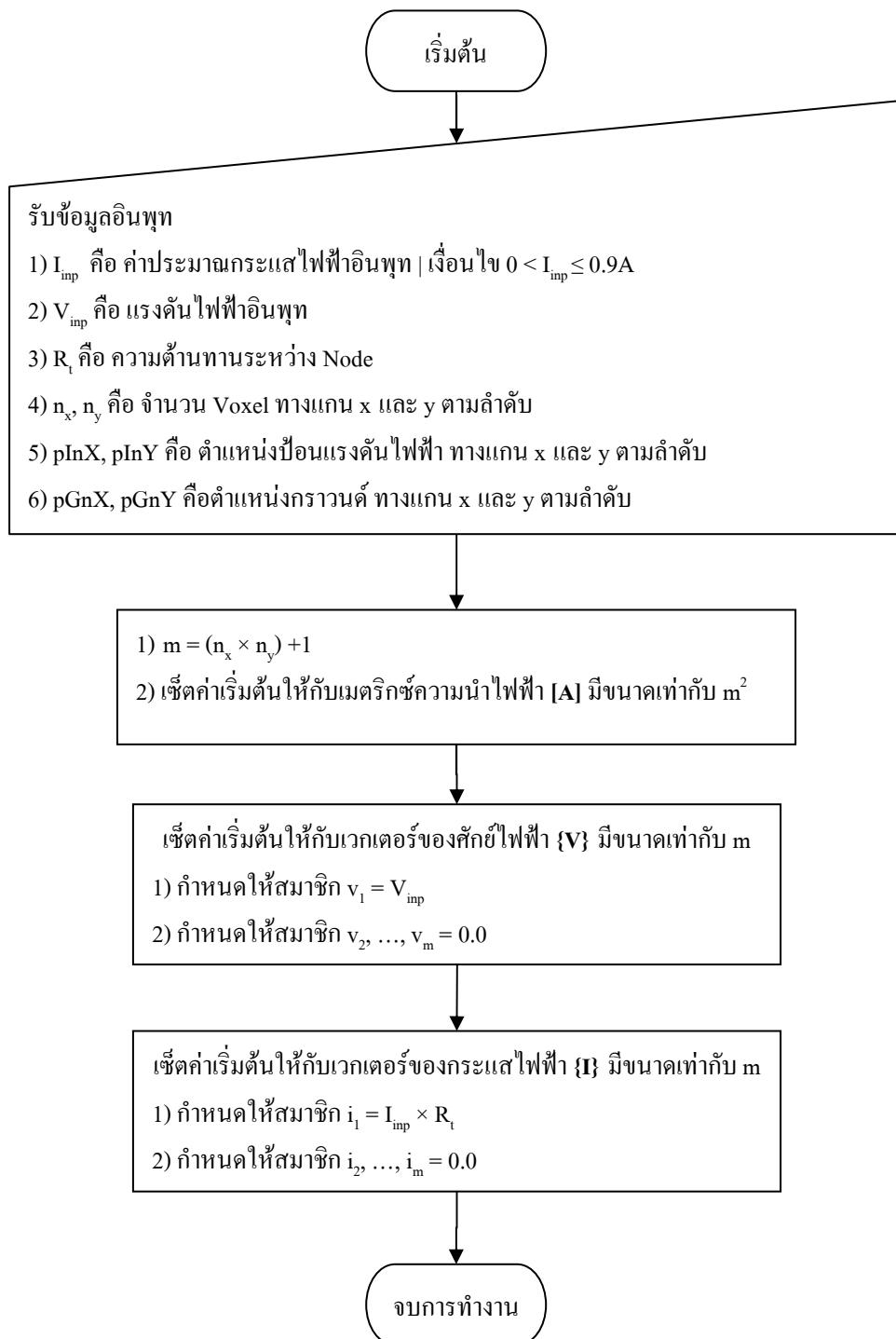
$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m,m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_m \end{Bmatrix} \tag{2-27}$$

เมื่อ a : สมาชิกของเมตริกซ์ $[A]$

v : สมาชิกที่ไม่ทราบค่าของเวกเตอร์ $\{V\}$

i : สมาชิกของเวกเตอร์ $\{I\}$

คำนวนผลลัพธ์ของระบบสมการเชิงเส้นโดยการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษา C++ แผนผังการสร้างเมตริกซ์ระบบสมการเชิงเส้นของวงจรไฟฟ้าระดับ 2 มิติ จะแสดงในภาพที่ 2-19 จะได้เมตริกซ์ของระบบสมการเชิงเส้น คือ เมตริกซ์ของความนำไฟฟ้า $[A]$ เวกเตอร์ของศักยไฟฟ้า $\{V\}$ และเวกเตอร์ของกระแสไฟฟ้า $\{I\}$ ดังภาพที่ 2-20 ภาพที่ 2-21 ก) และภาพที่ 2-21 ข) ตามลำดับ



ภาพที่ 2-19 แผนผังการสร้างเมตริกซ์ระบบสมการเชิงเส้นในขอบเขตวงจรไฟฟ้า 2 มิติ

| | |
|-----|--|
| 1 | [1 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 2 | [0 2 -1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 3 | [0 -1 3 -1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 4 | [0 0 -1 3 -1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 5 | [0 0 0 -1 3 -1 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 6 | [0 0 0 0 -1 3 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 7 | [0 0 0 0 0 -1 3 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 8 | [0 0 0 0 0 0 -1 3 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 9 | [0 0 0 0 0 0 0 -1 3 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0] |
| 10 | [-2 0 0 0 0 0 0 0 -1 5 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0] |
| • | • |
| • | • |
| 48 | [0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 4 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1] |
| 49 | [0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 4 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 50 | [0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 4 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 51 | [0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0] |
| 52 | [0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 -1 0 0 0 0 0 0 0] |
| • | • |
| • | • |
| 96 | [0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 3 -1 0 0 0 0] |
| 97 | [0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 3 -1 0 0 0 0] |
| 98 | [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 3 -1 0 0 0] |
| 99 | [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 3 -1 0 0 0] |
| 100 | [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 3 -1 0 0] |
| 101 | [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 2] |

ภาพที่ 2-20 เมตริกซ์ความนำไฟฟ้า [A] ที่ได้จากการคำนวณ เมื่อ Voxel ขนาดเท่ากับ 10×10 โดยป้อนศักย์ไฟฟ้านานาด 10 โวลท์เข้าที่จุด (9,1) และกราวน์ที่จุด (2,10)

ประมาณค่ากระแสไฟฟ้าอินพุทธ่วง 0 ถึง 0.9A โดยผู้วิจัยได้กำหนดໄว้ที่ 0.0002935A เมื่อความต้านทานระหว่าง Node (R_t) เท่ากับ $5 \text{ k}\Omega$

กำหนดค่าสมาชิกของเวกเตอร์ศักย์ไฟฟ้า $\{V\}$ คือ v_1 จะมีค่าเท่ากับแรงดันอินพุทที่ป้อนเข้าวงจรไฟฟ้าคือ 10 โวลท์ และสมาชิกที่ v_2 ถึง v_{101} คือศักย์ไฟฟ้าที่ Node 2 ถึง Node 101 ตามลำดับ กำหนดให้เท่ากับศูนย์ (ไม่มีค่า) ดังภาพที่ 2-21 ก)

กำหนดค่าสมาชิกของเวกเตอร์กระแสไฟฟ้า $\{I\}$ คือ i_1 จะมีค่าเท่ากับ ความต้านทานระหว่าง Node คูณกับกระแสที่กำหนดໄว้จะได้ $0.0002935A \times 5000\Omega$ เท่ากับ 1.4675 และสมาชิก i_2 ถึง i_{101} คือกระแสไฟฟ้าที่ Node 2 ถึง Node 101 ตามลำดับ ไม่เท่ากับศูนย์ (ดังภาพที่ 2-21 ข)

| | | | |
|-----|------|-----|--------|
| 1 | 10.0 | 1 | 1.4675 |
| 2 | 0.0 | 2 | 0.0 |
| 3 | 0.0 | 3 | 0.0 |
| 4 | 0.0 | 4 | 0.0 |
| 5 | 0.0 | 5 | 0.0 |
| 6 | 0.0 | 6 | 0.0 |
| 7 | 0.0 | 7 | 0.0 |
| 8 | 0.0 | 8 | 0.0 |
| 9 | 0.0 | 9 | 0.0 |
| 10 | 0.0 | 10 | 0.0 |
| • | | • | |
| • | | • | |
| • | | • | |
| 48 | 0.0 | 48 | 0.0 |
| 49 | 0.0 | 49 | 0.0 |
| 50 | 0.0 | 50 | 0.0 |
| 51 | 0.0 | 51 | 0.0 |
| 52 | 0.0 | 52 | 0.0 |
| • | | • | |
| • | | • | |
| • | | • | |
| 96 | 0.0 | 96 | 0.0 |
| 97 | 0.0 | 97 | 0.0 |
| 98 | 0.0 | 98 | 0.0 |
| 99 | 0.0 | 99 | 0.0 |
| 100 | 0.0 | 100 | 0.0 |
| 101 | 0.0 | 101 | 0.0 |

ก) เวกเตอร์ $\{V\}$ ก) เวกเตอร์ $\{I\}$

ภาพที่ 2-21 เมื่อ Voxel ขนาดเท่ากับ 10×10 และป้อนศักย์ไฟฟ้าขนาด 10 โวลต์เข้าที่จุด (9,1)
และกราวน์คที่จุด (2,10) ก) เวกเตอร์ศักย์ไฟฟ้า $\{V\}$ ข) เวกเตอร์กระแสไฟฟ้า $\{I\}$

กรณีที่คีโถร์มิเนนท์ของเมตริกซ์ระบบสมการเชิงเส้น (ภาพที่ 2-20 และภาพที่ 2-21) ไม่เป็นสูญญ์ สามารถหาผลลัพธ์ด้วยการใช้ระเบียบการทำแบบเกาส์-ไซเดล โดยการนำสมการที่ (2-27) มาจัดรูปแบบให้เป็นสมการวนรอบจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 v_1^{c+1} &= \frac{1}{a_{1,1}} (i_1 - a_{1,2}v_2^c - \dots - a_{1,m}v_m^c) \\
 v_2^{c+1} &= \frac{1}{a_{2,2}} (i_2 - a_{2,1}v_1^{c+1} - a_{2,3}v_3^c - \dots - a_{2,m}v_m^c) \\
 &\vdots \\
 v_m^{c+1} &= \frac{1}{a_{m,m}} (i_m - a_{m,1}v_1^{c+1} - a_{m,2}v_2^{c+1} - \dots - a_{m,m-1}v_{m-1}^{c+1})
 \end{aligned} \tag{2-28}$$

เมื่อ c : รอบของการทำแบบ

จากสมการ (2-28) มีรูปแบบสมการทั่วไปคือ

$$v_k^{\text{new}} = a_{k,k}^{-1} \cdot (i_k - \sum_{k,l < k} a_{k,l} v_l^{\text{new}} - \sum_{k,l > k} a_{k,l} v_l^{\text{old}}) \quad (2-29)$$

เมื่อ

k, l : แฉวและคอลัมน์ของเมตริกซ์ $[A]$ ตามลำดับ

ค่าความผิดพลาดที่สามารถทำการคำนวณได้จะเป็นเพียงค่าความผิดพลาดโดยประมาณ ซึ่งหาได้ด้วยการเปรียบเทียบผลเฉลยโดยประมาณจากการคำนวณ 2 ครั้ง โดยมีนิยามในรูปแบบของความผิดพลาดโดยประมาณร้อยละ (Approximate Percentage Error: ϵ_a) สามารถหาได้ดังสมการที่ (2-30)

$$\epsilon_a = \frac{v_k^{\text{old}} - v_k^{\text{new}}}{v_k^{\text{new}}} \times 100\% \quad (2-30)$$

เมื่อ

v_k^{old} : ผลเฉลยโดยประมาณของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Node k ครั้งแรก

v_k^{new} : ผลเฉลยโดยประมาณของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Node k ครั้งใหม่

ตรวจสอบว่าผลลัพธ์นั้นได้ลู่เข้าถึงเกณฑ์ (Convergence Criterion) ที่กำหนดไว้แล้ว หรือไม่ เกณฑ์ดังกล่าว คือ ϵ เป็นค่าความผิดพลาดที่ยอมได้ หรืออาจใช้

$$\left| \frac{v_k^{\text{old}} - v_k^{\text{new}}}{v_k^{\text{new}}} \right| \times 100\% < \epsilon_s \quad (2-31)$$

แทนค่าในสมการ (2-31) ด้วย (2-30) จะได้

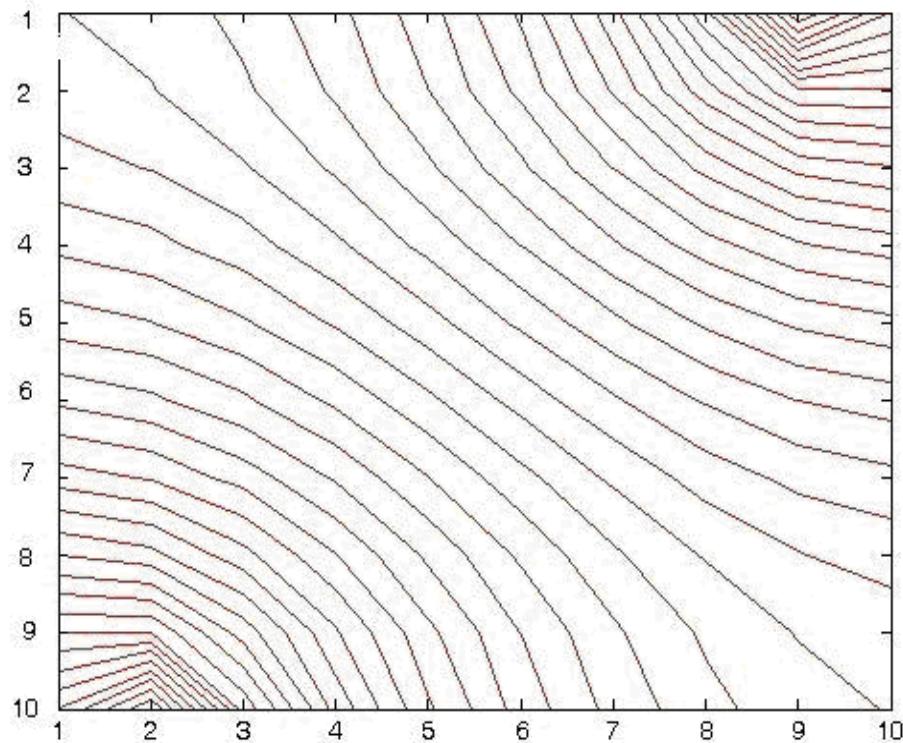
$$\epsilon_a < \epsilon_s \quad (2-32)$$

โดย ϵ_s แทนค่าความผิดพลาดที่ยอมได้เพื่อหยุดการคำนวณ คือ 0.05% ซึ่งนิยมใช้กับปัญหาทั่วๆ ไป โดยจะทำซ้ำจนกว่าผลลัพธ์ที่ได้มีค่าถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนด เช่นแสดงในสมการ (2-31) หรือ (2-32) ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณแสดงในตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 ผลของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงในแต่ละ Voxel เมื่อข้อมูลแนวโน้มก่อให้เกิดในแกน x และข้อมูลในแกน y คือตำแหน่งในแกน y

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Y1 | 5.06 | 5.13 | 5.26 | 5.46 | 5.73 | 6.11 | 6.61 | 7.34 | 8.53 | 7.95 |
| Y2 | 5.00 | 5.06 | 5.19 | 5.38 | 5.64 | 5.97 | 6.39 | 6.88 | 7.37 | 7.37 |
| Y3 | 4.87 | 4.93 | 5.05 | 5.24 | 5.47 | 5.76 | 6.08 | 6.42 | 6.69 | 6.79 |
| Y4 | 4.68 | 4.74 | 4.86 | 5.04 | 5.26 | 5.51 | 5.77 | 6.01 | 6.21 | 6.30 |
| Y5 | 4.42 | 4.49 | 4.62 | 4.80 | 5.01 | 5.24 | 5.47 | 5.67 | 5.82 | 5.90 |
| Y6 | 4.10 | 4.17 | 4.32 | 4.52 | 4.75 | 4.98 | 5.19 | 5.37 | 5.50 | 5.57 |
| Y7 | 3.70 | 3.79 | 3.98 | 4.22 | 4.49 | 4.73 | 4.95 | 5.13 | 5.25 | 5.32 |
| Y8 | 3.21 | 3.30 | 3.58 | 3.91 | 4.23 | 4.52 | 4.76 | 4.94 | 5.06 | 5.13 |
| Y9 | 2.63 | 2.63 | 3.12 | 3.61 | 4.02 | 4.35 | 4.61 | 4.80 | 4.93 | 5.00 |
| Y10 | 2.05 | 1.47 | 2.66 | 3.38 | 3.89 | 4.26 | 4.54 | 4.74 | 4.87 | 4.93 |

นำผลลัพธ์ที่ได้จากตารางที่ 2-1 แสดงผลเป็นกราฟได้ดังภาพที่ 2-22 จะสังเกตได้ว่ามีลักษณะเป็นวงโค้งคล้ายระลอกคลื่นของน้ำที่กระจายออกไปรอบ ๆ จุด (9,1) และจุด (2,10)



ภาพที่ 2-22 การกระจายความเข้มสนามไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกพันธ์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ MATLAB วัด โดยที่ Contour = 40

