# ใบรับรองวิทยานิพนธ์

## บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรื่อง การบีบอัดสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ในระบบไฟฟ้ากำลังโดยใช้หลักการของดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์ม

โดย นายชาตรี เทวิง

ได้รับอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

_____คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.มงคล หวังสถิตย์วงษ์)

21 พฤษภาคม 2550

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

_____ประธานกรรมการ

(อาจารย์ ดร.ธีรธรรม บุณยะกุล)

_____กรรมการ

(อาจารย์ ดร.สมพร สิริสำราญนุกูล)

_____กรรมการ

(ดร.กันย์ กังวานสายชล)

# การบีบอัดสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ในระบบไฟฟ้ากำลัง โดยใช้หลักการของดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์ม

นายชาตรี เทวิง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ปีการศึกษา 2549
ลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ชื่อ : นายชาตรี เทวิง
ชื่อวิทยานิพนธ์ : การบีบอัดสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ในระบบไฟฟ้ากำลังโดยใช้หลักการของดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์ม
สาขาวิชา : วิศวกรรมไฟฟ้า
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : อาจารย์ ดร. ธีรธรรม บุณยะกุล
ปีการศึกษา : 2549

## บทคัดย่อ

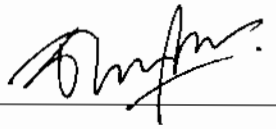
สัญญาณแรงดันไฟฟ้าและสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่เกิดความผิดพร่องหรือการรบกวนในระบบไฟฟ้ากำลังนั้นจะถูกตรวจจับด้วย Digital Fault Recorder (DFR) ซึ่งทำการแปลงสัญญาณจากสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลก่อนประมวลผลหรือเก็บบันทึกสัญญาณ โดยมีกระบวนการที่สำคัญคือการแซมปิ้งสัญญาณ การแซมปิ้งสัญญาณที่อัตราความถี่มีค่าสูงจะทำให้สัญญาณมีความละเอียดมากขึ้น แต่จะส่งผลทำให้จำนวนแซมเปิ้ลของสัญญาณเพิ่มมากขึ้นด้วย เป็นผลทำให้สิ้นเปลืองเนื้อที่ในการเก็บบันทึกสัญญาณ และใช้เวลามากในการส่งผ่านสัญญาณด้วย

งานวิจัยนี้เสนอวิธีการบีบอัดข้อมูลของสัญญาณความผิดพร่องและการรบกวนในระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งเป็นสัญญาณที่มีลักษณะไม่คงที่ เพื่อที่จะลดขนาดเนื้อที่ในการเก็บบันทึกสัญญาณและลดเวลาในการส่งผ่านสัญญาณ โดยใช้ดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์มมาช่วยในการแยกแยะสัญญาณร่วมกับวิธีการบีบอัดข้อมูลแบบมีการสูญเสีย และใช้วิธีการเข้ารหัสที่ไม่ต้องมีการคำนวณที่ยุ่งยากช่วยทำให้ลดเวลาในการประมวลผลลงได้

สัญญาณที่นำมาบีบอัดได้จาก Digital Fault Recorder สัญญาณจาก IEEE Website และสัญญาณที่จำลองขึ้นด้วยโปรแกรม PSCAD/EMTDC มาใช้ในการทดสอบบีบอัดสัญญาณด้วยวิธีการที่นำเสนอ แล้วทำการประเมินผลเนื้อที่ในการเก็บบันทึกและความผิดเพี้ยนของสัญญาณเปรียบเทียบกับสัญญาณเดิม ผลการเปรียบเทียบสัญญาณที่สร้างกลับยังคงรักษารายละเอียดของสัญญาณเดิมไว้ได้ มีค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้ในอัตราการบีบอัดสัญญาณที่มากกว่า 10 เท่าขึ้นไป

(วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 111 หน้า)

คำสำคัญ : เวฟเลตทรานสฟอร์ม การบีบอัดข้อมูล สัญญาณไม่คงที่ในระบบไฟฟ้ากำลัง



อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

Name : Mr. Chatree Thewing

Thesis Title : A Compression of Power System Non-stationary Signals using Discrete Wavelet Transform

Major Field : Electrical Engineering

King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok

Thesis Advisor : Dr.Teratam Bunyagul

Academic Year : 2006

**Abstract**

A digital fault recorder (DFR) samples voltage and current signals in the occurrence of disturbances and faults. The samplings are converted into digital form and then processed or stored. A high sampling rate increases a signal resolution. This provides better information details of the captured signals. However increasing resolution affects the signal size and transmission time. There will be the need for larger storage or faster signal carrier.

This paper proposes a compression technique applied to electrical power system non-stationary signals in order to save costs of the storage and transmission time. The signals were compressed by discrete wavelet transform associated with a lossy compression technique. The simplicity of the encoding technique reduces processing time.

The signals compressed are obtained from the DFR, IEEE Website and simulation in PSCAD/EMTDC. The paper also shows comparison between original and reconstructed signals. The results confirmed that the significant features of the reconstructed signals were intact with a compression rate more than 10 times.

(Total 111 pages)

Keywords : Wavelet Transform , Data Compression , Power System Non-stationary Signals

Teratam Bunyagul. Advisor

# กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีจากปัจจัยหลายประการเช่น การดูแล เอาใจใส่ ความเชื่อมั่น และความไว้วางใจ จากท่านอาจารย์หลายท่านโดยเฉพาะอย่างยิ่ง ท่านอาจารย์ ดร.ธีรธรรม บุณยะกุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้ยื่นโอกาสอันดีนี้ให้แก่ข้าพเจ้า ที่คอยให้คำปรึกษาและแนะนำในสิ่งที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการทำงานวิจัยครั้งนี้ รวมถึงอาจารย์ทุกท่านในภาควิชา และเพื่อนในห้องวิจัยทุกคนด้วย

ขอขอบพระคุณทุกท่านที่ให้การสนับสนุนทุกๆด้าน ที่เป็นกำลังใจที่ดีตลอดมา ขอขอบพระคุณห้องสมุดทุกแห่งที่เป็นแหล่งศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ผู้เรียบเรียงตำราและเอกสารทุกเล่ม คุณครูบาอาจารย์ที่เคยประสิทธิ์ประสาทวิชาให้ทั้งในอดีตและปัจจุบัน คุณบิดามารดาที่อบรมสอนสั่ง รวมถึงบัณฑิตวิทยาลัยของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือที่ได้ให้ทุนอุดหนุนสำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ด้วย

ชาตรี เทวิง

# สารบัญ


| | หน้า |
|---|---|
| บทคัดย่อภาษาไทย | ข |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ | ค |
| กิตติกรรมประกาศ | ง |
| สารบัญตาราง | ช |
| สารบัญภาพ | ฌ |
| บทที่ 1 บทนำ | 1 |
| 1.1 แรงจูงใจในการทำงานวิจัยนี้ | 1 |
| 1.2 สัญญาณ | 2 |
| 1.3 สัญญาณในระบบไฟฟ้ากำลัง | 11 |
| 1.4 ทำไมต้องมีการบีบอัดสัญญาณ | 13 |
| 1.5 การทรานสฟอร์มสัญญาณ | 13 |
| 1.6 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์ | 17 |
| บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการบีบอัดสัญญาณ | 19 |
| 2.1 การบีบอัดสัญญาณแบบไม่มีการสูญเสีย | 19 |
| 2.1.1 การเข้ารหัสแบบ Run Length Coding | 20 |
| 2.1.2 การเข้ารหัสแบบ Huffman Coding | 21 |
| 2.1.3 การเข้ารหัสแบบ Lempel Ziv Welch Coding (LZW) | 23 |
| 2.1.4 การเข้ารหัสแบบ Arithmetric Coding | 29 |
| 2.2 การบีบอัดสัญญาณแบบมีการสูญเสีย | 31 |
| 2.2.1 ดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม | 33 |
| 2.2.2 ฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม | 37 |
| 2.2.3 ดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์ม | 38 |
| บทที่ 3 ทฤษฎีเวฟเลต | 45 |
| 3.1 พีชคณิตเชิงเส้นเบื้องต้น | 45 |
| 3.2 การวิเคราะห์ฟูเรียร์ | 47 |
| 3.3 เวฟเลต | 48 |
| 3.3.1 การวิเคราะห์เวฟเลต | 49 |
| 3.3.2 เวฟเลตทรานสฟอร์ม | 50 |

**สารบัญ (ต่อ)**


| | หน้า |
|---|---|
| 3.3.3 การวิเคราะห์แบบหลายความละเอียด | 54 |
| 3.3.4 เวฟเลตและฟิลเตอร์แบงก์ | 57 |
| 3.3.5 ตัวอย่างสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลตแบบเชิงตั้งฉาก | 60 |
| บทที่ 4 การดำเนินงานวิจัย | 67 |
| 4.1 ออกแบบขั้นตอนการบีบอัดสัญญาณ | 68 |
| 4.1.1 ขั้นตอนในการบีบสัญญาณ | 68 |
| 4.1.2 ขั้นตอนในการสร้างกลับสัญญาณ | 76 |
| 4.2 โปรแกรมตามขั้นตอน และตรวจสอบ | 78 |
| 4.3 จัดหาสัญญาณ และจำลองสัญญาณในการบีบอัด | 79 |
| 4.4 ทดสอบบีบอัดสัญญาณ และประเมินผล | 79 |
| บทที่ 5 ผลการบีบอัดสัญญาณ | 81 |
| 5.1 สัญญาณจาก Digital Fault Recorder | 81 |
| 5.2 สัญญาณจาก IEEE Website | 89 |
| 5.3 สัญญาณจากการจำลองในโปรแกรม PSCAD / EMTDC | 92 |
| บทที่ 6 สรุปผลและข้อเสนอแนะ | 97 |
| 6.1 ผลการบีบอัดสัญญาณ | 97 |
| 6.2 การเปรียบเทียบผล | 98 |
| 6.3 ข้อได้เปรียบ | 99 |
| 6.4 ข้อเสนอแนะ | 99 |
| เอกสารอ้างอิง | 101 |
| ภาคผนวก ก ตารางเพิ่มเติมผลการบีบอัดสัญญาณ | 103 |
| ประวัติผู้วิจัย | 111 |

# สารบัญตาราง


| ตารางที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| 2-1 | กระบวนการลดค่ารายการของสัญลักษณ์ต้นแบบในตารางความถี่ | 21 |
| 2-2 | ตารางการเข้ารหัสแบบ Single Side Growing Huffman Table | 22 |
| 2-3 | ตารางการเข้ารหัสแบบ Lempel Ziv Welch | 24 |
| 2-4 | ตารางความน่าจะเป็นของการเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding | 29 |
| 2-5 | ตารางแสดงผลกระบวนการเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding | 31 |
| 2-6 | ผลการแปลงคีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์มสัญญาณสี่เหลี่ยมหนึ่งหน่วย | 36 |
| 2-7 | แสดงค่าสัมประสิทธิ์ $c_j$ ใน ครอดแดรนท์ ที่ 1 | 40 |
| 2-8 | ตารางแสดงค่าสัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์มสัญญาณ Ramp ด้วย DCT และ DFT | 41 |
| 2-9 | ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์อินเวิร์สทรานสฟอร์มสัญญาณ Ramp ด้วย IDCT และ IDFT | 42 |
| 5-1 | ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 1 ระดับ | 83 |
| 5-2 | ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 2 ระดับ | 85 |
| 5-3 | ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 4 ระดับ | 85 |
| 5-4 | ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 8 ระดับ | 85 |
| 5-5 | ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 16 ระดับ | 86 |
| 5-6 | ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้ากรณีลัดวงจรลงดินสามเฟสของหม้อแปลงจาก PSCAD/EMTDC | 93 |
| ก-1 | ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 1 ระดับ | 104 |
| ก-2 | ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 2 ระดับ | 104 |
| ก-3 | ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 4 ระดับ | 104 |
| ก-4 | ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 8 ระดับ | 105 |
| ก-5 | ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 16 ระดับ | 105 |
| ก-6 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 1 ระดับ | 105 |
| ก-7 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 2 ระดับ | 106 |

## สารบัญตาราง (ต่อ)


| ตารางที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| ก-8 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 4 ระดับ | 106 |
| ก-9 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 8 ระดับ | 106 |
| ก-10 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 16 ระดับ | 107 |
| ก-11 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 1 ระดับ | 107 |
| ก-12 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 2 ระดับ | 107 |
| ก-13 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 4 ระดับ | 108 |
| ก-14 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 8 ระดับ | 108 |
| ก-15 | ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 16 ระดับ | 108 |
| ก-16 | ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสลัดวงจรลงดินเฟสเดียวในสายส่งไฟฟ้ากำลัง จาก PSCAD/EMTDC | 109 |

# สารบัญภาพ


| ภาพที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| 1-1 | กระบวนการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลแบบพื้นฐาน | 3 |
| 1-2 | ลักษณะการแซมปิ้งสัญญาณอนาล็อก | 3 |
| 1-3 | การพิจารณาสัญญาณในโดเมนความถี่ และผลของสเปกตรัมความถี่ที่เกิดขึ้นจากการแซมปิ้งสัญญาณ | 4 |
| 1-4 | ผลของการเกิด Aliasing ที่สัญญาณเอาต์พุต | 5 |
| 1-5 | สเปคตรัมความถี่สัญญาณอินพุตที่มีสัญญาณรบกวนปะปนและทับซ้อนกัน | 5 |
| 1-6 | สเปคตรัมความถี่สัญญาณอินพุตเมื่อผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน | 6 |
| 1-7 | ลักษณะสัญญาณในรูปแบบของฟังก์ชันต่างๆในกระบวนการแซมปิ้ง | 7 |
| 1-8 | ลักษณะสัญญาณเมื่อผ่านการรักษาระดับ | 8 |
| 1-9 | รูปแบบการคอนไทเซชัน | 9 |
| 1-10 | ลักษณะการคอนไทเซชันสัญญาณ | 9 |
| 1-11 | ลักษณะค่าผิดพลาดจากการคอนไทเซชัน | 10 |
| 1-12 | ขั้นตอนการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลที่สมบูรณ์ | 10 |
| 1-13 | วงจรการต่อใช้งานหม้อแปลงกระแส และหม้อแปลงแรงดันในระบบไฟฟ้ากำลัง | 11 |
| 1-14 | สัญญาณไฟฟ้าแต่ละสภาวะในระบบไฟฟ้ากำลัง | 12 |
| 1-15 | ลักษณะการวิเคราะห์สัญญาณด้วยฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม | 14 |
| 1-16 | การทรานสฟอร์มฟูเรียร์ในช่วงเวลาสั้น | 15 |
| 1-17 | ลักษณะการวิเคราะห์สัญญาณด้วยเวฟเลตทรานสฟอร์ม | 16 |
| 2-1 | ขั้นตอนการบีบอัดแบบไม่มีการสูญเสียโดยวิธีการเข้ารหัสโดยตรง | 19 |
| 2-2 | แผนภูมิต้นไม้แบบ Single Side Growing Huffman Tree | 22 |
| 2-3 | โฟล์วชาร์ทการเข้ารหัสแบบ Lempel Ziv Welch | 25 |
| 2-4 | โฟล์วชาร์ทการเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding | 30 |
| 2-5 | ขั้นตอนการบีบอัดสัญญาณโดยวิธีการเข้ารหัสทรานสฟอร์ม | 32 |
| 2-6 | สัญญาณอินพุตแบบสี่เหลี่ยมหนึ่งหน่วย | 34 |

## สารบัญภาพ (ต่อ)


| ภาพที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| 2-7 | กราฟแสดงข้อมูลสัมประสิทธิ์ของการแปลงสัญญาณอินพุตแบบสี่เหลี่ยมหนึ่งหน่วยด้วยดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม | 36 |
| 2-8 | สัญญาณอินพุตแบบ Ramp | 39 |
| 2-9 | ลักษณะสัญญาณ Ramp ที่ถูกทรานสฟอร์มกลับด้วย IDCT และ IDFT | 42 |
| 3-1 | เวกเตอร์ในปริภูมิ $R^2$ | 45 |
| 3-2 | เวกเตอร์เชิงตั้งฉากในปริภูมิเวกเตอร์ $R^1$ | 46 |
| 3-3 | ความสัมพันธ์การแทนสัญญาณด้วยปริภูมิของเวฟเลตและสเกลลิ่งฟังก์ชัน | 56 |
| 3-4 | กระบวนการวิเคราะห์ฟิลเตอร์แบบสองแถบความถี่ | 58 |
| 3-5 | กระบวนการสังเคราะห์ฟิลเตอร์แบบสองแถบความถี่ | 60 |
| 3-6 | รูปร่างลักษณะของ Haar สเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต | 62 |
| 3-7 | รูปร่างของ Daubechies สเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต N – 4 , 6, 8, 10 และ 12 แซมเปิ้ล | 64 |
| 4-1 | แผนผังการดำเนินงานวิจัย | 67 |
| 4-2 | ขั้นตอนในการบีบสัญญาณ | 68 |
| 4-3 | ลักษณะรูปร่างของสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต Daubechies สัมประสิทธิ์ 4 แซมเปิ้ล | 69 |
| 4-4 | การแยกสัมประสิทธิ์สัญญาณด้วยสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลตฟังก์ชัน | 70 |
| 4-5 | ลักษณะของสัญญาณอินพุต | 71 |
| 4-6 | ลักษณะค่าสัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์มที่ถูกแยกออกจากสัญญาณเดิม | 72 |
| 4-7 | ลักษณะการคัดเลือกสัมประสิทธิ์โดยใช้วิธีการกำหนดเส้นแบ่ง | 74 |
| 4-8 | ขั้นตอนในการสร้างกลับสัญญาณ | 77 |
| 4-9 | การสร้างสัญญาณกลับโดยรวมสัมประสิทธิ์สเกลลิ่งฟังก์ชัน และเวฟเลต | 78 |
| 4-10 | ลำดับขั้นประมวลผลการบีบอัดสัญญาณในโปรแกรม | 79 |
| 5-1 | สัญญาณแรงดันไฟฟ้าในกรณีของการลัดวงจรลงดินเฟสเดียว | 81 |
| 5-2 | สัญญาณกระแสไฟฟ้าในกรณีของการลัดวงจรลงดินเฟสเดียว | 82 |
| 5-3 | สัญญาณสร้างกลับที่ถูกบีบอัดด้วย DWT และ DCT เปรียบเทียบกับสัญญาณเดิมที่ค่า tj = 0.01 และคอนไทเซชัน 1 ระดับ | 84 |

## สารบัญภาพ (ต่อ)


| ภาพที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| 5-4 | เปรียบเทียบอัตราการบีบอัด และค่าความผิดพลาดของสัญญาณแรงดันไฟฟ้า | 86 |
| 5-5 | เปรียบเทียบอัตราการบีบอัด และค่าความผิดพลาดของสัญญาณกระแสไฟฟ้า | 88 |
| 5-6 | สัญญาณจาก Website ของ IEEE ที่เป็นสัญญาณความผิดพร่องทางไฟฟ้า | 89 |
| 5-7 | เปรียบเทียบอัตราการบีบอัด และค่าความผิดพลาดของสัญญาณ IEEE wave3a | 90 |
| 5-8 | เปรียบเทียบอัตราการบีบอัด และค่าความผิดพลาดของสัญญาณ IEEE wave3b | 91 |
| 5-9 | สัญญาณจำลองโดยโปรแกรม PSCAD / EMTDC | 92 |
| 5-10 | เปรียบเทียบอัตราการบีบอัดของสัญญาณกระแสไฟฟ้ากรณีลัดวงจรลงดินสามเฟสของหม้อแปลงด้านแรงดันสูง (Phase A) จาก PSCAD/EMTDC ที่อัตราการแซมปิ้งต่างๆ | 94 |
| 5-11 | เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณกระแสไฟฟ้ากรณีลัดวงจรลงดินสามเฟสของหม้อแปลงด้านแรงดันสูง (Phase A) จาก PSCAD/EMTDC ที่อัตราการแซมปิ้งต่างๆ | 94 |

# บทที่ 1
# บทนำ

## 1.1 แรงจูงใจในการทำงานวิจัยนี้

ในระบบไฟฟ้ากำลังเมื่อเกิดความผิดพร่อง (Fault) หรือเกิดการรบกวน (Disturbance) ขึ้นจะส่งผลกระทบต่อการทำงานและเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการประมวลผล ตรวจสอบ และวิเคราะห์หาสาเหตุของความผิดพร่องและการถูกรบกวนนั้น เพื่อที่จะหาแนวทางแก้ไขปัญหาและแนวทางในการวางแผนดำเนินงานของระบบไว้ล่วงหน้าต่อไป ซึ่งในปัจจุบันนี้การประมวลผลจะกระทำได้โดยใช้ตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอล มีความสะดวก รวดเร็ว ความแม่นยำ และมีประสิทธิภาพมากกว่าระบบอนาล็อก แต่สัญญาณอินพุตที่จะทำการประมวลผลนั้นจะต้องผ่านการแปลงสัญญาณให้อยู่ในรูปของสัญญาณดิจิตอล (Digital Signal) ก่อน โดยใช้ตัวแปลงสัญญาณจากสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอล (Analog to Digital Converter) โดยที่ในระบบไฟฟ้ากำลังนั้นจะใช้ Digital Fault Recorder (DFR) เป็นตัวตรวจจับและทำการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลก่อนทำการประมวลผลหรือเก็บบันทึกสัญญาณ ซึ่งมีกระบวนการที่สำคัญคือการแซมปิ้งสัญญาณ เมื่อสัญญาณอยู่ในรูปแบบสัญญาณดิจิตอลแล้วก็จะมีการเก็บบันทึกสัญญาณนั้นไว้ในอุปกรณ์บันทึกข้อมูลเพื่อเตรียมไว้ตรวจสอบต่อไป หรืออาจจะมีการส่งผ่านเพื่อไปประมวลผลยังสถานีที่มีตัวประมวลผลในที่ต่างๆในระบบที่มีการเชื่อมโยงกันได้

การแซมปิ้งสัญญาณยิ่งมีความถี่สูงๆ ก็ยิ่งจะทำให้สัญญาณมีความละเอียดมากขึ้น แต่จะส่งผลทำให้ขนาดไฟล์ของสัญญาณเพิ่มมากขึ้นด้วย เป็นผลทำให้สิ้นเปลืองเนื้อที่ในการเก็บบันทึกสัญญาณ และทำให้ต้องใช้เวลามากในการส่งผ่าน (Transmit) สัญญาณนั้นด้วย จึงมีงานวิจัยอยู่หลายงานในการที่จะลดปัญหาเหล่านี้ มีการพัฒนาที่จะบีบอัดข้อมูลของสัญญาณ และใช้เทคนิคต่างๆ เข้ามาช่วยเพื่อลดขนาดข้อมูลของสัญญาณในการเก็บบันทึกให้น้อยลง

งานวิจัยนี้เสนอวิธีการลดขนาดของสัญญาณความผิดพร่องและการรบกวนในระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งเป็นสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ โดยใช้วิธีการบีบอัดสัญญาณด้วยหลักการของดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์มมาวิเคราะห์และแยกแยะส่วนประกอบของสัญญาณความถี่สูงออกจากสัญญาณความถี่ต่ำ เพื่อที่จะทำการลดขนาดเก็บบันทึกสัญญาณให้ได้มากขึ้น และสามารถสร้างสัญญาณกลับมาให้ได้ใกล้เคียงกับสัญญาณเดิม และลดความผิดเพี้ยนของสัญญาณให้น้อยลงด้วย

**1.2 สัญญาณ (Signal)**

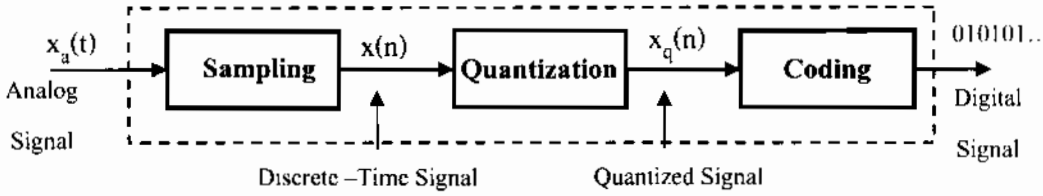
สัญญาณคือปริมาณทางด้านกายภาพ (Physical) ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาหรือตัวแปรอิสระ (Indcpendent Variable) อื่นๆ ในทางคณิตศาสตร์จะอธิบายสัญญาณในรูปของฟังก์ชันหนึ่งตัวแปรหรือมากกว่า ซึ่งตัวแปรอิสระจะเป็นแบบต่อเนื่อง (Continuous) หรือแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete) อย่างใดอย่างหนึ่ง สัญญาณจะประกอบด้วยค่าของสัญญาณที่ระบุในแต่ละตัวแปรอิสระเรียกว่าขนาดหรือแอมพลิจูด (Amplitude) ของสัญญาณ และการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดเทียบกับฟังก์ชันของตัวแปรอิสระเรียกว่ารูปคลื่น (Waveform) ของสัญญาณ โดยทั่วไปแล้วตัวแปรอิสระจะเป็นเวลา (Time) โดยถ้าหากว่าสัญญาณมีตัวแปรอิสระแบบเวลาต่อเนื่อง (Continuous – Time) และมีแอมพลิจูดต่อเนื่อง (Continuous – Amplitude) เรียกสัญญาณนั้นว่าสัญญาณอนาล็อก(Analog Signal) ซึ่งเป็นสัญญาณที่พบเจอบ่อยและส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นจากธรรมชาติอย่างเช่นสัญญาณเสียงพูด (Speech Signal) เป็นต้น แต่ถ้าสัญญาณมีตัวแปรอิสระเป็นแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete – Time) และมีแอมพลิจูดไม่ต่อเนื่อง (Discrete – Amplitude) จะเรียกว่าสัญญาณดิจิตอล (Digital Signal) เช่นสัญญาณเสียงเพลงที่ถูกเก็บไว้ในแผ่น CD-ROM เป็นต้น [1, 2]

ในทางคณิตศาสตร์ยังสามารถแบ่งสัญญาณออกได้ตามจำนวนตัวแปรอิสระเช่นถ้ามีตัวแปรอิสระ 1 ตัวเรียกว่าสัญญาณ 1 มิติ (One - Dimension Signal) แต่ถ้ามีตัวแปรอิสระ 2 ตัวเรียกว่าสัญญาณ 2 มิติ (Two - Dimension Signal) และมีตัวแปรอิสระมากกว่า 2 ตัวแปรขึ้นไปแล้วจะนิยมเรียกรวมกันว่าสัญญาณแบบหลายมิติ (Multi - Dimension Signal) [1]

1.2.1 สัญญาณดิจิตอล (Digital Signal) [1, 2, 3]

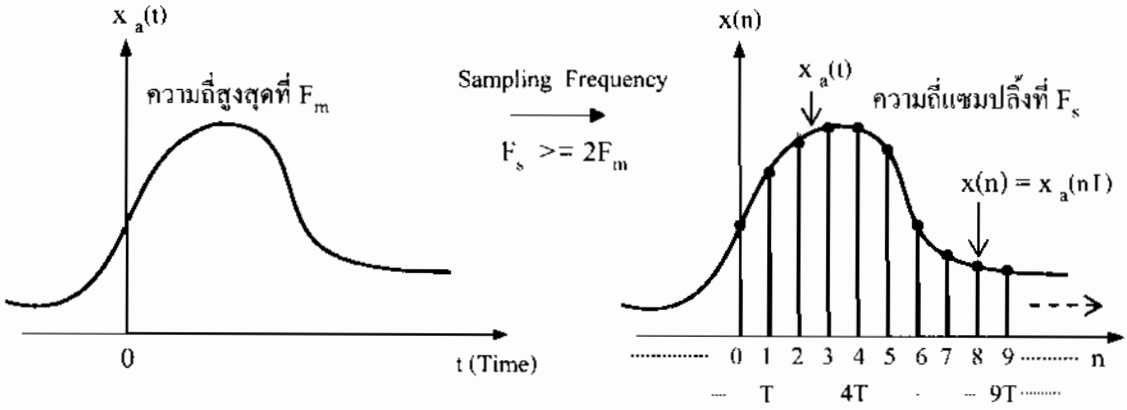
สัญญาณดิจิตอลคือสัญญาณที่มีค่าของตัวแปรอิสระในที่นี้สมมุติให้เป็นเวลามีค่าแบบไม่ต่อเนื่องหรือดีสครีทและมีแอมพลิจูดแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Time – Discrete Amplitude) แต่เนื่องจากในธรรมชาติของสัญญาณจะอยู่ในรูปของสัญญาณอนาล็อก ดังนั้นเราจึงจำเป็นต้องมีกระบวนการแปลงสัญญาณจากสัญญาณอนาล็อกไปเป็นสัญญาณดิจิตอลก่อน โดยใช้ตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอล (Analog to Digital Converter ; ADC) เพื่อให้สามารถนำสัญญาณนั้นไปทำการประมวลผลด้วยตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอล (Digital Signal Processor ; DSP) หรือตัวประมวลผลอื่นๆ ได้ ซึ่งกระบวนการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลจะต้องผ่านขั้นตอนพื้นฐานดังนี้ ขั้นตอนแรกคือการแซมปิ้ง (Sampling) สัญญาณซึ่งเป็นการชักตัวอย่างของสัญญาณมาเพียงกลุ่มหนึ่งเพื่อแทนสัญญาณเดิมทั้งหมด ขั้นตอนที่สองเรียกว่า การคอนไทเซชัน (Quantization) เป็นการคัดแปลงค่าของสัญญาณ โดยกำหนดค่าที่แน่นอนให้กับค่าของสัญญาณในแต่ละตัวอย่างหรือแซมเปิ้ล (Sample) สัญญาณ และขั้นตอนสุดท้ายเป็นการ

เข้ารหัสสัญญาณให้อยู่ในรูปของสัญญาณดิจิตอลที่อยู่ในระบบเลขฐานสอง ที่จะทำให้ตัวประมวลผลสามารถเข้าใจและนำไปประมวลผลได้ต่อไป ซึ่งกระบวนการแสดงดังในภาพที่ 1-1




**ภาพที่ 1-1** กระบวนการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลแบบพื้นฐาน

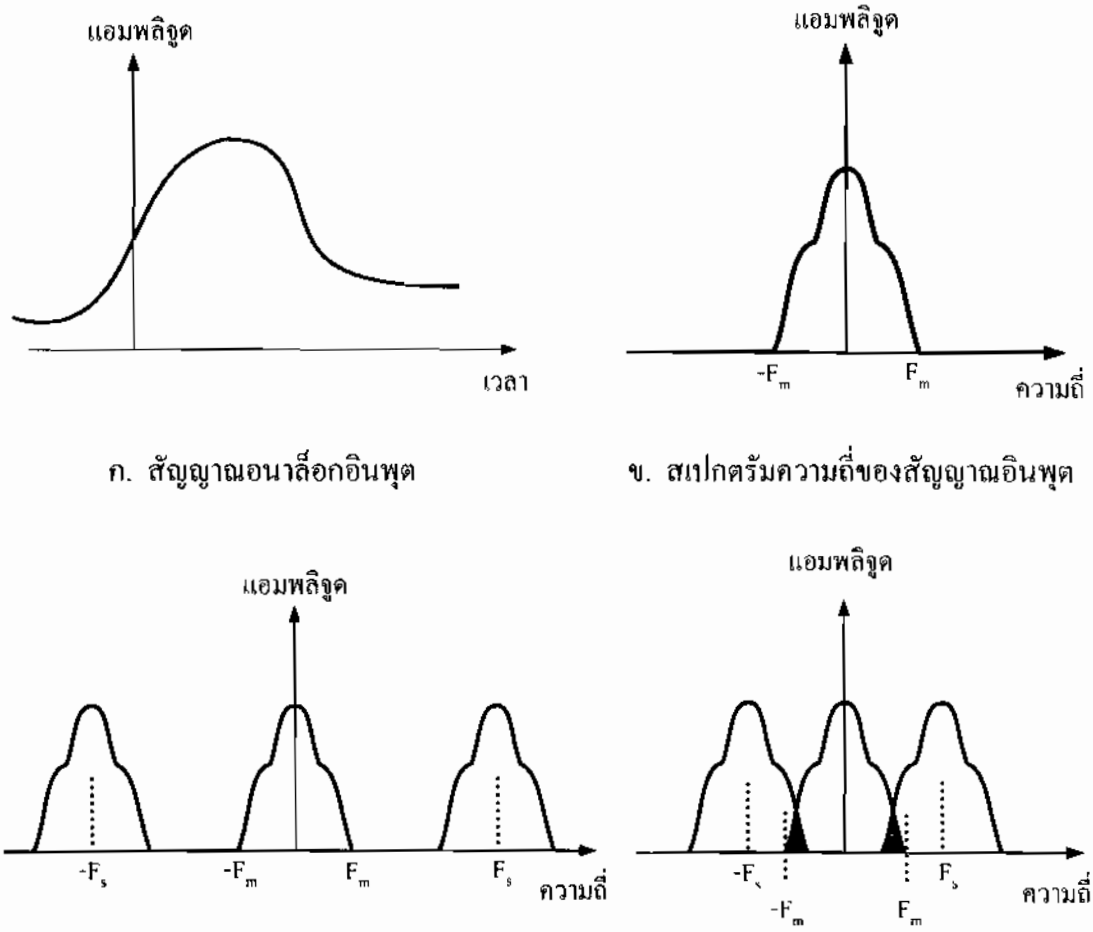
ในขั้นตอนการแซมปิ้งสัญญาณนั้นจะต้องกระทำอย่างระมัดระวังเพื่อไม่ให้เกิดความผิดเพี้ยนของสัญญาณขึ้น โดยจะต้องนำจำนวนแซมเปิ้ลที่จะแทนสัญญาณนั้นมาอย่างเพียงพอ ซึ่งจำนวนแซมเปิ้ลนี้สามารถกำหนดได้ด้วยช่วงเวลาการแซมปิ้ง (Sampling Period)




**ภาพที่ 1-2** ลักษณะการแซมปิ้งสัญญาณอนาล็อก

ในภาพที่ 1-2 เมื่อให้ x(n) เป็นสัญญาณที่ผ่านการแซมปิ้งของสัญญาณอนาล็อก $x_a(t)$ แล้ว โดยมีการแซมปลิ้งทุกๆ ช่วงเวลา T เรียกว่าช่วงเวลาการแซมปิ้ง และจากช่วงเวลานี้เองสามารถแปลงเป็นค่าความถี่ได้จากสูตร $F_s = 1/T$ เรียกว่าความถี่ของการแซมปิ้ง (Sampling Frequency) หรืออัตราการแซมปิ้ง(Sampling Rate) โดยหลักในการแซมปิ้งสัญญาณที่ถูกต้องและเหมาะสมก็คือค่าความถี่ของการแซมปิ้ง ($F_s$) จะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 2 เท่าของความถี่สูงสุดหรือความถี่ที่เราสนใจ ($F_m$) ของสัญญาณอนาล็อกอินพุตนั้น เพื่อป้องกันการเกิดสเปกตรัมความถี่ของ

สัญญาณทับซ้อนกัน (Interference) เมื่อพิจารณาสัญญาณในโดเมนความถี่ ซึ่งจะแสดงลักษณะของสเปคตรัมความถี่ที่เป็นผลจากการแซมปิ้งสัญญาณที่ความถี่แซมปิ้งมากกว่า และน้อยกว่า 2 เท่าของความถี่สูงสุดดังภาพต่อไปนี้




ก. สัญญาณอนาล็อกอินพุต

ข. สเปกตรัมความถี่ของสัญญาณอินพุต

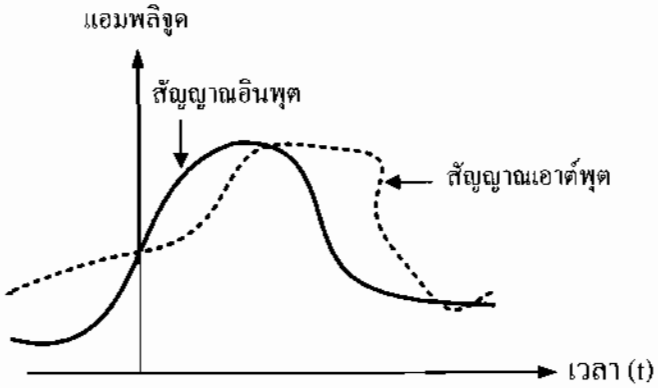
ค. สเปกตรัมความถี่เมื่อ $F_s > 2F_m$

ง. สเปกตรัมความถี่เมื่อ $F_s < 2F_m$

**ภาพที่ 1-3** การพิจารณาสัญญาณในโดเมนความถี่ และผลของสเปกตรัมความถี่ที่เกิดขึ้นจากการแซมปิ้งสัญญาณ

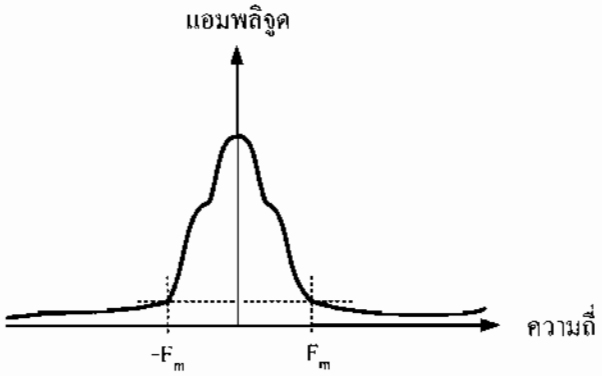
สัญญาณอนาล็อกอินพุตในภาพที่ 1-3 (ก) เป็นสัญญาณอนาล็อกอินพุตในโดเมนของเวลา ที่เรายังไม่ทราบค่าความถี่สูงสุดที่แน่นอนของสัญญาณ แต่เมื่อมีการแปลงสัญญาณมาพิจารณาในโดเมนความถี่ดังภาพที่ 1-3 (ข) จะสามารถทราบได้ว่าค่าความถี่สูงสุดอยู่ในช่วงไหน หากทำการแซมปิ้งสัญญาณโดยกำหนดให้ความถี่ของการแซมปิ้งมีค่ามากกว่า 2 เท่าของความถี่สูงสุดจะได้ผลของสเปกตรัมความถี่ดังในภาพที่ 1-3 (ค) ซึ่งจะเห็นว่าสเปกตรัมของความถี่จะไม่ทับซ้อนกันแต่ถ้า

ความถี่ของการแซมปิ้งมีค่าน้อยกว่า 2 เท่าของความถี่สูงสุดดังในภาพที่ 1-3 (ง) จะเห็นว่าเกิดการทับซ้อนกันของสเปกตรัมความถี่ขึ้น ซึ่งเป็นสาเหตุของการเกิด Aliasing ขึ้นและทำให้สัญญาณเอาต์พุตของกระบวนการแซมปิ้งผิดเพี้ยนไปจากสัญญาณอินพุตเดิมดังแสดงให้เห็นดังภาพที่ 1-4 ต่อไปนี้ [1] , [3]



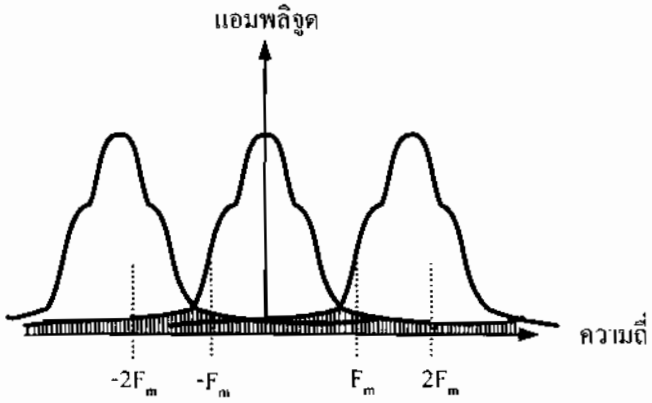

**ภาพที่ 1-4** ผลของการเกิด Aliasing ที่สัญญาณเอาต์พุต

บางกรณีถ้าสัญญาณอินพุตมีสัญญาณความถี่สูงมากๆเช่นสัญญาณรบกวนที่เรียกว่า (Noise) ปะปนอยู่ ก็จะทำให้เป็นเรื่องยากที่จะทราบค่าสเปกตรัมความถี่สูงสุดที่แน่นอนของสัญญาณอินพุตได้ หรือสัญญาณอินพุตมีสเปกตรัมความถี่สูงสุดที่ค่าสูงมากเกินไป ซึ่งอาจจะทำให้ไม่สามารถทำการแซมปิ้งให้สอดคล้องกับค่าความถี่สูงสุดนั้นได้เมื่อสัญญาณมีสเปกตรัมความถี่ดังแสดงในภาพที่ 1-5 (ก) จะเป็นผลทำให้เกิดการทับซ้อนกันระหว่างสเปกตรัมของสัญญาณได้ดังแสดงในภาพที่ 1-5 (ข) และส่งผลทำให้เกิด Aliasing ในสัญญาณเอาต์พุตขึ้น [3]




(ก) สเปกตรัมของสัญญาณเมื่อมีสัญญาณรบกวนปะปนอยู่

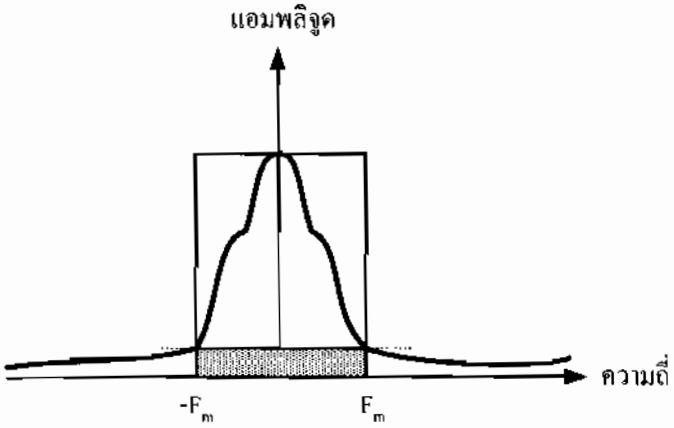
**ภาพที่ 1-5** สเปกตรัมความถี่สัญญาณอินพุตที่มีสัญญาณรบกวนปะปน และเกิดการทับซ้อนกัน




(ข) สเปกตรัมของสัญญาณทับซ้อนกันเมื่อมีสัญญาณรบกวนปะปนอยู่

**ภาพที่ 1-5 (ต่อ)**

หากถ้าต้องการแก้ไขโดยการแซมปิ้งที่ความถี่สูงมากๆอาจเป็นไปได้ยากหรือเป็นการสิ้นเปลืองทางด้านฮาร์ดแวร์ที่นำมาใช้ จึงต้องนำสัญญาณอินพุตผ่านวงจรกรองความถี่ที่เรียกว่าวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter) หรือเรียกอีกอย่างว่า Anti Aliasing Filter เพื่อตัดค่าความถี่สัญญาณรบกวนออกไปจะได้ลักษณะสเปกตรัมความถี่ของสัญญาณดังแสดงในภาพที่ 1-6 [3]




**ภาพที่ 1-6** สเปกตรัมความถี่สัญญาณอินพุตเมื่อผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน

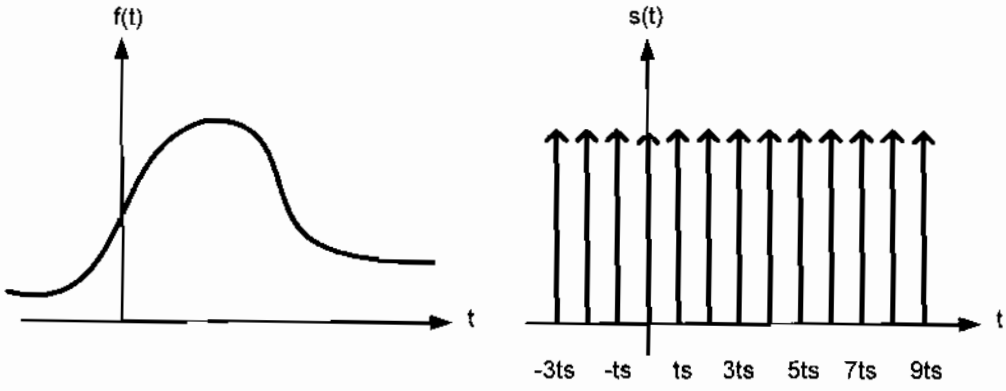
ในทางคณิตศาสตร์เราสามารถแทนการแซมปิ้งของสัญญาณด้วยผลคูณของฟังก์ชันที่แทนสัญญาณอนาล็อกอินพุตกับฟังก์ชันที่แทนสัญญาณแซมปิ้ง (Sampling Function) ที่แทนด้วย s(t) ในทางอุดมคติจะเป็นผลรวมของสัญญาณฟังก์ชันอิมพัลส์ (Impulse Function) ดังนี้ [6]

$$s(t) = \delta(t-\infty) + ... + \delta(t-2t_s) + \delta(t-t_s) + \delta(t) + \delta(t+t_s) + \delta(t+2t_s) + ... + \delta(t+\infty) \quad (1\text{-}1)$$

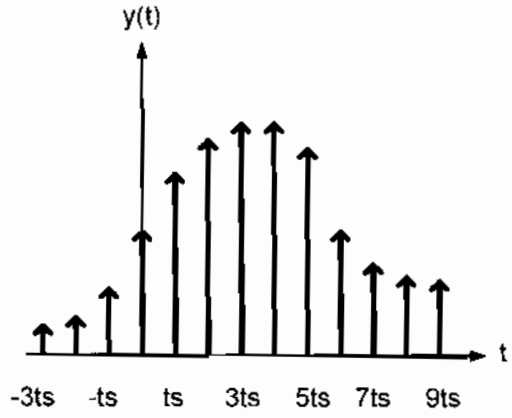
สมการที่ 1-1 แสดงสัญญาณแซมปิ้งด้วยค่าของสัญญาณอิมพัลส์ที่เวลาใดๆ เมื่อให้อยู่ในรูปสมการของผลรวมและให้ f (t) แทนสัญญาณอินพุตที่จะทำการแซมปิ้งแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} f(t).\ \delta(t - n t_s) \quad (1\text{-}2)$$

จากสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของการแซมปิ้งสัญญาณในข้างต้น สามารถแสดงให้เห็นได้ดังภาพที่ 1-7 ต่อไปนี้



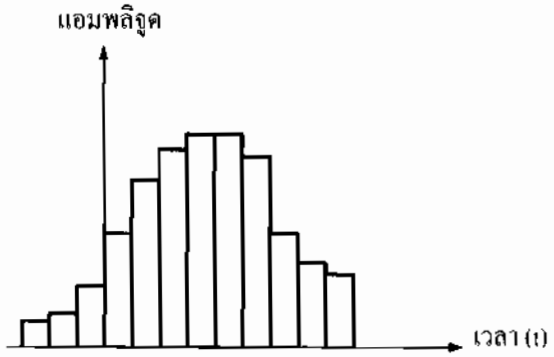

ก. สัญญาณอินพุตฟังก์ชัน ข. สัญญาณแซมปิ้งฟังก์ชัน



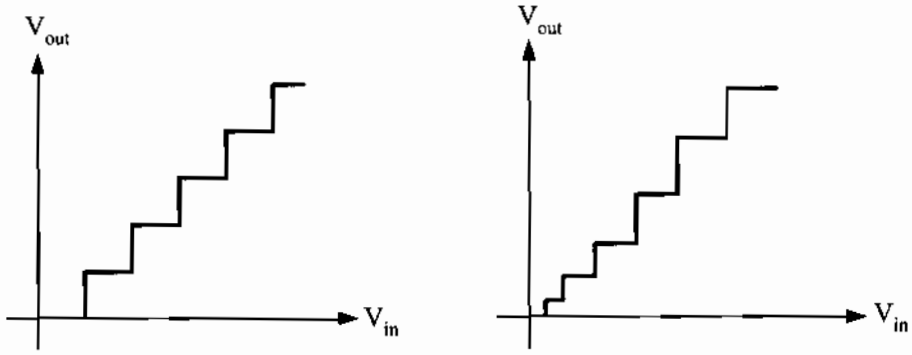

ค. สัญญาณเมื่อผ่านการแซมปิ้ง

**ภาพที่ 1-7** ลักษณะสัญญาณในรูปแบบของฟังก์ชันต่างๆในกระบวนการแซมปิ้ง

เนื่องจากก่อนที่จะเข้าสู่ขบวนการคอนไทเซชันในขั้นตอนต่อไปเพื่อที่จะนำสัญญาณไปเข้ารหัสดังภาพที่ 1-1 นั้น สัญญาณจะต้องผ่านวงจรรักษาระดับ (Hold) สัญญาณก่อนเพื่อช่วยรักษาระดับค่าของสัญญาณในแต่ละแซมเปิ้ลก่อนที่จะถึงค่าแซมเปิ้ลถัดไป เมื่อสัญญาณผ่านวงจรรักษาระดับแล้วก็จะได้ลักษณะดังภาพที่ 1-8 แต่สัญญาณที่ผ่านกระบวนการ แซมปลิ้งและรักษาระดับข้างต้นแล้วนั้น ยังไม่ใช่สัญญาณดิจิตอลที่จะสามารถนำไปประมวลผลโดยคอมพิวเตอร์หรือตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอล (Digital Signal Processor ;DSP) ได้ ถึงแม้สัญญาณจะมีลักษณะเวลาเป็นแบบดีสครีทก็ตาม แต่ยังมีค่าแอมพลิจูดเป็นแบบต่อเนื่องอยู่ (Discrete Time – Continuous Amplitude) ดังนั้นจึงต้องมีกระบวนการคอนไทเซชันที่จะทำให้ค่าแอมพลิจูดของสัญญาณมีค่าเป็นแบบดีสครีท (Discrete –Amplitude) และทำการเข้ารหัส (Coding) ด้วย โดยในทางปฏิบัติทั้งสองกระบวนการนี้จะดำเนินการด้วยตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอล ( Analog to Digital Converter ; ADC) ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงการคอนไทเซชันแบบสเกลาร์แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะคือแบบยูนิฟอร์มคอนไทเซชัน (Uniform Quantization) เป็นแบบที่มีรูปแบบที่มีการแบ่งช่วงของแต่ละระดับในการคอนไทเซชันเท่ากันหมดตลอดเป็นแบบที่ง่ายแต่จะเกิดค่าผิดพลาดได้มากขึ้น และแบบนอนยูนิฟอร์มคอนไทเซชัน (Non - Uniform Quantization) เป็นแบบแบ่งช่วงของการคอนไทเซชันไม่เท่ากันในแต่ละระดับ โดยขนาดการแบ่งช่วงจะขึ้นอยู่กับค่าแอมพลิจูดของสัญญาณ กล่าวคือถ้าสัญญาณอยู่ในช่วงแอมพลิจูดต่ำการแบ่งช่วงจะถี่ขึ้นและช่วงการแบ่งจะแคบ ส่วนในช่วงของสัญญาณที่มีแอมพลิจูดสูงระดับการแบ่งก็จะลดลงและช่วงการแบ่งจะกว้าง ดังแสดงรูปแบบการคอนไทเซชันทั้งสองในภาพที่ 1-9 [2 , 3]



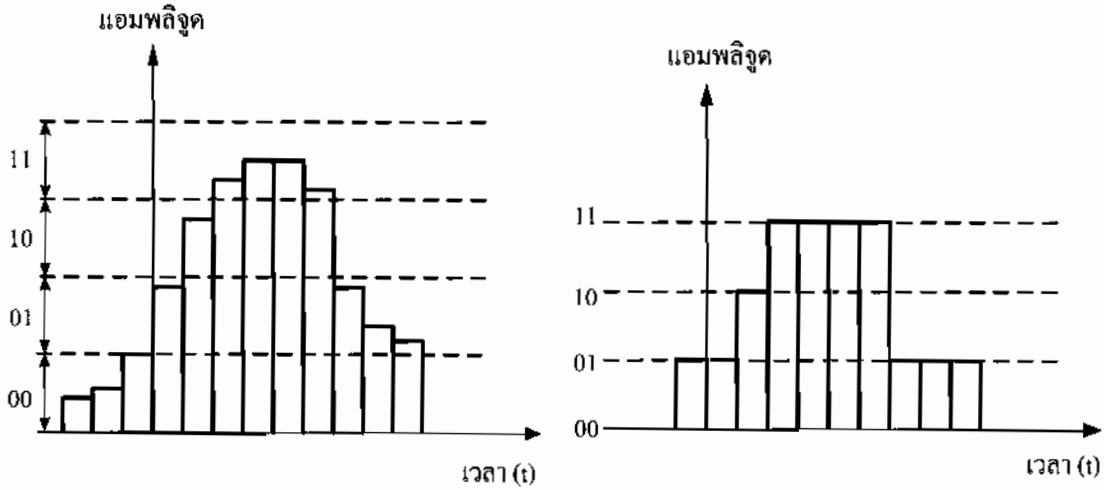

**ภาพที่ 1-8** ลักษณะสัญญาณเมื่อผ่านการรักษาระดับ




ก. ยูนิฟอร์มคอนไทเซชัน ข. นอนยูนิฟอร์มคอนไทเซชัน

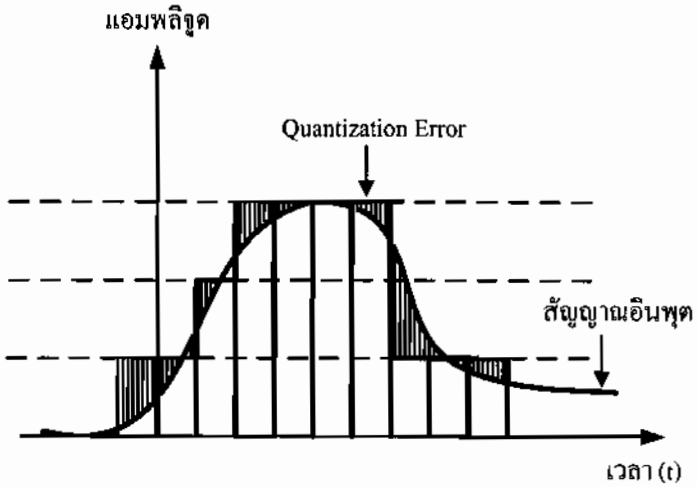
**ภาพที่ 1-9** รูปแบบการคอนไทเซชัน

การคอนไทเซชันจะแบ่งสัญญาณออกเป็นกลุ่มที่มีระดับค่าที่แน่นอน การแบ่งนั้นจะขึ้นอยู่กับจำนวนบิตของหน่วยความจำ ADC เช่นถ้า ADC ขนาด 2 บิต จะแบ่งระดับการคอนไทเซชันได้ $2^2$ เท่ากับ 4 ระดับ จากสัญญาณในภาพที่ 1-8 เมื่อคอนไทเซชันแบบยูนิฟอร์มคอนไทเซชันด้วย ADC ขนาด 2 บิต ถ้าสมมุตให้สัญญาณอินพุตแปรค่าอยู่ในช่วงแอมพลิจูด 0 ถึง 5 โวลต์ แต่ละช่วงจะมีค่า 1.25 โวลต์ จะสามารถแบ่งช่วงการคอนไทเซชันได้ดังภาพที่ 1-10 (ก) จะเห็นว่าค่าของแซมเปิ้ลใดๆที่มีค่าอยู่ในช่วงระดับคอนไทเซชันเดียวกันก็จะถูกปรับให้มีค่าที่แน่นอนค่าเดียวกันทั้งหมด และจะได้รูปคลื่นซึ่งมีค่าเพียง 4 ระดับเท่านั้นดังภาพที่1-10 (ข) แล้วก็จะถูกแทนด้วยการเข้ารหัสในรูปแบบของเลขฐานสองต่อไป



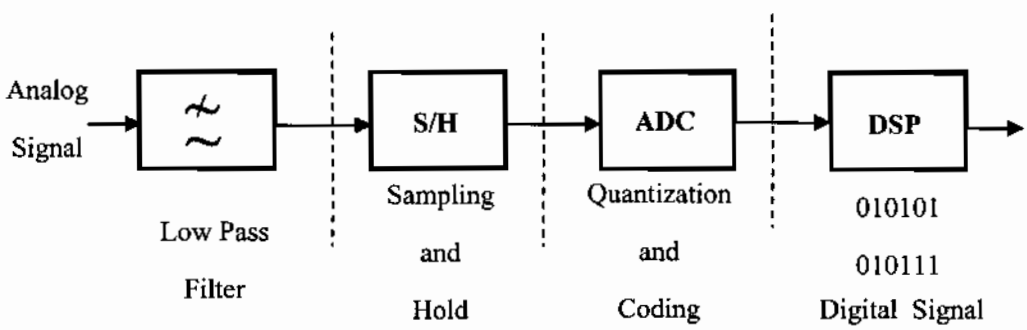

(ก) การแบ่งช่วงระดับการคอนไทเซชัน (ข) การปรับค่าการคอนไทเซชันสัญญาณ

**ภาพที่ 1-10** ลักษณะการคอนไทเซชันสัญญาณ




**ภาพที่1-11** ลักษณะค่าผิดพลาดจากการคอนไทเซชัน (Quantization Error)

ถ้าเปรียบเทียบรูปคลื่นของสัญญาณที่ผ่านการคอนไทเซชันกับรูปคลื่นเดิม จะเห็นได้ว่ามีค่าผิดพลาด (Error) อยู่ที่เรียกว่า Quantization Error หรือ Quantization Noise ดังภาพที่ 1-11 ดังนั้นเพื่อป้องกันค่าผิดพลาดนี้เราจึงจำเป็นต้องทำการคอนไทเซชันหลายๆระดับ โดยทั่วไปแล้วอย่างน้อยต้องใช้ ADC ขนาด 10 บิต หรือ 12 บิต สำหรับงานด้านเสียง (Audio) และเสียงพูด (Speech) ค่าผิดพลาดจากการคอนไทเซชันนี้สามารถละทิ้งได้ [2 , 3]

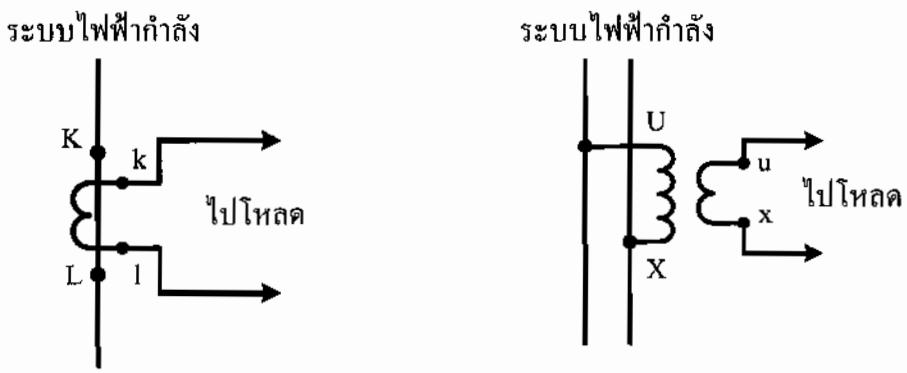



**ภาพที่ 1-12** ขั้นตอนการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลที่สมบูรณ์

จากภาพที่ 1-12 แสดงขั้นตอนการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลที่สมบูรณ์เพื่อสามารถนำไปประมวลผลได้ด้วยตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอล จะเห็นว่ามีการเพิ่มเติมในส่วนของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low - Pass Filter) หรือเรียกอีกอย่างว่า Anti -Aliasing Filter เพื่อป้องกันการเกิด Aliasing ได้อย่างแน่นอนยิ่งขึ้น [3]

**1.3 สัญญาณในระบบไฟฟ้ากำลัง (Power System Signal)**

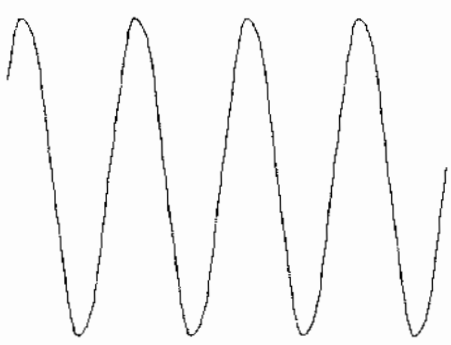
ในระบบไฟฟ้ากำลังนั้นจะมีสัญญาณทางไฟฟ้าที่สำคัญอยู่ 2 แบบคือสัญญาณกระแสไฟฟ้าและสัญญาณแรงดันไฟฟ้า โดยในสภาวะปกติสัญญาณเหล่านี้จะมีลักษณะเป็นสัญญาณรูปคลื่นไซน์ (Sine Wave) ที่มีค่าแอมพลิจูดและค่าความถี่คงที่ค่าใดๆค่าหนึ่งเช่นในระบบไฟฟ้ากำลังของเมืองไทยนั้นจะมีค่าความถี่อยู่ที่ 50 เฮิร์ต และค่าความถี่ 60 เฮิร์ตในบางประเทศ ส่วนค่าแอมพลิจูดนั้นจะมีหลายค่าด้วยกันขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์และตำแหน่งที่อยู่ในระบบไฟฟ้ากำลังนั้น ซึ่งในระบบไฟฟ้ากำลังนั้นจะมีระดับของค่าแอมพลิจูดที่สูง การที่เราจะทำการตรวจจับสัญญาณกระแสไฟฟ้าและสัญญาณแรงดันไฟฟ้าได้นั้น จะต้องทำการลดค่าแอมพลิจูดของสัญญาณลงมาก่อน โดยใช้หม้อแปลงกระแส (Current Transformer) หรือที่เรียกกันโดยทั่วไปว่า CT สำหรับการตรวจจับสัญญาณกระแสไฟฟ้า และหม้อแปลงแรงดัน(Voltage Transformer) หรือ VT สำหรับการตรวจจับสัญญาณแรงดันไฟฟ้า เพื่อให้เหมาะสมและสามารถนำไปใช้ได้กับอุปกรณ์ตรวจจับอื่นๆ เช่นรีเลย์ (Relay) ต่างๆ หรืออุปกรณ์ป้องกันเช่นเซอร์กิตเบรกเกอร์ (Circuit Breaker) เป็นต้น เมื่อในสภาวะปกติในระบบไฟฟ้ากำลังทั้งสัญญาณกระแสและสัญญาณแรงดันจะมีค่าของแอมพลิจูดและค่าความถี่คงที่หรืออาจจะเปลี่ยนแปลงไปบ้างเล็กน้อยแต่อยู่ในย่านที่ยอมรับได้ โดยที่ไม่ส่งผลกระทบต่อเสถียรภาพหรือความเสียหายต่อระบบ ในสภาวะปกติจะยังไม่มีการทำงานของรีเลย์และเซอร์กิตเบรกเกอร์ แต่ถ้าหากว่าเกิดการเปลี่ยนแปลงของค่าแอมพลิจูดและค่าความถี่อย่างมากและเกินค่าที่กำหนดก็จะทำให้รีเลย์และเซอร์กิตเบรกเกอร์ทำงานเพื่อป้องกันการเกิดความเสียหายต่อระบบและอุปกรณ์ต่างๆ โดยวงจรการต่อใช้งานของ CT และ VT ในระบบไฟฟ้ากำลังนั้นแสดงดังภาพที่ 1-13 ต่อไปนี้ [4]




ก. วงจรการต่อใช้งาน CT ข. วงจรการต่อใช้งาน VT

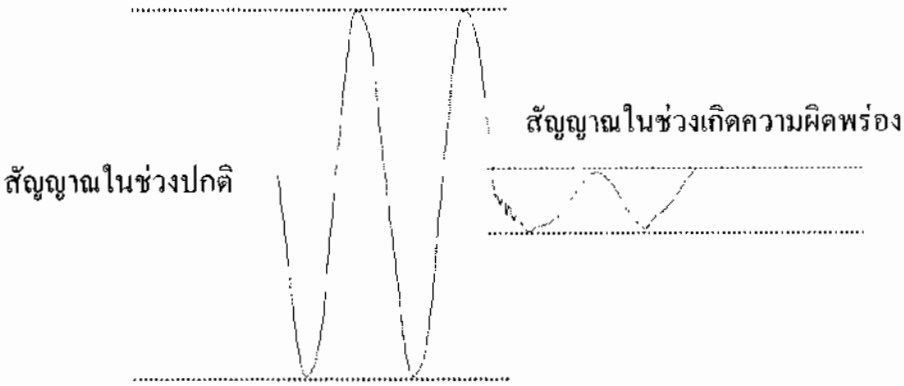
**ภาพที่ 1-13** วงจรการต่อใช้งานหม้อแปลงกระแส และหม้อแปลงแรงดันในระบบไฟฟ้ากำลัง

จากภาพที่ 1-13(ก) ขดลวดด้านปฐมภูมิของหม้อแปลง CT คือขั้ว K และ ขั้ว L จะต่ออนุกรมกับแหล่งจ่ายในระบบไฟฟ้ากำลัง และขดลวดด้านทุติยภูมิ คือขั้ว k และ l จะส่งต่อไปยังโหลดที่ต้องการ ส่วนในภาพที่ 1-13(ข) ขดลวดด้านปฐมภูมิของหม้อแปลง VT คือขั้ว U และ ขั้ว Xจะต่อขนานกับแหล่งจ่ายในระบบไฟฟ้ากำลัง และขดลวดด้านทุติยภูมิ คือขั้ว u และ x จะส่งต่อไปยังโหลดที่ต้องการ แต่เนื่องจากสัญญาณที่ CT และ VT ตรวจจับได้นั้นยังอยู่ในรูปแบบของสัญญาณอนาล็อกที่ไม่สามารถนำไปประมวลผลด้วยตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอลได้ ซึ่งในปัจจุบันนี้การประมวลผลสัญญาณ การตรวจสอบ วิเคราะห์จะอยู่ในรูปแบบของระบบดิจิตอล รวมไปถึงงานด้านการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการตัดสินใจและการคาดการเหตุการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นในระบบไฟฟ้ากำลังล่วงหน้าด้วย เพื่อประโยชน์หลายด้านเช่นด้านการวางแผนการก่อสร้าง การลงทุน และการป้องกันเป็นต้น ซึ่งระบบของดิจิตอลจะมีข้อดีกว่าระบบอนาล็อกอยู่หลายประการเช่น มีความยืดหยุ่นมากกว่าสามารถเปลี่ยนแปลงค่าและเงื่อนไขต่างๆในระบบได้ทันทีโดยไม่ต้องมีการติดตั้งหรือเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของระบบใหม่ ระบบดิจิตอลมีความแม่นยำในการทำงานมากกว่าคือค่าของอินพุตที่ป้อนเข้าไปในระบบในสภาวะเงื่อนไขเดียวกันจะทำให้ได้ค่าเอาต์พุตเหมือนเดิมตลอดไม่ว่าจะกระทำกี่ครั้งก็ตาม และอีกประการหนึ่งก็คือระบบดิจิตอลจะมีเสถียรภาพการทำงานดีกว่าระบบอนาล็อกเช่น ไม่มีผลทางด้านความร้อนและสิ่งแวดล้อมต่างๆรอบนอกมาทำให้การทำงานของระบบเปลี่ยนแปลง ดังนั้นก่อนที่จะนำสัญญาณเหล่านี้มาประมวลผลในระบบดิจิตอลด้วยตัวประมวลผลจะต้องมีการเปลี่ยนสัญญาณทั้งสัญญาณแรงดันและสัญญาณกระแสไปเป็นสัญญาณดิจิตอลก่อนที่จะนำไปประมวลผลต่อไป ในภาพที่ 1-14 แสดงตัวอย่างลักษณะสัญญาณไฟฟ้าในสภาวะปกติและสภาวะเกิดความบกพร่องขึ้นในระบบไฟฟ้ากำลัง



ก. รูปคลื่นสัญญาณไฟฟ้าในสภาวะปกติ

**ภาพที่ 1-14** สัญญาณไฟฟ้าแต่ละสภาวะในระบบไฟฟ้ากำลัง




ข. รูปคลื่นสัญญาณไฟฟ้าในสภาวะเกิดความผิดพร่อง

**ภาพที่ 1-14 (ต่อ)**

ในภาพที่ 1-14 (ก) แสดงสัญญาณไฟฟ้าในสภาวะปกติในระบบไฟฟ้ากำลัง ซึ่งจะมีค่าแอมพลิจูด และค่าความถี่มีค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่งตลอดไม่มีการเปลี่ยนแปลง ส่วนในภาพที่ 1-14 (ข) แสดงลักษณะของสัญญาณไฟฟ้าที่อยู่ในสภาวะผิดพร่อง เนื่องจากสาเหตุใดๆที่เกิดขึ้นในระบบไฟฟ้ากำลังเช่นการเกิดการลัดวงจรเป็นต้น จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าค่าแอมพลิจูด และค่าความถี่ของสัญญาณเกิดการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมมาก ซึ่งส่งผลเสียหายต่อเสถียรภาพการทำงานของระบบไฟฟ้าได้

### 1.4 ทำไมต้องมีการบีบอัดสัญญาณ

เนื่องจากสัญญาณที่เราได้มาถูกแปลงให้เป็นสัญญาณดิจิตอลแล้วนั้น จะถูกเก็บบันทึกลงในหน่วยความจำหรืออุปกรณ์เก็บข้อมูลอื่นๆ ดังนั้นถ้าขนาดไฟล์ของสัญญาณมีขนาดใหญ่เกินไปจะทำให้สิ้นเปลืองเนื้อที่ในการเก็บบันทึกสัญญาณ และส่งผลทำให้การส่งผ่านสัญญาณต้องใช้เวลามากตามไปด้วย ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องลดขนาดของไฟล์สัญญาณในการเก็บบันทึกให้เหลือน้อยลงเท่าที่จะทำได้ ซึ่งจะทำให้ลดจำนวนบิตของข้อมูลลงได้ และสามารถสร้างสัญญาณนั้นกลับมาให้เหมือนเดิมหรือใกล้เคียงกับของเดิมมากที่สุด

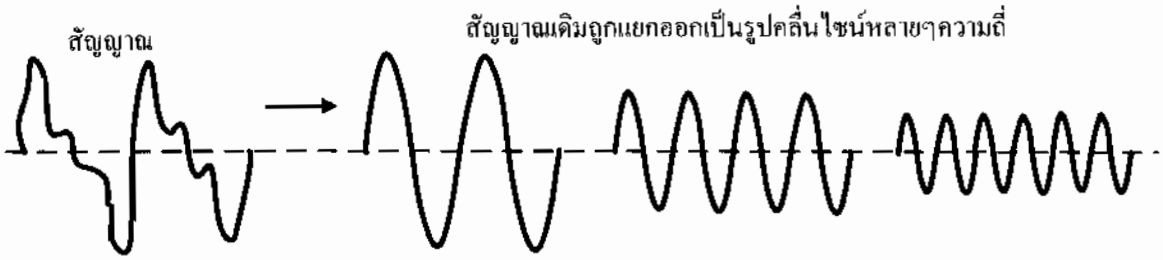
### 1.5 การทรานสฟอร์มสัญญาณ (Signal Transform)

การทรานสฟอร์มสัญญาณเป็นการเปลี่ยนสัญญาณจากโดเมน (Domain) หนึ่งไปสู่โดเมนอื่นๆที่มีความเหมาะสมกับการมองเห็นโครงสร้าง และส่วนประกอบเนื้อหาสาระสำคัญของ

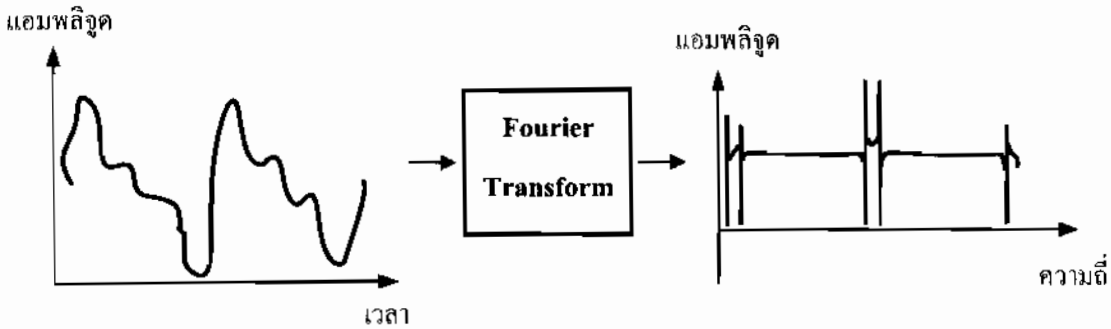
สัญญาณให้ได้มากขึ้น เพื่อการวิเคราะห์ ประมวลผลและแก้ปัญหาต่างๆ ในการวิเคราะห์สัญญาณ (Signal Analysis) โดยทั่วไปนั้นสัญญาณที่เรานำมาวิเคราะห์จะถูกกำหนดในโดเมนของเวลา อาจจะยังมีข้อมูลไม่เพียงพอต่อการนำมาวิเคราะห์สัญญาณบางอย่างในทางวิทยาศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการแปลง (Transform) สัญญาณให้อยู่ในรูปของโดเมนอื่นๆ ที่เหมาะสม โดยใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เข้าช่วยดังจะกล่าวถึงเครื่องมือที่นิยมนำมาใช้กันอย่างกว้างขวางต่อไปนี้

1.5.1 ฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม (Fourier Transform)

ฟูเรียร์ทรานสฟอร์มเป็นการกระจายสัญญาณ (Breaking up Signal) ในรูปของสัญญาณไซน์ (Sine wave) หลายๆ ความถี่ ดังภาพที่1-15 (ก) ซึ่งสัญญาณไซน์ในหลายๆความถี่เหล่านี้เมื่อนำกลับมารวมเข้าด้วยกันแล้วก็จะได้เป็นสัญญาณเดิมเรียกว่าโดเมนความถี่ (Frequency - Domain) โดยเป็นการเปลี่ยนโครงสร้างของข้อมูลไปอยู่ในรูปของความถี่ค่าต่างๆ เพื่อให้ทราบถึงค่าแอมพลิจูดของในแต่ละความถี่ของสัญญาณ และเมื่อนำค่าของความถี่และค่าแอมพลิจูดมาพล็อตเป็นสัญญาณใหม่ก็จะได้ดังภาพที่ 1-15 (ข)




ก. การกระจายสัญญาณของฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม




ข. การพล็อตสัญญาณในโดเมนความถี่ของฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม

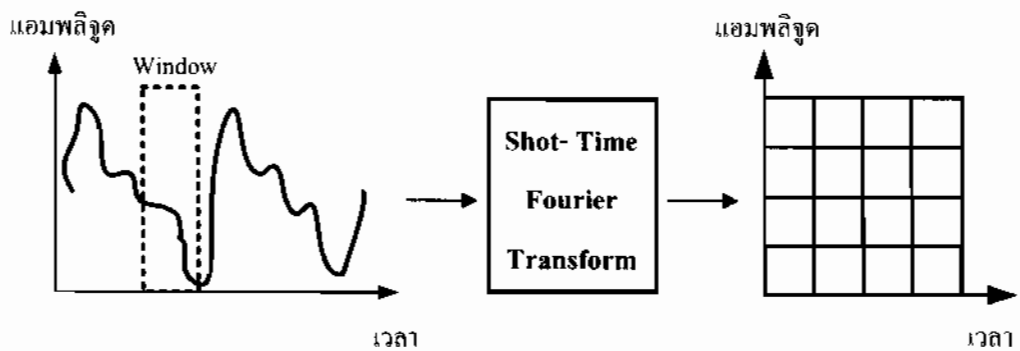
**ภาพที่ 1-15** ลักษณะการวิเคราะห์สัญญาณด้วยฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม

ในโดเมนของฟูเรียร์ทรานสฟอร์มจะเกิดการสูญเสีย (Lost) ของข้อมูลจากโดเมนเวลา (Time – Domain) เมื่อเข้าไปสู่โดเมนความถี่ คือเราไม่ทราบช่วงเวลาที่เกิดขึ้นของแต่ละความถี่นั่นเอง แต่ถ้าหากว่าสัญญาณที่จะนำมาวิเคราะห์เป็นแบบไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (Stationary Signal) หรือเปลี่ยนแปลงแบบเป็นคาบ (Periodic Signal) การสูญเสียของข้อมูลในโดเมนเวลาก็จะไม่มีผลอะไร

แต่ว่าสัญญาณที่เรานำมาศึกษาส่วนใหญ่จะเป็นแบบเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ (Non Stationary Signal) ซึ่งส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นชั่วขณะ (Transient ) และมีช่วงเวลาแคบๆ ดังนั้นจากสาเหตุนี้เอง จึงทำให้ฟูเรียร์ทรานสฟอร์มไม่เหมาะสมกับการวิเคราะห์สัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ และสัญญาณชั่วขณะ (Transient Signal )

1.5.2 การทรานสฟอร์มฟูเรียร์ในช่วงเวลาสั้น (Shot – Time Fourier Transform)

จากปัญหาดังกล่าวมาข้างต้นจึงได้มีการปรับปรุงการทรานสฟอร์มฟูเรียร์มาเป็น Shot – Time Fourier Transform ( STFT) เพื่อให้สามารถนำมาวิเคราะห์สัญญาณที่เปลี่ยนแปลงช่วงเวลาสั้นๆ หรือสัญญาณที่มีความถี่สูงๆได้ โดยอยู่ในรูปของโดเมนเวลาและความถี่ (Time – Frequency Domain) ซึ่งสามารถกำหนดได้ในรูปของหน้าต่าง (Window) ที่สามารถกำหนดช่วงเวลาให้แคบลงเพื่อวิเคราะห์สัญญาณช่วงแคบๆ หรือสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ได้ดังภาพที่ 1-16 ต่อไปนี้



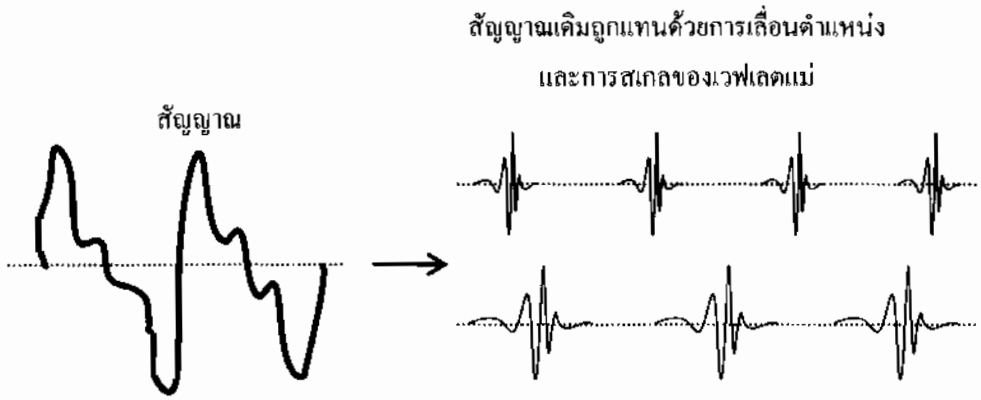

**ภาพที่ 1-16** การทรานสฟอร์มฟูเรียร์ในช่วงเวลาสั้น (Shot – Time Fourier Transform)

แต่ STFT ก็ยังมีข้อเสียอยู่คือ ลักษณะของหน้าต่างไม่มีความยืดหยุ่นในแต่ละช่วงของเวลาและความถี่ ซึ่งในธรรมชาติของสัญญาณค่าในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงมาก จะเป็นช่วงที่มีความถี่สูงๆ ปะปนอยู่จะต้องใช้ช่วงเวลาน้อยในการวิเคราะห์หรือหน้าต่างช่วงแคบ ส่วนช่วงความถี่ต่ำๆ

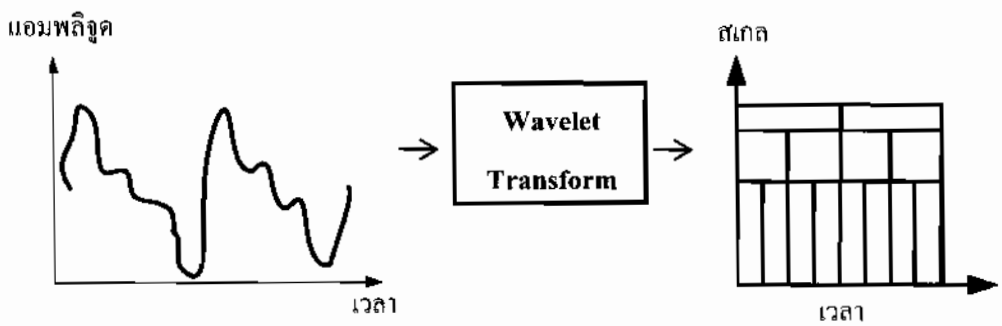
จะต้องใช้เวลามากในการวิเคราะห์สัญญาณหรือหน้าต่างกว้างขึ้น เพื่อให้ได้รายละเอียดของข้อมูลที่เพียงพอ

1.5.3 เวฟเลตทรานสฟอร์ม (Wavelet Transform)

เวฟเลตทรานสฟอร์มเป็นการกระจายสัญญาณในรูปของการเลื่อนตำแหน่ง (Shift ) และการกำหนดขนาด (Scale) ของสัญญาณพื้นฐาน (Original Wavelet) หรือเรียกว่าเวฟเลตแม่ (Mother Wavelet) ดังแสดงในภาพที่ 1-17 (ก) ซึ่งจะเห็นว่าเวฟเลตทรานสฟอร์มจะอยู่ในรูปของโดเมนเวลาและสเกล (Time – Scale Domain) ดังแสดงในภาพที่ 1-17 (ข) แทนที่จะกำหนดในโดเมนของเวลาและความถี่ (Time – Frequency Domain) เหตุผลก็คือเวฟเลตทรานสฟอร์มสามารถปรับเปลี่ยนขนาดของหน้าต่างได้โดยอัตโนมัติ จึงทำให้มีความยืดหยุ่นสูง ให้ความแม่นยำและละเอียดกว่าในการวิเคราะห์สัญญาณในลักษณะรูปแบบต่างๆ โดยพื้นที่แต่ละหน้าต่างจะยังคงมีพื้นที่เท่าเดิม




ก. การกระจายสัญญาณของเวฟเลตทรานสฟอร์ม




ข. การพล็อตสัญญาณในโดเมนความถี่ของฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม

**ภาพที่ 1-17** ลักษณะการวิเคราะห์สัญญาณด้วยเวฟเลตทรานสฟอร์ม

โดยทั่วไปแล้วการเก็บข้อมูลหรือการวิเคราะห์ข้อมูลของสัญญาณในแถบที่มีความถี่สูง (High – Frequency Spectral Information) ช่วงเวลา (Time Interval) ที่ใช้ควรจะมีค่าน้อย แต่เมื่อสัญญาณข้อมูลอยู่ในแถบช่วงที่มีความถี่ต่ำ (Low – Frequency Spectral Information) ช่วงเวลาที่ใช้ควรจะมีค่ามาก จึงจะทำให้ได้ข้อมูลที่มีรายละเอียดเพียงพอและมีความแม่นยำมากขึ้น ดังนั้นสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสเกลกับความถี่ได้คือ สเกลต่ำจะหมายถึงช่วงความถี่สูงของสัญญาณ โดยจะมีช่วงหน้าต่างเวลาแคบ สเกลสูงจะหมายถึงช่วงความถี่ต่ำของสัญญาณ และจะมีช่วงหน้าต่างเวลากว้างขึ้น ดังแสดงให้เห็นดังภาพที่ 1-17 (ข)

**1.6 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์**

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บท และได้อธิบายขอบเขตของเนื้อหาในแต่ละบทไว้ดังต่อไปนี้

'บทที่ 1' บทนี้เป็นบทนำของวิทยานิพนธ์ ได้กล่าวถึง ความหมาย ลักษณะของสัญญาณและสัญญาณดิจิตอล รวมไปถึงกระบวนการขั้นตอนของการได้มาซึ่งสัญญาณดิจิตอล ความจำเป็นของการบีบอัดสัญญาณ การทรานฟอร์มสัญญาณแบบต่างๆ นอกจากนี้ยังได้บอกถึงจุดมุ่งหมายและแรงจูงใจของงานวิจัยในครั้งนี้ และส่วนประกอบของเนื้อหาทั้งหมดในวิทยานิพนธ์นี้ด้วย

'บทที่ 2' เนื้อหาในบทนี้ได้รวบรวมวิธีการและขั้นตอนของการบีบอัดข้อมูล (Data Compression) งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการบีบข้อมูลและการบีบอัดสัญญาณอื่นๆ ที่ได้เผยแพร่ตามวารสารวิชาการที่มีชื่อเสียงได้แก่ IEEE และ IEE รวมไปถึงงานวิจัยที่ถูกรวบรวมไว้แล้วในตำราต่างๆ ด้วย โดยได้สรุปใจความสำคัญพร้อมทั้งบอกข้อดีข้อเสียของแต่ละวิธีการไว้ ซึ่งประโยชน์ของเนื้อหาในบทนี้คือจะทำให้ทราบถึงทิศทางในการทำงานวิจัย

'บทที่ 3' บทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวกับเวฟเลตโดยจะกล่าวถึงคณิตศาสตร์และการวิเคราะห์ฟูเรียร์เบื้องต้น การวิเคราะห์เวฟเลต เวฟเลตทรานสฟอร์ม การวิเคราะห์เวฟเลตแบบหลายความละเอียด (Multiresolution Analysis) การนำเวฟเลตไปใช้ในรูปแบบของดิจิตอลฟิลเตอร์หรือฟิลเตอร์แบงก์ (Filter Bank) รวมไปถึงตัวอย่างของการสร้างสเกลลิ่งฟังก์ชัน (Scaling Function) และเวฟเลตที่มีคุณสมบัติแบบเชิงตั้งฉากเบื้องต้น

'บทที่ 4' บทนี้ได้แสดงการดำเนินงานของงานวิจัยนี้ อธิบายวิธีการและขั้นตอนกระบวนการประมวลผลในการบีบอัดสัญญาณ โดยขั้นตอนจะแบ่งออกเป็นสองส่วนคือส่วนของการบีบสัญญาณเพื่อลดจำนวนบิตในการเก็บบันทึกสัญญาณ และส่วนที่สองคือส่วนของการสร้างกลับสัญญาณเพื่อนำสัญญาณนั้นกลับมาตรวจสอบและประมวลอีกครั้ง ซึ่งทั้งสองส่วนนี้จะได้อธิบายในแต่ละขั้นตอนตามลำดับ โดยมีขั้นตอนที่สำคัญคือการทรานสฟอร์มสัญญาณด้วย

หลักการดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์ม เพื่อการแยกแยะส่วนประกอบของสัญญาณค่าความถี่ต่างๆ ออกจากกัน วิธีในการคัดเลือกค่าสัมประสิทธิ์โดยวิธีแบ่งขีด (Thresholding) การปรับแต่งค่าสัมประสิทธิ์ (Quantization) และการเข้ารหัส (Encoding) ค่าสัมประสิทธิ์ เป็นต้น

'บทที่ 5' บทนี้ได้แสดงผลการบีบอัดสัญญาณและเปรียบเทียบผลการบีบอัดสัญญาณโดยใช้หลักการของดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์มและการเข้ารหัส Modified Huffman Coding โดยการเปรียบเทียบจะดูผลของอัตราส่วนของการบีบอัด และค่าผิดเพี้ยนของสัญญาณเทียบกับสัญญาณเดิม โดยสัญญาณที่นำมาบีบอัดได้จากสัญญาณที่มีการเก็บบันทึกจาก Digital Fault Recorder สัญญาณที่นำมาจาก Web site ของ IEEE และสัญญาณที่ได้จากการจำลอง (Simulation) ด้วยโปรแกรม PSCAD / EMTDC

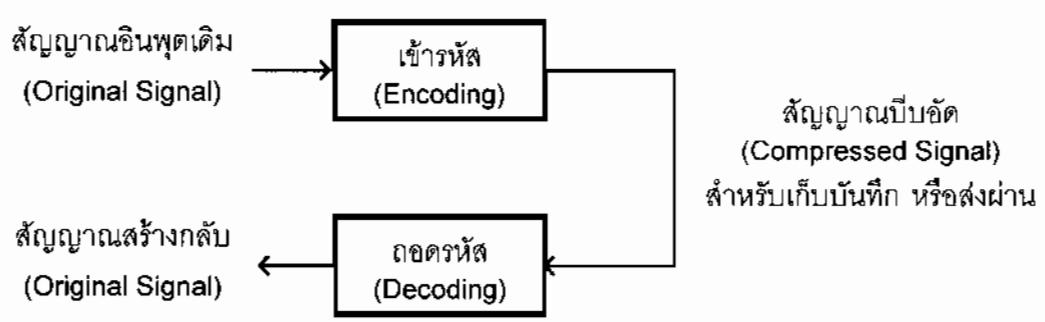
'บทที่ 6' บทนี้ได้สรุปผลการดำเนินงานของการวิจัย และข้อเสนอแนะแนวทางในการทำงานวิจัยนี้ต่อไป

# บทที่ 2
# งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการบีบอัดสัญญาณ

ที่ผ่านมาได้มีงานวิจัยอยู่หลายงานพอสมควรที่ให้ความสนใจ และได้พัฒนาวิธีการเกี่ยวกับการบีบอัดสัญญาณหรือบีบอัดข้อมูล เพื่อวัตถุประสงค์คือต้องการให้การบีบอัดมีประสิทธิภาพมากที่สุด มีอัตราการบีบอัดที่สูงและเกิดความผิดเพี้ยนของสัญญาณให้น้อยที่สุด การบีบอัดข้อมูลได้แบ่งออกเป็น 2 แบบหลักๆ คือ การบีบอัดแบบไม่มีการสูญเสียข้อมูล (Lossless Compression) ซึ่งโดยทั่วไปแล้วจะใช้หลักการเข้ารหัสและถอดรหัสของข้อมูลอินพุตโดยตรง แต่มีอัตราการบีบอัดน้อยไม่กี่เท่าเอง และการบีบอัดแบบมีการสูญเสียข้อมูล (Lossy Compression) ซึ่งมีอัตราการบีบอัดสูงมากประมาณหลาย 10 เท่าขึ้นไป ซึ่งโดยส่วนใหญ่จะใช้หลักการทรานสฟอร์มของข้อมูลเข้ามาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูล สำหรับเนื้อหาในบทนี้ ได้รวบรวมงานวิจัยทั้ง 2 แบบนี้ที่มีการเผยแพร่ทางวารสารวิชาการต่างๆ เช่น IEEE และ IEE รวมไปถึงงานวิจัยที่ได้รวบรวมอยู่ในตำราเป็นต้น โดยแต่ละหลักการและวิธีการ จะมีข้อดีและข้อเสียที่แตกต่างกันออกไปซึ่งจะได้กล่าวต่อไปนี้

## 2.1 การบีบอัดสัญญาณแบบไม่มีการสูญเสีย (Lossless Compression) [5, 6]

การบีบอัดสัญญาณแบบไม่มีการสูญเสียนี้เป็นการบีบอัดโดยการเข้ารหัสโดยตรง โดยใช้อัลกอริทึม (Algorithm) แบบต่างๆในการเข้ารหัส (Encoding) และถอดรหัส (Decoding) การบีบอัดแบบไม่มีการสูญเสียนี้ส่วนใหญ่จะนำไปใช้กับงานที่ไม่ต้องการความผิดเพี้ยนของสัญญาณ เช่น งานวินิจฉัยด้านการแพทย์ หรืองานข้อมูลที่เป็นเอกสารต่างๆ เป็นต้น ซึ่งมีแผนผังดังแสดงในภาพที่ 2-1 ต่อไปนี้ [5]




**ภาพที่ 2-1** ขั้นตอนการบีบอัดแบบไม่มีการสูญเสียโดยวิธีการเข้ารหัสโดยตรง

สำหรับวิธีการเข้ารหัสและถอดรหัสของการบีบอัดแบบไม่มีการสูญเสียนี้ อัลกอริทึมที่นิยมนำมาใช้กันพอที่จะอธิบายพื้นฐานการเข้ารหัสแต่ละวิธีได้อย่างคร่าวๆ โดยแต่ละวิธีการก็มีข้อดีและข้อเสียดังจะกล่าวต่อไปนี้

2.1.1 การเข้ารหัสแบบ Run Length Coding [5]

