ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรื่อง สถิติทดสอบที่ใช้ในวิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลูสำหรับการทดสอบการเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน

โดย นายบุรินทร์ ราษฎร์อาศัย

ได้รับอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์

_____คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.มงคล หวังสถิตย์วงษ์)

21 พฤษภาคม 2550

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

_____ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ทองคำ ไม้กลัด)

_____กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิจิตรา พลเยี่ยม)

_____กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สำรวม จงเจริญ)

_____กรรมการ

(รองศาสตราจารย์สอาด นิวิศพงศ์)

สถิติทดสอบที่ใช้ในวิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู สำหรับการทดสอบการเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน

นายบุรินทร์ ราษฎร์อาศัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติประยุกต์ ภาควิชาสถิติประยุกต์
บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ปีการศึกษา 2549
ลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ชื่อ : นายบุรินทร์ ราษฎร์อาศัย
ชื่อวิทยานิพนธ์ : สถิติทดสอบที่ใช้ในวิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลูสำหรับการทดสอบการเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน
สาขาวิชา : สถิติประยุกต์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : รองศาสตราจารย์ทองคำ ไม้กลัด
ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิจิตรา พลเยี่ยม
ปีการศึกษา : 2549

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ย จากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน จากสถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู (Generalized P-Value) ที่แตกต่างกัน 4 วิธี คือ สถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified Z-Distributio (TG_Z), สถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified F-Distribution (TG_F), สถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified t-Distribution (TG_t) และสถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่เสนอโดย Krishnamoothy and Thomas(2003) (TG_k) ซึ่งตัวสถิติ 3 วิธีแรกผู้วิจัยทำการพัฒนามาจาก ทฤษฎีสถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลูที่เสนอโดย Weerahandi (1995) เปรียบเทียบกับตัวสถิติวิธีสุดท้ายซึ่งเป็นสถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่เสนอโดย Krishnamoothy and Thomas(2003) (TG_k) ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดจากความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ โดยทำการทดลองในแต่ละสถานการณ์จำนวน 5,000 ครั้ง และทดสอบสมมติฐานแต่ละวิธีจำนวน 5,000 ครั้ง ต่อ 1 รอบสถานการณ์

พบว่าวิธี TG_Z, TG_t และ TG_K ให้ค่าความน่าจะเป็นที่ปฏิเสธ H_0 ที่เป็นจริงใกล้เคียงกับค่าขนาดการทดสอบที่กำหนดและวิธี TG_Z และ TG_K ให้ค่าอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน ในขณะที่วิธี TG_t ให้ค่าอำนาจการทดสอบน้อยกว่า 2 วิธีแรกเล็กน้อย สำหรับวิธี TG_F ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ไม่เป็นไปตามขนาดการทดลองที่กำหนด

(วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 69 หน้า)

คำสำคัญ : เจเนอรัลไรซ์พีวาลู, ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกนอร์มอล, ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1, อำนาจการทดสอบ

_____อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

Name : Mr. Burin Rasarsai
Thesis Title : The Testing Variables in the Generalized P-Value Method for Testing the Equality of the Two independent Lognormal Means
Major Field : Applied Statistics
King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok
Thesis Advisors : Associate Professor Thongkam Maiklad
Assistant Professor Wichitra Phonyiem
Academic Year : 2006

Abstract

This research aims at comparing methods of Testing the equivalence of Means of the Log normal distributions from two independent population using 4 different methods Generalize P- Value namely Modified Z-Distribution (TG_Z), Modified F-Distribution (TG_F) Modified t-Distribution (TG_t) and Generalized P- Value proposed by Krishnamoothy and Thomas(2003) (TG_k). which the researcher has developed from the Theory of Generalize P-Value proposed by Weerahandi (1995), compared with Generalized P- Value proposed by Krishnamoothy and Thomas(2003) (TG_k). Criteria for comparison are the probability of Type I Error and Power of Tests. The tests are undertaken 5,000 times in each situation, and hypothesis tests for each method are repeated 5,000 times in one situational round.

The research finds that (TG_t), (TG_Z) and (TG_k) methods yield probabilities of rejecting H_0 when it is true the selected size of the test at 0.05. The Powers of TG_K and TG_Z tests were almost the same, and higher than TG_t. For the Type I Error of TG_F was higher than size of the test.

(Total 69 pages)

Keywords : Generalized P-Value , Lognormal Mean , Type I Error , Power of the Test.

_____ Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากรองศาสตราจารย์ทองคำ ไม้กลัด อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และผู้ช่วยศาสตราจารย์วิจิตรา พลเยี่ยม อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วมที่ได้ให้คำแนะนำ และข้อคิดเห็นต่างๆ ของการวิจัยมาโดยตลอด จึงขอขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

ผู้วิจัยกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. สำรวม จงเจริญ และรองศาสตราจารย์สอาด นิวิศวงศ์ ในฐานะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจแก้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ส่งเสริมสนับสนุนการศึกษาในทุกๆ ด้าน รวมทั้งให้กำลังใจและห่วงใยผู้วิจัยเสมอมา ขอขอบคุณเพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ที่ให้กำลังใจและให้ความช่วยเหลือเป็นอย่างดีมาโดยตลอด

บุรินทร์ ราษฎร์อาศัย

สารบัญ

		หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย		ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ		ค
กิตติกรรมประกาศ		ง
สารบัญตาราง		ช
สารบัญภาพ		ฌ
บทที่ 1	บทนำ	1
	1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
	1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
	1.3 สมมติฐานของการวิจัย	4
	1.4 ขอบเขตในการวิจัย	4
	1.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ	8
	1.6 ประโยชน์ที่ได้รับ	8
บทที่ 2	ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
	2.1 การแจกแจงของตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการวิจัย	9
	2.2 ทฤษฎีสถิติที่เกี่ยวข้องในงานวิจัย	19
	2.3 ตัวสถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู	17
	2.4 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	22
บทที่ 3	การดำเนินการวิจัย	24
	3.1 แผนการทดลอง	24
	3.2 ขั้นตอนในการวิจัย	25
	3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม	32
บทที่ 4	ผลการวิจัย	43
	4.1 ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1(Type I Error)	44
	4.2 ค่าอำนาจการทดสอบ	49
บทที่ 5	สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	56
	5.1 สรุปผลการวิจัย	56
	5.2 การอภิปรายผลและวิจารณ์	58
	5.3 ข้อเสนอแนะ	59

สารบัญ (ต่อ)

		หน้า
บรรณานุกรม		60
ภาคผนวก ก	โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย	62
ประวัติผู้วิจัย		69

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1-1	ตารางแสดงสถานการณ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1	4
1-2	ตารางแสดงสถานการณ์ที่ใช้ในการ เปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบจากสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ทั้ง 4 วิธี	6
2-1	ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล	11
2-2	ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบไคสแควร์	12
2-3	ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเอฟ	13
2-4	ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที	14
2-5	ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปกติ	16
3-1	สถานการณ์ที่ใช้เปรียบเทียบความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1	29
3-2	สถานการณ์ที่ใช้เปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ	31
4-1	ตารางแสดงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบทั้ง 4 วิธี ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ข้อมูลมีค่า σ_1^2 และ σ_2^2 แตกต่างกัน	45
4-2	ตารางแสดงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธีที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เมื่อค่า $\mu_1 = \mu_2$ และขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน	47
4-3	ตารางแสดงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ เมื่อค่า $\mu_1 > \mu_2$ และขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่าง	48
4-4	ตารางแสดงค่าอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกันโดยที่ค่า μ_1, μ_2 และขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน	50
4-5	ตารางแสดงค่าอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เมื่อค่า $\mu_1 > \mu_2$ และขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าแตกต่างกัน	52

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
4-6	ตารางแสดงค่าอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ในกรณีที่ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกัน กำหนดให้ค่า $\mu_1 = \mu_2$ และ n_1, n_2 มีค่าแตกต่างกัน	54
4-7	ตารางแสดงค่าอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ในกรณีที่ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกัน กำหนดให้ค่า $\mu_1 > \mu_2$ และขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าแตกต่างกัน	55

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2-1	กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นการแจกแจงล็อกนอร์มอลที่ $\mu = 1$ และ $\sigma = 0.5,\ 1,\ 1.5,\ 2$ และ 3	9
2-2	กราฟแสดงฟังก์ชันความแน่นของความน่าจะเป็น เปรียบเทียบระหว่างการแจกแจงล็อกนอร์มอลกับการแจกแจงปกติ	10
2-3	กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงล็อกนอร์มอล ในกรณีที่มีค่า μ แตกต่างกัน	10
2-4	กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงไคสแควร์ในกรณีต่างๆ	11
2-5	กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงเอฟในกรณีต่างๆ	13
2-6	กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงทีในกรณีต่างๆ	14
2-7	กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงปกติ	15
3-1	แผนผังแสดงขั้นตอนการหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1	33
3-2	แผนผังแสดงขั้นตอนการหาค่าอำนาจการทดสอบ	38

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจำเป็นต้องอาศัยวิธีการทางด้านสถิติเพื่อหาผลสรุปของสมมติฐานที่ตั้งขึ้น สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลอาจแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics) และสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ (Parametric Statistics) สถิติทดสอบกลุ่มที่ใช้พารามิเตอร์ ได้แก่ สถิติทดสอบ t สถิติทดสอบ Z หรือสถิติทดสอบ F ซึ่งข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติดังกล่าวจะต้องเป็นไปตามข้อสมมติของการใช้ข้อมูลจะต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) แต่มีข้อมูลบางประเภทที่พบว่ามีการแจกแจงรูปแบบอื่น ได้แก่ ข้อมูลที่เกี่ยวกับค่าใช้จ่ายในการผลิต และเก็บรักษาผลิตภัณฑ์ตามอายุของผลิตภัณฑ์ ข้อมูลเกี่ยวกับการดูแลสุขภาพ เช่น ค่าใช้จ่ายในการรักษาสุขภาพ หรือ อาการเจ็บป่วยที่ต้องการระยะเวลาในการรักษา ข้อมูลในการเก็บรักษาสินค้า ข้อมูลเหล่านี้มักจะมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

การแจกแจงล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution) เป็นการแจกแจงชนิดหนึ่งที่ ตัวแปรสุ่มอยู่ในรูปของค่าลอกการิทึมที่มีการแจกแจงแบบปกติ กล่าวคือถ้า Y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติแล้ว $\exp(Y)$ จะมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล หรือถ้า X มีการแจกแจงล็อกนอร์มอล ดังนั้นจะได้ว่า $\log(X)$ คือค่าการแจกแจงแบบปกติ

การแจกแจงล็อกนอร์มอลมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$g(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log x-\mu)^2},\ x>0. \tag{1-1}$$

โดยมีค่าเฉลี่ย และ ความแปรปรวน คือ

$$E(X)=e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}} \tag{1-2}$$

$$Var(X)=e^{2\mu}e^{\sigma^2}[e^{\sigma^2}-1] \tag{1-3}$$

การแจกแจงล็อกนอร์มอล บางครั้งเรียกว่าการแจกแจงแอนติล็อกนอร์มอล (Antilognormal) และเมื่อนำไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลทางด้านเศรษฐศาสตร์ มักเรียกว่าการแจกแจงคอบ-ดักลาส (Cobb-Douglas Distribution)

การศึกษาสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู (Generalized P-Value) มีการศึกษากันอย่างต่อเนื่องโดยเริ่มจาก Tsui และ Weerahandi (1989) ศึกษาวิธีการทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู โดยการนำตัวสถิติที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์มาทดสอบ ซึ่งในงานวิจัยดังกล่าวได้ทำการทดสอบสมมติฐานความแตกต่างของค่าเฉลี่ย จากประชากร 2 กลุ่ม ซึ่งมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลและเป็นอิสระต่อกัน ภายใต้การกำหนดสมมติฐานทางเดียว

ต่อมา Weerahandi (1995) เสนอแนวความคิดสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู (Generalized P-Values) ซึ่งมีหลักการคือ การคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสมจากการแจกแจงของ $F(x;\zeta)$ โดยที่ $\zeta=(\theta,\delta)$ เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงขึ้นกับพารามิเตอร์ (θ,δ) มี θ เป็นพารามิเตอร์ที่สนใจ และ δ เป็นพารามิเตอร์รบกวน (Nuisance Parameter)

สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู เป็นตัวแปรสุ่มที่อยู่ในรูปของ T เมื่อ $T=T(X;x,\zeta)$ โดยมีคุณสมบัติ 3 ประการคือ

1. ถ้าค่าสังเกตของ t คือ $t_{obs}=t(x;x,\zeta)$ แล้วค่า t จะไม่ขึ้นกับค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า
2. เมื่อกำหนด θ เป็นค่าเฉพาะสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ T มีการแจกแจงที่อิสระต่อพารามิเตอร์รบกวน
3. ถ้ากำหนดค่า x และ δ แล้วความน่าจะเป็นของสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ $\Pr(T\le t;\theta)$ ของฟังก์ชัน θ แล้วฟังก์ชันที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะเป็นฟังก์ชันทางเดียว

ในการศึกษาความเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน Zhou and Gao (1997) พบว่าในการทดสอบค่าผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากร ถ้าใช้การทดสอบทั่วไป เช่น การทดสอบ t ผลที่ได้จากการทดสอบจะมีค่าความผิดพลาด โดยเฉพาะในกรณีที่ค่าความแปรปรวนของทั้ง 2 ประชากรแตกต่างกัน ($\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$)

ดังนั้น Zhou and Gao จึงได้เสนอวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกนอร์มอล เรียกว่า Zhou Test ซึ่งประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีแม็กซิมัมไลลิฮูด (Maximum Likelihood Method ; MLE) และวิธีบู๊ตสแตรป (Bootstrap) แสดงให้เห็นว่าสำหรับการแจกแจงล็อกนอร์มอล ถ้าประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยเทคนิค MLE (Maximum Likelihood Estimater) จะให้ค่าอำนาจการทดสอบ (Power of the Test) สูงกว่าเมื่อใช้การทดสอบ t แต่ถ้า

ไม่ทราบการแจกแจงแล้ว โดยทั่วไปการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีบู๊ตสแตรป จะให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ดีกว่า

Krishnamoorthy and Thomas (2003) นำวิธีการทดสอบของ Weerahandi (1995) คือวิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลูมาพัฒนาและใช้ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม และเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธีทดสอบของ Zhou (1997) เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ผลวิจัยพบว่า วิธีเจเนอรัลไลซ์พีวาลู สามารถควบคุมความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่ดีกว่า และมีอำนาจการทดสอบที่ดีกว่า Zhou Test

สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู สามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตัวแปรพหุ ค.ศ.2001 Gamage, Mathew and Weerahandi ใช้วิธีการทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ในการทดสอบความเท่ากันของเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย (mean vector) ของ 2 ประชากร เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance Matrix) ของทั้ง 2 ประชากรแตกต่างกันและเปรียบเทียบกับเมื่อใช้การทดสอบไคสแควร์และการทดสอบโอเทลลิ่งทีแสควร์ (Hotelling's T^2) พวกเขาพบว่าวิธีที่พัฒนาจากทฤษฎีสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู มีความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 น้อยที่สุด ในขณะที่วิธีการทดสอบไคสแควร์ มีค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 มากที่สุด

การทดสอบวิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู มีหลักการทดสอบสมมติฐาน ด้วยการแจกแจงที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบจาก สถิติไพวอทัล(Pivotal Statistic) เมื่อนำมาทดสอบสมมติฐานสำหรับการเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่เป็นอิสระต่อกันสามารถสร้างสถิติทดสอบขึ้นมาได้หลายฟังก์ชัน งานวิจัยนี้จึงทำการเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานสำหรับการเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล ด้วยสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่แตกต่างกัน 3 ฟังก์ชันกับสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูที่ Krishnamoorthy and Thomas (2003) ทำการพัฒนาขึ้นโดยพิจารณาจากประสิทธิภาพของการทดสอบนี้จากค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I Error) และค่าอำนาจการทดสอบ (Power of the Test)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบวิธีทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่มีการแจกแจง ล็อกนอร์มอล ที่อิสระต่อกันด้วยการทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่แตกต่างกัน 4 ฟังก์ชัน ได้แก่ ฟังก์ชันที่พัฒนาโดย Krishnamoorthy and Thomas (TG_K) และฟังก์ชันซึ่งผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นจากวิธีของ Weerahandi (1995) จำนวน 3 ฟังก์ชัน ได้แก่

1. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified Z-Distribution (TG_z)
2. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified F-Distribution (TG_F)

3. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified t –Distribution (TG_t)

โดยเปรียบเทียบวิธีต่างๆ ในสถานการณ์ที่กำหนด

1.3 สมมติฐานการวิจัย

ภายใต้สถานการณ์ที่กำหนดวิธีการทดสอบที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมา 3 วิธีได้แก่

1. วิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified Z-Distribution (TG_Z)
2. วิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified F-Distribution (TG_F)
3. วิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified t-Distribution (TG_t)

จะมีอย่างน้อย 1 วิธีที่มีประสิทธิภาพดีกว่าหรือเท่ากับวิธีการทดสอบของ Krishnamoorthy และ Thomas (2003)

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1.4.1 ทำการศึกษาเฉพาะกรณีข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่เป็นอิสระต่อกัน

1.4.2 กำหนดให้ค่าขนาดการทดสอบ (α) สำหรับการวิจัยนี้คือ 0.05

1.4.3 ขนาดตัวอย่าง (n) และพารามิเตอร์ของการแจกแจงเพื่อเปรียบเทียบความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 แสดงในตารางที่ 1-1

ตารางที่ 1-1 แสดงสถานการณ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ทั้ง 4 วิธี

ขนาดตัวอย่าง		**ค่าพารามิเตอร์**			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2
4	4	1	0	2	4
		0	0	3	3
		5	0	2	12
		0	0	12	12
10	10	1	0	2	4
		0	0	3	3
		5	0	2	12
		0	0	12	12

ตารางที่ 1-1 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2
25	25	0	0	5	5
		0	0	10	10
		0	0	100	100
		2	0	4	8
		4	0	8	16
40	25	0	0	5	5
		0	0	10	10
25	40	0	0	5	5
		0	0	10	10
40	25	5	0	2	12
25	40	5	0	2	12
40	40	8	0	4	20
		14	0	4	32
100	25	0	0	5	5
		0	0	10	10
25	100	0	0	5	5
		0	0	10	10
100	25	13	0	4	30
25	100	13	0	4	30
100	100	13	0	4	30

1.4.4 การเปรียบเทียบหาค่าอำนาจการทดสอบ (Power of the Test) ของการทดสอบสมมติฐานในกรณีที่ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน ข้อมูล ที่นำมาพิจารณามีการแจกแจงล็อกนอร์มอลที่เป็นไปตามสมมติฐานแย้ง H_a ภายใต้สถานการณ์ตามตารางที่ 1-2

ตารางที่ 1-2 แสดงสถานการณ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ ค่าอำนาจการทดสอบจากสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ทั้ง 4 วิธี