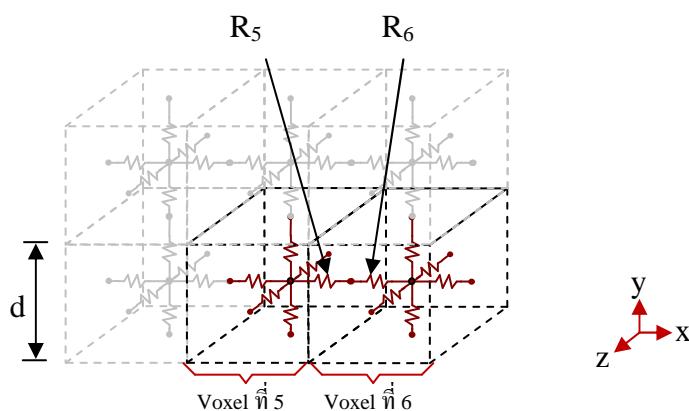
บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

วัตถุประสงค์หลักของงานวิจัยนี้คือ ศึกษาและทดลองเพื่อหาผลกระทบต่อสุขภาพนุ่มยื่น เกิดจากคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่อยู่รอบ ๆ มนุษย์ เช่น โทรศัพท์มือถือ ในเบื้องต้นงานวิจัยนี้ได้ศึกษา และทดลองผลกระทบของความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิต ที่เกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทราบคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุเอกสารพันธ์ พฤติกรรมทางไฟฟ้าของไฟในตู้ดิฟเฟอร์เรนซ์ในขอบเขตสามมิติ ด้วยการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel ทำให้สามารถคำนวณการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิต และจากผลลัพธ์ดังกล่าวสามารถนำมาคำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะส่วน ในสถานการณ์จำลองความละเอียดของการแสดงผลภาพนั้น ขึ้นอยู่กับการแบ่งปริมาตรวัสดุเอกสารพันธ์ให้เล็กลงตามรายละเอียดที่ต้องการ แบบจำลอง Voxel ที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นแบบสเกลลาร์ สำหรับระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่นำมาใช้ในการคำนวณก็มีหลายแบบให้เลือกใช้ดังจะกล่าวในต่อไป

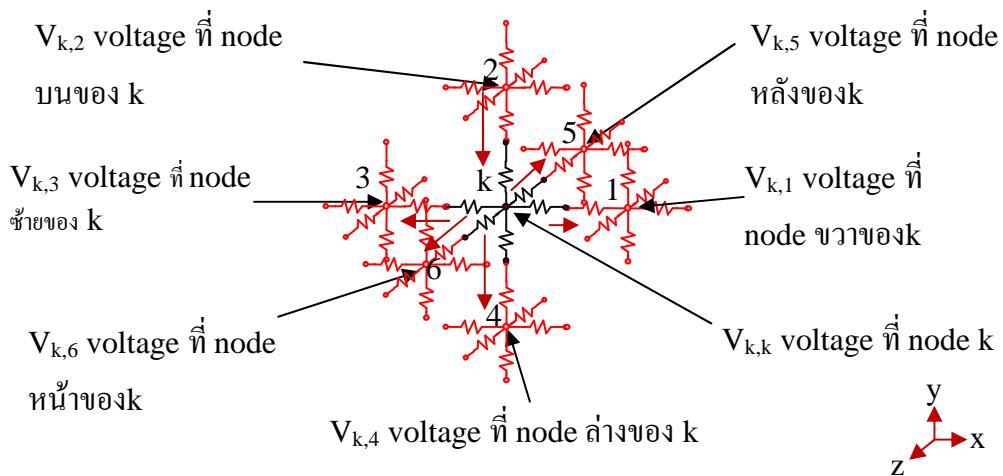
3.1 พฤติกรรมทางไฟฟ้าของไฟในตู้ดิฟเฟอร์เรนซ์ในขอบเขต 3 มิติ

พิจารณาใน 3 มิติ โดยแบ่งวัสดุออกเป็น Voxel ต่อชื่อมกันตาม 3 มิติ ในเบื้องต้นให้เป็นรูปทรงลูกบาศก์ดังภาพที่ 3-1 เมื่อแทนค่าความด้านทานให้กับแต่ละ Voxel ความกว้างของ Voxel เท่ากับ d โดยแต่ละ Voxel จะเชื่อมติดกันที่ผนังทั้ง 6 ด้าน



ภาพที่ 3-1 แทนค่าความด้านทานในแต่ละ Voxel ของ

3.1.1 พิจารณาหาค่าตอบของสักยีไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงจุด k คือ $V_{k,k}$ โดยที่จุด k จะมี Voxel ข้างเคียงประชิดอยู่รอบห้องหกด้านดังภาพที่ 3-2 ในระดับ 3 มิตินี้ การหาค่าตัวต้านทานใช้วิธีเหมือนการหาค่าในระดับ 2 มิติ โดยที่การหาค่าตัวต้านทานแต่ละตัวใน Voxel ที่ i (R_i) และความต้านทานระหว่างจุดอ้างอิงทั้ง 2 Node (R_t) สามารถดูได้จากสมการที่ (2-17) และสมการที่ (2-19) ตามลำดับ ซึ่งการหาค่าในระดับ 3 มิติ เมื่อป้อนกระแสไฟฟ้าเข้า ในวงจรระดับ 3 มิติ ดังภาพที่ 3-2 เนื่องจากการคำนวณจุดกำนิดแรงดันไฟฟ้าอยู่ตำแหน่ง Voxel ด้านในที่เชื่อมต่อกับ Voxel อื่น ๆ



ภาพที่ 3-2 พิจารณาค่าสักยีไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel k ($V_{k,k}$) เมื่อ Voxel k อยู่ภายในปริมาตรวัสดุเอกพันธ์

รอบ Node ที่ k จะมี Node ข้างเคียงหมายเลข 1 2 3 4 5 และ 6 เมื่อ 1 คือ Node ทางขวาของ Node k เมื่อ 2 คือ Node ด้านบนของ Node k เมื่อ 3 คือ Node ด้านซ้ายของ Node k เมื่อ 4 คือ Node ด้านล่างของ Node k เมื่อ 5 คือ Node ด้านหลังของ Node k และ Node 6 คือ Node ด้านหน้าของ Node k ดังภาพที่ 3-2

ภาพที่ 3-2 เมื่อกระแสไฟ流เข้าควบกระแสที่ไหลออกของ Node k ภายในวงจร 3 มิติ จะได้

$$\sum_{i=1}^6 I_{k,i} = \frac{V_{k,2} - V_{k,k}}{2R} - \frac{V_{k,k} - V_{k,1}}{2R} - \frac{V_{k,k} - V_{k,3}}{2R} \\ - \frac{V_{k,k} - V_{k,4}}{2R} - \frac{V_{k,k} - V_{k,5}}{2R} - \frac{V_{k,k} - V_{k,6}}{2R} \quad (3-1)$$

$$\sum_{i=1}^6 I_{k,i} = \frac{3V_{k,k}}{R} - \sum_{i=1}^6 \frac{V_{k,i}}{2R} \quad (3-2)$$

เมื่อ

R : ค่าความต้านทานของแต่ละตัว Voxel

$I_{k,i}$: กระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง k,i

$V_{k,k}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง k

$V_{k,1}, V_{k,2}, V_{k,3}, V_{k,4}, V_{k,5}, V_{k,6}$ คือ ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ประชิดที่ 1,2,3,4,5 และ 6 ตามลำดับ ดังภาพที่ 3-1

ในวงจร 3 มิติ จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ณ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้าผลรวมทางพีชคณิต ของกระแสที่ไหลเข้าและกระแสที่ไหลออกมีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้

$$0 = \frac{3V_{k,k}}{R} - \sum_{i=1}^6 \frac{V_{k,i}}{2R} ; \text{ เมื่อ } k = 1, 2, 3, \dots, n_x \times n_y \times n_z \quad (3-3)$$

เมื่อ

$V_{k,k}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง k

$V_{k,i}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง i (จุดอ้างอิงใด ๆ ที่อยู่ข้างเคียงจุดอ้างอิงจุด k)

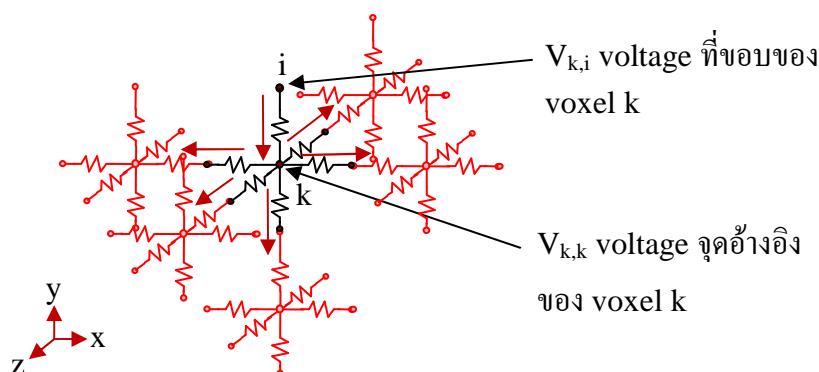
R : ค่าความต้านทานของแต่ละตัว Voxel

n_x : จำนวน Voxel ทางแกน x

n_y : จำนวน Voxel ทางแกน y

n_z : จำนวน Voxel ทางแกน z

3.1.2 พิจารณาหาค่าตอบของศักย์ไฟฟ้าที่ขอบของ Voxel k ที่จุด i คือ $V_{k,i}$ โดยที่จุด i คือ ขอบหรือผนังของ Voxel ดังภาพที่ 3-3



ภาพที่ 3-3 พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดขอบ ($V_{k,i}$) เมื่อ Voxel k อยู่ที่ขอบของปริมาตรวัสดุ เอกพันธ์

ที่จุดของ Voxel คือ จุด i จะอยู่ที่ขอนบนของ Voxel โดยที่จุด i อาจอยู่ขอนด้านล่าง ขอนด้านซ้าย ขอนด้านบน ขอนด้านขวา ขอนด้านหน้า หรือขอนด้านหลัง ของจุดอ้างอิง k ก็ได้ แต่ ในที่นี่สมมุติให้จุด i อยู่ด้านบนของจุดอ้างอิง k ดังภาพที่ 3-3

จากภาพที่ 3-3 ภายในวงจร 3 มิติ จากรากของเครื่องซอฟฟ์แวร์ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้าผลรวมทางพีชคณิตของกระแสที่ไหลเข้าและกระแสที่ไหลออกมีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้

$$0 = I_{k,i} - \frac{V_{k,i} - V_{k,k}}{R} \quad (3-4)$$

$$I_{k,i} = \frac{V_{k,i}}{R} - \frac{V_{k,k}}{R} \quad (3-5)$$

เมื่อ

$V_{k,i}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดของ Voxel k

$V_{k,k}$: ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง k ของ Voxel k

R : ค่าความต้านทานของแต่ละตัว Voxel k

3.1.3 จากหัวข้อ 3.1.1 และหัวข้อ 3.1.2 เมื่อจำนวนของ Voxel ทางแกน x ทางแกน y และ ทางแกน z มีขนาดเป็น $n_x \times n_y \times n_z$ สามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\{\Pi\} = [\mathbf{A}] \cdot \{\mathbf{V}\} \quad (3-6)$$

เมื่อ

$\{\Pi\}$: เวกเตอร์ของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละ Node มีขนาด m

$\{\mathbf{V}\}$: เวกเตอร์ของศักย์ไฟฟ้า ณ ตำแหน่ง Node มีขนาด m

$[\mathbf{A}]$: เมตริกซ์จัตุรัสของความนำไฟฟ้า (หรือความต้านทานไฟฟ้า) มีขนาด m^2

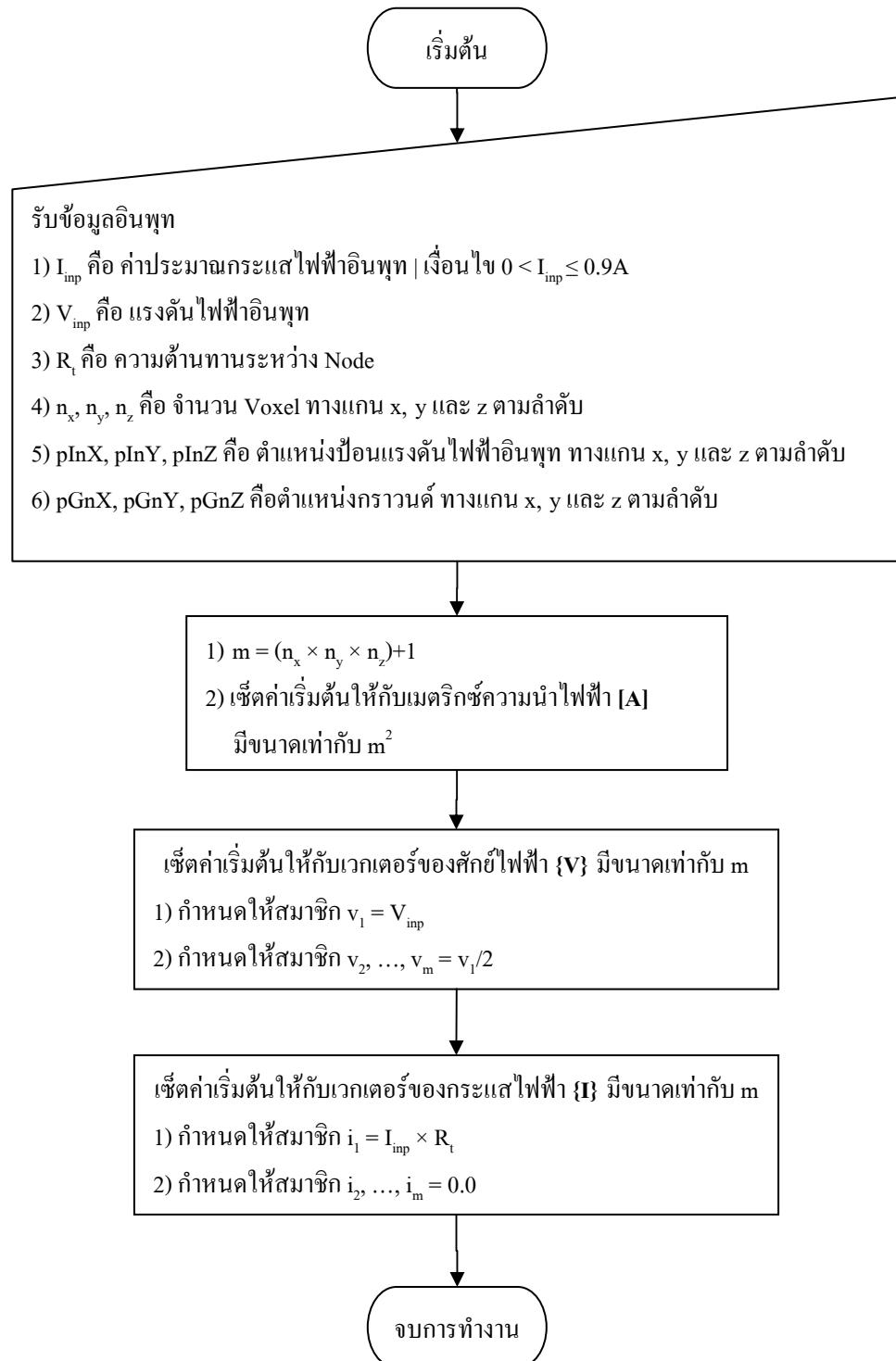
n_x : จำนวน Voxel ทางแนวแกน x

n_y : จำนวน Voxel ทางแนวแกน y

n_z : จำนวน Voxel ทางแนวแกน z

โดยที่ m มีค่าเท่ากับ $(n_x \times n_y \times n_z) + 1$ (เมื่อ 1 คือ สมการของจุดป้อนกระแสไฟฟ้า อ้างอิง จากหัวข้อ 3.1.2)

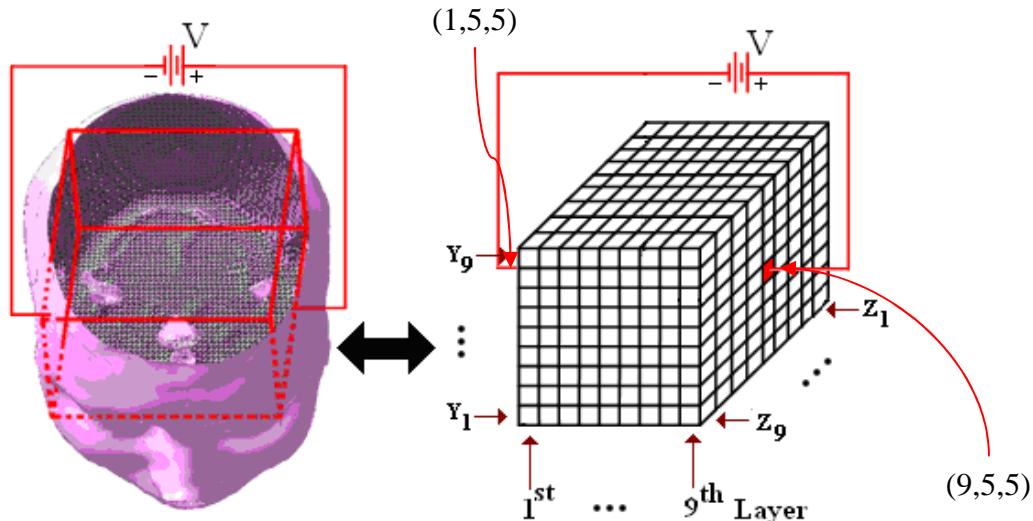
3.1.4 จากหัวข้อ 3.1.3 สามารถเขียนเป็นแผนผังการสร้างเมตทริกซ์ระบบสมการเชิงเส้นได้ดัง
แสดงในภาพที่ 3-4