การเข้ารหัสแบบ Run Length Coding เป็นวิธีการที่ง่ายที่สุดวิธีการหนึ่ง ซึ่งอาศัยหลักนับจำนวนที่ซ้ำกันของสัญลักษณ์ข้อมูลอินพุต แล้วทำการเข้ารหัสให้เหลือ 2 สัญลักษณ์ข้อมูลเอาต์พุต เมื่อสมมุติให้แต่ละสัญลักษณ์มีขนาด 1 ไบต์ (Byte) ก็จะได้ 2 ไบต์ในแต่ละชุดของข้อมูลที่ซ้ำกันดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

ข้อมูลอินพุต AAAABBBBBCCCCCCCCDEEEE

เมื่อทำการเข้ารหัสด้วยวิธีการแบบ Run Length Coding ก็จะได้สัญลักษณ์เอาต์พุตดังนี้

ข้อมูลเอาต์พุต 4A 5B 8C 1D 4E

จากการเข้ารหัสจะเห็นว่าสัญลักษณ์ตัวแรกของข้อมูลเอาต์พุตจะแทนด้วยจำนวนนับที่ซ้ำกันของสัญลักษณ์ข้อมูลอินพุต และสัญลักษณ์เอาต์พุตตัวที่สองก็จะแทนด้วยสัญลักษณ์ข้อมูลอินพุตเดิม (Original Data) ซึ่งจากตัวอย่างนี้จะมีข้อมูลอินพุตทั้งหมด 22 สัญลักษณ์และเมื่อเข้ารหัสแล้วก็จะเหลือข้อมูลเอาต์พุตอยู่ 10 สัญลักษณ์เมื่อให้แต่ละสัญลักษณ์แทนด้วยขนาด 1 ไบต์ ก็จะได้อัตราการบีบอัด 22/10 ไบต์เท่ากับ 2.2 เท่า หรืออีกแบบหนึ่ง 10/22 ไบต์จะได้เท่ากับข้อมูลที่เหลือ 0.45 เท่าของข้อมูลเดิม จะเห็นว่าจากตัวอย่างของการเข้ารหัสด้วยวิธีนี้มีความง่ายไม่สลับซับซ้อนและจะได้ประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะที่ซ้ำกันมากๆ แต่ถ้าข้อมูลอินพุตที่นำมาเข้ารหัสไม่ซ้ำกันหรือซ้ำกันน้อยมากดังตัวอย่างต่อไปนี้

ข้อมูลอินพุต AABCDEEFGHIJKKKLMNOOPQ

เมื่อทำการเข้ารหัสด้วยวิธีการแบบ Run Length Coding ก็จะได้เอาต์พุตดังนี้

ข้อมูลเอาต์พุต 2A 1B 1C 1D 2E 1F 1G 1H 1I 1J 3K 1L 1M 1N 2O 1P 1Q

จากตัวอย่างจะเห็นว่าข้อมูลเอาต์พุตจะมีมากกว่าข้อมูลอินพุตซึ่งทำให้ขนาดของข้อมูลเพิ่มขึ้นจากเดิม ดังนั้นการเข้ารหัสแบบ Run Length Coding จึงไม่เหมาะสมกับลักษณะการกระจายของข้อมูลที่ไม่ซ้ำกันหรือซ้ำกันน้อยเพราะอาจจะทำให้เกิดกรณีของขนาดข้อมูลเอาต์พุตมากกว่าอินพุตได้

2.1.2 การเข้ารหัสแบบ Huffman Coding [7]

การเข้ารหัสแบบ Huffman เป็นการเข้ารหัสที่มีประสิทธิภาพ โดยจะเป็นกระบวนการแปลงสัญลักษณ์ข้อมูลอินพุตที่มีความยาวคงที่ (Fixed Length) มาทำการเข้ารหัสแบบความยาวแปรผัน (Variable Length) ซึ่งข้อมูลที่ถูกเข้ารหัสแต่ละตัวจะมีความยาวไม่เท่ากัน มีหลักการอยู่ว่าสัญลักษณ์ข้อมูลอินพุตใดที่มีความถี่หรือความน่าจะเป็นสูงสุดจะถูกกำหนดให้มีความยาวสั้นสุด และสัญลักษณ์ข้อมูลอินพุตที่มีความถี่หรือความน่าจะเป็นต่ำสุดจะถูกกำหนดให้มีความยาวมากสุด โดยก่อนที่จะทำการเข้ารหัสต้องมีการสร้างหรือกำหนดสัญลักษณ์ที่จะเข้ารหัสก่อน ซึ่งพอจะอธิบายวิธีการ ขั้นตอนเบื้องต้นพอจะสรุปได้ดังต่อไปนี้

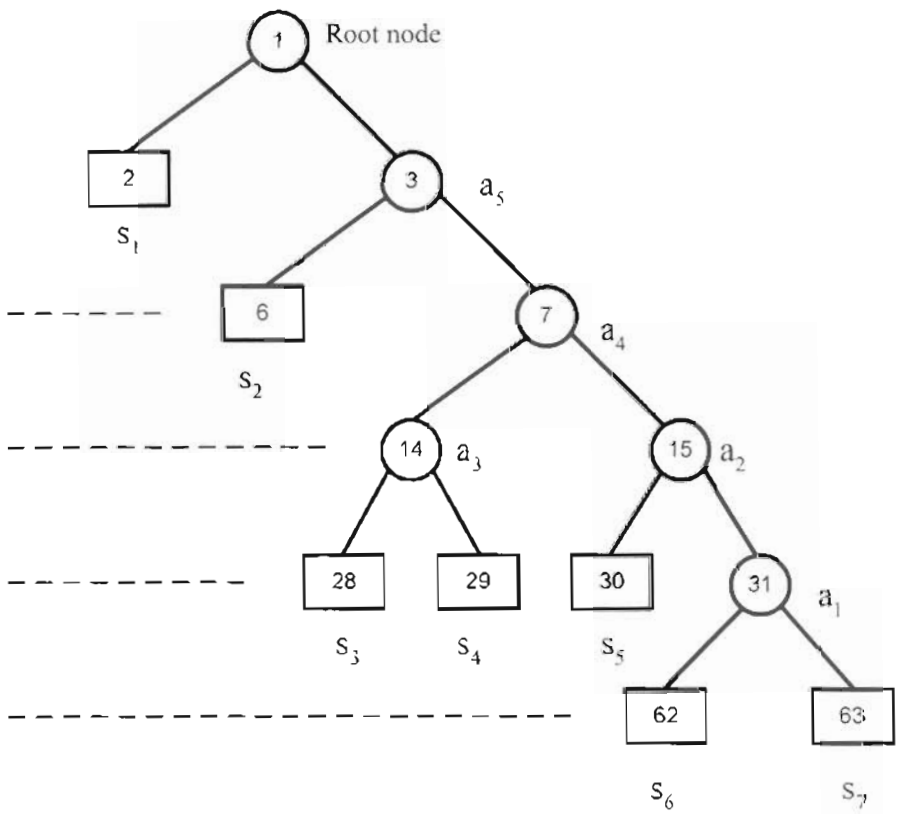
นับความถี่ของสัญลักษณ์ข้อมูลอินพุตทุกตัวแล้วเรียงลำดับความถี่หรือความน่าจะเป็นจากมากไปหาน้อย ขั้นต่อไปทำการรวมสัญลักษณ์ 2 ตัวสุดท้ายในตารางที่มีความถี่ต่ำสุด แล้วทำการเรียงสัญลักษณ์ตามความน่าจะเป็นอีกครั้ง กระทำซ้ำตามขั้นตอนที่กล่าวมาข้างต้นจนกว่าจะเหลือข้อมูลของสัญลักษณ์อินพุตเดิมเพียง 2 ตัวเท่านั้น จากที่กล่าวมานี้เรียกว่า กระบวนการลดค่ารายการของสัญลักษณ์ต้นแบบในตาราง แสดงได้ดังตารางที่ 2-1 ต่อไปนี้

**ตารางที่ 2-1** กระบวนการลดค่ารายการของสัญลักษณ์ต้นแบบในตารางความถี่

| $S_i$ | $P_i$ | $S_i$ | $P_i$ | $S_i$ | $P_i$ | $S_i$ | $P_i$ | $S_i$ | $P_i$ | $S_i$ | $P_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | 48 | $s_1$ | 48 | $s_1$ | 48 | $s_1$ | 48 | $s_1$ | 48 | $a_5$ | 52 |
| $s_2$ | 31 | $s_2$ | 31 | $s_2$ | 31 | $s_2$ | 31 | $s_2$ | 31 | $s_1$ | 48 |
| $s_3$ | 7 | $s_3$ | 7 | $a_2$ | 8 | $a_3$ | 13 | $a_4$ | 21 | | |
| $s_4$ | 6 | $s_4$ | 6 | $s_3$ | 7 | $a_2$ | 8 | | | | |
| $s_5$ | 5 | $s_5$ | 5 | $s_4$ | 6 | | | | | | |
| $s_6$ | 2 | $a_1$ | 3 | | | | | | | | |
| $s_7$ | 1 | | | | | | | | | | |

กำหนดให้ $s_i$ = Original Symbol , $a_i$ = Composite Symbol และ $P_i$ = Probability

เมื่อกระทำกระบวนการลดค่ารายการของสัญลักษณ์ต้นแบบในตารางความถี่ในตารางที่ 2-1 เสร็จแล้ว ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการกำหนดค่าให้แก่สัญลักษณ์แต่ละตัวโดยจะกระทำย้อนกลับจากตารางข้างต้น เริ่มต้นจากการกำหนดค่าให้สัญลักษณ์ 2 ตัวสุดท้ายแล้วกระทำย้อนกลับไปจนครบทุกตัว โดยอาศัยหลักการของ Binary Tree ทั่วไปเป็นแบบง่ายสุด แต่จะเกิดปัญหาเกี่ยวกับประสิทธิภาพในการจัดสรรหน่วยความจำใช้งานไม่เต็มที่เกิดพื้นที่ว่าง ดังนั้นจึงมีการกำหนด Binary Tree ไปทางด้านเดียวเรียกว่า Single Side Growing Huffman Tree ซึ่งจะทำให้การถอดรหัสมีความง่ายขึ้นด้วย แสดงดังภาพที่ 2-2 ต่อไปนี้




**ภาพที่ 2-2** แผนภูมิต้นไม้แบบ Single Side Growing Huffman Tree

จากข้อมูลในตารางที่ 2-1 นำมากำหนดค่าสัญลักษณ์โดยใช้อัลกอริทึม Binary Tree ในการพิจารณา โดยเริ่มจากสองสัญลักษณ์สุดท้ายในตารางให้เป็นโหนดลูกของโหนดพ่อซึ่งเป็นโหนดเริ่มต้น (Root node) จากภาพที่ 2-2 จะกำหนดให้ Composite Symbol ที่เป็นผลรวมของสัญลักษณ์เดิม 2 ตัวที่มีความถี่ต่ำสุด ถูกกำหนดเป็นโหนดลูกทางขวาเสมอเมื่อเทียบกับ Original Symbol ซึ่งจะถูกกำหนดให้เป็นโนดลูกทางซ้าย และโหนดที่อยู่ทางขวามือก็จะทำการกระจายโนดลูกทั้งขวา

และซ้ายไปเรื่อยๆ เป็นการกระจายแผนภูมิไปทางขวาที่มี Composite Symbol เป็นโหนดพ่อ แล้วทำการแทนค่าบิตเลขฐานสองลงในแต่ละโหนด ด้วยหลักการที่ว่าโหนดทางขวาให้แทนค่าด้วยบิต 1 และโหนดทางซ้ายให้แทนค่าด้วยบิต 0 เสมอ ใน Single Side Growing Huffman Tree โดยเริ่มต้นจาก Root node ลงมา ก็จะได้ค่าของสัญลักษณ์ต่างๆสร้างเป็นตารางรหัส Huffman ได้ดังตารางที่ 2-2 ต่อไปนี้

**ตารางที่ 2-2** ตารางการเข้ารหัสแบบ Single Side Growing Huffman Table

| Code Length | Symbols | Huffman Code |
|---|---|---|
| 1 | $s_1$ | 0 |
| 2 | $s_2$ | 10 |
| 4 | $s_3$ | 1100 |
| 4 | $s_4$ | 1101 |
| 4 | $s_5$ | 1110 |
| 5 | $s_6$ | 11110 |
| 5 | $s_7$ | 11111 |

จากหลักการของการเข้ารหัสแบบ Huffman ข้างต้นสมมุติเข้ารหัสสัญลักษณ์อินพุตได้ผลลัพธ์เป็นสัญลักษณ์เอาต์พุตเป็น $s_3\ s_2\ s_6\ s_4$ ก็จะได้ชุดข้อมูลเอาต์พุต (Output Stream) ในรูปของเลขฐานสอง 1100 10 11110 1101 และเมื่อทำการถอดรหัสก็จะทำการตรวจสอบไปทีละบิตในชุดข้อมูลเอาต์พุต ซึ่งมีความเป็นเอกลักษณ์พิเศษ (Unique) ที่แตกต่างกันอย่างเด่นชัดอยู่แล้ว จึงไม่เกิดความสับสนและผิดพลาดขึ้นในการถอดรหัส อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าการเข้ารหัสแบบ Huffman เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพ แต่ก็เป็นวิธีการที่มีความยุ่งยากมีความสลับซับซ้อนในขั้นตอนต่างๆพอสมควร

2.1.3 การเข้ารหัสแบบ Lempel Ziv Welch Coding (LZW) [5 , 6]

วิธีการของเข้ารหัสแบบ Lempel Ziv Welch เป็นวิธีที่นิยมนำมาใช้ในการบีบอัดที่ใช้กันในเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Personal Computer) ทั่วไป และใช้เป็นพื้นฐานในการบีบอัดภาพประเภท GIF File หลักการเข้ารหัสของ LZW นี้เริ่มโดยการกำหนดตำแหน่งในหน่วยความจำไว้จำนวน 4096 ตำแหน่งจาก 0-4095 สำหรับตารางรหัสสัญลักษณ์เอาต์พุต โดยจะทำการแบ่ง

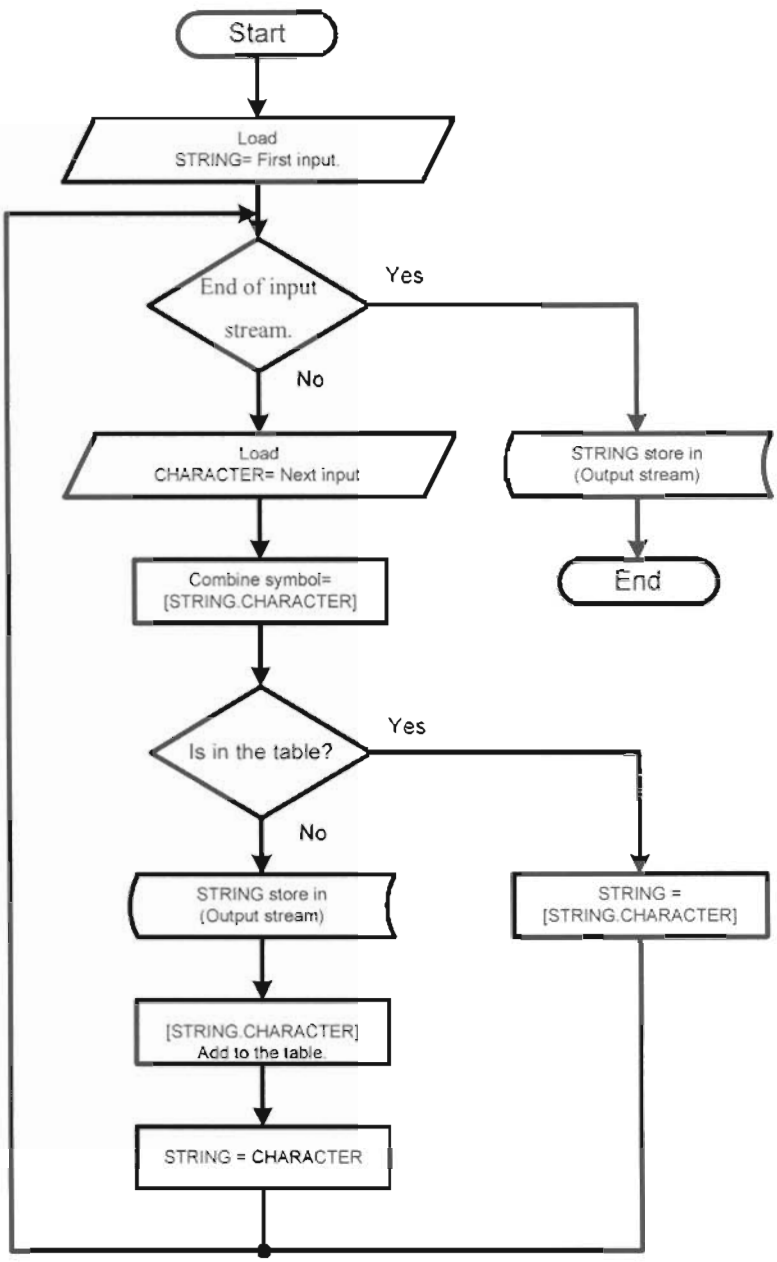
หน่วยความจำออกเป็นสองส่วน ส่วนที่หนึ่งกำหนดให้ตำแหน่ง 0-255 จำนวน 256 ตำแหน่งแรก แทนด้วยตารางของรหัสสัญลักษณ์อินพุตเริ่มต้น และส่วนที่เหลือจะว่างไว้สำหรับเก็บรหัสสัญลักษณ์เอาต์พุตที่สร้างขึ้นใหม่ ในตัวอย่างนี้สมมุติเป็นการเข้ารหัสอินพุต Text File แล้วกำหนดให้ 256 ตำแหน่งแรกในตารางเข้ารหัส LZW เป็นตัวอักขระที่แทนด้วยรหัส ASCII ขนาด 8 บิต ก็จะแทนรหัส ASCII ลงในตารางด้วย Codeword ตั้งแต่ 0 – 255 ดังในตารางต่อไปนี้

**ตารางที่ 2-3** ตารางการเข้ารหัสแบบ Lempel Ziv Welch

| ตารางการเข้ารหัสแบบ Lempel Ziv Welch | | |
|---|---|---|
| รหัส (Codeword) | | สัญลักษณ์อินพุต |
| 00000000 | 0 | 8 bits |
| 00000001 | 1 | 8 bits |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 11111111 | 255 | 8 bits |
| 100000000 | 256 | 12 bits |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 111111111111 | 4095 | 12 bits |

วิธีการเข้ารหัสก็คือกำหนดให้มีตัวชี้ (Pointer) อยู่ 2 ตัว โดยตัวชี้ตัวแรกจะนำข้อมูลอินพุตตัวแรก (First Input) จากชุดข้อมูลอินพุต (Input Stream) เข้ามาเก็บไว้ในตัวชี้ตัวแรกสมมุติให้เป็น STRING และตัวชี้ตัวที่สองจะเก็บข้อมูลอินพุตตัวถัดไป(Next Input) สมมุติให้เป็นตัวชี้ CHARACTER ขั้นตอนที่สองก็คือนำตัวชี้ทั้งสองมาวางเรียงกันจะได้สัญลักษณ์ตัวใหม่เรียกว่า Combine Symbol สมมุติให้อยู่ในรูปแบบของ [STRING.CHARACTER] แล้วขั้นตอนต่อไปคือนำ Combine Symbol ไปตรวจสอบว่าตรงกับรหัสที่มีอยู่ในตารางรหัสสัญลักษณ์อินพุตเริ่มต้นหรือไม่ ถ้ามีก็จะนำ Combine Symbol เก็บไว้ในตัวชี้ STRING และอินพุตตัวถัดไปก็จะนำมาเก็บไว้ในตัวชี้ CHARACTER แล้วก็กลับไปยังขั้นตอนที่สองอีกครั้ง แต่ถ้า Combine Symbol ไม่ตรงกับค่ารหัสใดในตารางเลยก็จะนำ Combine Symbol นั้นกำหนดเป็นสัญลักษณ์ตัวใหม่ลงในตารางตำแหน่งที่ว่างอยู่ตั้งแต่ตำแหน่ง 256 – 4095 ตามลำดับ พร้อมกับเข้ารหัส STRING เก็บไว้ในชุดข้อมูลเอาต์พุต(Output Stream) แล้วเลื่อนข้อมูลจาก CHARACTER ไว้ในตัวชี้ STRING ส่วน ตัวชี้

CHARACTER ก็จะรับข้อมูลอินพุตใหม่เข้ามาแทนแล้วกลับไปขั้นตอนที่สองกระทำจนครบข้อมูลอินพุตทุกตัว เพื่อให้เข้าใจหลักการได้ง่ายขึ้นสามารถแสดงได้ด้วยโฟล์วชาร์ทดังภาพที่ 2-3




**ภาพที่ 2-3** โฟล์วชาร์ทการเข้ารหัสแบบ Lempel Ziv Welch

จากหลักการของ LZW ที่กล่าวมาข้างต้นเมื่อนำมาเข้ารหัสข้อมูลอินพุตแบบ Text File ดังแสดงในดังตัวอย่างต่อไปนี้

จากข้อมูลอินพุต BABAABAAA สามารถอธิบายขั้นตอนและแสดงผลลัพธ์ได้ดังต่อไปนี้

1. ข้อมูลอินพุตตัวแรกคือ B ถูกเก็บไว้ในตัวชี้ STRING และอินพุตตัวถัดไปคือ A ถูกเก็บไว้ในตัวชี้ CHARACTER นำข้อมูลทั้งสองรวมกันเป็น Combine Symbol = BA ไม่ตรงกับสัญลักษณ์ใดในตาราง LZW ดังนั้นจึงนำ Combine Symbol = BA ไปกำหนดเป็นรหัสเพิ่มเติมในตาราง LZW ก็คือรหัส 256 พร้อมกับนำข้อมูล B (66) ในตัวชี้ STRING ไปบันทึกไว้ในเอาต์พุต

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| B | A | BA |
| OUT PUT = <66> | | |

| ตาราง LZW เพิ่มเติม | |
|---|---|
| รหัส | ข้อมูลอินพุต |
| 256 | BA |

2. นำข้อมูลใน CHARACTER เก็บไว้ใน STRING ส่วน CHARACTER ก็นำอินพุตตัวถัดไปเข้า มาเก็บไว้ และได้ Combine Symbol = AB ไม่มีในตาราง จึงกำหนดเป็นรหัสเพิ่มเติมในตาราง LZW คือรหัส 257 พร้อมกับนำข้อมูล A (65) ในตัวชี้ STRING ไปบันทึกไว้ในเอาต์พุต

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| A | B | AB |
| OUT PUT = <66><65> | | |

| ตาราง LZW เพิ่มเติม | |
|---|---|
| รหัส | ข้อมูลอินพุต |
| 256 | BA |
| 257 | AB |

3. นำข้อมูลใน CHARACTER เก็บไว้ใน STRING ส่วน CHARACTER ก็นำอินพุตตัวถัดไปเข้า มาเก็บไว้ และได้ Combine Symbol = BA มีในตารางคือรหัส 256 จึงไม่มีการสร้างรหัสเพิ่มเติม และไม่มีการบันทึกเอาต์พุต

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| B | A | BA |
| OUT PUT = <66><65> | | |

ไม่มีรหัสเพิ่มเติม

4. นำ Combine Symbol = BA เก็บใน STRING ส่วน CHARACTER ก็นำอินพุตตัวถัดไปเข้า มาเก็บไว้เช่นเดิม และได้ Combine Symbol = BAA ไม่มีในตาราง จึงกำหนดเป็นรหัสเพิ่มเติมในตาราง LZW คือรหัส 258 พร้อมกับนำข้อมูล BA (256) ในตัวชี้ STRING ไปบันทึกไว้ในเอาต์พุต

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| BA | A | BAA |
| OUT PUT = <66><65><256> | | |

| ตารางเพิ่มเติม | |
|---|---|
| รหัส | ข้อมูลอินพุต |
| 256 | BA |
| 257 | AB |
| 258 | BAA |

5. นำข้อมูลใน CHARACTER เก็บไว้ใน STRING ส่วน CHARACTER ก็นำอินพุตตัวถัดไปเข้า มาเก็บไว้ และได้ Combine Symbol = AB มีในตารางคือรหัส 257 จึงไม่มีการสร้างรหัสเพิ่มเติม และไม่มีการบันทึกเอาต์พุต

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| A | B | AB |
| OUT PUT = <66><65><256> | | |

ไม่มีรหัสเพิ่มเติม

6. นำ Combine Symbol = AB เก็บใน STRING ส่วน CHARACTER ก็นำอินพุตตัวถัดไปเข้า และได้ Combine Symbol = ABA ไม่มีในตาราง จึงกำหนดเป็นรหัสเพิ่มเติมในตาราง LZW คือรหัส 259 พร้อมกับนำข้อมูล AB(257) ในตัวชี้ STRING ไปบันทึกไว้ในเอาต์พุต

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| AB | A | ABA |
| OUT PUT = <66><65><256><257> | | |

| ตารางเพิ่มเติม | |
|---|---|
| รหัส | ข้อมูลอินพุต |
| 256 | BA |
| 257 | AB |
| 258 | BAA |
| 259 | ABA |

7. นำข้อมูลใน CHARACTER เก็บไว้ใน STRING ส่วน CHARACTER ก็นำอินพุตตัวถัดไปเข้า มาเก็บไว้ และได้ Combine Symbol = AA ไม่มีในตาราง จึงกำหนดเป็นรหัสเพิ่มเติมในตาราง LZW คือรหัส 260 พร้อมกับนำข้อมูล A (65)ในตัวชี้ STRING ไปบันทึกไว้ในเอาต์พุต

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| A | A | AA |
| OUT PUT = <66><65><256><257><65> | | |

| ตารางเพิ่มเติม | |
|---|---|
| รหัส | ข้อมูลอินพุต |
| 256 | BA |
| 257 | AB |
| 258 | BAA |
| 259 | ABA |
| 260 | AA |

8. นำข้อมูลใน CHARACTER เก็บไว้ใน STRING ส่วน CHARACTER ก็นำอินพุตตัวถัดไปเข้า มาเก็บไว้ และได้ Combine Symbol = AA มีในตารางคือรหัส 260 จึงไม่มีการสร้างรหัสเพิ่มเติม และไม่มีการบันทึกเอาต์พุต

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| A | A | AA |
| OUT PUT = <66><65><256><257><65> | | |

ไม่มีรหัสเพิ่มเติม

9. นำ Combine Symbol = AA เก็บใน STRING ส่วน CHARACTER ไม่มีการโหลดข้อมูลอีกเนื่องจากสิ้นสุดข้อมูลในอินพุตแล้ว เพียงแต่นำข้อมูล AA(260)ในตัวชี้ STRING ไปบันทึกไว้ในเอาต์พุต เป็นอันสิ้นสุดการเข้ารหัส

| STRING | CHARACTER | COMBINE |
|---|---|---|
| AA | - | AA |
| OUT PUT = <66><65><256><257><65><260> | | |

จากตัวอย่างนี้มีข้อมูลอินพุตที่เป็น Text File จำนวน 9 ตัวโดยแต่ละตัวมีขนาด 8 บิตเท่ากับ 72 บิต เมื่อนำมาเข้ารหัสจะเหลือข้อมูลเอาต์พุต 6 ตัวโดยมีขนาด 8 บิต 3 ตัวและ 12 บิต 3 ตัวเท่ากับ 60 จะได้อัตราการส่วนบีบอัดเท่ากับ 1.2 เท่า สำหรับการถอดรหัสนั้นก็จะมีการสร้างตารางเหมือนกับในขั้นตอนการเข้ารหัส โดยเริ่มต้นค้นหาค่าในตำแหน่ง 256 แรกก่อน ถ้าไม่ตรงกับค่าใดในตารางก็จะทำการสร้างรหัสใหม่เก็บไว้ในตาราง[13] วิธีการนี้เป็นวิการที่กระทำได้ง่ายกว่า Huffman แต่มีความสามารถในการบีบอัดได้ไม่ยิ่งหย่อนกว่ากัน ประมวลผลได้เร็วกว่า เพราะไม่ต้องมีการสร้างตารางความถี่เหมือนกับวิธีการของ Huffman และกระบวนการสร้างสัญลักษณ์และกระบวนการเข้ารหัสก็ดำเนินการไปพร้อมกันได้

2.1.4 การเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding [5]

วิธีการเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีการที่กล่าวมาข้างต้น แต่ก็มีความยุ่งยากมากที่สุด โดยจะทำการเข้ารหัสของข้อมูลอินพุตให้เหลือข้อมูลเอาต์พุตเพียง 1 Codeword เท่านั้น โดยจะอยู่ในรูปของจำนวนจุดทศนิยม (Floating–Point Number) ที่มีค่าอยู่ระหว่างตัวเลข 0 – 1 ส่วนจำนวนหลัก (Digit) ของข้อมูลเอาต์พุตจะมากหรือน้อยนั้นก็ขึ้นอยู่กับขนาดของชุดของข้อมูลอินพุตที่ป้อนเข้าเพื่อทำการเข้ารหัสในแต่ละครั้งจะมีจำนวนมากหรือน้อยขนาดไหน ซึ่งขั้นตอนของการเข้ารหัสแบบนี้จะมีลักษณะคล้ายกับวิธีการของ Huffman อยู่ตรงที่จะต้องมีการหาค่าความน่าจะเป็นของข้อมูลอินพุตก่อน แล้วจึงทำการสร้างตารางของสัญลักษณ์เข้ารหัส ถ้าสมมุติให้ชุดข้อมูลอินพุตเป็น ARITHMETIC จะสร้างตารางความน่าจะเป็นได้ดังนี้

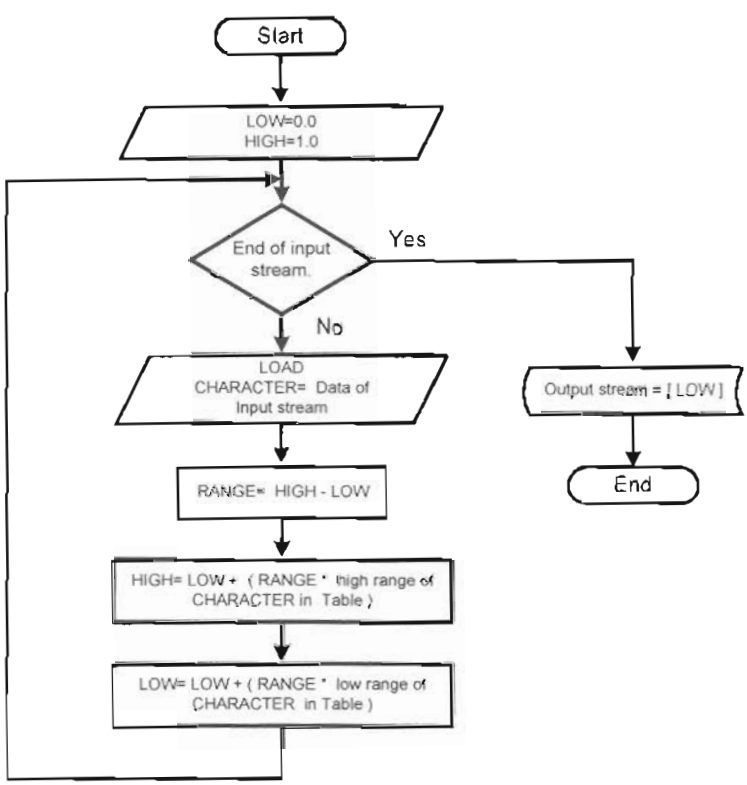
**ตารางที่ 2-4** ตารางความน่าจะเป็นของการเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding

| Symbol | Probability | Low Range-High Range |
|---|---|---|
| A | 0.100000 | 0.000000-0.100000 |
| C | 0.100000 | 0.100000-0.200000 |
| E | 0.100000 | 0.200000-0.300000 |
| H | 0.100000 | 0.300000-0.400000 |
| I | 0.200000 | 0.400000-0.600000 |
| M | 0.100000 | 0.600000-0.700000 |
| R | 0.100000 | 0.700000-0.800000 |
| T | 0.200000 | 0.800000-1.000000 |

จากตารางที่ 2-4 จะเห็นว่าความน่าจะเป็นจะถูกระบุเป็นค่าทศนิยมที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0-1 และผลรวมจะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ ส่วนย่าน (Range) จะเป็นสัดส่วนกับค่าความถี่ของรหัสอินพุตนั้น และการจัดลำดับของสัญลักษณ์ในตารางความน่าจะเป็น จะไม่มีผลอะไรในการเข้ารหัสและการถอดรหัส โดยแต่ละ Range จะประกอบด้วยค่าต่ำ (Low Range) และค่าสูง (High Range) ซึ่งทั้งสองค่าจำเป็นจะต้องนำไปใช้เป็นข้อมูลในการเข้ารหัสและถอดรหัสด้วย

วิธีการและขั้นตอนการเข้ารหัสจะเริ่มต้นจากการกำหนดค่าตัวแปร 2 ค่าคือ LOW และ HIGH โดยตั้งค่าของ LOW มีค่าเท่ากับ 0.0 และตั้งค่า HIGH มีค่าเท่ากับ 1.0 แล้วนำค่าข้อมูลของอินพุตตัวแรกเข้ามา แล้วทำการคำนวณหาค่า RANGE ค่า LOW และค่า HIGH ของข้อมูลอินพุตแต่ละตัวไปจนครบทั้งหมดของ Input Stream แล้วก็จะได้คำตอบเอาต์พุต Output Stream ซึ่งเป็นค่า LOW ของข้อมูลอินพุตตัวสุดท้าย

โดยค่า RANGE คำนวณได้จากค่า HIGH ลบค่า LOW ส่วนค่า HIGH หาได้จากค่า LOW บวกกับผลคูณของค่า RANGE กับค่า High Range ของค่าข้อมูลอินพุตตัวนั้นโดยใช้ค่าในตารางที่ 2-4 โดยสมมุติให้ตัวชี้เป็น CHARACTER รับค่าอินพุตเข้ามา ส่วนค่า LOW หาได้จาก LOW บวกกับผลคูณของค่า RANGE กับค่า Low Range ของค่าข้อมูลอินพุตในตารางที่ 2-4 เช่นกัน จากวิธีการดังกล่าวพอจะสรุปได้ดัง Flowchart ต่อไปนี้




**ภาพที่ 2-4** โฟล์วชาร์ทการเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding

จากขั้นตอนข้างต้นในภาพที่ 2-4 เมื่อทำการเข้ารหัส ARITHMETIC จะแสดงค่าของตัวแปรแต่ละค่าได้ดังตารางต่อไปนี้

**ตารางที่ 2-5** ตารางแสดงผลกระบวนการเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding

| อินพุต | RANGE | LOW | HIGH |
|---|---|---|---|
| A | 1.0 | 0.0 | 0.1 |
| R | 0.1 | 0.07 | 0.08 |
| I | 0.01 | 0.074 | 0.076 |
| T | 0.002 | 0.0756 | 0.076 |
| H | 0.0004 | 0.07572 | 0.07576 |
| M | 0.00004 | 0.075744 | 0.075748 |
| E | 0.000004 | 0.0757448 | 0.0757452 |
| T | 0.0000004 | 0.07574512 | 0.0757452 |
| I | 0.00000008 | 0.075745152 | 0.0757451680 |
| C | 0.000000016 | 0.0757451536 | 0.0757451552 |

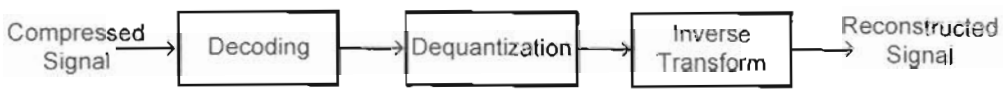
จากการเข้ารหัสแบบ Arithmetic Coding ของอินพุต ARITHMETIC ได้ค่าเอาต์พุตคือ 0.0757451536 และเมื่อทำการถอดรหัสจะต้องนำตารางที่ 2-4 มาพิจารณาด้วย [13]

## 2.2 การบีบอัดสัญญาณแบบมีการสูญเสีย (Lossy Compression)

การบีบอัดแบบไม่มีการสูญเสียโดยวิธีการเข้ารหัสโดยตรงในแต่ละวิธีที่กล่าวมาข้างต้นนั้นจะให้อัตราการบีบอัดที่ต่ำ จึงมีการพัฒนาวิธีที่จะสามารถบีบอัดข้อมูลให้ได้สูงมากยิ่งขึ้น โดยใช้วิธีการตัดข้อมูลในส่วนที่เกินมาของสัญญาณซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นสัญญาณความถี่สูงๆออกไป และให้เกิดความผิดเพี้ยนของสัญญาณน้อยที่สุดในย่านที่ยอมรับได้หรือไม่สามารถสังเกตเห็นได้ถึงความแตกต่างเมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณต้นแบบ โดยการบีบอัดสัญญาณแบบมีการสูญเสียนี้จะมีการแปลงข้อมูลของสัญญาณให้อยู่ในโดเมนอื่นๆ ก่อน เพื่อให้สามารถจำแนกแยกแยะข้อมูลของสัญญาณส่วนที่เกินมาโดยทั่วไปจะอยู่ในรูปของสัญญาณที่มีความถี่สูงๆออกจากสัญญาณหลักซึ่งส่วนใหญ่จะมีความถี่ต่ำ แต่ถ้าตัดในส่วนของข้อมูลความถี่สูงออกไปหมดหรือออกไปมากเกินไปสัญญาณก็จะเกิดความผิดเพี้ยนจากต้นแบบไปมาก ดังนั้นในการตัดข้อมูลสัญญาณความถี่สูง

ออกไปจึงต้องอยู่ในปริมาณที่พอเหมาะ สำหรับแผนผังการบีบอัดข้อมูลแบบมีการสูญเสียโดยวิธีการเข้ารหัสทรานสฟอร์มสัญญาณโดยทั่วไปแล้วแสดงได้ดังภาพที่ 2-5 ต่อไปนี้ [5]

ก. ขั้นตอนการบีบสัญญาณ




ข. ขั้นตอนการสร้างกลับสัญญาณ

**ภาพที่ 2-5** ขั้นตอนการบีบอัดสัญญาณโดยวิธีการเข้ารหัสทรานสฟอร์ม

จากขั้นตอนของการบีบอัดข้อมูลแบบมีการสูญเสียโดยวิธีการเข้ารหัสทรานสฟอร์มในภาพที่ 2-5 ในส่วนของกระบวนการบีบสัญญาณภาพ (ก) และกระบวนการสร้างกลับสัญญาณภาพ (ข) โดยทั่วไปจะมีขั้นตอนหลักๆอยู่ 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนแรกคือการทรานสฟอร์มสัญญาณไปข้างหน้า (Forward Transform) ให้อยู่ในโดเมนที่เหมาะสมโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วย เมื่อสัญญาณผ่านการทรานสฟอร์มแล้วข้อมูลจะอยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์ ส่วนการทรานสฟอร์มสัญญาณกลับ (Inverse Transform) เป็นการแปลงข้อมูลที่อยู่ในรูปสัมประสิทธิ์ให้กลับเป็นเป็นข้อมูลในรูปแบบของสัญญาณเดิมอีก ส่วนวิธีการทรานสฟอร์มในแบบต่างๆจะได้อธิบายรายละเอียดอีกครั้งในหัวข้อถัดไป

ขั้นตอนที่สองคือการคอนไทเซชัน (Quantization) เป็นกระบวนการปรับเปลี่ยนหรือเตรียมข้อมูลให้อยู่ในรูปแบบที่เหมาะสมเพื่อที่จะนำไปเข้ารหัสกับวิธีการเข้ารหัสที่เตรียมไว้ในขั้นตอนต่อไปได้ การควอนไทเซชั่นในที่นี้จะอยู่ในโดเมนของการทรานสฟอร์มสัญญาณ ซึ่งหลังจากที่ถูกควอนไทเซชั่นแล้วจะอยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์ ซึ่งต่างจากการคอนไทเซชันในกระบวนการเปลี่ยนสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลที่ผ่านมาที่อยู่ในโดเมนของเวลา แต่วัตถุประสงค์ยังคงเหมือนกันคือการปรับเปลี่ยนข้อมูลให้มีความเหมาะสมในการเข้ารหัสได้นั่นเอง โดยในที่นี้จะเลือกการคอนไทเซชันที่เรียกว่าสเกลาร์คอนไทเซชัน โดยระดับของการคอนไทเซชันจะเป็นตัวกำหนดความละเอียดและค่าผิดพลาด เช่นถ้าเลือกการคอนไทเซชันหลายระดับก็จะทำให้สัญญาณมีความละเอียดสูงและเกิดผิดพลาดน้อย แต่จะทำให้อัตราการบีบอัดลดลงด้วย ในทาง

กลับกันถ้าเลือกระดับคอนไทเซชันต่ำก็จะทำให้สัญญาณมีความละเอียดต่ำและเกิดผิดพลาดสูง แต่จะทำให้อัตราการบีบอัดเพิ่มสูงขึ้น ดังนั้นการเลือกระดับการคอนไทเซชันก็ต้องพิจารณาแล้วแต่ความเหมาะสมและวัตถุประสงค์ของงานนั้นๆ ด้วยเช่นกัน และในขั้นตอนนี้อาจรวมไปถึงการคัดเลือกสัมประสิทธิ์ที่จะนำไปเข้ารหัสด้วย ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้วิธีการแบ่งขีดในการตัดสัมประสิทธิ์ (Thresholding) ส่วนดีคอนไทเซชัน (Dequantization) เป็นการแปลงข้อมูลจากสัมประสิทธิ์ที่ถูกตัดแปลงให้กลับไปเป็นสัมประสิทธิ์ที่ใกล้เคียงกับสัมประสิทธิ์เดิม ก่อนที่จะทำการทรานสฟอร์มสัญญาณกลับ

ขั้นตอนที่สามคือการเข้ารหัส (Encoding) จะเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการบีบสัญญาณ โดยการคาดหวังว่าการเปลี่ยนแปลงรูปแบบของข้อมูลนี้จะต้องสามารถทำให้ข้อมูลมีขนาดเล็กลง ดังนั้นรูปแบบของการเข้ารหัสจะต้องมีความเหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลที่จะทำการเข้ารหัสนั้น ดังที่ได้อธิบายมาแล้วในหัวข้อ 2.1 ที่ผ่านมารวมไปถึงการถอดรหัส (Decoding) ด้วย

จากกระบวนการบีบอัดสัญญาณแบบมีการสูญเสียที่ได้กล่าวมาข้างต้น ขั้นตอนที่ทำให้เกิดการสูญเสียของข้อมูลขึ้นก็คือการควอนไทเซชั่น และอาจจะรวมไปถึงขั้นตอนการทรานสฟอร์มสัญญาณด้วยซึ่งขึ้นอยู่กับการทรานสฟอร์มที่เลือกใช้ ส่วนขั้นตอนการเข้ารหัสและถอดการถอดรหัสจะไม่เกิดการสูญเสียใดๆ ซึ่งจะแบ่งการบีบอัดสัญญาณแบบมีการสูญเสียตามรูปแบบของการทรานสฟอร์มที่เลือกใช้ ที่นิยมนำมาใช้ในการบีบอัดข้อมูลดังต่อไปนี้

2.2.1 ดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม (Discrete Fourier Transform ; DFT) [8 , 9]

ดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์มก็คือฟูเรียร์ทรานสฟอร์มรูปแบบหนึ่ง เพียงแต่เป็นการปรับปรุงรูปแบบมาใช้กับสัญญาณที่มีลักษณะเวลาและค่าแอมพลิจูดไม่ต่อเนื่อง หลักการกระทำของฟูเรียร์ทรานสฟอร์มกับสัญญาณก็คือการสมมุติหรือพยายามกระทำให้สัญญาณข้อมูลอินพุตซ้ำกันเป็นคาบ (Periodic) นั่นเอง หลักการของฟูเรียร์ทรานสฟอร์มที่เราคุ้นเคยกันในรูปของฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) . e^{j\omega} dx \qquad (2\text{-}1)$$

จากสมการที่ 2-1 คือสมการของฟูเรียร์ทรานสฟอร์มของฟังก์ชันแบบต่อเนื่องในโดเมนของเวลา t ที่เป็นตัวแปรอิสระ และจะถูกแปลงไปอยู่ในโดเมนของความถี่ที่มี $\omega$ เป็นตัวแปรอิสระ จะทำให้เราสามารถมองเห็นได้ถึงค่าของแอมพลิจูดของสัญญาณในแต่ละความถี่ได้

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega).e^{j\omega}\, d\omega \qquad (2\text{-}2)$$

จากสมการที่ 2-2 คือการแปลงกลับของฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม (Inverse Fourier Transform) ของฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง เพื่อให้ฟังก์ชันกลับมาอยู่ในโดเมนเดิม แต่สำหรับการทรานสฟอร์มฟูเรียร์ในรูปแบบของฟังก์ชันหรือสัญญาณแบบดีสครีท ซึ่งสัญญาณจะผ่านกระบวนการแซมปลิ้งและการแปลงให้อยู่ในรูปของค่าแอมพลิจูดแบบไม่ต่อเนื่อง ก็จะมีรูปแบบดังสมการต่อไปนี้

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\ .\ \cos\frac{2\pi nk}{N} \ - \ j\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\ .\ \sin\frac{2\pi nk}{N} \qquad (2\text{-}3)$$

เมื่อ N คือ ค่าของจำนวนแซมเปิ้ลทั้งหมดของสัญญาณอินพุตแบบความยาวจำกัด (Finite Length)

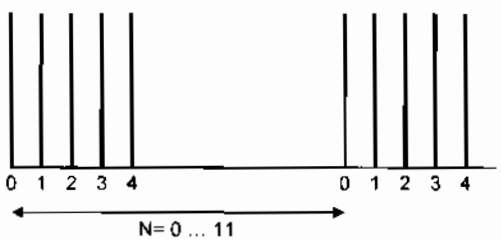
n คือ ค่าของแซมเปิ้ลในแต่ละค่าของสัญญาณอินพุต

k คือ ค่าของแซมเปิ้ลในแต่ละค่าของสัญญาณเอาต์พุตของดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม ซึ่งก็เปรียบได้กับค่าของความถี่หรือค่าฮาร์โมนิคแต่ละค่านั่นเอง