ขนาดตัวอย่าง		**ค่าพารามิเตอร์**			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2
4	4	0	0	12	4
		0	0	20	4
		3	0	2	4
		4	0	1	1
10	10	0	0	12	4
		0	0	20	4
		3	0	2	4
		4	0	1	1
25	25	1	0	5	5
		1	0	10	10
		0	0	4	2
		0	0	9	7
		0	0	4	1
40	25	1	0	5	5
		1	0	10	10
25	40	1	0	5	5
		1	0	10	10

ตารางที่ 1-2 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2
40	25	1	0	5	4
		1	0	10	9
25	40	1	0	5	4
		1	0	10	9
100	25	1	0	5	5
		1	0	10	10
25	100	1	0	5	5
		1	0	10	10
100	25	0	0	2	1
		0	0	3	1
25	100	0	0	2	1
		0	0	3	1
100	25	1	0	5	4
		1	0	10	9
25	100	1	0	5	4
		1	0	10	9

1.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

1.5.1 ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I Error) ซึ่งวิธีใดให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่1 ใกล้เคียงกับขนาดการทดสอบที่กำหนดจะถือว่า วิธีนั้นมีประสิทธิภาพ

1.5.2 ค่าอำนาจการทดสอบ (Power of the Test) วิธีใดให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าจะมีประสิทธิภาพมากกว่า

1.6 ประโยชน์ที่ได้รับ

1.6.1 ได้แนวทางในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการทดสอบเพื่อทดสอบหาความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

1.6.2 ผลการวิจัยจะเป็นแนวทางสำหรับการพัฒนาสถิติสำหรับทดสอบการหาความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดทฤษฎีต่างๆ ที่ใช้ในการวิจัยการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน โดยใช้สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ทั้ง 4 วิธี รวมทั้งผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

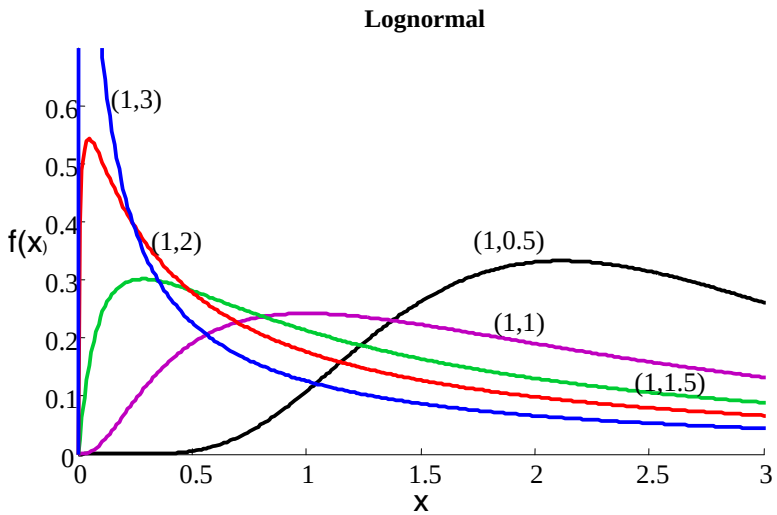
2.1 การแจกแจงของตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการวิจัย

2.1.1 การแจกแจงล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

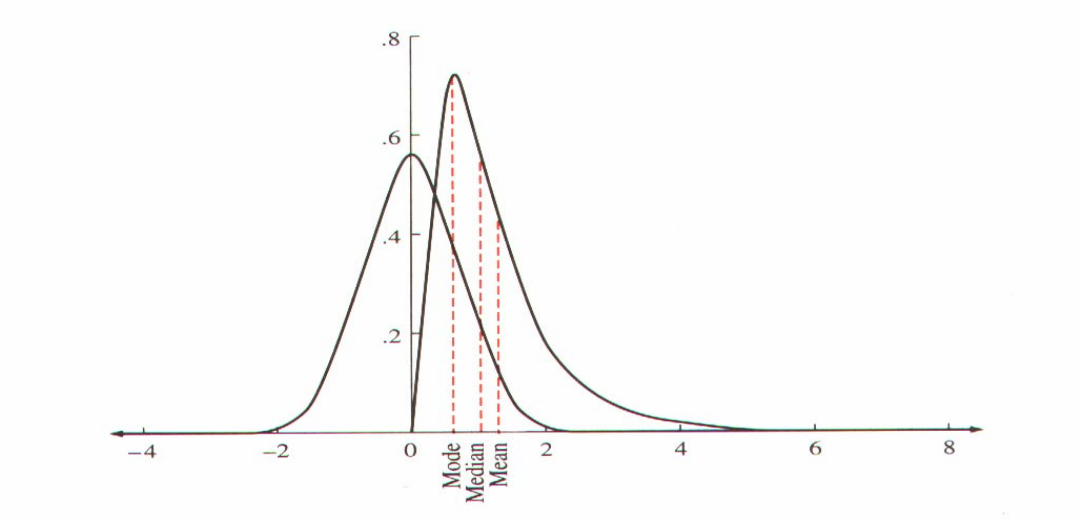
ถ้าตัวแปรสุ่ม Y แจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ ความแปรปรวน σ^2 จะได้ว่าตัวแปรสุ่ม $X=\ln Y$ มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function) ดังนี้

$$f(x)=\frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left[\frac{-(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]:x>0 \qquad (2\text{-}1)$$

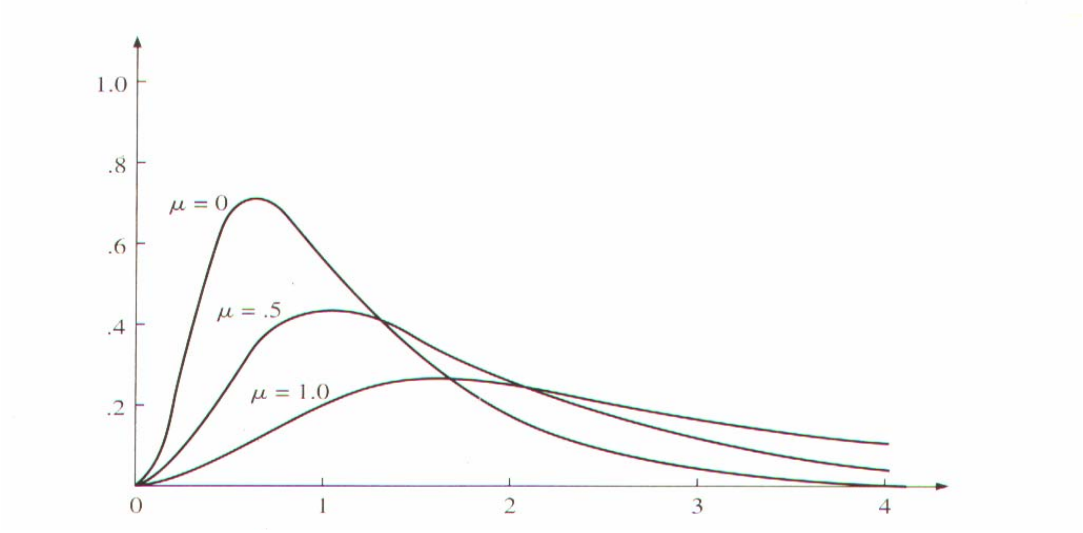
กราฟการแจกแจงล็อกนอร์มอลจะแตกต่างกันไปตามพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย (μ) และความแปรปรวน (σ^2) ดังแสดงในภาพที่ 2-1, 2-2, และ 2-3



ภาพที่ 2-1 กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงล็อกนอร์มอล ที่ $\mu=1$ และ $\sigma=0.5,\ 1,\ 1.5,\ 2$ และ 3



ภาพที่ 2-2 กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น เปรียบเทียบระหว่างการแจกแจงล็อกนอร์มอลกับการแจกแจงปกติ



ภาพที่ 2-3 กราฟแสดงฟังก์ชันความหนานแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงล็อกนอร์มอลในกรณีที่มีค่า μ แตกต่างกัน

เมื่อ $X \sim \log N(\mu, \sigma^2)$ ตามที่กำหนดจะมีค่าพารามิเตอร์ ดังตารางที่ 2-1

Y มีการแจกแจงปกติ ด้วยค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 เขียนแทนด้วย $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ค่าเฉลี่ย, มัธยฐาน, ฐานนิยม, ความแปรปรวน และค่าเปอร์เซนไทล์ที่ q ของ $X = \ln Y$ ซึ่งแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ($X \sim \ln N(\mu, \sigma^2)$) แสดงในตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

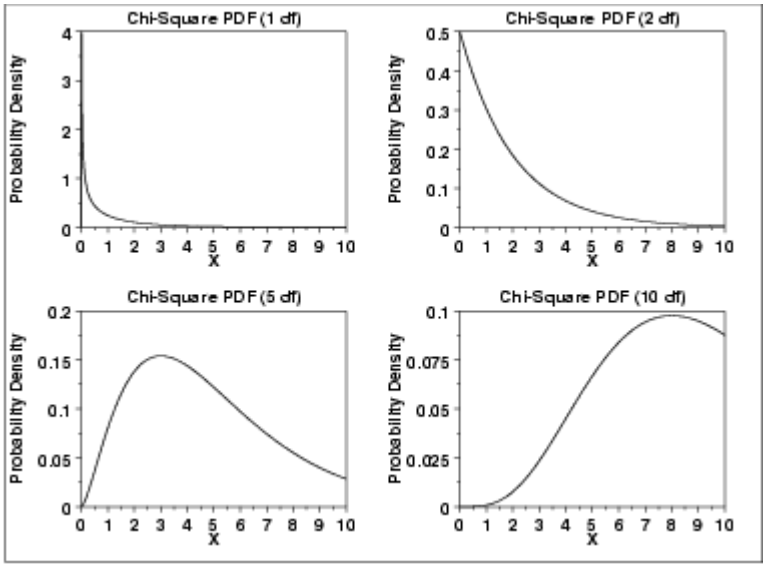
พารามิเตอร์	ค่าพารามิเตอร์
ค่าเฉลี่ย	$\exp\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)$
มัธยฐาน	$\exp(\mu)$
ฐานนิยม	$\exp\left(\mu-\sigma^2\right)$
ความแปรปรวน	$\exp\left(2\mu+\sigma^2\right)\left[\exp\left(\sigma^2\right)-1\right]$
ค่าเปอร์เซนไทล์ที่ q	$\exp\left(\mu+\nu_q\sigma\right)$

2.1.2 การแจกแจงไคสแควร์ (Chi Square Distribution)

ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ที่แจกแจง χ^2 ด้วยพารามิเตอร์ v คือ

$$f(x)=\frac{1}{2^{v/2}\Gamma(v/2)}x^{\frac{v}{2}-1}e^{-x/2},\ x>0, v>0 \qquad (2\text{-}2)$$

การแจกแจงไคสแควร์ มีรูปแบบกราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังรูปที่ 2-4



ภาพที่ 2-4 กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงไคสแควร์ในกรณีต่างๆ

เมื่อ $X \sim \chi^2(v)$ ที่พารามิเตอร์ v จะมีค่าพารามิเตอร์ ดังตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของ การแจกแจงแบบไคสแควร์

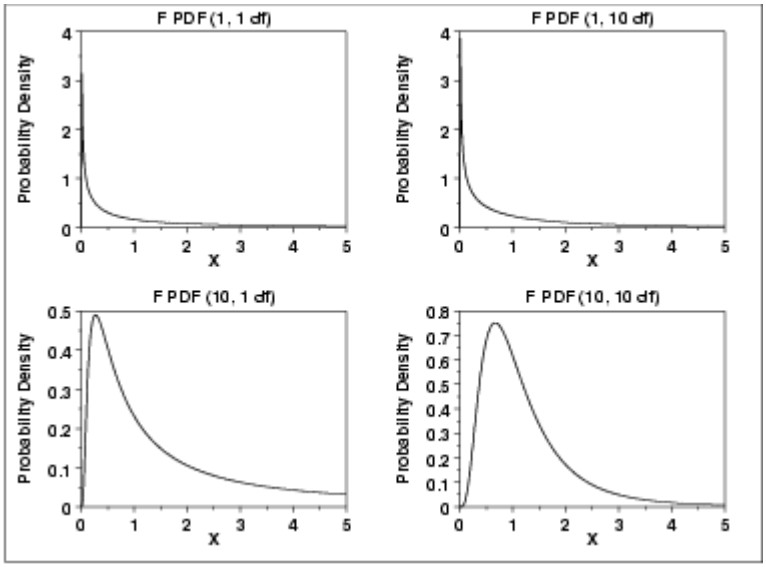
พารามิเตอร์	**ค่าพารามิเตอร์**
ค่าเฉลี่ย	v
มัธยฐาน	$v-\frac{2}{3}$ เมื่อ v มีค่ามาก
ฐานนิยม	$v-2$ เมื่อ $v>2$
ความแปรปรวน	$2v$
สัมประสิทธิ์ความผันแปร	$\sqrt{2/v}$

2.1.3 การแจกแจงเอฟ (F-Distribution)

ตัวแปรสุ่ม x ที่มีการแจกแจงเอฟ ที่พารามิเตอร์ v_1, v_2 จะมี ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{v_1+v_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{v_2}{2}\right)}\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{2}}x^{\frac{v_1}{2}-1}\times\left(1+\frac{v_1}{v_2}x\right)^{\frac{-v_1+v_2}{2}},\ x>0, v_1>0, v_2>0 \tag{2-3}$$

การแจกแจง $F(v_1, v_2)$ มีรูปแบบกราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 2-5 กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงเอฟในกรณีต่างๆ

เมื่อ $X \sim F(v_1, v_2)$ ตามที่กำหนด จะมีพารามิเตอร์ ดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเอฟ

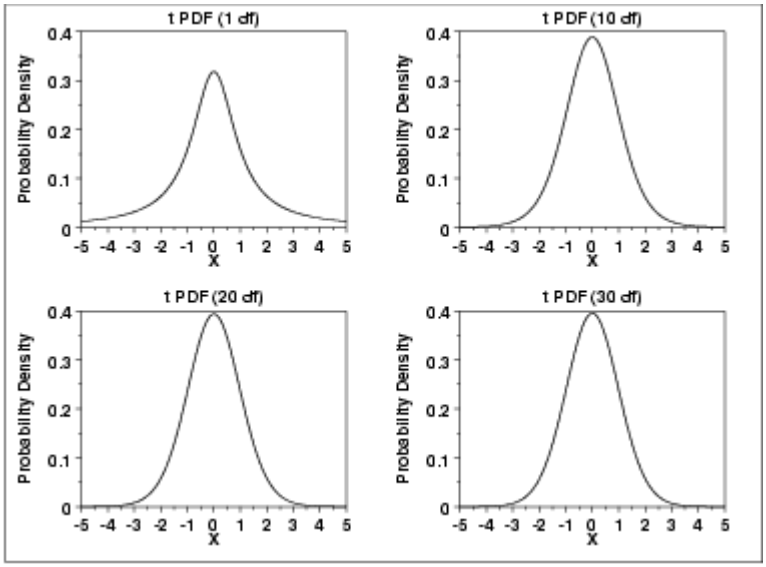
พารามิเตอร์	**ค่าพารามิเตอร์**
ค่าเฉลี่ย	$\frac{v_2}{(v_2-2)}$; $v_2 > 2$
ฐานนิยม	$\frac{v_2(v_1-2)}{v_1(v_2+2)}$; $v_1 > 2$
พิสัย	0 ถึง ∞
ความแปรปรวน	$\frac{2v_2^2(v_1+v_2-2)}{v_1(v_2-2)^2(v_2-4)}$ $v_2 > 4$
สัมประสิทธิ์ความผันแปร	$\sqrt{\frac{2(v_1+v_2-2)}{v_1(v_2-4)}}$ $v_2 > 4$

2.1.4 การแจกแจงที (t-Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจง t ที่พารามิเตอร์ v ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}\frac{1}{\sqrt{v\pi}}\left(1+\frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}};v>0 \qquad (2\text{-}4)$$

การแจกแจง $t(v)$ มีรูปแบบกราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังภาพที่ 2-6



ภาพที่ 2-6 กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงที ในกรณีต่างๆ

เมื่อ $X \sim t(v)$ ตามที่กำหนด จะมีค่าพารามิเตอร์ ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ของ การแจกแจงที

พารามิเตอร์	**ค่าพารามิเตอร์**
ค่าเฉลี่ย	0
ฐานนิยม	0
มัธยฐาน	0
ความแปรปรวน	$\frac{v}{v-2}\ v>2$

2.1.5 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

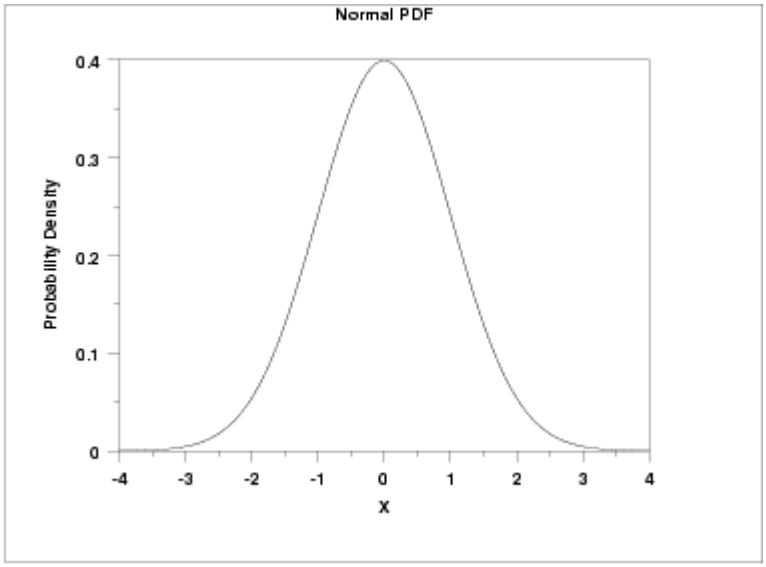
ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ และ ความแปรปรวน σ^2 มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{เมื่อ } x>0 \tag{2-5}$$

ในกรณีที่ถ้าค่า $\mu=0$ และ $\sigma^2=1$ เรียกว่า การแจกแจงปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution) โดยมีฟังก์ชันคือ

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{เมื่อ } x>0 \tag{2-6}$$

การแจกแจง $N(\mu,\sigma^2)$มีรูปแบบกราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ซึ่งแตกต่างกันตามค่าเฉลี่ย μ และ σ^2 ดังรูปที่ 2-7



ภาพที่ 2-7 กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น จากการแจกแจงปกติ

เมื่อ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ตามที่กำหนดจะมีค่าพารามิเตอร์ ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ ของการแจกแจงปกติ

พารามิเตอร์	ค่าพารามิเตอร์
ค่าเฉลี่ย	μ
ฐานนิยม	μ
มัธยฐาน	μ
ความแปรปรวน	σ^2

2.2 ทฤษฎีสถิติที่เกี่ยวข้องในงานวิจัย

2.2.1 การทดสอบสมมติฐาน โดยใช้วิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลูซึ่งเสนอโดย Weerahandi (1995)