ภาพที่ 3-4 แผนผังการสร้างเมตทริกซ์ระบบสมการเชิงเส้นในขอบเขตวงจรไฟฟ้า 3 มิติ

3.2 แบบจำลองสมองมนุษย์ด้วย Voxel

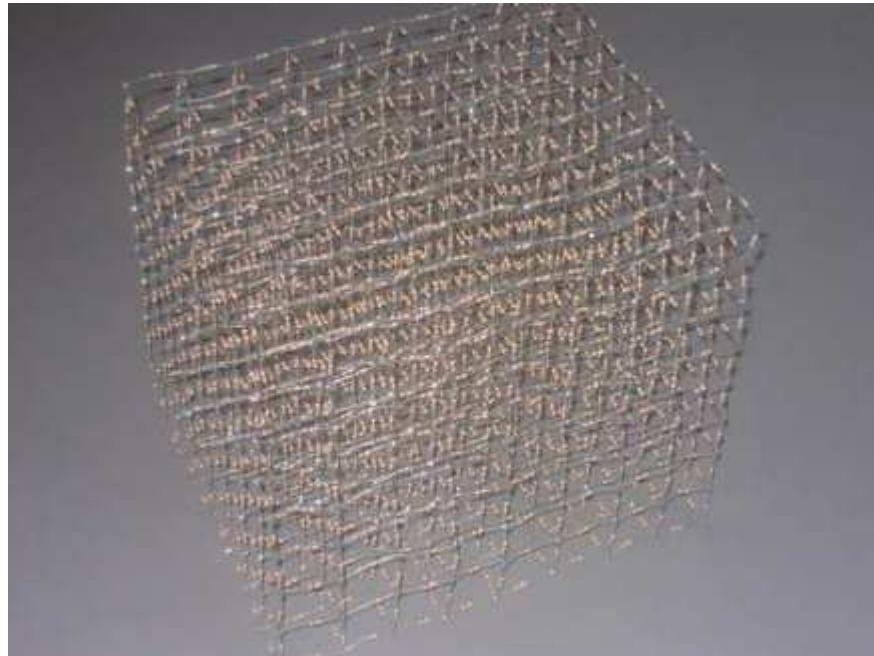
ศึกษาการแผ่กระจายศักย์ไฟฟ้า อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตบนแบบจำลองวัสดุเอกพันธ์ในข้อมูล 3 มิติ จากภาพที่ 3-5 แบ่งวัสดุเอกพันธ์ให้มี Voxel ขนาดเท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ เมื่อ 1 Voxel จะประกอบด้วยตัวต้านทานที่ต่ออยู่ภายใต้ทั้งหมด 6 ตัว โดยความต้านทานแต่ละตัว (R_i) เท่ากับ $2.5 \text{ k}\Omega$ ดังนั้นความต้านทานระหว่าง Voxel ($2R_i$) จะมีค่าเท่ากับ $5 \text{ k}\Omega$ ป้อนแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิต 10 โวลท์ ที่จุด $(9,5,5)$ และกราวด์ที่จุด $(1,5,5)$ เมื่อพิกัดแรกคือ Layer พิกัดที่สองคือแกน y และพิกัดที่สามคือแกน z ตามลำดับ



ภาพที่ 3-5 การต่อแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตเข้ากับแบบจำลองขนาด $9 \times 9 \times 9$ Voxel

3.3 แบบจำลองสมองมนุษย์ด้วยโครงข่ายตัวต้านทาน

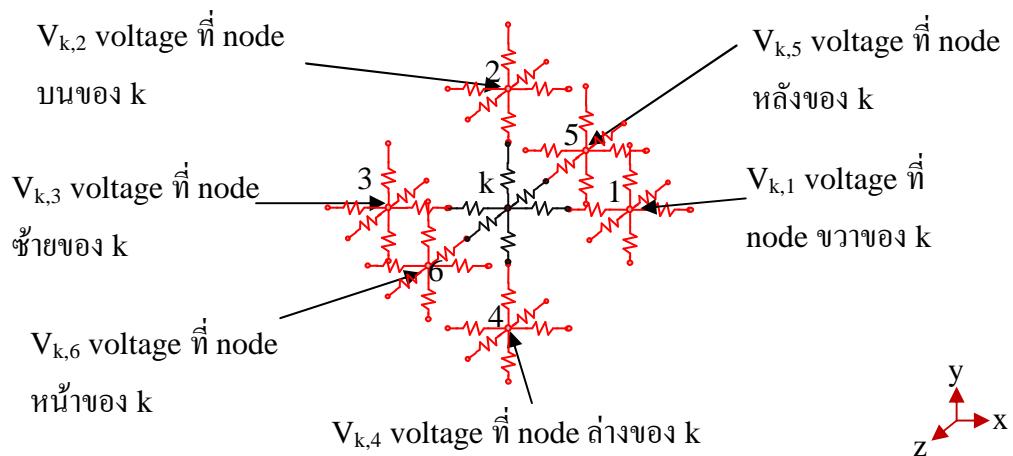
เพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องของแบบจำลองในข้อ 3.2 ลูกสร้างขึ้นด้วยโครงข่ายจริงขนาด $9 \times 9 \times 9$ ด้วยชั้นกัน [14] ซึ่งโครงข่ายนี้ประกอบด้วยตัวต้านทานขนาด $5 \text{ k}\Omega$ ภายใต้แรงดันไฟฟ้าสถิต 10 โวลท์ มีลักษณะการต่อจุดเข้า-ออก ดังภาพที่ 3-6 การเปรียบเทียบผลการคำนวณและการทดลองจะอยู่ในหัวข้อ 4.3



ภาพที่ 3-6 แบบจำลองโครงข่ายตัว้านทานสามมิติขนาด $9 \times 9 \times 9$ Voxel (ภาพจาก [14])

3.4 ความเข้มสนามไฟฟ้า (\vec{E})

เนื่องจากค่าความเข้มสนามไฟฟ้า มีความสำคัญในการหาค่าอัตราการซึมซับจำเพาะ จะหาได้จากค่าศักย์ไฟฟ้าที่คำนวณได้จากจุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel จากภาพที่ 3-7 กำหนดให้ Voxel k มี Voxel ประชิดทั้ง 6 ด้าน โดยที่ Voxel ประชิดดังกล่าวอยู่ติดกับ ด้านขวา ด้านบน ด้านซ้าย ด้านล่าง ด้านหน้า และด้านหลัง ซึ่งจะให้หมายเลข 1 2 3 4 5 และ 6 ตามลำดับ



ภาพที่ 3-7 กำหนด Voxel k กับ Voxel ข้างเคียงทั้ง 6 เมื่อ d คือความกว้างของ Voxel

คำนวณการแจกแจงความเข้มสนานไฟฟ้าสามารถหาได้จากค่าเกรเดียน (Gradient) ของการกระจายศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่งอ้างอิงของแต่ Voxel จะได้

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{z}\right) \quad (3-11)$$

เมื่อ

\vec{E} : ค่าความเข้มของสนานไฟฟ้า

V : ศักย์ไฟฟ้าที่ตำแหน่งอ้างอิงของ Voxel

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$: ยูนิตเวกเตอร์ของแกน x, y, z ตามลำดับ

ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เมื่อกำหนด Node ที่ต้องการหาค่าเกรเดียนมี Node ประจำชิดข้างเคียงทั้ง 6 ด้าน โดยการประมาณค่าช่วงสมการอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Interval) เมื่อค่าความกว้างของสอง Voxel มีค่าเท่ากับ $2d$ จะได้

$$\vec{\nabla}V_{k,k} \approx \frac{V_{k,1}-V_{k,3}}{2d}\hat{x} + \frac{V_{k,4}-V_{k,2}}{2d}\hat{y} + \frac{V_{k,5}-V_{k,6}}{2d}\hat{z} \quad (3-12)$$

เมื่อ $V_{k,1}, V_{k,2}, V_{k,3}, V_{k,4}, V_{k,5}, V_{k,6}$ คือ ค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของแต่ละ Node ข้างเคียงของ Node k

ค่าผิดพลาดโดยประมาณจะอยู่ใน order d^2 คือ $O(d^2)$

$$\vec{\nabla}V = \vec{\nabla}V_{k,k} + O(d^2) \quad (3-13)$$

ถ้า d มีค่าน้อยทำให้ order d^2 มีค่าต่ำมาก จะไม่นำมาพิจารณาในงานวิจัยนี้

ค่าเกรเดียนที่บริเวณขอบของวัสดุออกพันธ์ สามารถทำได้โดยการประยุกต์ใช้สมการผลต่างอันดับหนึ่ง (First Forward Divided Difference) แทนเนื่องจากด้านประจำจะหายไป 1 ด้านโดยความกว้างของ Voxel เท่ากับ d จะได้

สำหรับแกน x คือ

$$\frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} = \frac{V_{k,1}-V_{k,k}}{d}\hat{x} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} = \frac{V_{k,k}-V_{k,3}}{d}\hat{x} \quad (3-14)$$

สำหรับแกน y คือ

$$\frac{\partial V}{\partial y} \hat{y} = \frac{V_{k,4} - V_{k,k}}{d} \hat{y} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\partial V}{\partial y} \hat{y} = \frac{V_{k,k} - V_{k,2}}{d} \hat{y} \quad (3-15)$$

สำหรับแกน z คือ

$$\frac{\partial V}{\partial z} \hat{z} = \frac{V_{k,5} - V_{k,k}}{d} \hat{z} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\partial V}{\partial z} \hat{z} = \frac{V_{k,k} - V_{k,6}}{d} \hat{z} \quad (3-16)$$

3.5 อัตราการซึมซับจำเพาะ (SAR)

จากการศึกษาปริมาณผลกระแทบทั้ง อัตราการซึมซับจำเพาะ (Specific Absorption Rate: SAR) และการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิ (Temperature Rise) พบว่าการคำนวณหา SAR มีรูปแบบ สมการที่ไม่ยุ่งยากเมื่อเปรียบเทียบกับการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิ เนื่องจาก SAR ต้องการปัจจัยต่าง ๆ ที่ต้องนำมาพิจารณาในการคำนวณน้อยกว่าการคำนวณเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิ และการทดลองการ เพิ่มขึ้นของอุณหภูมิมีความยุ่งยากซับซ้อนและต้องการเทคโนโลยีระดับสูง ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือก ที่จะศึกษาอัตราการซึมซับเพาะ

การศึกษาการกระจายของอัตราการซึมซับจำเพาะในศีรษะมนุษย์ นำมาใช้ในการจำลอง ผลกระแทบที่เกิดจากการแผ่กระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเข้าไปในศีรษะมนุษย์ เนื่องจากศีรษะมนุษย์มี ลักษณะเฉพาะทางแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นจึงสามารถคำนวณหาอัตราการดูดซึมพลังงานภายในศีรษะ มนุษย์ได้ อัตราการซึมซับจำเพาะมีหน่วยเป็นกำลังงานที่ถูกดูดซึมต่อมวลของเนื้อเยื่อ คือ W/kg หรือ mW/g [11]

สนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งประกอบด้วยสนามแม่เหล็ก H และสนามไฟฟ้า E ที่ถูกแผ่กระจาย โดยโทรศัพท์มือถือ ดังนั้นสามารถใช้ทฤษฎีของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Theory) ในการ วิเคราะห์การแผ่กระจายของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า [12]

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \nabla \times H = \sigma E + \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3-17)$$

เมื่อ E : ความเข้มสนามไฟฟ้า [V/m]

H : ความเข้มสนามแม่เหล็ก [A/m]

μ : ความสามารถในการซึมผ่านได้ [H/m]

ϵ : สภาพการยอม [F/m]

σ : ความนำไฟฟ้า [S/m]

ค่าของสภาพย้อม และความนำไฟฟ้ามีค่าเปลี่ยนแปลงตามความถี่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่อทราบผลลัพธ์ของการกระจายความเข้มของสนามไฟฟ้า ก็สามารถนำผลลัพธ์ดังกล่าวมาคำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะ ดังสมการต่อไปนี้ [12]

$$SAR = \frac{\sigma |E|^2}{\rho} \quad (3-18)$$

เมื่อ ρ : ความหนาแน่นของมวลเนื้อเยื่อ [kg/m^3]

เพื่อคำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะในวัสดุเอกสารพันธ์ จำเป็นต้องทราบคุณสมบัติทางไฟฟ้าของเนื้อเยื่อที่จะใช้กับวัสดุเอกสารพันธ์ จาก [16] เมื่อสภาพการยอมของเนื้อเยื่อ (ϵ_r) มีหน่วย F/m และความนำไฟฟ้าจำเพาะของเนื้อเยื่อ (σ) มีหน่วย S/m ตัวแปรทั้งสองตัวแปรดังกล่าวจะผันแปรตามความถี่ที่ใช้ทดสอบกับเนื้อเยื่อดังแสดงในตารางที่ 3-1 เมื่อความหนาแน่นของมวลเนื้อเยื่อ (ρ) มีหน่วย kg/m^3 และแสดงในตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-1 คุณสมบัติทางไฟฟ้าของเนื้อเยื่อต่อกำลังความถี่ 900 MHz และความถี่ 1800 MHz

| เนื้อเยื่อ | $\epsilon_r(f)[\text{F}/\text{m}]$ | | $\sigma(f)[\text{S}/\text{m}]$ | |
|------------|------------------------------------|----------|--------------------------------|----------|
| | 900 MHz | 1800 MHz | 900 MHz | 1800 MHz |
| สมอง | 15.33 | 16.50 | 0.23 | 0.43 |

ตารางที่ 3-2 ความหนาแน่นของมวลเนื้อเยื่อ

| เนื้อเยื่อ | $\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$ |
|------------|------------------------------|
| สมอง | 1772 |

บทที่ 4

ผลการทดลอง

ผลของการวิจัยครั้งนี้ จะนำเสนอผลที่ได้จากการคำนวณค่าสักยีไฟฟ้าและการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel เมื่อ Voxel มีขนาดเท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ ด้วยระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล และยืนยันเปรียบเทียบผลการคำนวณค่าสักยีไฟฟ้ากับการวัดจริง (วัดค่าสักยีไฟฟ้าที่โครงข่ายตัวต้านทาน)

เพื่อศึกษาผลกระทบของสนามไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ เป็นต้นผู้วิจัยคำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะส่วน โดยกำหนดให้วัสดุเอกสารพันธ์แทนเนื้อเยื่อสมองมนุษย์และแบ่งปริมาตรวัสดุเอกสารพันธ์ให้มี Voxel เท่ากับ $100 \times 100 \times 100$ ในการคำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะส่วน จำเป็นต้องคำนวณค่าสักยีไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel และคำนวณค่าการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในวัสดุเอกสารพันธ์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นด้วยระเบียบวิธีการผ่อนปรนเกินสีบันเน็ง

4.1 รายละเอียดของระบบที่ใช้

สำหรับรายละเอียดของซอฟต์แวร์ และฮาร์ดแวร์ที่ใช้ในการจำลอง และแสดงผลภาพอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ มีดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 รายละเอียดของระบบที่ใช้พัฒนา

| รายการ | รายละเอียด |
|---------------------------|---|
| คอมพิวเตอร์ | ATEC Vegas-285 CPU : AMD Turion-64bit 1800MHz RAM : 1 Gbytes Hard disk : 40 Mbytes VGA : ATI Radeon Xpress 200M |
| ระบบปฏิบัติการ | Windows XP-Home Edition (SP.2) |
| ซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการพัฒนา | Microsoft Visual C++ 6.0 Microsoft Visual Basic 6.0 |
| ซอฟต์แวร์อื่น ๆ | MATLAB 7.0 |
| ฮาร์ดแวร์ทดสอบ | แบบจำลองโครงข่ายตัวต้านทาน 3 มิติ |

4.2 การแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ระบบวิธีเชิงตัวเลขของวงจรระดับ 3 มิติ

ในหัวข้อนี้จะเป็นการคำนวณหาการแพร่กระจายศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงต่าง ๆ ของ Voxel ที่มีขนาด $9 \times 9 \times 9$ ก่อน จากทฤษฎีของโครงสร้างไฟฟ้าในหัวข้อ 2.3 และ 3.1.3 จะได้ระบบสมการเชิงเส้น

$$\{\mathbf{I}\} = [\mathbf{A}] \cdot \{\mathbf{V}\} \quad (4-1)$$

เมื่อ

$\{\mathbf{I}\}$: เวกเตอร์ของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในแต่ละ Node มีขนาด m

$\{\mathbf{V}\}$: เวกเตอร์ของศักย์ไฟฟ้า ณ ตำแหน่ง Node มีขนาด m

$[\mathbf{A}]$: เมตริกซ์จัตุรัสของความนำไฟฟ้า (หรือความต้านทานไฟฟ้า) มีขนาด m^2

n_x : จำนวน Voxel ทางแนวแกน x

n_y : จำนวน Voxel ทางแนวแกน y

n_z : จำนวน Voxel ทางแนวแกน z

โดยที่ m มีค่าเท่ากับ $(n_x \times n_y \times n_z) + 1$ และ ดังนั้น $m = (9 \times 9 \times 9 + 1)$ เท่ากับ 730 หน่วย