จากสมการที่ 2-3 คือสมการดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์มของฟังก์ชันแบบดีสครีท โดยจะเห็นว่าจะแยกออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นค่าจริง (Real Part) ที่อยู่ในรูปผลคูณของสัญญาณอินพุตกับฟังก์ชันโคไซน์ และส่วนที่สองจะเป็นค่าจินตภาพ (Imaginary Part) อยู่ในรูปผลคูณของสัญญาณอินพุตกับฟังก์ชันไซน์ เขียนใหม่ได้ดังสมการที่ 2-4 ดังนี้

$$X(k) = X_R(k) + X_I(k) \qquad (2\text{-}4)$$

เมื่อกำหนดให้สัญญาณอินพุตเป็นฟังก์ชันหนึ่งหน่วยที่มีจำนวนแซมเปิ้ล N = 12 และมีแซมเปิ้ลที่ไม่เท่ากับศูนย์ 5 แซมเปิ้ลดังภาพที่ 2-6 ต่อไปนี้




**ภาพที่ 2-6** สัญญาณอินพุตแบบสี่เหลี่ยมหนึ่งหน่วย

เมื่อทำการแปลงสัญญาณอินพุตแบบสี่เหลี่ยมหนึ่งหน่วยด้วยดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม จากสมการ 2-3 เมื่อแทนค่าตำแหน่งแรก k = 0 จะได้ค่าในส่วนจิตภาพมีค่าเท่ากับศูนย์ในทุกค่าของ n จะเหลือเพียงค่าที่เป็นจำนวนจริงเท่านั้นและมีค่าเท่ากับ 1 ที่ค่าแซมเปิ้ล n – 0 ถึง n – 4 และค่าอื่นเป็นศูนย์ เพื่อให้ดูง่ายขึ้นเราสามารถแยกทั้งสองส่วนมาเขียนให้อยู่ในรูปแบบของเมตริก จะกำหนดได้ดังสมการที่ 2-5 สำหรับค่าจริงซึ่งมีลักษณะสมมาตร สมการที่ 2-6 สำหรับค่าจินตภาพซึ่งมีลักษณะตรงข้ามสมมาตรดังต่อไปนี้

$k = 0 \ldots 11 \qquad n = 0 \ldots 11$

$$\begin{bmatrix} X_R(0) \\ X_R(1) \\ X_R(2) \\ X_R(3) \\ X_R(4) \\ X_R(5) \\ X_R(6) \\ X_R(7) \\ X_R(8) \\ X_R(9) \\ X_R(10) \\ X_R(11) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.86 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & -0.5 & -1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0.86 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0.86 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0.5 & -0.5 & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & -0.5 & -1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.86 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}5)$$

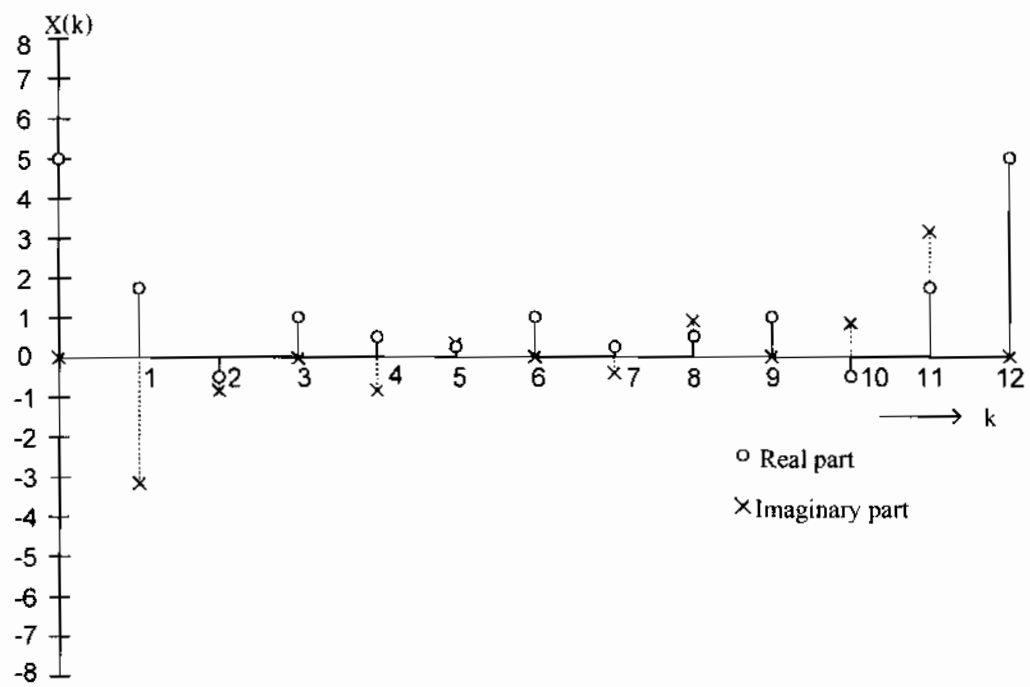
$k = 0 \ldots 11 \qquad n = 0 \ldots 11$

$$\begin{bmatrix} X_I(0) \\ X_I(1) \\ X_I(2) \\ X_I(3) \\ X_I(4) \\ X_I(5) \\ X_I(6) \\ X_I(7) \\ X_I(8) \\ X_I(9) \\ X_I(10) \\ X_I(11) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.86 & 1 & 0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.86 & 0.86 & 0 & -0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.86 & -0.86 & 0 & 0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & -0.86 & 1 & -0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.86 & -1 & 0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.86 & 0.86 & 0 & -0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.86 & -0.86 & 0 & 0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & -0.86 & -1 & -0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}6)$$

จากสมการที่ 2-5 เป็นส่วนของจำนวนจริงและสมการที่ 2-6 เป็นส่วนจินตภาพซึ่งเป็นผลของการแปลงสัญญาณในภาพที่ 2-6 ด้วยดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม เมื่อนำผลลัพธ์ในแต่ละส่วนรวมกันจะแสดงได้ดังตารางที่ 2-6 และเขียนเป็นกราฟได้ดังภาพที่ 2-7 ต่อไปนี้

**ตารางที่ 2-6** ตารางแสดงผลการแปลงดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์มของสัญญาณสี่เหลี่ยมหนึ่งหน่วย

| k | X(k) | k | X(k) |
|---|---|---|---|
| 0 | 5.00 | 7 | 0.14 - j 0.22 |
| 1 | 1.86 - j 3.22 | 8 | 0.50 - j 0.86 |
| 2 | -0.50 - j 0.86 | 9 | 1.00 |
| 3 | 1.00 | 10 | -0.50 + j 0.86 |
| 4 | 0.50 - j 0.86 | 11 | 1.86 + j 3.22 |
| 5 | 0.14 + j 0.22 | 12 | 5.00 |
| 6 | 1.00 | | |




**ภาพที่ 2-7** กราฟแสดงข้อมูลสัมประสิทธิ์การแปลงสัญญาณแบบสี่เหลี่ยมหนึ่งหน่วย ด้วยดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม

จากภาพที่ 2-7 จะเห็นได้ว่าค่าแอมพลิจูดค่าจริงจะมีค่าสูงสุดที่ค่าความถี่เท่ากับศูนย์ (k - 0) เรียกว่าค่าส่วนประกอบศูนย์ (Zero Component) และค่า k = 1 คือส่วนประกอบพื้นฐานของสัญญาณ (Fundamental Component) ซึ่งส่วนของค่าจริงจะมีลักษณะสมมาตร (Symmetry) และส่วนของค่าจิตภาพจะมีลักษณะตรงข้ามสมมาตร (Anti-symmetry) ดังแสดงในกราฟ จากสมการที่ 2-5 และสมการที่ 2-6 สามารถกำหนดเป็นสมการเอาต์พุตใหม่ที่ใช้เป็นฟังก์ชันพื้นฐาน โดยนำเอาค่าเอาต์พุตเวกเตอร์ที่ไม่ซ้ำกัน และไม่ใช่เวกเตอร์ที่มีค่าเป็นศูนย์ จะได้ดังสมการที่ 2-7 ต่อไปนี้

$$
\begin{array}{c}
k=0\ldots11 \\
\begin{bmatrix} X_R(0) \\ X_R(1) \\ X_I(1) \\ X_R(2) \\ X_I(2) \\ X_R(3) \\ X_I(3) \\ X_R(4) \\ X_I(4) \\ X_R(5) \\ X_I(5) \\ X_R(6) \end{bmatrix}
\end{array}
=
\begin{array}{c}
n=0\ldots11 \\
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0.86 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.5 & 0.86 & 1 & 0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0.5 & -0.5 & -1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.86 & 0.86 & 0 & -0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -0.5 & -0.5 & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.86 & -0.86 & 0 & 0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -0.86 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.5 & -0.86 & 1 & -0.86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
\qquad (2\text{-}7)
$$

เนื่องจากหลักการแปลงของฟูเรียร์ทรานสฟอร์มกับสัญญาณแล้วจะเป็นการสมมุติหรือพยายามกระทำให้สัญญาณข้อมูลอินพุตซ้ำกันเป็นคาบ ซึ่งอาจจะเกิดความผิดพลาดได้กับสัญญาณอินพุตที่เปลี่ยนแปลงแบบไม่เป็นคาบหรือมีการเปลี่ยนแปลงแบบชั่วขณะอย่างเช่นสัญญาณความผิดปกติในระบบไฟฟ้าที่เกิดจากสาเหตุต่างๆ เป็นต้น

2.2.2 ฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม (Fast Fourier transform or FFT) [9]

ฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มเป็นวิธีการคำนวณเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการคำนวณของดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์มซึ่งช่วยลดเวลาในการคำนวณลงได้ กำหนดได้ดังสมการต่อไปนี้

$$F(k) = \sum_{n\ 0}^{N-1} x_n \cdot e^{-j\frac{2pnk}{N}} \qquad (2\text{-}8)$$

เมื่อ N เป็นจำนวนคู่จากตัวอย่างของ DFT ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถแยกค่าของข้อมูลอินพุตในการคำนวณ โดยแบ่งค่าของข้อมูลอินพุตออกทีละสองกลุ่มดังนี้

$(x_0, x_2, x_4, \ldots\ldots x_{10})$ เป็นกลุ่ม b แทนด้วย $(b_0, b_1, b_2, \ldots\ldots b_5)$

$(x_1, x_3, x_5, \ldots\ldots x_{11})$ เป็นกลุ่ม c แทนด้วย $(c_0, c_1, c_3, \ldots\ldots c_5)$

เมื่อดำเนินการคำนวณ DFT แยกในแต่ละกลุ่ม สามารถทำได้ดังสมการต่อไปนี้

กลุ่ม b $$B_k = \sum_{p=0}^{N/2-1} b_p \cdot W^{-2kp} \qquad \text{เมื่อ} \quad b_p = x_{2p} \tag{2-9}$$

กลุ่ม c $$C_k = \sum_{p=0}^{N/2-1} c_p \cdot W^{-2kp} \qquad \text{เมื่อ} \quad c_p = x_{2p+1} \tag{2-10}$$

เมื่อ $k = 0, 1, 2, \ldots, N/2 - 1$ และ $W = e^{j2\pi k / N}$

เมื่อนำวิธีการคำนวณแบบ FFT ไปใช้ในการประมวลผลสัญญาณจะทำให้ลดเวลาในการคำนวณลงได้ จากเดิม DFT ใช้จำนวนครั้งในการคำนวณทั้งหมด $2N^2$ ครั้งของการกระทำการคูณดังที่กล่าวในหัวข้อที่ผ่านมา แต่ถ้าใช้ FFT จะใช้จำนวนครั้งเท่ากับ N(N+1) ครั้งถ้าค่า N = 12 จะได้อัตราส่วนของจำนวนครั้งในการคำนวณเท่ากับ 288 / 156 ซึ่งจะลดลงจากเดิม แต่ในส่วนของค่าข้อมูลเอาต์พุตที่ได้ยังคงเหมือนเดิม

2.2.3 ดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์ม (Discrte Cosine Transform ; DCT) [8]

ในการคำนวณโดยหลักการของดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มจะไม่มีการคำนวณในส่วนของค่าจำนวนเชิงซ้อน (Complex Number) หรือค่าจินตภาพ ซึ่งจะกระทำเพียงในส่วนของค่าจริงเท่านั้นในการทรานสฟอร์มสัญญาณในโดเมนความถี่ ต่างจาก DFT ที่ต้องทำการคำนวณทั้งสองส่วนในการแทนสัญญาณในโดเมนความถี่ แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$G_{\mu/2} = \frac{1}{2} K_\mu \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \cos\left[\frac{(2n+1)\mu\pi}{2N}\right] \tag{2-11}$$

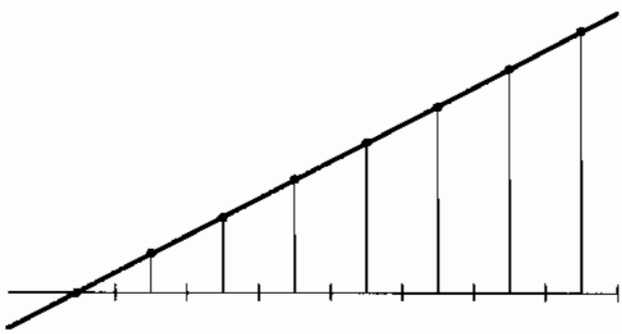
เมื่อ $\mu, n = 0, 1, 2, 3, \ldots, N-1$

$$K_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \qquad \text{เมื่อ} \quad \mu = 0$$

$$K_\mu = 1 \qquad \text{เมื่อ} \quad \mu \neq 0$$

จากสมการที่ 2-11 สมการของดรีสดรีทโคไซน์ทรานสฟอร์มจะเห็นว่าค่าของความถี่จะเปลี่ยนแปลงไปทีละครึ่งเท่า ถ้าสมมุติว่าเรามีข้อมูลอินพุตอยู่ N = 8 แซมเปิ้ลดังต่อไปนี้ และดังภาพที่ 2-8

$$x(n) = [\, x(0), (x(1), x(2), x(3), x(4), x(5), x(6), x(7)\,]$$
$$= [\, 0 \;,\; 36 \;,\; 72 \;,\; 108 \;,\; 144 \;,\; 180 \;,\; 216 \;,\; 252 \,]$$



**ภาพที่ 2-8** สัญญาณอินพุตแบบ Ramp

เพื่อความง่ายในการคำนวณเราสามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปของควอดแดรนท์ (Quadrant) ที่หนึ่งของฟังก์ชันโคไซน์ดังสมการที่ 2-12 และตารางที่ 2-7 เพื่อเป็นค่าหลักของการคำนวณทำการเปรียบเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์อื่นที่คำนวณได้โดยใช้หลักของวงกลมหนึ่งหน่วย

$$c_j = \cos(j\pi / 2N) \tag{2-12}$$

จากตัวอย่างนี้สมการที่ 2-12 ก็จะได้ดังสมการที่ 2-13 และจากสมการที่ 2-11 ของการคำนวณก็จะได้ดังสมการ 2-14 ดังนี้

$$c_j = \cos(j\pi / 16) \tag{2-13}$$

$$G_{\mu/2} = \frac{1}{2} K_\mu \sum_{n=0}^{7} x(n) \cdot \cos\left[\frac{(2n+1)\mu\pi}{16}\right] \tag{2-14}$$

**ตารางที่ 2-7** แสดงค่าสัมประสิทธิ์ $c_j$ ในครอดแดรนท์ที่ 1

| ตัวแปร | มุม (jπ/16) | | ค่า Cos (jπ/16) |
|---|---|---|---|
| | เรเดียน (Radians) | องศา (Degree) | |
| $c_0$ | 0 | 0 | 1 |
| $c_1$ | π/16 | 11.25 | 0.9808 |
| $c_2$ | 2π/16 | 22.50 | 0.9239 |
| $c_3$ | 3π/16 | 33.75 | 0.8315 |
| $c_4$ | 4π/16 | 45 | 0.7071 |
| $c_5$ | 5π/16 | 56.25 | 0.5556 |
| $c_6$ | 6π/16 | 67.50 | 0.3827 |
| $c_7$ | 7π/16 | 78.75 | 0.1951 |

จากตารางที่ 2-7 ค่าของมุมจะไม่เกิน 90 องศาถึงแม้ค่าอินพุต N จะมีแซมเปิ้ลก็ตาม เมื่อพิจารณาจากสมการที่ 2-14 และค่าในตารางที่ 2-7 ค่าในการคำนวณสามารถเขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\underset{\mu=0\ldots N-1}{\begin{bmatrix} G_0 \\ G_{1/2} \\ G_1 \\ G_{3/2} \\ G_2 \\ G_{5/2} \\ G_3 \\ G_{7/2} \end{bmatrix}} = \frac{1}{2} \underset{n=0\ldots N-1}{\begin{bmatrix} c_4 & c_4 & c_4 & c_4 & c_4 & c_4 & c_4 & c_4 \\ c_1 & c_3 & c_5 & c_7 & -c_7 & -c_5 & -c_3 & -c_1 \\ c_2 & c_6 & -c_6 & -c_2 & -c_2 & -c_6 & c_6 & c_2 \\ c_3 & -c_7 & -c_1 & -c_5 & c_5 & c_1 & c_7 & -c_3 \\ c_4 & -c_4 & -c_4 & c_4 & c_4 & -c_4 & -c_4 & c_4 \\ c_5 & -c_1 & c_7 & c_3 & -c_3 & -c_7 & c_1 & -c_5 \\ c_6 & -c_2 & c_2 & -c_6 & -c_6 & c_2 & -c_2 & c_6 \\ c_7 & -c_5 & c_3 & -c_1 & c_1 & -c_3 & c_5 & -c_7 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \\ x(4) \\ x(5) \\ x(6) \\ x(7) \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}15)$$

เมื่อแทนค่าในสมการที่ 2-15 หรือแทนค่าในสมการที่ 2-14 โดยตรงก็จะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ 2-16 ต่อไปนี้

$$\begin{matrix} \mu = 0...N\text{-}1 \\ \begin{bmatrix} G_0 \\ G_{1/2} \\ G_1 \\ G_{3/2} \\ G_2 \\ G_{5/2} \\ G_3 \\ G_{7/2} \end{bmatrix} \end{matrix} = \frac{1}{2} \begin{matrix} n = 1...N\text{-}1 \\ \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 & 0.7071 & 0.7071 & 0.7071 & 0.7071 & 0.7071 & 0.7071 \\ 0.9808 & 0.8315 & 0.5556 & 0.1951 & -0.1951 & -0.5556 & -0.8315 & -0.9808 \\ 0.9239 & 0.3827 & -0.3827 & -0.9239 & -0.9239 & -0.3827 & 0.3827 & 0.9239 \\ 0.8315 & -0.1951 & -0.9808 & -0.5556 & 0.5556 & 0.9808 & 0.1951 & -0.8315 \\ 0.7071 & -0.7071 & -0.7071 & 0.7071 & 0.7071 & -0.7071 & -0.7071 & 0.7071 \\ 0.5556 & -0.9808 & 0.1951 & 0.8315 & -0.8315 & -0.1951 & 0.9808 & -0.5556 \\ 0.3827 & -0.9239 & 0.9239 & -0.3827 & -0.3827 & 0.9239 & -0.9239 & 0.3827 \\ 0.1951 & -0.5556 & 0.8315 & -0.9808 & 0.9808 & -0.8315 & 0.5556 & -0.1951 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} n = 1...N\text{-}1 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 36 \\ 72 \\ 108 \\ 144 \\ 180 \\ 216 \\ 252 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2\text{-}16)$$

ค่าของสัมประสิทธิ์จากการคำนวณดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มของสัญญาณ Ramp ในภาพที่ 2-8 เทียบกับการใช้ดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์มดังแสดงในตารางที่ 2-8

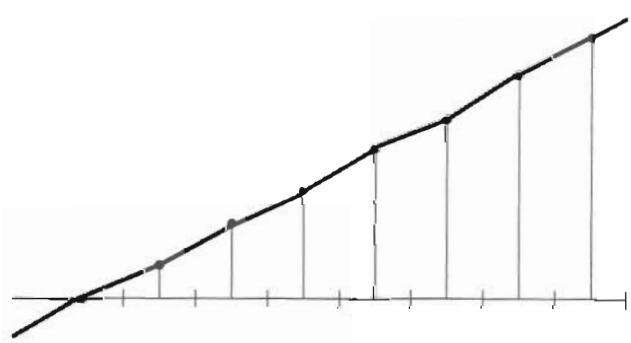
**ตารางที่ 2-8** ตารางแสดงค่าสัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์มสัญญาณ Ramp ด้วย DCT และ DFT

| สัญญาณ | สัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์ม | | สัญญาณ | สัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์ม | |
|---|---|---|---|---|---|
| x(n) | DCT | DFT | x(n) | DCT | DFT |
| 0 | 356.38 | 356.38 | 144 | 0.00 | -72.00 |
| 36 | -231.92 | -72.00 | 180 | -7.23 | -72.00 |
| 72 | 0.00 | -173.82 | 216 | 0.00 | -29.82 |
| 108 | -24.24 | -72.00 | 252 | -1.83 | -50.91 |

จากค่าสัมประสิทธิ์ในตารางที่ 2-8 ทำการคัดเลือกสัมประสิทธิ์ ให้เหลือเพียง 3 ค่าสูงสุดเท่านั้นแล้วค่าอื่นๆให้มีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งเป็นตัวอย่างของลักษณะการบีบอัดสัญญาณแล้วทำการแปลงกลับค่าสัมประสิทธิ์ที่ถูกคัดเลือกแล้วด้วยดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มเทียบกับดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์มจะได้ค่าสัมประสิทธิ์แปลงกลับดังในตารางที่ 2-9 และได้สัญญาณที่แปลงกลับดังแสดงในภาพที่ 2-9

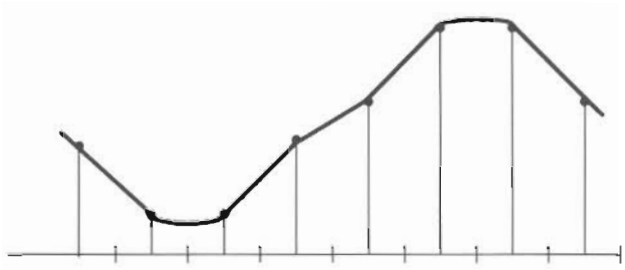
**ตารางที่ 2-9** ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์อินเวิร์สทรานสฟอร์มสัญญาณ Ramp ด้วย IDCT และ IDFT

| สัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์ม | | สัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์ม | | สัมประสิทธิ์อินเวิร์สทรานสฟอร์ม | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| DCT | DCT เมื่อคัดเลือกแล้ว | DFT | DFT เมื่อคัดเลือกแล้ว | สัญญาณ x(n) | IDCT | IDFT |
| 356.38 | 356.38 | 356.38 | 356.38 | 0 | 2.19 | 90.00 |
| -213.92 | -231.92 | -72.00 | -72.00 | 36 | 31.95 | 39.09 |
| 0.00 | 0.00 | -173.82 | -173.82 | 72 | 73.46 | 39.09 |
| -24.24 | -24.24 | -72.00 | 0.00 | 108 | 110.11 | 90.00 |
| 0.00 | 0.00 | -72.00 | 0.00 | 144 | 141.89 | 162.00 |
| -7.23 | 0.00 | -72.00 | 0.00 | 180 | 178.54 | 212.91 |
| 0.00 | 0.00 | -29.82 | 0.00 | 216 | 220.05 | 212.91 |
| -1.83 | 0.00 | -50.91 | 0.00 | 252 | 249.81 | 162.00 |



ก. สัญญาณ Ramp ที่ถูกทรานสฟอร์มกลับด้วย IDCT

**ภาพที่ 2-9** ลักษณะสัญญาณ Ramp ที่ถูกทรานสฟอร์มกลับด้วย IDCT และ IDFT



ข. สัญญาณ Ramp ที่ถูกทรานสฟอร์มกลับด้วย IDFT

**ภาพที่ 2-9 (ต่อ)**

จากตัวอย่างของการปรับค่าของสัมประสิทธิ์บางส่วนของดรีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มและดรีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์มให้มีค่าเป็นศูนย์ข้างต้น แล้วทำการทรานสฟอร์มกลับเพื่อสร้างสัญญาณเดิมกลับมา จะเห็นว่าดรีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มจะให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าเมื่อเทียบกับผลลัพธ์ของดรีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม ซึ่งจะเกิดความผิดเพี้ยนของสัญญาณไปจากเดิมมาก ดังนั้นดรีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มจึงสามารถแยกแยะค่าความถี่สูงและความถี่ต่ำของสัญญาณได้ดีกว่าดรีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม แต่อย่างไรก็ตามดรีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มยังมีข้อจำกัดอยู่ ถ้าหากว่าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาสั้นๆ จะทำให้เกิดความผิดเพี้ยนสูงขึ้นเช่นกัน

สรุป

จากการศึกษางานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น กล่าวได้ว่าการบีบอัดข้อมูลแบบไม่มีการสูญเสียข้อมูล (Lossless Compression) ซึ่งโดยทั่วไปแล้วจะใช้หลักการเข้ารหัสและถอดรหัสของข้อมูลอินพุตโดยตรงซึ่งข้อมูลไม่เกิดการผิดเพี้ยนเลย แต่มีข้อเสียคือมีอัตราการบีบอัดน้อย ส่วนวิธีการบีบอัดแบบมีการสูญเสียข้อมูล (Lossy Compression) จะให้อัตราการบีบอัดที่สูงมากประมาณหลาย 10 เท่าขึ้นไป ซึ่งโดยส่วนใหญ่จะใช้หลักการทรานสฟอร์มของข้อมูลเข้ามาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูล แต่วิธีการทรานสฟอร์มสัญญาณที่กล่าวมานั้นยังมีข้อจำกัดอยู่ในเรื่องของความสามารถในการแยกแยะสัญญาณที่มีความถี่สูงๆออกจากสัญญาณที่มีความถี่ต่ำ ทำให้เกิดความผิดเพี้ยนสูงในการสร้างกลับสัญญาณ

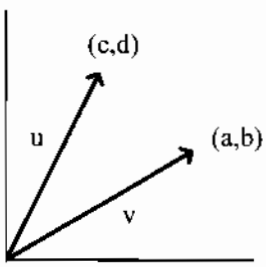
# บทที่ 3
# ทฤษฎีเวฟเลต

ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่จำเป็นในการทำความเข้าใจกระบวนการ และขั้นตอนที่สำคัญของงานวิจัยนี้ โดยบทนี้จะเน้นเรื่องเวฟเลต (Wavelet) และเวฟเลตทรานสฟอร์ม (Wavelet Transform) ซึ่งเป็นสิ่งที่จะเสนอของงานวิจัยนี้ เวฟเลตเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์และแยกแยะสัญญาณที่มีประสิทธิภาพสูง เพื่อช่วยแก้ไขปัญหาของเครื่องมือเดิมเช่น ดีสครีทฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม และดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มเป็นต้น เพราะมีความยืดหยุ่นสูง จึงเหมาะสมกับลักษณะของสัญญาณทุกแบบ โดยเฉพาะสัญญาณที่มีลักษณะไม่คงที่เช่นสัญญาณที่เกิดจากความผิดพร่องและสัญญาณที่เกิดจากการถูกรบกวนในระบบไฟฟ้ากำลังเป็นต้น โดยก่อนที่จะทำความเข้าใจหลักการเชิงทฤษฎีและประยุกต์ใช้งานจริงของเวฟเลตและเวฟเลตทรานสฟอร์ม จะขอกล่าวถึงพีชคณิตเชิงเส้น และหลักการวิเคราะห์ฟูเรียร์เบื้องต้นที่จำเป็นพอสังเขปดังต่อไปนี้

## 3.1 พีชคณิตเชิงเส้นเบื้องต้น [10]

### 3.1.1 ปริภูมิ (Space) และปริภูมิย่อย (Subspace)

ปริภูมิหมายถึง พื้นที่ว่างหรือเซตว่าง ที่ถูกแผ่กระจาย (Span) ไปทั่วด้วยสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่มีคุณสมบัติและเงื่อนไขเดียวกันอยู่ภายในปริภูมินั้นเรียกว่า สมาชิกของปริภูมิ ดังนั้นปริภูมิเวกเตอร์ (Vector Space) ก็จะเต็มไปด้วยสมาชิกที่เป็นเวกเตอร์แผ่กระจายอยู่ทั่วภายใน เช่น ปริภูมิเวกเตอร์ใน $R^n$ ก็คือเวกเตอร์จะเป็นจำนวนจริงและมีมิติเท่ากับ n มิติ ส่วนปริภูมิ $R^2$ ก็จะเป็นเวกเตอร์ที่มี 2 มิติ และมีค่าเป็นจำนวนจริงซึ่งเทียบได้กับจุดบนระนาบ x ,y ดังภาพที่ 3-1 ส่วนปริภูมิย่อยก็คือสับเซตของปริภูมิและต้องไม่เป็นเซตว่างด้วย




**ภาพที่ 3-1** เวกเตอร์ในปริภูมิ $R^2$

3.1.2 ผลคูณภายใน (Inner Product or Dot Product) [10]

เมื่อสมมุติให้ u และ v เป็นเวกเตอร์ในปริภูมิ $R^n$ จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$u = (u_1, u_2, \ldots, u_n) \qquad \text{และ} \qquad v = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$$

ผลคูณภายในจะเขียนแสดงได้ด้วยดังนี้

$$u.v = u_1.v_1 + u_2 v_2 + \ldots + u_n.v_n \tag{3-1}$$

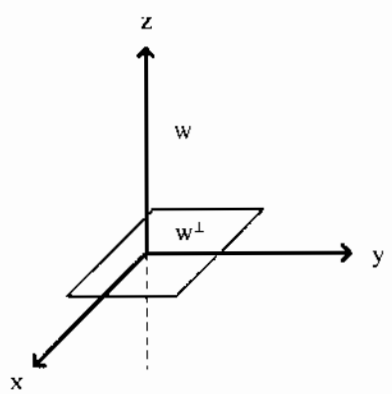
จากผลคูณภายในดังสมการที่3-1 จะเห็นว่าค่าของผลคูณภายในจะมีค่าเป็นสเกลาร์เท่านั้นที่ได้จากการคูณส่วนประกอบของเวกเตอร์ที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันแล้วนำผลลัพธ์มาบวกกันนั่นเอง จะกล่าวว่าเวกเตอร์ u และ v ตั้งฉากกัน (Orthogonal) หรือไม่นั้นสามารถพิสูจน์ได้โดยตรวจสอบจากผลคูณภายใน ถ้าผลคูณภายในของ u กับ v มีค่าเท่ากับศูนย์แสดงว่า u กับ v มีคุณสมบัติตั้งฉากหรือเชิงตั้งฉากกัน

3.1.3 การตั้งฉาก (Orthogonality) ในปริภูมิผลคูณภายใน [10]

ให้ V เป็นปริภูมิผลคูณภายในที่ถูกแผ่กระจายไปด้วยผลคูณภายในของสมาชิกเช่น u และ v เป็นเวกเตอร์ซึ่งเป็นสมาชิกของปริภูมิผลคูณภายใน V เขียนแทนได้ด้วย $\langle u, v \rangle \in V$ โดยที่ u และ v จะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อมีผลคูณภายในเป็นศูนย์ $\langle u, v \rangle = 0$ ดังนั้นถ้าสมมุติให้ W เป็นปริภูมิย่อยของ V ที่มีความสัมพันธ์ดังนี้ $V = W \oplus W^{\perp}$ หมายความว่าปริภูมิ V สามารถสร้างได้จากผลบวกแบบผลบวกเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Sum) ของ W และ $W^{\perp}$ และจะเห็นว่ามีเพียงรูปแบบเดียวเท่านั้นที่จะรวมกันเป็นปริภูมิ V ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สมมุติให้ V เป็นปริภูมิใน $R^3$ และให้ $W = \{ (0,0,c) : c \in R \}$

ดังนั้น $W^{\perp}$ คือระนาบ x-y นั่นคือ $W^{\perp} = \{ (a,b,0) : a, b \in R \}$




**ภาพที่ 3-2** เวกเตอร์เชิงตั้งฉากในปริภูมิเวกเตอร์ $R^3$

### 3.2 การวิเคราะห์ฟูเรียร์ (Fourier Analysis) [11]

แนวความคิดการวิเคราะห์ฟูเรียร์คือการกำหนดให้ฟังก์ชันใดๆให้อยู่ในปริภูมิ$L^2(0, 2\pi)$ เรียกว่า ปริภูมิของฟังก์ชันที่รวมกันแบบยกกำลังสองในช่วง 0 ถึง$2\pi$ (Space of $2\pi$ Periodic Squarc Integrable Function) เมื่อกำหนดให้ฟังก์ชันใดๆ คือฟังก์ชัน f จะถือว่าอยู่ในปริภูมิ $L^2(0, 2\pi)$ จะต้องมีคุณสมบัติเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการต่อไปนี้

$$\int_0^{2\pi} \left| f(x) \right|^2 dx < \infty \qquad (3\text{-}2)$$

จากเงื่อนไขข้างต้นหมายความว่าฟังก์ชันมีพลังงานจำกัด (Finite Energy) ในช่วง $(0, 2\pi)$ ซึ่งฟังก์ชันใดๆ ก็ตามที่ถูกกำหนดให้อยู่ในปริภูมิ $L^2(0, 2\pi)$ จะเสมือนว่ามีการขยายและเลื่อนแบบเป็นคาบ (Periodic) ตลอดช่วงจำนวนจริง (Real Line) เสมอ ดังนั้นจากแนวความคิดของการกำหนดฟังก์ชันให้อยู่ในปริภูมิ $L^2(0, 2\pi)$ สามารถกระทำได้ด้วยการคูณฟังก์ชันใดๆด้วยฟังก์ชัน $e^{ix}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันพื้นฐาน (Basis Function) ของการวิเคราะห์ฟูเรียร์ และเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ได้ในหลายๆย่านความถี่จึงมีการขยาย (Dilation) ฟังก์ชันพื้นฐานด้วยตัวแปร n ดังนี้

$$e^{inx} = \cos nx + i \sin nx \qquad (3\text{-}3)$$

จากสมการที่ 3-3 ถ้า n มีค่ามากจะได้ค่าความถี่สูง (High Frequency) ถ้า n มีค่าน้อยจะได้ค่าความถี่ต่ำ (Low Frequency) เมื่อนำไปวิเคราะห์สัญญาณก็จะอยู่ในรูปของสมการดังต่อไปนี้

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) . e^{-inx} \, dx \qquad (3\text{-}4)$$

จากสมการที่ 3-4 เรียกว่าสมการฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม ซึ่งผลลัพธ์จะเป็นค่าสัมประสิทธิ์ฟูเรียร์ (Fourier Coefficient) ซึ่งเป็นข้อมูลที่ให้รายละเอียดหรือแอมพลิจูดของความถี่แต่ละค่าเรียกว่าโดเมนความถี่ (Frequency Domain) และในทางตรงกันข้ามเมื่อเราต้องการรวมสัญญาณหรือฟังก์ชันให้กลับมาเป็นสัญญาณเดิมจะใช้สมการของอนุกรมของฟูเรียร์ (Fourier Series) ดังสมการที่ 3-5 ต่อไปนี้

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n . e^{inx} \qquad (3\text{-}5)$$

จากสมการอนุกรมฟูเรียร์เป็นผลคูณของสัมประสิทธิ์ฟูเรียร์ $c_n$ กับฟังก์ชัน $e^{inx}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันพื้นฐานในแต่ละความถี่ที่มีลักษณะเป็นเชิงตั้งฉากกัน อนุกรมฟูเรียร์จะมีการลู่เข้า

(Convergence) ในปริภูมิ $L^2(0, 2\pi)$ หมายความว่าผลคูณของค่าสัมประสิทธิ์ฟูเรียร์กับฟังก์ชันพื้นฐานจะมีค่ากลับมาเป็นฟังก์ชันเดิมหรือเข้าใกล้ค่าเดิมได้เมื่อมีการรวมกันแบบไม่จำกัด โดยใช้ตัวแปร n ซึ่งเป็นตัวแปรของความถี่มีค่าเข้าใกล้สู่ค่าอนันต์แสดงได้ตามเงื่อนไขดังสมการที่ 3-6 ต่อไปนี้

$$\lim_{M,N\to\infty} \int_0^{2\pi} \left| f(x) - \sum_{n=-M}^{N} c_n . e^{inx} \right|^2 dx = 0 \qquad (3\text{-}6)$$

จากการวิเคราะห์ฟูเรียร์ที่กล่าวมาจะมีลักษณะสำคัญคือ ฟังก์ชันใดๆจะถูกกระจายให้อยู่ในรูปของส่วนประกอบเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Component) ที่รวมกันแบบไม่จำกัด (Infinitely) นั่นก็แสดงว่าฟังก์ชันพื้นฐานของอนุกรมฟูเรียร์มีคุณสมบัติตั้งฉากหรือเชิงตั้งฉากกันในทุกๆค่าความถี่ที่ต่างกัน กล่าวคือฟังก์ชันไซน์จะตั้งฉากกับฟังก์ชันโคไซน์ในทุกๆความถี่ และตั้งฉากกันในแต่ละค่าความถี่ของฟังก์ชันนั้นเองด้วย สามารถแสดงความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์ของการตั้งฉากกันในส่วนประกอบของอนุกรมฟูเรียร์ซึ่งอาจจะเป็นจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อนได้โดยใช้คุณสมบัติของผลคูณภายในดังนี้

กำหนดให้ $g_n(x) = c_n . e^{inx}$ เป็นอนุกรมฟูเรียร์แล้ว

$$\langle g_m . g_n \rangle^* = 0 \quad , \text{ for all } \quad m \neq n \qquad (3\text{-}7)$$

หรือ

$$\langle g_m . g_n \rangle^* = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g_m(x) . \overline{g_n(x)} \, dx \qquad (3\text{-}8)$$

จากสมการที่ 3-7 แสดงให้เห็นว่าฟังก์ชันที่ตั้งฉากกันจะมีค่าผลคูณภายในเท่ากับศูนย์ และในสมการที่ 3-8 เช่นเดียวกันเป็นการหาค่าผลคูณภายในของฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการวิเคราะห์ฟูเรียร์เป็นการกระจายสัญญาณหรือฟังก์ชันใดๆให้อยู่ในรูปส่วนประกอบของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์หลายๆความถี่ที่มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากกันนั่นเอง

### 3.3 เวฟเลต ( Wavelet ) [11, 12, 13, 14, 15]

เวฟเลตเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ชนิดหนึ่งที่ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อแก้ไขปัญหาของเครื่องมือเดิมที่ผ่านมาดังที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยที่เวฟเลตมีคุณสมบัติที่เป็นวินโดว์ฟังก์ชันที่สามารถปรับขนาดให้เหมาะสมกับลักษณะของสัญญาณในแต่ละช่วงของสัญญาณได้โดยอัตโนมัติ ดังนั้น

เวฟเลตจึงมีความยืดหยุ่นสูงในการวิเคราะห์และแยกแยะสัญญาณออกเป็นส่วนๆ ในแต่ละความถี่ที่ต่างๆกันดังจะกล่าวรายละเอียดและเนื้อหาต่อไป โดยแบ่งออกเป็นหัวข้อย่อยดังนี้

3.3.1 การวิเคราะห์เวฟเลต (Wavelet Analysis) [11]

การวิเคราะห์เวฟเลตเป็นการแยกส่วนประกอบหรือกระจายฟังก์ชันหรือสัญญาณให้อยู่ในรูปแบบของการเลื่อนตำแหน่งและการกำหนดขนาดของสัญญาณที่เป็นฟังก์ชันพื้นฐาน โดยแนวความคิดของการวิเคราะห์เวฟเลต จะพิจารณาฟังก์ชันใดๆให้อยู่ในปริภูมิ $L^2(R)$ เรียกว่า ปริภูมิของฟังก์ชันที่รวมกันแบบยกกำลังสองตลอดช่วงจำนวนจริง (Space of Square Integrable Function) ซึ่งฟังก์ชันใดจะอยู่ในปริภูมิ $L^2(R)$ จะต้องมีคุณสมบัติเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการต่อไปนี้

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| f(x) \right|^2 dx < \infty \qquad (3\text{-}9)$$

จากเงื่อนไขในสมการที่3-9 แสดงว่าฟังก์ชันใดๆที่จะถือได้ว่าอยู่ในปริภูมิ $L^2(R)$ ฟังก์ชันนั้นจะต้องมีคุณสมบัติลดลง (Decay) เป็นศูนย์เมื่อเข้าสู่ค่าอนันต์ $\pm\infty$ เป็นอย่างน้อยจึงจะสอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือฟังก์ชันมีค่าพลังงานจำกัดในช่วงจำนวนจริงนั่นเอง แต่วัตถุประสงค์ที่แท้จริงแล้วเราต้องการให้ฟังก์ชันที่อยู่ในปริภูมิของ $L^2(R)$ มีค่าลดลงสู่ศูนย์อย่างรวดเร็ว (Very Fast Decay) นั่นก็คือจะทำให้ฟังก์ชันหรือสัญญาณดังกล่าวมีขนาดเล็ก (Small Wave) นั่นเอง ดังนั้นจึงมีการสร้างฟังก์ชันที่เรียกว่าเวฟเลต (Wavelet Function) ขึ้นมา โดยใช้สัญลักษณ์ $\psi$ แทนฟังก์ชันเวฟเลตหรือเรียกอีกอย่างว่าเวฟเลตแม่ (Mother Wavelet) ขึ้นมาเพื่อแทนฟังก์ชันหรือสัญญาณให้อยู่ในปริภูมิ $L^2(R)$ ซึ่งจะแตกต่างจากการวิเคราะห์ฟูเรียร์ที่ได้กล่าวมาแล้วดังนี้คือการวิเคราะห์ฟูเรียร์จะกำหนดให้ฟังก์ชันอยู่ในปริภูมิ $L^2(0,2\pi)$ โดยมี $e^{ix}$ เป็นฟังก์ชันพื้นฐานเพื่อสร้างปริภูมิที่สมบูรณ์ (Entire Space) ขึ้นมาแทนฟังก์ชันใดๆ ส่วนการวิเคราะห์เวฟเลตจะกำหนดให้ฟังก์ชันอยู่ในปริภูมิ $L^2(R)$ โดยมี $\psi$ (Mother Wavelet) เป็นฟังก์ชันพื้นฐาน เพื่อสร้างปริภูมิที่สมบูรณ์ขึ้นมาแทนฟังก์ชันใดๆ

แต่ถ้า $\psi$ ลดลงเร็วเกินไป จะทำให้ไม่สามารถครอบคลุมตลอดช่วงของสัญญาณเมื่อนำไปแทนสัญญาณใดๆ ดังนั้นจึงแก้ไขได้โดยการเลื่อนตำแหน่ง (Shift) ฟังก์ชัน $\psi$ ดังนี้

$$\psi(x-b) \quad , \quad b \in R \qquad (3\text{-}10)$$

กำหนดให้ตัวแปร $b$ คือตัวแปรของการเลื่อนตำแหน่ง (Translation Parameter) และเพื่อให้เวฟเลตสามารถวิเคราะห์ได้หลายๆความถี่เช่นเดียวกับการวิเคราะห์ฟูเรียร์ จะใช้การกำหนดขนาด

(Dilation) ของเวฟเลตแม่เข้ามาช่วย ดังนั้นจะได้สมการในรูปของการเลื่อนตำแหน่งและการกำหนดขนาดของเวฟเลตพื้นฐานหรือเวฟเลตแม่ดังสมการที่ 3-11 ต่อไปนี้

$$\psi\frac{x-b}{a} \quad , \quad b \in R \tag{3-11}$$

กำหนดให้ตัวแปร $a$ คือตัวแปรในการกำหนดขนาด (Dilation Parameter) และสามารถกำหนดได้ในเทอมทั่วไปดังสมการที่ 3-12 [12] ต่อไปนี้

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi^{*}\frac{(x-b)}{a} \tag{3-12}$$

เมื่อ $1/\sqrt{|a|}$ คือการทำให้ฟังก์ชันมีค่าเป็นปกติ (Normalized Function) เพื่อให้ฟังก์ชันมีพลังงานคงที่ทุกช่วงของตัวแปร $a$ และ $b$ ส่วนเครื่องหมาย * แสดงว่าเวฟเลตฟังก์ชันสามารถเป็นได้ทั้งจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อนก็ได้ ซึ่งเราสามารถสร้างปริภูมิที่สมบูรณ์ของ $L^2(R)$ ด้วยการกำหนดขนาดและการเลื่อนตำแหน่ง (Dilation and Translation) ของเวฟเลตแม่ $\psi$ โดยคุณสมบัติของฟังก์ชันเวฟเลตแม่ที่จะสร้างขึ้นโดยทั่วไปอย่างน้อยต้องมีคุณสมบัติดังนี้ [12]

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi(x)\,dx = 0 \tag{3-13}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left|\psi(x)\right|^2\,dx < \infty \tag{3-14}$$

สมการที่ 3-13 คือฟังก์ชันเวฟเลตจะต้องมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์หรือมีพื้นที่เหนือแกนและใต้แกนนอนต้องมีค่าเท่ากัน และในสมการที่ 3-14 ก็คือฟังก์ชันเวฟเลตต้องมีพลังงานจำกัดซึ่งก็สอดคล้องกับเงื่อนไขที่ว่ามีค่าลดลงเป็นศูนย์หรือลดลงเป็นศูนย์อย่างรวดเร็วนั่นเอง เพื่อสามารถนำไปแทนฟังก์ชันให้อยู่ในปริภูมิ $L^2(R)$ ได้

3.3.2 เวฟเลตทรานสฟอร์ม (Wavelet Transform) [11, 12, 13, 14]

เวฟเลตทรานฟอร์มเป็นการแปลงสัญญาณให้อยู่ในโดเมนของเวลาและการกำหนดขนาด (Time – Scale Domain) ซึ่งผลของการทรานสฟอร์มจะได้สัมประสิทธิ์เวฟเลต (Wavelet Coefficient) สมการที่ใช้ในการทรานสฟอร์มเวฟเลตก็จะอยู่ในรูปของฟังก์ชันพื้นฐานที่เป็นเวฟเลตแม่ในรูปแบบของการเลื่อนตำแหน่งและกำหนดขนาดดังในสมการที่ 3-12 กระทำกับฟังก์ชันของสัญญาณที่ต้องการทรานสฟอร์มดังสมการที่ 3-15 เรียกว่าสมการอินทิกรัลเวฟเลตทรานสฟอร์ม (Integral Wavelet Transform) จะทำให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์ของเวฟเลต (Wavelet Coefficient)