Weerahandi เสนอการทดสอบสมมติฐานโดยใช้วิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ซึ่งเป็นการทดสอบสมมติฐาน ที่ยึดค่า P-Value เป็นเกณฑ์ในการปฏิเสธ หรือไม่ปฏิเสธ H_0 โดยมีสมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \theta \le \theta_0$

$H_a : \theta > \theta_0$

เมื่อ θ เป็นพารามิเตอร์ที่สนใจ

θ_0 เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนด

สำหรับวิธีการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู เมื่อให้ค่าสังเกตเป็นเวกเตอร์สุ่ม X ที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสมเป็น $F(x;\zeta)$ เมื่อ $\zeta = (\theta, \delta)$ เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า โดย θ เป็นพารามิเตอร์ที่สนใจ, δ เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์รบกวน (Nuisance Parameter) และ ให้ Ξ เป็นแซมเปิลสเปซของค่าสังเกต X , Θ เป็นพารามิเตอร์สเปซ จะได้ว่า สถิติทดสอบ $T(X;\theta)$ จะมีคุณสมบัติดังนี้

นิยามที่ 2-1

ถ้าสถิติทดสอบ $T = T(X, \theta)$ มีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบสุ่ม (Stochastically increasing) เมื่อ C_X คือบริเวณวิกฤตมากที่สุด (Generalized Extreme Region) ของการทดสอบ ที่ใช้ข้อมูลเป็นเกณฑ์ ของการทดสอบ $H_0 : \theta \le \theta_0$

เมื่อ $C_X = \{X \in \Xi | T(X,\theta) \geq T(x,\theta)\}$ (2-7)

เมื่อ Ξ คือแซมเปิลสเปซของค่าสังเกต X

นิยามที่ 2-2

เมื่อ C_X เป็นบริเวณวิกฤตมากสุดของการทดสอบ แล้วค่า P-Value คือ

$$p = \underset{\theta \leq \theta_0}{Sup} \Pr(X \in C_X | \theta) \quad (2\text{-}8)$$

ถ้า $T = T(X,\theta)$ เป็นสถิติทดสอบ ที่เพิ่มขึ้นอย่างสุ่มเทียบกับ θ แล้ว ดังนั้นค่า P-Value สามารถคำนวณได้จาก

$$p = \Pr(T \geq t_{obs} | \theta = \theta_0) \quad (2\text{-}9)$$

2.3 สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู (Generalize P-Value)

สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู โดยทั่วไปเป็นตัวแปรสุ่มที่อยู่ในรูป $T = T(X;x,\zeta)$ มีคุณสมบัติ 3 ประการคือ

1. $t_{obs} = t(x;x,\zeta)$ ไม่ขึ้นกับค่าพารามิเตอร์ที่ θ ไม่ทราบค่า
2. เมื่อกำหนดค่า θ แล้วการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม T จะเป็นอิสระต่อพารามิเตอร์ θ
3. กำหนด x และ δ แล้วค่าความน่าจะเป็นที่ $P(T \leq t;\theta)$ ฟังก์ชันที่เกิดขึ้นจะเป็นฟังก์ชันทางเดียว

จากคุณสมบัติของสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ทั้ง 3 ข้อ เมื่อพิจารณาคุณสมบัติข้อที่ 1 แล้วค่าที่ได้ไม่เพียงพอต่อการดำเนินการทดสอบ ดังนั้นสามารถแก้ไขโดยให้ตัวแปรสุ่ม T อยู่ในรูป $T = T(X;x,\zeta) - T(x;x,\zeta)$ ซึ่งค่าที่ได้จะมีความสอดคล้องกับคุณสมบัติข้อที่ 2 และข้อที่ 3

สำหรับสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูที่นำเสนอ ทั้ง 3 วิธีมีคุณสมบัติตามที่กำหนดและเป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้นสุ่ม (Stochastically increasing) เมื่อเทียบกับค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \eta_1 - \eta_2 \leq 0$ แย้งกับ $H_a : \eta_1 - \eta_2 > 0$ เมื่อ $\eta_i = \mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}$, $i = 1,2$ จะได้ว่า P-Value ของการทดสอบคือ

$$p = P\left(T \le t_{obs} \middle| \eta_1 - \eta_2 \le 0\right) \qquad (2\text{-}10)$$

สถิติที่ใช้ในการทดสอบที่พัฒนาขึ้นทั้ง 3 วิธี และวิธีของ Krishnamoorthy and Thomas มีรูปแบบดังต่อไปนี้

กำหนดค่าตัวแปรต่างๆ สำหรับ สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่ใช้ในการวิจัยทั้ง 4 วิธีมีค่าดังนี้

กำหนดให้ $X_1 \sim \log N\left(\mu_1, \sigma_1^2\right)$ และ $X_2 \sim \log N\left(\mu_2, \sigma_2^2\right)$

ทำการแปลงค่าตัวแปรสุ่ม X_i เมื่อ $i = 1,2$ ซึ่งมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลให้เป็นตัวแปรสุ่ม Y_i โดยให้ $Y_i = \log\left(X_i\right)$ เมื่อ $i = 1,2$ และเนื่องจาก $X_i \sim \log N\left(\mu_i, \sigma_i^2\right)$ ดังนั้น $E\left(X_i\right) = e^{\mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}}$ เมื่อกำหนดให้ $\eta_i = \mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}$ ดังนั้นอาจเขียนได้ใหม่เป็น $E\left(X_i\right) = e^{\eta_i}$ ได้ทำการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \eta_1 - \eta_2 \le 0$ แย้งกับ $H_a : \eta_1 - \eta_2 > 0$ ซึ่งเป็นสมมติฐานการเท่ากันของค่าเฉลี่ยของ $\log Y_1$ และ $\log Y_2$

ค่าเฉลี่ย ($\overline{Y}_i$) จากการแจกแจงปกติ ของกลุ่มตัวอย่างที่ i และค่าความแปรปรวน(S_i^2) ของกลุ่มตัวอย่างที่ i สามารถแสดงได้ดังนี้ เมื่อ $i = 1,2$

$$\overline{Y}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \qquad \text{และ} \quad S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1}\left(y_{ij} - \overline{y}_i\right)^2 \text{ เมื่อ } i = 1,2$$

n_i คือ ขนาดตัวอย่าง ที่ทำการสุ่มจากการประชากรปกติที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลกลุ่มที่ i เมื่อ $i = 1,2$

2.3.1 สถิติทดสอบวิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ของ Krishnamoorthy and Thomas $\left(TG_K\right)$

สถิติทดสอบของวิธี Krishnamoorthy and Thomas มีการคำนวณค่าตามขั้นตอนต่างๆดังต่อไปนี้

จาก $\eta_i = \mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}$ เมื่อ $i = 1,2$

$$TG_{K_i} \equiv \overline{y}_i - \frac{\overline{Y}_i - \mu_i}{S_i / \sqrt{n_i}}\frac{s_i}{\sqrt{n_i}} + \frac{1}{2}\frac{\sigma_i^2}{S_i^2} \text{ เมื่อ } i = 1,2$$

$$= \overline{y}_i - \frac{Z_i}{\frac{U_i}{\sqrt{n_i - 1}}}\frac{s_i}{\sqrt{n_i}} + \frac{1}{2}\frac{S_i^2}{U_i^2/\left(n_i - 1\right)} \quad \text{เมื่อ } i = 1,2 \qquad (2\text{-}11)$$

เมื่อ $Z_i = \frac{(\overline{Y}_i - \mu_i)}{\sigma_i / \sqrt{n_i}} \sim N(0,1)$ และ $U_i^2 = \frac{(n_i - 1)S_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi^2_{n_i - 1}$ เมื่อ $i = 1,2$

ดังนั้น สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูคือ $TG_K = TG_{K1} - TG_{K2} - (\eta_1 - \eta_2)$

ทำการแทนค่า $\eta_1 - \eta_2$ มีค่าเท่ากับ 0 เพราะ ถ้าสถิติทดสอบ TG_K เป็นไปตามคุณสมบัติของสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ข้อที่ 3 แล้ว การแจกแจงของ TG_K มีลักษณะเป็น ฟังก์ชันที่ลดลงแบบสุ่ม ภายใต้ $\eta_1 - \eta_2$ ดังนั้นสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี TG_K สำหรับทดสอบสมมติฐานหลักคือ $P(TG_K \le 0 | \eta_1 - \eta_2 = 0)$ หรือ $P(TG_K \le 0)$

2.3.2 สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified Z-Distribution (TG_Z)

สำหรับวิธีนี้ จะพิจารณาการแจกแจง Z จาก ค่า $\eta_1 - \eta_2$ ดังต่อไปนี้

จาก $\eta_i = \mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}$ เมื่อ $i = 1,2$

$$
\begin{aligned}
TG_Z &= \eta_1 - \eta_2 \\
&= \left(\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}\right) - \left(\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}\right) \\
&= (\mu_1 - \mu_2) + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) \\
&= -(\mu_2 - \mu_1) + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) + (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) - (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) \\
&\equiv \frac{(\overline{Y}_2 - \overline{Y}_1) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) + (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \\
&= (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + Z\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right)
\end{aligned}
$$

$$
TG_Z = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + Z\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2}{U_1^2 n_1} + \frac{(n_2 - 1)s_2^2}{U_2^2 n_2}} + \left(\frac{(n_1 - 1)s_1^2}{2U_1^2} - \frac{(n_2 - 1)s_2^2}{2U_2^2}\right)
$$

เมื่อ $Z_i = \frac{(\overline{Y}_1 - \mu_i)}{\sigma_i / \sqrt{n_i}} \sim N(0,1)$ และ $U_i^2 = \frac{(n_i - 1)s_i^2}{\sigma_1^2} \sim \chi^2_{n_i - 1}$ เมื่อ $i = 1,2$

ดังนั้นสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified Z-distribution คือ

$$TG_Z = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + Z\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2}{U_1^2 n_1} + \frac{(n_2-1)s_2^2}{U_2^2 n_2}} + \left(\frac{(n_1-1)s_1^2}{2U_1^2} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{2U_2^2}\right) - (\eta_1 - \eta_2) \quad (2\text{-}12)$$

แทนค่า $\eta_1 - \eta_2$ ด้วย 0 เพราะ ถ้าสถิติทดสอบ TG_Z เป็นไปตามคุณสมบัติของสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ข้อที่ 3 แล้ว การแจกแจงของ TG_Z มีลักษณะเป็นฟังก์ชันที่ลดลงแบบสุ่มภายใต้ $\eta_1 - \eta_2$ ดังนั้นสถิติทดสอบ เจเนอรัลไรซ์ พีวาลูวิธี TG_Z สำหรับทดสอบสมมติฐานหลักคือ $P(TG_Z \le 0 | \eta_1 - \eta_2 = 0)$ หรือ $P(TG_Z \le 0)$

2.3.3 สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified F-Distribution (TG_F)

สำหรับวิธีนี้ จะพิจารณาการแจกแจง ของ F จาก ค่า $\eta_1 - \eta_2$ ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} TG_F &= \eta_1 - \eta_2 \\ &= \left(\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}\right) - \left(\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}\right) \\ &= (\mu_1 - \mu_2) + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) \\ &= -(\mu_2 - \mu_1) + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) + (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) - (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) \\ &\equiv (\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1) - (\mu_2 - \mu_1) + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) - (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) \\ &\equiv \frac{(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) + (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \\ &= Z\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} + \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) + (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \end{aligned}$$

$$= (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + Z\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2}{U_1^2 n_1} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{U_2^2 n_2}} + \left(\frac{(n_1-1)s_1^2}{2U_1^2} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{2U_2^2}\right)$$

เมื่อ $Z_i = \dfrac{(\bar{Y}_i - \mu_i)}{\sigma_i / \sqrt{n_i}} \sim N(0,1)$ และ $U_i^2 = \dfrac{(n_i-1)s_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi^2_{n_i-1}$ เมื่อ $i = 1,2$

$$= (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + Z\sqrt{\frac{1}{\dfrac{U_1^2}{(n_1-1)}}\frac{s_1^2}{n_1} - \frac{1}{\dfrac{U_2^2}{(n_2-1)}}\frac{s_2^2}{n_2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(n_1-1)s_1^2}{U_1^2} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{U_2^2}\right)$$

$$= (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + \sqrt{\frac{Z^2}{\dfrac{U_1^2}{(n_1-1)}}\frac{s_1^2}{n_1} - \frac{Z^2}{\dfrac{U_2^2}{(n_2-1)}}\frac{s_2^2}{n_2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(n_1-1)s_1^2}{U_1^2} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{U_2^2}\right)$$

$$= (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + \sqrt{t^2_{(n_1-1)}\frac{s_1^2}{n_1} - t^2_{(n_2-1)}\frac{s_2^2}{n_2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(n_1-1)s_1^2}{U_1^2} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{U_2^2}\right)$$

$$TG_F = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + \sqrt{F_{(1,n_1-1)}\frac{s_1^2}{n_1} - F_{(1,n_2-1)}\frac{s_2^2}{n_2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(n_1-1)s_1^2}{U_1^2} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{U_2^2}\right)$$

สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified F-distribution คือ

$$TG_F = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + \sqrt{F_{(1,n_1-1)}\frac{s_1^2}{n_1} - F_{(1,n_2-1)}\frac{s_2^2}{n_2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(n_1-1)s_1^2}{U_1^2} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{U_2^2} - (\eta_1 - \eta_2)\right) \quad (2\text{-}13)$$

แทนค่า $\eta_1 - \eta_2$ ด้วย 0 เพราะ ถ้าสถิติทดสอบ TG_F เป็นไปตามคุณสมบัติของสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ข้อที่3 แล้ว การแจกแจงของ TG_F มีลักษณะเป็นฟังก์ชันที่ลดลงแบบสุ่ม ภายใต้ $\eta_1 - \eta_2$ ดังนั้นสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี TG_F สำหรับทดสอบสมมติฐานหลักคือ $P(TG_F \le 0 | \eta_1 - \eta_2 = 0)$ หรือ $P(TG_F \le 0)$

2.3.4 สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified t-Distribution (TG_t)

สำหรับวิธีนี้ จะพิจารณาการแจกแจง t จาก ค่า $\eta_1 - \eta_2$ ดังต่อไปนี้

$$TG_t = TG_{t_1} - TG_{t_2} - (\eta_1 - \eta_2) \quad (2\text{-}14)$$

เมื่อ $TG_{ti}, i = 1, 2$ คำนวณได้โดย

$$
\begin{aligned}
TG_{ti} &= \left(\mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}\right) - \bar{y}_i + \bar{y}_i \\
&\equiv \bar{y}_i + \frac{\bar{Y}_i - \mu_i}{\frac{S_i}{\sqrt{n_i}}}\frac{s_i}{\sqrt{n_i}} + \frac{\sigma_i^2}{2} \\
&= \bar{y}_i + t_{(n_i-1)}\frac{s_i}{\sqrt{n_i}} + \frac{\sigma_i^2}{2} \\
&= \bar{y}_i + t_{(n_i-1)}\frac{s_i}{\sqrt{n_i}} + \frac{1}{2}\left(\frac{s_i^2(n_i-1)}{U_i^2}\right) \qquad (2\text{-}15)
\end{aligned}
$$

เมื่อ $Z_i = \dfrac{(\bar{Y}_i - \mu_i)}{\sigma_i / \sqrt{n_i}} \sim N(0,1)$ และ $U_i^2 = \dfrac{(n_i-1)s_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi^2_{n_i-1}$ เมื่อ $i = 1, 2$

ดังนั้น แทนค่า $\eta_1 - \eta_2$ ด้วย 0 เพราะ ถ้าสถิติทดสอบ TG_t เป็นไปตามคุณสมบัติของสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ข้อที่ 3 แล้วการแจกแจงของ TG_t มีลักษณะเป็น ฟังก์ชันที่ลดลงแบบสุ่ม ภายใต้ $\eta_1 - \eta_2$ ดังนั้นสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี TG_t สำหรับทดสอบสมมติฐานหลักคือ $P(TG_t \le 0 | \eta_1 - \eta_2 = 0)$ หรือ $P(TG_t \le 0)$

2.4 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Tsui และ Weerahandi (1989) ศึกษาวิธีการทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู โดยการนำตัวสถิติที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์มาทดสอบ ซึ่งในงานวิจัยดังกล่าวได้ทำการทดสอบสมมติฐานความแตกต่างของค่าเฉลี่ย จากประชากร 2 กลุ่ม ซึ่งมีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลและเป็นอิสระต่อกัน ภายใต้การกำหนดสมมติฐานทางเดียว

Zhou and Gao (1997) ศึกษาการทดสอบค่าผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากร โดยทำการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบดั้งเดิมคือ การทดสอบ t Test กับสถิติทดสอบที่ Zhou and Gao สร้างขึ้นมาจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีแม็กซิมัมไลลิฮูด (Maximum Likelihood Method ; MLE) และวิธีบู๊ตสแตรป (Bootstrap) ทำการพิจารณาในกรณีที่ค่าความแปรปรวนของทั้ง 2 ประชากรแตกต่างกัน ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) พบว่าวิธีทดสอบที่สร้างจากวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MLE บู๊ตสแตรป จะให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ดีกว่าวิธี t Test และทำการเปรียบเทียบกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่มที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลที่อิสระต่อกัน พบว่าวิธี MLE ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าวิธีบู๊ตสแตรป และวิธี t Test

ดังนั้น Zhou and Gao จึงเรียกวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกนอร์มอลว่า Zhou Test ซึ่งสร้างจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีแม็กซิมัมไลลิฮูด ซึ่งสถิติทดสอบโดยวิธี Zhou test คือ

$$Z = \frac{\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1 + \frac{1}{2}\left(S_2^2 - S_1^2\right)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} + \frac{1}{2}\left(\frac{S_1^4}{(n_1 - 1)} + \frac{S_2^4}{(n_2 - 1)}\right)}} \qquad (2\text{-}16)$$

Gamage , Mathew และ Weerahandi (2001) ศึกษาการทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ในการทดสอบความเท่ากันของเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย (mean vector) ของ 2 ประชากร เมื่อเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance Matrix) ของทั้ง 2 ประชากรแตกต่างกันและเปรียบเทียบกับเมื่อใช้การทดสอบไคสแควร์และการทดสอบโอเทลลิ่งทีแสควร์ (Hotelling's T^2) พวกเขาพบว่าวิธีที่พัฒนาจากทฤษฎีสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู มีความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 น้อยที่สุด ในขณะที่วิธีการทดสอบไคสแควร์ มีค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 มากที่สุด

Krishnamoothy และ Thomas (2003) ทำการศึกษาการทดสอบหาความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 2 กลุ่มซึ่งอิสระต่อกันโดยใช้ วิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู กับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กและขนาดใหญ่ ทำการเปรียบเทียบกับวิธีการทดสอบของ Zhou ผลที่ได้คือเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธีของ Krishnamoothy มีค่าอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกับวิธี Zhou Test แต่ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่มากขึ้นค่าอำนาจการทดสอบของวิธี Krishnamoothy จะมีค่ามากกว่า วิธีของZhou

