บทที่ 2
วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องผลการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้รูปแบบการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนป่าหวายวิทยายน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 1 มีวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. เอกสารเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์
   - 1.1 พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม(ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545
   - 1.2 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
   - 1.3 การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
   - 1.4 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. เอกสารด้านกระบวนการคณิตศาสตร์
   - 2.1 กระบวนการคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน
   - 2.2 กระบวนการคณิตศาสตร์ของสมาคมคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา
   - 2.3 การประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์
     - 2.3.1 กระบวนการแก้ปัญหา
     - 2.3.2 การประเมินกระบวนการแก้ปัญหา
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. เอกสารเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์

1.1 พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม(ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545

จากการศึกษา พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 หมวด 4 แนวการจัดการศึกษาได้บัญญัติแนวทางสำหรับการจัดการศึกษาของสถานศึกษาและหน่วยงานที่รับผิดชอบ ดังความในมาตรา 22 มาตรา 23 และมาตรา 26 ดังนี้

มาตรา 22 การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ

มาตรา 23 การจัดการศึกษา ทั้งการศึกษาในระบบ การศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย ต้องเน้นความสำคัญทั้งความรู้ คุณธรรม และกระบวนการเรียนรู้และบูรณาการตามความเหมาะสมของแต่ละระดับการศึกษา

มาตรา 24 การจัดกระบวนการเรียนรู้ ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการดังนี้

(1) จัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

(2) ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ปัญหา

(3) จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่าน และการเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง

(4) จัดการเรียนการสอนโดยผสมผสานสาระความรู้ด้านต่าง ๆ อย่างได้สัดส่วนสมดุลกัน รวมทั้งปลูกฝังคุณธรรมค่านิยมที่ดีงามและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ไว้ในทุกวิชา

(5) ส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศสภาพแวดล้อม สื่อการเรียน และอำนวยความสะดวกเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีความรอบรู้ รวมทั้งสามารถใช้การวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียน ทั้งนี้ ผู้สอนและผู้เรียนอาจเรียนรู้ไปพร้อมกันจากสื่อการเรียนการสอนและแหล่งวิทยาการประเภทต่าง ๆ

(6) จัดการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นได้ทุกเวลาทุกสถานที่ มีการประสานความร่วมมือกับบิดามารดา ผู้ปกครอง และบุคคลในชุมชนทุกฝ่าย เพื่อร่วมกันพัฒนาผู้เรียนตามศักยภาพ

มาตรา 26 ให้สถานศึกษาจัดการประเมินผู้เรียนโดยพิจารณาจากพัฒนาการของผู้เรียน ความประพฤติ การสังเกตพฤติกรรมการเรียน การร่วมกิจกรรมและการทดสอบควบคู่ไปในกระบวนการเรียนการสอนตามความเหมาะสมของแต่ละระดับ และรูปแบบการศึกษาให้สถานศึกษาใช้วิธีการที่หลากหลายในการจัดสรรโอกาสเข้าศึกษาต่อ และให้นำผลการประเมินผู้เรียนตามวรรคหนึ่ง มาใช้ประกอบการพิจารณาด้วย

จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ข้างต้นทำให้เห็นว่า ครู บุคลากรทางการศึกษา ตลอดทั้งสถานศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาตามพระราชบัญญัติเพื่อสนองตอบความต้องการ สอดคล้องกับความถนัด

และยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ ดังนั้นครูและบุคลากรทางการศึกษาจึงต้องพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนมีบทบาทในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองและร่วมมือกันเรียนรู้ให้มากขึ้น กิจกรรมการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้จึงเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง จะช่วยพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา พัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์และที่สำคัญพัฒนาทักษะทางสังคมด้วย

1.2 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (ศึกษาธิการ, 2544)

1.2.1 หลักการ

เพื่อให้การจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานเป็นไปตามนโยบายการจัดการศึกษาของประเทศ จึงกำหนดหลักการของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานไว้ดังนี้

1) เป็นการศึกษาเพื่อความเป็นเอกภาพของชาติ มุ่งเน้นความเป็นไทยควบคู่กับความเป็นสากล

2) เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่ประชาชนทุกคนจะได้รับการศึกษาอย่างเสมอภาคและเท่าเทียม

3) ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาและเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต โดยยึดถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด สามารถพัฒนาตามธรรมชาติและตามศักยภาพ

4) เป็นหลักสูตรที่มีความยืดหยุ่นทั้งด้านสาระ เวลาและการจัดการเรียนรู้

5) เป็นหลักสูตรที่จัดการศึกษาได้ทุกรูปแบบ ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย สามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้และประสบการณ์

1.2.2 จุดมุ่งหมาย

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุขและมีความเป็นไทย มีศักยภาพในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพ จึงกำหนดจุดมุ่งหมายซึ่งถือเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ต่อไปนี้

1) เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยในตนเอง ปฏิบัติตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนาหรือศาสนาที่ตนนับถือ มีคุณธรรมจริยธรรมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

2) มีความคิดสร้างสรรค์ ใฝ่รู้ใฝ่เรียน รักการอ่าน รักการเขียนและรักการค้นคว้า

3) มีความรู้อันเป็นสากล รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงและความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการ มีทักษะและศักยภาพในการจัดการ การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยี ปรับวิธีการคิด วิธีการทำงานให้เหมาะสมกับสถานการณ์

4) มีทักษะกระบวนการโดยเฉพาะทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ทักษะการคิด การสร้างปัญญาและทักษะในการดำเนินชีวิต

5) รักการออกกำลังกาย ดูแลตนเองให้มีสุขภาพและบุคลิกภาพที่ดี

6) มีประสิทธิภาพในการผลิตและการบริโภค มีค่านิยมที่เป็นผู้ผลิตมากกว่าผู้บริโภค

7) เข้าใจประวัติศาสตร์ของชาติไทย ภูมิใจความเป็นไทย เป็นพลเมืองดี ยึดมั่นในวิถีชีวิตและการปกครองระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์เป็นประมุข

8) มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์ภาษาไทย ศิลปะ วัฒนธรรม ประเพณี กีฬาภูมิปัญญาไทย ทรัพยากรธรรมชาติ และการพัฒนาสิ่งแวดล้อม

9) รักประเทศชาติและท้องถิ่น มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามให้แก่สังคม

1.2.3 การจัดการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 การจัดการเรียนรู้เน้นเข้าสู่เฉพาะทางมากขึ้น มุ่งเน้นความสามารถความคิดระดับสูง ความถนัดและความต้องการของผู้เรียนทั้งในด้านอาชีพตลอดจนการศึกษาต่อ

สำหรับการศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัย ให้ยืดหยุ่น วิธีการจัดการเรียนรู้ได้ตามความเหมาะสมกับผู้เรียน สถานศึกษาและความต้องการของท้องถิ่น

1.2.4 สื่อการเรียนรู้

ลักษณะของสื่อการเรียนรู้ที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ ควรมีรูปแบบที่หลากหลายทั้งสื่อธรรมชาติ สื่อสิ่งพิมพ์ สื่อเทคโนโลยีและสื่ออื่น ๆ ซึ่งช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ไปอย่างมีคุณค่า น่าสนใจ ชวนติดตาม เข้าใจได้ง่าย และรวดเร็ว รวมทั้งกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักวิธีแสวงหาความรู้ เกิดการเรียนรู้อย่างกว้างขวาง ลึกซึ้งต่อเนื่องตลอดเวลาเพื่อให้การใช้สื่อการเรียนรู้เป็นไปตามแนวการจัดการเรียนรู้และพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง

1.2.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สถานศึกษาในฐานะผู้รับผิดชอบและจัดการด้านการศึกษา จะต้องจัดทำหลักเกณฑ์และแนวปฏิบัติในการวัดและประเมินผลการเรียนของสถานศึกษา เพื่อให้บุคลากรที่เกี่ยวข้อง ปฏิบัติในทิศทางเดียวกัน สถานศึกษาต้องมีผลการเรียนรู้ของผู้เรียนจากการวัดประเมินผล

ทั้งในระดับชั้นเรียน ระดับสถานศึกษา ระดับเขตพื้นที่และระดับชาติ ตลอดจนประเมินภายนอก เพื่อใช้เป็นข้อมูลสร้างความมั่นใจเกี่ยวกับคุณภาพของผู้เรียนแก่ผู้กี่ยวข้อง

1.2.6 เกณฑ์การผ่านช่วงชั้นและการจบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

การจัดการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งใช้เวลา 12 ปี ผู้เรียนสามารถจบการศึกษาได้ 2 ช่วง คือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จบการศึกษาภาคบังคับและชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จบการศึกษาขั้นพื้นฐาน

เกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1) ผู้เรียนต้องเรียนรู้ตามกลุ่มสาระทั้ง 8 กลุ่ม และได้รับการตัดสินผลการเรียนให้ได้ตามเกณฑ์ที่สถานศึกษากำหนด

2) ผู้เรียนต้องผ่านการประเมินการอ่าน คิดวิเคราะห์ เขียน ให้ได้ตามเกณฑ์ที่สถานศึกษากำหนด

3) ผู้เรียนต้องผ่านการประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามเกณฑ์ที่สถานศึกษากำหนด

4) ผู้เรียนต้องเข้าร่วมกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนและผ่านเกณฑ์การประเมินตามที่สถานศึกษากำหนด

จากการศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 ข้างต้น จะเห็นได้ว่าสิ่งที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนมีหลายประการ และกระบวนการแก้ปัญหาก็เป็นสาระหนึ่งที่หลักสูตรต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถ เพราะการแก้ปัญหาสามารถบูรณาการกับทุกส่วนของการเรียนคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันและใช้ชีวิตจริงมากที่สุด

1.3 การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

- หลักการและทฤษฎีเกี่ยวข้องกับวิธีสอนคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้จำแนกทฤษฎีในการสอนคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ทฤษฎีใหญ่ ดังนี้ (โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงษ์, 2520)

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory)

การสอนคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีนี้เน้นในเรื่องการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ ซ้ำ ๆ จนกว่านักเรียนเคยชินกับวิธีการนั้น เพราะทฤษฎีนี้เชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการฝึกทำสิ่งนั้นซ้ำ ๆ กันหลายครั้ง ฉะนั้นการสอนตามทฤษฎีนี้จะเริ่มโดยครูเป็นผู้ให้ตัวอย่างหรือบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์ให้ แล้วก็ให้เด็กฝึกฝนทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกระทั่งเกิดความชำนาญ

2. ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยบังเอิญ (Incidental – learning Theory)

ทฤษฎีนี้มีความเชื่อมั่นว่า เด็กจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีเมื่อเด็กเกิดความต้องการหรืออยากรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น ฉะนั้นกิจกรรมการเรียนนั้นควรจัดขึ้นจากเหตุการณ์ที่เกิดในโรงเรียนหรือชุมชนที่เด็กได้ประสบกับตนเอง

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory)

ทฤษฎีนี้ตระหนักว่าการคิดคำนวณกับการเป็นอยู่ในสังคมของเด็กเป็นหัวใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อเด็กเอง และเป็นเรื่องที่เด็กได้พบเห็นและปฏิบัติในสังคมประจำวันของเด็ก ทฤษฎีนี้ยอมรับว่าเป็นทฤษฎีที่มีความเหมาะสมในการนำไปสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาในปัจจุบัน และจากผลการศึกษาวิจัยพบว่า ทฤษฎีแห่งความหมายเป็นทฤษฎีที่เด็กเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด จะเห็นได้ว่าทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งถือเป็นหัวใจของการสอนคือ ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) ซึ่งเหมาะสมในการสอนให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้และแก้ปัญหาได้อย่างดี ดังนั้น ทฤษฎีแห่งการฝึกและทฤษฎีการเรียนรู้โดยบังเอิญจึงควรใช้เป็นอันดับรอง (พรรณี ชูทัย เจนจิต, 2538)

- วิธีสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2536) ได้เสนอแนะแนวทางไว้ดังนี้

1. เนื้อหาเหมาะสมกับวัย
2. เน้นการมีส่วนร่วมของผู้เรียน
3. เน้นการแสดงความคิดเห็นและความคิดสร้างสรรค์
4. การให้ข้อมูลย้อนกลับ
5. เชื่อมโยงระหว่างเนื้อหากับชีวิตประจำวัน
6. ผู้เรียนทราบเป้าหมายของกิจกรรม
7. เน้นการปฏิบัติจริง หรือนำประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้อนวงษ์ (2520) กล่าวว่า วิธีสอนแนวใหม่จำเป็นอย่างยิ่งที่จะเป็นไปตามลำดับขั้น ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน
2. ให้นักเรียนได้อภิปรายและแสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหาต่าง ๆ แล้วแปลเป็นประโยคคณิตศาสตร์

3. ให้นักเรียนแสดงเหตุผลต่าง ๆ ก่อนจึงสรุปเป็นเกณฑ์หรือเรียกว่าวิธีอุปมาน (Inductive)

4. ไม่จำกัดวิธีคิดคำนวณของเด็ก คณิตศาสตร์แต่ละข้ออาจมีวิธีคำนวณได้หลายวิธี ครูควรใช้วิธีแนะให้ผู้เรียนใช้วิธีที่รวดเร็วละง่ายที่สุด

5. ให้นักเรียนได้รู้จักการตรวจคำตอบด้วยตนเอง ไม่ว่าคำตอบนั้นจะเป็นอย่างไร

6. หลังจากผู้เรียนเข้าใจดีแล้ว ต้องหาทางส่งเสริมให้นักเรียนนำเอาความรู้และหลักเกณฑ์นำไปใช้ หรือเรียกว่า วิธีอนุมาน (Deductive)

สำเริง เวชสุนทร (2522) กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ครูจะต้องเป็นผู้ทำให้สภาพการเรียนอยู่ในลักษณะที่กระตุ้นให้นักเรียนเข้าร่วมกิจกรรมการเรียน

2. ต้องมีแรงจูงใจที่จะเรียนให้มากที่สุด

3. ลำดับของการเรียนรู้จะเริ่มจาก รูปธรรมไปสู่นามธรรม

กระบวนการสอนในห้องเรียน

ครูที่ทำหน้าที่สอนในชั้นเรียน จะต้องดำเนินการดังนี้

1. การเรียนในชั้นจะได้ผลสูงสุดก็ต่อเมื่อนักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี

2. พยายามปรับบทเรียนให้มีความสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมของนักเรียน

3. ต้องมีการเตรียมการสอนอย่างดี และมีความกระตือรือร้นในการสอน

4. พยายามกระตุ้นให้นักเรียนตระหนักในความสามารถของตน

5. การจัดบรรยากาศในห้องเรียนเพื่อกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ที่ดี

6. หาเวลาที่จะพบนักเรียนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มนอกห้องเรียนบ้าง

7. ในขณะที่สอน พยายามหากิจกรรมที่จะเป็นการกระตุ้นให้เกิดความซาบซึ้งและพัฒนาเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

8. ให้ความช่วยเหลือเป็นพิเศษแก่นักเรียนเกี่ยวกับวิธีการศึกษาหาความรู้

9. จัดจำนวนนักเรียนในห้องให้เหมาะสม

10. ประเมินตนเองอย่างสม่ำเสมอในด้านเนื้อหาวิชา เจตคติต่อนักเรียนและต่อการสอนคณิตศาสตร์ พยายามปรับปรุงให้เป็นไปในทางที่ดีขึ้น

เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

วัลลภา อารีรัตน์ (2532) เสนอเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1) เทคนิคการยกตัวอย่าง

ควรยกตัวอย่างที่แตกต่างจากหนังสือเรียน ตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันพยายามเริ่มจากตัวอย่างที่ใกล้ตัวนักเรียน และสอดคล้องในเนื้อหาที่จะสอนด้วย

2) เทคนิคการใช้คำถาม

เป็นคำถามที่ชัดเจนมีความหมายที่แน่นอน ไม่ง่ายและไม่ยากจนเกินไป ไม่เป็นคำถามซ้อนคำถาม ควรถามทีละประโยค ไม่ควรเป็นคำถามเชิงปฏิเสธ ไม่ควรเป็นคำถามนำ คำถามที่ดีควรเป็นคำถามที่พัฒนาความคิด ช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นการวิเคราะห์ปัญหา

3) เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียน

- วิธีสนทนาซักถาม
- การร้องเพลง
- การทายปัญหา

4) การสรุปบทเรียน

- สรุปด้วยการใช้เพลงหรือกลอน
- สรุปด้วยการตั้งคำถาม
- สรุปด้วยการยกตัวอย่างให้นักเรียนดู
- สรุปจากการสังเกตการทดลอง
- สรุปจากกิจกรรมที่จัดขึ้น