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x).\ \frac{1}{\sqrt{|a|}}.\ \psi^{*}\frac{(x-b)}{a}\ \ dx \qquad (3\text{-}15)$$

โดยการทรานสฟอร์มของเวฟเลตจะแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะซึ่งขึ้นอยู่กับการกำหนดค่าของตัวแปร $a$ และ ตัวแปร $b$ ดังต่อไปนี้

3.3.2.1 การทรานสฟอร์มเวฟเลตแบบต่อเนื่อง (Continuous Wavelet Transform)

เมื่อกำหนดให้ตัวแปร $a \in R^{+}$ และตัวแปร $b \in R$ ในสมการที่ 3-15 เรียกว่าสมการการทรานสฟอร์มเวฟเลตแบบต่อเนื่อง ซึ่งก็จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของเวฟเลตแบบต่อเนื่อง และสามารถเขียนในรูปอย่างง่ายได้ดังนี้

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ .\ \psi^{*}_{a,b}\ \ dx \qquad (3\text{-}16)$$

การทรานสฟอร์มเวฟเลตแบบต่อเนื่องมีข้อเสียตรงที่ว่าจะต้องใช้เวลามากในการคำนวณ เนื่องจากตัวแปรของการกำหนดขนาดและการเลื่อนตำแหน่งมีการเปลี่ยนแปลงตามค่าของจำนวนจริงหรือจำนวนเต็มใดๆ ทำให้ต้องใช้เวลามากในการคำนวณเพราะข้อมูลมากเกินไป ซึ่งในบางครั้งเราอาจไม่จำเป็นต้องทราบถึงลักษณะของข้อมูลสัมประสิทธิ์ที่มีความต่อเนื่องและละเอียดทุกจุดขนาดนั้น และประสิทธิภาพฮาร์ดแวร์ของตัวประมวลผลต้องสูงด้วยจึงทำให้มีค่าใช้จ่ายเพิ่มสูงด้วย [11]

3.3.2.2 การทรานสฟอร์มเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Wavelet Transform)

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นของการทรานสฟอร์มเวฟเลตแบบต่อเนื่องในเรื่องของความไม่สะดวก ความสิ้นเปลืองทางด้านฮาร์ดแวร์ และการแทนข้อมูลที่เกินความจำเป็น จึงมีการกำหนดให้ตัวแปร $a = 1 / 2^{j}$ เรียกว่าการกำหนดสเกลแบบฐานสอง (Binary Dilation) และให้ตัวแปร $b = k / 2^{j}$ เรียกว่าการเลื่อนตำแหน่งแบบยาคิก (Dyadic Translation) แทนการกำหนดตัวแปรในรูปแบบเดิมซึ่งก็น่าจะเพียงพอแล้วในการแทนสัญญาณ ดังนั้นเมื่อแทนค่าในสมการที่ 3-12 ก็จะได้ดังสมการที่ 3-17 ต่อไปนี้

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2}\ \psi(2^{j}x - k) \qquad (3\text{-}17)$$

จากสมการที่ 3-17 เมื่อกำหนดให้ $j, k \in Z$ เป็นสมการฟังก์ชันเวฟเลตไม่ต่อเนื่องหรืออดิสครีทเวฟเลตฟังก์ชันในลักษณะแบบที่ 1 สามารถกำหนดได้ในอีกลักษณะหนึ่งคือให้ $a = 2^{j}$ และ $b = k2^{j}$ จะได้สมการของฟังก์ชันเวฟเลตไม่ต่อเนื่องอีกแบบดังสมการที่ 3-18 [15]

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2}\,\psi(2^{-j}x - k) \qquad (3\text{-}18)$$

จากสมการดิสครีทเวฟเลตฟังก์ชันข้างต้นทั้งสองแบบที่กล่าวมาเมื่อนำไปใช้งานจะได้ผลลัพธ์ของการประมวลผลเหมือนกันในท้ายที่สุดที่แต่ที่นิยมใช้กันจะเป็นแบบที่ 1 ซึ่งงานวิจัยนี้ก็จะยึดแบบที่ 1 เป็นหลัก การใช้ดีสครีทเวฟเลตฟังก์ชันก็เพียงพอแล้วที่จะแทนสัญญาณหรือฟังก์ชันใดๆในปริภูมิ $L^2$ (R) และเป็นที่นิยมนำมาใช้งานจริงเนื่องจากว่าลดเวลาในการคำนวณ ช่วยประหยัดเวลา และลดค่าใช้จ่ายลงได้ สามารถเขียนได้ในรูปของอนุกรมเวฟเลต (Wavelet Series) ดังสมการต่อไปนี้

$$f(x) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(x) \qquad (3\text{-}19)$$

จากสมการที่ 3-19 สมการของอนุกรมเวฟเลตเป็นการแยกส่วนประกอบของสัญญาณให้อยู่ในรูปของการเลื่อนตำแหน่งและการกำหนดขนาดของเวฟเลตแม่ จะเห็นว่ามีตัวแปรอยู่สองตัวคือตัวแปร j และ k และนำตัวแปรทั้งสองตัวนี้ในการหาค่าของสัมประสิทธิ์เวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่องโดยใช้วิธีผลคูณภายในดังสมการที่ 3-20 หรือสมการที่ 3-21 ดังต่อไปนี้

$$c_{j,k} = \langle\, f(x) \cdot \psi_{j,k}(x) \,\rangle \qquad (3\text{-}20)$$

หรือ

$$c_{j,k} = W\left\langle \frac{k}{2^j} \cdot \frac{1}{2^j} \right\rangle \qquad (3\text{-}21)$$

เมื่อกำหนดให้ $U_j$ คือปริภูมิปิดที่มีขอบเขตจำกัดที่ถูกแผ่กระจายด้วยฟังก์ชันเวฟเลตในลักษณะของการเลื่อนตำแหน่งต่างๆ สามารถเขียนแทนได้ดังนี้

$$U_j = \operatorname{clos}_{L^2(R)} \langle\, \psi_{j,k}(x) \;;\; k \in Z \,\rangle \qquad (3\text{-}22)$$

ถ้าสมมุติว่า $U_j$ เป็นปริภูมิใหญ่สุดที่จะนำไปแทนสัญญาณในปริภูมิ $L^2$(R) แล้ว สามารถกระจายสัญญาณออกเป็นส่วนๆในรูปของผลรวม (Sum) ของปริภูมิย่อยฟังก์ชันเวฟเลตแต่ละสเกลได้ดังนี้

$$L^2(R) = \sum_{j \in Z} U_j = \ldots + U_{-1} + U_0 + U_1 + \ldots \qquad (3\text{-}23)$$

จากสมการ 3-23 จะทำให้การกระจายสัญญาณหรือฟังก์ชันได้หลายแบบหรือหลายคำตอบ ซึ่งจะทำให้การคำนวณมีความยุ่งยากมาก ดังนั้นจึงมีการสร้างฟังก์ชันเวฟเลตที่มีคุณสมบัติพิเศษคือ คุณสมบัติเชิงตั้งฉาก ซึ่งเวฟเลตเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Wavelet) จะทำให้การคำนวณมีความง่าย สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ในรูปผลรวมเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Sum) ของปริภูมิย่อยของเวฟเลตได้ดังในสมการที่ 3-24

$$L^2(R) = \bigoplus_{j \in Z} U_j = \ldots \oplus U_{-1} \oplus U_0 \oplus U_1 \oplus \ldots \qquad (3\text{-}24)$$

จากความสัมพันธ์ในสมการที่ 3-24 ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ที่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวหรือรูปแบบเดียวเท่านั้น (Unique Decomposition) ซึ่งจะทำให้การคำนวณมีความง่าย สามารถกระทำได้โดยวิธีผลคูณภายใน เวฟเลตเชิงตั้งฉากจะมีสมาชิกภายในเซต $\{\psi_{j,k}\}$ ซึ่งเกิดจากการเลื่อนตำแหน่งและการกำหนดขนาดมีลักษณะสอดคล้องดังนี้

$$\langle \psi_{j,k}(x) \ , \ \psi_{i,m}(x) \rangle = 0 \ , \ j \neq i \ \text{และ} \ j,k,i,m \in Z \qquad (3\text{-}25)$$

จากสมการ 3-25 แสดงว่าฟังก์ชันเวฟเลตมีสมาชิกแต่ละตัวที่เกิดจากการเลื่อนตำแหน่งและการกำหนดขนาดของฟังก์ชันเวฟเลตพื้นฐานมีลักษณะเชิงตั้งฉากกัน

3.3.2.3 อินเวิร์สเวฟเลตทรานสฟอร์ม (Inverse Wavelet Transform)

อินเวิร์สเวฟเลตทรานสฟอร์มเป็นการสร้างฟังก์ชันหรือสัญญาณกลับมาดังเดิม จากค่าของสัมประสิทธิ์ที่อยู่ในโดเมนของเวฟเลตทรานสฟอร์มหรือโดเมนของเวลากับสเกล โดยลักษณะการอินเวิร์สเวฟเลตทรานสฟอร์มก็จะแบ่งออกเป็นสองลักษณะเช่นเดียวกับการทรานสฟอร์มแบบต่อเนื่องและแบบไม่ต่อเนื่อง โดยแบบต่อเนื่องจะมีลักษณะและเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} \, d\omega \quad ; \quad 0 < C < \infty \qquad (3\text{-}26)$$

จากสมการที่ 3-26 เป็นเงื่อนไขที่เพียงพอ (Sufficient Condition) ของเวฟเลตพื้นฐาน ซึ่งจะได้ค่าคงที่เป็นไปตามเงื่อนไข

$$f(x) = \frac{1}{C} \int_{a=-\infty}^{\infty} \int_{b=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|a|^2} W(a,b) \cdot \psi_{a,b}(x) \quad da \cdot db \qquad (3\text{-}27)$$

สมการที่ 3-27 คืออินเวิร์สเวฟเลตทรานสฟอร์มแบบต่อเนื่อง ได้จากการแทนค่ากลับของสมการเวฟเลตทรานสฟอร์มแบบต่อเนื่องดังในสมการที่ 3-16 ส่วนอินเวิร์สเวฟเลตทรานสฟอร์มแบบดีสครีทก็สามารถกระทำได้ตามสมการที่ 3-28 ดังต่อไปนี้

$$f(x) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} \langle f(x) , \psi_{j,k}(x) \rangle \, \tilde{\psi}_{j,k}(x) \qquad (3\text{-}28)$$

$$= \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} \langle f(x) , \tilde{\psi}_{j,k}(x) \rangle \, \psi_{j,k}(x)$$

จากสมการที่ 3-28 จะเห็นว่าการทรานสฟอร์มกลับสามารถทำได้โดยการแทนค่าจากสมการที่ 3-20 หรือ 3-21 และจะมีความง่ายมากขึ้นถ้าหากเวฟเลตมีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก ซึ่งสามารถทำการคำนวณได้ด้วยผลคูณภายในดังที่ได้กล่าวมาแล้ว และผลที่ตามมาจะได้ $\psi = \tilde{\psi}$ ถ้า $\psi$ เป็นเวฟเลตเชิงตั้งฉากและ $\tilde{\psi}$ เรียกว่าเวฟเลตฐานคู่เสมอกัน (Dual – wavelet) ส่วนในรายละเอียดต่างๆของเวฟเลตฐานคู่เสมอกันสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จากเอกสารอ้างอิงท้ายเล่ม

3.3.3 การวิเคราะห์แบบหลายความละเอียด (Multi-Resolution Analysis ; MRA) [12 , 13 ,14]

เพื่อให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นผลของการเปลี่ยนแปลงสเกล (Scale) ในการแทนเวฟเลตด้านคณิตศาสตร์(Mathematics) และการนำไปใช้งานจริง (Practical ) ของเวฟเลตทรานสฟอร์มให้มากยิ่งขึ้น จะใช้แนวความคิด (Concept) ของการวิเคราะห์แบบหลายความละเอียด (Multi-Resolution Analysis) โดยจะเรียกง่ายๆว่า MRA เพื่อกำหนดการเปลี่ยนสเกลและการเลื่อนตำแหน่งตามแกนของเวฟเลตพื้นฐาน โดยแนวความคิดของ MRA จะเริ่มต้นด้วยการกำหนดฟังก์ชันขึ้นมาใหม่เรียกว่าสเกลลิ่งฟังก์ชัน (Scaling Function) แทนด้วยสัญลักษณ์ $\phi$ แล้วจึงกำหนด $\psi$ ในเทอมของ $\phi$ โดยคุณสมบัติของ $\phi$ จะต้องมีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากเพราะมีความจำเป็นในการกระทำ MRA ซึ่งสเกลลิ่งฟังก์ชัน $\phi$ มีคุณสมบัติพอสรุปได้ตามสมการต่อไปนี้

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \, dt = 1 \qquad (3\text{-}29)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \phi(t) \right|^2 dt = 1 \qquad (3\text{-}30)$$

$$\langle \phi(t) , \phi(t-n) \rangle = 0 \quad \text{if} \quad n \neq 0 \qquad (3\text{-}31)$$

จากคุณสมบัติทั้ง 3 ประการข้างต้นในการสร้างสเกลลิ่งฟังก์ชันขึ้นมา เมื่อสมมุติตัวแปรอิสระเป็นเวลา และสเกลลิ่งฟังก์ชันถูกทำให้อยู่ในสภาวะปกติ (Normalization) แล้ว สเกลลิ่งฟังก์ชันที่สร้างขึ้นต้องมีค่าผลรวมแบบอินทิเกรตเท่ากับ 1 ดังสมการที่ 3-29 มีพลังงานเท่ากับ 1ในสมการที่ 3-30 และมีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากในการเลื่อนตำแหน่งของฟังก์ชันพื้นฐานดังสมการ 3-31 ดังนั้นเมื่อทำการสร้างสเกลลิ่งฟังก์ชันขึ้นมาที่มีคุณสมบัติข้างต้นแล้ว จะกำหนดเซตของสเกลลิ่งฟังก์ชันในเทอมของการเลื่อนตำแหน่งเช่นเดียวกันกับกำหนดในเวฟเลตแบบดีสครีทที่ผ่านมาได้ดังนี้

$$\phi(t) = \phi(t-k) \; ; \quad k \in Z \quad \text{และ} \quad \phi \in L^2(R) \tag{3-32}$$

ให้ $V_0$ เป็นปริภูมิย่อยวงปิดของ $L^2(R)$ แทนสัญญาณใดๆเช่นเดียวกับในสมการ 3-22 ซึ่งถูกแผ่กระจายด้วยสเกลลิ่งฟังก์ชันที่มีการเลื่อนตำแหน่ง และจากสมการที่ 3-32 สามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$V_0 = \overline{span_k \{ \phi_k(t) \}} \tag{3-33}$$

เราสามารถเพิ่มขนาดของปริภูมิโดยการกำหนดสเกลเพิ่มเข้าไปในสมการที่ 3-33 จะได้ดังนี้

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \tag{3-34}$$

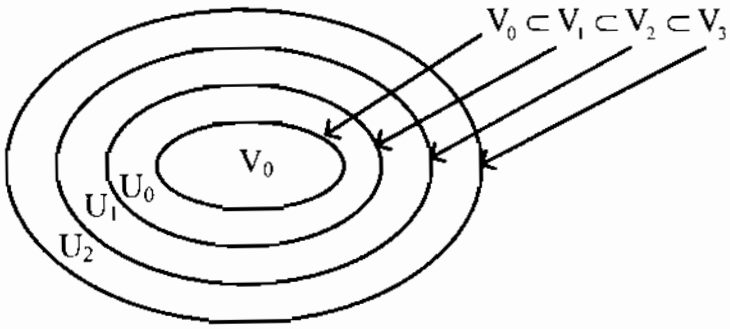
หรือ

$$V_j = \overline{span_k \{ \phi_k(2^j t) \}} \tag{3-35}$$

ดังนั้นการวิเคราะห์แบบ MRA ปริภูมิของสัญญาณ (Signal Space) จะถูกแทนด้วยผลรวมของปริภูมิที่แผ่กระจายด้วยสเกลลิ่งฟังชัน $\phi_{j,k}(t)$ และปริภูมิที่แผ่กระจายด้วยเวฟเลตฟังก์ชัน $\psi_{j,k}(t)$ สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$L^2(R) = V_0 \oplus U_0 \oplus U_1 \oplus \ldots \tag{3-36}$$

กำหนดให้ $V_0$ เป็นปริภูมิย่อยอ้างอิง (Reference Subspace) ซึ่งเป็นปริภูมิย่อยของปริภูมิสัญญาณถูกแผ่กระจายด้วยเซต $\phi_{j,k}(t)$ ที่สเกล $j = 0$ มีความละเอียดของสัญญาณต่ำสุด ส่วนปริภูมิ $U_j$ เป็นปริภูมิย่อยของสัญญาณที่ถูกแผ่กระจายด้วยเซต $\psi_{j,k}(t)$ สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้เมื่อสมมุติให้ $V_3$ เป็นปริภูมิที่แทนสัญญาณเดิมทั้งหมด จะแยกออกเป็นปริภูมิย่อยดังภาพที่ 3-3




**ภาพที่ 3-3** ความสัมพันธ์การแทนสัญญาณด้วยปริภูมิของเวฟเลตและสเกลลิ่งฟังก์ชัน

จากภาพที่ 3-3 จะเห็นว่าปริภูมิ $U_j$ เป็นผลต่างของปริภูมิ $V_1$ หรือ $V_{j-1} = V_j + U_j$ ดังนั้น $V_1 = V_0 + U_0$ เป็นต้น สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ในรูปอนุกรมได้ดังสมการต่อไปนี้

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c(k) \cdot \phi_k(t) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_j(k) \cdot \psi_{j,k}(t) \qquad (3\text{-}37)$$

สมการที่ 3-37 เรียกว่าอนุกรมในเทอมของสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต เมื่อผลรวมในเทอมแรกแทนส่วนที่ให้รายละเอียดของสัญญาณหยาบสุด (Low Resolution or Coarse Approximation) หรือเทียบได้กับปริภูมิอ้างอิงนั่นเอง เป็นส่วนของความถี่ต่ำในปริภูมิเล็กสุดของสัญญาณ f(t) ส่วนผลรวมในเทอมที่สองแทนส่วนที่ให้รายละเอียดของสัญญาณในส่วนที่ละเอียดกว่า (Higher or Finer Resolution or Detail Resolution) จะแทนในส่วนของความถี่สูงซึ่งสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ได้ดังต่อไปนี้ [2]

$$c(k) = c_0(k) = \langle f(t), \phi_k(t) \rangle = \int f(k), \phi_k(t)\, dt \qquad (3\text{-}38)$$

$$d_j(k) = d(j,k) = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = \int f(t), \psi_{j,k}(t)\, dt \qquad (3\text{-}39)$$

จากสมการที่ 3-38 และ 3-39 เป็นการหาค่าสัมประสิทธิ์ด้วยวิธีผลคูณภายใน ในกรณีที่วิเคราะห์ด้วย MRA เนื่องจากสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลตฟังก์ชันมีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก และจะทำให้มีความง่ายในการคำนวณสัมประสิทธิ์และผลลัพธ์ก็จะมีคำตอบเดียวนั่นเอง

3.3.4 เวฟเลตและฟิลเตอร์แบงก์ (Wavelet and Filter Bank) [12, 13, 14]

ในงานด้านประมวลผลสัญญาณดิจิตอล (Digital Signal Processing) โดยทั่วไปเราจะไม่ใช้สเกลลิ่งฟังก์ชัน $\phi$ และเวฟเลตฟังก์ชัน $\psi$ นำมาใช้งานโดยตรง แต่จะใช้สัมประสิทธิ์ของสเกลลิ่ง (Scaling Coefficient)ในที่นี้กำหนดให้เป็น ($h_0$) และสัมประสิทธิ์ของเวฟเลต(Wavelet Coefficient)

กำหนดให้เป็น ($h_1$) นำมาใช้แทน ซึ่งสัมประสิทธิ์ของสเกลลิ่งได้จากความสัมพันธ์ในสมการไดเลชั่น (Dilation Equation) เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ของสเกลลิ่งฟังก์ชัน $\phi$ ในสเกลต่ำกว่าหรือปริภูมิต่ำกว่าให้อยู่ในรูปสเกลสูงกว่าหรือปริภูมิสูงกว่าดังสมการที่ 3-40 ส่วนสัมประสิทธิ์ของเวฟเลตได้จากสมการเวฟเลต (Wavelet Equation) เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ของเวฟเลตฟังก์ชัน $\psi$ ในรูปของสเกลลิ่งฟังก์ชัน $\phi$ ในสเกลที่สูงกว่าหรือปริภูมิสูงกว่า ดังในสมการที่ 3-41

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{n} h_0(n) \cdot \phi(2t - n) \qquad (3\text{-}40)$$

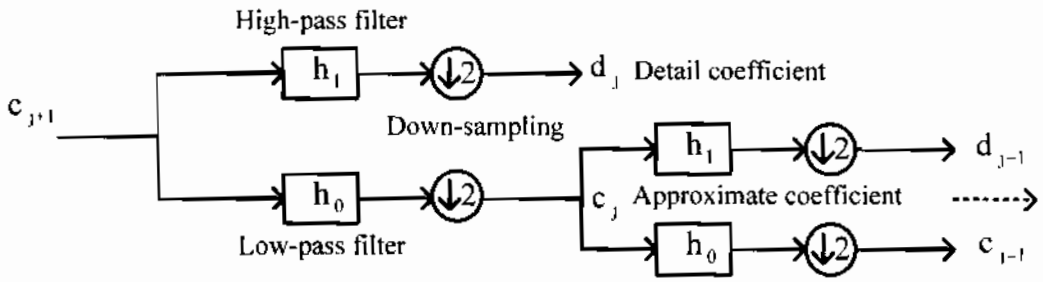
$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n} h_1(n) \quad \phi(2t - n) \qquad (3\text{-}41)$$

หากต้องการทราบถึงรูปร่างลักษณะของสเกลลิ่งฟังก์ชัน $\phi$ และเวฟเลตฟังก์ชัน $\psi$ ที่สร้างขึ้นหรือต้องการนำไปใช้งานอื่นๆ ก็สามารถทำได้โดยการแทนค่าสัมประสิทธิ์ทั้งสองลงในสมการไดเลชั่นและสมการเวฟเลตตามลำดับ แล้วทำการประมาณค่า (Approximation) โดยใช้วิธีการทางเชิงตัวเลข (Numerical Method) เช่นวิธีการเกี่ยวกับการกระทำซ้ำ (Iteration) ก็จะได้รูปร่างลักษณะของสเกลลิ่งฟังก์ชัน และเวฟเลตฟังก์ชันตามลำดับ

โดยเมื่อนำค่าสัมประสิทธิ์ทั้งสองมาใช้ในการประมวลผลหรือการใช้งานแล้ว จะใช้หลักการของดิจิตอลฟิลเตอร์หรือฟิลเตอร์แบงก์มาแทนในระบบของเวฟเลตและสเกลลิ่ง แบ่งได้เป็นสองคือการวิเคราะห์สัญญาณ และการสังเคราะห์สัญญาณโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.3.4.1 การวิเคราะห์สัญญาณ (Signal Analysis)

เป็นการแยกสัญญาณ (Decomposition of Signal) จากสเกลที่มีส่วนประกอบของสัญญาณที่มีรายละเอียดสูงกว่า (Fine Scale) เป็นปริภูมิของสัญญาณที่สูงกว่า ไปสู่สเกลที่มีส่วนประกอบของสัญญาณที่ให้รายละเอียดน้อยกว่าหรือหยาบกว่า (Coarse Scale) ก็คือปริภูมิย่อยของสัญญาณ สามารถดูจากภาพที่ 3-3 ประกอบ ในที่นี้สัญญาณจะถูกแยกออกเป็นสองส่วนเพราะเป็นการวิเคราะห์แบบตัวกรองสัญญาณสองแถบความถี่ (Two-Band Filter) แบ่งออกเป็นส่วนกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low – Pass Filter) แทนด้วยชุดสัมประสิทธิ์ของสเกลลิ่งฟังก์ชัน ($h_0$) และส่วนกรองความถี่สูงผ่าน (High – Pass Filter) แทนด้วยชุดสัมประสิทธิ์ของเวฟเลตฟังก์ชัน ($h_1$) ดังแสดงในภาพที่ 3-4




**ภาพที่ 3-4** กระบวนการวิเคราะห์ฟิลเตอร์แบบสองแถบความถี่

จากภาพที่ 3-4 เมื่อแซมเปิ้ลของสัญญาณผ่านตัวกรองแต่ละตัวจะทำให้ค่าแซมเปิ้ลหรือค่าสัมประสิทธิ์มากขึ้นประมาณสองเท่า ซึ่งจะทำให้ข้อมูลเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ และอาจทำให้เกิดการล้นของข้อมูลได้ ดังนั้นจึงต้องมีกระบวนการลดค่าสัมประสิทธิ์ (Down - Sampling) ซึ่งการประมวลผลวิเคราะห์สัญญาณด้วยกระบวนการของฟิลเตอร์และการลดค่าสัมประสิทธิ์นี้เรียกว่า Decomposition Mallat's Algorithm [14] และเรียกฟิลเตอร์ว่า Decomposition Filter

เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนประมวลผลสัญญาณด้วยเวฟเลตฟิลเตอร์แบงก์ดังในภาพที่ 3-4 กับสมการคำนวณทางคณิตศาสตร์ สามารถหาได้โดยใช้หลักการของ MRA โดยเริ่มจาก Dilation Equation ดังสมการที่ 3-40 โดยทำการเลื่อนตำแหน่งด้วยตัวแปร k และทำการสเกลด้วยตัวแปร $2^j$ ก็จะได้ตัวแปร $t = 2^j t - k$ แทนลงใน Dilation Equation จะได้ดังนี้

$$\phi(2^j t - k) = \sqrt{2} \sum_n h_0(n) \cdot \phi(2(2^j t - k) - n) \qquad (3\text{-}42)$$

$$= \sqrt{2} \sum_n h_0(n) \cdot \phi(2^{j+1} t - 2k - n)$$

เมื่อให้ $m - 2k + n$ และจะได้ $n = m - 2k$ แทนในสมการก็จะได้

$$\phi(2^j t - k) = \sqrt{2} \sum_m h_0(m - 2k) \cdot \phi(2^{j+1} t - m) \qquad (3\text{-}43)$$

ปริภูมิของฟังก์ชันหรือสัญญาณเมื่อแทนในสเกลต่ำกว่า จะได้ส่วนของเวฟเลต และสเกลลิ่งฟังก์ชันดังนี้

$$f(t) = \sum_k c_j(k) \cdot 2^{j/2} \cdot \phi(2^j t - k) + \sum_k d_j(k) \cdot 2^{j/2} \cdot \psi(2^j t - k) \qquad (3\text{-}44)$$

ถ้า $\phi_{j,k}(t)$ และ $\psi_{j,k}(t)$ มีสมาชิกแต่ละตัวเป็นเชิงตั้งฉาก Orthogonal กันค่าของสัมประสิทธิ์ก็สามารถหาได้โดยง่ายด้วยผลคูณภายใน ( Inner Product ) ดังนี้

$$c_j(k) = \langle f(t) , \psi_{j,k}(t) \rangle = \int f(t) . 2^{j/2} . \phi(2^j t - k) \, dt \qquad (3\text{-}45)$$

เมื่อนำสมการที่ 3-43 มาแทนในสมการที่ 3-45 จะได้ดังสมการที่ 3-46 ดังนี้

$$c_j(k) = \sum_m h_0(m - 2k) \int f(t) . 2^{(j+1)/2} . \phi(2^{j+1} t - m) \, dt \qquad (3\text{-}46)$$

จากสมการที่ 3-46 ก็จะได้สมการที่ 3-47 ดังนี้

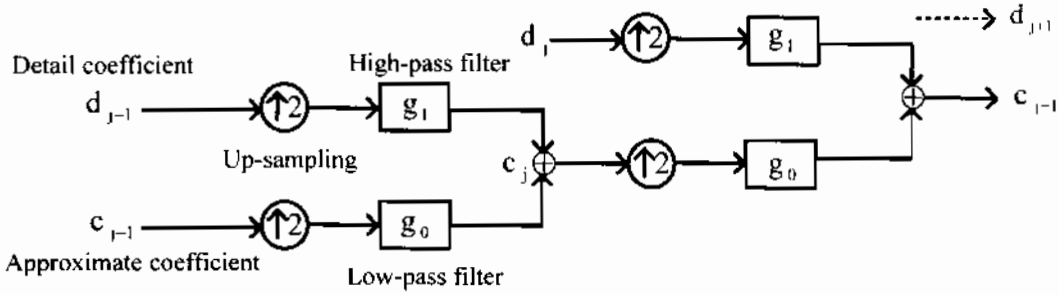
$$c_j(k) = \sum_m h_0(m - 2k) . c_{j+1}(m) \qquad (3\text{-}47)$$

จากสมการที่ 3-47 เป็นสมการคำนวณสัมประสิทธิ์ในส่วนกรองความถี่ต่ำผ่านหรือสัมประสิทธิ์คล้าย (Approximate Coefficient) ในทำนองเดียวกันก็จะได้สัมประสิทธิ์ในส่วนของกรองความถี่สูงผ่านหรือสัมประสิทธิ์ปลีกย่อย (Detail Coefficient) ดังสมการที่ 3-48 เมื่อนำสมการทั้งสองไปทำการคำนวณก็จะได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับกระบวนการในภาพที่ 3-4

$$d_j(k) = \sum_m h_1(m - 2k) . c_{j-1}(m) \qquad (3\text{-}48)$$

3.3.4.2 การสังเคราะห์สัญญาณ (Signal Synthesis)

เป็นการรวมสัญญาณให้กลับมาเป็นสัญญาณเดิม (Reconstruction of Signal) โดยเริ่มรวมสัญญาณจากสเกลที่ให้รายละเอียดหยาบสุดไปสู่สเกลที่ให้รายละเอียดมากขึ้น โดยจะกระทำในทางตรงข้ามกับการวิเคราะห์ดังภาพที่ 3-5 ซึ่งก่อนที่จะผ่านตัวฟิลเตอร์จะต้องมีการเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ (Up-Sampling) ก่อน โดยตัวฟิลเตอร์ที่ใช้ในกระบวนการนี้เรียกว่า Reconstruction Filter ที่มีคุณสมบัติในการนำสัญญาณกลับมาได้อย่างสมบูรณ์ดังเดิม โดยกระบวนการ Up-Sampling และฟิลเตอร์นี้เรียกว่า Reconstruction Mallat's Algorithm [14]




**ภาพที่ 3-5** กระบวนการสังเคราะห์ฟิลเตอร์แบบสองแถบความถี่

จากกระบวนการฟิลเตอร์ในภาพที่ 3-5 สัมประสิทธิ์ที่นำมาใช้ในกระบวนการฟิลเตอร์สามารถหาได้ดังนี้

$$c_{j+1}(k) = \sum_{m} c_j(m) \cdot h_0(k - 2m) + \sum_{m} d_j(m) \cdot h_1(k - 2m) \qquad (3\text{-}49)$$

3.3.5 ตัวอย่างสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลตแบบเชิงตั้งฉาก [12] , [14]

โดยทั่วไปเราจะหาค่าของสเกลลิ่งฟังก์ชันโดยเริ่มจากการหาสัมประสิทธิ์ของสเกลลิ่งฟังก์ชันก่อนแล้วค่อยทำการประมาณค่าเพื่อหาสเกลลิ่งฟังก์ชันจากสมการของ Dilation Equation ดังในสมการที่ 3-40 และมีเงื่อนไขในการออกแบบหาค่าสัมประสิทธิ์ของสเกลลิ่งฟังก์ชันดังต่อไปนี้

$$\sum_{n} h(n) = \sqrt{2} \qquad (3\text{-}50)$$

$$\sum_{n} h(n)\, h(n-2k) = \delta(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } k = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (3\text{-}51)$$

จากสมการที่ 3-50 เป็นเงื่อนไขที่เพียงพอ (Sufficient Condition) เพื่อช่วยให้เกิดการลดลงอย่างรวดเร็วของฟังก์ชันที่สร้างขึ้นนั่นเองและเรียกอีกอย่างว่ามี Compact Support ในช่วงแคบๆ คุณสมบัตินี้จะช่วยในการวิเคราะห์สัญญาณในช่วงเวลาแคบๆได้ดี ส่วนสาเหตุที่ใช้ $\sqrt{2}$ เนื่องมาจากว่าเป็นลักษณะของการฟิลเตอร์แบบสองแถบความถี่ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ส่วนสมการที่ 3-51 เป็นเงื่อนไขในการกำหนดความเป็นเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันหรือสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน โดยจากสมการจะเห็นว่าผลคูณของสัมประสิทธิ์แต่ละตัวจะมีค่าเป็นศูนย์เนื่องจากมีความเป็นเชิงตั้งฉากกันนั่นเองซึ่งสอดคล้องกับการเลื่อนตำแหน่งของฟังก์ชันพื้นฐาน และผลรวมของสัมประสิทธิ์แต่ละ

ตัวที่ยกกำลังสองจะมีค่าเป็นหนึ่ง เนื่องจากการกระทำให้อยู่ในรูปแบบปกติและเรียกว่าเชิงตั้งฉากปกติ (Orthonormal) จากเงื่อนไขสมการ 3-51 ในกรณีที่ค่า k มีค่าเท่ากับศูนย์จะเขียนใหม่ได้ดังสมการ 3-52 ต่อไปนี้

$$\sum_{n} \left| h(n) \right|^{2} = 1 \qquad (3\text{-}52)$$

จากเงื่อนไขที่กล่าวมาข้างต้นจะสอดคล้องกับเวฟเลตตระกูล Daubechies และ Haar ซึ่งเป็นเวฟเลตที่มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากปกติและมีคุณสมบัติ Compact Support ด้วย ดังแสดงตัวอย่างของ Haar เวฟเลตต่อไปนี้

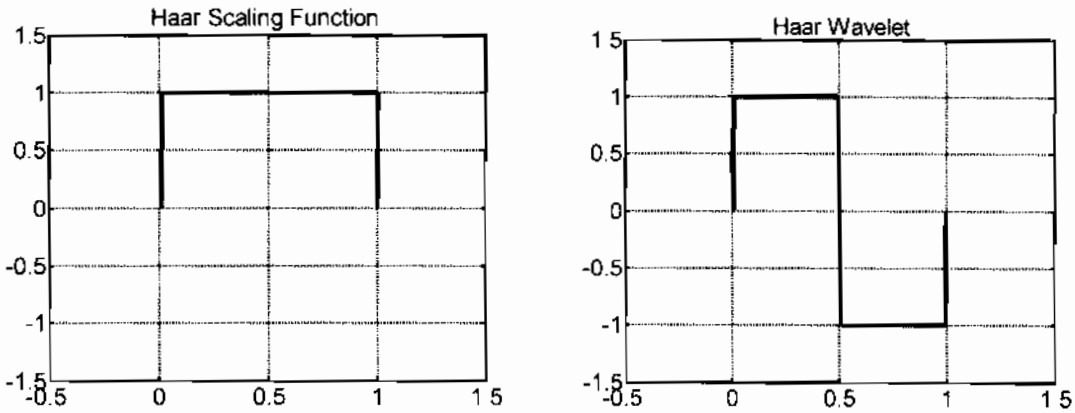
$$h(0) + h(1) = \sqrt{2} \qquad (3\text{-}53)$$

$$h^{2}(0) + h^{2}(1) = 1 \qquad (3\text{-}54)$$

จากสมการที่ 3-53 ตรงกับเงื่อนไขในสมการที่ 3-50 และสมการที่ 3-54 ตรงกับเงื่อนไขในสมการที่3-51 หรือสมการที่ 3-52 ดังนั้นจะได้สัมประสิทธิ์ที่มีความเป็นเอกลักษณ์ได้ดังนี้

$$\{ h(0), h(1) \} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} , \frac{1}{\sqrt{2}} \right\} \qquad (3\text{-}55)$$

จากสมการที่ 3-55 เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของ Haar สเกลลิ่งฟังก์ชัน โดยสัมประสิทธิ์ที่ได้นี้เรียกว่าสัมประสิทธิ์ความถี่ต่ำผ่านในการสร้างกลับ (Reconstruction Low – Pass Filter Coefficient) ดังในภาพที่ 3-5 ซึ่งจะแทนในส่วนของสเกลลิ่งฟังก์ชันและก็จะได้ส่วนของสัมประสิทธิ์ความถี่สูงผ่านในการสร้างกลับ (Reconstruction High – Pass Filter Coefficient) จะแทนด้วยส่วนเวฟเลตทำได้โดยการรีเวิร์สในส่วนของสัมประสิทธิ์ความถี่ต่ำผ่านแล้วทำการคูณด้วยเครื่องหมายลบในส่วนของสัมประสิทธิ์ลำดับคู่หรือลำดับคี่อย่างใดอย่างหนึ่ง โดยในตัวอย่างนี้จะใช้ลำดับคี่ ผลลัพธ์จะได้ดังนี้ $(1/\sqrt{2}\ ,\ -1/\sqrt{2})$ ดังนั้นเราก็สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ในส่วนของความถี่ต่ำผ่านการกระจาย (Decomposition Low – Pass Filter Coefficient) และสัมประสิทธิ์ความถี่สูงผ่านการกระจาย (Decomposition High – Pass Filter Coefficient) ก็สามารถทำได้โดยการรีเวิร์สค่าในส่วนแรกผลลัพธ์จะได้ $(1/\sqrt{2}\ ,\ 1/\sqrt{2})$ และ $(-1/\sqrt{2}\ ,\ 1/\sqrt{2})$ ตามลำดับ รูปร่างของ Haar สเกลลิ่งฟังก์ชันและ Haar เวฟเลตในส่วนของ Reconstruction แสดงดังภาพที่ 3-6




**ภาพที่ 3-6** รูปร่างลักษณะของ Haar สเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต

จากตัวอย่างข้างต้นของ Haar เป็นระบบของเวฟเลตที่ง่ายที่สุดซึ่งมีคุณสมบัติเหมือน Daubechies จึงเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า Daubechies ที่มีแซมเปิ้ลของสัมประสิทธิ์สองตัวหรือ D2 ส่วน Daubechies ที่มีจำนวนของสัมประสิทธิ์ที่มากกว่านี้เช่น D4 , D6 ,D8, . . . , DN เป็นต้นก็สามารถหาได้โดยเงื่อนไขเดียวกันแต่ก็จะมีความยุ่งยากมากขึ้นในการแยกแฟกเตอร์ โดยค่าของจำนวนสัมประสิทธิ์ที่มากขึ้นจะมีผลในเรื่องของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน (Regularity) ซึ่งถ้าฟังก์ชันมีจำนวนค่าของสัมประสิทธิ์มากขึ้นก็จะทำให้มีความต่อเนื่องมากขึ้น เป็นผลดีในเรื่องของการแทนสัญญาณในส่วนคล้ายได้ดีขึ้น แต่จะทำให้ความสามารถในเรื่องของการวิเคราะห์ช่วงเวลาแคบๆ ลดลง ดังจะแสดงตัวอย่างการหาค่าสัมประสิทธิ์ของ Daubechies ที่มีจำนวนสัมประสิทธิ์ 4 ตัว ดังต่อไปนี้

$$h(0) + h(1) + h(2) + h(3) = \sqrt{2} \qquad (3\text{-}56)$$

$$h^2(0) + h^2(1) + h^2(2) + h^2(3) = 1 \qquad (3\text{-}57)$$

$$h(0)\,h(2) + h(1)\,h(3) = 0 \qquad (3\text{-}58)$$

ให้ตัวแปรเป็นมุม $\alpha$ ดังนั้นความสัมพันธ์ในสมการที่ 3-56 และสมการที่ 3-57 หรือสมการที่ 3-58 จะเป็นจริงได้สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
h(0) &= (1 - \cos\alpha + \sin\alpha) / 2\sqrt{2} \\
h(1) &= (1 + \cos\alpha + \sin\alpha) / 2\sqrt{2} \\
h(2) &= (1 + \cos\alpha - \sin\alpha) / 2\sqrt{2} \\
h(3) &= (1 - \cos\alpha - \sin\alpha) / 2\sqrt{2}
\end{aligned}
\qquad (3\text{-}59)
$$

เมื่อให้ $\alpha = \pi / 3$ แทนค่าในสมการที่ 3-59 จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ Daubechies ดังนี้

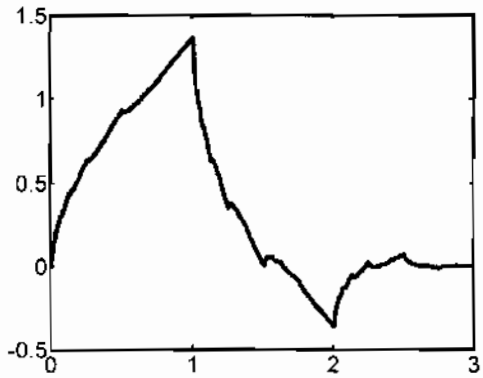
$$
h_{D4} = \left\{ \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \frac{3-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \right\} \qquad (3\text{-}60)
$$

จากสมการที่ 3-60 เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของ Daubechies จำนวน 4 แซมเปิ้ลที่เป็นค่ามาตรฐานที่นำไปใช้งานกัน สัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้ในส่วนนี้ก็คือ สัมประสิทธิ์ความถี่ต่ำผ่านในการสร้างกลับ และสามารถหาค่าของสัมประสิทธิ์ในอีก 3 ส่วนได้ด้วยความสัมพันธ์ดังที่กล่าวมาแล้วในส่วนของ Haar ข้างต้น

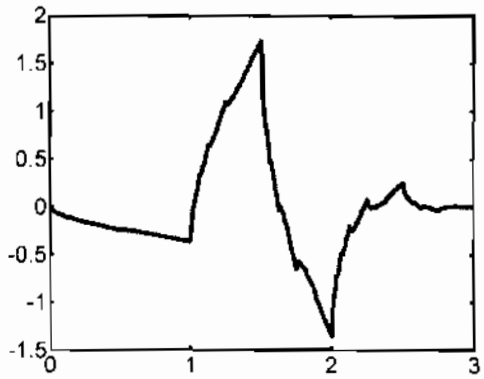
จากตัวอย่างของวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์ข้างต้นที่กล่าวมาเป็นวิธีการโดยทั่วไป ซึ่งค่าของสัมประสิทธิ์ที่ได้อาจมีค่าที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับค่ามุม $\alpha$ ที่กำหนด โดยในตัวอย่างของ $\alpha = \pi / 3$ เป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ตรงกับค่ามาตรฐานของ Daubechies ที่นำเสนอ ซึ่งในส่วนของ Daubechies เองชื่อเต็มของเธอก็คือ Ingrid Daubechics ได้เสนอแนวทางในการหาค่าสัมประสิทธิ์โดยใช้สมการดังต่อไปนี้ [12 , 14]

$$
P(y) = \sum_{k=0}^{K-1} \binom{K-1+k}{k} y^k + y^k R\left(\frac{1}{2} - y\right) \qquad (3\text{-}61)
$$

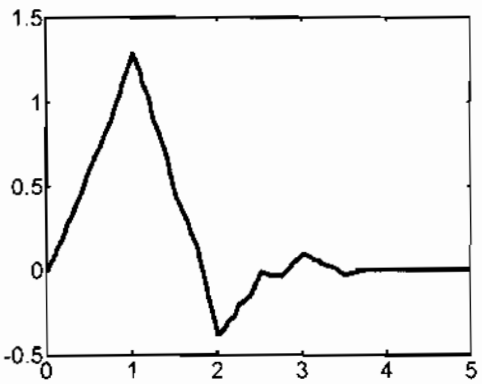
จากสมการที่ 3-61 เป็นวิธีการของ Daubechies ที่ใช้ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ของเวฟเลตและสเกลลิ่งฟังก์ชันในตะกูลของ Daubechies ส่วนรายละเอียดในการคำนวณหาค่าสามารถดูเพิ่มเติมได้ดังในอ้างอิงท้ายเล่ม รูปร่างลักษณะของสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลตสามารถกระทำได้ด้วยการประมาณค่า โดยใช้สมการที่ 3-40 และสมการที่ 3-41 ด้วยการแทนค่าสัมประสิทธิ์ในสมการทั้งสองดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น แสดงรูปร่างดังภาพที่ 3-7