ซึ่งจากผลการวิจัยพบว่า เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กวิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลูของ Krishnamoothy มีค่าอำนาจการทดสอบไม่แตกต่างจากวิธีการทดสอบ Zhou Test แต่ถ้าทำการเพิ่มขนาดตัวอย่างให้มีความใหญ่ขึ้น วิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลูจะมีค่าอำนาจการทดสอบที่สูงกว่าวิธี Zhou Test

Tang S. และ Tsui K.W. (2007) เสนอทฤษฎีสำหรับสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูสำหรับการทดสอบที่กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก โดยพัฒนาสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่เสนอโดย Tsui(1989) สำหรับงานวิจัยนี้กำหนดให้ความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่ม จากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน ซึ่งมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน และกำหนดให้ค่าความน่าจะเป็นของความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่ม จากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน เมื่อทดสอบด้วยสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู คือ $p(d)$ โดยทำการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก แล้วพิจารณาเกณฑ์ความน่าจะเป็นของ ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยมีค่าใกล้เคียงหรือเท่ากับระดับความแตกต่างที่กำหนดไว้คือ r โดยกำหนดที่ระดับต่างๆ ซึ่ง r มีค่า $0 \le r \le 0.5$ จากผลการทดลองพบว่า วิธีเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ให้ค่าที่ใกล้เคียงกับระดับ r ที่กำหนดมากที่สุด

บทที่ 3
การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยโดยการจำลอง เพื่อต้องการเปรียบเทียบวิธีการหาความเท่ากันของค่าเฉลี่ย จากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน โดยใช้สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่แตกต่างกัน ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการพัฒนาจากทฤษฎีสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ของ Weeranhadi (1995) โดยพัฒนาตัวสถิติที่แตกต่างกันจำนวน 3 ฟังก์ชัน คือสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified Z-Distribution (TG_Z), สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified F-Distribution (TG_F) และสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified t-Distribution (TG_t) ซึ่งทำการเปรียบเทียบกับ สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูที่ Krishnamoorthy and Thomas (2003) แนะนำคือ (TG_k) รวมเป็นการเปรียบเทียบทั้งสิ้น 4 วิธี

ในแต่ละการทดสอบค่าความเท่ากันของค่าเฉลี่ย ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 จากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากร ที่อิสระต่อกันภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ โดยในแต่ละสถานการณ์จะมีการทำซ้ำจำนวน 5,000 ครั้ง และทำการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูทั้ง 4 วิธี ถ้าวิธีใดให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I Error) ใกล้เคียง 0.05 จะถือว่าวิธีนั้นดีที่สุด และพิจารณาจากค่าอำนาจการทดสอบ ถ้าวิธีใดมีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด (Power of the Test) ถือว่าวิธีนั้นดีที่สุด

3.1 แผนการทดลอง

กำหนดแผนการทดลองต่างๆ สำหรับใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการหาความเท่ากันของค่าเฉลี่ย จากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน โดยใช้สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูที่แตกต่างกัน 4 วิธี โดยมีขอบเขตในการวิจัยจำนวน 5 ข้อ ดังนี้

1. กำหนดให้ค่าขนาดการทดสอบสำหรับการวิจัยนี้คือ 0.05

2. ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยนี้ได้จากการสร้างตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 กลุ่มประชากรที่เป็นอิสระต่อกันโดยใช้โปรแกรม R ในการจำลองข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูทั้ง 4 วิธีภายในแต่ละสถานการณ์ โดยทำการทดสอบสมมติฐานแต่ละวิธีจำนวนวิธีละ 5,000 ครั้ง

3. ทำการทดลองตามสถานการณ์ที่กำหนดโดยทำซ้ำสถานการณ์ละ 5,000 ครั้ง

4. การเปรียบเทียบความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I Error) พิจารณาจากสถานการณ์ที่ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรซึ่งอิสระต่อกัน โดยเป็นไปตามสมมติฐานหลัก

5. การเปรียบเทียบหาค่าอำนาจการทดสอบ (Power of the Test) สถานการณ์ที่ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน โดยเป็นไปตามสมมติฐานแย้ง

จากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ ของสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ในแต่ละวิธีเพื่อหาวิธีที่เหมาะสมในการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกันภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ที่กำหนด

3.2 ขั้นตอนในการวิจัย

ขั้นตอนของการวิจัยจะแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

3.2.1 สร้างข้อมูลตามสถานการณ์ที่กำหนดในแผนการทดลอง

3.2.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู 4 วิธี

3.2.3 คำนวณค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

3.2.4 คำนวณค่าอำนาจการทดสอบ

รายละเอียดแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

3.2.1 สร้างข้อมูลตามสถานการณ์ที่กำหนดในแผนการทดลอง

1) สร้างชุดของค่าสังเกต $x_{i1}, x_{i2}, x_{,i3}, ..., x_{in_i}$ เมื่อ $i = 1,2$ ให้มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลจำนวน ตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดในแต่ละ สถานการณ์

2) ทำการแปลงค่าสังเกตที่สร้างได้จาก ข้อ 1 ให้อยู่ในรูปของการแจกแจงปกติ โดย $y_{ij} = \ln(x_{ij})$ เมื่อ $i = 1,2$ และ $j = 1,2,...n_i$

3) ทำการสร้างค่าเฉลี่ยจากข้อมูลที่ได้จาก ข้อ 2 โดย

$$\bar{y}_{ij} = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$$ เมื่อ $i = 1,2$ และ $j = 1,2,...n_i$

4) ทำการสร้างค่าความแปรปรวนจากข้อมูลที่ได้จาก ข้อ 2 โดย

$$s_i^2 = \frac{1}{(n_i - 1)}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$ เมื่อ $i = 1,2$ และ $j = 1,2,...n_i$

3.2.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู 4 วิธี

เมื่อสร้างตัวแปรสุ่มตามลักษณะสถานการณ์ที่กำหนด ตามแผนการทดลองที่กำหนดแล้วนำข้อมูลที่ได้มาคำนวณค่าสถิติทดสอบแต่ละวิธีดังนี้

1) สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified Z-Distribution

มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างค่า Z จากการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่า $Z \sim N(0,1)$

ขั้นตอนที่ 2 สร้างค่า U_1^2 จากการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยองศาอิสระตามขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 โดยมีค่า $U_1^2 \sim \chi^2_{n_1-1}$

ขั้นตอนที่ 3 สร้างค่า U_2^2 จากการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยองศาอิสระตามขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2 โดยมีค่า $U_2^2 \sim \chi^2_{n_2-1}$

ขั้นตอนที่ 4 นำข้อมูลจากขั้นตอนที่1, 2 และ 3 แทนค่าลงในสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ พีวาลู Modified Z-Distribution

$$TG_Z = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + z\sqrt{\frac{(n_1-1)}{n_1}\frac{s_1^2}{U_1^2} + \frac{(n_2-1)}{n_2}\frac{s_2^2}{U_2^2}} + \frac{(n_1-1)s_1^2}{2U_1^2} - \frac{(n_2-1)s_2^2}{2U_2^2} \qquad (3\text{-}1)$$

2) สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified F-Distribution

มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างค่า U_1^2 จากการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยค่าองศาอิสระ ตามขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 โดยมีค่า $U_1^2 \sim \chi^2_{n_1-1}$

ขั้นตอนที่ 2 สร้างค่า U_2^2 จากการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยค่าองศาอิสระ ตามขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2 โดยมีค่า $U_2^2 \sim \chi^2_{n_2-1}$

ขั้นตอนที่ 3 สร้างค่าตัวแปร $F_{(1,n_1-1)}$ จากประชากรที่มีการแจกแจง $F(1,n_1-1)$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างค่าตัวแปร $F_{(1,n_2-1)}$ จากประชากรที่มีการแจกแจง $F(1,n_2-1)$

ขั้นตอนที่ 5 นำข้อมูลจากขั้นตอนที่ 1, 2, 3 และ 4 แทนค่าลงในสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified F-Distribution

$$TG_F = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + \sqrt{F_{(1,n_1-1)}\frac{s_1^2}{n_1} + F_{(1,n_2-1)}\frac{s_2^2}{n_2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(n_1-1)s_1^2}{U_1^2} - \frac{(n_1-1)s_1^2}{U_2^2}\right) \qquad (3\text{-}2)$$

3) สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified t-Distribution

มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างค่า U_1^2 จากการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยค่าองศาอิสระ ตามขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 โดยมีค่า $U_1^2 \sim \chi^2_{n_1-1}$

ขั้นตอนที่ 2 สร้างค่า U_2^2 จากการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยค่าองศาอิสระ ตามขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2 โดยมีค่า $U_2^2 \sim \chi^2_{n_2-1}$

ขั้นตอนที่ 3 สร้างค่าตัวแปร $t_{(n_1-1)}$ จากประชากรที่มีการแจกแจง $T(1, n_1-1)$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างค่าตัวแปร $t_{(n_2-1)}$ จากประชากรที่มีการแจกแจง $T(1, n_2-1)$

ขั้นตอนที่ 5 นำข้อมูลจากขั้นตอนที่ 1, 2, 3 และ 4 แทนค่าลงในสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู Modified t-Distribution

$$TG_t = \left(\bar{y}_1 - t_{(n_1-1)} \frac{s_1}{\sqrt{n_1}} + \frac{1}{2} \frac{s_1^2}{U_1^2/(n_1-1)} \right) - \left(\bar{y}_2 - t_{(n_2-1)} \frac{s_2}{\sqrt{n_2}} + \frac{1}{2} \frac{s_2^2}{U_2^2/(n_2-1)} \right) \quad (3\text{-}3)$$

4.) สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Krishnamoorthy and Thomas

มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างค่า Z_1 จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติโดยมีค่า N (0, 1)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างค่า Z_2 จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติโดยมีค่า N (0, 1)

ขั้นตอนที่ 3 สร้างค่า U_1^2 จากการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยค่าองศาอิสระ ตามขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 โดยมีค่า $U_1^2 \sim \chi^2_{n_1-1}$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างค่า U_2^2 จากการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยค่าองศาอิสระ ตามขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2 โดยมีค่า $U_2^2 \sim \chi^2_{n_2-1}$

ขั้นตอนที่ 5 นำข้อมูลจากขั้นตอนที่ 1, 2, 3 และ 4 แทนค่าลงในสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธีของ Krishnamoorthy and Thomas

$$TG_k = \left(\bar{y}_1 - \frac{Z_1}{U_1/\sqrt{(n_1-1)}} \frac{s_1}{\sqrt{n_1}} + \frac{1}{2} \frac{s_1^2}{U_1^2/(n_1-1)} \right) - \left(\bar{y}_2 - \frac{Z_2}{U_2/\sqrt{(n_2-1)}} \frac{s_2}{\sqrt{n_2}} + \frac{1}{2} \frac{s_2^2}{U_2^2/(n_2-1)} \right) \quad (3\text{-}4)$$

3.2.3 คำนวณค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

การคำนวณค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 สามารถหาได้โดยการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง แล้วหารด้วยจำนวนรอบทั้งหมด ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

จากการทดลองซึ่งลองตรวจสอบสมมติฐาน 5,000 ครั้ง

3.2.3.1 สร้างข้อมูลที่ใช้ทดลองจากประชากร 2 ประชากรที่แจกแจง $\log N\left(\mu_i, \sigma_i^2\right)$ เมื่อ $i = 1,2$ โดยให้ $\eta_1 = \eta_2$ หรือ $\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2} = \mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}$

3.2.3.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 4 วิธี

3.2.3.3 นำค่าสถิติทดสอบ เปรียบเทียบกับ ค่า 0

3.2.3.4 นับจำนวนครั้งที่ตัวสถิติมีค่าน้อยกว่า หรือ เท่ากับ 0 หลังจากนั้นทำการทดลอง ตามข้อ 3.2.3.2 ถึง ข้อ 3.2.3.3 ในแต่ละวิธีจำนวน 5,000 ครั้ง

3.2.3.5 นับจำนวนครั้งของค่าที่ได้จากข้อ 3.2.3.4 แล้วนำมาหารด้วยจำนวนซ้ำที่ทำการทดลองในแต่ละวิธีคือ 5,000 แล้วเปรียบเทียบกับค่าขนาดการทดสอบ 0.05 ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าน้อยกว่า 0.05 ให้นับจำนวนเก็บไว้

3.2.3.6 ทำการทดลองจากข้อ 3.2.3.1 ถึง 3.2.3.5ในแต่ละสถานการณ์ให้ครบ 5,000 ครั้ง แล้วนำค่าจำนวนครั้งที่มีค่าน้อยกว่า 0.05 หารด้วยจำนวนสถานการณ์ที่ทำการทดลองจำนวน 5,000 ครั้ง

เมื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 แล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบทำการทดลองตามสถานการณ์ต่างๆ ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 แสดงสถานการณ์ที่ใช้เปรียบเทียบความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

ขนาดตัวอย่าง		**ค่าพารามิเตอร์**			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2
4	4	1	0	2	4
		0	0	3	3
		5	0	2	12
		0	0	12	12
10	10	1	0	2	4
		0	0	3	3
		5	0	2	12
		0	0	12	12
25	25	0	0	5	5
		0	0	10	10
		0	0	100	100
		2	0	4	8
		4	0	8	16
40	25	0	0	5	5
		0	0	10	10
25	40	0	0	5	5
		0	0	10	10
40	25	5	0	2	12
25	40	5	0	2	12
40	40	8	0	4	20
		14	0	4	32

ตารางที่3-1 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2
100	25	0	0	5	5
		0	0	10	10
25	100	0	0	5	5
		0	0	10	10
100	25	13	0	4	30
25	100	13	0	4	30
100	100	13	0	4	30

3.2.4 คำนวณค่าอำนาจการทดสอบ

ดำเนินการดังต่อไปนี้

3.2.4.1 สร้างข้อมูลที่ใช้ทดลองให้มีการแจกแจง $\log N(\mu_1, \sigma_1^2)$ และ $\log N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ที่เป็นเงื่อนไขของสมมติฐานแย้ง (H_a) โดยมีค่า μ_i, σ_i^2, n_i เมื่อ $i = 1, 2$ ตามสถานการณ์ที่กำหนด

3.2.4.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 4 วิธี

3.2.4.3 นำค่าสถิติทดสอบ เปรียบเทียบกับ ค่า 0

3.2.4.4 นับจำนวนครั้งที่ตัวสถิติมีค่าน้อยกว่า หรือ เท่ากับ 0 หลังจากนั้นทำการทดลอง ตามข้อ 3.2.4.2 ถึง ข้อ 3.2.4.3 ในแต่ละวิธีจำนวน 5,000 ครั้ง

3.2.4.5 นับจำนวนครั้งของค่าที่ได้จากข้อ 3.2.3.4 แล้วนำมาหารด้วยจำนวนซ้ำที่ทำการทดลองในแต่ละวิธีคือ 5,000 แล้วเปรียบเทียบกับค่าขนาดการทดสอบ 0.05 ถ้าค่าสถิติทดสอบมีค่าน้อยกว่า 0.05 ให้นับจำนวนเก็บไว้

3.2.4.6 ทำการทดลองจากข้อ 3.2.3.1 ถึง 3.2.3.6 ในแต่ละสถานการณ์ให้ครบ 5,000 ครั้ง แล้วนำค่าจำนวนครั้งที่มีค่าน้อยกว่า 0.05 หารด้วยจำนวนสถานการณ์ที่ทำการทดลองจำนวน 5,000 ครั้ง ทำการทดลองตามสถานการณ์ตามตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 สถานการณ์ที่ใช้เปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ

ขนาดตัวอย่าง		**ค่าพารามิเตอร์**			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2
4	4	0	0	12	4
		0	0	20	4
		3	0	2	4
		4	0	1	1
10	10	0	0	12	4
		0	0	20	4
		3	0	2	4
		4	0	1	1
25	25	1	0	5	5
		1	0	10	10
		0	0	4	2
		0	0	9	7
		0	0	4	1
40	25	1	0	5	5
		1	0	10	10
25	40	1	0	5	5
		1	0	10	10
40	25	1	0	5	4
		1	0	10	9
25	40	1	0	5	4
		1	0	10	9

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

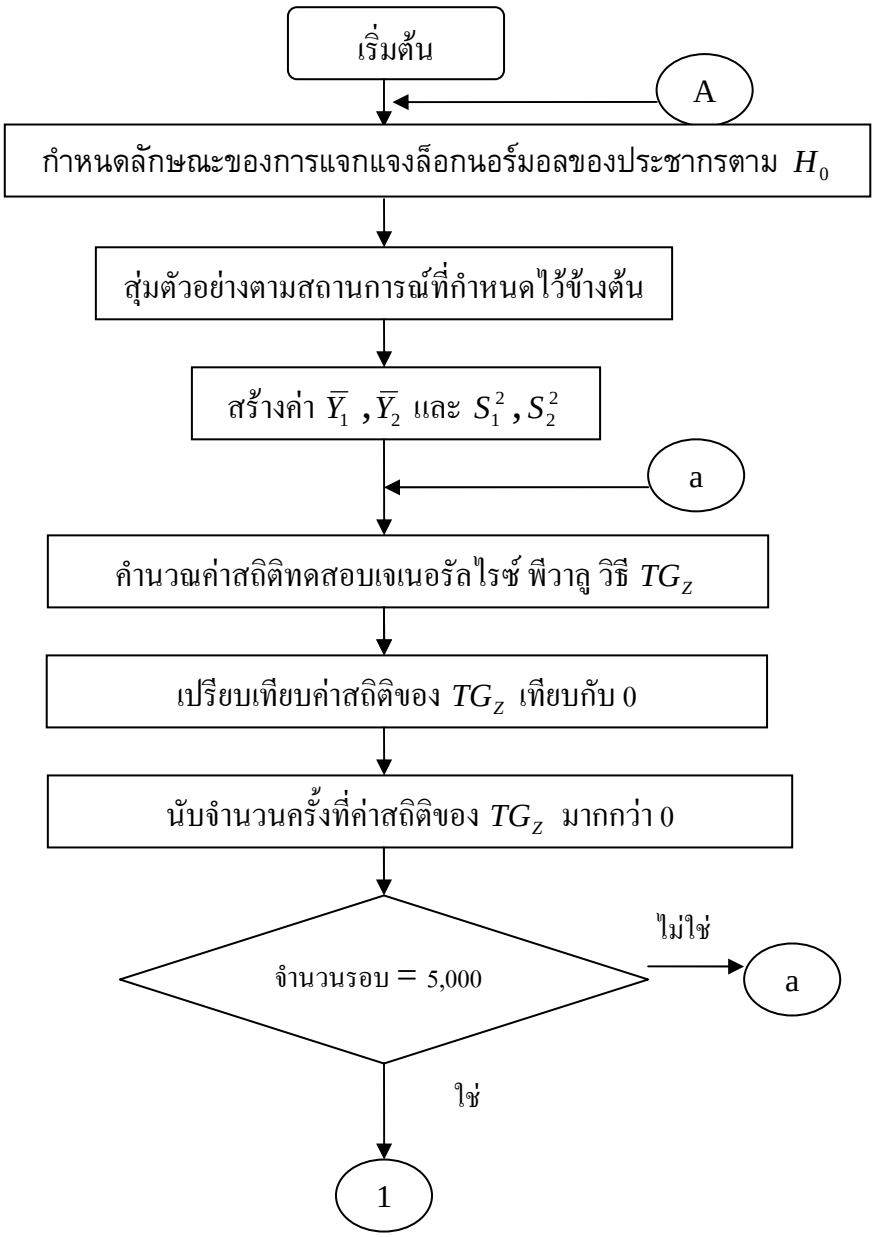
ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2
100	25	1	0	5	5
		1	0	10	10
25	100	1	0	5	5
		1	0	10	10
100	25	0	0	2	1
		0	0	3	1
25	100	0	0	2	1
		0	0	3	1
100	25	1	0	5	4
		1	0	10	9
25	100	1	0	5	4
		1	0	10	9