ทั้งนี้ควรใช้เทคนิคต่าง ๆ หมุนเวียนกันไป ไม่ควรใช้ซ้ำ ๆ กัน เพราะนอกจากจะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายแล้ว ยังอาจส่งผลต่อเจตคติที่นักเรียนมีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

- วิธีสอนคณิตศาสตร์วิธีต่างๆ

กองการวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ได้ศึกษาถึงการวิเคราะห์วิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับรูปแบบการเรียนของนักเรียน พบว่ามีวิธีสอนที่เหมาะสมกับการเรียนหลายวิธี เช่น การสอนแบบรู้แจ้ง การสอนแบบจัดมโนมติล่วงหน้า การสอนแบบเรียนร่วมมือ การสอนโดยใช้ชุดการสอน การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม การสอนโดยใช้บทเรียนที่มีสื่อประสม เป็นต้น

จากการศึกษาเอกสารข้างต้นพบว่า การสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาต้องอาศัยหลักการ ทฤษฎี และใช้เทคนิค วิธีการสอนที่หลากหลาย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัยของผู้เรียน เนื้อหาวิชา สภาพความพร้อม บรรยากาศในการเรียน ซึ่งในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้การสอน

ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญโดยใช้วิธีการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนมีกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

1.4 หน่วยการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น

โรงเรียนป่าหวายวิทยายน อำเภอบ้านฝาง จังหวัดขอนแก่น ได้จัดทำหลักสูตรสถานศึกษาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามแนวของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 โดยได้กำหนดเวลาเรียนและการจัดหน่วยการเรียนรู้ สาระคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น จำนวน 16 ชั่วโมง ซึ่งจะนำไปใช้ในการวิจัย มีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 1 การจัดหน่วยการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น

ชื่อหน่วยการเรียนรู้/หน่วยการเรียนรู้ย่อย	เวลาเรียน(ชั่วโมง)
ความน่าจะเป็น	**16**
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 กฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	2
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 แฟคทอเรียล	2
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น	2
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 วิธีจัดหมู่	2
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ปัญหาวิธีจัดหมู่	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ทฤษฎีบททวินาม	2
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ความน่าจะเป็น	2
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 การนำกฎความน่าจะเป็นไปใช้	1

2. เอกสารด้านกระบวนการคณิตศาสตร์

2.1 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไว้ 5 มาตรฐาน ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรม กำหนดสถานการณ์หรือปัญหา

เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว แนวทางพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นมีดังนี้ (กรมวิชาการ, 2544)

2.1.1 ทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา

2.1.2 ทักษะ/กระบวนการให้เ หตุผล

2.1.3 ทักษะ/กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

2.1.4 ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง

2.1.5 ทักษะกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.1 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดทักษะ/กระบวนการในการแก้ปัญหานับว่าเป็นเรื่องยากพอสมควรสำหรับผู้สอน ผู้เรียนส่วนใหญ่จะพัฒนาได้ดีในทักษะการคิดคำนวณ แต่เมื่อพบโจทย์ปัญหาจะมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่านทำความเข้าใจโจทย์ รวมถึงการหารูปแบบแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ/กระบวนการในการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้คิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ท้าทายให้อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วย

ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้กับผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาที่มีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อนแล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน มีดังนี้ (สมปอง ทองดา, 2547)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ

ในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ยังอาศัยทักษะอื่น ๆ ประกอบด้วย ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 การวางแผนปัญหาเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเรียนรู้หรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณการประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้เชิงจำนวน หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

2.1.2 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ โดยทั่วไปเข้าใจว่าการฝึกให้รู้จักให้เหตุผลที่ง่ายที่สุดคือ การฝึกการเรียนเรขาคณิตตามหลักยูคลิด เพราะมีโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมาย มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย ปานกลาง และอย่างยาก แต่ที่จริงแล้วการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาสาระ

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1) ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ และปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียน ที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2) ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3) ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า "ทำไม" "อย่างไร" "เพราะเหตุใด" เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น "ถ้า....แล้ว ผู้เรียนคิดว่า.....จะเป็นอย่างไร" ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า "ไม่ถูกต้อง" แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรง และให้กำลังใจว่า "คำตอบที่ตอบมา มีบางส่วนที่ถูกต้อง"

ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิดที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

2.1.3 ทักษะ/กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิต มีเนื้อหาที่ต้องฝึกการคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ ผู้เรียนจะต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมาย แล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1) กำหนดโจทย์ที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน

2) ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

2.1.4 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้นจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ด้วยกัน เช่น บทบาทของฟังก์ชันในรูปของเซตในเรื่องเซต ในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต นิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหาเช่น ในเรื่องเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางส่วนโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง การตวง การวัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในช่วงบั้นปลายของชีวิต

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ มีดังนี้

1) มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น

2) มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี

3) มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย

4) มีทักษะการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย

5) มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนอยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะกระบวนการการเชื่อมโยงความรู้นี้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

2.1.5 การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์

การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ ภายใต้การให้คำแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียน และเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็มทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย นอกจากนี้การให้ผู้เรียนได้มีโอกาสสร้างปัญหาขึ้นเองให้มีโครงสร้างของปัญหาคล้ายกับปัญหาเดิมที่ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จะเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมได้อย่างแท้จริง และเป็นการส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีกด้วย

2.2 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของสมาคมครูคณิตศาสตร์ของอเมริกา

สมาคมครูคณิตศาสตร์ของอเมริกา (NCTM, 2000 อ้างถึงใน ศิริมาส ศรีลำดวน, 2546) ได้กำหนดกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้เป็นมาตรฐานอีกด้านหนึ่ง จากมาตรฐานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 10 มาตรฐาน ซึ่งประกอบด้วยมาตรฐานด้านเนื้อหาและกระบวนการด้านละ 5 มาตรฐาน เรียงตามลำดับดังนี้

2.2.1 จำนวนและการจัดกระทำ(Number and Operations)

เนื้อหาเรื่องจำนวนจะแทรกอยู่ในเนื้อหาทุก ๆ เนื้อหาของคณิตศาสตร์มาตรฐานด้านเนื้อหาอีก 4 มาตรฐานรวมทั้งด้านกระบวนการอีก 5 กระบวนการมีพื้นฐานมาจากเรื่องจำนวน

จุดเน้นของมาตรฐานด้านจำนวนและการจัดกระทำ คือการรับรู้เรื่องจำนวน โดยปกติแล้วนักเรียนต้องมีการรับรู้ทางจำนวนเกี่ยวกับการกระจายจำนวน ใช้คุณสมบัติเฉพาะในการอ้างอิง แก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์ของการจัดกระทำและความรู้เกี่ยวกับระบบเลขฐานสิบ กะประมาณของผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล มีการจัดกระทำเพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน ปัญหาและผลลัพธ์

2.2.2 พีชคณิต (Algebra)

พีชคณิตหมายถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน การใช้สัญลักษณ์การออกแบบปรากฏการณ์และการศึกษาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง คำว่า "พีชคณิต" ปกติแล้วจะไม่ค่อยนำมาใช้ในระดับประถมศึกษา แต่จะกล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตมากกว่าซึ่งจะเป็นการปูพื้นฐานทางพีชคณิตเมื่อนักเรียนไปเรียนในระดับชั้นสูงขึ้นไป ความคิดรวบยอด

ทางพีชคณิตจะไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาในคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านจำนวน นอกจากนั้นแล้วยังโยงเข้ากับเรขาคณิตและการวิเคราะห์ข้อมูลอย่างใกล้ชิด แนวความคิดทางพีชคณิตเป็นส่วนประกอบใหญ่ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ในโรงเรียน และเป็นส่วนช่วยให้หลักสูตรมีความกลมกลืนเป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน

นักเรียนควรมีพื้นฐานความรู้ทางพีชคณิตที่แน่นเพียงพอเมื่อจบเกรด 8 และเมื่อเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้นไป พีชคณิตถือเป็นวัตถุประสงค์หลักของการเรียนคณิตศาสตร์

2.2.3 เรขาคณิต (Geometry) เรขาคณิตและการรับรู้เชิงมิติเป็นองค์ประกอบพื้นฐานของการเรียนคณิตศาสตร์และเป็นแนวทางในการแปลผลและสะท้อนกลับเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมทางกายภาพ และสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ได้ เป็นเนื้อหาที่ใช้สำหรับพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการตัดสินใจของนักเรียนซึ่งเกิดขึ้นกับนักเรียนในแต่ละระดับของการเรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปทรงและคุณสมบัติของรูปทรงต่าง ๆ นั้นเป็นนามธรรม นักเรียนควรทำความเข้าใจเกี่ยวกับกฎการให้นิยามและทฤษฎีและสามารถนำมาสร้างเป็นข้อพิสูจน์ของตนเองได้