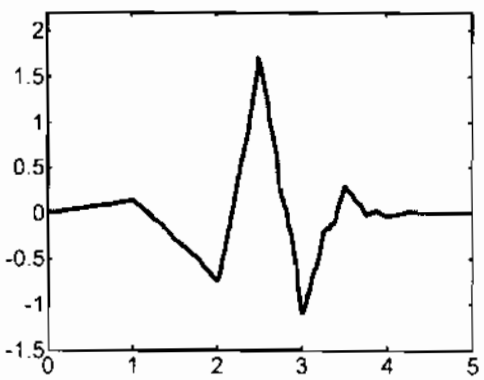

Daubechies 4 Scaling Function



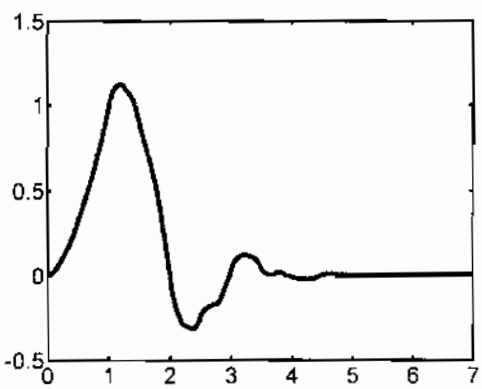

Daubechies 4 Wavelet



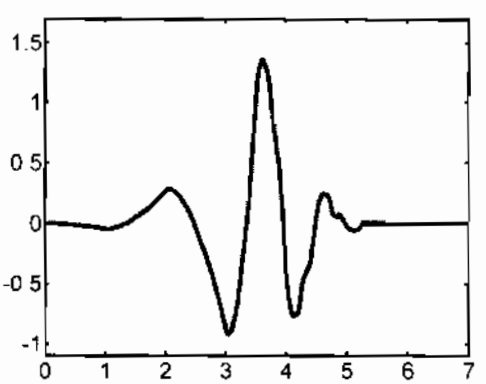

Daubechies 6 Scaling Function




Daubechies 6 Wavelet

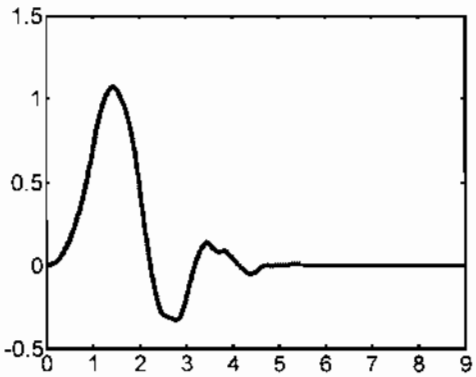



Daubechies 8 Scaling Function

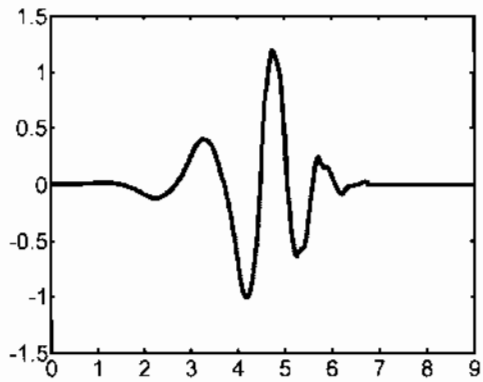



Daubechies 8 Wavelet

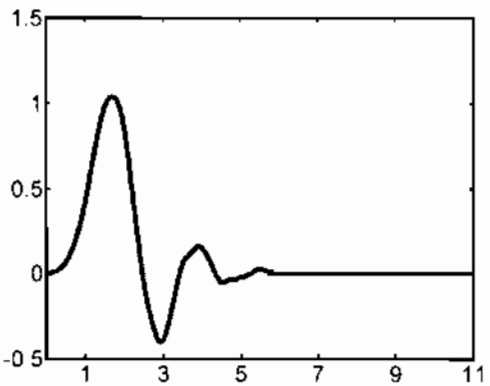
**ภาพที่ 3-7** รูปร่างของ Daubechies สเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต N = 4 , 6, 8, 10 และ 12 แซมเปิ้ล



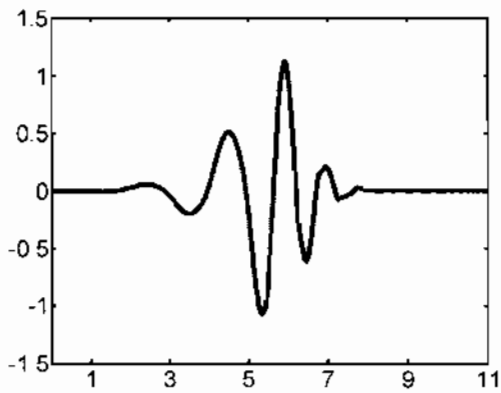

Daubechies 10 Scaling Function




Daubechies 10 Wavelet




Daubechies 12 Scaling Function




Daubechies 12 Wavelet

**ภาพที่ 3-7 (ต่อ)**

จากภาพที่ 3-7 ลักษณะ Daubechies สเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลตที่มีจำนวนสัมประสิทธิ์ 4 แซมเปิ้ล , 6 แซมเปิ้ล , 8 แซมเปิ้ล , 10 แซมเปิ้ล และ 12 แซมเปิ้ล จะเห็นว่าเมื่อฟังก์ชันทั้งสองยิ่งมีจำนวนแซมเปิ้ลมากขึ้น จะทำให้ฟังก์ชันมีความเรียบมากขึ้น ซึ่งเป็นคุณสมบัติในการแทนสัญญาณได้ดีในส่วนของความถี่ต่ำ แต่ความสามารถในการตรวจจับสัญญาณในช่วงสั้นๆจะลดลงตามไปด้วยเช่นกัน

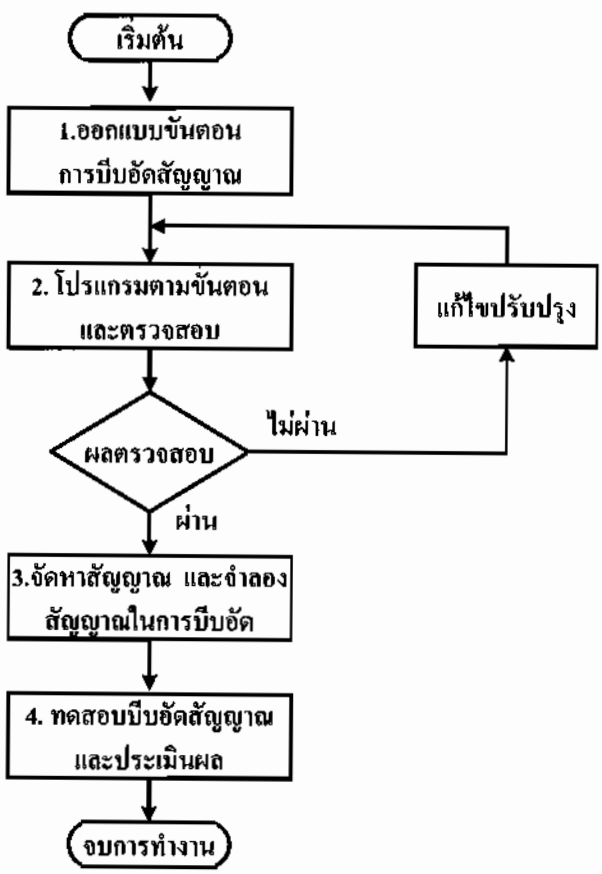
สรุป

เวฟเลตทรานสฟอร์มเป็นการกระจายสัญญาณ (Breaking up Signal) ในรูปของการเลื่อนตำแหน่ง (Shift ) และกำหนดขนาด (Scale) ของสัญญาณพื้นฐาน (Original Wavelet) หรือเวฟเลตแม่ (Mother Wavelet) ให้อยู่ในโดเมนเวลาและสเกล (Time – Scale Domain) แทนที่จะกำหนดในโดเมนของเวลาและความถี่ (Time – Frequency Domain) เพื่อให้เวฟเลตทรานสฟอร์มสามารถ

ปรับเปลี่ยนขนาดของหน้าต่างได้โดยอัตโนมัติ และทำให้มีความยืดหยุ่นสูง ให้ความแม่นยำและละเอียดกว่าในการวิเคราะห์สัญญาณในลักษณะรูปแบบต่างๆ การนำเวฟเลตไปใช้ในงานประมวลผลสัญญาณแบบตัวเลขนั้นจะนำหลักการของดิจิตอลฟิลเตอร์มาใช้ในการประมวลผล โดยแบ่งออกเป็นสองส่วนคือส่วนกรองความถี่ต่ำซึ่งแทนด้วยสัมประสิทธิ์ของสเกลลิ่งฟังชั่น และส่วนกรองความถี่สูงแทนด้วยสัมประสิทธิ์ของเวฟเลต

# บทที่ 4
# การดำเนินงานวิจัย

ก่อนเริ่มงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาทฤษฎี ข้อมูล และวิธีการต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการบีบอัดข้อมูล และสรุปได้ว่าการบีบอัดข้อมูลแบ่งออกได้ 2 แบบคือ แบบไม่มีการสูญเสียข้อมูลซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการเข้ารหัสโดยตรง และแบบมีการสูญเสียข้อมูลบางส่วนซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการเข้ารหัสในโดเมนของข้อมูลที่ถูกทรานสฟอร์มแล้ว จากหลักการและวิธีการต่างๆที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 ยังมีข้อจำกัดอยู่ในงานด้านการบีบอัดข้อมูล โดยเฉพาะงานบีบอัดข้อมูลของสัญญาณทางไฟฟ้าแบบไม่คงที่เช่น สัญญาณที่เกิดจากการลัดวงจรแบบต่างๆ เป็นต้น ในงานวิจัยนี้ได้วางแผนเป็นขั้นตอนการดำเนินงานดังแสดงในแผนผังการดำเนินงานต่อไปนี้




**ภาพที่ 4-1** แผนผังการดำเนินงานวิจัย

**4.1 ออกแบบขั้นตอนการบีบอัดสัญญาณ**

ในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการบีบอัดสัญญาณแบบสูญเสียข้อมูลบางส่วนโดยวิธีการเข้ารหัสข้อมูลสัญญาณทรานสฟอร์ม และก็ใช้ดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์มมาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูลของสัญญาณเพื่อแยกสัญญาณความถี่ต่ำ และสัญญาณความถี่สูงออกจากกัน ซึ่งเวฟเลตทรานสฟอร์มนี้มีคุณสมบัติเด่นหลายประการในการแยกแยะสัญญาณและเหมาะสมกับสัญญาณความบกพร่องในระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งโดยส่วนใหญ่จะเป็นสัญญาณแบบไม่คงที่ แล้วทำการคัดเลือกค่าสัมประสิทธิ์ที่มีความสำคัญเพื่อนำไปเก็บบันทึกด้วยวิธีการเข้ารหัสแบบ Modified Huffman Coding โดยขั้นตอนการประมวลผลบีบอัดสัญญาณจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ การบีบสัญญาณเพื่อเก็บบันทึกและการสร้างกลับสัญญาณ โดยมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ขั้นตอนในการบีบสัญญาณ

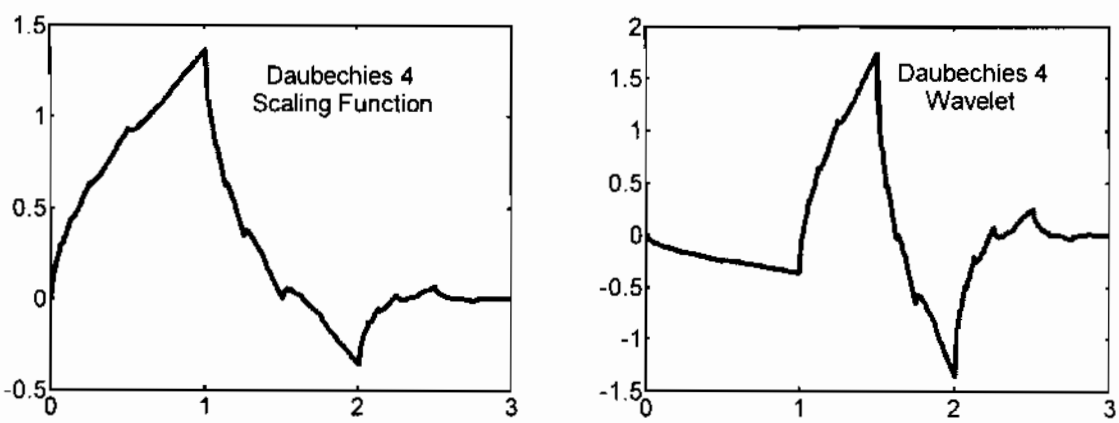
ในงานวิจัยนี้เลือกใช้การบีบสัญญาณแบบมีการสูญเสียข้อมูลบางส่วน เนื่องจากมีอัตราการบีบอัดข้อมูลที่สูง โดยใช้หลักการของเวฟเลตทรานสฟอร์มเข้ามาช่วยในการแยกสัมประสิทธิ์ของสัญญาณต้นแบบหรือสัญญาณเดิม (Original Signal) ให้อยู่ในโดเมนของเวลาและมาตราส่วน (Time - Scale Domain) โดยจะทำการแยกสัญญาณออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำ จะได้สัมประสิทธิ์ที่เรียกว่า สัมประสิทธิ์คล้าย (Approximate Coefficient) และส่วนที่ผ่านวงจรกรองความถี่สูงจะได้สัมประสิทธิ์ปลีกย่อย (Detail Coefficient) โดยการบีบสัญญาณมีขั้นตอนดังแสดงในภาพที่ 4-2 ต่อไปนี้

**ภาพที่ 4-2** ขั้นตอนในการบีบสัญญาณ

4.1.1.1 การทรานสฟอร์มสัญญาณด้วยดีสครีสเวฟเลตทราสฟอร์ม

ในขั้นตอนนี้จะมีการแยกสัญญาณอินพุตออกเป็น 2 ส่วน โดยใช้หลักการของดิจิตอลฟิลเตอร์และเลือกใช้ดีสครีสเวฟเลตทรานสฟอร์ม แบ่งออกเป็นส่วนของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter) จะแทนด้วยในส่วนของสัญญาณที่กระทำกับสัมประสิทธิ์ของสเกลลิ่งฟังก์ชั่นผลลัพธ์จะได้สัมประสิทธิ์ที่เรียกว่า Approximation Coefficient และส่วนของวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High Pass Filter) จะแทนด้วยส่วนที่สัญญาณกระทำกับสัมประสิทธิ์ของเวฟเลตผลลัพธ์จะได้สัมประสิทธิ์ที่เรียกว่า Detail Coefficient โดยสัมประสิทธิ์ทั้งสองส่วนนี้จะต้องผ่านการลดจำนวนของสัมประสิทธิ์ให้เหลือประมาณครึ่งหนึ่งเรียกว่า Down Sampling ซึ่งกระบวนการของตัวกรองสัมประสิทธิ์และการลดจำนวนสัมประสิทธิ์ลงในการแยกสัญญาณนี้เรียกว่า Decomposed Mallat's Algorithm [14] ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3

ในขั้นตอนของการประมวลผลด้วยเวฟเลตเพื่อแยกแยะสัญญาณนี้ สิ่งสำคัญคือเวฟเลตพื้นฐานต้องมีความเหมาะสมกับลักษณะและชนิดของข้อมูลสัญญาณด้วย เพราะถ้าสามารถแยกสัญญาณที่มีความถี่สูงออกมาได้ดีและมากเท่าไร นั่นหมายความว่าโอกาสที่จะบีบหรือลดจำนวนข้อมูลก็ยิ่งมากขึ้น ดังนั้นถ้าเลือกเวฟเลตได้เหมาะสมการบีบอัดก็จะมีโอกาสมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งเวฟเลตก็มีหลายแบบหลายกลุ่มด้วยกันและแต่ละแบบก็จะมีหลายลักษณะแยกย่อยตามจำนวนของสัมประสิทธิ์ออกไปอีก เรียกว่าตระกูลของเวฟเลตนั่นเอง ซึ่งตระกูลของเวฟเลตที่นิยมนำมาใช้ในงานด้านการบีบอัดสัญญาณที่เด่นชัดก็จะมีเวฟเลตตระกูล Daubechies เวฟเลตตระกูล Coiflets เวฟเลตตระกูล Symlet ซึ่งในงานวิจัยนี้เลือก Daubechies ที่มีจำนวนสัมประสิทธิ์ 4 แซมเปิ้ล เนื่องจากมีความสามารถและเหมาะสมในการตรวจจับสัญญาณทรานต์เชี้ยนได้ดี [16, 17] โดยเลือกเวฟเลต Daubechies ที่มีจำนวนสัมประสิทธิ์ 4 แซมเปิ้ลนี้แสดงรูปร่างลักษณะได้ดังภาพต่อไปนี้




**ภาพที่ 4-3** ลักษณะรูปร่างของสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต Daubechies สัมประสิทธิ์ 4 แซมเปิ้ล

ในภาพที่ 4-3 แสดงลักษณะรูปร่างของสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต Daubechies ที่มีจำนวนสัมประสิทธิ์ 4 แซมเปิ้ล นำมาใช้ในการประมวลผลแยกสัญญาณออกเป็น 2 ส่วนคือสัญญาณความถี่ต่ำซึ่งเป็นส่วนประกอบหลักของสัญญาณ และสัญญาณความถี่สูงๆ โดยสัมประสิทธิ์ที่ใช้ก็จะแบ่งออกเป็น 4 ส่วนด้วยกันดังต่อไปนี้

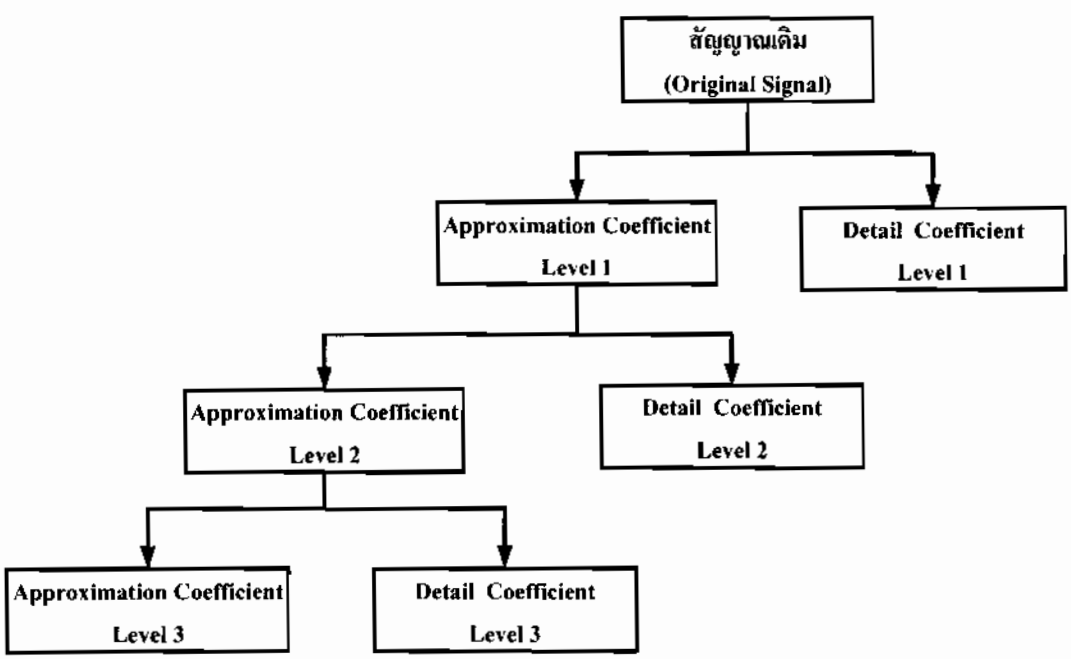
$g_0$ = [0.48296291314453 0.83651630373781 0.22414386804201 -0.12940952255126 ]

$g_1$ = [0.12940952255126 0.22414386804201 -0.83651630373781 0.48296291314453 ]

$h_0$ = [-0.12940952255126 0.22414386804201 0.83651630373781 0.48296291314453 ]

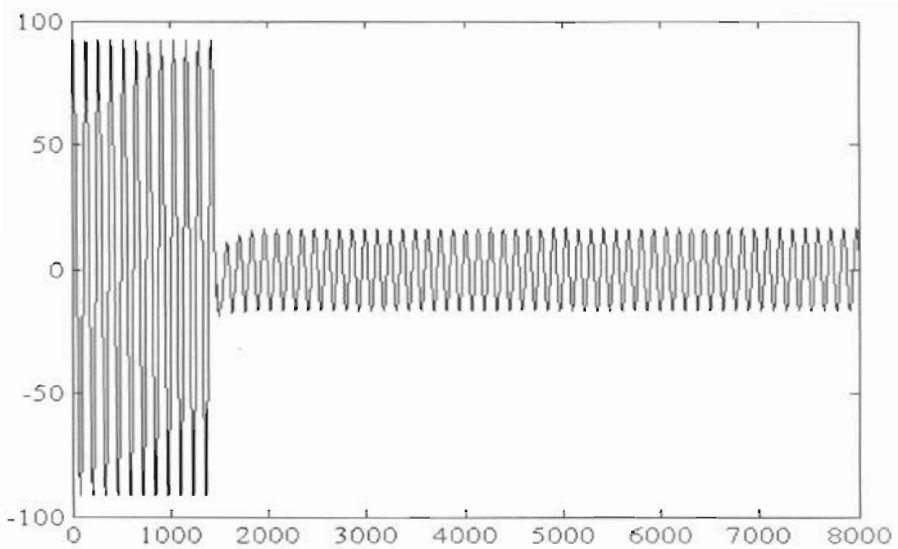
$h_1$ = [0.48296291314453 -0.83651630373781 0.22414386804201 0.12940952255126 ]

เมื่อ $g_0$ และ $g_1$ คือส่วนของฟิลเตอร์ที่ใช้ในการสร้างกลับ (Reconstruction) เรียกว่า Reconstruction Scaling Function และ Reconstruction Wavelet ตามลำดับ และฟิลเตอร์ที่ใช้ในการแยกสัญญาณคือ $h_0$ และ $h_1$ เรียกว่า Decomposition Scaling Function และ Decomposition Wavelet ตามลำดับ โดยใช้ Mallat's Algorithm ดังที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 และเนื่องจากเวฟเลต Daubechies มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากจึงสามารถคำนวณโดยใช้วิธีผลคูณภายในได้ ดังนั้นการคำนวณก็จะใช้วิธี Convolution and Down-Sampling สำหรับการแยกสัญญาณและ Convolution and Up-Sampling สำหรับการสร้างกลับสัญญาณ ผลลัพธ์การแยกสัญญาณแสดงดังในภาพที่ 4-4



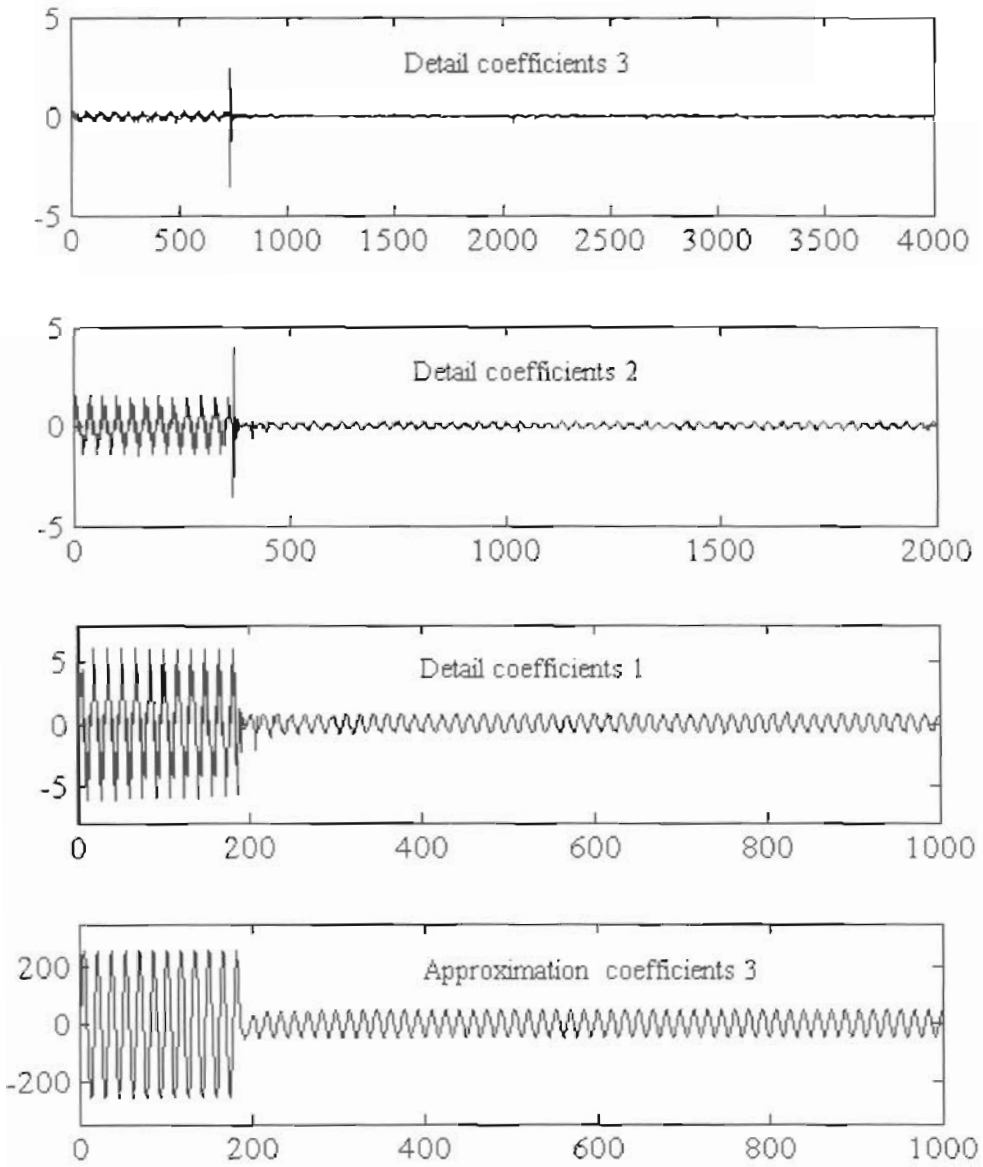

**ภาพที่ 4-4** การแยกสัมประสิทธิ์สัญญาณด้วยสเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลตฟังก์ชัน

ค่าของ Approximation Coefficient แทนในส่วนของสัญญาณความถี่ต่ำและ Detail Coefficient แทนในส่วนของสัญญาณความถี่สูงดังในภาพที่ 4-4 นั้นเป็นการแยกสัญญาณออกเป็น 3 ระดับ โดยใช้ชุดของสัมประสิทธิ์ $h_0$ = [-0.12940952255126 0.22414386804201 0.83651630373781 0.48296291314453 ] เป็นส่วนกรองความถี่ต่ำ และใช้ชุดของสัมประสิทธิ์ $h_1$ = [0.48296291314453 -0.83651630373781 0.22414386804201 0.12940952255126 ] เป็นส่วนกรองความถี่สูง เมื่อนำสัญญาณอินพุตในภาพที่ 5-5 ทำการแยกสัญญาณออกมาก็จะได้ผลลัพธ์ดังนี้




**ภาพที่ 4-5** ลักษณะของสัญญาณอินพุต

สัญญาณอินพุตในภาพที่ 4-5 เป็นสัญญาณที่วัดได้จาก Digital Fault Recorder ที่เกิดขึ้นในกรณีของการลัดวงจรลงดินเฟสเดียว (Signal Line to Ground Fault) ด้วยอัตราการแซมปลิ้งสัญญาณที่ 6.4 kHz. ในเวลา 1,250 ms. จำนวน 8,000 แซมเปิ้ล เมื่อทำการแยกสัญญาณดังกล่าวโดยใช้ดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์มด้วยหลักการของฟิลเตอร์ดังกล่าว โดยทำการแยกออกเป็น 3 ระดับ ก็จะได้ผลลัพธ์ของสัญญาณจากการทรานสฟอร์มอยู่ในรูปของค่าสัมประสิทธิ์ความถี่ต่ำ Approximation Coefficient ระดับ 1, 2 และ 3 และค่าสัมประสิทธิ์ความถี่สูง Detail Coefficient ระดับ 1, 2 และ 3 ดังแสดงในภาพที่ 4-6 จะเห็นว่าจำนวนแซมเปิ้ลของสัมประสิทธิ์จะลดลงครึ่งหนึ่งในการแยกสัญญาณในแต่ละระดับ




**ภาพที่ 4-6** ลักษณะค่าสัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์มที่ถูกแยกออกจากสัญญาณเดิม

จากการทรานสฟอร์ม 3 ระดับในภาพที่ 4-6 ผลลัพธ์ที่ได้ก็คือ Approximation Coefficient 3 และ Detail coefficient 1, 2, 3 เพื่อนำไปประมวลผลในขั้นตอนต่อไป ส่วน Approximation Coefficient 1 และ 2 เป็นผลการแยกสัญญาณเท่านั้นจะไม่นำไปประมวลผลต่อ จะสังเกตว่า จำนวนแซมเปิ้ลของสัมประสิทธิ์ระดับที่ 1 จะมีค่าครึ่งหนึ่งของจำนวนแซมเปิ้ลสัญญาณเดิม และจำนวนค่าแซมเปิ้ลก็จะลดลงทีละครึ่งเท่าทุกครั้งที่ทำการแยกสัญญาณออกไปในแต่ละระดับ และเมื่อรวมกลับแล้วจะได้ค่าจำนวนแซมเปิ้ลเท่ากับสัญญาณเดิมเช่นกัน

4.1.1.2 การคัดเลือกสัมประสิทธิ์โดยใช้วิธีการกำหนดเส้นแบ่ง (Thresholding)

ในขั้นตอนนี้เป็นการคัดเลือกสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทรานสฟอร์มที่ผ่านมา โดยการขีดเส้นแบ่งของสัมประสิทธิ์ในส่วนของ Detail Coefficient 1, 2 และ3 เท่านั้น โดยมีหลักการอยู่ว่าค่าของสัมประสิทธิ์ที่ต่ำกว่าค่าเส้นแบ่ง (Threshold) ก็จะเสมือนว่าถูกตัดทิ้งไปโดยทำให้มีค่าเป็นศูนย์ ส่วนสัมประสิทธิ์นอกเหนือจากนี้ก็จะยังคงมีค่าเท่าเดิม โดยทั่วไปสัมประสิทธิ์ที่มีค่าต่ำๆ ก็จะเป็นส่วนความถี่สูงๆ ของสัญญาณต้นแบบซึ่งเป็นส่วนที่เกินมาของข้อมูล (Redundancy Data) ซึ่งจะแยกออกมาได้ในส่วนของ Detail Coefficient เมื่อตัดทิ้งไปในย่านที่พอเหมาะก็จะไม่ส่งผลกระทบต่อรายละเอียดและข้อมูลที่สำคัญของสัญญาณเลย ซึ่งเมื่อมองหรือวิเคราะห์ด้วยสายตาของมนุษย์ในสภาวะปกติทั่วไปหรือขยายไม่มากก็จะไม่สามารถหาความผิดสังเกตจากเดิมได้เลย ในการเลือกค่า Threshold นั้นจะขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่างเช่น งานที่ไม่ต้องการความละเอียดของสัญญาณมากนักก็จะเลือกค่า Threshold ที่สูงเพื่อต้องการอัตราการบีบอัดที่สูง ส่วนงานที่ต้องการความผิดพลาดน้อยต้องการสัญญาณที่ละเอียดมาวิเคราะห์ก็จำเป็นต้องเลือกค่า Threshold ที่ต่ำลงมาอีก ลักษณะการกระทำ Threshold กับสัญญาณดังแสดงในภาพที่4-7 ต่อไปนี้

สำหรับวิธีการกำหนดเส้นแบ่งนั้นในงานวิจัยนี้จะกำหนดคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของค่าสัมบูรณ์สูงสุดของ Detail Coefficient ในแต่ละระดับโดยใช้สมการที่ 4-1 [17] ต่อไปนี้

$$Tj = tj \times \max|dj| \qquad (4\text{-}1)$$

เมื่อ j = 1 , 2, 3 ... n

เมื่อ tj คือ ค่าสัมประสิทธิ์เส้นแบ่ง (Threshold Coefficient) ซึ่งค่า $0 < tj < 1$ โดยคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของค่าสัมบูรณ์สูงสุดของ Detail Coefficient (dj) ในระดับนั้นๆ ในงานนี้จะทำการทดลองกับสัญญาณที่ค่า Threshold Coefficient ดังต่อไปนี้

tj = 0.01 ที่ 1 เปอร์เซ็นต์ของค่าสัมประสิทธิ์ค่ามากสุดของ Detail Coefficient แต่ละระดับ

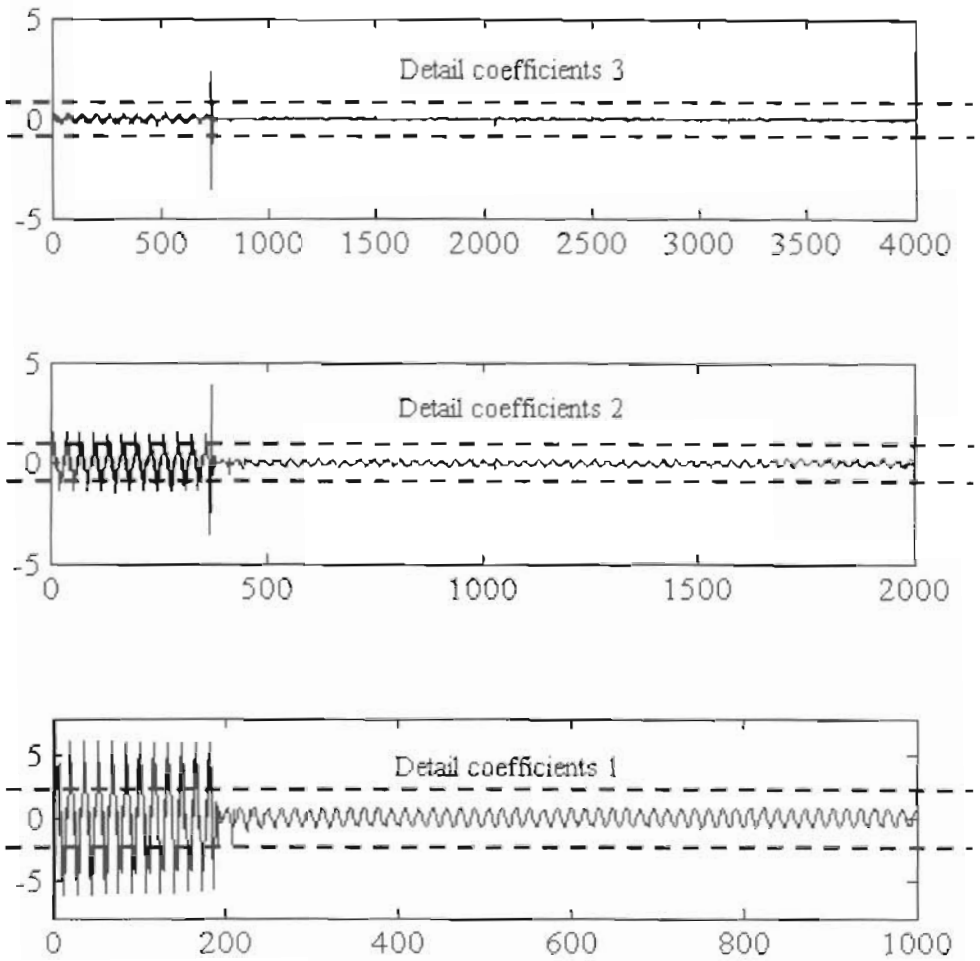
tj = 0.05 ที่ 5 เปอร์เซ็นต์ของค่าสัมประสิทธิ์ค่ามากสุดของ Detail Coefficient แต่ละระดับ

tj = 0.1 ที่ 10 เปอร์เซ็นต์ของค่าสัมประสิทธิ์ค่ามากสุดของ Detail Coefficient แต่ละระดับ

tj = 0.5 ที่ 50 เปอร์เซ็นต์ของค่าสัมประสิทธิ์ค่ามากสุดของ Detail Coefficient แต่ละระดับ

tj = 0.9 ที่ 90 เปอร์เซ็นต์ของค่าสัมประสิทธิ์ค่ามากสุดของ Detail Coefficient แต่ละระดับ

ค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ที่ต่ำกว่าค่า Threshold จะถูกปรับให้มีค่าสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์ เช่น ค่าสัมประสิทธิ์ของสัญญาณ X = [ 0.1245 -0.2411 9.3645 12.7894 ] เมื่อสมมุติค่า Tj = 0.3 จะได้ผลลัพธ์คือ X = [ 0 0 9.3645 12.7894] เป็นต้น




**ภาพที่ 4 -7** ลักษณะการคัดเลือกสัมประสิทธิ์โดยใช้วิธีการกำหนดเส้นแบ่ง

4.1.1.3 การคอนไทเซชัน (Quantization) ค่าสัมประสิทธิ์

การคอนไทเซชันเป็นกระบวนการปรับเปลี่ยนหรือเตรียมข้อมูลให้อยู่ในรูปแบบที่เหมาะสม เพื่อที่จะนำไปเข้ารหัสกับวิธีการเข้ารหัสที่เตรียมไว้ในขั้นตอนต่อไปได้ การคอนไทเซชันในที่นี้จะอยู่ในโดเมนของสัญญาณที่ถูกทรานสฟอร์มแล้ว ซึ่งค่าที่ถูกคอนไทเซชันนั้นอยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์ม ซึ่งต่างจากการคอนไทเซชันในกระบวนการเปลี่ยนสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลที่ผ่านมาที่อยู่ในโดเมนของเวลา แต่วัตถุประสงค์ยังคงเหมือนกันคือการปรับเปลี่ยนข้อมูลให้มีความเหมาะสมในการเข้ารหัสได้นั่นเอง ในที่นี้จะเลือกการคอนไทเซชันที่

เรียกว่าสเกลาร์คอนไทเซชัน ซึ่งระดับของการคอนไทเซชันจะเป็นตัวกำหนดความละเอียดและค่าผิดพลาด เช่นถ้าเลือกการคอนไทเซชันหลายระดับก็จะทำให้สัญญาณมีความละเอียดสูงและเกิดความผิดพลาดน้อย แต่จะทำให้อัตราการบีบอัดลดลงด้วย และถ้าเลือกระดับการคอนไทเซชันมีค่าน้อยก็จะทำให้สัญญาณมีความละเอียดต่ำและเกิดผิดพลาดมากขึ้น แต่จะทำให้อัตราการบีบอัดเพิ่มสูงขึ้น ดังนั้นการเลือกระดับการคอนไทเซชันก็ต้องพิจารณาแล้วแต่ความเหมาะสมและสอดคล้องกับวิธีการเข้ารหัสด้วย โดยในงานวิจัยนี้ใช้คอนไทเซชันของค่าข้อมูลอินพุตเดิมในแต่ละแซมเปิ้ลที่เป็นจำนวนที่มีจุดทศนิยมให้เป็นจำนวนเต็ม แบ่งระดับออกได้ดังนี้

Q1 = [จำนวนเต็มค่าต่ำ จำนวนเต็มค่าสูง] คือการคอนไทเซชัน 1 ระดับ โดยการปรับค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นตัวเลขที่มีจุดทศนิยม (Floating Point Number) ให้เป็นจำนวนเต็ม (Integer Number) ที่ใกล้เคียงที่สุด

Q2 = [จำนวนเต็มค่าต่ำ 0.5 จำนวนเต็มค่าสูง] คือการคอนไทเซชัน 2 ระดับ โดยการปรับค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นตัวเลขที่มีจุดทศนิยมให้เป็นเลขจำนวนเต็ม และจำนวนที่มีจุดทศนิยมเป็น 0.5

Q4 = [จำนวนเต็มค่าต่ำ 0.25 0.5 0.75 จำนวนเต็มค่าสูง] คือการคอนไทเซชัน 4 ระดับ โดยการปรับค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นตัวเลขที่มีจุดให้เป็นจำนวนเต็ม และจำนวนที่มีจุดทศนิยมเป็น 0.25 0.5 0.75

Q8 = [จำนวนเต็มค่าต่ำ 0.125 0.25 0.375 0.5 0.625 0.75 0.875 จำนวนเต็มค่าสูง] คือการคอนไทเซชัน 8 ระดับ โดยการปรับค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นตัวเลขที่มีจุดทศนิยมให้เป็นเลขจำนวนเต็ม และจำนวนที่มีจุดทศนิยมเป็น 0.125 0.25 0.375 0.5 0.625 0.75 0.875

Q16 = [จำนวนเต็มค่าต่ำ 0.0625 0.125 0.1875 0.25 0.3125 0.375 0.4375 0.5 0.5625 0.625 0.6875 0.75 0.8125 0.875 0.9375 จำนวนเต็มค่าสูง] คือคอนไทเซชัน 8 ระดับ โดยการปรับค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นตัวเลขที่มีจุดทศนิยมให้เป็นเลขจำนวนเต็ม และจำนวนที่มีจุดทศนิยมเป็น 0.0625 0.125 0.1875 0.25 0.3125 0.375 0.4375 0.5 0.5625 0.625 0.6875 0.75 0.8125 0.875 0.9375

4.1.1.4 การเข้ารหัส (Encoding)

การเข้ารหัสจะเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการบีบสัญญาณ โดยการคาดหวังว่าการเปลี่ยนแปลงรูปแบบของข้อมูลนี้จะต้องสามารถลดเนื้อที่ในการเก็บข้อมูลลงได้ ดังนั้นรูปแบบของการเข้ารหัสจะต้องมีความเหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลที่จะทำการเข้ารหัสนั้น ในงานวิจัยนี้จะรวมเอาหลักการเข้ารหัสวิธี Run Length ซึ่งเป็นการเข้ารหัสแบบนับจำนวนข้อมูลที่ซ้ำกัน ร่วมกับเข้ารหัส

วิธี Huffman ซึ่งเป็นการเข้ารหัสแบบความยาวแปรผันที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 มาประยุกต์ใช้ร่วมกันเรียกว่า Modified Huffman Coding เพื่อให้เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูล ซึ่งข้อมูลที่เป็นสัญญาณในระบบไฟฟ้านั้นจะเป็นตัวเลขจำนวนจริงที่มีเซตหรือขอบเขตของข้อมูลกว้างมาก ๆ โดยวิธีการเข้ารหัสแบบ Modified Huffman Coding มีหลักการดังนี้

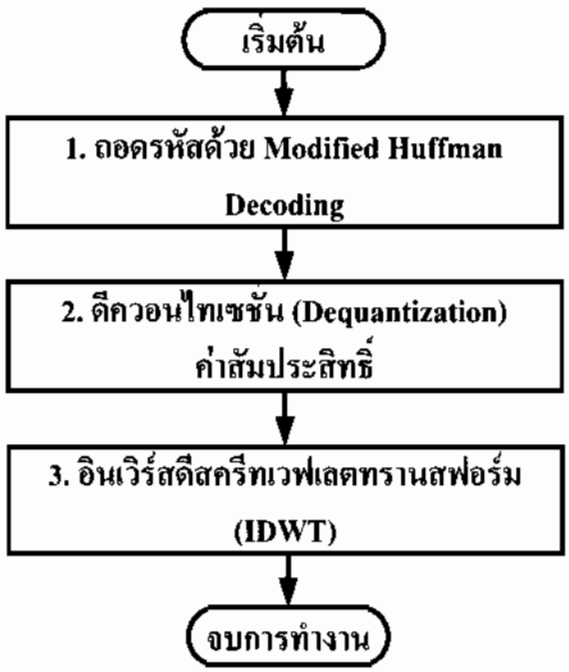
เข้ารหัสด้วยความยาว 1 ไบต์ (แบนารี่ 8 บิต) เมื่อข้อมูลอินพุตมีลักษณะดังต่อไปนี้คือ อินพุตจำนวน 0 เรียงลำดับตั้งแต่ 1 ถึง 100 เข้ารหัสด้วย เลข 1 ถึง 100 และ อินพุตระหว่าง -73 และ 74 เข้ารหัสด้วยเลข 107 ถึง 254

เข้ารหัสด้วยความยาว 2 ไบต์ (แบนารี่ 16 บิต) เมื่อข้อมูลอินพุตมีลักษณะดังต่อไปนี้คือ อินพุตระหว่าง 75 และ 255 เข้ารหัสด้วย 101 แล้วตามด้วยค่าอินพุตเดิม อินพุตระหว่าง -255 และ -74 เข้ารหัสด้วย 102 แล้วตามด้วยค่าสัมบูรณ์ของอินพุตเดิม และอินพุตจำนวน 0 วางเรียงลำดับตั้งแต่ 101 ถึง 255 เข้ารหัสด้วย 105 แล้วตามด้วยจำนวนศูนย์ที่มีอยู่จริง

เข้ารหัสด้วยความยาว 3 ไบต์ (แบนารี่ 24 บิต) เมื่อข้อมูลอินพุตมีลักษณะดังต่อไปนี้คือ อินพุตระหว่าง 256 และ 65535 เข้ารหัสด้วย 103 ตามด้วยจำนวน 8 บิต 2 ตัว โดยค่าแรกเป็นค่าที่เป็นผลลัพธ์ของการหารค่าอินพุตด้วย 256 และอีกตัวคือค่าเศษจากการหาร อินพุตระหว่าง -256 และ -65534 เข้ารหัสด้วย 104 ตามด้วย 8 บิต 2 ตัว โดยค่าแรกเป็นค่าสัมบูรณ์ที่เป็นผลลัพธ์ของการหารค่าอินพุตด้วย 256 และอีกตัวคือค่าสัมบูรณ์ของเศษจากการหาร อินพุต 0 เรียงลำดับตั้งแต่ 256 ถึง 65535 เข้ารหัสด้วย 106 ตามด้วย 8 บิต 2 ตัว โดยค่าแรกเป็นค่าผลลัพธ์ของการหารค่าอินพุตด้วย 256 และอีกตัวคือค่าเศษจากการหาร

4.1.2 ขั้นตอนในการสร้างกลับสัญญาณ

การสร้างกลับสัญญาณเป็นการนำสัญญาณที่ถูกบีบอัด (Compressed Signal) ที่อยู่ในโดเมนของการทรานสฟอร์มซึ่งมีขนาดของข้อมูลที่เก็บบันทึกลดลงให้กลับมาอยู่ในรูปแบบและลักษณะของสัญญาณเดิม โดยขั้นตอนจะกระทำย้อนกลับจากการบีบอัดสัญญาณก็จะได้สัญญาณที่สร้างกลับ (Reconstructed Signal) ซึ่งขั้นตอนกระบวนการอาจจะเหมือนเดิมหรือไม่ขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลและวิธีการ ในที่นี้ใช้กระบวนการดังแสดงได้ดังภาพที่ 4-8




**ภาพที่ 4-8** ขั้นตอนในการสร้างกลับสัญญาณ

จากขั้นตอนการสร้างกลับสัญญาณในภาพที่ 4-8 จะเห็นว่าจะไม่มีการกระทำย้อนกลับของการ Thresholding ซึ่งเป็นกระบวนการนำค่าสัมประสิทธิ์ที่ถูกกระทำให้เป็นศูนย์กลับมามีค่าอีกและอาจจะไม่จำเป็นเพราะสัญญาณเหล่านั้นจะเป็นสัญญาณที่เกินมา ในแต่ละขั้นตอนของการสร้างกลับสัญญาณจะได้กล่าวต่อไปนี้

4.1.2.1 การถอดรหัส (Decoding)