3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

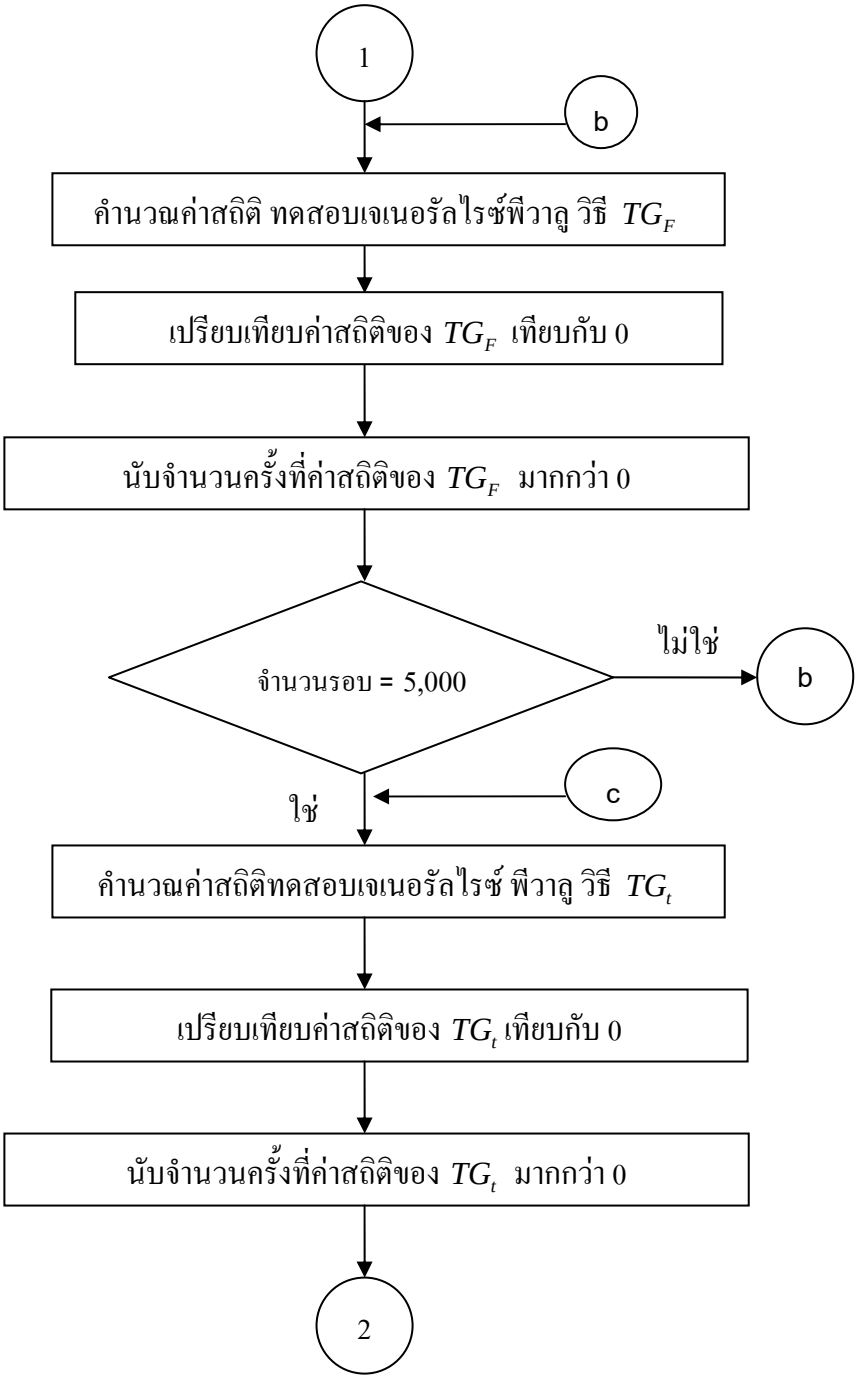
สามารถเขียนผังงานแสดงขั้นตอนในการหาค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ตามภาพที่ 3-1 และผังงานแสดงขั้นตอนการหาค่าอำนาจการทดสอบ ได้ตามภาพที่ 3-2 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ภาพที่ 3-1 แผนผังแสดงขั้นตอนการหาค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

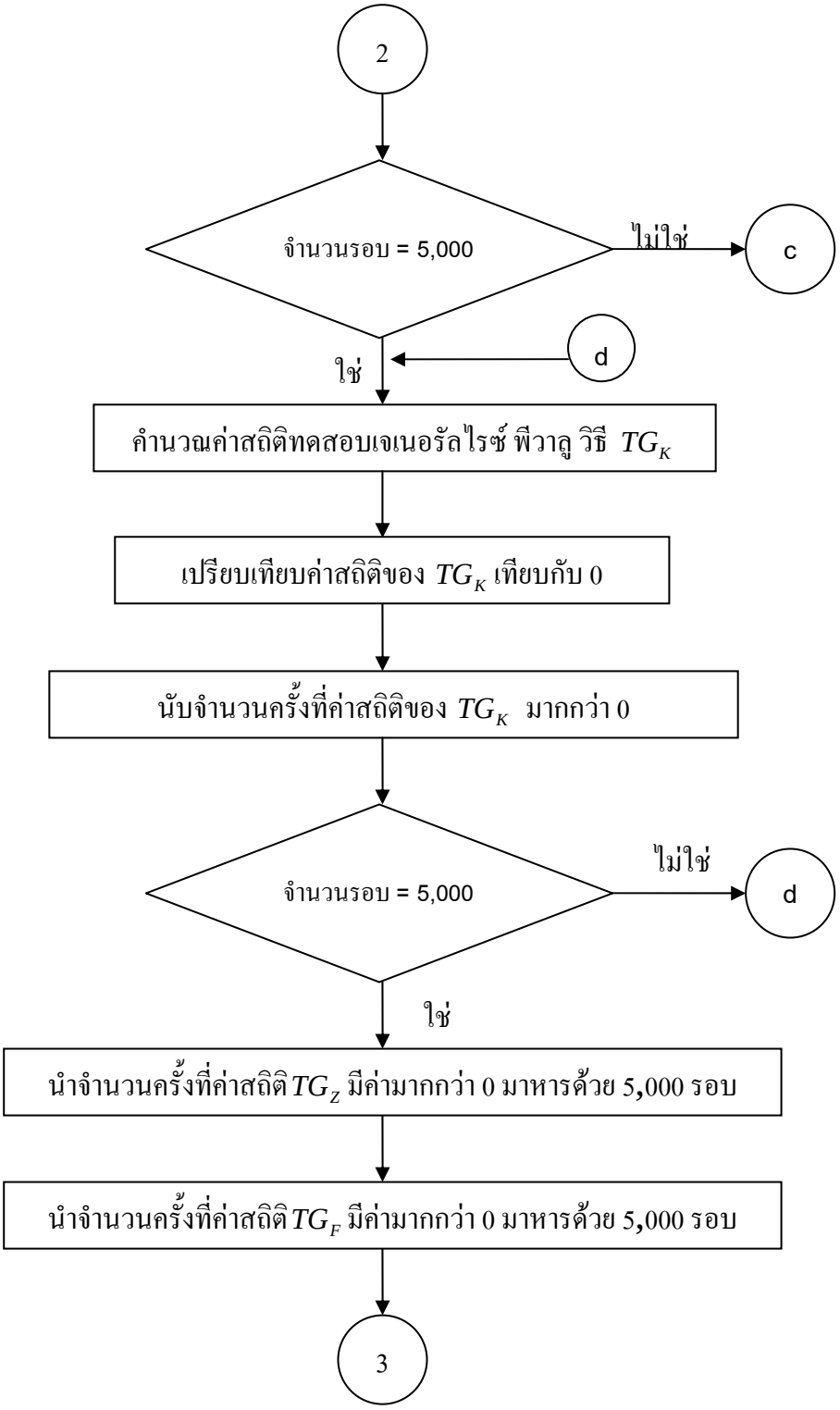
ภาพที่ 3-2 แผนผังแสดงขั้นตอนการหาค่าอำนาจการทดสอบ



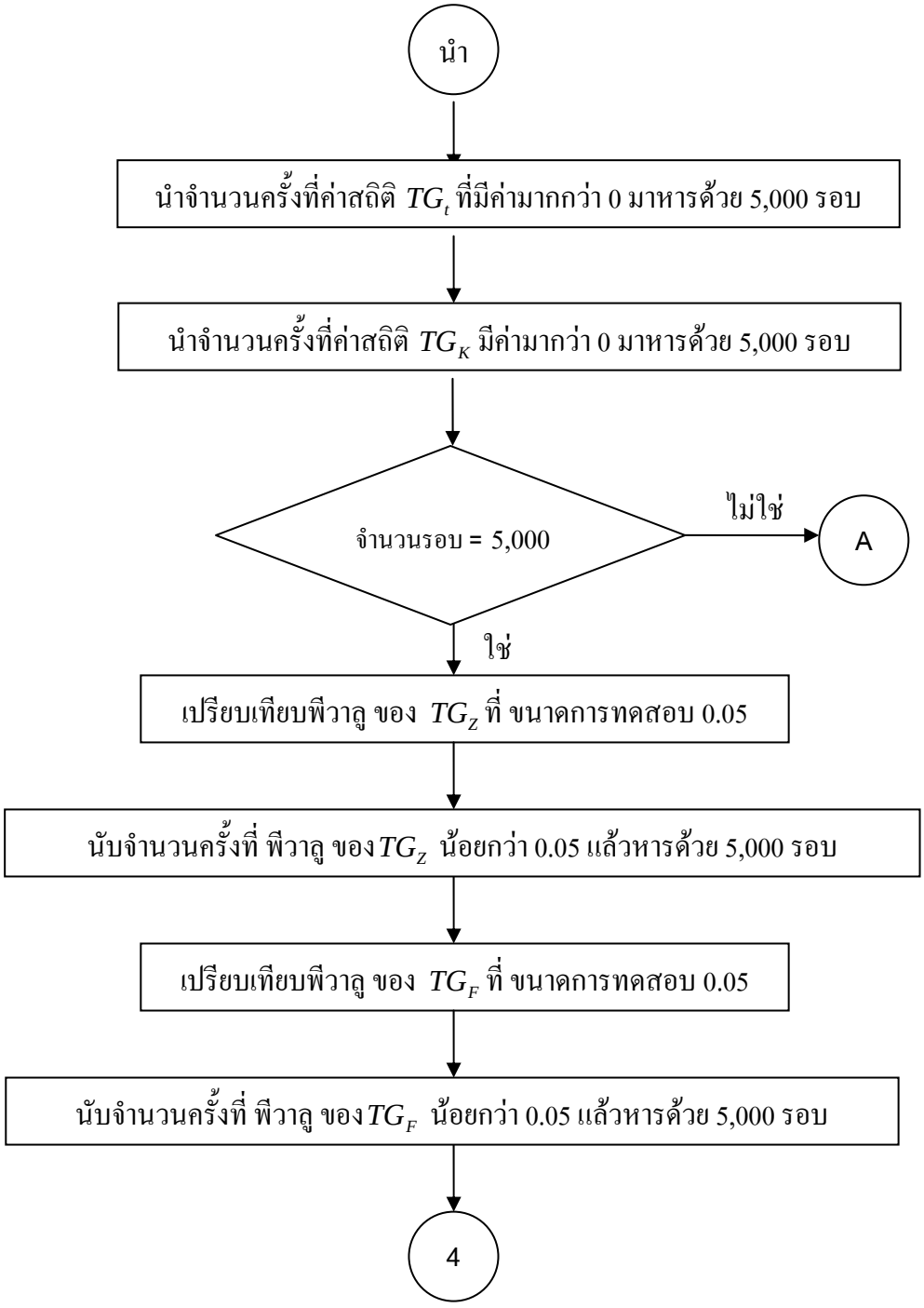
ภาพที่ 3-1 แผนผังแสดงขั้นตอนการหาค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1


1
b
คำนวณค่าสถิติ ทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี TG_F
เปรียบเทียบค่าสถิติของ TG_F เทียบกับ 0
นับจำนวนครั้งที่ค่าสถิติของ TG_F มากกว่า 0
จำนวนรอบ = 5,000
ไม่ใช่
b
ใช่
c
คำนวณค่าสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ พีวาลู วิธี TG_t
เปรียบเทียบค่าสถิติของ TG_t เทียบกับ 0
นับจำนวนครั้งที่ค่าสถิติของ TG_t มากกว่า 0
2

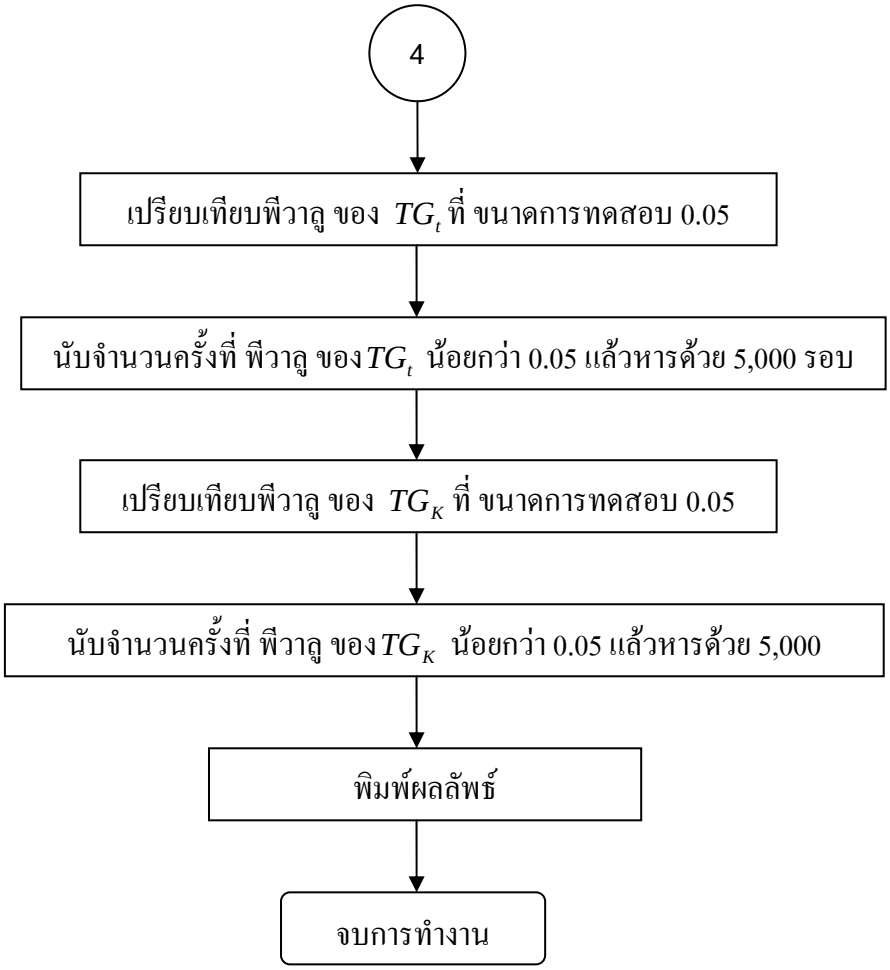
ภาพที่ 3-1 (ต่อ)


2
จำนวนรอบ = 5,000
ไม่ใช่
c
d
ใช่
คำนวณค่าสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ พีวาลู วิธี TG_K
เปรียบเทียบค่าสถิติของ TG_K เทียบกับ 0
นับจำนวนครั้งที่ค่าสถิติของ TG_K มากกว่า 0
จำนวนรอบ = 5,000
ไม่ใช่
d
ใช่
นำจำนวนครั้งที่ค่าสถิติ TG_Z มีค่ามากกว่า 0 มาหารด้วย 5,000 รอบ
นำจำนวนครั้งที่ค่าสถิติ TG_F มีค่ามากกว่า 0 มาหารด้วย 5,000 รอบ
3

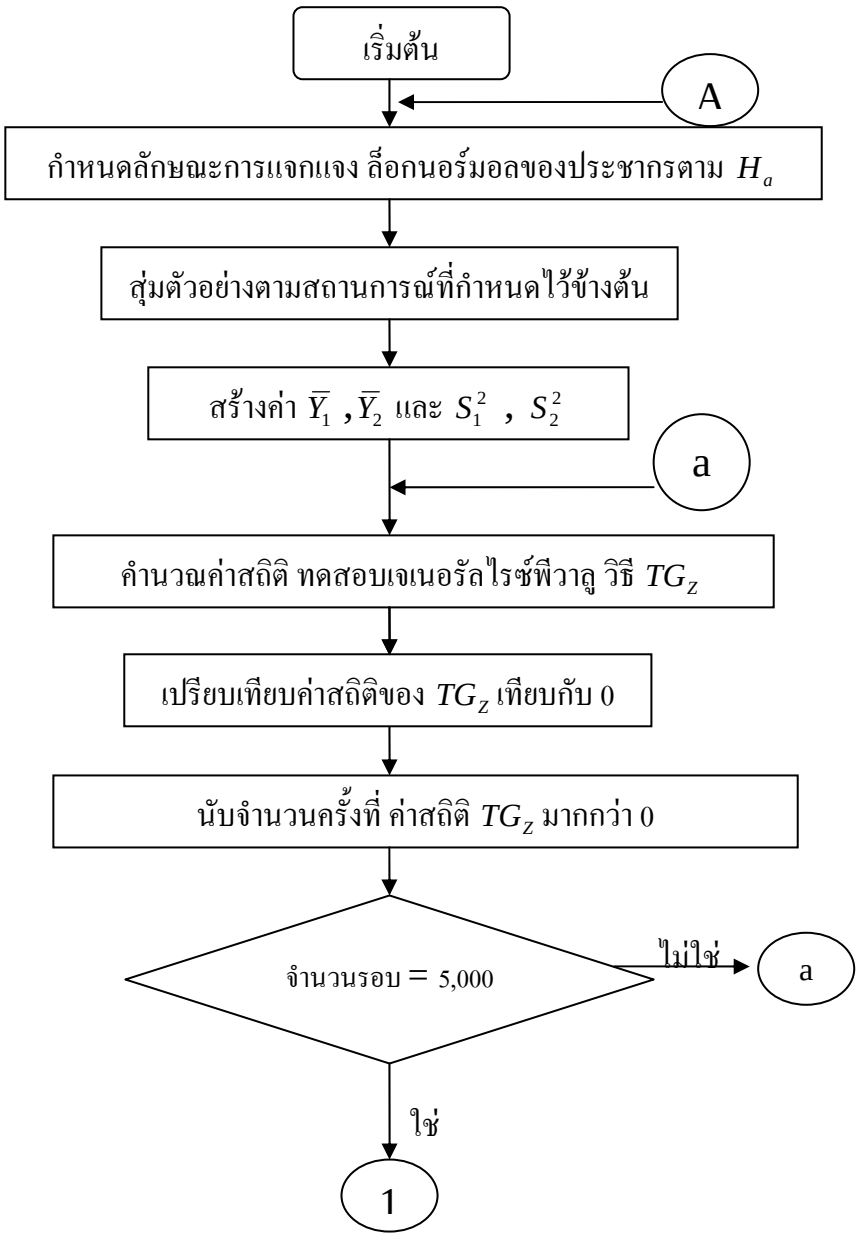
ภาพที่ 3-1 (ต่อ)