ต่อวงจรไฟฟ้าดังภาพที่ 3-5 เมื่อ $2R_i$ จะมีค่าเท่ากับ $5 k\Omega$ ต่อแหล่งจ่ายไฟฟ้าสูง 10 โวลท์ ที่จุด (9,5,5) และกราวด์ที่จุด (1,5,5) ดังนั้นจะได้สมการเชิงเส้นทั้งหมด m สมการหรือ 730 สมการ

4.2.1 การกำหนดตำแหน่งในอาร์เรย์

กำหนดให้วัสดุเอกพันธ์แบ่งเป็น Voxel จำนวน n_x n_y และ n_z คือ จำนวน Voxel ทางแกน x ทางแกน y และแกน z ตามลำดับ ดังนั้นจะได้

กำหนด dx คือระยะห่างระหว่าง Voxel ประชิดด้านซ้าย หรือ Voxel ประชิดด้านขวาคือจะมีระยะห่างของอาร์เรย์คงที่เป็น 1 เสมอ จะได้

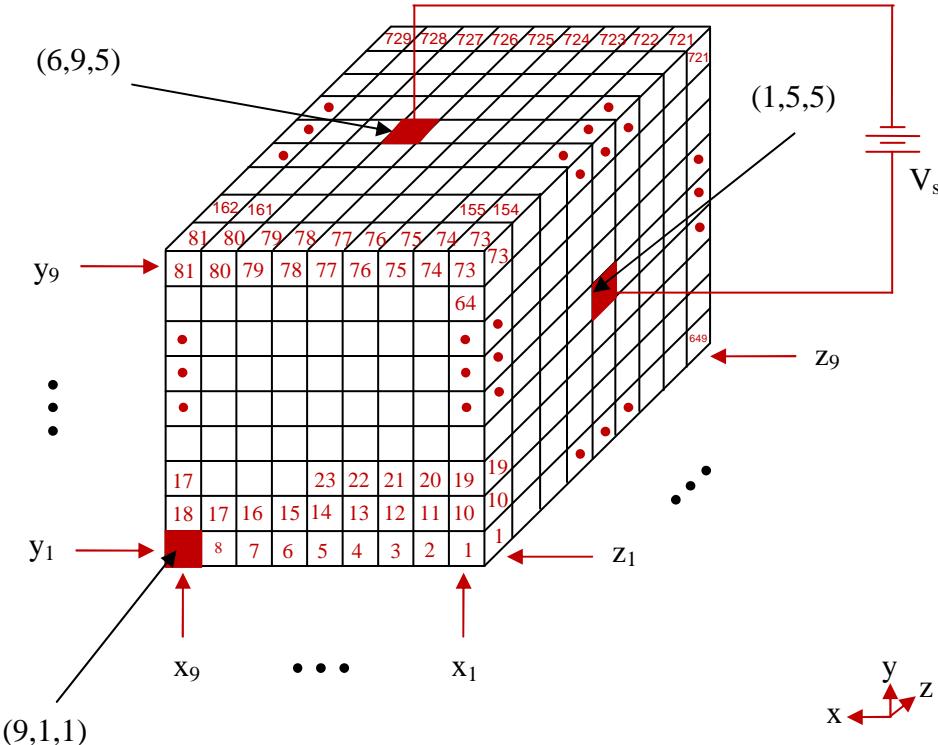
$$dx = 1$$

กำหนด dy คือระยะห่างระหว่าง Voxel ประชิดด้านบน หรือ Voxel ประชิดด้านล่างคือจะมีระยะห่างของอาร์เรย์เท่ากับจำนวนของ n_x จะได้

$$dy = n_x$$

กำหนด dz คือระยะห่างระหว่าง Voxel ประชิดด้านหลัง หรือ Voxel ประชิดด้านหน้าคือจะมีระยะห่างของอาร์เรย์เท่ากับจำนวนของ n_x คูณกับจำนวนของ n_y จะได้

$$dz = n_x \times n_y$$



ภาพที่ 4-1 วัสดุเอกพันธ์ที่ประกอบด้วย Voxel ที่มีขนาด $n_x=9$ $n_y=9$ $n_z=9$ และการกำหนดตำแหน่งอาร์เรย์

จากภาพที่ 4-1 ตัวอย่างวัสดุเอกพันธ์ที่ประกอบด้วย Voxel ที่มีขนาด $n_x=9$ $n_y=9$ $n_z=9$ และการกำหนดตำแหน่งของอาร์เรย์โดยให้ตำแหน่งของพอยเตอร์คือ k
กำหนด $n_x = 9$, $n_y = 9$, $n_z = 9$ จะได้ค่า m

$$m = (n_x \times n_y \times n_z + 1) = (9 \times 9 \times 9 + 1)$$

$$m = 730$$

เมื่อ m คือ จำนวนสมการ

เวกเตอร์ $\{V\}$ ประกอบด้วยสมาชิก v_1, v_2, \dots, v_m

เมื่อ v_1 คือ ตัวแปรของศักย์ไฟฟ้าที่ป้อนเข้าที่ผิวของวัสดุเอกพันธ์

v_2 ถึง v_m คือ ตัวแปรของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ที่ 1 ถึง $m-1$ ตามลำดับ

เวกเตอร์ $\{I\}$ ประกอบด้วยสมาชิก i_1, i_2, \dots, i_m

เมื่อ i_1 คือ ตัวแปรของกระแสไฟฟ้าที่ป้อนเข้าที่ผิวของวัสดุเอกพันธ์

i_2 ถึง i_m คือ ตัวแปรของกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ที่ 1 ถึง $m-1$ ตามลำดับ

เมตริกซ์ $[A]$ ประกอบด้วยสมาชิก $a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,m}, a_{2,1}, a_{2,2}, \dots, a_{2,m}, a_{m,1}, a_{m,2}, \dots, a_{m,m}$
เมื่อ a คือ ตัวแปรของความนำไฟฟ้าที่ป้อนเข้าที่ผิวของวัสดุออกแบบ

4.2.2 การสร้างระบบสมการเชิงเส้นเมื่อ Voxel มีขนาด $9 \times 9 \times 9$

จากวงจรในภาพที่ 3-5 เมื่อ $2R_i$ จะมีค่าเท่ากับ $5 \text{ k}\Omega$ ต่อแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิต 10 โวลท์ ที่จุด $(9,5,5)$ และกราวด์ที่จุด $(1,5,5)$ จากสมการ (4-1) เมื่อเท่ากับ 730 หน่วย ขั้นตอนแรกจะมีสมการเชิงเส้นทึ่งหมวด m สมการหรือ 730 สมการ ในหัวข้อที่ 3.1.2 ได้อธิบายการสร้างสมการเชิงเส้น สมการแรกโดยใช้สมการที่ (3-5) (สมการของจุดอินพุตกระแสไฟฟ้า) จากสมการที่ (3-3) นำมาใช้เพื่อสร้างสมการสมการเชิงเส้นจากสมการที่ 2 ถึงสมการที่ m จากสมการที่ 1 ถึงสมการที่ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ดังแสดงในภาพที่ 4-2 เมื่อขนาดของเมตริกซ์ $[A]$ คือ m^2 ดังนั้น 730^2 เท่ากับ 532900 หน่วย

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 42 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 43 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 7 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 720 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 721 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 722 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 723 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 727 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 728 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 729 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 730 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ภาพที่ 4-2 เมตริกซ์ความนำไฟฟ้า $[A]$ ที่ได้จากการคำนวณเมื่อขนาดของ Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$

ทำประมาณค่าเวกเตอร์ $\{V\}$ (เวกเตอร์ของศักย์ไฟฟ้า) กำหนดค่าเริ่มต้น v_1 ให้เท่ากับ 10.0 และ v_1, v_2, \dots, v_m ให้เท่ากับ 5.0 (การประมาณค่าครึ่งหนึ่งของแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิต) ดังภาพที่ 4-3 ก) จากนั้นทำการประมาณค่าเวกเตอร์ $\{I\}$ (เวกเตอร์ของกระแสไฟฟ้า) โดยกำหนดให้ค่าของกระแสอินพุทอยู่ระหว่าง 0 แอมป์ ถึง 0.9 แอมป์ ในการคำนวณครั้นี้ผู้วิจัยได้ประมาณค่ากระแสไว้ที่ 0.9 แอมป์ ดังนั้นค่าของ i_1 จะเท่ากับกระแสอินพุทที่กำหนดคูณกับความต้านทานจะได้เท่ากับ 0.9×5000 คือ 4500.0 จากนั้นกำหนดค่า i_2, i_3, \dots, i_m ให้เป็น 0.0 เนื่องจากยังไม่ทราบค่ากระแสที่ให้มาจริงในวงจร (ชนิดของตัวแปรที่ผู้วิจัยใช้ในการเขียนโปรแกรมด้วย Microsoft Visual C++ คือ double และมีขนาดเท่ากับ 8 bytes) จะได้ผลลัพธ์เป็นค่าเวกเตอร์ $\{I\}$ ดังภาพที่ 4-3 ข)

| | |
|-----|------|
| 1 | 10.0 |
| 2 | 5.0 |
| 3 | 5.0 |
| 4 | 5.0 |
| 5 | 5.0 |
| 6 | 5.0 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 42 | 5.0 |
| 43 | 5.0 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 720 | 5.0 |
| 721 | 5.0 |
| 722 | 5.0 |
| 723 | 5.0 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 727 | 5.0 |
| 728 | 5.0 |
| 729 | 5.0 |
| 730 | 5.0 |

ก) เวกเตอร์ $\{V\}$

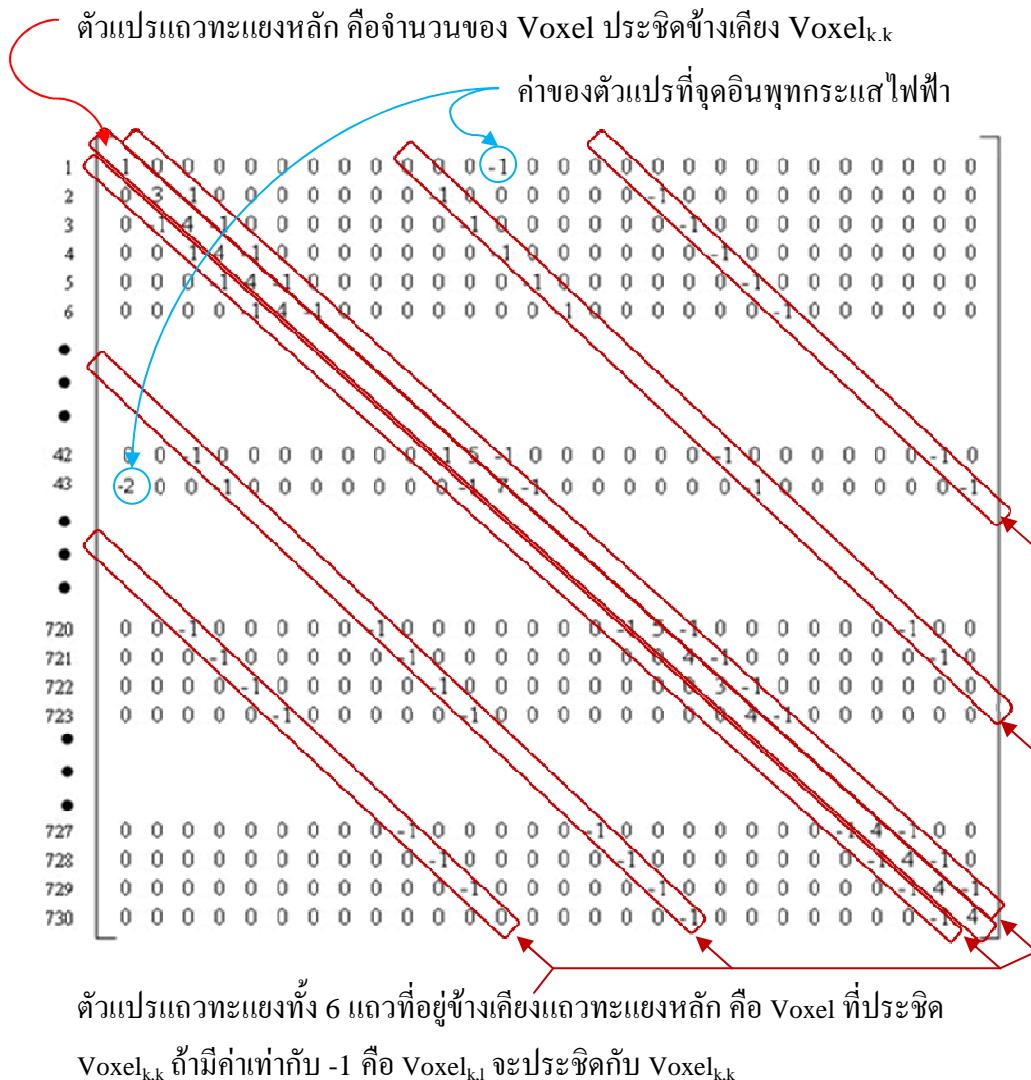
| | |
|-----|--------|
| 1 | 4500.0 |
| 2 | 0.0 |
| 3 | 0.0 |
| 4 | 0.0 |
| 5 | 0.0 |
| 6 | 0.0 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 42 | 0.0 |
| 43 | 0.0 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 720 | 0.0 |
| 721 | 0.0 |
| 722 | 0.0 |
| 723 | 0.0 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 727 | 0.0 |
| 728 | 0.0 |
| 729 | 0.0 |
| 730 | 0.0 |

ข) เวกเตอร์ $\{I\}$

ภาพที่ 4-3 การกำหนดค่าเวกเตอร์ศักย์ไฟฟ้า $\{V\}$ และเวกเตอร์กระแสไฟฟ้า $\{I\}$

จากภาพที่ 4-2 เมื่อจุดป้อนกระแสไฟฟ้าเท่ากับ(ดังภาพที่ 3-5) (9,5,5) ดังนั้นตำแหน่ง iPos และ [A] เป็นเมตริกซ์ความนำไฟฟ้า พบร่วมกันของเมตริกซ์ [A] มีค่าเป็นศูนย์จำนวนมาก สามารถที่ไม่ใช่ศูนย์ สามารถตรวจเฉพาะแรงดึงดูดของอิเล็กตรอนที่ 6 ของจุดที่ต้องการวัด ศักย์ไฟฟ้านั้น ๆ ทำให้ใน 1 แต่จะมีสามารถที่ไม่เป็นศูนย์ทั้งหมดไม่เกิน 7 ตัวแปร ดังภาพที่

4-4 สำหรับสมाचिकพิเศษอีก 2 ตัวแปรของเมตริกซ์ [A] คือค่าอินพุทของกระແສໄไฟฟ้าสถิตที่ป้อนเข้า จะอยู่ตำแหน่งสนาชิกที่ (จุดอินพุท,1) คือ แຄวที่ 1 และคอลัมที่ 1 ดังแสดงในภาพที่ 4-4 เมื่อ k, l คือ แຄวและคอลัมตามลำดับ



ກາພທີ 4-4 ເມຕຣິກຊ [A] ທີ່ໄດ້ຈາກການຄໍານວນເມື່ອຂາດຂອງ Voxel ທ່າກັນ $9 \times 9 \times 9$

4.2.3 ກາຮລດຂາດຂອງເມຕຣິກຊ [A]

ດ້າມເມຕຣິກຊທີ່ມີຈຳນວນສູນຢ່າງ ທຳໄຫ້ຕົ້ງຈອງຂອງໜ່ວຍຄວາມຈຳນວນຂອມພິວເຕອຮ້ມາກຕາມໄປດ້ວຍ ພັນຫາທີ່ດາມມາກີ ອີ້ວິວ ຄວາມຈຳນວນມີພອທີ່ຈະຄໍານວນເມຕຣິກຊ໌ຂາດໃໝ່ ຈາກກາພທີ 4-4 ຈຳນວນ ສາມາຝຶກຂອງເມຕຣິກຊ [A] ມີຂາດທ່າກັນ 532900 ໜ່ວຍ ເມື່ອ Voxel ທ່າກັນ $9 \times 9 \times 9$ ດ້າງອີ້ວິວ

หน่วยความจำโดยใช้ตัวแปรจำนวนจริงคือ double ต้องใช้หน่วยความจำ 8 ไบต์ ดังนั้นการของหน่วยความจำจะเท่ากับ 8×532900 มีค่าเท่ากับประมาณ 4 เมกะไบต์ (ขึ้นอยู่กับตัวแปลภาษา ในที่นี้ผู้วิจัยใช้ Microsoft Visual C++) เพื่อความสะดวกแก่การสังเกตุจึงลบค่าของสมาชิกที่เป็น 0 ออก จะเห็นได้ชัดเจนขึ้นว่าจำนวนสมาชิกที่มีถาวร一律จะมีทั้งหมด 7 ถาวร一律 และมีสมาชิกในแนวนอน 1 ถาว กับสมาชิกในแนวตั้ง 1 ถาว ดังภาพที่ 4-5

| | | | | | | |
|-----|---------|----|---------|--|---------|---------|
| 1 | 1 | | -1 | | | |
| 2 | 3 -1 | | -1 | | -1 | |
| 3 | -1 4 -1 | | -1 | | -1 | |
| 4 | -1 4 -1 | | -1 | | -1 | |
| 5 | -1 4 -1 | | -1 | | -1 | |
| 6 | -1 4 -1 | | -1 | | -1 | |
| • | | | | | | |
| • | | | | | | |
| • | | | | | | |
| 42 | -1 | | -1 5 -1 | | -1 | -1 |
| 43 | -2 | -1 | -1 7 -1 | | -1 | -1 |
| • | | | | | | |
| • | | | | | | |
| • | | | | | | |
| 720 | -1 | | -1 | | -1 5 -1 | -1 |
| 721 | -1 | | -1 | | 4 -1 | -1 |
| 722 | -1 | | -1 | | 3 -1 | |
| 723 | -1 | | -1 | | 4 -1 | |
| • | | | | | | |
| • | | | | | | |
| • | | | | | | |
| 727 | | | -1 | | -1 | -1 4 -1 |
| 728 | | | -1 | | -1 | -1 4 -1 |
| 729 | | | -1 | | -1 | -1 4 -1 |
| 730 | | | | | -1 | -1 3 |