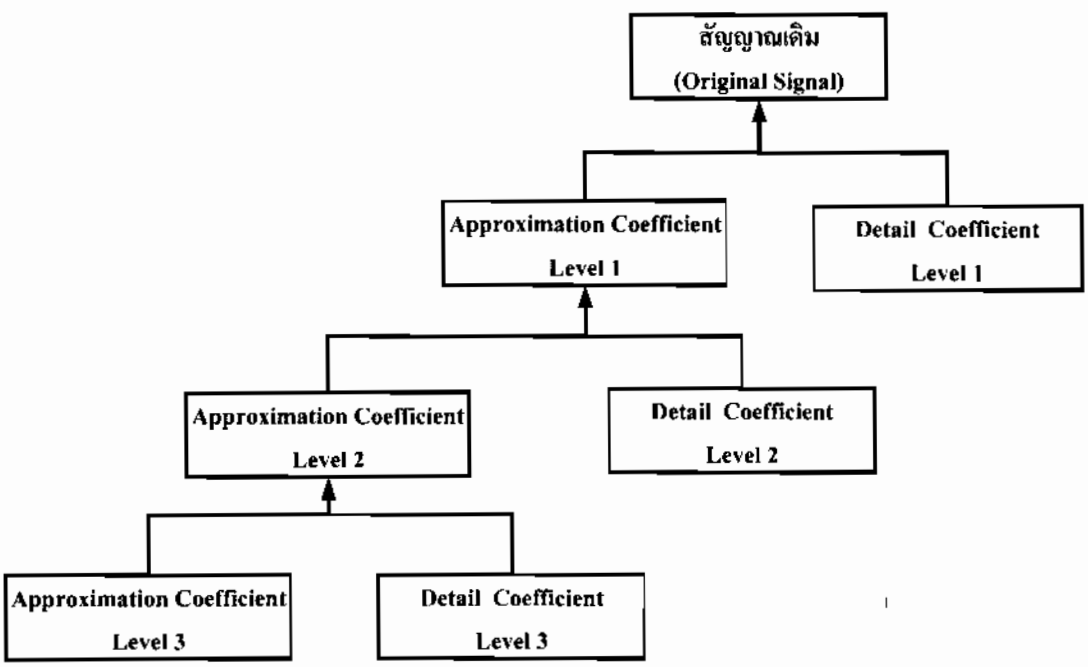
เป็นการแปลงค่าของข้อมูลที่อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ที่แทนการเข้ารหัสให้กลับมาเป็นสัมประสิทธิ์ในรูปคอนไทเซชันในที่นี้จะอยู่ในรูปแบบจำนวนเต็ม โดยจะต้องสอดคล้องกับการเข้ารหัสที่ผ่านมา

4.1.2.2 การดีคอนไทเซชัน (Dequantization)

เป็นการแปลงข้อมูลจากสัมประสิทธิ์ที่ถูกคัดแปลงให้กลับไปเป็นสัมประสิทธิ์ที่ใกล้เคียงกับสัมประสิทธิ์เดิม โดยในที่นี้จะแปลงจากค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็นจำนวนเต็มเปรียบได้กับค่าที่มีลักษณะแบบดีสครีทไปเป็นสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นตัวเลขทศนิยมซึ่งเปรียบได้กลับค่าแบบต่อเนื่องเพื่อจะทำการทรานฟอร์มกลับไปเป็นค่าของสัญญาณเดิมต่อไป

4.1.2.3 การทรานสฟอร์มกลับสัญญาณ

เป็นการแปลงข้อมูลจากค่าที่เป็นสัมประสิทธิ์ให้กลับไปเป็นค่าลักษณะเดิมของสัญญาณเดิมต้นแบบ โดยใช้เวฟเลตตัวเดิมคือ Daubechies ที่มีสัมประสิทธิ์ 4 แซมเปิ้ล และใช้การรวมสัญญาณ 3 ระดับเท่าเดิม ซึ่งจะเป็นการกระทำย้อนกลับโดยการรวมค่าสัมประสิทธิ์ของสัญญาณจากสัมประสิทธิ์ Approximation ในระดับสุดท้ายรวมกับค่าสัมประสิทธิ์ Detail ทุกระดับโดยที่ค่าสัมประสิทธิ์แต่ละตัวจะผ่านตัวกรองและการเพิ่มจำนวนสัมประสิทธิ์เป็น 2 เท่าด้วยการแทรกค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ลงไป ก่อนการรวมสัญญาณกลับในแต่ละระดับด้วยดังภาพต่อไปนี้

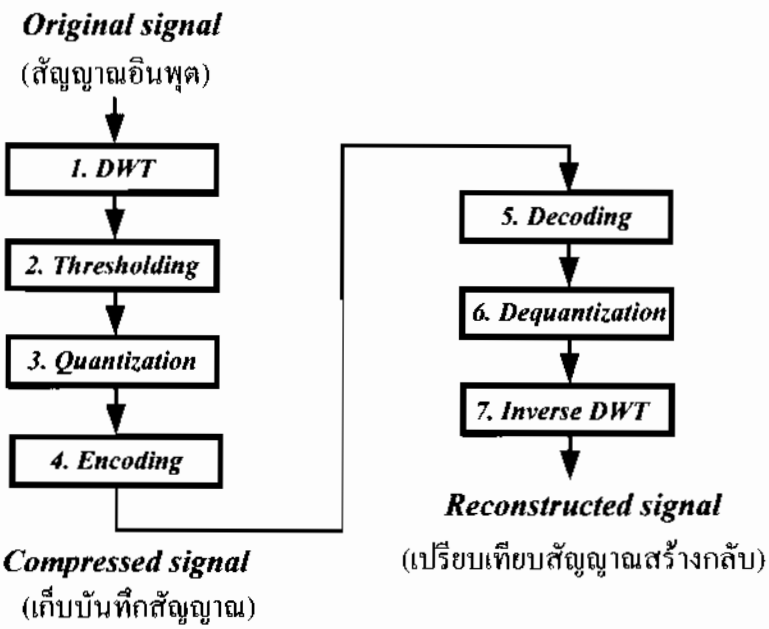



**ภาพที่ 4-9** การสร้างสัญญาณกลับโดยรวมสัมประสิทธิ์สเกลลิ่งฟังก์ชันและเวฟเลต

## 4.2 โปรแกรมตามขั้นตอน และตรวจสอบ

จากขั้นตอนที่กล่าวมาในหัวข้อ 4.1 นั้นทำการโปรแกรมในแต่ละขั้นตอนด้วยโปรแกรม MATLAB โดยจะแยกออกเป็น 2 ส่วนคือ บีบอัดสัญญาณ และสร้างกลับสัญญาณดังภาพที่ 4-10 ซึ่งเมื่อสัญญาณผ่านกระบวนการบีบอัดในกระบวนการที่ 1 ถึงกระบวนการที่ 4 แล้ว สัญญาณก็จะถูกเก็บบันทึกในรูปของสัมประสิทธิ์ทรานสฟอร์มที่มีขนาดไฟล์ลดลงจากสัญญาณเดิม เมื่อต้องการนำสัญญาณกลับมาวิเคราะห์หรือตรวจสอบอีกครั้งก็จะทำการสร้างกลับสัญญาณโดยผ่าน

กระบวนการที่ 5 ถึงกระบวนการที่ 7 ก็จะได้สัญญาณในลักษณะเดิมกลับมา แล้วเปรียบเทียบสัญญาณที่สร้างกับเทียบกับสัญญาณเดิม




**ภาพที่ 4-10** ลำดับขั้นประมวลผลการบีบอัดสัญญาณในโปรแกรม

**4.3 จัดหาสัญญาณ และจำลองสัญญาณในการบีบอัด**

โดยสัญญาณที่ใช้ในการทดสอบการบีบอัดนี้จะแบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังนี้

4.3.1 สัญญาณที่ตรวจวัดได้จาก Digital Fault Recorder ที่เกิดขึ้นในกรณีของการลัดวงจรลงดินเฟสเดียวด้วยอัตราการแซมปิ้งสัญญาณที่ 6.4 kHz. ในเวลา 1,250 ms. จำนวน 8,000 แซมเปิ้ล และมีขนาดไฟล์ 64,000 ไบต์

4.3.2 สัญญาณจาก IEEE Web Site ซึ่งเป็นสัญญาณทางไฟฟ้าที่ผิดปกติ

4.3.3 สัญญาณจากการจำลองด้วยโปรแกรม PSCAD / EMTDC ที่อัตราการแซมปิ้งที่ความถี่ต่างๆ

**4.4 ทดสอบบีบอัดสัญญาณ และประเมินผล**

ผลการทดสอบบีบอัดสัญญาณจะแสดงไว้ในบทที่ 5 ต่อไป และทำการประเมินผลด้วยเงื่อนไข 2 ประการ คือ ความสามารถในการลดขนาดของการเก็บบันทึกข้อมูลสัญญาณ โดยใช้วิธีการประเมินดังสมการที่ 4-2 [16, 17]

อัตราการบีบอัด(Compression Ratio :CR) = (ขนาดไฟล์เดิม / ขนาดไฟล์ที่ถูกบีบ) (4-2)

หรืออาจจะคิดเป็นค่าเปอร์เซ็นต์คงเหลือจากขนาดไฟล์เดิมได้ดังสมการที่ 4-3 [18] ดังนี้

อัตราการบีบอัด = (ขนาดไฟล์ที่ถูกบีบ / ขนาดไฟล์เดิม) × 100 (4-3)

เมื่อทำการสร้างกลับสัญญาณแล้ว จะประเมินผลโดยเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดกับสัญญาณเดิม โดยใช้สมการในการคำนวณเรียกว่า The Percentage of Mean Square Error (%MSE) [18] ดังสมการที่ 4-4 ต่อไปนี้

$$(\%MSE) = \sqrt{\sum_{n=0}^{N-1}(S_{original} - S_{reconstruction})^2 / \sum_{n=0}^{N-1}(S_{original})^2} \times 100 \qquad (4\text{-}4)$$

เมื่อ $S_{original}$ คือสัญญาณเดิมก่อนการบีบอัดและ $S_{reconstructionl}$ คือสัญญาณที่สร้างกลับในสมการที่ 4-4 จะทำการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณทั้งสอง โดยเทียบค่าในแต่ละแซมเปิ้ลของสัญญาณแล้วคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด ซึ่งจากขั้นตอนดำเนินงานและวิธีการประเมินผลในบทนี้จะนำไปใช้ในการบีบอัดสัญญาณและประเมินผลดังจะแสดงในบทที่ 5 ต่อไป

สรุป

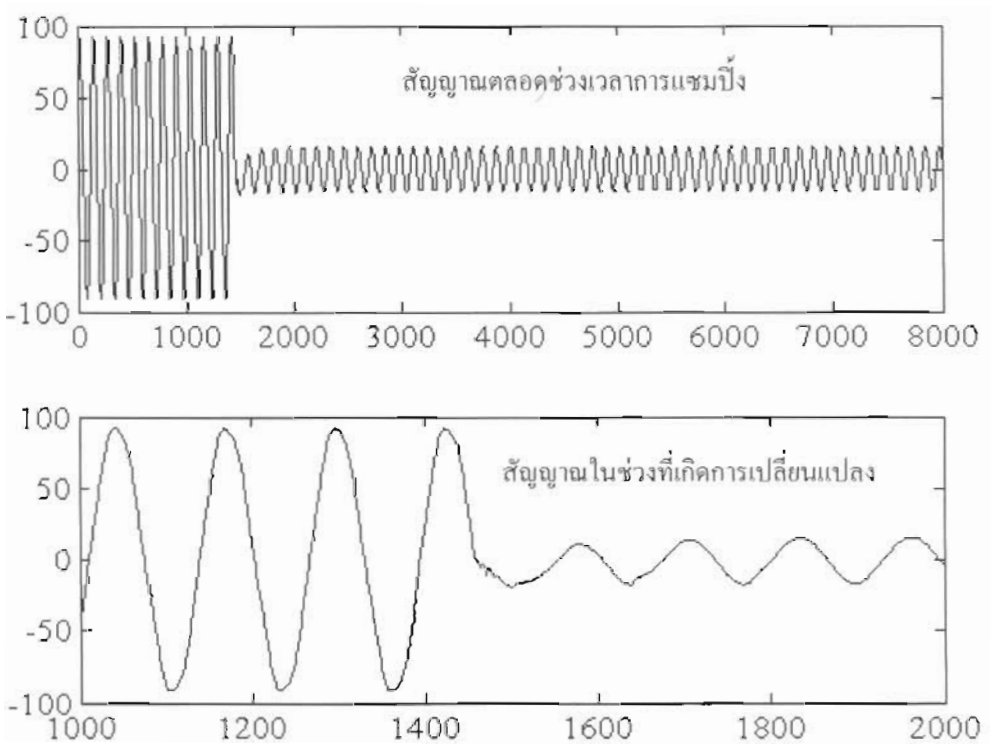
จากขั้นตอนและวิธีการในการบีบอัดสัญญาณที่กล่าวมานั้น จะแบ่งออกได้ 2 ส่วนคือ ส่วนบีบสัญญาณเพื่อเก็บบันทึกสัญญาณ ซึ่งสัญญาณที่ถูกเข้ารหัสและเก็บบันทึกนั้นจะอยู่ในโดเมนที่ต่างไปจากสัญญาณเดิมที่เรียกว่าโดเมนของสัมประสิทธิ์เวฟเลตทรานสฟอร์ม โดยขั้นตอนในการบีบสัญญาณในงานนี้มีอยู่ 4 ขั้นตอนดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ขั้นตอนที่ทำให้เกิดการสูญเสียคือขั้นตอนของการตัดค่าสัมประสิทธิ์ และขั้นตอนของการคอนไทเซชัน ส่วนขั้นตอนของเวฟเลตทรานสฟอร์มและวิธีเข้ารหัสแบบ Modified Huffman Coding นั้นเป็นขั้นตอนที่ไม่มีการสูญเสียใดๆเกิดขึ้นเลย แต่การสูญเสียจากการตัดค่าสัมประสิทธิ์นั้นจะไม่ส่งผลต่อความผิดเพี้ยนของสัญญาณเดิมมาก เนื่องจากส่วนใหญ่ค่าสัมประสิทธิ์ที่ถูกตัดไปนั้นเป็นค่าความถี่สูงของสัญญาณในส่วนที่เกินมา ในส่วนที่ 2 คือส่วนของการสร้างกลับสัญญาณซึ่งในงานนี้จะมีอยู่ 3 ขั้นตอนที่เป็นส่วนกลับของขั้นตอนการบีบสัญญาณ จะเห็นว่าขั้นตอนที่ไม่มีการกระทำกลับคือขั้นตอนการตัดค่าสัมประสิทธิ์เนื่องจากเป็นส่วนที่เกินมาของสัญญาณ เมื่อสัญญาณผ่านขั้นตอนการสร้างกลับแล้วสัญญาณก็จะอยู่ในโดเมนเดิมที่มีลักษณะรูปร่างและยังคงรักษารายละเอียดที่สำคัญไว้ได้เหมือนเดิม

# บทที่ 5
# ผลการบีบอัดสัญญาณ

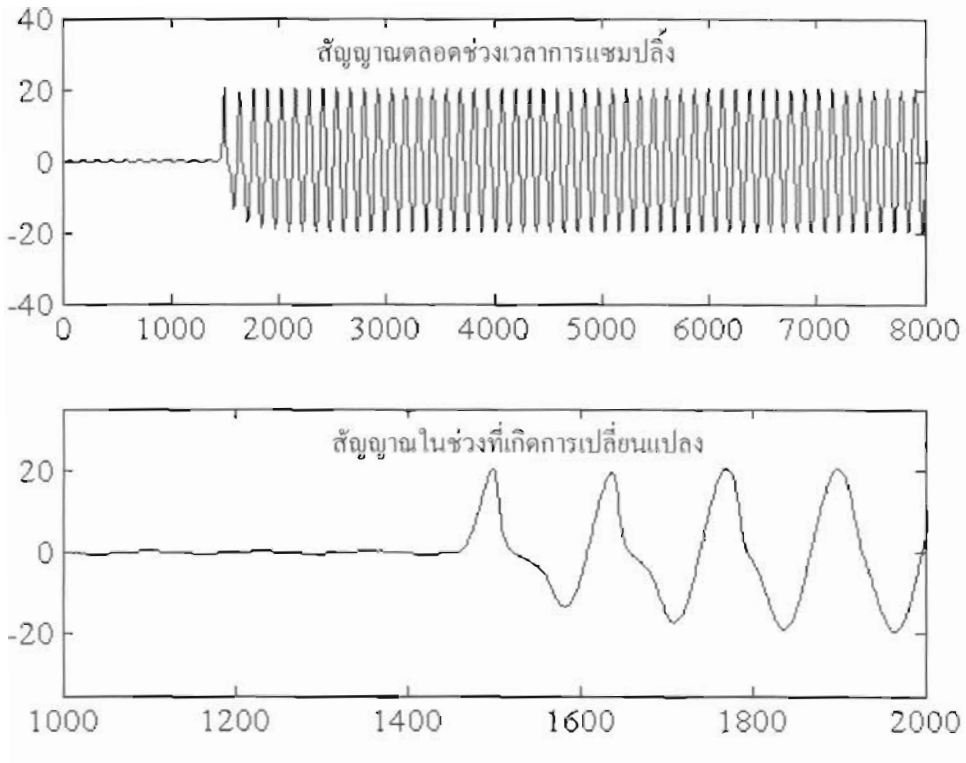
ในบทนี้จะทำการบีบอัดสัญญาณตามขั้นตอนและวิธีการที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 4 โดยสัญญาณที่นำมาทดสอบในการบีบอัดนั้นเป็นสัญญาณที่มีลักษณะไม่คงที่ในระบบไฟฟ้ากำลัง ที่เกิดจากความผิดพร่องหรือการรบกวนในระบบไฟฟ้า ดังต่อไปนี้

## 5.1 สัญญาณจาก Digital Fault Recorder

สัญญาณนี้ตรวจวัดได้จาก Digital Fault Recorder ที่เกิดขึ้นในกรณีของการลัดวงจรลงดินเฟสเดียว (Single Line to Ground Fault) ด้วยอัตราการแซมปิ้งสัญญาณที่ 6.4 kHz. ในช่วงเวลา 1,250 ms. จำนวน 8,000 แซมเปิ้ล และมีขนาดไฟล์ 64,000 ไบต์ [20] แบ่งเป็นสัญญาณแรงดันไฟฟ้าดังในภาพที่ 5-1 และสัญญาณกระแสไฟฟ้าดังในภาพที่ 5-2




ภาพที่ 5-1 สัญญาณแรงดันไฟฟ้าในกรณีของการลัดวงจรลงดินเฟสเดียว




**ภาพที่ 5-2** สัญญาณกระแสไฟฟ้าในกรณีของการลัดวงจรลงดินเฟสเดียว

สัญญาณในภาพที่ 5-1 และภาพที่ 5-2 เป็นสัญญาณที่เกิดจากการลัดวงจรลงดินเฟสเดียวในระบบไฟฟ้า ซึ่งจะเห็นว่าค่าของสัญญาณแรงดันไฟฟ้าจะลดลง ส่วนค่าของสัญญาณกระแสไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นในช่วงที่เกิดการลัดวงจรขึ้น ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณอย่างมากในช่วงนี้ ดังในภาพที่ 5-1 และภาพที่ 5-2

เมื่อทดสอบบีบอัดสัญญาณทั้งสองด้วยวิธีการที่กล่าวมาแล้ว โดยใช้เวฟเลต Daubechies ที่มีสัมประสิทธิ์ 4 แซมเปิ้ล ทำการทรานสฟอร์มสัญญาณออกเป็น 3 ระดับ โดยเลือกค่าสัมประสิทธิ์เส้นแบ่ง (Threshold Coefficients ; tj) ที่ 1, 5 , 10 , 50 และ 90 เปอร์เซ็นต์ของค่าสัมบูรณ์สูงสุดของ Detail Coefficient ในแต่ละระดับของการแยกสัญญาณ และทำการเข้ารหัสด้วยวิธี Modified Huffman Coding โดยแบ่งระดับการควอนไทเซชั่นออกเป็น 1, 2 , 4 , 8 และ 16 ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าในภาพที่ 5-1 ได้แสดงผลในตารางที่ 5-1 ถึงตารางที่ 5-5 ซึ่งผลในตารางจะบอกขนาดไฟล์เดิม (Original File Size) เทียบกับขนาดไฟล์บีบอัด (Compressed File Size) ในแต่ละค่าของสัมประสิทธิ์เส้นแบ่ง พร้อมทั้งแสดงจำนวนของค่าสัมประสิทธิ์ที่ถูกตัดให้เป็นศูนย์ (Zero Coefficients) ผลของอัตราการบีบอัด (Compression Ratio ; CR) และค่าความผิดพลาดของสัญญาณที่สร้างกลับเทียบกับสัญญาณเดิม (The Percentage of Mean Square Error ; %MSE) ด้วย

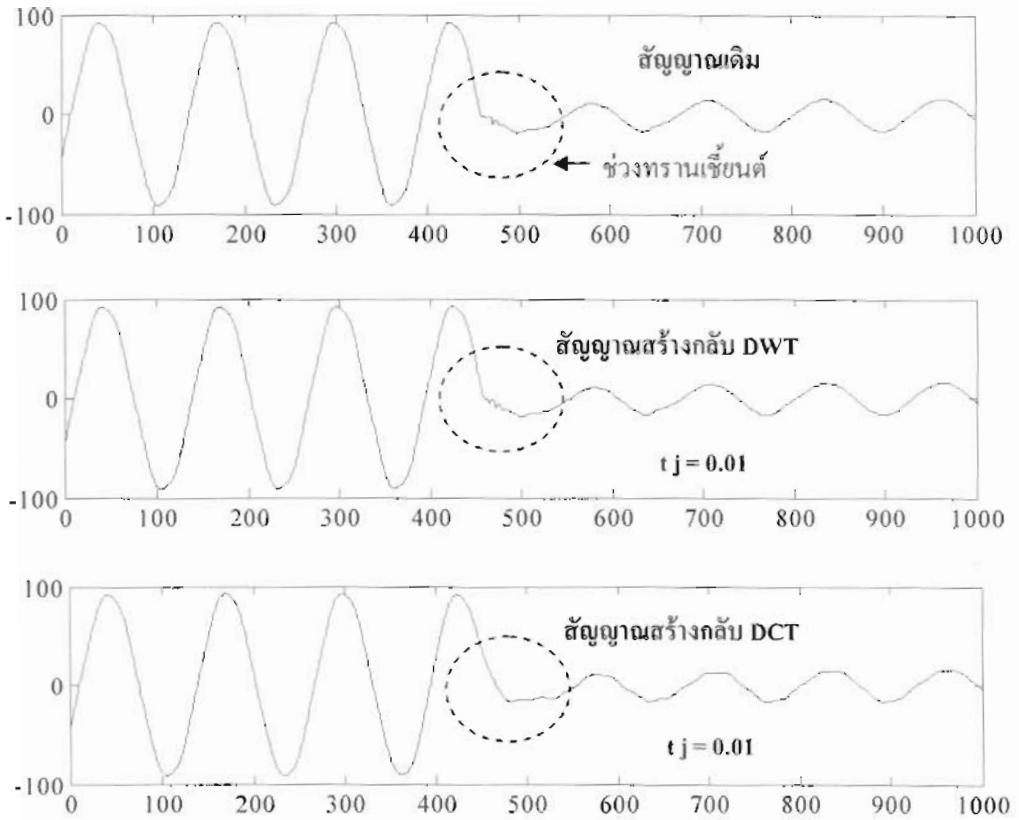
**ตารางที่ 5-1** ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 1 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 2,120 | 0.01 | 4,660 | 30.19 | 0.5994 |
| 64,000 | *1,541* | *0.05* | *6,585* | *41.53* | *0.9072* |
| 64,000 | 1,447 | 0.10 | 6,749 | 44.23 | 1.5333 |
| 64,000 | 1,184 | 0.50 | 6,992 | 54.05 | 2.0390 |
| 64,000 | 1,179 | 0.90 | 6,995 | 54.28 | 2.0466 |

จากผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าในตารางที่ 5-1 เป็นการทดลองบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ระดับการคอนไทเซชัน 1 ระดับ จากตารางเมื่อกำหนดค่าเส้นแบ่ง Threshold Coefficients (tj) = 0.01 จะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์เวฟเลตทรานสฟอร์มในส่วนของค่าความถี่สูงถูกปรับให้มีค่าสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์ (Zero Coefficients) จำนวน 4,660 แซมเปิ้ล จากจำนวนทั้งหมด 8,000 แซมเปิ้ล ดังนั้นจะเหลือค่าสัมประสิทธิ์ที่ไม่เป็นศูนย์อยู่ 3,340 แซมเปิ้ล

สัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นศูนย์ 4,660 แซมเปิ้ล และสัมประสิทธิ์ที่ไม่เป็นศูนย์ 3,340 แซมเปิ้ล ทั้งสองส่วนเหล่านี้ จะต้องถูกคอนไทเซชัน 1 ระดับก่อนที่จะทำการเข้ารหัส โดยการปรับค่าสัมประสิทธิ์ให้มีค่าเป็นจำนวนเต็ม แล้วทำการเข้ารหัสด้วย Modified Huffman Coding เป็นผลทำให้เหลือขนาดไฟล์ที่ถูกเก็บบันทึกอยู่ 2,120 ไบต์เท่านั้นจากขนาดไฟล์เดิม 64,000 ไบต์ เปรียบเทียบเป็นอัตราการบีบอัด (Compression Ratio ; CR) ได้เท่ากับ 30.19 เท่า และเมื่อทำการสร้างกลับสัญญาณจะได้รูปร่างดังในภาพที่ 5-3 แล้วเปรียบเทียบกับสัญญาณเดิมจะมีค่าผิดพลาดที่คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ (The Percentage of Mean Square Error ; %MSE) จะได้ประมาณ 0.5994 % ดังแสดงผลในแถวที่ 1 ของตารางที่ 5-1 พร้อมกันนี้ได้แสดงสัญญาณสร้างกลับที่ถูกบีบอัดด้วย DWT ดังแสดงในภาพที่ 5-3

จากผลในตารางเห็นได้ว่าอัตราการบีบอัดสัญญาณจะสูงขึ้นเมื่อทำการตั้งค่า Threshold Coefficients (tj) สูงขึ้น เนื่องจากทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นศูนย์มากขึ้น ทำให้โอกาสที่จะทำการเข้ารหัสเพื่อเก็บบันทึกสัญญาณได้ดีขึ้น แต่ก็จะทำให้ค่าผิดพลาด %MSE เพิ่มขึ้นด้วยตามลำดับ ดังแสดงผลในแถวที่ 2 ถึงแถวที่ 5 เปรียบเทียบกับผลในแถวที่ 1 ส่วนค่าอัตราการบีบอัดก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับด้วยเช่นเดียวกัน




**ภาพที่ 5-3** สัญญาณสร้างกลับที่ถูกบีบอัดด้วย DWT และ DCT เปรียบเทียบกับสัญญาณเดิม ที่ค่า tj = 0.01 และคอนไทเซชัน 1 ระดับ

เมื่อทำการสร้างกลับสัญญาณสัญญาณแรงดันไฟฟ้าจากผลในตารางที่ 5-1 แถวที่ 1 ค่าผิดพลาดที่คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ (The Percentage of Mean Square Error ; %MSE) จะได้ประมาณ 0.5994 % และได้ผลการสร้างกลับสัญญาณในภาพที่ 5-3 จะเห็นว่ารูปร่างลักษณะของสัญญาณยังคงเหมือนสัญญาณเดิม สามารถรักษาโครงสร้างที่สำคัญของสัญญาณเอาไว้ได้โดยเฉพาะในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณหรือช่วงทรานเซี้ยนต์ที่เกิดขึ้นดังแสดงในภาพที่ 5-3

จากสัญญาณเดิมเมื่อลองทำการบีบอัดด้วยขั้นตอนที่กล่าวมา เพียงเปลี่ยนการทรานสฟอร์มสัญญาณจากดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์ม (DWT) มาเป็นดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์ม (DCT) ที่ค่า tj และระดับการคอนไทเซชันเดียวกัน จะเห็นว่าสัญญาณที่สร้างกลับจะเกิดความผิดเพี้ยนสูงมาก โดยเฉพาะในช่วงทรานเซี้ยนต์ของสัญญาณดังแสดงในภาพที่ 5-3 ส่วนผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าในภาพที่ 5-1 ที่ระดับค่าคอนไทเซชันละเอียดขึ้นหรือหลายระดับได้แสดงไว้ในตารางที่ 5-2 ถึงตารางที่ 5-5 ดังต่อไปนี้

**ตารางที่ 5-2** ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าดอนไทเซชัน 2 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 2,740 | 0.01 | *4,660* | **23.36** | **0.4147** |
| 64,000 | 2,110 | 0.05 | *6,585* | 30.33 | 0.8309 |
| 64,000 | 1,926 | 0.10 | *6,749* | 33.23 | 1.4934 |
| 64,000 | 1,631 | 0.50 | *6,992* | 39.24 | 2.0169 |
| 64,000 | 1,626 | 0.90 | *6,995* | 39.36 | 2.0247 |

**ตารางที่ 5-3** ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าดอนไทเซชัน 4 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 3,731 | 0.01 | *4,660* | **17.15** | **0.3370** |
| 64,000 | 2,496 | 0.05 | *6,585* | 25.64 | 0.8119 |
| 64,000 | 2,274 | 0.10 | *6,749* | 28.14 | 1.4849 |
| 64,000 | 1,979 | 0.50 | *6,992* | 32.34 | 2.0111 |
| 64,000 | 1,974 | 0.90 | *6,995* | 32.42 | 2.0190 |

**ตารางที่ 5-4** ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าดอนไทเซชัน 8 ระดับ

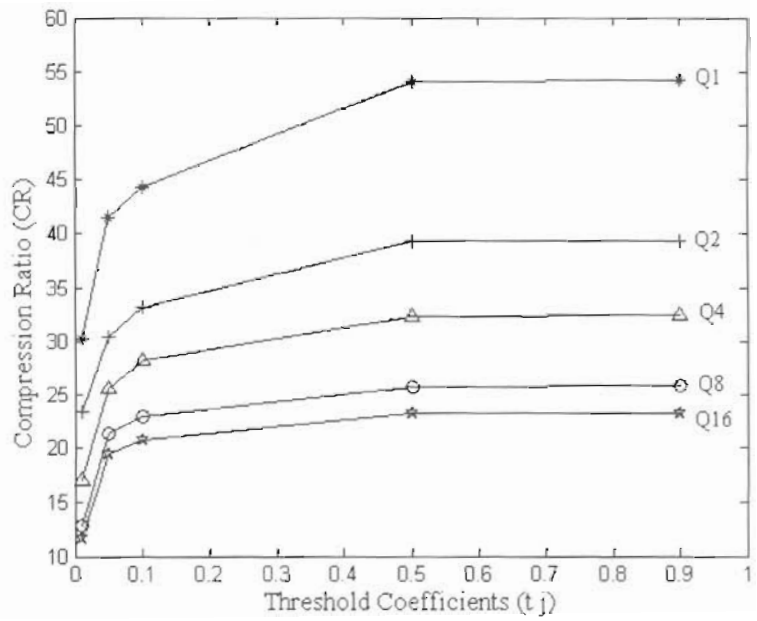
| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 4,996 | 0.01 | *4,660* | **12.81** | **0.2978** |
| 64,000 | 3,005 | 0.05 | *6,585* | 21.30 | 0.8073 |
| 64,000 | 2,783 | 0.10 | *6,749* | 23.00 | 1.4827 |
| 64,000 | 2,487 | 0.50 | *6,992* | 25.73 | 2.0098 |
| 64,000 | 2,482 | 0.90 | *6,995* | 25.79 | 2.0177 |

ตารางที่ 5-5 ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 16 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 5,450 | 0.01 | *4,660* | **11.74** | **0.2903** |
| 64,000 | 3,299 | 0.05 | *6,585* | 19.40 | 0.8060 |
| 64,000 | 3,077 | 0.10 | *6,749* | 20.80 | 1.4821 |
| 64,000 | 2,756 | 0.50 | *6,992* | 23.22 | 2.0095 |
| 64,000 | 2,751 | 0.90 | *6,995* | 23.26 | 2.0173 |

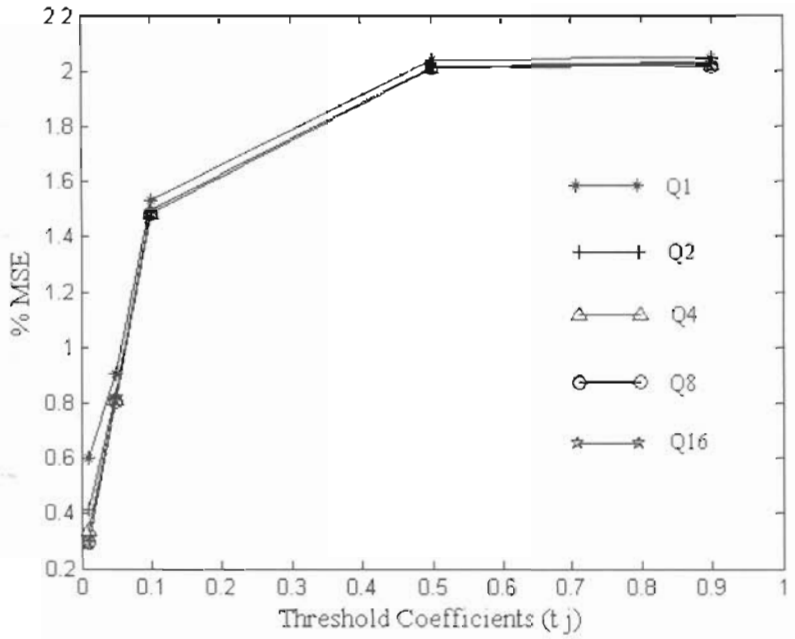
ผลการบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าในตารางที่ 5-2 ถึงตารางที่ 5-5 เป็นการทดลองบีบอัดสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ระดับการคอนไทเซชัน 2 , 4 , 8 และ 16 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าอัตราการบีบอัดสัญญาณจะสูงขึ้นดังในคอลัมน์ที่ 5 ของทุกตารางเมื่อทำการตั้งค่า Threshold Coefficients (tj) สูงขึ้น แต่ก็จะทำให้ค่าผิดพลาด %MSE เพิ่มขึ้นด้วยตามลำดับในคอลัมน์ที่ 6 ของทุกตาราง

เมื่อนำผลในตารางที่ 5-1 ถึงตารางที่ 5-5 มาทำการเปรียบเทียบให้เห็นความแตกต่างและการเปลี่ยนแปลงในแต่ละระดับของการคอนไทเซชัน ที่ค่าสัมประสิทธิ์เส้นแบ่งต่างๆได้ดังภาพที่ 5-4




ก. เปรียบเทียบอัตราการบีบอัดของสัญญาณแรงดัน เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชัน

ภาพที่ 5-4 เปรียบเทียบอัตราการบีบอัด และค่าความผิดพลาดของสัญญาณแรงดันไฟฟ้า



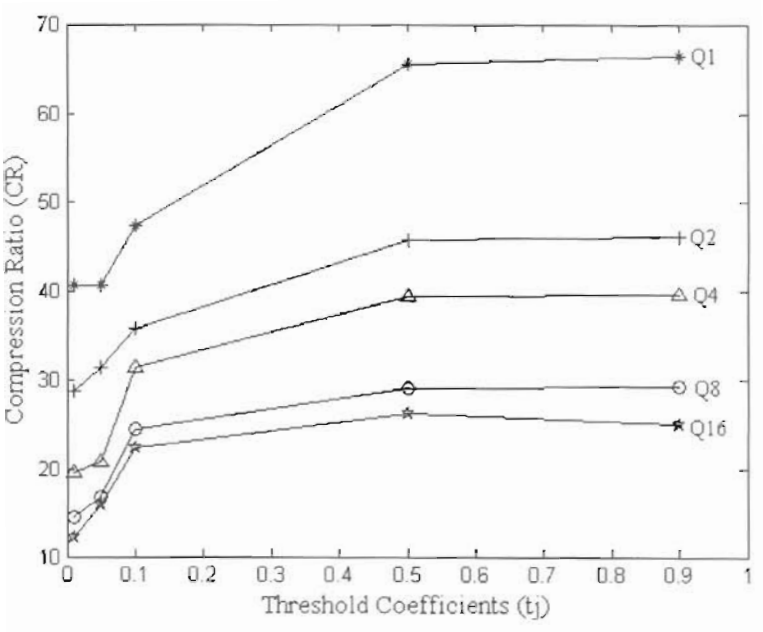

ข. เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณแรงดัน เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชัน

**ภาพที่ 5-4 (ต่อ)**

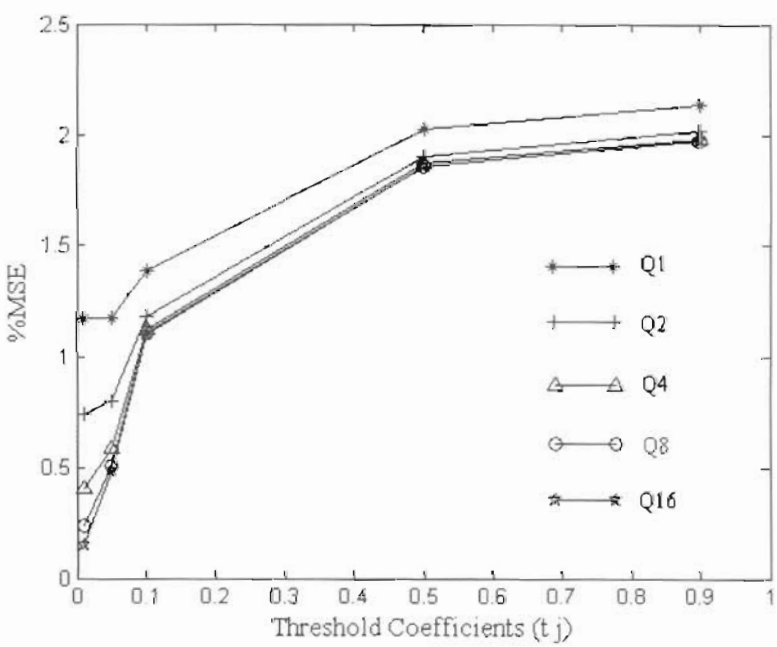
จากภาพที่ 5-4 (ก) แสดงการเปรียบเทียบอัตราการบีบอัด Compression Ratio (CR) ของสัญญาณแรงดันไฟฟ้า เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชันในระดับต่างๆ โดยกราฟเส้น Q1 คือการคอนไทเซชัน 1 ระดับโดยนำข้อมูลจากตารางที่ 1 มาพล็อตกราฟ ส่วน Q2 , Q4 , Q8 , Q16 ก็คือค่าในตารางที่ 2, 3, 4 และ 5 ตามลำดับ เมื่อทำการปรับค่า tj ให้สูงขึ้นก็จะทำให้ค่า CR เพิ่มขึ้นด้วยในกราฟทุกเส้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าที่ระดับการคอนไทเซชันสูงขึ้นจะทำให้ค่า CR มีค่าต่ำลง แต่การเปลี่ยนแปลงจะลดลงเมื่อเพิ่มระดับการคอนไทเซชันขึ้นไปอีก

ในภาพที่ 5-4 (ข) แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาด %MSE ของสัญญาณแรงดัน เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชันในระดับต่างๆ โดยกราฟเส้น Q1 คือคอนไทเซชัน1 ระดับโดยนำข้อมูลจากตารางที่ 1 มาพล็อตกราฟ ส่วน Q2 , Q4 , Q8 , Q16 ก็คือค่าในตารางที่ 2, 3, 4 และ 5 ตามลำดับ เมื่อทำการปรับค่า tj ให้สูงขึ้นก็จะทำให้ค่า %MSE เพิ่มขึ้นด้วยในกราฟทุกเส้น และจะเห็นได้ว่าที่ระดับการคอนไทเซชันสูงขึ้นไม่ได้ทำให้ค่า %MSE มีค่าลดลงมากนัก ยกเว้นที่ระดับ Q1 เท่านั้นที่มีค่า %MSE ที่สูงเกินกว่าระดับคอนไทเซชันอื่นอย่างเห็นได้ชัด เช่นใน Q8 และ Q16 ค่าจะไม่ต่างกันมากนัก

ส่วนผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าได้แสดงไว้ในตารางที่ ก-1 ถึง ตารางที่ ก-5 ในภาคผนวก (ก) และเมื่อนำค่าในตารางมาพล็อตกราฟก็จะได้ดังภาพที่ 5-5 ต่อไปนี้




ก. เปรียบเทียบอัตราการบีบอัดของสัญญาณกระแส เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชัน




ข. เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณกระแส เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชัน

**ภาพที่ 5-5** เปรียบเทียบอัตราการบีบอัด และค่าความผิดพลาดของสัญญาณกระแสไฟฟ้า

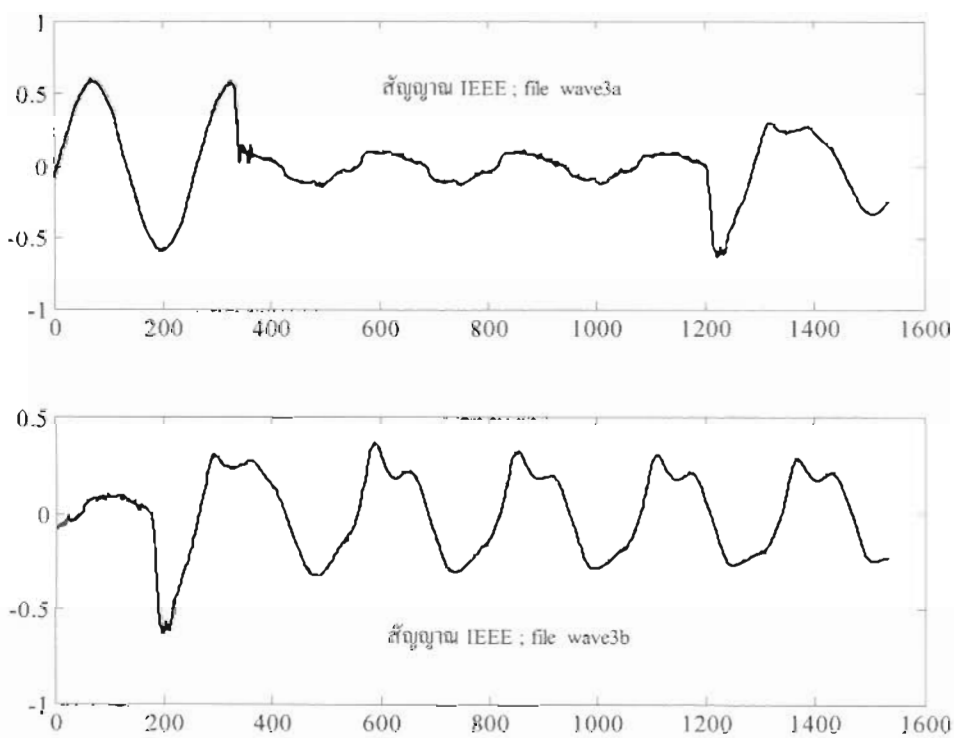
จากภาพที่ 5-5 (ก) แสดงการเปรียบเทียบอัตราการบีบอัด Compression Ratio (CR) ของสัญญาณกระแสไฟฟ้าในภาพที่ 5-2 โดยกราฟเส้น Q1 คือการคอนไทเซชัน 1 ระดับโดยนำข้อมูล

จากตารางที่ ก-1 มาพล็อตกราฟ ส่วน Q2 , Q4 , Q8 , Q16 ก็คือค่าในตารางที่ ก-2, ก-3, ก-4 และ ก-5 ตามลำดับ เมื่อทำการปรับค่า tj ให้สูงขึ้นก็จะทำให้ค่า CR เพิ่มขึ้นด้วยในกราฟทุกเส้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าที่ระดับการคอนไทเซชันสูงขึ้นจะทำให้ค่า CR มีค่าลดลงอย่างเห็นได้ชัด แต่การเปลี่ยนแปลงจะลดลงเมื่อเพิ่มระดับการคอนไทเซชันขึ้นไปอีก

ในภาพที่ 5-5 (ข) แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาด %MSE ของสัญญาณกระแสไฟฟ้า เมื่อทำการปรับค่า tj ให้สูงขึ้นก็จะทำให้ค่า %MSE เพิ่มขึ้นด้วยในกราฟทุกเส้น และจะเห็นได้ว่าที่ระดับการคอนไทเซชันสูงขึ้นไม่ได้ทำให้ค่า %MSE มีค่าลดลงมากนักเช่นเมื่อเพิ่มจาก Q4 เป็น Q8 หรือ Q16 ลักษณะกราฟจะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากคือมีค่าใกล้เคียงกัน

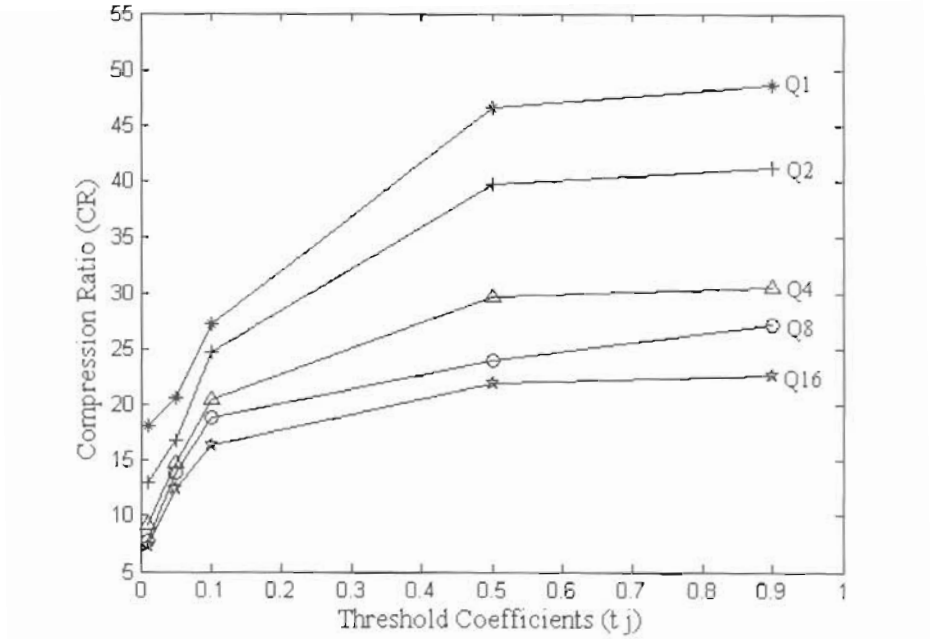
## 5.2 สัญญาณจาก IEEE Website

สัญญาณจาก Website ของ IEEE ซึ่งเป็นสัญญาณความผิดพร่องทางไฟฟ้า โดยนำมาทดสอบ 2 สัญญาณในชื่อไฟล์ wave3a และสัญญาณในชื่อไฟล์ wave3b ดังในภาพที่ 5-6 โดยสัญญาณทั้งสองมีจำนวนแซมเปิ้ลทั้งหมด 1,536 แซมเปิ้ล และมีขนาดไฟล์ 12,288 ไบต์

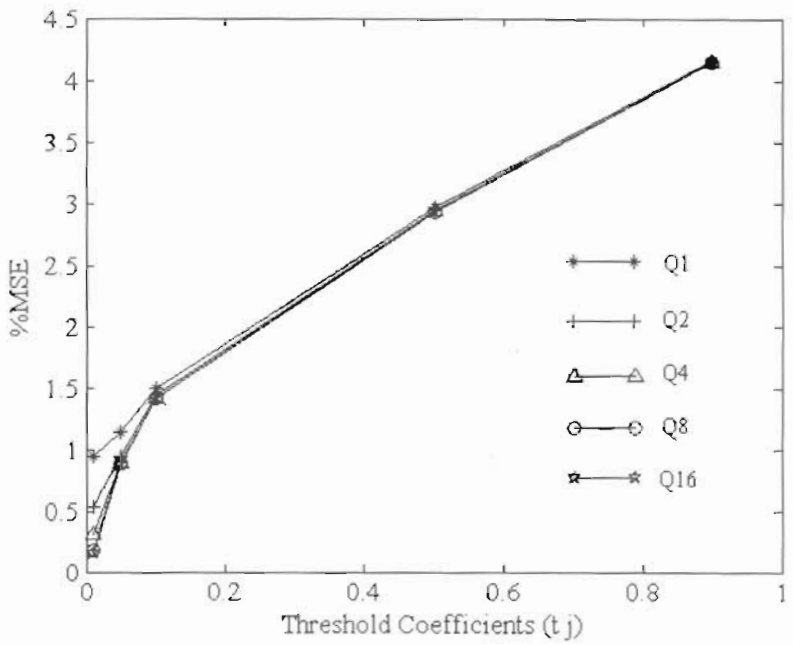



**ภาพที่ 5-6** สัญญาณจาก Website ของ IEEE ที่เป็นสัญญาณความผิดพร่องทางไฟฟ้า

ผลการบีบอัดสัญญาณ wave3a นี้ได้แสดงไว้ในตาราง ก-6 ถึงตาราง ก-10 และทำการเปรียบเทียบผลด้วยกราฟดังภาพที่ 5-7 ดังต่อไปนี้



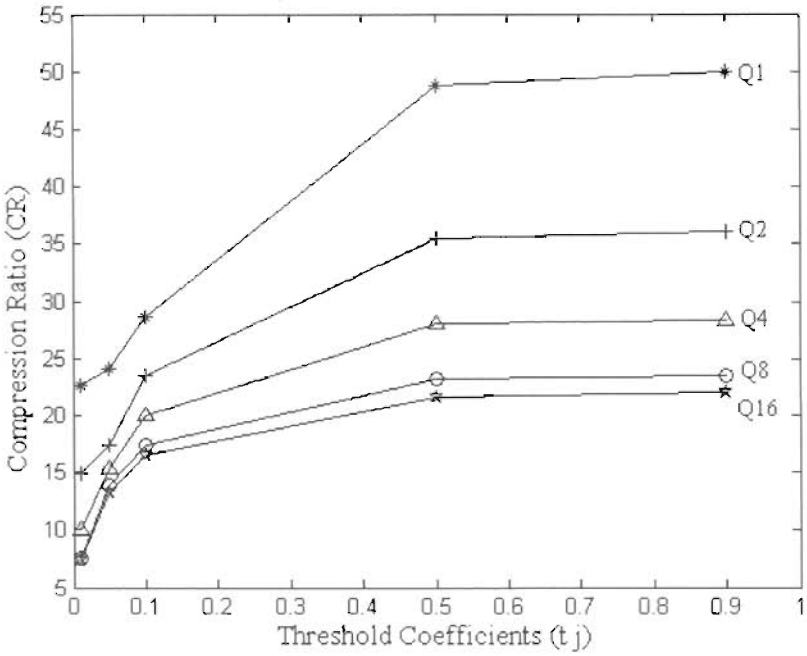

ก. เปรียบเทียบค่าอัตราการบีบอัดของสัญญาณ เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชัน



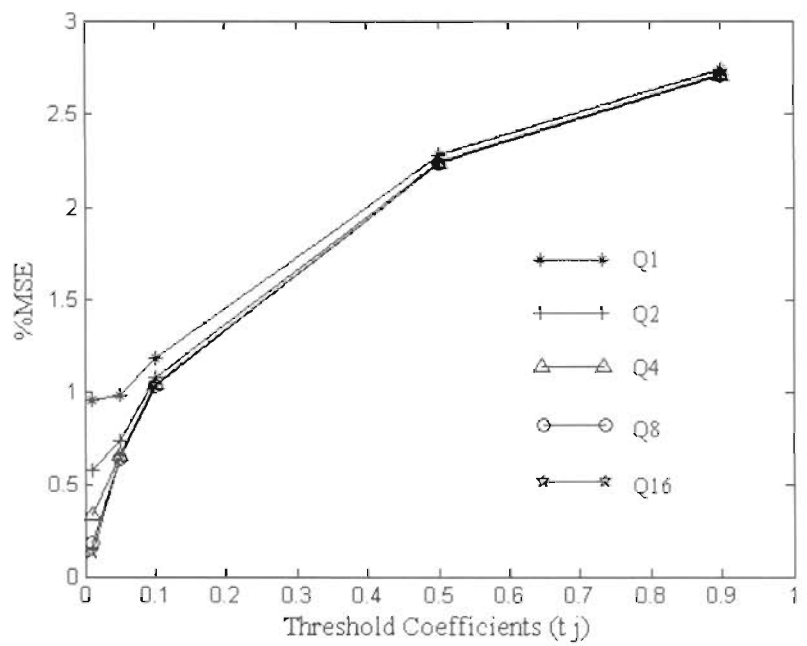

ข. เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณ เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชัน

**ภาพที่ 5-7** เปรียบเทียบอัตราการบีบอัด และค่าความผิดพลาดของสัญญาณ IEEE wave3a

ผลการบีบอัดสัญญาณ wave36 ได้แสดงไว้ในตาราง ก-11 ถึงตาราง ก-15 และทำการเปรียบเทียบผลด้วยกราฟดังภาพที่ 5-8 ดังต่อไปนี้




ก. เปรียบเทียบอัตราการบีบอัดของสัญญาณ เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชัน




ข. เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณ เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชัน

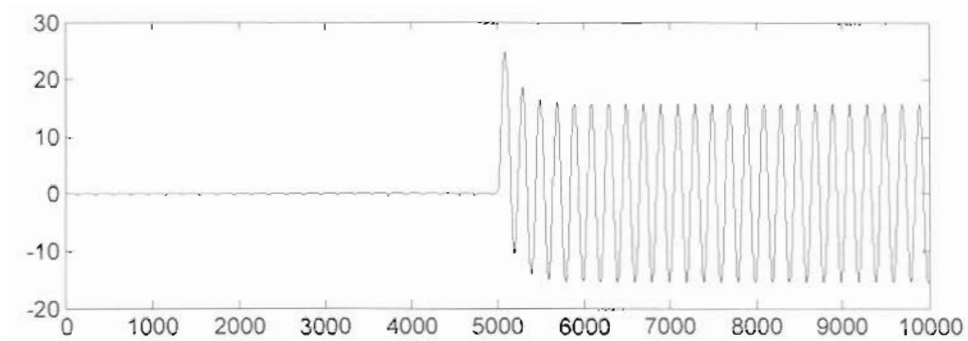
**ภาพที่ 5-8** เปรียบเทียบอัตราการบีบอัด และค่าความผิดพลาดของสัญญาณ IEEE wave3b

จากภาพที่ 5-7 (ก) โดยนำข้อมูลจากตารางที่ ก-6 ถึงตาราง ก-10 มาพล็อตกราฟ และภาพที่ 5-8 (ก) โดยนำข้อมูลจากตารางที่ ก-11 ถึงตารางที่ ก-15 มาพล็อตกราฟ แสดงการเปรียบเทียบอัตราการบีบอัด Compression Ratio (CR) ของสัญญาณ เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชันในระดับต่างๆ เมื่อทำการปรับค่า tj ให้สูงขึ้นก็จะทำให้ค่า CR เพิ่มขึ้นด้วยในกราฟทุกเส้น

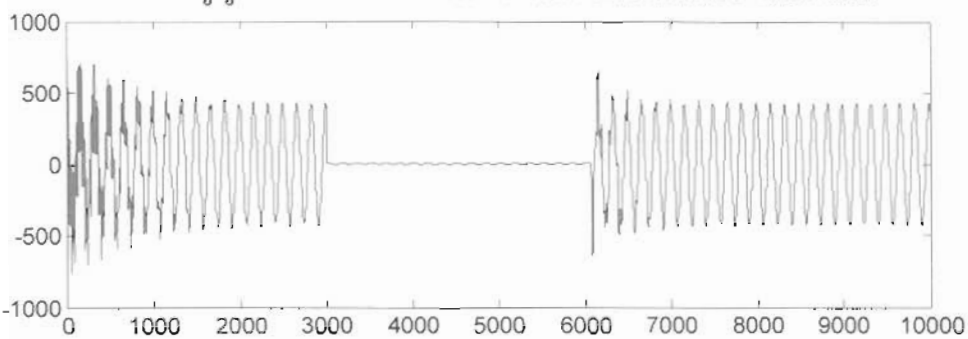
จากภาพที่ 5-7 (ข) โดยนำข้อมูลจากตารางที่ ก-6 ถึง ก-10 มาพล็อตกราฟ และภาพที่ 5-8 (ข) โดยนำข้อมูลจากตารางที่ ก-11 ถึงตารางที่ ก-15 มาพล็อตกราฟ เมื่อปรับค่า tj และค่าคอนไทเซชันในระดับต่างๆ เมื่อทำการปรับค่า tj ให้สูงขึ้นก็จะทำให้ค่า %MSE เพิ่มขึ้นด้วยในกราฟทุกเส้น

## 5.3 สัญญาณจากการจำลองในโปรแกรม PSCAD / EMTDC [21]

สัญญาณจากการจำลองในโปรแกรม PSCAD / EMTDC ที่อัตราการแซมปลิ้งสัญญาณ 10 kHz , 20 kHz , 30 kHz , 40 kHz , 50 kHz , 60 kHz , 70 kHz , 80 kHz , 90 kHz , 100 kHz ด้วยช่วงเวลาของสัญญาณทั้งหมด 1วินาที โดยมีจำนวนแซมเปิ้ล และมีขนาดไฟล์ดังแสดงในตารางที่ 5-6 ซึ่งเป็นสัญญาณกระแสไฟฟ้าในกรณีของการลัดวงจรลงดินสามเฟสของหม้อแปลงด้านแรงดันสูง และตารางที่ ก-16 เป็นสัญญาณกระแสไฟฟ้าลัดวงจรลงดินเฟสเดียวในสายส่งไฟฟ้าแรงดันสูง ส่วนลักษณะของสัญญาณได้แสดงดังภาพที่ 5- 8




ก. สัญญาณกระแสไฟฟ้ากรณีลัดวงจรลงดินสามเฟสของหม้อแปลง



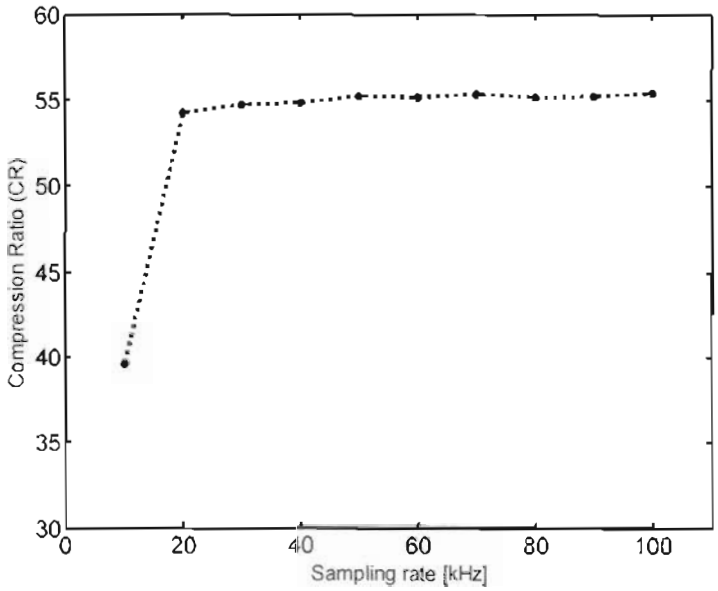

ข. สัญญาณกระแสไฟฟ้ากรณีลัดลงจรลงดินเฟสเดียวในสายส่งกำลังไฟฟ้า

**ภาพที่ 5-9** สัญญาณจำลองโดยโปรแกรม PSCAD / EMTDC

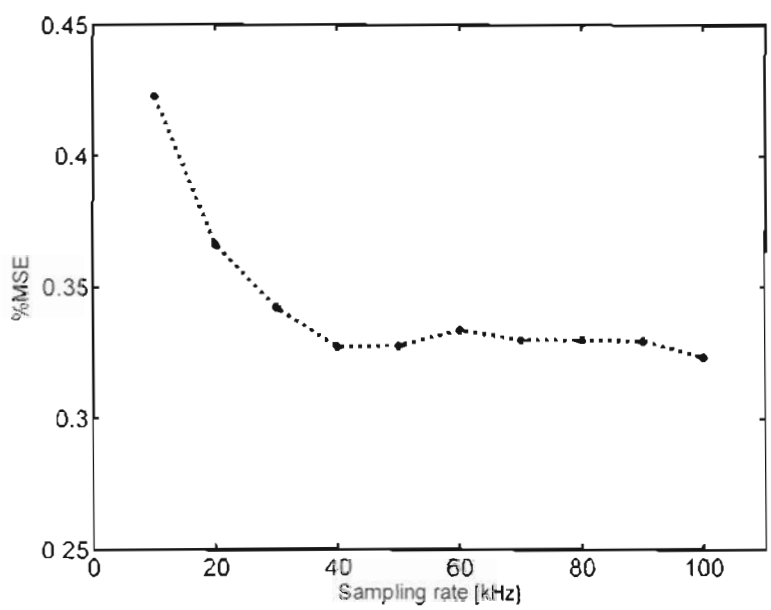
**ตารางที่ 5-6** ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้ากรณีลัดวงจรลงดินสามเฟสของหม้อแปลงด้านแรงดันสูง (Phase A) จาก PSCAD/EMTDC

| Sampling Rate | File Size (byte) | | Zero Coefficients | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| | Original | Compressed | | | |
| 10 kHz | 80,000 | 2,019 | 7,370 | 39.62 | 0.4229 |
| 20 kHz | 160,000 | 2,949 | 17,491 | 54.26 | 0.3662 |
| 30 kHz | 240,000 | 4,384 | 26,242 | 54.74 | 0.3423 |
| 40 kHz | 320,000 | 5,834 | 34,992 | 54.85 | 0.3274 |
| 50 kHz | 400,000 | 7,237 | 43,743 | 55.27 | 0.3275 |
| 60 kHz | 480,000 | 8,694 | 52,493 | 55.21 | 0.3338 |
| 70 kHz | 560,000 | 10,118 | 61,243 | 55.35 | 0.3300 |
| 80 kHz | 640,000 | 11,599 | 69,993 | 55.18 | 0.3298 |
| 90 kHz | 720,000 | 13,026 | 78,743 | 55.27 | 0.3293 |
| 100 kHz | 800,000 | 14,428 | 87,493 | 55.45 | 0.3234 |

สัญญาณที่จำลองจากโปรแกรม PSCAD/EMTDC เมื่อเพิ่มอัตราการแซมปลิ้งสัญญาณขึ้นไปเรื่อยๆจะทำให้ขนาดไฟล์ของสัญญาณเพิ่มขึ้นไปอีก เนื่องจากจำนวนแซมเปิ้ลของสัญญาณจะเพิ่มขึ้นและความละเอียดของสัญญาณก็จะสูงขึ้นด้วย แสดงในตารางที่ 5-6




**ภาพที่ 5-10** เปรียบเทียบอัตราการบีบอัดของสัญญาณกระแสไฟฟ้ากรณีลัดวงจรลงดินสามเฟสของหม้อแปลงด้านแรงดันสูง (Phase A) จาก PSCAD/EMTDC ที่อัตราการแซมปลิ้งต่างๆ




**ภาพที่ 5-11** เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณกระแสไฟฟ้ากรณีลัดวงจรลงดินสามเฟสของหม้อแปลงด้านแรงดันสูง (Phase A) จาก PSCAD/EMTDC ที่อัตราการแซมปลิ้งต่างๆ

ผลการบีบอัดสัญญาณในแสดงภาพที่ 5-9 เห็นว่าสามารถลดขนาดของไฟล์ได้มากขึ้นที่สัญญาณต้นแบบที่นำมาบีบอัดมีอัตราการแซมปลิ้งที่สูงขึ้น แต่อัตราการบีบอัดจะมีค่ามากขึ้นแปรตามอัตราการแซมปลิ้งในช่วงหนึ่งเท่านั้น และอัตราการบีบอัดจะมีค่าคงที่หรือเปลี่ยนแปลงน้อยมากที่ระดับของอัตราการแซมปลิ้งที่สูงขึ้นไปอีก และในส่วนของค่าเปอร์เซนต์ความผิดพลาดก็จะมีค่าลดลงเช่นกันเมื่ออัตราการแซมปลิ้งของสัญญาณสูงขึ้นด้วย และจะมีค่าไม่เปลี่ยนแปลงในช่วงหนึ่งของการแซมปลิ้งที่สูงขึ้นไปอีกดังในภาพที่ 5-10

สรุป

จากผลการบีบอัดสัญญาณด้วยวิธีการที่เสนอ โดยใช้เวฟเลตทรานสฟอร์มเป็นเครื่องมือช่วยในการวิเคราะห์สัญญาณนั้น จะเห็นได้ว่าอัตราการบีบอัดจะมีค่าสูงมากกว่า 10 เท่าขึ้นไป ทำให้สามารถลดขนาดเนื้อที่ในการบันทึกสัญญาณลงได้มาก จึงทำให้สามารถประหยัดเนื้อที่ในการเก็บบันทึกได้ จากทุกตารางเห็นว่ายิ่งทำการเพิ่มค่าของสัมประสิทธิ์ Threshold (tj) ขึ้นไปอีกก็จะส่งผลทำให้ขนาดไฟล์สัญญาณลดลงไปอีกหรืออัตราการบีบอัดสัญญาณเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อเราทำการตั้งค่าสัมประสิทธิ์ Threshold(tj) สูงขึ้น จะทำให้สัญญาณค่าความถี่สูงที่อยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์เวฟเลตทรานสฟอร์มถูกทำให้มีค่าเป็นศูนย์มากขึ้นซึ่งส่วนใหญ่เป็นส่วนประกอบที่เกินมาของสัญญาณ ส่งผลให้ลดจำนวนค่าแซมเปิ้ลที่จะทำการเข้ารหัสน้อยลงทำให้อัตราการบีบอัดสูงขึ้น แต่ถ้าทำการตัดสัมประสิทธิ์มากเกินไปก็จะส่งผลให้เกิดค่าความผิดเพี้ยนของสัญญาณสร้างกลับมากขึ้นด้วยเมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณเดิม ส่วนค่าคอนไทเซชันนั้นก็มีผลกับอัตราส่วนการบีบอัดเช่นกัน โดยเมื่อคอนไทเซชันสัญญาณละเอียดมากขึ้นหรือที่ระดับสูงขึ้น จะทำให้ค่าความผิดเพี้ยนของสัญญาณสร้างกลับเมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณเดิมมีค่าลดลง แต่ในทางกลับกันอัตราการบีบอัดก็จะลดลงด้วยเช่นกัน

ผลการบีบอัดของสัญญาณในหลายลักษณะจะเห็นว่าเมื่อทำการตั้งค่าสัมประสิทธิ์ Threshold(tj) และค่าคอนไทเซชันระดับเดียวกัน จะได้อัตราการบีบอัดและค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดไม่เท่าเลยเมื่อเปรียบเทียบผลจากทุกตาราง เนื่องจากว่ารูปร่างของสัญญาณมีความแตกต่างกัน ดังนั้นในการที่จะปรับตั้งค่าสัมประสิทธิ์ Threshold(tj) และค่าคอนไทเซชันจึงขึ้นอยู่กับความต้องการอัตราการบีบอัด และค่าเปอร์เซนต์ความผิดพลาดที่ต้องการและยอมรับได้

# บทที่ 6
# สรุปผลและข้อเสนอแนะ

เนื่องจากในระบบไฟฟ้ากำลังนั้นเมื่อเกิดความผิดพร่องหรือเกิดสัญญาณรบกวนขึ้นจะส่งผลกระทบต่อการทำงานและเสถียรภาพของระบบไฟฟ้านั้นได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการประมวลผลตรวจสอบ และวิเคราะห์หาสาเหตุของความผิดพร่องและการถูกรบกวนนั้น เพื่อที่จะหาแนวทางแก้ไขปัญหาและแนวทางการวางแผนดำเนินงานของระบบไว้ล่วงหน้าต่อไป ซึ่งในปัจจุบันนี้การประมวลผลจะกระทำได้โดยใช้ตัวประมวลผลสัญญาณดิจิตอล ซึ่งมีความสะดวกรวดเร็ว ความแม่นยำและมีประสิทธิภาพมาก แต่สัญญาณอินพุตที่จะทำการประมวลผลนั้นจะต้องผ่านการแปลงสัญญาณให้อยู่ในรูปของสัญญาณดิจิตอลก่อน โดยที่ในระบบไฟฟ้ากำลังนั้นจะใช้ Digital Fault Recorder (DFR) เป็นตัวตรวจจับและแปลงสัญญาณจากสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอลก่อนทำการประมวลผลหรือเก็บบันทึกสัญญาณ ซึ่งมีกระบวนการที่สำคัญคือการแซมปิ้งสัญญาณ แต่การแซมปิ้งสัญญาณยิ่งมีความถี่สูงๆเพื่อทำให้สัญญาณมีความละเอียดมากขึ้นนั้น จะส่งผลทำให้ขนาดไฟล์ของสัญญาณเพิ่มมากขึ้นด้วยทำให้สิ้นเปลืองเนื้อที่ในการเก็บบันทึกสัญญาณและเป็นผลทำให้ต้องใช้เวลามากในการส่งผ่านสัญญาณนั้นด้วย

งานวิจัยนี้จึงนำเสนอวิธีการลดขนาดไฟล์ของสัญญาณที่ใช้ในการเก็บบันทึกของสัญญาณความผิดพร่องและสัญญาณที่ถูกรบกวนในระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งเป็นสัญญาณที่มีลักษณะไม่คงที่หรือมีการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณเช่นแอมพลิจูดหรือความถี่ของสัญญาณเป็นต้น โดยใช้วิธีการบีบอัดสัญญาณแบบมีการสูญเสียบางส่วนและใช้ดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์มมาวิเคราะห์แยกแยะส่วนประกอบของสัญญาณ และใช้วิธีการเข้ารหัสแบบ Modified Huffman Coding โดยผลจากการทดสอบบีบอัดสัญญาณด้วยวิธีที่เสนอ โดยใช้โปรแกรม MATLAB ในการประมวลผลและทดสอบบีบอัดสัญญาณสามารถสรุปผลได้ดังนี้

## 6.1 ผลการทดสอบการบีบอัดสัญญาณ

จากผลการทดสอบบีบอัดสัญญาณด้วยวิธีการที่เสนอโดยใช้เวฟเลตทรานสฟอร์มเป็นเครื่องมือช่วยในการวิเคราะห์สัญญาณนั้น จะเห็นได้ว่าอัตราการบีบอัดจะมีค่าสูงมากเป็น 10 เท่าขึ้นไปโดยที่สัญญาณสร้างกลับยังคงรักษาลักษณะโครงสร้างที่สำคัญของสัญญาณเดิมไว้ได้เหมือนเดิม และมีค่าผิดพลาดที่สามารถยอมรับได้ ทำให้สามารถลดขนาดเนื้อที่ในการบันทึก

สัญญาณลงได้เป็นอย่างมากดังแสดงในตารางบทที่ 5 และในตารางภาคผนวก (ก) เนื่องจากเวฟเลตทรานสฟอร์มมีความสามารถสูงมากในการแยกสัญญาณความถี่สูงซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นส่วนประกอบของสัญญาณที่เกินมาออกจากสัญญาณความถี่ต่ำซึ่งเป็นส่วนประกอบหลักของสัญญาณทำให้สามารถที่จะตัดสัญญาณในช่วงความถี่สูงๆออกไปได้โดยไม่ส่งผลต่อลักษณะรายละเอียด และโครงสร้างของสัญญาณเดิม จึงมีค่าความผิดเพี้ยนของสัญญาณสร้างกลับเปรียบเทียบกับสัญญาณเดิมอยู่ในย่านที่ต่ำ จึงกล่าวได้ว่าเวฟเลตทรานสฟอร์มจึงมีความเหมาะสมกับการวิเคราะห์สัญญาณความผิดพร่องในระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งเป็นสัญญาณไม่คงที่ หรือเกิดการเปลี่ยนแปลงทั้งความถี่และขนาดของค่าแอมพลิจูดของสัญญาณ

**6.2 การเปรียบเทียบผล**

จากการใช้เวฟเลตทรานสฟอร์มในงานบีบอัดสัญญาณเมื่อเปรียบเทียบกับการทรานสฟอร์มแบบอื่นๆเช่นดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์ม จะเห็นว่าสัญญาณที่สร้างกลับจากเวฟเลตทรานสฟอร์มจะมีความผิดเพี้ยนต่ำมาก ซึ่งยังคงรักษารายละเอียดโครงสร้างเหมือนสัญญาณเดิม ต่างจากดีสครีทโคไซน์ทรานสฟอร์มที่ลักษณะของสัญญาณจะมีความผิดเพี้ยนไปจากเดิมมาก โดยเฉพาะในช่วงเกิดภาวะชั่วครู่ของสัญญาณดังแสดงในภาพที่ 5-3

จากผลการบีบอัดสัญญาณในทุกตารางเห็นว่ายิ่งทำการเพิ่มค่าของสัมประสิทธิ์ Threshold (tj) ขึ้นไปอีกก็จะส่งผลทำให้ขนาดไฟล์สัญญาณลดลงไปอีกหรืออัตราการบีบอัดสัญญาณเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อเราทำการตั้งค่าสัมประสิทธิ์ Threshold(tj) สูงขึ้น จะทำให้สัญญาณค่าความถี่สูงที่อยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์เวฟเลตทรานสฟอร์มถูกทำให้มีค่าเป็นศูนย์มากขึ้นซึ่งส่วนใหญ่เป็นส่วนประกอบที่เกินมาของสัญญาณ ส่งผลให้ลดจำนวนค่าแซมเปิ้ลที่จะทำการเข้ารหัสน้อยลงจึงทำให้อัตราการบีบอัดสูงขึ้น แต่ถ้าทำการตัดสัมประสิทธิ์มากเกินไปก็จะส่งผลให้เกิดค่าความผิดเพี้ยนของสัญญาณสร้างกลับมากขึ้นด้วยเมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณเดิม ส่วนค่าคอนไทเซชันนั้นก็มีผลกับอัตราส่วนการบีบอัดเช่นกัน โดยเมื่อคอนไทเซชันสัญญาณละเอียดมากขึ้นหรือที่ระดับสูงขึ้น จะทำให้ค่าความผิดเพี้ยนของสัญญาณสร้างกลับเมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณเดิมมีค่าลดลง แต่ในทางกลับกันอัตราการบีบอัดก็จะลดลงด้วยเช่นกัน เมื่อดูผลการบีบอัดของสัญญาณในหลายตารางจะเห็นว่าเมื่อทำการตั้งค่าสัมประสิทธิ์ Threshold(tj) และค่าคอนไทเซชันระดับเดียวกัน จะได้อัตราการบีบอัดและค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดไม่เท่าเลยเมื่อดูจากทุกตารางและทุกกราฟ เนื่องจากว่ารูปร่างและส่วนประกอบของสัญญาณมีความแตกต่างกัน

## 6.3 ข้อได้เปรียบ

งานวิจัยนี้ใช้วิธีการบีบอัดแบบมีการสูญเสียโดยการเข้ารหัสทรานสฟอร์ม โดยเป็นการประยุกต์นำเอาข้อดีของการเข้ารหัสแบบ Run Length Coding ที่มีความง่ายในการเข้ารหัสแต่ก็มีข้อเสียคือมีประสิทธิภาพต่ำในการบีบอัดเพราะต้องอาศัยการซ้ำกันของข้อมูลมาช่วยในการเข้ารหัสอย่างเดียวเท่านั้น นำมาใช้ร่วมกับวิธี Huffman Coding ซึ่งความยาวของการเข้ารหัสจะแปรผันตามความถี่ของข้อมูลที่ซ้ำกันโดยมีหลักการว่าข้อมูลอินพุตที่มีความถี่สูงจะเข้ารหัสด้วยสัญลักษณ์ที่มีความยาวของบิตน้อยกว่าข้อมูลที่มีความถี่ต่ำ แต่มีความยุ่งยากและซับซ้อนมากในการประมวลผล เมื่อประยุกต์ใช้ร่วมกันก็จะได้วิธีเข้ารหัสที่เรียกว่า Modified Huffman Coding ซึ่งมีความง่ายในการเข้ารหัส ไม่มีการประมวลผลที่ยุ่งยากและได้ประสิทธิภาพสูง เหมาะกับลักษณะของสัญญาณในระบบไฟฟ้า ดังผลการบีบอัดสัญญาณในตารางบทที่ 5 และตารางภาคผนวก (ก)

ผู้วิจัยหวังว่าการศึกษาถึงวิธีการบีบอัดเพื่อลดขนาดไฟล์ในการเก็บบันทึกของสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ในระบบไฟฟ้ากำลังนี้ จะสามารถทำให้งานวิจัยนี้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น โดยผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะบางประการสำหรับผู้สนใจดังนี้

## 6.4 ข้อเสนอแนะ

6.4.1 หาค่าเส้นแบ่ง (Threshold) ในการตัดสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมของสัญญาณในระบบไฟฟ้ากำลังทั้งชุดที่เหมาะสมเพื่อใช้เป็นค่ามาตรฐาน หรือหาวิธีการแบบใหม่ที่ใช้ในการตัดค่าสัมประสิทธิ์ความถี่สูงออกไป เช่นใช้วิธีการทางสถิติเข้ามาช่วยในการตัดสินใจในการตัดค่าสัมประสิทธิ์ความถี่สูงออกไป เป็นต้น

6.4.2 หาค่าคอนไทเซชันที่เหมาะสมของสัญญาณในระบบไฟฟ้ากำลังทั้งชุด หรือหาวิธีการแบบใหม่ที่ใช้ในการคอนไทเซชัน

6.4.3 ควบคุมค่าความผิดพลาดให้อยู่ในย่านที่เหมาะสม และตามความต้องการได้

6.4.4 ศึกษาถึงวิธีการที่จะนำค่าสัมประสิทธิ์ที่ถูกตัดเป็นศูนย์แล้ว นำกลับมามีค่าเท่าเดิมหรือใกล้เคียงค่าเดิม จะทำให้ไม่มีความผิดพลาดหรือลดค่าผิดพลาดลงได้เป็นอย่างมาก

6.4.5 พัฒนาเพื่อประยุกต์ใช้ในงานระบบการทำงานแบบ Real Time ต่อไป

# เอกสารอ้างอิง


1. Proakis, J. G. and Manolakis, D. G. Digital signal processing : principle, algorithms and applications. 2nd ed. New York : Macmillan Publishing, c1992.
2. Mitra, S. K. Digital signal processing : a computer – based approach. 2nd ed. Boston : McGraw – Hill Irwin, c2001.
3. Marven, Craig. and Ewers, Gillian. A simple approach to digital signal processing. John Wiley & Sons, c1996.
4. Ungrad, H., Winkler, W. and Wiszniewski, A. Protection techniques in electrical energy systems. Marcel Dekker Press, c1992.
5. Crane, Randy. A simplified approach to image processing : Classical and modern technique in C. New Jersey : Prentice – Hall, c1997.
6. Holtz, Klaus. "The evolution of lossless data compression techniques." IEEE Computer. (1994) :140-145.
7. Hashemain, Reza. "Memory efficient and high - speed search Huffman coding." IEEE Trans on Communication. Vol. 43, (October 1995) : 2576-2581.
8. Blinn, James F. "What's the deal with the DCT?." IEEE Computer Graphics & Applications. (July 1993) : 78-83.
9. Morita, K. Applied fourier transform. Tokyo : Ohmsha, c1995.
10. ลิบชูทซ์, ซีมัวร์. ทฤษฎีและตัวอย่างโจทย์พีชคณิตเชิงเส้น. แปลโดย สมพร สูตินันท์โอภาส. กรุงเทพมหานคร : แมคกรอ - ฮิล – อินเตอร์เนชั่นแนล, 2537.
11. Chui, C. K. An introduction to wavelet. San Diego : Academic Press, c1992.
12. Rao, M. Raghuveer. and Bopardikar, S. Ajit. Wavelet transforms : introduction to theory and applications. Addison Wesley Longman Press, c1998.
13. Aboufadel, Edward. and Schlicker, Steven. Discovering wavelets. Canada : John Wiley & Sons, c1999.
14. Burrus, C. Sidney., Gopinath, Ramesh A. and Guo, Haitao. Introduction to wavelet and wavelet transform: A Primer Upper Saddle. New Jersey : Printice-Hall, c1998.

15. Erlebacher, Gordon., Hussaini, Yousuff. M. and Jameson, M. Leland. Wavelet : theory and applications. Oxford : Oxford University Press, c1996.

16. S. Santoso, E.J. Powers and W.M. Grady. "Power Quality data compression using wavelet transform Methods." IEEE Trans. on Power Delivery. Vol.12, No.3, (July 1997) : 1250-1256.

17. T.B. Littler and D.J. Morrow, "Wavelet for the analysis and compression of power system Disturbances." IEEE Trans. On Power Delivery. Vol.14, (Apr. 1999) : 358-362.

18. E.Y. Hamid and Z.I. Kawasaki. "Wavelet based Data compression of Power system disturbances using the minimum description length criterion." IEEE Trans. On Power Delivery. Vol.17, No.2, (Arp. 2002) : 460-466.

19. C.T. Hsieh and S.J. Huang. "Disturbances of data compression of a power system using the huffman coding approach with wavelet transform enhancement." IEE Proc.- Gener. Transm. Distrib. Vol.150, No.1, (Jan. 2003) : 7-14.

20. C. Thewing , T. Bunyagul. "A Compression of Electrical Power System Non-stationary Signal using Discrete Wavelet Transform." ECTI- CON. Thailand, 2006.

21. ตฤณ แสงสุวรรณ. "การอบรมเชิงปฏิบัติการเรื่อง Power system Transients Simulation Using PSCAD/EMTDC." ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2547. (อัดสำเนา)

# ภาคผนวก ก

## ตารางเพิ่มเติมผลการบีบอัดสัญญาณ

ตารางที่ ก-1 ถึง ก-5 แสดงผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าในภาพที่ 5-2 ได้ผลดังนี้

**ตารางที่ ก-1** ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 1 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 1,578 | 0.01 | 4,363 | 40.56 | 1.1722 |
| 64,000 | 1,578 | 0.05 | 5,602 | 40.56 | 1.1722 |
| 64,000 | 1,354 | 0.10 | 6,693 | 47.27 | 1.3854 |
| 64,000 | 976 | 0.50 | 6,993 | 65.57 | 2.0311 |
| 64,000 | 965 | 0.90 | 6,997 | 66.32 | 2.1388 |

**ตารางที่ ก-2** ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 2 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 2,231 | 0.01 | 4,363 | 28.69 | 0.7390 |
| 64,000 | 2,043 | 0.05 | 5,602 | 31.33 | 0.7973 |
| 64,000 | 1,789 | 0.10 | 6,693 | 35.77 | 1.1840 |
| 64,000 | 1,402 | 0.50 | 6,993 | 45.65 | 1.9042 |
| 64,000 | 1,391 | 0.90 | 6,997 | 46.01 | 2.0189 |

**ตารางที่ ก-3** ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 4 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 3,276 | 0.01 | 4,363 | 19.54 | 0.4050 |
| 64,000 | 3,079 | 0.05 | 5,602 | 20.79 | 0.5879 |
| 64,000 | 2,040 | 0.10 | 6,693 | 31.37 | 1.1196 |
| 64,000 | 1,628 | 0.50 | 6,993 | 39.31 | 1.8715 |
| 64,000 | 1,617 | 0.90 | 6,997 | 39.58 | 1.9882 |

**ตารางที่ ก-4** ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 8 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 4,405 | 0.01 | 4,363 | 14.53 | 0.2402 |
| 64,000 | 3,802 | 0.05 | 5,602 | 16.83 | 0.5053 |
| 64,000 | 2,612 | 0.10 | 6,693 | 24.50 | 1.1043 |
| 64,000 | 2,200 | 0.50 | 6,993 | 29.09 | 1.8631 |
| 64,000 | 2,189 | 0.90 | 6,997 | 29.24 | 1.9804 |

**ตารางที่ ก-5** ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสไฟฟ้าที่ค่าคอนไทเซชัน 16 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 64,000 | 5,269 | 0.01 | 4,363 | 12.15 | 0.1512 |
| 64,000 | 4,042 | 0.05 | 5,602 | 15.83 | 0.4864 |
| 64,000 | 2,852 | 0.10 | 6,693 | 22.44 | 1.0997 |
| 64,000 | 2,440 | 0.50 | 6,993 | 26.23 | 1.8610 |
| 64,000 | 2,560 | 0.90 | 6,997 | 25.00 | 1.9784 |

ตารางที่ ก-6 ถึง ก-10 แสดงผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a ในภาพที่ 5-6 ได้ผลดังนี้

**ตารางที่ ก-6** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 1 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 677 | 0.01 | 428 | 18.15 | 0.9410 |
| 12,288 | 597 | 0.05 | 1,059 | 20.58 | 1.1411 |
| 12,288 | 452 | 0.10 | 1,212 | 27.19 | 1.4982 |
| 12,288 | 264 | 0.50 | 1,332 | 46.55 | 2.9645 |
| 12,288 | 253 | 0.90 | 1,340 | 48.57 | 4.1672 |

**ตารางที่ ก-7** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 2 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 946 | 0.01 | 428 | 12.99 | 0.5355 |
| 12,288 | 730 | 0.05 | 1,059 | 16.83 | 0.9354 |
| 12,288 | 497 | 0.10 | 1,212 | 24.72 | 1.4372 |
| 12,288 | 309 | 0.50 | 1,332 | 39.77 | 2.9416 |
| 12,288 | 298 | 0.90 | 1,340 | 41.23 | 4.1514 |

**ตารางที่ ก-8** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 4 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 1,343 | 0.01 | 428 | 9.15 | 0.3070 |
| 12,288 | 836 | 0.05 | 1,059 | 14.70 | 0.8941 |
| 12,288 | 603 | 0.10 | 1,212 | 20.38 | 1.4167 |
| 12,288 | 415 | 0.50 | 1,332 | 29.61 | 2.9352 |
| 12,288 | 403 | 0.90 | 1,340 | 30.49 | 4.1471 |

**ตารางที่ ก-9** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 8 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 1,593 | 0.01 | 428 | 7.714 | 0.1796 |
| 12,288 | 887 | 0.05 | 1,059 | 13.85 | 0.8830 |
| 12,288 | 654 | 0.10 | 1,212 | 18.79 | 1.4120 |
| 12,288 | 512 | 0.50 | 1,332 | 24.00 | 2.9338 |
| 12,288 | 453 | 0.90 | 1,340 | 27.13 | 4.1461 |

**ตารางที่ ก-10** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3a (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 16 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 1,693 | 0.01 | 428 | 7.26 | 0.1472 |
| 12,288 | 987 | 0.05 | 1,059 | 12.45 | 0.8802 |
| 12,288 | 754 | 0.10 | 1,212 | 16.30 | 1.4108 |
| 12,288 | 560 | 0.50 | 1,332 | 21.94 | 2.9334 |
| 12,288 | 542 | 0.90 | 1,340 | 22.67 | 4.1459 |

ตารางที่ ก-11 ถึง ก-15 แสดงผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b ในภาพที่ 5-6 ได้ผลดังนี้

**ตารางที่ ก-11** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 1 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 544 | 0.01 | 463 | 22.59 | 0.9525 |
| 12,288 | 511 | 0.05 | 1,093 | 24.05 | 0.9810 |
| 12,288 | 430 | 0.10 | 1,221 | 28.58 | 1.1834 |
| 12,288 | 252 | 0.50 | 1,338 | 48.76 | 2.2745 |
| 12,288 | 246 | 0.90 | 1,341 | 49.95 | 2.7446 |

**ตารางที่ ก-12** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 2 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 827 | 0.01 | 463 | 14.86 | 0.5713 |
| 12,288 | 707 | 0.05 | 1,093 | 17.38 | 0.7281 |
| 12,288 | 524 | 0.10 | 1,221 | 23.45 | 1.0715 |
| 12,288 | 346 | 0.50 | 1,338 | 35.51 | 2.2415 |
| 12,288 | 340 | 0.90 | 1,341 | 36.14 | 2.7175 |

**ตารางที่ ก-13** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 4 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 1,231 | 0.01 | 463 | 9.98 | 0.3282 |
| 12,288 | 800 | 0.05 | 1,093 | 15.36 | 0.6561 |
| 12,288 | 617 | 0.10 | 1,221 | 19.92 | 1.0385 |
| 12,288 | 439 | 0.50 | 1,338 | 28.00 | 2.2312 |
| 12,288 | 433 | 0.90 | 1,341 | 28.38 | 2.7092 |

**ตารางที่ ก-14** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 8 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 1,617 | 0.01 | 463 | 7.60 | 0.1757 |
| 12,288 | 889 | 0.05 | 1,093 | 13.82 | 0.6375 |
| 12,288 | 706 | 0.10 | 1,221 | 17.41 | 1.0303 |
| 12,288 | 528 | 0.50 | 1,338 | 23.27 | 2.2290 |
| 12,288 | 522 | 0.90 | 1,341 | 23.54 | 2.7075 |

**ตารางที่ ก-15** ผลการบีบอัดสัญญาณ IEEE ; file wave3b (phase A) ที่ค่าคอนไทเซชัน 16 ระดับ

| File Size (byte) | | Threshold | Zero | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Original | Compressed | Coefficients (tj) | Coefficients | | |
| 12,288 | 1,670 | 0.01 | 463 | 7.36 | 0.1290 |
| 12,288 | 930 | 0.05 | 1,093 | 13.21 | 0.6331 |
| 12,288 | 747 | 0.10 | 1,221 | 16.45 | 1.0284 |
| 12,288 | 568 | 0.50 | 1,338 | 21.63 | 2.2284 |
| 12,288 | 559 | 0.90 | 1,341 | 21.98 | 2.7070 |

**ตารางที่ ก-16** ผลการบีบอัดสัญญาณกระแสลัดวงจรลงดินเฟสเดียวในสายส่งไฟฟ้ากำลัง จาก PSCAD/EMTDC

| Sampling Rate | File Size (byte) | | Zero Coefficients | CR | % MSE |
|---|---|---|---|---|---|
| | Original | Compressed | | | |
| 10 kHz | 80,000 | 5,659 | 6,724 | 14.14 | 0.2538 |
| 20 kHz | 160,000 | 8,371 | 15,366 | 19.11 | 0.2323 |
| 30 kHz | 240,000 | 13,828 | 22,355 | 17.36 | 0.2282 |
| 40 kHz | 320,000 | 14,448 | 32,263 | 22.15 | 0.1783 |
| 50 kHz | 400,000 | 17,255 | 40,766 | 23.18 | 0.1695 |
| 60 kHz | 480,000 | 23,380 | 47,116 | 20.53 | 0.1538 |
| 70 kHz | 560,000 | 24,996 | 56,269 | 22.40 | 0.1366 |
| 80 kHz | 640,000 | 26,416 | 65,849 | 24.23 | 0.1336 |
| 90 kHz | 720,000 | 31,757 | 72,669 | 22.67 | 0.1358 |
| 100 kHz | 800,000 | 34,327 | 81,423 | 23.31 | 0.1311 |

# ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ : นายชาตรี เทวิง

ชื่อวิทยานิพนธ์ : การบีบอัดสัญญาณไม่คงที่ในระบบไฟฟ้ากำลังโดยใช้หลักการของดีสครีทเวฟเลตทรานสฟอร์ม

สาขาวิชา : วิศวกรรมไฟฟ้า

ประวัติ

จบการศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ และประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาวิชาช่างไฟฟ้า จากสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตขอนแก่น พ.ศ. 2540 จบการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ พ.ศ. 2543 เมื่อจบการศึกษาแล้วทำงานในตำแหน่งอาจารย์สอนโรงเรียนเอกชนและวิศวกรโรงงาน แล้วจึงได้บรรจุเป็นพนักงานมหาวิทยาลัยตำแหน่งนายช่างเทคนิค ภาควิชาเคมีอุตสาหกรรม คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือในปี พ.ศ. 2545 จนถึงเดือนมิถุนายนปี พ.ศ. 2549 จึงเข้ารับราชการเป็นอาจารย์สังกัดแผนกไฟฟ้า โรงเรียนฝึกอาชีพกรุงเทพมหานคร(ดินแดง 1) กองส่งเสริมอาชีพ สำนักพัฒนาสังคม กรุงเทพมหานคร