นำ
นำจำนวนครั้งที่ค่าสถิติ TG_t ที่มีค่ามากกว่า 0 มาหารด้วย 5,000 รอบ
นำจำนวนครั้งที่ค่าสถิติ TG_K มีค่ามากกว่า 0 มาหารด้วย 5,000 รอบ
จำนวนรอบ = 5,000
ไม่ใช่
A
ใช่
เปรียบเทียบพีวาลู ของ TG_Z ที่ ขนาดการทดสอบ 0.05
นับจำนวนครั้งที่ พีวาลู ของ TG_Z น้อยกว่า 0.05 แล้วหารด้วย 5,000 รอบ
เปรียบเทียบพีวาลู ของ TG_F ที่ ขนาดการทดสอบ 0.05
นับจำนวนครั้งที่ พีวาลู ของ TG_F น้อยกว่า 0.05 แล้วหารด้วย 5,000 รอบ
4

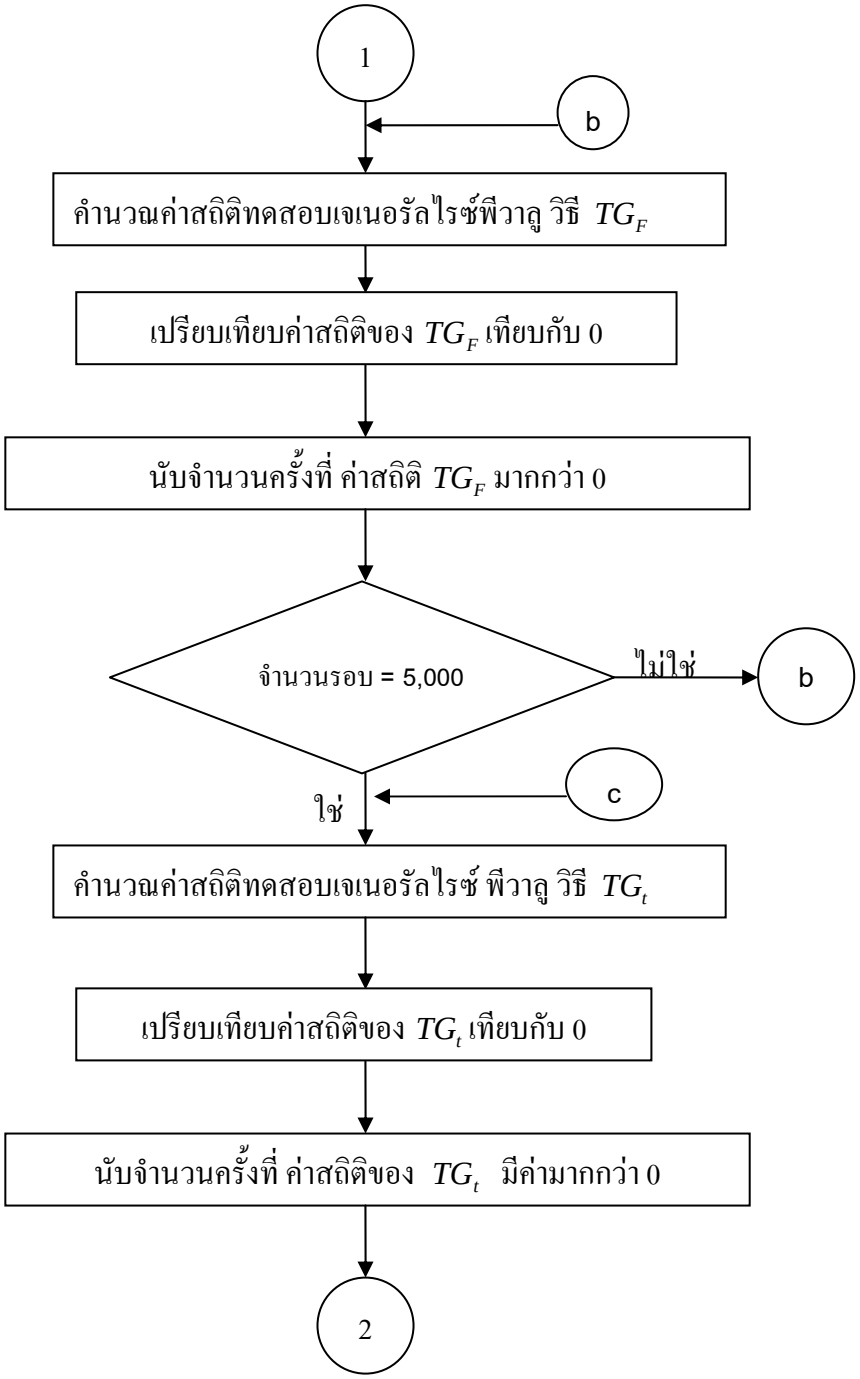
ภาพที่ 3-1 (ต่อ)


4
เปรียบเทียบพีวาลู ของ TG_t ที่ ขนาดการทดสอบ 0.05
นับจำนวนครั้งที่ พีวาลู ของ TG_t น้อยกว่า 0.05 แล้วหารด้วย 5,000 รอบ
เปรียบเทียบพีวาลู ของ TG_K ที่ ขนาดการทดสอบ 0.05
นับจำนวนครั้งที่ พีวาลู ของ TG_K น้อยกว่า 0.05 แล้วหารด้วย 5,000
พิมพ์ผลลัพธ์
จบการทำงาน

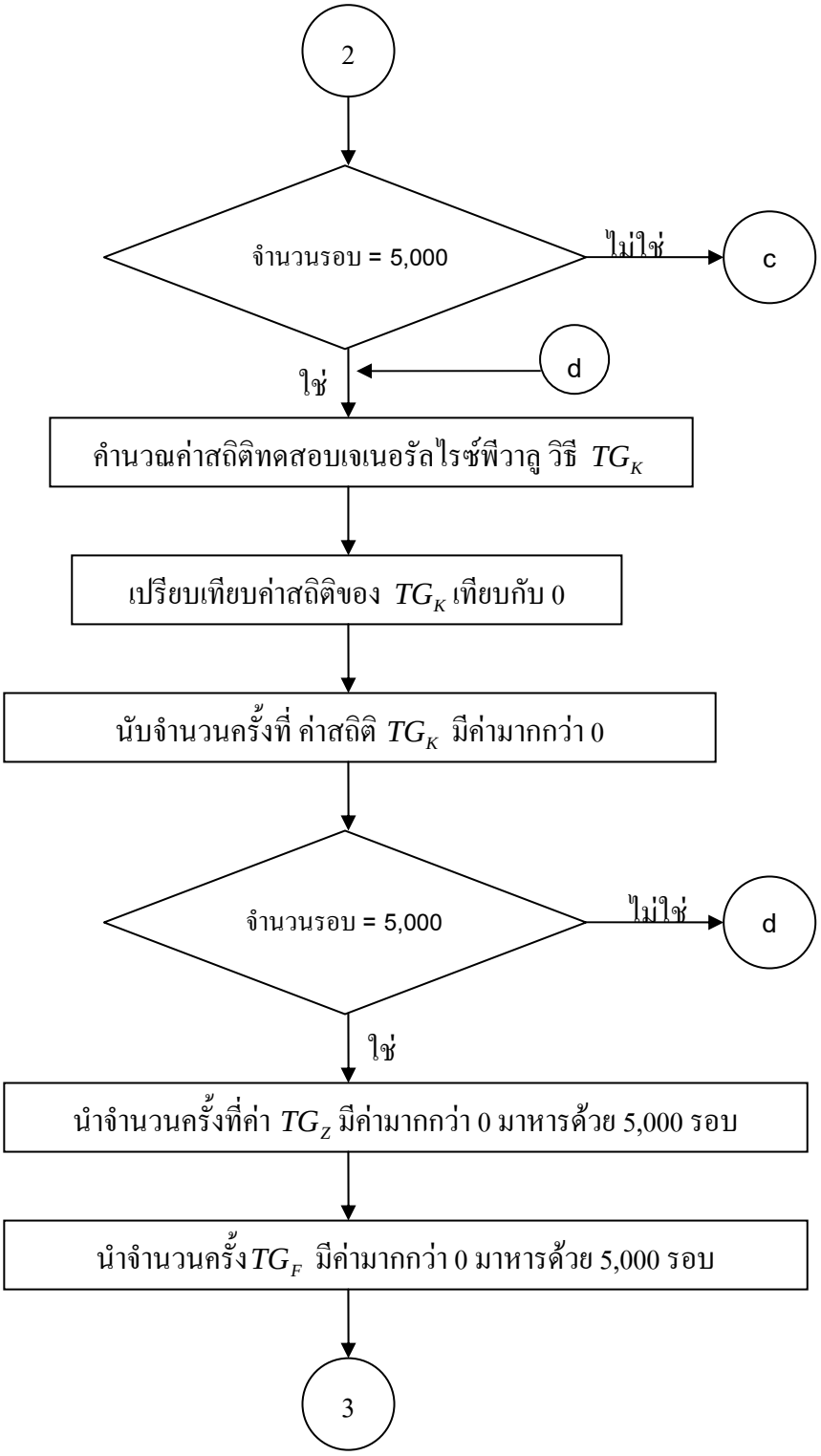
ภาพที่ 3-1 (ต่อ)



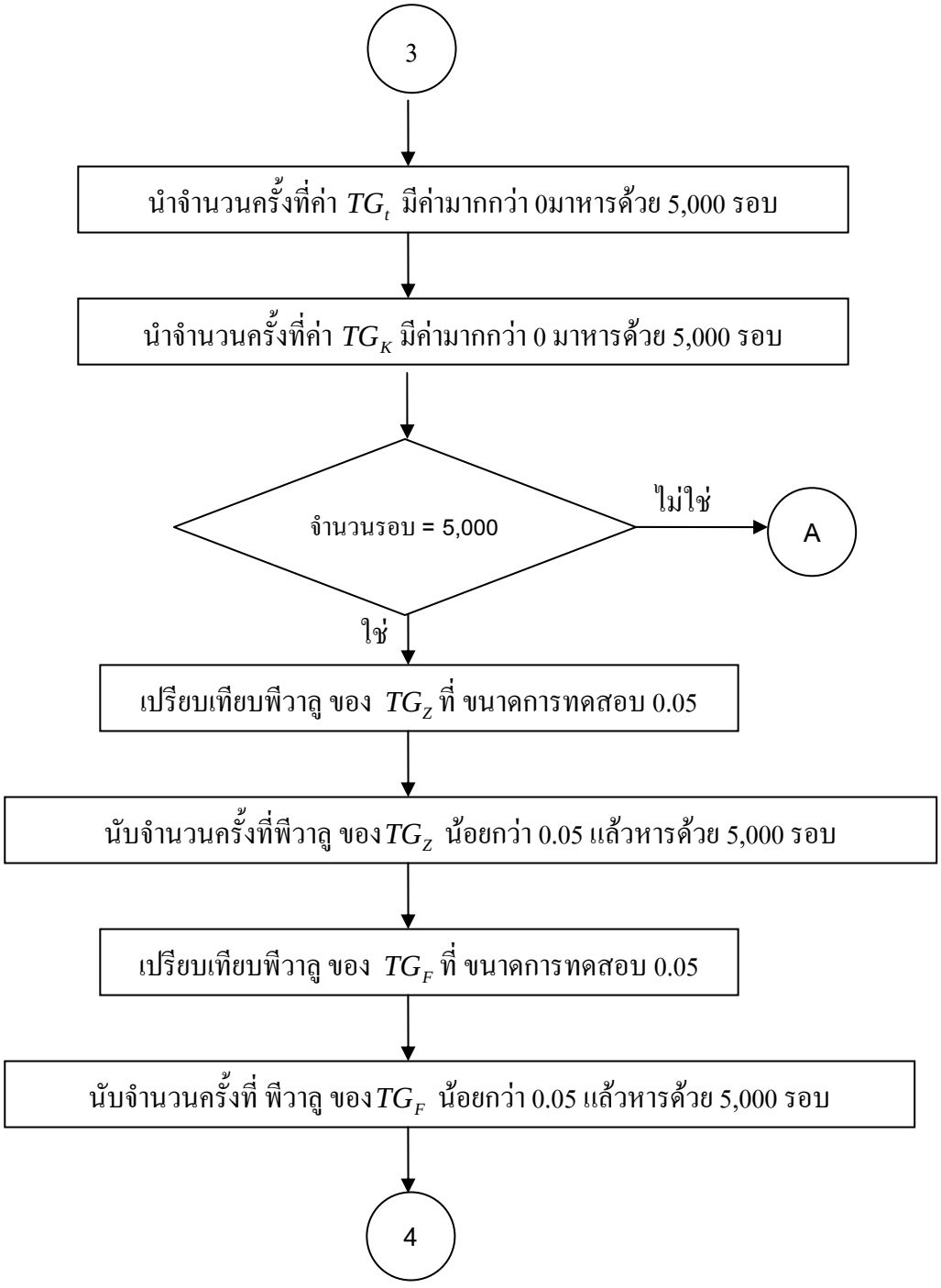
ภาพที่ 3-2 แผนผังแสดงขั้นตอนการหาค่าอำนาจการทดสอบ


1
b
คำนวณค่าสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี TG_F
เปรียบเทียบค่าสถิติของ TG_F เทียบกับ 0
นับจำนวนครั้งที่ ค่าสถิติ TG_F มากกว่า 0
จำนวนรอบ = 5,000
ไม่ใช่
b
ใช่
c
คำนวณค่าสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ พีวาลู วิธี TG_t
เปรียบเทียบค่าสถิติของ TG_t เทียบกับ 0
นับจำนวนครั้งที่ ค่าสถิติของ TG_t มีค่ามากกว่า 0
2

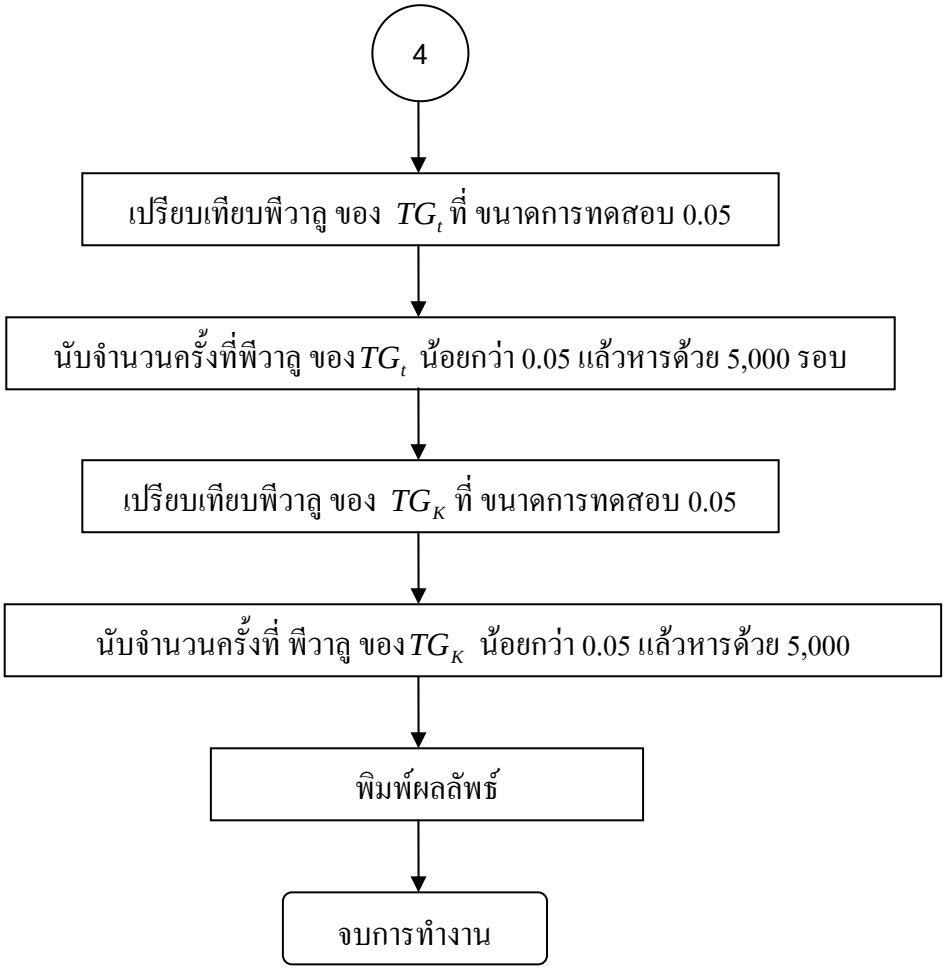
ภาพที่ 3-2 (ต่อ)


2
จำนวนรอบ = 5,000
ไม่ใช่
c
d
ใช่
คำนวณค่าสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี TG_K
เปรียบเทียบค่าสถิติของ TG_K เทียบกับ 0
นับจำนวนครั้งที่ ค่าสถิติ TG_K มีค่ามากกว่า 0
จำนวนรอบ = 5,000
ไม่ใช่
d
ใช่
นำจำนวนครั้งที่ค่า TG_Z มีค่ามากกว่า 0 มาหารด้วย 5,000 รอบ
นำจำนวนครั้ง TG_F มีค่ามากกว่า 0 มาหารด้วย 5,000 รอบ
3

ภาพที่ 3-2 (ต่อ)


3
นำจำนวนครั้งที่ค่า TG_t มีค่ามากกว่า 0มาหารด้วย 5,000 รอบ
นำจำนวนครั้งที่ค่า TG_K มีค่ามากกว่า 0 มาหารด้วย 5,000 รอบ
จำนวนรอบ = 5,000
ไม่ใช่
A
ใช่
เปรียบเทียบพีวาลู ของ TG_Z ที่ ขนาดการทดสอบ 0.05
นับจำนวนครั้งที่พีวาลู ของ TG_Z น้อยกว่า 0.05 แล้วหารด้วย 5,000 รอบ
เปรียบเทียบพีวาลู ของ TG_F ที่ ขนาดการทดสอบ 0.05
นับจำนวนครั้งที่ พีวาลู ของ TG_F น้อยกว่า 0.05 แล้วหารด้วย 5,000 รอบ
4