การเรียนเรขาคณิต เป็นการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองที่เป็นรูปธรรม การวาดภาพและ Dynamic Software การใช้กิจกรรมและเครื่องมือที่เกี่ยวกับเรขาคณิตพร้อมทั้งการส่งเสริมที่เหมาะสมจากครู จะให้นักเรียนสามารถสร้างและสำรวจข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเรขาคณิตและมีการให้เหตุผลด้วยความรอบคอบ เนื้อหาด้านเรขาคณิตนี้จะมีการเรียนมากเมื่ออยู่ในระดับช่วงชั้นระดับกลาง

2.2.4 การวัด (Measurement) การวัดเป็นการกำหนดค่าตัวเลขให้กับลักษณะวัตถุโดยใช้ภาษา เช่น ยาวกว่า สั้นกว่า และมีการขยายวงกว้างขึ้นเมื่ออยู่ในระดับชั้นที่สูงขึ้น การจัดกลุ่มคุณลักษณะที่สามารถวัดได้ ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะและความเข้าใจในความถูกต้องแม่นยำในการวัดจะเพิ่มมากขึ้น เช่นนักเรียนในระดับไฮสคูล ควรจะตระหนักถึงความจำเป็นในการรายงานหน่วยจำนวนที่เหมาะสมของจำนวนหลัก จุดที่มีนัยสำคัญของจำนวนที่ได้จากการวัดอย่างเหมาะสม

2.2.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability) การให้เหตุผลทางสถิติเป็นสิ่งสำคัญสำหรับนายจ้าง ลูกจ้าง และผู้บริโภคข้อมูล และนำไปสัมพันธ์กับความน่าจะเป็น ความสามารถในการเก็บรวบรวมข้อมูลทางสถิติจะช่วยในการตัดสินใจทางธุรกิจ การเมือง การวิจัย และชีวิตประจำวันที่เหมาะสม ผู้บริโภคจะสำรวจความก้าวหน้าและการตลาดของผลิตภัณฑ์ และประเมินความปลอดภัยหรือประสิทธิภาพของตัวยาตัวใหม่ ในการทดลองทางสถิติจะแสดงความคิดเห็นของสาธารณชนในเรื่องต่าง ๆ ทั้งที่แสดงออก

และไม่แสดงออก คุณภาพและผลกระทบของผลิตภัณฑ์ทางการตลาด ตลอดจนประสบการณ์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งนักเรียนต้องเรียนรู้เพื่อให้แปลผลได้

เด็กจะไม่สามารถพัฒนาให้เหตุผลทางสถิติได้ ถ้าไม่บรรจุไว้ในหลักสูตรในการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นจะเป็นแนวทางหนึ่งที่นักเรียนจะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นและประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน

2.2.6 การแก้ปัญหา (Problem Solving) การแก้ปัญหาเป็นการบูรณาการทุกส่วนในการเรียนคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ความสามารถในการแก้ปัญหามีประโยชน์มากในชีวิตประจำวันและในการทำงาน การแก้ปัญหาไม่เพียงแต่เป็นเป้าหมายในการเรียนคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังเป็นวิธีการเรียนที่สำคัญอีกด้วย การแก้ปัญหาไม่อาจแยกออกมาเป็นส่วนหนึ่งต่างหากได้ แต่จะรวมอยู่กับเนื้อหาทุกหลักสูตร

การแก้ปัญหาเป็นการทำงานเพื่อหาคำตอบซึ่งยังไม่รู้อยู่ข้างหน้า นักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีท่าทีคณิตศาสตร์ (Mathematical Disposition) ซึ่งหมายถึง วิเคราะห์สถานการณ์ในเทอมคณิตศาสตร์อย่างรอบคอบและวิเคราะห์ธรรมชาติที่มาของปัญหาภายใต้สถานการณ์ที่เห็นอย่างพินิจพิเคราะห์ ตัวอย่างเช่น เด็กอาจมีความสงสัยว่า ใช้เวลานานเท่าใดจึงจะนับถึงล้าน

ปัญหาที่ดีจะเปิดโอกาสให้นักเรียนมีความมั่นใจและขยายความรู้ให้กว้างออกไปและยังกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ใหม่ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ส่วนมากสามารถนำเสนอโดยผ่านปัญหาภายใต้ประสบการณ์ที่คุ้นเคยจากชีวิตจริงของนักเรียนหรือบริบททางคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น อาจจะมีวิธีการหลายวิธีในการทำน้ำผลไม้ แม้นักเรียนจะมีความคิดที่แตกต่างกันออกไปในการใส่ส่วนผสมแต่ครูต้องช่วยพวกเขาด้วยการชี้แนะให้เห็นความแตกต่างของความคิดรวบยอดอย่างมีความหมาย

นักเรียนจำเป็นต้องพัฒนาขีดความสามารถของยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา เช่น การใช้ไดอะแกรม หารูปแบบ หรือพยายามให้ค่าหรือหาตัวอย่างพิเศษ ซึ่งยุทธ วิธีเหล่านี้จำเป็นต้องเน้นให้ความสำคัญในกิจกรรมการเรียนการสอน อย่างไรก็ดี การฝึกการแก้ปัญหาจะต้องมีอยู่ตลอดหลักสูตร นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้เพื่อตรวจสอบและปรับกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเองด้วย

ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการฝึกทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูต้องเลือกปัญหาที่มีความหมายต่อนักเรียน ต้องสร้างสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนได้สำรวจ ทดลอง เสี่ยงซึ่งต้องได้รับทั้งความสำเร็จและความล้มเหลวร่วมกับบุคคลอื่น มีการถามบุคคลอื่น ซึ่ง

สิ่งเหล่านี้จะช่วยพัฒนาความมั่นใจที่จำเป็นต้องใช้ในการสำรวจปัญหาและสามารถปรับยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2.2.7 **การพิสูจน์และให้เหตุผล (Reasoning and Proof)** การให้เหตุผลอย่างเป็นระบบเป็นสัญลักษณ์สำคัญของคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นและทุกเนื้อหาของคณิตศาสตร์ จะมีการค้นหา การพิสูจน์ และการใช้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ ซึ่งระดับความซับซ้อนจะแตกต่างกันไปตามระดับชั้น การใช้การให้เหตุผลจะนำไปสู่ความรู้ความเข้าใจของนักเรียน การพิสูจน์และการให้เหตุผลเป็นประสบการณ์ที่ต้องจัดให้นักเรียนตั้งแต่อนุบาลจนถึงเกรด 12

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นอุปนิสัยทางด้านจิตใจ ที่ต้องได้รับการพัฒนาโดยผ่านบริบทที่หลากหลายและตั้งแต่การเรียนชั้นแรก ในหลาย ๆ บริบท ในทุก ๆ ระดับ นักเรียนจะให้เหตุผลเชิงอุปมานจากรูปแบบและกรณีพิเศษต่าง ๆ

นักเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้น ควรเรียนที่จะสร้างข้อสรุปที่ดีขึ้น เริ่มใช้ข้อเท็จจริงในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เมื่อจบชั้นมัธยมแล้วนักเรียนต้องสามารถเข้าใจการพิสูจน์และสามารถพิสูจน์ได้ อนุมานข้อสรุปจากสมมติฐานได้อย่างมีตรรกะและเห็นคุณค่าของการให้เหตุผล

2.2.8 **การสื่อสาร (Communication)** เมื่อนักเรียนได้รับการกระตุ้นให้สื่อสารเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียน เช่นการแสดงเหตุผลต่อเพื่อน หรือการกำหนดคำถามบางทีเป็นปริศนา พวกเขาจะเกิดการหยั่งรู้ความคิดของตนเอง เพื่อสื่อสารความคิดของตนเองอย่างเป็นระบบ ซึ่งเป็นการสะท้อนสิ่งที่เขาเรียนรู้ ระลึกได้และรวบรวมความคิดทางคณิตศาสตร์ตามธรรมชาติของนักเรียน

นักเรียนควรได้รับการสนับสนุนเพื่อเพิ่มความสามารถในการแสดงออกอย่างเป็นเรื่องเป็นราวและชัดเจนเมื่อพวกเขาโตขึ้น ลักษณะการให้เหตุผลและการสนทนาอย่างนี้จะติดตัวพวกเขาไปด้วย และนักเรียนจะสามารถรับรู้และตอบสนองคู่สนทนาได้ ความสามารถในการเขียนเพื่อนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งที่ต้องให้ความใส่ใจตลอด