ภาพที่ 4-5 เมตริกซ์ [A] เมื่อทำการลบค่า 0 ออก โดยขนาดของ Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 532900 หน่วย

เพื่อลดการของหน่วยความจำของเมตริกซ์ [A] ผู้วิจัยได้สร้างเมตริกซ์ [NewA] เพื่อทำการจัดเก็บสมาชิกของเมตริกซ์ [A] ที่ไม่มีค่าเป็นศูนย์ และทำการจัดเรียงค่าตัวแปรใหม่ของเมตริกซ์ [A] โดยทำการเก็บค่าเฉพาะสมาชิกในถาวร一律ของเมตริกซ์ [A] ไว้ในดังภาพที่ 4-6 แต่สำหรับตัวแปรที่จุดอินพุทของกระแสไฟฟ้าจะเก็บแยกไว้ตัวแปรอื่นต่างหาก

| | |
|-----|--------------------|
| 1 | 0 0 0 1 0 0 0 |
| 2 | 0 0 0 3 -1 -1 -1 |
| 3 | 0 0 -1 4 -1 -1 -1 |
| 4 | 0 0 -1 4 -1 -1 -1 |
| 5 | 0 0 -1 4 -1 -1 -1 |
| 6 | 0 0 -1 4 -1 -1 -1 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 42 | 0 -1 -1 5 -1 -1 -1 |
| 43 | 0 -1 -1 7 -1 -1 -1 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 720 | 0 -1 -1 5 -1 -1 -1 |
| 721 | -1 -1 0 4 -1 -1 0 |
| 722 | -1 -1 0 3 -1 0 0 |
| 723 | -1 -1 0 4 -1 0 0 |
| • | |
| • | |
| • | |
| 727 | -1 -1 -1 4 -1 0 0 |
| 728 | -1 -1 -1 4 -1 0 0 |
| 729 | -1 -1 -1 4 -1 0 0 |
| 730 | 0 -1 0 3 -1 0 0 |

ภาพที่ 4-6 เมตริกซ์ [NewA] ที่ปรับปรุงแล้ว เมื่อจำนวนของ Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ โดยมีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 5110 หน่วย

จากภาพที่ 4-6 โดยที่สมาชิกແຄוแรกของเมตริกซ์ [NewA] คือ ค่าตัวแปรอินพุทของแหล่งจ่ายไฟฟ้าของเมตริกซ์ [A] (สมาชิก $a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,730}$) และสมาชิกແຄอที่ 2 ถึงແຄอที่ 8 ของเมตริกซ์ [NewA] คือ สมาชิกของเมตริกซ์ส่วนประกอบของ Node ข้างเคียงของเมตริกซ์ [A] ส่วนค่าอินพุทที่อยู่ແລບນสุดดังนั้นค่าดังกล่าวมีเพียงค่าเดียวไม่จำมาก็คงในเมตริกซ์ [NewA] โดยที่ ขนาดของเมตริกซ์ [NewA] คือ $\text{SizeNewA} = 7((n_x \times n_y \times n_z) + 1)$

$$\text{SizeNewA} = 7((n_x \times n_y \times n_z) + 1) \quad (4-2)$$

เมื่อ

n_x : จำนวน Voxel ทางแนวแกน x

n_y : จำนวน Voxel ทางแนวแกน y

n_z : จำนวน Voxel ทางแนวแกน z

4.2.4 เปรียบเทียบขนาดของเมต्रิกซ์ [NewA] กับขนาดเมต्रิกซ์ [A]

จากสมการที่ (4-2) แทนค่าเมื่อขนาด Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ จะได้ว่า

$$\text{SizeNewA} = 7(730) = 5110 \text{ หน่วย}$$

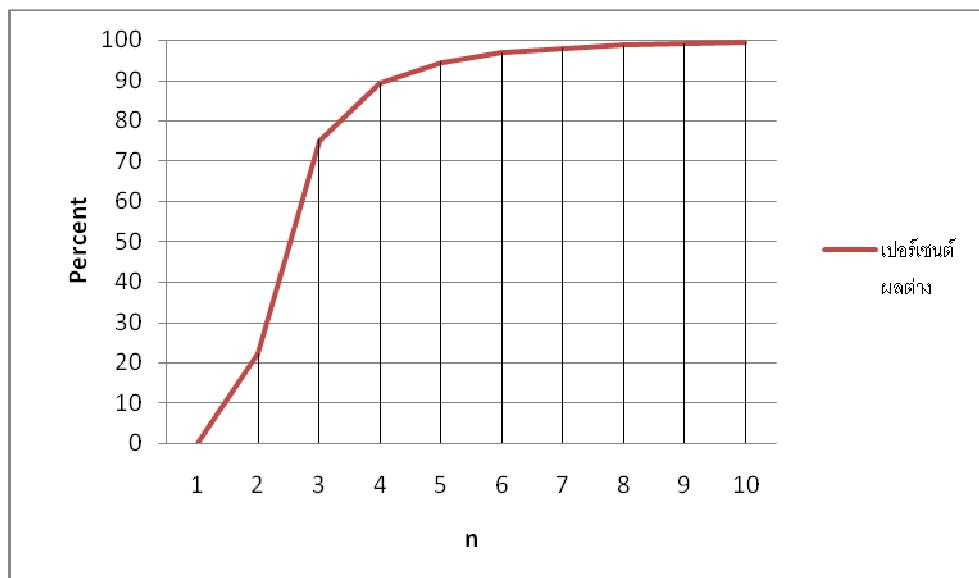
จากภาพที่ 4-2 เมื่อขนาด Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ และ เมต्रิกซ์ [A] ตัวเดิมที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 532900 หน่วย และจากภาพที่ 4-6 เมื่อทำการปรับปรุงเมต्रิกซ์ [A] โดยสร้างตัวแปรตัวใหม่คือ เมต्रิกซ์ [NewA] มาเก็บทำให้ลดขนาดของสมาชิกตัวแปรลงไปได้อย่างมาก โดยทำให้จำนวนสมาชิกเหลือเท่ากับ 5110 หน่วย เมื่อเมต्रิกซ์ [A] และเมต्रิกซ์ [NewA] มีสมาชิกเป็นตัว double ดังนั้นจะได้ผลลัพธ์ของการจองหน่วยความจำดังนี้

$$\text{การจองหน่วยความจำของเมต्रิกซ์ [A]} = 8 \text{ bytes} \times \text{SizeA} = 8 \times 532900 \approx 4 \text{ Mbytes}$$

$$\text{การจองหน่วยความจำของเมต्रิกซ์ [NewA]} = 8 \text{ bytes} \times \text{SizeA} = 8 \times 5110$$

$$\approx 0.039 \text{ Mbytes หรือ } 39 \text{ Kbytes}$$

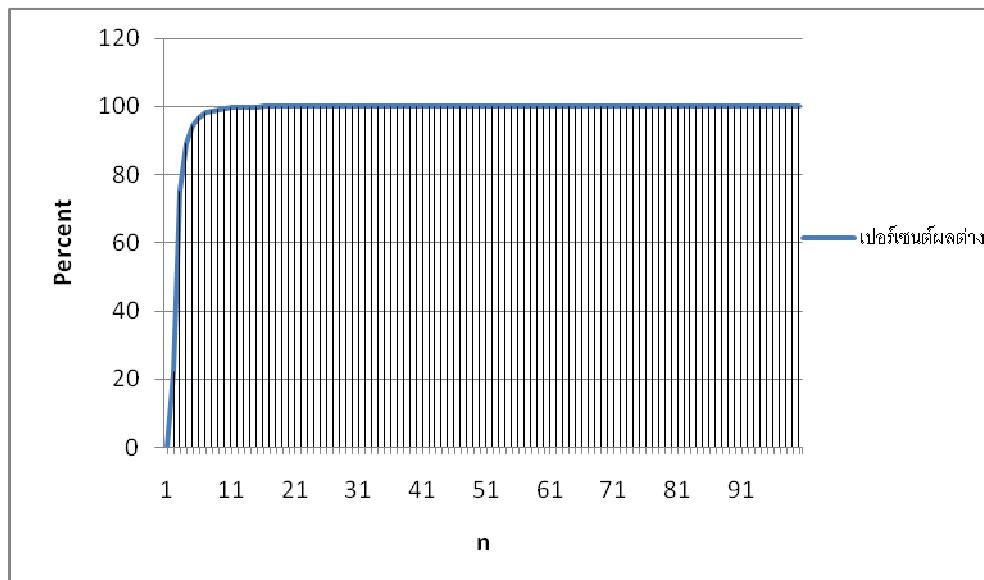
ดังนั้นเมื่อ Voxel มีขนาดเท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ หรือมากกว่า เมื่อทำการปรับปรุงเมต्रิกซ์ [A] ก่อนการคำนวณ จะทำให้ลดการจองหน่วยความจำลงไปอย่างมาก หรือมากกว่า 99 เปอร์เซ็นต์



ภาพที่ 4-7 เปรียบเทียบการเพิ่มขึ้นของขนาดเมต्रิกซ์ [A] กับขนาดของเมต्रิกซ์ [NewA]
เมื่อ $n = 1, 2, \dots, 5$ โดยที่ $n = n_x = n_y = n_z$

จากภาพที่ 4-7 แสดงการเปรียบเทียบเมอร์เซ็นต์การเพิ่มขึ้นของขนาดเมต्रิกซ์ [A] กับขนาดของเมต्रิกซ์ [NewA] เมื่อ $n = 1, 2, \dots, 5$ โดยที่ $n = n_x = n_y = n_z$ จะเห็นได้ว่าเมื่อ n

เท่ากับ 3 การใช้เมตริกซ์ [NewA] สามารถทำให้ลดการใช้หน่วยความจำได้มากกว่า 75 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อ n เท่ากับ 9 ก็ลดการใช้หน่วยความจำได้ถึง 99 เปอร์เซ็นต์



ภาพที่ 4-8 เปรียบเทียบการเพิ่มขึ้นของขนาดเมตริกซ์ [A] กับขนาดของเมตริกซ์ [NewA]
เมื่อ $n = 1, 2, \dots, 100$ โดยที่ $n = n_x = n_y = n_z$

จากภาพที่ 4-8 แสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การเพิ่มขึ้นของขนาดเมตริกซ์ [A] กับขนาดของเมตริกซ์ [NewA] เมื่อ $n = 1, 2, \dots, 100$ โดยที่ $n = n_x = n_y = n_z$ จะเห็นได้ว่าเมื่อ n มากกว่าหรือเท่ากับ 10 การใช้เมตริกซ์ [NewA] สามารถทำให้ลดการใช้หน่วยความจำได้มากกว่า 99.8 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อ n เท่ากับ 100 ทำให้ลดการใช้หน่วยความจำได้มากกว่า 99.999 เปอร์เซ็นต์

4.2.5 การแก้ไขปัญหาระบบสมการเชิงเส้นด้วยระเบียนวิธีเชิงตัวเลข

จากหัวข้อ 4.2.4 แสดงเวกเตอร์ $\{V\}$ เวกเตอร์ $\{I\}$ ในภาพที่ 4-3 และเมตริกซ์ [NewA] ในภาพที่ 4-6 ดังนั้นจะได้เมตริกซ์ของระบบสมการเชิงเส้นดังภาพที่ 4-9

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c|c|c}
 1 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \end{bmatrix} \\
 \bullet & & \\
 \bullet & & \\
 \bullet & & \\
 42 & \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 5 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 7 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5.0 \\ 5.0 \end{bmatrix} \\
 \bullet & & \\
 \bullet & & \\
 720 & \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 5 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 4 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \end{bmatrix} \\
 \bullet & & \\
 \bullet & & \\
 727 & \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \\ 5.0 \end{bmatrix} \\
 \end{array} & = & \begin{bmatrix} 4500.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

ภาพที่ 4-9 เมตริกซ์ของระบบสมการเชิงเส้นที่ปรับปรุงแล้ว เมื่อ Voxel มีขนาดเท่ากับ $9 \times 9 \times 9$

4.3 ผลการคำนวณ

การแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข สามารถทำได้หลายวิธี เช่น ระเบียบวิธีการแยกแบบ LU หรือ ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล เนื่องจากการใช้ระเบียบวิธีแยกแบบ LU ต้องใช้หน่วยความจำเป็นสองเท่าสำหรับการคำนวณ ดังนั้นสำหรับปริมาตรรัศมี เอกพันธ์ที่มี Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ นี้ผู้จัดเลือกใช้ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล

จากเมตริกซ์ความนำไฟฟ้า **[NewA]** เวกเตอร์ศักย์ไฟฟ้า **{V}** และเวกเตอร์กระแสไฟฟ้า **{I}** มาประยุกต์ใช้กับสมการ (3-6) แทน **[A]** ด้วย **[NewA]** จะได้

$$\{I\} = [NewA] \cdot \{V\}$$

กำหนดค่าปริมาณกระแสไฟฟ้าอินพุทตั้งไว้ที่ $0.9A$ ได้ผลลัพธ์เมื่อคำนวณคู่เข้าสู่เกณฑ์ที่ตั้งไว้คือ ค่าความผิดพลาดที่ยอมให้หยุดคำนวน (ϵ_s) ตั้งไว้ที่ 0.02% จำนวนรอบที่ทำซ้ำทั้งหมดเท่ากับ 1105 รอบ ใช้เวลาประมาณ 1 วินาที

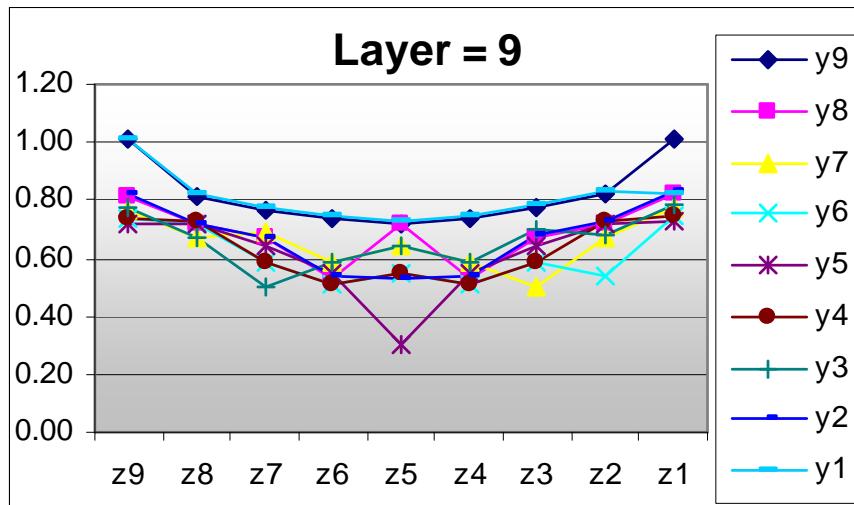
4.3.1 การเปรียบเทียบผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่เลเยอร์ 9 ระหว่างผลการคำนวณและการวัดจากโครงข่ายตัวด้านหน้า ผู้วิจัยได้ทำการคำนวณหาผลลัพธ์ของค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงในแต่ละ Voxel และวัดค่าศักย์ไฟฟ้าจากโครงข่ายตัวด้านหน้า ของทุกเลเยอร์ โดยผลลัพธ์ของการคำนวณและผลลัพธ์ของการวัดโครงข่ายตัวด้านหน้าที่เลเยอร์ที่ 9 ดังแสดงในตารางที่ 4-2และตารางที่ 4-3 ตามลำดับ

ตารางที่ 4-2 การคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ณ ตำแหน่งเลเยอร์ที่ 9

| | z9 | z8 | z7 | z6 | z5 | z4 | z3 | z2 | z1 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| y9 | 5.16 | 5.17 | 5.19 | 5.21 | 5.22 | 5.21 | 5.19 | 5.17 | 5.16 |
| y8 | 5.17 | 5.19 | 5.21 | 5.25 | 5.27 | 5.25 | 5.21 | 5.19 | 5.17 |
| y7 | 5.19 | 5.21 | 5.27 | 5.34 | 5.40 | 5.34 | 5.27 | 5.21 | 5.19 |
| y6 | 5.21 | 5.25 | 5.34 | 5.52 | 5.77 | 5.52 | 5.34 | 5.25 | 5.21 |
| y5 | 5.22 | 5.27 | 5.40 | 5.77 | 6.96 | 5.77 | 5.40 | 5.27 | 5.22 |
| y4 | 5.21 | 5.25 | 5.34 | 5.52 | 5.77 | 5.52 | 5.34 | 5.25 | 5.21 |
| y3 | 5.19 | 5.21 | 5.27 | 5.34 | 5.40 | 5.34 | 5.27 | 5.22 | 5.19 |
| y2 | 5.17 | 5.19 | 5.21 | 5.25 | 5.27 | 5.25 | 5.22 | 5.19 | 5.17 |
| y1 | 5.16 | 5.17 | 5.19 | 5.21 | 5.22 | 5.21 | 5.19 | 5.17 | 5.16 |

ตารางที่ 4-3 การวัดศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ณ ตำแหน่งเลเยอร์ที่ 9

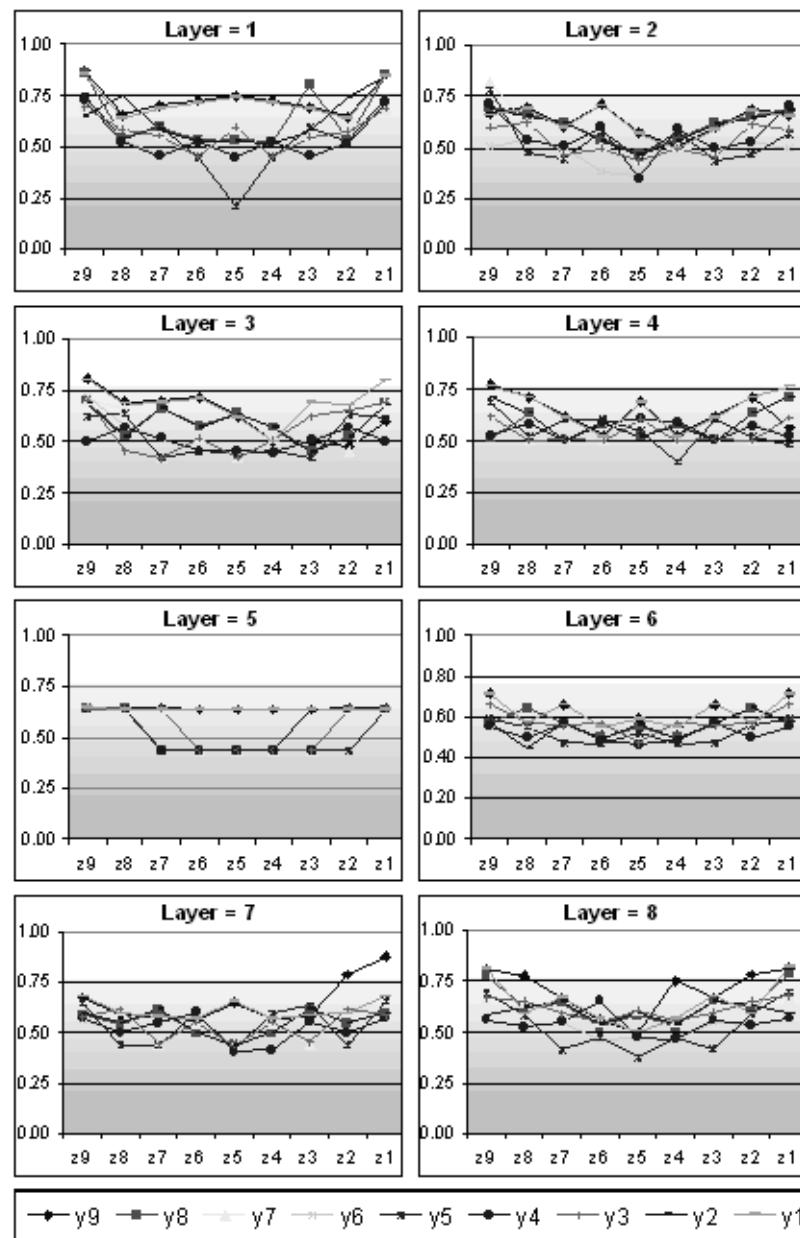
| | z9 | z8 | z7 | z6 | z5 | z4 | z3 | z2 | z1 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| y9 | 5.11 | 5.13 | 5.15 | 5.17 | 5.18 | 5.17 | 5.15 | 5.13 | 5.11 |
| y8 | 5.13 | 5.15 | 5.18 | 5.22 | 5.23 | 5.22 | 5.18 | 5.15 | 5.13 |
| y7 | 5.15 | 5.18 | 5.23 | 5.31 | 5.37 | 5.31 | 5.24 | 5.18 | 5.15 |
| y6 | 5.17 | 5.21 | 5.31 | 5.49 | 5.74 | 5.49 | 5.31 | 5.22 | 5.17 |
| y5 | 5.18 | 5.23 | 5.37 | 5.74 | 6.94 | 5.74 | 5.37 | 5.23 | 5.18 |
| y4 | 5.17 | 5.21 | 5.31 | 5.49 | 5.74 | 5.49 | 5.31 | 5.21 | 5.17 |
| y3 | 5.15 | 5.18 | 5.24 | 5.31 | 5.37 | 5.31 | 5.23 | 5.18 | 5.15 |
| y2 | 5.13 | 5.15 | 5.18 | 5.22 | 5.24 | 5.22 | 5.18 | 5.15 | 5.13 |
| y1 | 5.11 | 5.13 | 5.15 | 5.17 | 5.18 | 5.17 | 5.15 | 5.13 | 5.12 |



ภาพที่ 4-10 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของเลเยอร์ที่ 9 ระหว่างผลการคำนวณกับการวัดจากโครงข่ายตัวต้านทาน

ได้ผลลัพธ์ว่าค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ยของเลเยอร์ที่ 9 มีค่าเท่ากับ 0.68 ค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสูงสุดเท่ากับ 1.02 และค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดต่ำสุดเท่ากับ 0.31 ดังภาพที่ 4-10

4.3.2 การเปรียบเทียบผลการคำนวณศักยภาพฟ้าที่เลเยอร์ 1 ถึง 9 ระหว่างผลการคำนวณและการวัดจากโครงข่ายตัวต้านทาน จากหัวข้อ 4.3.1 ได้ทำการยืนยันผลของเลเยอร์ที่ 9 แล้ว ดังนั้นภาพที่ 4-11 จะแสดงการเปรียบเทียบผลจากเลเยอร์ 1 ถึง 8

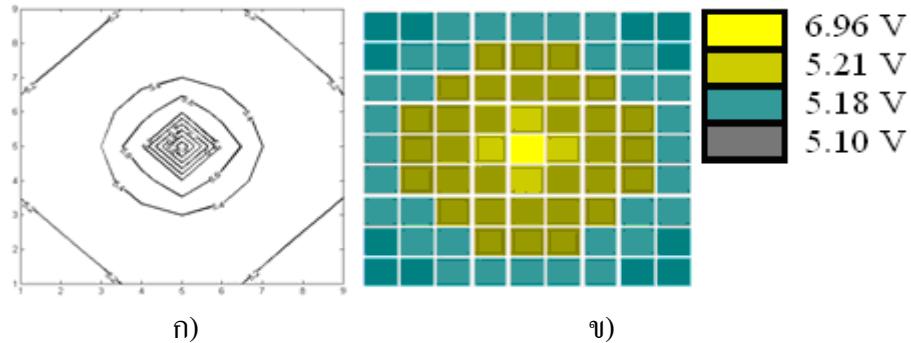


ภาพที่ 4-11 เปรียบเทียบตัวแปรความผิดพลาดของเลเยอร์ที่ 1 ถึง 8 ระหว่างผลการคำนวณ และการวัดจากโครงข่ายตัวด้านท่าน

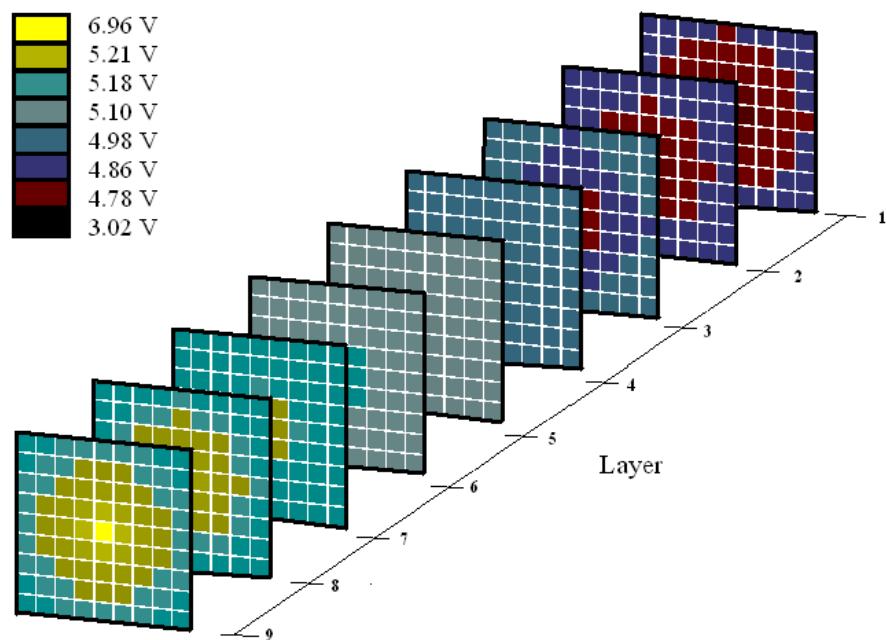
จากภาพที่ 4-10 และภาพที่ 4-11 ผลลัพธ์ของการเปลี่ยนเทียบผลการทดลองระหว่างการคำนวณกับการวัดในจากโครงข่ายตัวด้านท่านของเลเยอร์ที่ 1 ถึง 9 ได้ผลลัพธ์คือ ค่าเบอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ยมที่เท่ากับ 0.59 ค่าเบอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสูงสุดเท่ากับ 1.02 และค่าเบอร์เซ็นต์ความผิดพลาดต่ำสุดเท่ากับ 0.21

4.3.3 แสดงผลภาพที่ได้จากผลลัพธ์ของการคำนวณของศักย์ไฟฟ้า ที่จุดอ้างอิงของทุกเลเยอร์ ได้นำมาแสดงผลภาพดังภาพที่ 4-12 จะเห็นได้ว่าภาพ contour ใช้เพื่อแสดงเส้นศักย์ไฟฟ้าที่

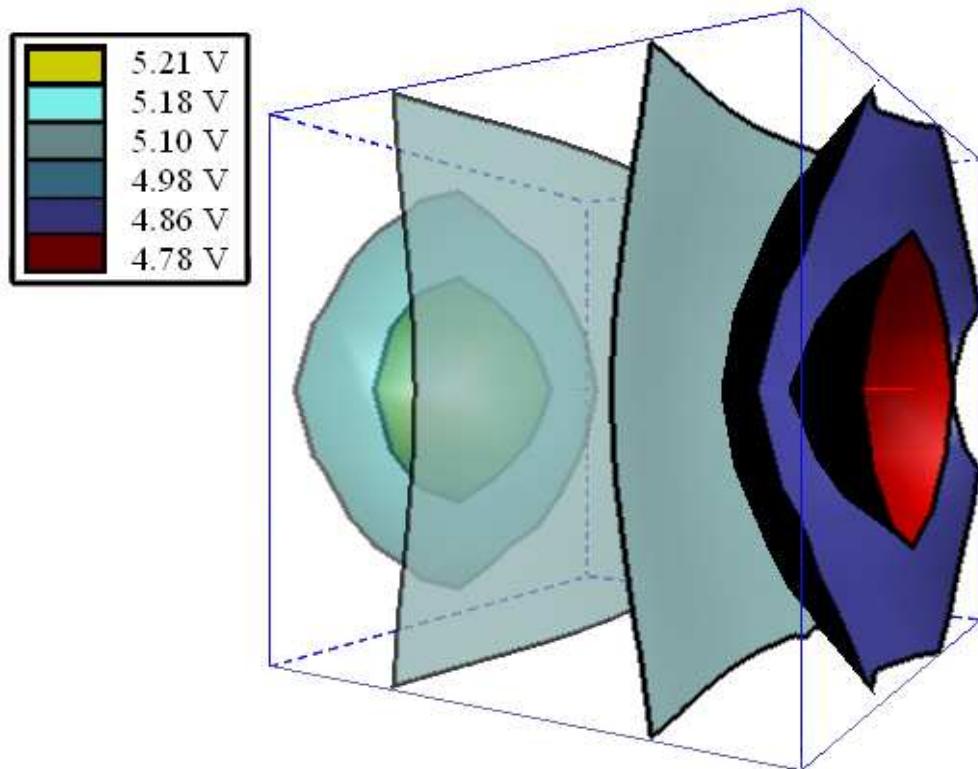
เท่ากับภาพที่ 4-13 แสดงภาพของศักย์ไฟฟ้าแบบ shading ในทุกเลเยอร์ และในภาพที่ 4-14 จะแสดงภาพ ISO-Surface เพื่อแสดงศักย์ไฟฟ้าที่เท่ากัน



ภาพที่ 4-12 ก) ภาพ Contour ของการกระจายศักย์ไฟฟ้าที่เลเยอร์ที่ 9 ข) ภาพ Shading ของศักย์ไฟฟ้าที่เลเยอร์ที่ 9



ภาพที่ 4-13 ภาพของศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของ Voxel ขนาด $9 \times 9 \times 9$ ที่ได้จากทุกเลเยอร์



ภาพที่ 4-14 ภาพ ISO-Surface ของการกระจายของศักย์ไฟฟ้าที่ได้ขึ้นโดยเลเยอร์ที่ 1 ถึงเลเยอร์ที่ 9

จากภาพที่ 4-14 คือภาพ ISO-Surface ของการกระจายของศักย์ไฟฟ้าอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกพันธ์ของทุกเลเยอร์ โดยแสดงเฉพาะศักย์ไฟฟ้าที่ 4.78 โวลท์ 4.86 โวลท์ 4.98 โวลท์ 5.10 โวลท์ 5.18 โวลท์ และ 5.21 โวลท์

4.4 คำนวณการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้า

จากสมการในหัวข้อที่ 3.4 และผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าจากหัวข้อที่ 4.3 เราสามารถนำผลของศักย์ไฟฟ้าที่ได้มาคำนวณหาค่าการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกพันธ์ ซึ่งได้แสดงผลลัพธ์ดัง ตารางที่ 4-4 ถึงตารางที่ 4-7 ภาพที่ 4-15 และภาพที่ 4-16

ตารางที่ 4-4 ค่า E_x ของการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่เลเยอร์ที่ 5

| | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| y9 | 3.0 | 3.9 | 5.4 | 6.1 | 6.3 | 6.1 | 5.5 | 4.1 | 3.1 |
| y8 | 4.5 | 5.5 | 6.7 | 7.0 | 7.1 | 7.1 | 6.8 | 5.6 | 4.6 |
| y7 | 10.1 | 10.3 | 10.0 | 9.1 | 8.7 | 9.1 | 10.1 | 10.5 | 10.2 |
| y6 | 31.5 | 25.9 | 16.8 | 12.0 | 10.7 | 12.1 | 16.9 | 26.0 | 31.7 |
| y5 | 129 | 83.1 | 27.5 | 14.6 | 12.0 | 14.7 | 27.6 | 83.4 | 129 |
| y4 | 31.5 | 25.9 | 16.8 | 12.0 | 10.8 | 12.1 | 16.9 | 26.0 | 31.7 |
| y3 | 10.1 | 10.4 | 10.1 | 9.1 | 8.8 | 9.2 | 10.2 | 10.5 | 10.3 |
| y2 | 4.6 | 5.5 | 6.8 | 7.1 | 7.2 | 7.2 | 6.9 | 5.6 | 4.7 |
| y1 | 3.0 | 4.0 | 5.5 | 6.2 | 6.4 | 6.2 | 5.6 | 4.1 | 3.1 |

ตารางที่ 4-5 ค่า E_y ของการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่เลเยอร์ที่ 5

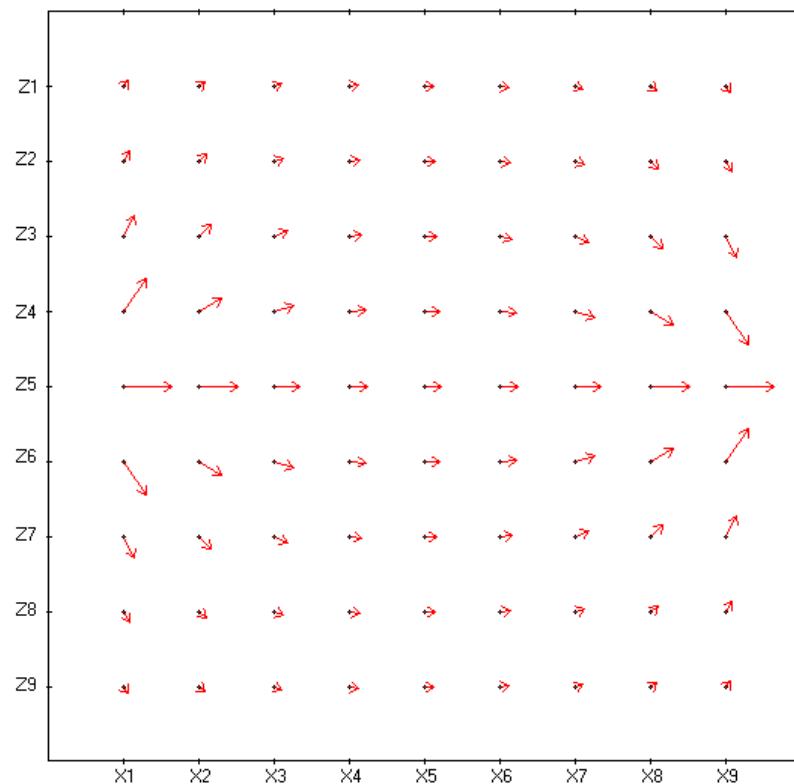
| | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
|----|-------|-------|------|------|-----|------|------|-------|-------|
| y9 | -5.0 | -3.5 | -2.0 | -0.8 | 0.0 | 0.8 | 2.0 | 3.5 | 5.1 |
| y8 | -9.4 | -5.9 | -3.0 | -1.2 | 0.0 | 1.2 | 3.0 | 5.9 | 9.5 |
| y7 | -25.4 | -11.9 | -5.0 | -1.8 | 0.0 | 1.8 | 5.0 | 11.9 | 25.4 |
| y6 | -78.3 | -19.1 | -5.5 | -1.6 | 0.0 | 1.7 | 5.5 | 19.1 | 78.5 |
| y5 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| y4 | 78.2 | 19.0 | 5.5 | 1.6 | 0.0 | -1.6 | -5.5 | -19.1 | -78.4 |
| y3 | 25.3 | 11.8 | 4.9 | 1.8 | 0.0 | -1.8 | -4.9 | -11.8 | -25.4 |
| y2 | 9.3 | 5.8 | 3.0 | 1.2 | 0.0 | -1.2 | -3.0 | -5.8 | -9.4 |
| y1 | 5.0 | 3.4 | 1.9 | 0.8 | 0.0 | -0.8 | -1.9 | -3.4 | -5.0 |