ภาพที่ 3-2 (ต่อ)


4
เปรียบเทียบพีวาลู ของ TG_t ที่ ขนาดการทดสอบ 0.05
นับจำนวนครั้งที่พีวาลู ของ TG_t น้อยกว่า 0.05 แล้วหารด้วย 5,000 รอบ
เปรียบเทียบพีวาลู ของ TG_K ที่ ขนาดการทดสอบ 0.05
นับจำนวนครั้งที่ พีวาลู ของ TG_K น้อยกว่า 0.05 แล้วหารด้วย 5,000
พิมพ์ผลลัพธ์
จบการทำงาน

ภาพที่ 3-2 (ต่อ)

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูที่เหมาะสมที่สุด จากการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระกัน โดยใช้การทดสอบภายใต้ สมมติฐานหลัก $H_0 : \eta_1 - \eta_2 \leq 0$ และสมมติฐานแย้งคือ $H_a : \eta_1 - \eta_2 > 0$ ที่ขนาดการทดสอบ (Size of the test) 0.05

ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดจากความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I Error) และค่าอำนาจการทดสอบ (Power of the Test) ของสถิติทดสอบที่ผู้วิจัยได้ทำการพัฒนาจากทฤษฎีสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ของWeerahandi จำนวน 3 วิธีกับสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่เสนอโดย Krishnamoorthy and Thomas (2003) รวมวิธีทั้งสิ้น 4 วิธี คือ

1. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified Z-Distribution (TG_Z)

2. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified F-Distribution (TG_F)

3. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified t-Distribution (TG_t)

4. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่พัฒนาโดย Krishnamoorthy and Thomas (TG_K)

สำหรับการศึกษาค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 แบ่งเป็น 2 กรณีคือ

1. กรณีค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ และ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ซึ่งแต่ละกรณีจะทำการพิจารณาถึงผลกระทบของสถิติทดสอบที่แตกต่างกัน 4 วิธี ต่อความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ในแต่ละด้านต่อไปนี้

1.1 ขนาดตัวอย่างที่เปลี่ยนแปลงกับค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

1.2 ค่า μ_i และ σ_i^2 เมื่อ i=1, 2 ที่เปลี่ยนแปลงกับค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

2. การศึกษาค่าอำนาจการทดสอบที่แตกต่างกัน เมื่อใช้สถิติทดสอบที่แตกต่างกัน 4 วิธี โดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือ กรณีที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ และ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ซึ่งแต่ละกรณีจะทำการพิจารณา ดังนี้

2.1 การเปลี่ยนแปลงของขนาดตัวอย่าง

2.2 การเปลี่ยนแปลงของ ค่า μ_i และ σ_i^2 เมื่อ i=1, 2

ซึ่งจากผลการทดสอบพบว่า สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูวิธี Modified F-Distribution TG_F มีความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 มากที่สุด และมากกว่าระดับ 0.05 อย่างมีนัยสำคัญและพบว่าวิธี TG_Z, TG_F และ TG_t ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกัน และใกล้เคียงขนาดการทดสอบ 0.05 ที่กำหนดไว้ เมื่อพิจารณาถึงค่าอำนาจการทดสอบ พบว่า วิธี TG_Z, TG_F และ TG_t มีค่าอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกันมีรายละเอียดดังนี้

4.1. ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I Error)

ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \eta_1 - \eta_2 \leq 0$ แย้งกับ $H_a : \eta_1 - \eta_2 > 0$ ทำการพิจารณาค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของการทดสอบสมมติฐานที่ขนาดการทดสอบ 0.05 จากการจำลองสถานการณ์ตามสมมติฐานหลัก ทั้งสิ้น 5,000 รอบ

แยกได้เป็น 2 กรณีคือ

1. กรณีค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
2. กรณีที่ค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ทำการพิจารณาในกรณีที่ μ_1, μ_2 มีค่าตามที่กำหนด และ n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกันโดยผลการทดลองเป็นไปตามตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 แสดงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบทั้ง 4 วิธี ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ข้อมูลมีค่า σ_1^2 และ σ_2^2 แตกต่างกัน

ขนาดตัวอย่าง		**ค่าพารามิเตอร์**				**วิธีการ**			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_F	TG_t
4	4	1	0	2	4	0.0445	0.0475	0.0932	0.0448
		0	0	3	3	0.0421	0.0435	0.1104	0.0414
		5	0	2	12	0.0481	0.0473	0.0796	0.0462
		0	0	12	12	0.0494	0.0513	0.0840	0.0484
10	10	1	0	2	4	0.0485	0.0475	0.1220	0.0420
		0	0	3	3	0.0462	0.0492	0.1376	0.0432
		5	0	2	12	0.0516	0.0499	0.0854	0.0431
		0	0	12	12	0.0515	0.0485	0.0958	0.0497
25	25	0	0	5	5	0.0443	0.0461	0.1260	0.0495
		0	0	10	10	0.0487	0.0497	0.1048	0.0482
		0	0	100	100	0.0503	0.0507	0.0718	0.0498
		2	0	4	8	0.0515	0.0495	0.1125	0.0479
		4	0	8	16	0.0475	0.0485	0.1085	0.0485
40	25	0	0	5	5	0.0465	0.0495	0.1206	0.0467
		0	0	10	10	0.0515	0.0505	0.0815	0.0495
25	40	0	0	5	5	0.0485	0.0495	0.1335	0.0412
		0	0	10	10	0.0512	0.0497	0.1075	0.0499

ตารางที่ 4-1 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์				วิธีการ			
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_F	TG_t
40	25	5	0	2	12	0.0488	0.0497	0.0830	0.0508
25	40	5	0	2	12	0.0494	0.0500	0.0958	0.0510
40	40	8	0	4	20	0.0507	0.0490	0.0738	0.0504
		14	0	4	32	0.0512	0.0493	0.0738	0.0513
100	25	0	0	5	5	0.0475	0.0482	0.1055	0.0462
		0	0	10	10	0.0532	0.0507	0.0930	0.0484
25	100	0	0	5	5	0.0470	0.0475	0.1375	0.0466
		0	0	10	10	0.0490	0.0489	0.1215	0.0484
100	25	13	0	4	30	0.0492	0.0496	0.0674	0.0494
25	100	13	0	4	30	0.0496	0.0500	0.0886	0.0499
100	100	13	0	4	30	0.0492	0.0498	0.0915	0.0497

จากตารางที่ 4-1 เป็นการพิจารณาค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่เกิดจากวิธีการทดลองที่แตกต่างกัน 4 วิธี และเมื่อค่า σ_1^2, σ_2^2 แตกต่างกันโดยยังคงให้ $\mu_1 + \sigma_{\frac{1}{2}}^2 = \mu_2 + \sigma_{\frac{2}{2}}^2$ พบว่ามี 3 วิธี คือวิธี TG_Z, TG_K และ TG_t ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกันทุกค่าที่ σ_1^2, σ_2^2 และอยู่รอบ ๆ ค่าขนาดทดสอบ 0.05 สำหรับวิธี TG_F ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 มากกว่า 0.05 และมีค่าไม่คงที่

4.1.1 ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 กรณีค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

พิจารณาความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของความเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน ทำการพิจารณาในกรณีที่ค่า $\mu_1 = \mu_2$ โดย

ที่ n_1 และ n_2 มีค่าที่แตกต่างกันที่ขนาดการทดสอบ 0.05 โดยผลวิเคราะห์เป็นไปตามตารางที่ 4-2 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4-2 แสดงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เมื่อ ค่า $\mu_1 = \mu_2$ และ ขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกันที่ขนาดการทดสอบ 0.05

ขนาดตัวอย่าง		**ค่าพารามิเตอร์**				**วิธีการ**		
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_t
4	4	0	0	3	3	0.0421	0.0435	0.0414
10	10	0	0	3	3	0.0462	0.0492	0.0432
4	4	0	0	12	12	0.0494	0.0513	0.0484
10	10	0	0	12	12	0.0515	0.0485	0.0497
25	25	0	0	5	5	0.0443	0.0461	0.0495
40	25	0	0	5	5	0.0465	0.0495	0.0467
25	40	0	0	5	5	0.0485	0.0495	0.0412
100	25	0	0	5	5	0.0475	0.0482	0.0462
25	100	0	0	5	5	0.0470	0.0475	0.0466
25	25	0	0	10	10	0.0487	0.0497	0.0495
40	25	0	0	10	10	0.0515	0.0505	0.0495
25	40	0	0	10	10	0.0512	0.0497	0.0499
100	25	0	0	10	10	0.0532	0.0507	0.0484
25	100	0	0	10	10	0.0490	0.0489	0.0484
25	25	0	0	100	100	0.0503	0.0507	0.0498

จากตารางที่ 4-2 พบว่าเมื่อทำการทดสอบสมมติฐานด้วยวิธีสถิติ TG_K, TG_Z และ TG_t เมื่อขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 เปลี่ยนแปลงไปไม่มีผลต่อความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภท

ที่ 1 กล่าวคือค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 เข้าใกล้ 0.05 ทุกกรณีของ n_1 และ n_2

4.1.2 ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 กรณีค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

พิจารณาความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของความเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน ทำการพิจารณาในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ $\mu_1 > \mu_2$ เมื่อ $n_1 \neq n_2$ และ $n_1 = n_2$ ซึ่งผลการทดลองเป็นไปตามตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 แสดงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ เมื่อ ค่า $\mu_1 > \mu_2$ และขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่าง

ขนาดตัวอย่าง		**ค่าพารามิเตอร์**				**วิธีการ**		
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_t
4	4	1	0	2	4	0.0445	0.0475	0.0448
10	10	1	0	2	4	0.0485	0.0475	0.0420
25	25	2	0	4	8	0.0515	0.0495	0.0479
		4	0	8	16	0.0475	0.0485	0.0485
40	40	8	0	4	20	0.0507	0.0490	0.0504
		14	0	4	32	0.0512	0.0493	0.0513
100	25	13	0	4	30	0.0492	0.0496	0.0494
25	100	13	0	4	30	0.0496	0.0500	0.0499
100	100	13	0	4	30	0.0492	0.0498	0.0497
4	4	5	0	2	12	0.0481	0.0473	0.0462
10	10	5	0	2	12	0.0516	0.0499	0.0431
40	25	5	0	2	12	0.0488	0.0497	0.0508
25	40	5	0	2	12	0.0494	0.0500	0.0510

เช่นเดียวกับกรณีที่ 4.1.2 คือ ไม่ว่าค่า σ_i^2, μ_i และ n_i เมื่อ i = 1, 2 เปลี่ยนแปลงไปอย่างไรไม่มีผลต่อค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

4.2 ค่าอำนาจการทดสอบ

การหาค่าอำนาจการทดสอบจากการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \eta_1 - \eta_2 \leq 0$ แย้งกับ $H_a : \eta_1 - \eta_2 > 0$ ได้พิจารณาค่าอำนาจการทดสอบของการทดสอบสมมติฐานที่ขนาดการทดสอบ 0.05 จากการจำลองสถานการณ์ตามสมมติฐานแย้ง ทั้งหมด 5,000 รอบ

แยกเป็น 2 กรณีคือ

1. กรณีค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
2. กรณีที่ค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ได้ทำการศึกษาถึงผลกระทบต่อของขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์ μ_i, σ_i^2, $i = 1, 2$ ต่อค่าอำนาจการทดสอบที่เกิดจากการใช้สถิติที่แตกต่างกัน 3 วิธี ได้แก่ วิธี TG_K, TG_Z และ TG_t โดยเนื่องจากวิธี TG_F เป็นวิธีที่ให้ผลการทดลองมีค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 เกิน 0.05 มาก จึงไม่นำมาพิจารณาค่าอำนาจการทดสอบ สำหรับผลการทดสอบได้จากการกำหนดให้ประชากรที่จะนำมาทดสอบมีค่า η_1 และ η_2 เป็นไปตามสมมติฐานแย้ง ได้ผลดังตารางที่ 4-4 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4-4 แสดงค่าอำนาจการทดสอบ ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกัน โดยที่ ค่า μ_1, μ_2 และขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน

ขนาดตัวอย่าง		**ค่าพารามิเตอร์**				**วิธีการ**		
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_t
4	4	0	0	12	4	0.1732	0.1728	0.1280
		0	0	20	4	0.2976	0.2964	0.2490
		3	0	2	4	0.1322	0.1314	0.1092
		4	0	1	1	0.6270	0.6330	0.6050
10	10	0	0	12	4	0.3978	0.3994	0.3694
		0	0	20	4	0.6440	0.6455	0.6170
		3	0	2	4	0.2745	0.2796	0.2765
		4	0	1	1	0.9985	0.9980	0.9985
25	25	1	0	5	5	0.1660	0.1674	0.1616
		1	0	10	10	0.0968	0.0986	0.0958
		0	0	4	2	0.3276	0.3278	0.3050
		0	0	9	7	0.1238	0.1232	0.1186
		0	0	4	1	0.8140	0.8115	0.7915

ตารางที่ 4-4 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์				วิธีการ		
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_t
40	25	1	0	5	5	0.1870	0.1860	0.1876
		1	0	10	10	0.1088	0.1084	0.1082
25	40	1	0	5	5	0.2088	0.2094	0.1988
		1	0	10	10	0.1120	0.1180	0.1064
40	25	1	0	5	4	0.3930	0.3924	0.3974
		1	0	10	9	0.1696	0.1712	0.1702
25	40	1	0	5	4	0.4562	0.4576	0.4404
		1	0	10	9	0.2410	0.2434	0.2282
100	25	1	0	5	5	0.1995	0.2095	0.2105
		1	0	10	10	0.1150	0.1152	0.1176
25	100	1	0	5	5	0.2920	0.2882	0.2674
		1	0	10	10	0.1376	0.1366	0.1276
100	25	0	0	2	1	0.3690	0.3690	0.3802
		0	0	3	1	0.8710	0.8680	0.8805
25	100	0	0	2	1	0.3705	0.3835	0.3815
		0	0	3	1	0.7575	0.7500	0.7145
100	25	1	0	5	4	0.4282	0.4278	0.4386
		1	0	10	9	0.1804	0.1796	0.1842
25	100	1	0	5	4	0.6160	0.6125	0.5840
		1	0	10	9	0.2415	0.2455	0.2285

จากตารางที่ 4-4 พบว่าทั้งวิธี TG_K , TG_Z และ TG_t ให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกัน ยกเว้นในกรณีที่ขนาดกลุ่มตัวอย่าง $n_1 = n_2 = 4$ และ $n_1 = n_2 = 10$ วิธี TG_K และ TG_Z จะให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกันและสูงกว่าอำนาจการทดสอบที่ได้จากวิธี TG_t นอกจากนี้ขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นส่งผลต่อค่าอำนาจการทดสอบที่เพิ่มขึ้นตามไปด้วย

4.2.1 ค่าอำนาจการทดสอบ กรณีค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

พิจารณาค่าอำนาจการทดสอบ ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ที่ระดับต่างๆ เมื่อ $\mu_1 > \mu_2$ และขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน ทำการทดสอบที่ขนาดการทดสอบ 0.05 โดยผลการทดลองจะเป็นไปตามตารางที่ 4-5

ตารางที่ 4-5 แสดงค่าอำนาจการทดสอบ ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เมื่อค่า $\mu_1 > \mu_2$ และ ขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าแตกต่างกัน

ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์				วิธีการ		
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_t
4	4	4	0	1	1	0.6270	0.6330	0.6050
10	10	4	0	1	1	0.9985	0.9980	0.9985
25	25	1	0	5	5	0.1660	0.1674	0.1616
40	25	1	0	5	5	0.1870	0.1860	0.1876
25	40	1	0	5	5	0.2088	0.2094	0.1988
100	25	1	0	5	5	0.1995	0.2095	0.2105
25	100	1	0	5	5	0.292	0.2882	0.2674
25	25	1	0	10	10	0.0968	0.0986	0.0952
40	25	1	0	10	10	0.1088	0.1084	0.1082
25	40	1	0	10	10	0.1120	0.1180	0.1064
100	25	1	0	10	10	0.1150	0.1152	0.1176
25	100	1	0	10	10	0.1376	0.1366	0.1276

จากตารางที่ 4-5 พบว่าวิธีการทดลอง 3 วิธี คือ TG_K , TG_Z และ TG_t ให้ค่าอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน เมื่อพิจารณาในกรณีที่ $n_1 = 25$, $n_2 = 25$ เมื่อทำการเพิ่มขนาดตัวอย่าง พบว่าค่าอำนาจการทดสอบทั้ง 3 วิธี มีค่าเพิ่มขึ้นไม่มากนัก ในขณะที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เมื่อมีค่าเพิ่มมากขึ้นทำให้ค่าอำนาจการทดสอบมีค่าน้อยลง

4.2.2 ค่าอำนาจการทดสอบ กรณีค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

พิจารณาค่าอำนาจการทดสอบในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ เมื่อขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน โดยทำการพิจารณา เป็นสองกรณีคือ

4.2.2.1 กรณีที่ค่า $\mu_1 = \mu_2$

4.2.2.2 กรณีที่ค่า $\mu_1 > \mu_2$

ซึ่ง ทั้งสองกรณีที่ขนาดการทดสอบ 0.05 โดยผลการทดลองกรณีที่ 4.2.2.1 เป็นไปตามตารางที่ 4-6 และ ผลการทดลองกรณีที่ 4.2.2.2 เป็นไปตามตารางที่ 4-7

ตารางที่ 4-6 แสดงค่าอำนาจการทดสอบ ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ในกรณีที่ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกัน กำหนดให้ค่า $\mu_1 = \mu_2$ และ n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน

ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์				วิธีการ		
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_t
4	4	0	0	12	4	0.1732	0.1728	0.1280
10	10	0	0	12	4	0.3978	0.3994	0.3694
4	4	0	0	20	4	0.2976	0.2964	0.2490
10	10	0	0	20	4	0.6440	0.6455	0.6170
25	25	0	0	4	1	0.8140	0.8115	0.7915
		0	0	4	2	0.3276	0.3278	0.3050
		0	0	9	7	0.1238	0.1232	0.1186
100	25	0	0	2	1	0.3690	0.3690	0.3802
25	100	0	0	2	1	0.3705	0.3835	0.3815
100	25	0	0	3	1	0.8710	0.8680	0.8805
25	100	0	0	3	1	0.7575	0.7500	0.7145

จากตารางที่ 4-6 พบว่าวิธี TG_K, TG_Z และ TG_t ให้ค่าที่ใกล้เคียงกันในทุกกรณี ทำการพิจารณาในกรณีที่ $n_1 = 25$, $n_2 = 25$ ในกรณีที่ $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ แล้ว σ_2^2 มีค่าที่เพิ่มขึ้น พบว่าค่าอำนาจการทดสอบมีค่าลดลงในขณะที่ขนาดตัวอย่างก็ส่งผลต่อค่าอำนาจการทดสอบด้วย เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าอำนาจการทดสอบเพิ่มขึ้นไปด้วยเช่นกัน