ในการแก้ปัญหาในชั้นเรียน นักเรียนจะมีโอกาสได้เห็นลักษณะและวิธีในการแก้ปัญหาของคนอื่นด้วย ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนรู้ที่จะเข้าใจและประเมินความคิดของคนอื่นและนำไปสู่การสร้างแนวคิด

2.2.9 **การเชื่อมโยง (Connections)** คณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกัน และในขณะเดียวกันก็เป็นอุปสรรคในการเรียนเรื่องอื่น ๆ ด้วย นักเรียนตั้งแต่อนุบาลถึงเกรด 12 ควรเห็นและมีประสบการณ์ที่หลากหลายในการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในหัวข้อต่าง ๆ ระหว่างคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และระหว่างคณิตศาสตร์กับสิ่งที่พวกเขาสนใจ การมองเห็น

ภาพโดยรวมของคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนได้รู้ว่า คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มของทักษะที่ไม่ได้แยกกันอยู่และไร้กฎเกณฑ์

ความสำคัญของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนตระหนักได้ว่าความคิดรวบยอดในเนื้อหาต่างๆ นั้นสัมพันธ์กันอย่างไร นักเรียนควรจะทั้งคาดเดาและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ได้ ใช้การหยั่งรู้ที่ได้รับจากบริบทหนึ่งไปตรวจสอบข้อความคาดการณ์ในบริบทอื่น ๆ เช่น นักเรียนระดับประถมศึกษาเชื่อมโยงระหว่างความรู้เรื่องการลบจำนวนเต็มไปสู่การลบทศนิยมหรือเศษส่วน

การมีประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ดี นักเรียนควรจะเชื่อมโยงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง เช่นเดียวกับการเชื่อมโยงสถานการณ์ทางวิทยาศาสตร์ สังคม แพทย์และการค้า เช่น ในการขยายสาขาใหม่ของร้านขายยา จะต้องวิเคราะห์ข้อมูลทางเศรษฐกิจ ประชากร นักเรียนต้องเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในการนำมาตรวจสอบบุคคลและประเด็นต่าง ๆ ทางสังคม

2.2.10 การนำเสนอ (Representation) การนำเสนอเป็นสิ่งจำเป็นที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เข้าใจตนเองและบุคคลอื่น ทำให้นักเรียนได้ระลึกความเชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กันได้ และประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาอย่างแท้จริง ตัวอย่างเช่น การที่จะมีความรู้เรื่องเศษส่วนอย่างลึกซึ้งได้นั้น นักเรียนจำเป็นต้องนำเสนอออกมาได้หลาย ๆ รูปแบบที่สนับสนุนความเข้าใจของตนเอง เข้าใจการแปลงเศษส่วนให้อยู่ในรูปแบบอื่น ๆ เช่นอัตราส่วน การใช้เครื่องหมายหารหรือเศษส่วนของจำนวนเต็ม เข้าใจถึงการนำเสนอเศษส่วนในรูปแบบปกติ เช่น จุดบนเส้นตรง

บางรูปแบบของการนำเสนอ เช่น ไดอะแกรม กราฟ การใช้สัญลักษณ์เป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่บรรจุไว้ในคณิตศาสตร์นานแล้ว แต่โชคร้ายที่การสอนการนำเสนอเหล่านี้และอีกหลาย ๆ รูปแบบถูกนำเสนอสอนเฉพาะขั้นตอนสุดท้ายเท่านั้น ซึ่งนำไปสู่ข้อจำกัดของศักยภาพและประโยชน์ของการนำเสนอ ในฐานะที่เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์

การส่งเสริมให้เด็กได้เสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่พวกเขารับรู้มา ซึ่งไม่ใช่วิธีการที่ทำเป็นประจำนั้นเป็นสิ่งสำคัญ ในขณะเดียวกันนักเรียนควรจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับการนำเสนอในรูปแบบเต็ม ๆ เพื่อเป็นการกระตุ้นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการสื่อสารกับคนอื่นเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การนำเทคโนโลยีมาบูรณาการในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่จำเป็นมากยิ่งขึ้น เพื่อให้เกิดความสะดวกสบายมากขึ้นในการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษากระบวนการคณิตศาสตร์ทั้งในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 และจากสมาคมครูคณิตศาสตร์ของอเมริกา จะเห็นได้ว่าให้ความสำคัญต่อทักษะกระบวนการไม่ยิ่งหย่อนไปกว่าเนื้อหาวิชา โดยเฉพาะกระบวนการแก้ปัญหามีขั้นตอนที่ชัดเจน สามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้เด่นชัด ดังนั้นการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทั้งวิธีการสอน และการวัดและประเมินผลกระบวนการแก้ปัญหา เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาเป็นการบูรณาการทุกส่วนในการเรียนคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และผู้เรียนยังสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.3 การประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.3.1 กระบวนการแก้ปัญหา

2.3.1.1 ลักษณะทั่วไปของปัญหา

ประสาท อิศรปรีดา (2521) กล่าวว่า ปัญหาจะเกิดขึ้นเมื่อกิจกรรมที่เราทำถูกขัดขวางหรือมีอุปสรรคจนไม่สามารถจะใช้นิสัยเดิมที่เคยแก้นำมาแก้ไขสถานการณ์ที่เป็นไปอย่างซับซ้อนสับสนได้ หรือไม่เกิดความกระจ่างในการที่จะหาทางฝ่าฟันสิ่งกีดขวางหรืออุปสรรคนั้นๆ

กรมวิชาการ (2539) กล่าวถึงลักษณะทั่วไปของปัญหาว่า สิ่งที่เรียกว่าปัญหามีลักษณะทั่วไปดังนี้

1) มีความไม่เข้าใจกันเกิดขึ้นเนื่องจากการสื่อสารไม่ได้ใจความสมบูรณ์

2) ข่าวสารที่รับรู้อยู่เป็นเพียงบางส่วนและไม่ถูกต้อง

3) บุคลากรที่เกี่ยวข้องรู้สึกว่ามีความคลุมเครือไม่ชัดเจนเกิดขึ้น

4) มีความรู้ที่เป็นความกดดันซ่อนลึกอยู่ในใจลึก ๆ และพยายามแสดงออกในขณะที่มีการสำรวจสภาพหรือสถานการณ์

5) มีความเห็นมุมต่างมุมหรือขัดแย้งกัน

6) ความคิด ความรู้สึกเปลี่ยนไป(บางที่เป็นไปอย่างรวดเร็ว) ขณะที่มีการสำรวจสภาพหรือสถานการณ์

7) คิดสองฝักสองฝ่าย กลับไปกลับมา โดยไม่มีฝ่ายใดหรือความคิดใดเป็นผู้ชนะความตรึงตราใจ เนื่องจากสถานการณ์นั้นยังติดอยู่ในใจไม่เลือนหายไปตามปกติ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าในทางคณิตศาสตร์ ปัญหาหมายถึง สิ่งที่ยังไม่กระจ่างแจ้ง ยังไม่รู้ ต้องการแก้ไขหรือหาคำตอบ

2.3.1.2 ความหมายของการแก้ปัญหา

ประสาท อิศรปรีดา (2521) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยสติปัญญาและความคิด รวมทั้งรูปแบบพฤติกรรมที่ซับซ้อนอันเป็นผลมาจากพัฒนาการทางสติปัญญา

Witting William (1984 อ้างถึงใน อรัญญา ชนะเพีย, 2542) ให้นิยามว่า การแก้ปัญหาหมายถึง การใช้กระบวนการทางความคิดเพื่อที่จะเอาชนะอุปสรรคและทำงานไปยังเป้าหมาย

Krulik and Rudnick (1987 อ้างถึงใน กิตติพงษ์ ตะไก่แก้ว, 2538) ให้นิยามว่า การแก้ปัญหา คือ กระบวนการที่ต้องนำเอาความรู้ ทักษะและความเข้าใจที่เรียนผ่านมาแล้วประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่ยังไม่คุ้นเคยแตกต่างกันออกไป