ตารางที่ 4-6 ค่า E_z ของการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่เลเยอร์ที่ 5

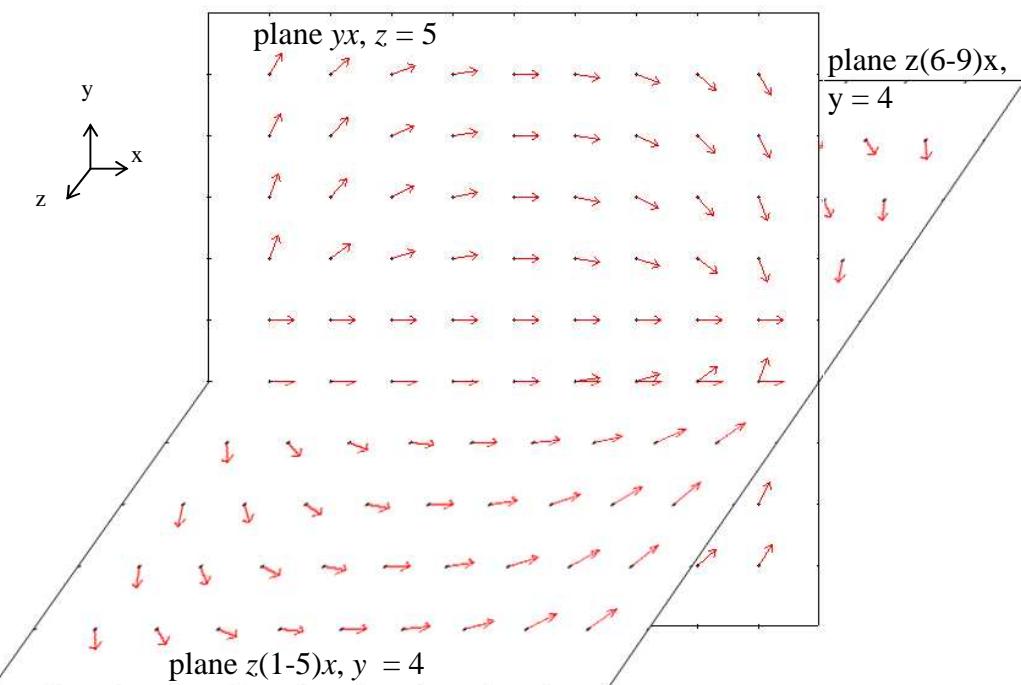
| | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| y9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| y8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| y7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| y6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| y5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| y4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| y3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| y2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| y1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

ตารางที่ 4-7 ค่า Absolute Value ของการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่เลเยอร์ที่ 5

| | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| y9 | 5.9 | 5.3 | 5.7 | 6.1 | 6.3 | 6.2 | 5.8 | 5.4 | 5.9 |
| y8 | 10.4 | 8.0 | 7.3 | 7.1 | 7.1 | 7.2 | 7.5 | 8.1 | 10.5 |
| y7 | 27.3 | 15.7 | 11.2 | 9.2 | 8.7 | 9.3 | 11.3 | 15.9 | 27.4 |
| y6 | 84.4 | 32.1 | 17.6 | 12.1 | 10.7 | 12.2 | 17.8 | 32.3 | 84.7 |
| y5 | 129 | 83.1 | 27.5 | 14.6 | 12.0 | 14.7 | 27.6 | 83.4 | 129 |
| y4 | 84.3 | 32.1 | 17.6 | 12.2 | 10.8 | 12.2 | 17.8 | 32.3 | 84.6 |
| y3 | 27.2 | 15.7 | 11.2 | 9.3 | 8.8 | 9.4 | 11.3 | 15.8 | 27.4 |
| y2 | 10.4 | 8.0 | 7.4 | 7.2 | 7.2 | 7.3 | 7.5 | 8.1 | 10.5 |
| y1 | 5.8 | 5.3 | 5.8 | 6.2 | 6.4 | 6.3 | 5.9 | 5.4 | 5.9 |



ภาพที่ 4-15 การแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่ระนาบ zx เมื่อ $y=4$



ภาพที่ 4-16 การแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่ระนาบ zx เมื่อ $y=4$ ตัดขวางกับภาพการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิตที่ระนาบ yx เมื่อ $z=5$

4.5 คำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะในศีรษะมนุษย์มีขนาด เท่ากับ $100 \times 100 \times 100$ Voxel

การหาอัตราการซึมซับจำเพาะในหัวข้อนี้จะหาที่ขนาด $100 \times 100 \times 100$ จากคุณสมบัติทางไฟฟ้าและความหนาแน่นของเนื้อเยื่อสมอง สามารถคำนวณหาค่าความต้านทานระหว่าง Voxel (R_t) โดยแทนคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุเอกสารพันธ์ด้วยค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าของสมองมนุษย์ กำหนดให้ใช้ตัวแปรที่ความถี่ 900 MHz จากตารางที่ 3-1 และตารางที่ 3-2 จะได้

$$\sigma = 0.23 \text{ S/m}$$

$$\rho = 1772 \text{ kg/m}^3$$

แทนค่าลงในสมการ (2-15) จะได้

$$R_i = \frac{1}{2d\sigma_i} = \frac{1}{2 \times 0.001 \times 0.23} = \frac{1}{0.00046} = 2173.913\Omega$$

จากสมการที่ (2-16) คือ

$$R_t = 2R_i$$

แทนค่าสมการที่ (2-16) จะได้

$$R_t = 2 \times 2173.913 \approx 4347\Omega$$

$$R_t \approx 4347\Omega$$

จากสมการที่ (3-14) คือ

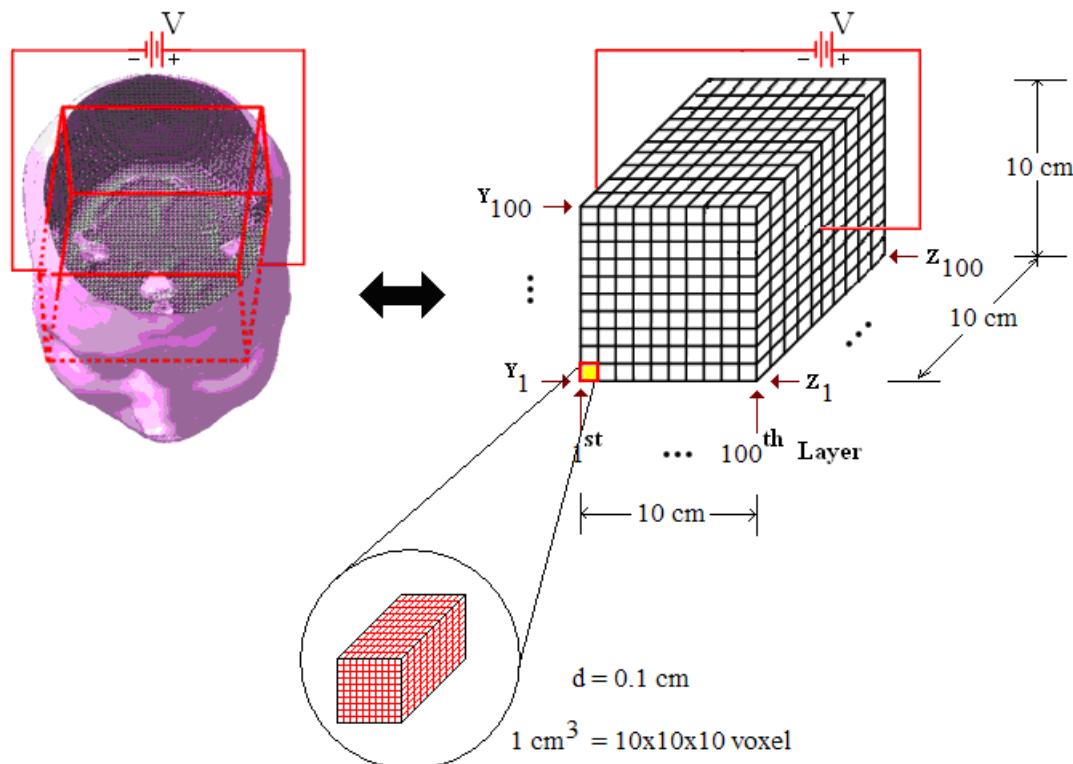
$$SAR = \frac{\sigma |E|^2}{\rho}$$

แทนค่าสมการที่ (3-14) จะได้

$$SAR = \frac{0.23 |E|^2}{1772}$$

จากนั้นกำหนดวัสดุเอกสารพันธ์ดังกล่าวให้มีขนาดเท่ากับ 10 cm^3 และให้ Voxel มีความกว้างเท่ากับ 0.1 cm^3 ดังนั้นขนาดของ Voxel เท่ากับ $100 \times 100 \times 100$ โดยป้อนแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้า

สถิตเข้าที่จุด $(100,50,50)$ และกราวน์ที่จุด $(1,50,50)$ ตัวด้านทันระห่วง Voxel เท่ากับ $4.347\text{k}\Omega$ ดังแสดงในภาพที่ 4-17



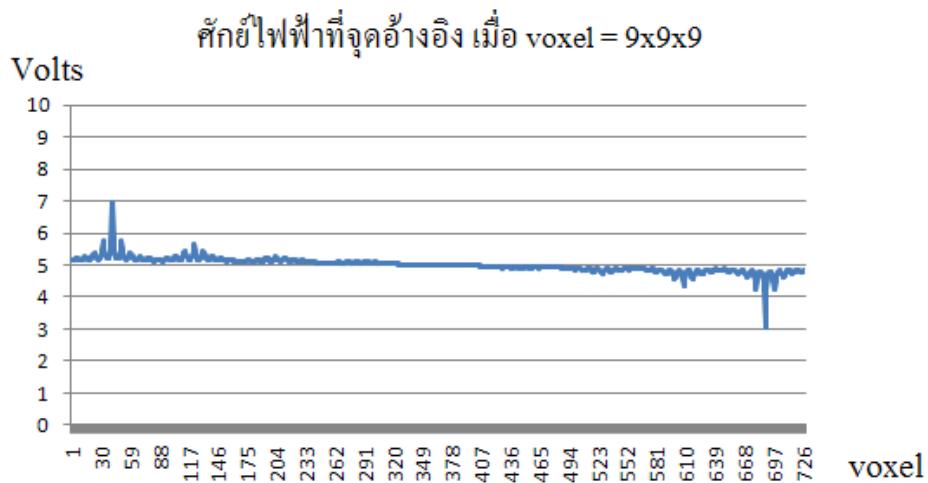
ภาพที่ 4-17 จำลองการคำนวณอัตราการซึมซับจำเพาะ อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกพันธ์ที่มีขนาด 10 cm^3 และขนาดของ Voxel เท่ากับ 0.1 cm^3
(กำหนดให้วัสดุเอกพันธ์แทนเนื้อเยื่อสมอง)

การหาผลลัพธ์ของระบบสมการเชิงเส้นขนาดใหญ่ เช่น $100 \times 100 \times 100$ จะได้จำนวนสมาชิกของเมตริกซ์ [A] คือ $(100 \times 100 \times 100 + 1)^2$ หน่วยหรือ เท่ากับ $1,000,002,000,001$ หน่วย เมื่อทำการลดขนาดของเมตริกซ์ดังแสดงในหัวข้อ 4.2.3 แล้วจะทำให้เมตริกซ์ [A] มีขนาดเท่ากับ $7(100 \times 100 \times 100 + 1)$ หน่วย หรือเท่ากับ $7,000,007$ หน่วย ทำให้หน่วยความจำลดลงได้ถึง 99.99% เมื่อการแก้ปัญหาด้วยระบบเบี้ยบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดลจะช้าในการลู่เข้าสู่คำตอบ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกใช้ระบบเบี้ยบวิธีการผ่อนปรนเกินลีบเนื่องเพื่อคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel จากระบบเบี้ยบวิธีผ่อนปรนเกินลีบเนื่องจะได้

ค่าดัชนีไฟฟ้าในแต่ละจุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel โดยกำหนด Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ จุดป้อนแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตของ Voxel ขนาด $9 \times 9 \times 9$ คือ แรงดันไฟฟ้าสถิตที่จุด $(9,5,5)$ และกราวน์ดที่จุด $(1,5,5)$ (ใช้จุดกึ่งกลางชั้นเดียวกับ Voxel ขนาด $100 \times 100 \times 100$ ซึ่งจุดป้อนแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าสถิตเข้าที่จุด $(100,50,50)$ และกราวน์ดที่จุด $(1,50,50)$) โดยใช้ระเบียบวิธีผ่อนปรนเกินสีบเนื่อง ได้แสดงในภาพที่ 4-18 และตัวค้านทานระหว่าง Voxel ใช้ค่าเดียวกัน Voxel ขนาด $100 \times 100 \times 100$ เมื่อคำนวณด้วยระเบียบวิธีการผ่อนปรนเกินสีบเนื่อง

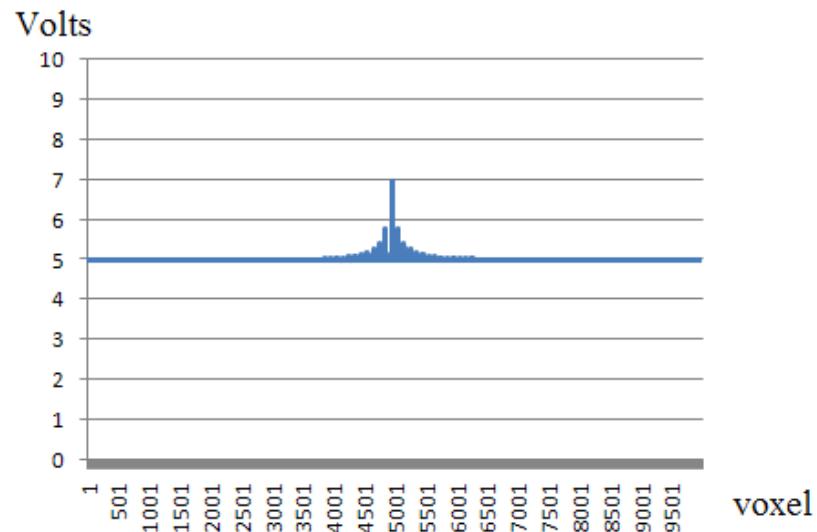
กำหนดให้ค่าอ่างหนักคือ ω ให้เท่ากับ 1.6 และ ϵ_s เท่ากับ 0.02%

เมื่อผลลัพธ์น้อยกว่าหรือเท่ากับค่าความผิดพลาดที่ยอมให้หยุดได้ จะได้จำนวนรอบในการทำซ้ำเท่ากับ 780 รอบ ใช้เวลาในการคำนวณประมาณ 1 วินาที (เมื่อผู้วิจัยทำการทดสอบเปลี่ยนกับระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบคาส์-ไซเดลใช้จำนวนรอบในการทำซ้ำเท่ากับ 1105 รอบ ใช้เวลาในการคำนวณประมาณ 1 วินาที พนบว่าระเบียบวิธีผ่อนปรนเกินสีบเนื่องใช้รอบในการทำซ้ำน้อยกว่าประมาณ 29 เบอร์เซ็นต์) และได้ผลค่ากระแสที่จะใช้ประมาณกับการคำนวณของ Voxel ขนาด $100 \times 100 \times 100$ เท่ากับ 0.0006995 A หรือ 0.6995 mA ซึ่งค่าดังกล่าวนำไปใช้เป็นค่าอินพุตกระแสประมาณสำหรับ Voxel ขนาด $100 \times 100 \times 100$ ต่อไป