ตารางที่ 4-7 แสดงค่าอำนาจการทดสอบ ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 วิธี ในกรณีที่ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกัน กำหนดให้ค่า $\mu_1 > \mu_2$ และ ขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าแตกต่างกัน

ขนาดตัวอย่าง		ค่าพารามิเตอร์				วิธีการ		
n_1	n_2	μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	TG_k	TG_Z	TG_t
4	4	3	0	2	4	0.1322	0.1314	0.1092
10	10	3	0	2	4	0.2745	0.2796	0.2765
40	25	1	0	5	4	0.3930	0.3924	0.3974
25	40	1	0	5	4	0.4562	0.4576	0.4404
100	25	1	0	5	4	0.4282	0.4278	0.4386
25	100	1	0	5	4	0.6160	0.6125	0.5840
40	25	1	0	10	9	0.1696	0.1712	0.1702
25	40	1	0	10	9	0.2410	0.2434	0.2282
100	25	1	0	10	9	0.1804	0.1796	0.1842
25	100	1	0	10	9	0.2415	0.2455	0.2285

จากตารางที่ 4-7 พบว่าวิธีการทดลองทั้ง 3 วิธี คือ TG_K, TG_Z และ TG_t ให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกันโดยที่เมื่อทำการเปรียบเทียบที่ $n_1 > n_2$ และ $n_1 < n_2$ โดยใช้ค่าพารามิเตอร์เดียวกันพบว่าเมื่อขนาด $n_1 < n_2$ จะให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ดีกว่าขนาด $n_1 > n_2$ ขนาด n_2 มีค่าแตกต่างจากขนาด n_1 เป็นจำนวนมาก

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลูที่เหมาะสมที่สุด จากการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระกัน ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบค่า ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่1 (Type I Error) และ ค่าอำนาจการทดสอบ (Power of the Test) ของสถิติทดสอบ ผู้วิจัยได้ทำการพัฒนาจากทฤษฎีสถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ของ Weerahandi จำนวน 3 วิธีคือ

1. สถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified Z-Distribution (TG_Z)
2. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified F-Distribution (TG_F)
3. สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู วิธี Modified t-Distribution (TG_t)

แล้วทำการเปรียบเทียบสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี กับสถิติเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ที่พัฒนาโดย Krishnamoorthy and Thomas (TG_K)รวมสถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ จำนวน 4 วิธี

5.1 สรุปผลการวิจัย

สมมติฐานของการวิจัยนี้คือ $H_0 : \eta_1 - \eta_2 \leq 0$ แย้งกับ $H_a : \eta_1 - \eta_2 > 0$ ทำการทดสอบสมมติฐานที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ด้วยสถิติที่แตกต่างกัน 4 วิธี จากนั้นทำการเปรียบเทียบ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ โดยใช้โปรแกรม R ในการจำลองข้อมูล สร้างตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 กลุ่มประชากรที่มีความเป็นอิสระต่อกัน แล้วจึงทำการทดสอบสมมติฐาน ภายใต้เงื่อนไขที่แตกต่างกันจำนวน28 สถานการณ์ เพื่อเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของแต่ละวิธีและทำการศึกษาสถานการณ์ทั้งหมด 33 สถานการณ์ สำหรับศึกษาค่าอำนาจการทดสอบ โดยแต่ละสถานการณ์ทำการจำลองข้อมูล วิธีละ 5,000 ครั้ง

5.1.1. ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1

จากการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I Error) ของการทดสอบสมมติฐานของการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ย จากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน ด้วยขนาดการทดสอบ 0.05 โดยใช้สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ พีวาลูทั้ง 4 วิธี พบว่าวิธี TG_F มีค่าความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 มากกว่า 0.05 อย่างมีระดับนัยสำคัญ ในทุกๆ สถานการณ์ที่ทำการทดลอง

เมื่อทำการศึกษาผลกระทบของค่า μ_i, σ_i^2 และ n_i ; i = 1, 2 ต่อความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 สามารถพิจารณาผลการทดลองของสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี คือ TG_K , TG_Z และ TG_t ดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงค่าความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบทั้ง 4 วิธี ที่ขนาดการทดสอบ 0.05 ในกรณีที่ข้อมูลมีค่า σ_1^2 และ σ_2^2 แตกต่างกัน

พบว่า วิธีคือ TG_K , TG_Z และ TG_t ทั้ง 3 วิธี ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกับขนาดการทดสอบที่กำหนดคือ 0.05 ทุกค่า σ_1^2 และ σ_2^2 ที่ทำการทดลอง

กรณีที่ 2 พิจารณากรณีที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เมื่อ ค่า $\mu_1 = \mu_2$ และ ขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน

พบว่าเมื่อทำการทดลองแล้วด้วยวิธีสถิติ TG_K , TG_Z และ TG_t เมื่อขนาดตัวอย่าง $n_1 > n_2$ เปลี่ยนแปลงไปไม่มีผลต่อความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 กล่าวคือค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 เข้าใกล้ 0.05 ทุกกรณีของ n_1 และ n_2

กรณีที่ 3 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ เมื่อ ค่า $\mu_1 > \mu_2$ และ ขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน

พบว่าไม่ว่าค่า σ_i^2 , μ_i และ n_i ; i = 1, 2 เปลี่ยนแปลงไปอย่างไรไม่มีผลต่อค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่เกิดจากวิธี TG_K , TG_Z และ TG_t

5.1.2. ค่าอำนาจการทดสอบ

เนื่องจากวิธี TG_F เป็นวิธีที่ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ไม่สม่ำเสมอและสูงกว่า 0.05 จึงไม่นำมาพิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบ ในส่วนนี้จึงทำการหาอำนาจการทดสอบเฉพาะวิธี TG_K , TG_Z และ TG_t ด้วยการจำลองค่าประชากรให้มีสถานการณ์เป็นไปตามสมมติฐาน H_a คือ $\eta_1 \neq \eta_2$ จากนั้นพิจารณาผลการทดลองแยกเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงค่าอำนาจการทดสอบ เมื่อกำหนดให้ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกัน โดยที่ ค่า μ_1, μ_2 และ ขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน

พบว่า ทั้งวิธี TG_K, TG_Z และ TG_t ให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกัน และขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นส่งผลต่อค่าอำนาจการทดสอบที่เพิ่มขึ้นตามไปด้วย

กรณีที่ 2 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่าอำนาจการทดสอบ ในกรณีที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เมื่อกำหนดค่า $\mu_1 > \mu_2$ และ ขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าแตกต่างกัน

พบว่า วิธีการทดลองทั้ง 3 วิธี ค่าอำนาจการทดสอบมีค่าใกล้เคียงกัน เมื่อพิจารณาในกรณีที่ $n_1 = 25$, $n_2 = 25$ เมื่อทำการเพิ่มขนาดตัวอย่างเป็น $n_1 = 100$, $n_2 = 25$ และ $n_1 = 25$, $n_2 = 100$ พบว่าค่าอำนาจการทดสอบทั้ง 3 วิธี มีค่าเพิ่มขึ้นไม่มาก ในขณะที่ค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เมื่อมีค่าเพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าอำนาจการทดสอบน้อยลง

กรณีที่ 3 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงค่าอำนาจการทดสอบ ในกรณีที่ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกัน เมื่อกำหนด ค่า $\mu_1 = \mu_2$ และ n_1, n_2 มีค่าที่แตกต่างกัน

พบว่าวิธี TG_K, TG_Z และ TG_t ให้ค่าที่ใกล้เคียงกันในทุกกรณี เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเพิ่มขึ้น

กรณีที่ 4 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่าอำนาจการทดสอบ ในกรณีที่ค่า σ_1^2 และ σ_2^2 มีค่าที่แตกต่างกัน เมื่อกำหนดค่า $\mu_1 > \mu_2$ และ ขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 มีค่าแตกต่างกัน

พบว่าวิธีการทดลองทั้ง 3 วิธี ให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกันโดยที่เมื่อทำการเปรียบเทียบที่ $n_1 > n_2$ และ $n_1 < n_2$ เมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์เดียวกันพบว่าเมื่อขนาด $n_1 < n_2$ จะให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ดีกว่าขนาด $n_1 > n_2$

5.2 การอภิปรายผล และ วิจารณ์

จากการศึกษาในครั้งนี้พบว่าวิธี TG_F ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 สูงเกิน 0.05 อย่างมีนัยสำคัญ สำหรับวิธี TG_K, TG_Z และ TG_t ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกันและมีความเสถียรอยู่รอบ ๆ ค่าขนาดการทดสอบ 0.05 สำหรับวิธี TG_t ให้ค่าอำนาจการทดสอบน้อยกว่าวิธี TG_K และ TG_Z เล็กน้อยสำหรับบางสถานการณ์ ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าในการทำการทดลองสมมติฐานการเท่ากันของค่าคาดหวังของการแจกแจงล็อกนอร์มอล โดยใช้สถิติทดสอบของ Krishnamoorthy กับสถิติทดสอบแบบ TG_Z ที่ผู้วิจัยทำการพัฒนาขึ้นให้ผลการทดลองและค่าอำนาจการทดสอบที่ใกล้เคียงกันทุกสถานการณ์ที่กำหนด

5.3 ข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ พีวาลู สำหรับการความเท่ากันของค่าเฉลี่ยที่ได้จากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระกัน โดย ผู้วิจัยได้ทำการพัฒนาสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู จำนวน 3 วิธี จากทฤษฎีเจเนอรัลไรซ์พีวาลูของ Weerahandi

ในการศึกษาครั้งต่อไปควรศึกษา สถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู สำหรับการแจกแจงชนิดอื่นเช่น การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล 2 ประชากรที่อิสระกัน และ ควรศึกษาถึงขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมเพื่อที่ใช้ในการทดสอบสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์พีวาลู ในแต่ละวิธี

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

ทองคำ ไม้กลัด. **สถิติอนุมานเบื้องต้น**. กรุงเทพมหานคร ภาควิชาสถิติประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ : สำนักพิมพ์พระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2542.

ภาษาอังกฤษ

Fisz, M. **Probability Theory and Mathematical Statistics.** 3rd ed. New York. John Wiley, 1963.

Gamage, J., Mathew, T. and Weerahandi, S. “Generalized P-Value and Gernalized Confidence Regions for the Multivariate Behrens-Fisher Problem and MANOVA”. **Journal of Multivariate Analysis.** 88 (2004) : 177-189.

Krishnamoorthy, K. and Thomas, M. “ Inference on the Means of Lognormal Distribution using Generalized P-Values and Generalized Confidence Intervals”. **Journal of Statistic Planning and Inference.** 115 (2003) : 103-121.

Krishnamoorthy, K. ,Thomas, M., and Ramachandran G. “Generalized P-Value and Confidence Intervals : A Novel Approach for Analyzing Lognormally Distributed Exposure Data ” . **Journal of Occupational and Environmental Hygiene.** 3 (2006) : 642-650.

Lee, J.C. and Lin, S.H. “Generalized Confidence Intervals for the Ratio of Means of Two Normal Populations”. **Journal of Statistical Planning and Inference.** 123 (2004) : 49-60.

Tang, S. and Tsui, K.W. “Distribution Properties for the Generalized P-Value for the Behrens-Fisher Problem”. **Statistics & Probability Letters.** 77(2007) : 1-8.

Tsui, K.W. and Weerahandi, S. “Generalized P-Values in Significance Testing of Hypotheses in the Presence of Nuisance Parameter”. **J. Am. Statist. Assoc.** 84 (1989) : 602-607.

Walpole, R.E. **Introduction to Statistics.** Collier Macmilian , London (1969).

Weeranhandi, S. “Genealized Confidence Intervals”. **J. Am. Statist. Assoc.** 88 (1993) : 899-905.

Weerahandi, S.**Exact Statistical Methods for Data Analysis.** Springer, New York 1995

Zhou, X.H., Gao, S. ”Confidence Intervals for the Lognormal Mean”. **Statist. Med.** 16 (1997) : 83-790.

Zhou, X.H., Gao, S., and Hui, L.S. “Methods for Comparing the Means of Two Independent Log-Normal Samples”. **Biometric.** 53 (1997) : 1129-1135.

Zhou, L., Mathew, T. “Some Tests for Variance Components using Generalized P-Values”. **Techno metrics.** 36 (1994) : 394-402.

Zhou, X.H., Tu, W. “Interval Estimation for the Ratio in Means of Log-Normally Distributed Medical Costs with Zero Values”. **Computational Statistics & Data Analysis.** 35 (2000) : 201-210.

ภาคผนวก ก

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ภาคผนวก ก
โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างโปรแกรม R

โปรแกรมสำหรับจำลองข้อมูลให้มีลักษณะตามความต้องการ ของการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระกัน โดยใช้ตัวสถิติทดสอบเจเนอรัลไรซ์ พีวาลู ทั้ง 4 วิธี ทำการทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

```
#####################################################################
A<-function(n1,mu1,sig1,n2,mu2,sig2,m1,m2)
{
        k<-rep(0,m2)
        res.k<-rep(0,m1)
        res.Kt<-rep(0,m1)
        resK<-rep(0,m1)
        res<-rep(0,m2)
       res.Kt<-0
#############################################################
        tG1<-rep(0,m2)
        G1<-rep(0,m2)
        res.G1<-rep(0,m1)
        res.G1t<-rep(0,m1)
        resG1<-rep(0,m1)
        res<-rep(0,m2)
        res.G1t<-0
#############################################################
```

```
        tG2<-rep(0,m2)
        G2<-rep(0,m2)
        res.G2<-rep(0,m1)
        res.G2t<-rep(0,m1)
        resG2<-rep(0,m1)
        res<-rep(0,m2)
        res.G2t<-0
############################################################
        tG3<-rep(0,m2)
        G3<-rep(0,m2)
        res.G3<-rep(0,m1)
        res.G3t<-rep(0,m1)
        resG3<-rep(0,m1)
        res<-rep(0,m2)
        res.G3t<-0
###--------------------------------Generate Sample Variable ---------------------------------------###
for(i in 1:m1)
{
fix1<-function(n1,mu1,sig1)
{
        stat<-0.05
        while(stat<=0.05)
        {
                x1<-rlnorm(n1,mu1,sig1)
                stat<-ks.test(x1,"plnorm",mu1,sig1)$p.value
        }
        x1
}
```

```
fix2<-function(n2,mu2,sig2)
{
        stat<-0.05
        while(stat<=0.05)
        {
                x2<-rlnorm(n2,mu2,sig2)
                stat<-ks.test(x2,"plnorm",mu2,sig2)$p.value
        }
        x2
}
        x1=fix1(n1,mu1,sig1)
        x2=fix2(n2,mu2,sig2)
        ytrans1=log(x1)
        ytrans2=log(x2)
        y1=mean(ytrans1)
        y2=mean(ytrans2)
        s1=var(ytrans1)
        s2=var(ytrans2)
```

```
###----------------------------------------TG_K ----------------------------------------------###
        k<-0
        res<-0
    for(j in 1:m2){
            z1<-rnorm(1,0,1)
            z2<-rnorm(1,0,1)
            u1<-rchisq(1,n1-1)
            u2<-rchisq(1,n2-1)
        t1=(y1-(z1/(sqrt(u1)/sqrt(n1-1)))*(sqrt(s1)/sqrt(n1))+(s1/(2*(u1/(n1-1)))))
        t2=(y2-(z2/(sqrt(u2)/sqrt(n2-1)))*(sqrt(s2)/sqrt(n2))+(s2/(2*(u2/(n2-1)))))
        res<-(t1)-(t2)
    if(res<0){k<-k+1}
            }
###----------------------------------------TG_Z ----------------------------------------------###
        G1<-0
        tG1<-0
    for(j in 1:m2){
            z<-rnorm(1,0,1)
            u1<-rchisq(1,n1-1)
            u2<-rchisq(1,n2-1)
          tG1<-(y1-y2)+z*sqrt(((n1-1)/n1)*(s1/u1)+(((n2-1)/n2) *(s2/u2)))+(s1/(2*(u1/(n1-1))))-
          (s2/(2*(u2/(n2-1))))
    if(tG1<0){G1<-G1+1}
            }
```

```
###----------------------------------------TG_F ----------------------------------------------------------###
        G2<-0
        tG2<-0
    for(j in 1:m2){
            f1<-rf(1,1,n1-1)
            f2<-rf(1,1,n2-2)
            u1<-rchisq(1,n1-1)
            u2<-rchisq(1,n2-1)
          tG2<-(y1-y2)+sqrt((f1*s1/n1)+(f2*s2/n2))+(s1/(2*(u1/(n1-1))))                -
          (s2/(2*(u2/(n2-1))))
    if(tG2<0){G2<-G2+1}
        }


###----------------------------------------  TG_t  ----------------------------------------###
        G3<-0
        tG3<-0
    for(j in 1:m2){
            t1<-rt(1,n1-1)
            t2<-rt(1,n2-1)
            u1<-rchisq(1,n1-1)
            u2<-rchisq(1,n2-1)
        G31=y1-t1*(sqrt(s1)/sqrt(n1))+(s1/(2*(u1/(n1-1))))
        G32=y2-t2*(sqrt(s2)/sqrt(n2))+(s2/(2*(u2/(n2-1))))
        tG3<-(G31)-(G32)
    if(tG3<0){G3<-G3+1}
        }
```

```
### ----------Test with α ----------###
        res.k[i]<-k/m2
        if(res.k[i]<0.05){res.Kt<-res.Kt+1}
        res.G1[i]<-G1/m2
        if(res.G1[i]<0.05){res.G1t<-res.G1t+1}
        res.G2[i]<-G2/m2
        if(res.G2[i]<0.05){res.G2t<-res.G2t+1}
        res.G3[i]<-G3/m2
        if(res.G3[i]<0.05){res.G3t<-res.G3t+1}
        }
###---------- Print Process ----------###
        resK<-res.Kt/m1
                print(resK)
                cat(res.k,file="TGK.txt",sep="\n")

          resG1<-res.G1t/m1
                print(resG1)
                cat(res.G1,file="TG1.txt",sep="\n")

          resG2<-res.G2t/m1
                print(resG2)
                cat(res.G2,file="TG2.txt",sep="\n")

        resG3<-res.G3t/m1
                print(resG3)
                cat(res.G3,file="TG3.txt",sep="\n")
                }
```

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ : นายบุรินทร์ ราษฎร์อาศัย

ชื่อวิทยานิพนธ์ : สถิติทดสอบที่ใช้ในวิธีเจเนอรัลไรซ์ พีวาลู สำหรับการทดสอบการเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงล็อกนอร์มอล 2 ประชากรที่อิสระต่อกัน

สาขาวิชา : สถิติประยุกต์

ประวัติ

ประวัติส่วนตัวเกิดวันที่ 22 พฤษภาคม พ.ศ. 2522

ประวัติการศึกษา สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี วิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) จากสถาบันเทคโนโลยี พระจอมเกล้าพระนครเหนือ ในปี พ.ศ.2544 และเข้าศึกษาในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต ในสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ ภาควิชาสถิติประยุกต์ ในปีการศึกษา 2546