Copeland (1982) ได้ให้ความหมายการแก้ปัญหา โดยสรุปว่า เป็นการกระทำหน้าที่ที่จำเป็น (Function Essential) หลาย ๆ อย่างรวมกัน เพื่อนำมาใช้ในชีวิตประจำวันรอบ ๆ ตัวเรา ประกอบด้วยความเข้าใจในความคิดรวบยอดและเทคนิคการคำนวณในปัญหา การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนความสัมพันธ์ของปัญหา การหาเหตุผลเชิงอุปนัยและนิรนัยเพื่อหาข้อสรุปวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล การแปลความหมายข้อมูล การทดสอบสมมติฐาน การแสดงผลลัพธ์ที่ได้ เป็นต้น ผู้เรียนต้องรู้จักคำที่สำคัญของโจทย์ (Key Question) เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ นิยามปัญหา คิดหาแนวทางแก้ปัญหาต่อไป โดยมีจุดเน้นที่ความเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบ

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการทางการคิดที่ต้องอาศัยความรู้ ความคิด ประสบการณ์ วิธีการและขั้นตอนต่าง ๆ ในการพิจารณาโครงสร้างและสภาพการณ์ของปัญหา เพื่อให้บรรลุถึงจุดมุ่งหมายที่ต้องการ

2.3.1.3 วิธีสอนแบบแก้ปัญหา (Problem Solving Method) (เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์, 2545)

วิธีสอนวิธีนี้เป็นวิธีสอนที่ John Dewey เป็นผู้คิดขึ้นโดยอาศัยหลักปรัชญาที่ว่า "สร้างการเรียนรู้โดยการกระทำจริง"(Learning by Doing) ดังนั้นบทบาทของครูคือ การกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล โดยอาศัยมโนมติ กฎเกณฑ์ หรือหลักการมาช่วยในการแก้ปัญหานั้น ๆ ในการแก้ปัญหาอาจช่วยในการให้ข้อเสนอแนะแก่ผู้เรียนได้

รูปแบบของการแก้ปัญหาอาจมีรูปแบบได้ดังนี้

1) วิธีลองผิดลองถูก (Trial an Error)
2) วิธีสร้างรูปแบบ (Patterns)
3) วิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Solving a Simpler Problem)
4) วิธีมองปัญหาย้อนกลับ (Working Backward)
5) การสร้างแผนภาพ
6) การสร้างตาราง
7) วิธีจำลองแบบ (Simulation)

2.3.1.4 ขั้นตอนการแก้ปัญหา

มีนักการศึกษาหลายท่านที่ทำการศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา ซึ่งพอจะสรุปได้ดังนี้

1) John Dewey ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาดังนี้
   (1) ตระหนักถึงปัญหา
   (2) ทำปัญหาให้กระจ่าง
   (3) รวบรวมข้อมูล
   (4) ทำการทดลองเพื่อพิสูจน์
2) Polya ได้จัดขั้นตอนการแก้ปัญหาดังนี้
   (5) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
   (6) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา
   (7) ขั้นดำเนินการตามแผน
   (8) ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา
3) กรมวิชาการ (2544ค) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนดังนี้
   (1) วิเคราะห์ปัญหา : ทำความเข้าใจ
   (2) วางแผนแก้ปัญหา
   (3) ดำเนินการแก้ปัญหา
   (4) ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ

ในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนนี้ ยังอาศัยทักษะอื่น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูป หรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ผู้สอนต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณการประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

4) ทิศนา แขมมณี (2545) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาว่ากระบวนการนี้เป็นกระบวนการที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เกิดความคิด หาวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ มีขั้นตอนดังนี้

(1) สังเกต ให้ผู้เรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้ และทำความเข้าใจปัญหาจนสามารถสรุปและสรุปในปัญหานั้น

(2) วิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

(3) สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียนด้วย

(4) เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงาน เพื่อรายงานตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

(5) สรุป ผู้เรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจจัดทำในรูปของรายงาน

จากการศึกษาแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาของนักการศึกษาสรุปได้ว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ว่าปัญหาถามอะไร กำหนดอะไรมาให้บ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาออกจากกัน

2. วางแผนแก้ปัญหา ต้องหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ทั้งที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้และข้อมูลที่ได้จากสิ่งที่กำหนดให้ หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการเหตุผล มาประกอบกับข้อมูลแล้วนำเสนอในรูปของวิธีการ

3. ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้เพื่อตอบปัญหา

4. ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ เป็นการพิจารณาความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ยึดหลักการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของกรมวิชาการ โดยกำหนดประเด็นการพิจารณาความสามารถด้านกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนตามขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์ปัญหา : ทำความเข้าใจ เป็นการพิจารณาถึงความครอบคลุมและชัดเจนของการเขียนอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหา

2. วางแผนแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาถึงความถูกต้องและชัดเจนในการเขียนระบุขั้นตอนการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหาเป็นการพิจารณาถึงการเขียนอธิบายปฏิบัติตามแผนที่วางไว้

4. ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ เป็นการพิจารณาการเขียนอธิบายความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

2.3.2 การประเมินกระบวนการแก้ปัญหา

2.3.2.1 ความหมายของการประเมินผลตามสภาพจริง

จิราภรณ์ ศิริทวี (2539) ให้ความหมายของการประเมินผลตามสภาพจริงว่า เป็นกระบวนการประเมินที่ใช้เครื่องมือที่หลากหลาย เช่นการแสดงออก การนำเสนอผลงาน ทักษะการคิดระดับสูง กระบวนการแก้ปัญหาและการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยผู้ประเมินต้องใช้เครื่องมือที่หลากหลายเช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การบันทึกพฤติกรรม

บุรชัย ศิริมหาสาคร (2540) กล่าวว่าการประเมินผลตามสภาพจริง หมายถึงกระบวนการประเมินผลตามสภาพจริงในรูปแบบ 4 p ตามรายละเอียดดังนี้

1) สังเกตการณ์แสดงออก (performance) หมายถึง กระบวนการสังเกตผู้เรียนและการทดสอบภาคปฏิบัติในภาคสนาม

2) สังเกตกระบวนการ (process) หมายถึง การสังเกตกระบวนการทำงานและการแก้ปัญหาของผู้เรียนอย่างต่อเนื่องทุกขั้นตอน

3) การตรวจสอบ (products) หมายถึง การตรวจสอบผลงานทั้งที่เป็นของครูและของผู้เรียนที่ร่วมกิจกรรมการประเมินผลตามสภาพจริง

4) แฟ้มสะสมผลงาน (portfolio) หมายถึง เอกสารชิ้นงานที่จัดเข้าแฟ้มอย่างเป็นระบบซึ่งเป็นชิ้นงานที่ดีที่สุดที่ผู้เรียนได้คัดเลือกและจัดเข้าแฟ้มอย่างดีสามารถเป็นตัวแทนของเจ้าของแฟ้มได้

อรทัย มูลคำ (2543) ให้ความหมายของการประเมินผลตามสภาพจริงว่า เป็นการประเมินผลที่ใช้เครื่องมือที่หลากหลายวิธี เช่น การสังเกต การบันทึกและการสัมภาษณ์ ซึ่งเป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกิจกรรมต่าง ๆ และดูผลงานของผู้เรียน ประกอบด้วยการประเมินผลจะเน้นกระบวนการแก้ปัญหา การแสดงออกอย่างกล้าหาญ การนำเสนอผลงาน การทดสอบภาคปฏิบัติของผู้เรียน

กล่าวโดยสรุปแล้ว การประเมินผลตามสภาพจริงเป็นการประเมินกระบวนการทำงานของผู้เรียนโดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่หลากหลาย เช่นการสังเกต การสัมภาษณ์ การประเมินกระบวนการแก้ปัญหา เป็นต้น

2.3.2.2 หลักเกณฑ์การประเมินตามสภาพจริง

Hensley (อ้างถึง ใน ศุภชัย สายสิงห์, 2547) กล่าวถึงหลักเกณฑ์การประเมินผลตามสภาพจริงว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคส์ (Rubrics) ประกอบด้วยสเกลที่กำหนดไว้ชัดเจนและมีคำอธิบายความสามารถแต่ละสเกล เพราะการให้คะแนนประกอบด้วยบุคคลหลายฝ่าย เช่น ครู ผู้บริหารโรงเรียน นักเรียนและผู้ปกครอง การมีส่วนร่วมในการให้คะแนน ตั้งแต่ 80 ขึ้นไปได้ ระดับ 3 หมายถึง ผู้เรียนปฏิบัติงานได้ถูกต้องดีมาก คะแนนตั้งแต่ 70-79 ได้ระดับ 2 หมายถึง ผู้เรียนปฏิบัติงานได้ครึ่งเดียว ส่วนคะแนนตั้งแต่ 60 – 69 ได้ระดับ 1 หมายถึง ผู้เรียนปฏิบัติงานได้น้อยต้องปรับปรุงใหม่ คะแนนตั้งแต่ 59 ลงมา ได้ระดับ 0 หมายถึง ต้องเรียนใหม่หรือซ่อมเสริม