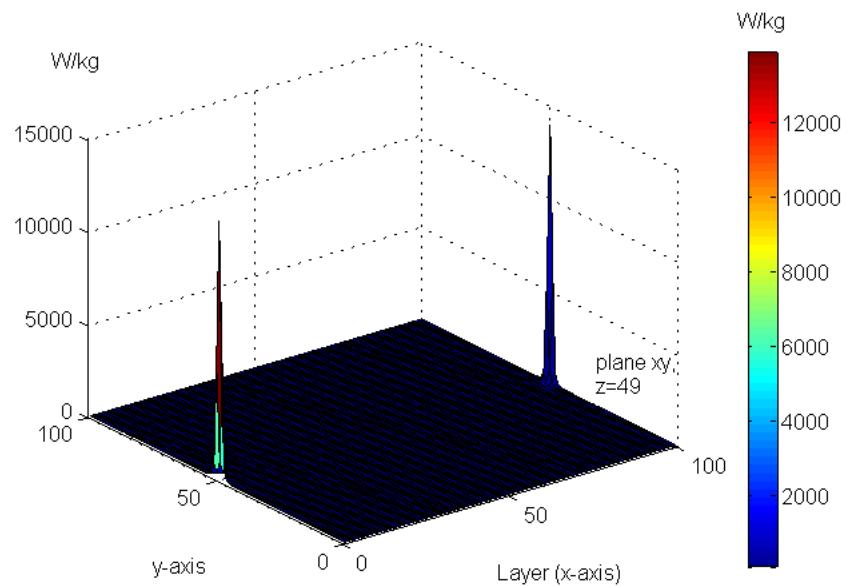


ภาพที่ 4-18 ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel เมื่อ Voxel เท่ากับ $9 \times 9 \times 9$

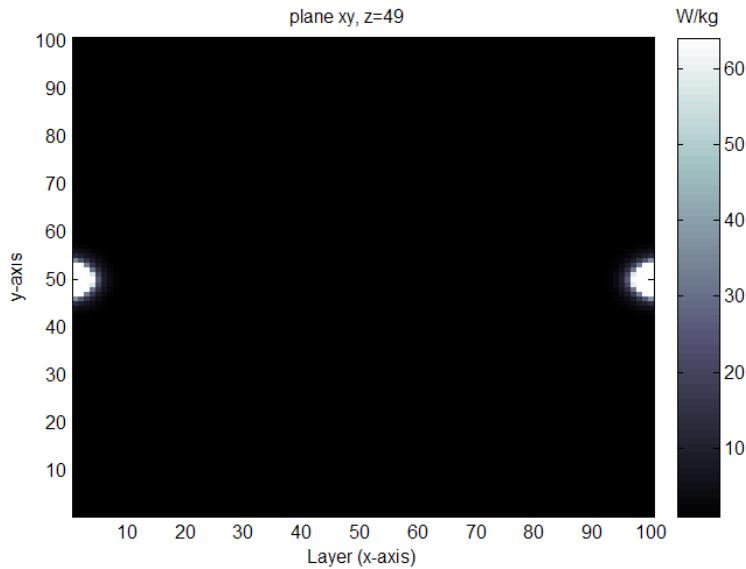
เมื่อได้ค่ากระแสที่ได้จากการประมาณ 0.6995mA และสามารถนำค่ากระแสที่ได้ไปใช้ป้อนเข้าสู่โปรแกรมการคำนวณ Voxel ที่มีขนาด $100 \times 100 \times 100$ จากการคำนวณใช้เวลาในการหาผลลัพธ์ประมาณ 1 นาที จำนวนรอบของการหยุดทำงานได้เท่ากับ 156 รอบ ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในภาพที่ 4-19



ภาพที่ 4-19 ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel ในระนาบ xy เมื่อ $z=1$ และ Voxel มีขนาดเท่ากับ $100 \times 100 \times 100$



ภาพที่ 4-20 อัตราการซึมซับจำเพาะของเนื้อเยื่อสมองมนุษย์ เมื่อ Voxel มีขนาดเท่ากับ $100 \times 100 \times 100$



ภาพที่ 4-21 อัตราการซึมซับจำเพาะของเนื้อเยื่อสมองมนุษย์ ที่ระนาบ xy, เมื่อ $z = 49$ โดยที่ Voxel มีขนาดเท่ากับ $100 \times 100 \times 100$

หลังจากที่ได้ทำการคำนวณหาความเข้มสนามไฟฟ้า และทิศทางการกระจายตัวของสนามไฟฟ้า เราจึงได้นำค่าดังกล่าวมาคำนวณหาการกระจายของอัตราการซึมซับจำเพาะ โดยการใช้สมการที่ (3-18) ภาพแสดงการกระจายของอัตราการซึมซับจำเพาะที่ระนาบ xy เมื่อ $z = 49$ แสดงในภาพที่ 4-20 และภาพที่ 4-21 ซึ่งค่าสูงสุดของอัตราการซึมซับจำเพาะในแบบจำลองที่เป็นส่วนบริเวณรอบ ๆ จุด $(100, 49, 50)$ และจุดกราวน์ $(1, 49, 50)$ ประมาณ 12900 W/kg และค่าต่ำสุดที่บริเวณอื่น ๆ อยู่ที่ 0 W/kg ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองในเนื้อเยื่อสมองกับสนามไฟฟ้าสถิตนี้จะเห็นได้ว่า ค่าอัตราการซึมซับจำเพาะจะสูงมากบริเวณจุดอินพุทกระแสไฟฟ้าสถิต $(100, 50, 50)$ และกราวน์ $(1, 50, 50)$ ส่วนบริเวณรอบ ๆ ข้างเคียงจุดดังกล่าวจะน้อยมาก ดังนั้นปริมาณของพลังงานที่ถูกดูดซึมต่อมวลของเนื้อเยื่อสมองกับสนามไฟฟ้าสถิตมีอัตราการกระจายการดูดซึมต่ำ

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

ผลของการวิจัยพบว่าการแก้ปัญหาด้วยระบบเบี่ยบวิธีเชิงตัวเลข เพื่อใช้คำนวณหาผลลัพธ์ของสักยีไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงของแต่ละ Voxel อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสกิดิตในวัสดุเอกสารพันธ์โดยใช้ Voxel-based model แบบสเกลลาร์ เมื่อเปรียบเทียบผลการทดลองกับการวัดในวัสดุจริงคือ โครงข่ายตัวต้านทานที่มี Voxel ขนาด $9 \times 9 \times 9$ ได้ผลตรงตามทฤษฎี และนำผลที่ได้เพื่อคำนวณหาค่าความเข้มของสนามไฟฟ้า แล้วแสดงผลภาพได้ผลลูกต้องตามทฤษฎีที่คาดหวังไว้ ค่าเบอร์เซ็นต์ความผิดพลาดจากการคำนวณเปรียบเทียบกับการวัดจากโครงข่ายตัวต้านทานเฉลี่ยสูงสุดอยู่ 1.02 เปอร์เซ็นต์ จากโน้มเดล Voxel-based model แบบสเกลลาร์ ที่คำนวณหาค่าสักยีไฟฟ้าจากจุดอ้างอิงที่ถูกต้องของ Voxel โน้มเดลดังกล่าวสามารถปรับเข้ากับระบบทางชีววิทยาได้โดยสะดวก เช่น การแทนค่าคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่ Voxel ได้ง่าย สมการพื้นฐานที่ใช้ในการคำนวณมีความซับซ้อนน้อยกว่าไฟไนต์อเลิมเมนต์ อีกทั้งการคำนวณหาค่าสักยีไฟฟ้าสามารถทำได้ครั้งเดียวจากการคำนวณซึ่งสะดวกกว่าแบบ Voxel แบบเวกเตอร์

การหาผลลัพธ์ของระบบสมการเชิงเส้นขนาดใหญ่ สามารถทำได้โดยการใช้ระบบเบี่ยบวิธีการทำข้ามแบบเก่าส์-ไซเดล เนื่องจากใช้พื้นที่การจองหน่วยความจำน้อยกว่าระบบเบี่ยบวิธีแยกแบบ LU (ซึ่งระบบเบี่ยบวิธีแยกแบบ LU จะใช้พื้นที่หน่วยความจำเป็นสองเท่าของเมตริกซ์ [A]) อีกทั้งยังได้ทำการปรับขนาดของเมตริกซ์ [A] (เมตริกซ์ [NewA]) ซึ่งประกอบด้วยค่าศูนย์อยู่ปีนจำนวนมาก โดยการจัดสรรหน่วยความจำเฉพาะค่าที่ไม่เป็นศูนย์ที่อยู่ตามแนวทะแยงของเมตริกซ์ [A] ส่งผลให้ประหัดการของพื้นที่หน่วยความจำได้มากกว่าเดิมถึง 99 เปอร์เซ็นต์ ในขณะที่เวลาในการประมวลผลของการจำลองสถานการณ์เพื่อหาค่าสักยีไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง ด้วยการต่อแหล่งจ่ายไฟฟ้าสกิดิตที่ผูกของวัสดุเอกสารพันธ์เมื่อ Voxel ขนาดเท่ากับ $9 \times 9 \times 9$ ใช้เวลาประมาณ 1 วินาทีในการคำนวณหาผลลัพธ์ โดยที่ค่าความผิดพลาดที่ยอมได้คือ 0.02 เปอร์เซ็นต์

เนื่องจากระบบเบี่ยบวิธีการทำข้ามแบบเก่าส์-ไซเดล มีอัตราการลู่เข้าสู่คำตอบช้ากว่าระบบเบี่ยบวิธีผ่อนปรนเกินสีบเนื่อง เมื่อต้องการคำนวณหาอัตราการซึมซับเฉพาะส่วนที่สมองมนุษย์โดยกำหนดให้ Voxel มีขนาดเท่ากับ $100 \times 100 \times 100$ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกใช้ระบบเบี่ยบวิธีผ่อนปรนเกินสีบเนื่อง โดยกำหนดค่าล่วงหน้าไว้ที่ 1.6 และค่าความผิดพลาดที่ยอมได้คือ 0.02 เปอร์เซ็นต์

ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้า การแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิต และอัตราการซึมซับเนพะส่วนในวัสดุเอกสารพันธ์อันเกิดจากแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าสถิต แสดงผลภาพโดยใช้คอมไฟล์เลอร์ภาษา C++ และเรนเดอร์ภาพบางส่วนโดยใช้ OpenGL

5.2 ข้อเสนอแนะ

เมื่อต้นผู้วิจัยได้จำลองโมเดลโดยการใช้ Voxel-based Model แบบสเกลลาร์ เพื่อประยุกต์ใช้กับระบบชีววิทยา แก้ปัญหาเรื่องการคำนวณระบบสมการขนาดใหญ่โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข โดยใช้ระเบียบวิธีผ่อนปรนเกินสีบเนื่อง เพื่อคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าอันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์ คำนวณหาค่าการแจกแจงความเข้มของสนามไฟฟ้าสถิต และคำนวณอัตราการซึมซับเนพะส่วนของสมองมนุษย์อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิต แล้วแสดงผลภาพที่ได้จากการคำนวณ

เพื่อศึกษาผลกระทบของการแผ่กระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าต่อมนุษย์ การใช้ตัวกลางที่มีคุณสมบัติเหมือนมนุษย์ เช่น ตัวกลางวัสดุพหุพันธ์ เป็นต้น และการใช้ระบบฐานข้อมูลสามมิติที่มีคุณสมบัติทางไฟฟ้าและมีความซับซ้อนเหมือนสมองมนุษย์มากขึ้น วงจรไฟฟ้าความมีมากกว่าตัวต้านทาน นำความถี่เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย รวมทั้งการป้อนอินพุตไฟฟ้าเข้าในหลาย ๆ จุดที่ขอบของวัสดุ และคำนวณการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิกายในวัสดุเพื่อหาสาเหตุที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อมนุษย์

ເອກສາຮອ້າງອີງ

1. Holmberg B. "Magnetic Fields and Cancer: Animal and Cellular Evidence." Environ. Health Perspect., 103(Suppl 2). 63-67, 1995.
2. Körpinar M.A., Kalkan M.T., Morgul A., Birman H. and Hacibekiroglu M. "The Effect of Electromagnetic Field with a Frequency of 144 MHz on the Blood Parameters and Behavior of Rats." Proceedings 2nd International Conference Biomedical Engineering Days. 82-84, 1998.
3. Radzievsky A., Gordienko O., Cowan A., Alekseev S.I. and Ziskin M.C. "Millimeter-Wave-Induced Hypoalgesia in Mice: Dependence on Type of Experimental Pain." IEEE Transactions on Plasma Science. Vol.32, No.4, 1634-1643, 2004.
4. Balzano Q., Chou C., Cicchetti R., Faraone A. and Tay R.Y.-S. "An Efficient RF Exposure System with Precise Whole-Body Average SAR Determination for in vivo Animal Studies at 900 MHz." IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol.48, No.11, 2040-2049, 2000.
5. Sermpongpan Ch. and Chaisaowong K. "Computer-Based 3-Dimensional Modeling of Human Head: II. Assembly of Physical Parameters of Anatomy Specimen." Proceeding of the 28th Electrical Engineering Conference Thailand (EECON 28). 1309-1312, 2005.
6. Kanda M.Y., Douglas M.G., Mendivil E.D., Ballen M., Gessner A.V. and Chung-Kwang Chou. "Faster Determination of Mass-averaged SAR from 2-D Area Scans." IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol.52, Issue.8, 2013-2020, 2004.
7. Sutthawekul R. and Chaisaowong K. "Computer-Based 3-Dimensional Modeling of Human Head: I. Assembly of Segmentation of Anatomy Specimen." Proceeding of the 28th Electrical Engineering Conference Thailand (EECON 28). 1305-1308, 2005.

8. Persson M., Nadeem M. and Thorlin T. "Comparing ECT and TMS using the 3D Impedance Method." Department of Electromagnetic, Institute of Clinical Neuroscience. Gothenburg University, S-413 45, Gothenburg, Sweden. Available online at [http://www.telecomlab.gr/2002/oct/rhodes/pap3rs/N%20073%20\(p548%20%20p557\).pdf](http://www.telecomlab.gr/2002/oct/rhodes/pap3rs/N%20073%20(p548%20%20p557).pdf).
9. Chaisaowong K. and Roongruangsorakarn S. "Computer-Based 3-Dimensional Modeling of Electrical Potential Distribution: Surficial Potential in Homogenous Material." The 2006 ECTI International Conference (Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology Association of Thailand). 219-222, 2006.
10. Niel Orcutt and OM P. Gandhi. "A 3-D Impedance Method to Calculate Power Deposition in Biological Bodies Subjected to Time Varying Magnetic Fields." IEEE Transaction on Biomedical Engineering. Vol.35, No.8, 577-583, 1988.
11. C. Zombolas. Specific Absorption Rate (SAR) New Compliance Requirements for Mobile Telecommunications Equipment. EMC Technologies, Melbourne, Australia. Available online at http://www.emctech.com.au/sar4/SAR_Arctical_2003.pdf.
12. N. Homsup. "Use of the FDTD-ADI Method for Calculating SAR in Human Head Models." The fourth International Conference on Computation in Electromagnetics. Bournemouth, UK, 8-11, 2002.
13. ปราโมทย์ เดชะอ่ำไฟ. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.
14. Wangsotorn A., Direkpoke P., Roongruangsorakarn S. and Chaisaowong K. "Simulations and Visualization of Voltage Distribution Caused by Electrostatic Voltage Source in Homogenous Material." Proceeding of the third Joint Conference on Computer Science and Software Engineering. Bangkok, 1-7, 2006.
15. Kanda M.Y., Douglas M.G., Mendivil E.D., Ballen M., Gessner A.V., and Chung-Kwang Chou. "Faster Determination of Massaveraged SAR from 2-D Area Scans." IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol.52, No.8, 2013-2020, 2004.

16. G. Scarella, O. Clatz, S. Lanteri, G. Beaume, S. Oudot, J. P. Pons, S. Piperno and J. Wiart.
“Realistic Numerical Modeling of Human Head Tissue Exposure to Electromagnetic Waves from Cellular Phones.” Electromagnetic modeling, C. R. Physique 7.
501-508, 2006.

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ : นาย อรรถพล วงศ์ธนนท์
 ชื่อวิทยานิพนธ์ : การจำลอง และการสร้างภาพแสดงผลของความเข้มสนามไฟฟ้าสถิต
 อันเกิดจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าสถิตในวัสดุเอกสารพันธ์
 สาขาวิชา : วิทยาการคอมพิวเตอร์

ประวัติการศึกษา

- ปริญญาตรีครุศาสตร์อุตสาหกรรมบัณฑิต เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยี
 พระจอมเกล้าฯ พระนครเหนือ

ประวัติการทำงาน และผลงานวิชาการ

- พ.ศ. 2543 – 2549 โปรแกรมเมอร์ ธนาคารไทยพาณิชย์ (สำนักงานใหญ่)
 พัฒนา ดูแลระบบกองทุนปีด และพัฒนาระบบ FundBook ของธนาคารไทยพาณิชย์
- พ.ศ. 2549 บทความ “ได้รับการตีพิมพ์ “Simulations and Visualization of Voltage Distribution Caused by Electrostatic Voltage Source in Homogenous Material”, JCSSE 2006 (<http://www.jcsse.org>), KMITNB Bangkok Thailand
- พ.ศ. 2550 บทความ “ได้รับการตีพิมพ์ “Simulations and Visualization of Electrostatic Field Strength Caused by Electrostatic Voltage Source in Homogeneous Material”, The 2007 ECTI International Conference (Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology Association of Thailand), Chiang Rai Thailand
- พ.ศ. 2550 บทความ “ได้รับการตีพิมพ์ “Computer-based 2D Simulations of SAR in Inhomogeneous Biological Domain Model Caused by Isotropic Antenna at 900 MHz and 1800 MHz”, The 2007 ECTI International Conference (Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology Association of Thailand), Chiang Rai Thailand

สถานที่ติดต่อ

- 25/229 ม.สีที่ไซทองสาม ช.18 ถ.แจ้งวัฒนะ ต.บางตลาด อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120
 โทร: 085-985-0922
- 305 ม.14 ถ.บ้านรุ่งพัฒนา ต.ชาตุเชิงชุม อ.เมือง จ.สกลนคร 47001
- E-mail : atthapol_w@hotmail.com