Marcus (1995) กล่าวถึงวิธีการให้คะแนนแบบรูบริคส์ (Rubrics) มีวิธีการดังนี้

1) เป็นเครื่องมือสำหรับการประเมินผลตามสภาพจริงของผู้เรียนซึ่งช่วยให้ครูสามารถตัดสินใจให้คะแนนผลงานได้อย่างชัดเจน

2) เป็นเครื่องมือช่วยลดเวลาในการประเมินผลงานของผู้เรียนได้อย่างดีและมีความหลากหลาย มีความยืดหยุ่นได้ตามความเหมาะสม

3) เป็นเครื่องมือช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ สามารถอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจได้

Ann Tanona (1997) กล่าวว่า รูบริคส์ (Rubrics) เป็นเครื่องมือสำหรับประเมินผลตามสภาพจริง ครูต้องพัฒนาเครื่องมือการประเมินผลให้มีความหลากหลาย สามารถสะท้อนผู้เรียนแต่ละคนได้ การสร้างเครื่องมือต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมทุกขั้นตอน

จากการศึกษาหลักเกณฑ์การให้คะแนนจะเห็นว่า การให้คะแนนแบบรูบริคส์เป็นเครื่องมือการให้คะแนนที่ระบุเกณฑ์การให้คะแนนไว้อย่างชัดเจน ทำให้การประเมินเกิดความยุติธรรมและสามารถนำไปใช้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ต่อไปได้

2.3.2.3 การให้คะแนนกระบวนการแก้ปัญหา

Charles et al . (1987 อ้างถึงใน Szetla Nicol, 1992) กล่าวว่า ผลจากการประเมินการแก้ปัญหาในทางคณิตศาสตร์นั้นต้องการมากกว่าการดูคำตอบของนักเรียน โดยครูจำเป็นต้องวิเคราะห์ถึงกระบวนการและให้นักเรียนได้แสดงความคิดออกมา และได้เสนอแนวทางการให้คะแนนสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1) ด้านความเข้าใจ (คะแนนเต็ม 4 คะแนน)
   - 0 -- ไม่พยายามทำ
   - 1 -- ตีความหมายของปัญหาผิดหมด
   - 2 -- ตีความหมายของปัญหาผิดพลาดในประเด็นหลัก
   - 3 -- ตีความหมายของปัญหาผิดหมดในประเด็นย่อย
   - 4 -- มีความเข้าใจในปัญหาอย่างถูกต้อง
2) ด้านการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 4 คะแนน)
   - 0 -- ไม่พยายามทำ
   - 1 -- วางแผนโดยรวมไม่เหมาะสม

2 -- วิธีปฏิบัติถูกต้องบางส่วน แต่มีความผิดพลาดในส่วนสำคัญ

3 -- วิธีปฏิบัติถูกต้อง แต่ผิดพลาดในส่วนย่อยหรือเกิดความคลาดเคลื่อน

4 -- แผนการของการแก้ปัญหาถูกต้องโดยไม่มีความคลาดเคลื่อน

3) ด้านการตอบปัญหา (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)

0 -- ไม่มีคำตอบหรือคำตอบผิด ซึ่งเป็นผลการวางแผนไม่เหมาะสม

1 -- การคัดลอกจากโจทย์ผิดพลาด การคำนวณผิดพลาด ไม่มีการบอกตัวคำตอบ

การใช้สัญลักษณ์ของคำตอบไม่ถูกต้อง

2 -- แก้ปัญหาและได้คำตอบที่ถูกต้อง

กรมวิชาการ (2539) เสนอแนวทางการให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytical scoring)

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ด้านมีดังนี้

1) ความเข้าใจในความคิดร่วมยอด แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในความคิดร่วมยอดที่สัมพันธ์กับความต้องการของโจทย์ปัญหา (คะแนนเต็ม 4 คะแนน)

ระดับคะแนน 4

แปลความต้องการของปัญหาไปสู่ความคิดร่วมยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

เลือกและใช้ข้อมูลได้สอดคล้องกับปัญหา

ใช้ภาพโมเดล แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ เพื่อแทนความคิดร่วมยอดทางคณิตศาสตร์ในปัญหาได้อย่างเหมาะสม

ระดับคะแนน 3

แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจความคิดรวบยอดส่วนใหญ่ในปัญหา

เลือกและใช้ข้อมูลสอดคล้องกับปัญหาได้เป็นส่วนใหญ่

ใช้ภาพโมเดล แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ เพื่อแทนความคิดร่วมยอดทางคณิตศาสตร์บางส่วน

ระดับคะแนน 2

แปลความต้องการของโจทย์ผิดเป็นส่วนใหญ่

เลือกและใช้ข้อมูลส่วนน้อยๆ มานำเสนอปัญหา

ใช้ภาพโมเดล แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์ ขัดแย้งกับความต้องการของโจทย์ในบางส่วน

ระดับคะแนน 1

แปลความต้องการของโจทย์ผิด

เลือกใช้ข้อมูลไม่เหมาะสม

นำเสนอภาพ โมเดล แผนภูมิ ขัดแย้งกับความต้องการของโจทย์

ระดับคะแนน 0

ไม่แสดงถึงความเข้าใจปัญหา

2) การสื่อสาร การอธิบายเหตุผลแต่ละขั้นตอน ใช้แผนภูมิและหรือคำศัพท์ที่ทำให้ผู้อ่านเข้าใจง่าย (คะแนนเต็ม 4)

ระดับคะแนน 4

ใช้คำ / ข้อความทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายอย่างถูกต้องชัดเจน

แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความเข้าใจชัดแจ้งถึงเหตุผล โดยตอบทุกขั้นตอน

นำเสนอการทำงานที่มีความสัมพันธ์กันอย่างมีเหตุผล

แสดงให้เห็นถึงหลักฐานการจัดการอย่างเป็นระบบและมีความต่อเนื่องในการแก้โจทย์

สื่อความหมายได้ชัดเจนแจ่มแจ้งผู้อ่านทุกระดับเข้าใจได้

ระดับคะแนน 3

ใช้คณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายได้ถูกแต่ไม่ย่นย่อ

แสดงความเข้าใจเหตุผลบางส่วนในแต่ละขั้นตอน

นำเสนอการทำงานที่มีความต่อเนื่องและสามารถแก้ปัญหาเป็นบางราย

สื่อความหมายให้ชัดแจ้งเฉพาะผู้อ่านบางส่วนเท่านั้น

ระดับคะแนน 2

ใช้คำทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายที่ผิดส่วนใหญ่

เสนอเหตุผลไม่สมบูรณ์

แสดงโครงสร้างอย่างไม่เป็นเหตุผล

ไม่แสดงหลักฐานถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหา

สื่อความหมายได้เฉพาะตนเองเท่านั้นที่เข้าใจ

ระดับคะแนน 1

ใช้คำทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายที่ผิด

เสนอเหตุผลที่ผิด

ไม่แสดงหลักฐานความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหา

ไม่สื่อความหมายถึงความเข้าใจ

ระดับคะแนน 0

ไม่อธิบายเหตุผลใดๆ

3) กระบวนการและยุทธวิธีการเลือกการแก้ปัญหาและการตรวจสอบ (คะแนนเต็ม 4)

ระดับคะแนน 4

ประยุกต์ใช้กราฟ ตัวเลข หรือสิ่งที่เป็นรูปภาพเพื่อแสดงการแก้ปัญหา

เลือกใช้ทักษะและยุทธวิธีที่เหมาะสมและสมบูรณ์ในการแก้ปัญหา

เลือกใช้วิธีตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

ระดับคะแนน 3

ใช้กราฟ ตัวเลข และสิ่งที่เป็นรูปภาพบางส่วนช่วยแก้ปัญหา

เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ยืดยาว

ใช้ทักษะคณิตศาสตร์และยุทธศาสตร์ที่ครบถ้วน

ระดับคะแนน 2

ใช้กราฟ ตัวเลข และสิ่งที่เป็นรูปแก้ปัญหาเพียงเล็กน้อย

ใช้ทักษะ ยุทธวิธีแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ครงประเด็น

แสดงการตรวจคำตอบไม่สมบูรณ์

ระดับคะแนน 1

ไม่ใช้กราฟหรือรูปแบบแสดงในการแก้ปัญหา

ใช้วิธีการที่ผิดในการแก้ปัญหา

ไม่แสดงการตรวจคำตอบ

ระดับคะแนน 0

ไม่แสดงวิธีทำ

4) การแก้ปัญหาได้อย่างเป็นเหตุผล ผลงานถูกต้องแม่นยำหรือแสดงการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล (คะแนนเต็ม 4)

ระดับคะแนน 4

สามารถคิดคำนวณหรือเสนอรูปแบบวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องแม่นยำ

มองหาวิธีแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการอื่นเพื่อตรวจสอบหรือสนับสนุนความคิดในครั้งแรก

วิเคราะห์วิธีการ ผลของการแก้ปัญหาได้อย่างมีเหตุผล

มองเห็นการเชื่อมโยงหรือการขยายผลไปสู่หลักการของปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

ระดับคะแนน 3

การคำนวณหรือวิธีหาคำตอบถูกต้อง

แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนการหาคำตอบได้บางส่วน

เชื่อมโยงไปสู่หลักการของปัญหาได้บางส่วน

ระดับคะแนน 2

การคำนวณมีข้อผิดพลาดบางส่วน

แสดงเหตุผลสนับสนุนการหาคำตอบเล็กน้อย

แสดงการเชื่อมโยงหลักการแก้ปัญหาได้เล็กน้อย

ระดับคะแนน 1

คำนวณผิดทั้งหมด

ไม่แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบ

เชื่อมโยงไปสู่หลักการที่ไม่ถูกต้อง

ระดับคะแนน 0

ไม่แสดงการคำนวณ / หาคำตอบ

กล่าวโดยสรุปว่า การให้คะแนนกระบวนการแก้ปัญหาโดยวิธีแยกประเด็นพิจารณาออกเป็นส่วนย่อย ๆ แล้วพิจารณาแต่ละส่วนย่อยประกอบกัน โดยนำการประเมินแบบรูบริคส์ มาเป็นเกณฑ์ในการให้คะแนน จะทำให้การให้คะแนนมีความแน่นอนและสามารถประเมินกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน ดังนั้นในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาในครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงนำการให้คะแนนแบบรูบริคส์มาใช้ในการประเมินดังกล่าว โดยนำรูปแบบการให้คะแนนแบบแยกส่วนของกรมวิชาการมาปรับใช้

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ดวง โชติสุภาพ (2541) ได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ ที่เน้นการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณในใจ และการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เรื่อง การคูณและการหาร สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านปากช่องเอียด สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดชัยภูมิ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณในใจและการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 70 คือ คิดเป็นร้อยละ 72.81 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ดังกล่าว คิดเป็นร้อยละ 82.22 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ จำนวนนักเรียนที่กำหนดไว้ ร้อยละ 80 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณในใจ และการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เกิดคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ได้แก่ ทักษะการทำงานกลุ่มย่อย ความรับผิดชอบต่อตนเองและกลุ่มและการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ (2542) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครูมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุญนำ ไชยมิ่ง (2545) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนที่เน้นกระบวนการและเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังจากได้รับการสอน โดยใช้รูปแบบการวิจัย One Test Pretest – Posttest Design เครื่องมือที่ใช้คือ แผนการสอน แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบวัดเจตคติซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากได้รับการสอนที่เน้นกระบวนการ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนสอบ คิดเป็นร้อยละ 88.46 ของนักเรียนทั้งหมด เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนมีค่าเฉลี่ยสูงกว่าก่อนเรียน และมีเจตคติทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน โดยมีเจตคติอยู่ในระบบเห็นด้วย

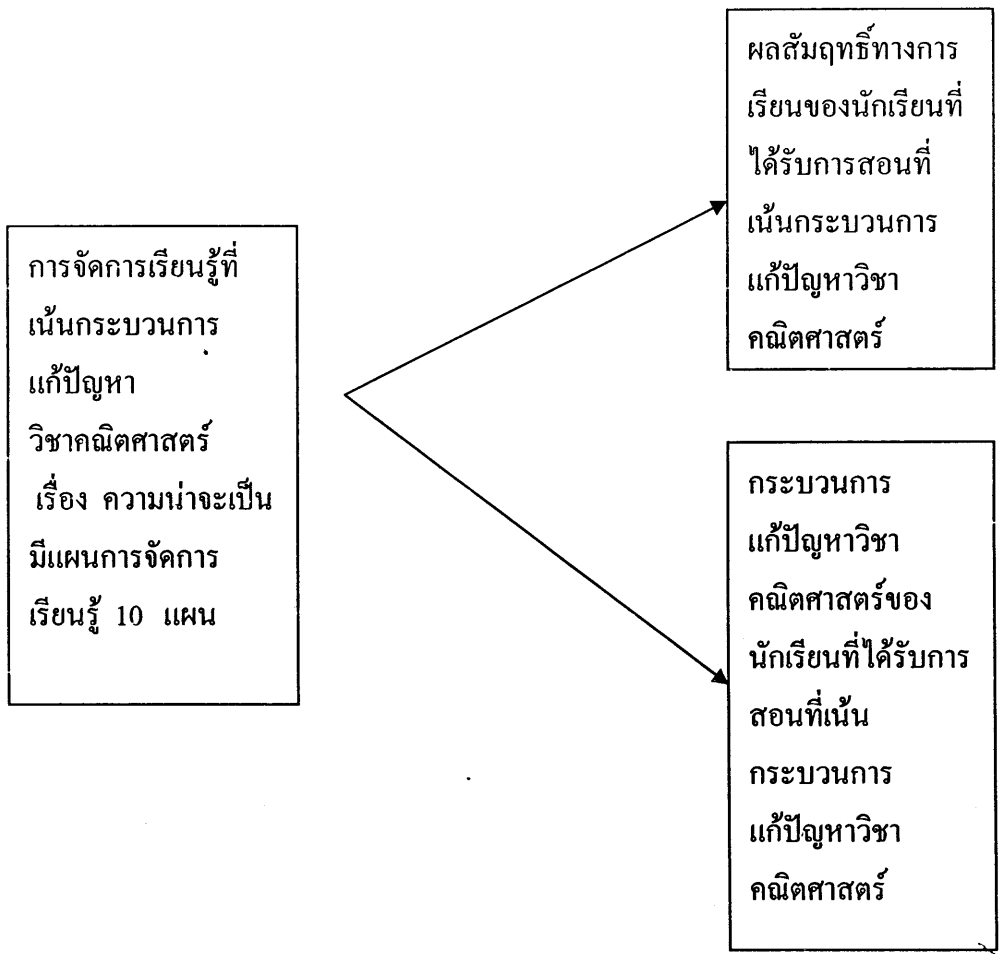
ศิริมาส ศรีลำดวน (2546) ได้ประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ กระบวนการพิสูจน์ให้เหตุผล กระบวนการนำเสนอและกระบวนการสื่อสาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนป่าไม้งามโนนนาดีประชานุกูล สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 2 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน จากการวิจัยพบว่า 1) ปัญหาปลายเปิดเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมการประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ของนักเรียน 2) วิธีการวิเคราะห์โปรโตคอลเป็นทางเลือกหนึ่งในการวิจัยเพื่อวิเคราะห์กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ที่ศึกษา มีความสัมพันธ์ในระดับลึกและส่งผลกระทบต่อกันในระหว่างที่นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิด กล่าวคือ การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ของนักเรียนเป็นผลมาจากความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลโดยตรงต่อบทบาทของสมาชิกในกลุ่มและระดับความเข้าใจคณิตศาสตร์เป็นผลมาจากรูปแบบการพิสูจน์ให้เหตุผลของนักเรียน

สลิลทิพย์ ชำปฏิ (2547)ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนตามรูปแบบที่เน้นกระบวนการ พบว่า กลุ่มเป้าหมายร้อยละ 100 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนการทดสอบ และนักศึกษามีเจตคติต่อรายวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเห็นด้วย

จากผลการวิจัย จะเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ได้แก่ การสร้างองค์ความรู้ การแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน การทำงานเป็นกลุ่ม มีความรับผิดชอบ รวมทั้งทำให้ผู้เรียนรู้จักแสวงหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาผลการสอนที่เน้นทักษะกระบวนการแก้ปัญหาในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายว่าน่าจะมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นและน่าจะทำให้นักเรียนมีทักษะกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีตามไปด้วย

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เป็นข้อมูลพื้นฐานทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาเรื่องผลการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยสามารถสรุปเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัยได้ดังนี้



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย