



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรื่อง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์สำหรับการแจกแจงปัวส์ซงของเมื่อกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

โดย นางสาวกฤตยา โพธิ์แดง

ได้รับอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร.มงคล หวังสถิตยวัชร)

21 พฤษภาคม 2550

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินัย โพธิ์สุวรรณ)

กรรมการ
(Dr.Gareth Clayton)

กรรมการ
(รองศาสตราจารย์อดิศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์)

กรรมการ
(รองศาสตราจารย์สอาด นีวิตพงศ์)

วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์สำหรับการแจกแจงปัวส์ซอง
เมื่อกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

นางสาวกฤตยา โพธิ์แดง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติประยุกต์ ภาควิชาสถิติประยุกต์
บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ปีการศึกษา 2549
ลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ชื่อ : นางสาวกฤตยา โพธิ์แดง
ชื่อวิทยานิพนธ์ : วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์สำหรับการแจกแจงปัวส์ซอง
เมื่อกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก
สาขาวิชา : สถิติประยุกต์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินัย โพธิ์สุวรรณ
อาจารย์ ดร.กาเรธ เคลตัน
ปีการศึกษา : 2549

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซองแบบช่วง 2 วิธี คือ วิธีการประมาณแบบแมกซิมัมไลลิตูด และวิธีการประมาณแบบเบย์ ที่มีการแจกแจงก่อนเป็นแบบแกมมา ใช้วิธีการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลและทำซ้ำ 1,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา การตัดสินใจพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ผลการวิจัยพบว่าวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นแบบเบย์เมื่อการแจกแจงก่อนเป็นแบบแกมมาให้ผลดีกว่าแบบแมกซิมัมไลลิตูดในทุกกรณีที่ศึกษา โดยที่ค่าพารามิเตอร์ (α, β) ของการแจกแจงแกมมาจะขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง n และพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซอง (วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 103 หน้า)

คำสำคัญ : การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์, การประมาณค่าช่วงเชื่อมั่น, การแจกแจงความน่าจะเป็นปัวส์ซอง

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

Name : Miss Krittaya Podeang
Thesis Title : Small–Sample estimation of Poisson Parameter using Bayesian
Method
Major Field : Applied Statistics
King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok
Thesis Advisors : Assistant Professor Dr.Winai Bodhisuwan
Dr.Gareth Clayton
Academic Year : 2006

Abstract

The objective of this research was to compare two interval estimation methods for parameters of Poisson distributions. The estimation methods were Maximum Likelihood Method, Bayesian Estimation Method which used Gamma prior distributions. The data were generated through the Monte Carlo simulation technique and each case was repeated 1,000 times. The comparison was based on the confidence coefficient and the average width of interval estimation.

The results indicated that Bayesian Estimation with a gamma distribution yielded an average width of interval which was less than for the Maximum Likelihood method for each case studied. The α , β parameter estimates for the posterior distribution depended on λ of the Poisson distribution and the sample size.

(Total 103 pages)

Keywords : Bayesian Estimation, Confidence Interval, Poisson probability distribution

Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความกรุณาของอาจารย์ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วินัย โพธิ์สุวรรณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และอาจารย์ ดร. กาเรธ เคลตัน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์รองที่ได้ให้คำแนะนำ และข้อคิดเห็น ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดีถึงจนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณด้วยความรู้สึกซาบซึ้ง และสำนึกในพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์อดิศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์ และรองศาสตราจารย์ สอาด นิเวศพงศ์ ในฐานะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจแก้วิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น คณาจารย์ภาควิชาสถิติประยุกต์ทุกท่าน ที่กรุณาถ่ายทอดความรู้ด้านสถิติในการศึกษาระดับปริญญาตรี

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยใคร่ขอขอบพระคุณบิดา มารดา ญาติพี่น้อง เพื่อน ๆ ทุกคน ที่เป็นกำลังใจ ส่งเสริมและให้การสนับสนุนมาโดยตลอด

กฤษฎา โพธิ์แดง

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ฎ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	ฏ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ในการวิจัย	3
1.3 ขอบเขตของการวิจัย	3
1.4 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงาน	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.6 นิยามคำศัพท์	4
บทที่ 2 สถิติที่ใช้ในงานวิจัย	5
2.1 ทฤษฎีและสถิติที่ใช้ในการวิจัย	5
2.1.1 วิธีมอนติคาร์โล	5
2.1.2 ลูกโซ่มาร์คอฟ	7
2.1.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง	9
2.1.4 ทฤษฎีค่าจำกัดสู่ส่วนกลาง	9
2.1.5 ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงแกมมา กับ การแจกแจงไคสแควร์	10
2.1.6 ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงปัวส์ซงกับ การแจกแจงไคสแควร์	10
2.1.7 กฎของเบย์	11
2.1.8 ฟังก์ชันมาร์จินัล	11
2.1.9 ฟังก์ชันไลลิสต์	12
2.1.10 การแจกแจงก่อน	13
2.1.11 การแจกแจงภายหลัง	13
2.1.12 วิธีการของแมกซิมัมไลลิสต์	14
2.1.13 วิธีประมาณแบบเบย์	18
2.1.14 การคำนวณค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง	22

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.1.15 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น	22
2.1.16 การคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น	22
2.1.17 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น	22
2.2 การแจกแจงต่างๆ ที่ใช้ในงานวิจัย	25
2.2.1 การแจกแจงความน่าจะเป็นปัวส์ซอง	25
2.2.2 การแจกแจงแกมมา	26
2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	29
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	31
3.1 การวางแผนการวิจัย	31
3.2 ขั้นตอนการวิจัย	31
3.3 ขั้นตอนของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย	31
บทที่ 4 ผลการวิจัย	37
4.1 การตรวจสอบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์	37
4.2 การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น	41
4.2.1 วิธีการประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood	41
4.2.2 วิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็น การแจกแจงแกมมา	43
4.3 เปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น	62
4.3.1 วิธีการประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood	62
4.3.2 วิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็น การแจกแจงแกมมา	64
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย	81
5.1 อภิปรายและสรุปผลการวิจัย	81
5.2 ข้อเสนอแนะ	85
บรรณานุกรม	87
ภาคผนวก ก โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย	89
ประวัติผู้วิจัย	103

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4-1 แสดงค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อ prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (0.5,1), (1,1), (2,1), (3,1) และ (2,2) จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	37
4-2 แสดงค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (3,3), (5,5), (1.5,3), (1.5,5) และ (5,1.5) จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	38
4-3 แสดงค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (3,1.5), (0.8,2) และ (1,2) จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	39
4-4 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	41
4-5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (1,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	43
4-6 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (2,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	46
4-7 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (3,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	47

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4-8 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (2,2) ที่ระดับความ เชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์	49
4-9 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (3,3) ที่ระดับความ เชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์	51
4-10 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (1.5,3) ที่ระดับ ความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาด ตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	52
4-11 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (1.5,5) ที่ระดับ ความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาด ตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	54
4-12 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (5,1.5) ที่ระดับ ความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาด ตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	56
4-13 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (3,1.5) ที่ระดับ ความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาด ตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	57
4-14 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (0.8,2) ที่ระดับ ความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาด ตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์	59

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4-15 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (1,2) ที่ระดับความ เชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์	60
4-16 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการ ประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood ที่ระดับความ เชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	62
4-17 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการ ประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (1,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	64
4-18 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการ ประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (2,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	65
4-19 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการ ประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (3,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	66
4-20 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการ ประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (2,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	68
4-21 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการ ประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (3,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	69
4-22 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการ ประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (1.5,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	71
4-23 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการ ประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (1.5,5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	72

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
4-24	แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (5,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	74
4-25	แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (3,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	75
4-26	แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (0.8,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	77
4-27	แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา (1,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%	78
5-1	วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ และระดับความเชื่อมั่น	81

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2-1 การแจกแจงเกมมาที่มีพารามิเตอร์ (0.5,1), (1,1), (2,1) และ (3,1)	27
2-2 การแจกแจงเกมมาที่มีพารามิเตอร์ (0.8,2), (1,2) และ (2,2)	27
2-3 การแจกแจงเกมมาที่มีพารามิเตอร์ (1.5,3) และ (3,3)	28
2-4 การแจกแจงเกมมาที่มีพารามิเตอร์ (1.5,5) และ (5,5)	28
2-5 การแจกแจงเกมมาที่มีพารามิเตอร์ (3,1.5) และ (5,1.5)	29
3-1 แผนผังแสดงลำดับการทำงานหลักของโปรแกรม	32
3-2 แผนผังแสดงการหาค่าประมาณแบบช่วงจากวิธี Maximum Likelihood	34
3-3 แผนผังแสดงลำดับการทำงานของโปรแกรม MATLAB เพื่อประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์ เมื่อ Prior distribution ที่ใช้มีการแจกแจงเกมมา	35

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

α	หมายถึง ระดับนัยสำคัญ
α_1	หมายถึง พารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมา
α_2	หมายถึง พารามิเตอร์ของการแจกแจงไคสแควร์
α_3	หมายถึง พารามิเตอร์ของการแจกแจงเบต้า
β_1	หมายถึง พารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมา
β_3	หมายถึง พารามิเตอร์ของการแจกแจงเบต้า
H_0	หมายถึง สมมติฐานว่าง (the null hypothesis)
H_1	หมายถึง สมมติฐานแย้ง (the alternative hypothesis)
λ	หมายถึง ค่าเฉลี่ยของจำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นต่อหนึ่ง ช่วงเวลาของประชากร
$\hat{\lambda}$	หมายถึง ค่าเฉลี่ยของจำนวนผลสำเร็จที่เกิดขึ้นต่อหนึ่ง ช่วงเวลาของตัวอย่าง
λ_U	หมายถึง ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน
λ_L	หมายถึง ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง
$\sum_{i=1}^n X_i$	หมายถึง จำนวนหน่วยที่เกิดผลสำเร็จต่อหนึ่งช่วงเวลาใน ตัวอย่าง
n	หมายถึง จำนวนตัวอย่าง

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาปรากฏการณ์ต่างๆ แม้จะต้องการทราบข้อมูล (Data) ทุกประการเกี่ยวกับปรากฏการณ์นั้น แต่บ่อยครั้งที่ไม่สามารถหาข้อมูลทั้งหมดได้ จึงต้องใช้ข้อมูลบางส่วน ของข้อมูลทั้งหมดมาทำการศึกษา แต่จุดมุ่งหมายของการศึกษาก็เพื่อต้องการทราบลักษณะของประชากรทั้งหมดไม่ใช่แค่ลักษณะของตัวอย่าง ดังนั้นจึงต้องมีการอนุมานจากตัวอย่างไปหาประชากร

ในทฤษฎีสถิติเกี่ยวกับปัญหาการอนุมาน ลักษณะของประชากรที่ต้องการศึกษามักจะอยู่ในรูปของการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม หรือพารามิเตอร์ของการแจกแจงนั้น ซึ่งพารามิเตอร์ของการแจกแจงอาจมีตัวเดียวหรือหลายตัวก็ได้

การอนุมานเชิงสถิติ (Statistical Inference) แบ่งออกได้เป็น 3 ประเภท คือ ปัญหาการประมาณค่า (estimation problem) ปัญหาการทดสอบสมมติฐาน (hypothesis testing) และ ปัญหาการตัดสินใจเมื่อมีทางเลือกมากกว่า 2 ทาง (multiple decision problem)

สำหรับปัญหาการประมาณค่าเป็นกรณีที่ต้องการทำการอนุมานค่าพารามิเตอร์ว่าเป็นเท่าไร จึงเป็นวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติที่มีความสำคัญมาก โดยแบ่งได้ 2 วิธี คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) สำหรับการประมาณค่าแบบจุดจะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าๆ หนึ่งหรือจุดๆ หนึ่ง ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าสถิติเพียงค่าเดียว การประมาณแบบนี้อาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ ถ้ากลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาไม่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงนั้นจะให้ช่วงๆ หนึ่งที่มีคุณสมบัติว่าค่าประชากรที่แท้จริงจะอยู่ในช่วงที่ให้ได้ด้วยความเชื่อมั่นระดับหนึ่ง (สุชาติ, 2525: 25) โดยจะต้องอาศัยค่าประมาณแบบจุดและการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวประมาณ การประมาณทั้ง 2 วิธีอาจจะเหมาะสมกับกรณีที่แตกต่างกัน

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาเฉพาะการประมาณค่าแบบช่วง ซึ่งเป็นการประมาณแบบช่วงของค่า ประกอบด้วยขอบเขต 2 ค่า คือ ขอบเขตล่าง (Lower Limit) และ ขอบเขตบน (Upper Limit) ค่าพารามิเตอร์ตกอยู่ในช่วงของการประมาณมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับการกำหนดช่วงของการประมาณว่าเป็นช่วงแคบหรือกว้างเพียงใด (คณิตและโนรี, 2529: 163) ถ้ากำหนดให้ช่วงการประมาณแคบโอกาสที่ค่าพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงนั้นย่อมมีน้อย แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการตกอยู่ในช่วงประมาณที่แคบ แสดงว่าการประมาณนั้นมีความแม่นยำ (Accuracy) สูง

การประมาณแบบช่วงสามารถบอกถึงโอกาสหรือความน่าจะเป็นที่พารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงประมาณนั้น ในทางสถิติเรียกค่าความน่าจะเป็นนั้นว่า ระดับความเชื่อมั่น (Coefficient of Confidence) แทนด้วย $(1-\alpha)100\%$ โดยที่ $0 < \alpha < 1$

สำหรับการแจกแจง (Distributions) ของตัวแปรสุ่มแบ่งได้ 2 ชนิด คือ การแจกแจงของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (Continuous distributions) เช่น การแจกแจงปกติ (Normal distribution) การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential distribution) การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution) การแจกแจงเบต้า (Beta distribution) และการแจกแจงของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (Discrete distributions) เช่น การแจกแจงปัวส์ซอง (Poisson distribution) การแจกแจงทวินาม (Binomial distribution) การแจกแจงเบอร์นูลลี (Bernoulli distribution) และการแจกแจงไฮเปอร์จีอเมตริก (Hypergeometric distribution) เป็นต้น

การแจกแจงความน่าจะเป็นปัวส์ซอง (Poisson probability distribution) มีพารามิเตอร์คือ λ ซึ่งแทนจำนวนเหตุการณ์ที่สนใจต่อหนึ่งช่วงเวลาหรือหนึ่งหน่วยพื้นที่ของประชากร การประมาณค่าพารามิเตอร์ของปัวส์ซองแบบช่วงนั้นในปัจจุบันมีวิธีที่นิยมใช้ 3 วิธี ได้แก่ Method of Maximum Likelihood, Method of Moment และ Bayesian Estimation Method และการวิจัยนี้สนใจศึกษาการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีการประมาณแบบเบย์และวิธีการประมาณแบบแมกซิมัมไลกelihood

Woodward J. Arthur และ Wan-Ching Lin (1997) ได้ศึกษาการประมาณค่าแบบจุดโดยไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของ 2 วิธีการ คือ Pearson correlation และ squared multiple

Don G. Wardell (1997) ได้เสนอวิธีการประมาณแบบเบย์ (Bayesian Method) สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กและ λ มีขนาดเล็ก

Timothy D. Ross (2003) ได้ศึกษาตัวประมาณแบบช่วงสำหรับการแจกแจงไม่ต่อเนื่อง ได้แก่ Binomial และ Poisson สำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

Stamey, et al. (2004) ได้ใช้ Bayesian analysis เพื่อวิเคราะห์ Poisson rate parameters ในกรณีที่ข้อมูลมีการจัดเป็นหมวดหมู่

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ได้นำเสนอความแม่นยำของช่วงเชื่อมั่นในการแจกแจงปัวส์ซอง เพื่อเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซอง ด้วยวิธีการ Bayesian และ Maximum Likelihood

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาวิธีการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซง ด้วยวิธีการประมาณแบบเบย์และวิธีการประมาณแบบแมกซิมัมไลลิตูด

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซง ด้วยวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution ต่างกัน

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1.3.1 Prior distribution ที่ใช้มีการแจกแจงแกมมา(Gamma distribution)

ตัวแปรสุ่ม X จะมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ a และ b ถ้ามีฟังก์ชันความน่าจะเป็นหนาแน่น

$$f(x; a, b) = \frac{b^{-a} x^{a-1} e^{-x/b}}{\Gamma(a)} ; x > 0 \quad (1-1)$$

$$= 0 \quad ; x \text{ มีค่าอื่น}$$

เมื่อ $a > 0$ และ $b > 0$

1.3.2 ขนาดตัวอย่าง $n = 3, 5, 8, 10, 12$

1.3.3 พารามิเตอร์ (λ) ของการแจกแจงปัวส์ซง $\lambda = 0.2, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0$

1.3.4 กำหนดช่วงความเชื่อมั่น 90%, 95%, 99%

1.4 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงาน

ในการวิจัยครั้งนี้มีขั้นตอนต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1.4.1 หา posterior density function

$$g(\lambda|x) = \frac{g(\lambda)h(x|\lambda)}{\int_0^{\infty} g(\lambda)h(x|\lambda)d\lambda} \quad (1-3)$$

1.4.2 กำหนดขนาดตัวอย่าง $n = 3, 5, 8, 10, 12$

1.4.3 กำหนดพารามิเตอร์ $\lambda = 0.2, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0$

1.4.4 กำหนดระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 90%, 95%, 99%

1.4.5 จำลองข้อมูลโดยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) ทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก

1.5.2 เปรียบเทียบความแตกต่างของการประมาณค่าช่วงเชื่อมั่น

1.5.3.เป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยเพื่อเปรียบเทียบกับวิธีการประมาณแบบอื่นๆ
เป็นแนวทางในการเปรียบเทียบเมื่อ Prior distribution ต่างกัน

1.6 นิยามคำศัพท์

1.6.1 ช่วงความเชื่อมั่น (confidence interval) หมายถึง ช่วงที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งคำนวณได้จากค่าตัวอย่างสุ่ม

1.6.2 สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (confidence coefficient) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด

1.6.3 ความยาวเฉลี่ยของช่วง (average interval length) หมายถึง ค่าเฉลี่ยของความยาวของช่วงเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณค่าตัวอย่างสุ่มในสถานการณ์เดียวกัน

1.6.4 ตัวประมาณเบย์ของ $\tau(\theta)$ (Bayesian Estimator) หมายถึง ตัวประมาณที่มีการเสี่ยง Posterior ต่ำที่สุด

1.6.5 ตัวประมาณแบบแมกซิมั่มไลกelihoodของพารามิเตอร์ θ (Maximum Likelihood Estimator) หมายถึง $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ ที่ทำให้ฟังก์ชันไลกelihood $L(\theta)$ มีค่าสูงที่สุด

1.6.6 การแจกแจงก่อน (Prior distribution) หมายถึง ฟังก์ชันการแจกแจงเบื้องต้นหรือทราบมาก่อนของ Θ

1.6.7 การแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) หมายถึง ฟังก์ชันความหนาแน่นของ Θ เมื่อกำหนดให้ $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$

บทที่ 2

สถิติที่ใช้ในงานวิจัย

2.1 ทฤษฎีและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

2.1.1 วิธีมอนติคาร์โล (The Monte Carlo Method)

M.P.Allen และ D.J.Tildesley (1989) ได้กล่าวถึงวิธีมอนติคาร์โลได้ว่า วิธีของมอนติคาร์โลเป็นวิธีการเชิงตัวเลข ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยการสุ่มตัวอย่าง โดยมีผู้พัฒนาวิธีนี้เพื่อใช้แก้ปัญหาต่างๆ เช่น การคำนวณค่าอินทิเกรตจำกัดเขต (Definite Integral) ซึ่งมีความสำคัญมากทางกลศาสตร์เชิงสถิติ เนื่องจากการคำนวณค่าอินทิเกรตในทางกลศาสตร์เชิงสถิตินั้นมักจะเป็นการคำนวณในหลายมิติ ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว ไม่สามารถทำได้โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอื่นๆ ดังนั้นวิธีของมอนติคาร์โลจึงเป็นวิธีหลัก ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าการอินทิเกรต (Hammersley and Handscomb, 1994) ได้ดังนี้

$$F = \int_{x_1}^{x_2} dx f(x)$$

หรือ

$$F = \int_{x_1}^{x_2} dx \left(\frac{f(x)}{\rho(x)} \right) \rho(x)$$

ให้ $\rho(x)$ คือฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นใดๆ โดยจุดที่สุ่มจำนวน N จุดอยู่ในช่วง $[x_1, x_2]$ ซึ่งจะมีการแจกแจงเป็นแบบยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution) แสดงได้ดังนี้

$$\rho(x) = \frac{1}{(x_2 - x_1)} \quad ; x_1 \leq x \leq x_2$$

จะนิยามค่าอินทิเกรตที่หาด้วยวิธีมอนติคาร์โล I_{MC} ได้เป็น

$$I_{MC} = (x_2 - x_1) \times \text{ค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันที่ได้จากการสุ่มจำนวน } N \text{ ชุด}$$

พิจารณาค่าความแปรปรวน S^2

$$S^2[I_{MC}] = \frac{(x_2 - x_1)^2 \sum_{i=1}^N f^2(x_i) - N \left(\sum_{i=1}^N f(x_i) / N \right)^2}{N(N-1)}$$

จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนมอนติคาร์โลคือ $S[I_{MC}] = \pm (x_2 - x_1) \sqrt{\frac{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}{N-1}}$

เมื่อ $\langle f \rangle = \sum_{i=1}^N f(x_i) / N$ และ $\langle f^2 \rangle = \sum_{i=1}^N f^2(x_i) / N$

หลักการโดยทั่วไปของวิธีมอนติคาร์โลมีพื้นฐานอยู่บนกฎและทฤษฎีทางสถิติที่สำคัญ 2 ประการ (Sobol, 1984) คือ

2.1.1.1 กฎระยะ 3 ซิกมา (Three Sigma Rule)

พิจารณาตัวแปรสุ่ม ζ มีค่าอยู่ในช่วง $(-\infty, \infty)$ และมีการแจกแจงแบบปกติ

$$p_\zeta(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2} \right]$$

จะสามารถพิสูจน์ได้ว่า

$$M\zeta = a$$

$$D\zeta = \sigma^2$$

เมื่อ $M\zeta$ และ $D\zeta$ คือค่าคาดหวัง (Expectation Value) และค่าความแปรปรวน (Variance) ของ ζ ตามลำดับ กฎระยะ 3 ซิกมา กล่าวว่า

$$P\{a - 3\sigma < \zeta < a + 3\sigma\} = 0.997$$

ซึ่งหมายความว่า ความน่าจะเป็นที่ ζ จะมีค่าแตกต่างจากค่าคาดหวังมากกว่า 3σ มีค่าเท่ากับ 0.003 ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงพบว่า แทบจะเป็นไปไม่ได้ที่จะพบ ζ ที่มีค่าต่างจาก $M\zeta$ เกิน 3σ ในการสุ่มค่า ζ 1 ครั้ง

2.1.1.2 ทฤษฎีค่าขอบเขตกลาง (Central Limit Theorem)

พิจารณาตัวแปรสุ่ม $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ ที่เป็นอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงเหมือนกัน กำหนดให้

$$M\xi_1 = M\xi_2 = \dots = M\xi_N = m$$

$$D\xi_1 = D\xi_2 = \dots = D\xi_N = b^2$$

นิยามตัวแปรสุ่ม ρ_N

$$\rho_N = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N$$

พบว่า

$$M(\rho_N) = M(\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N) = Nm$$

$$D(\rho_N) = D(\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N) = Nb^2$$

ทฤษฎีค่าขอบเขตกลาง กล่าวว่า สำหรับตัวแปรสุ่ม ρ_N ใดๆ ซึ่งมีค่าตามนิยามข้างต้น เมื่อ N มีค่ามากพอ จะมีการแจกแจงแบบปกติ

$$P\{a' < \rho_N < b'\} \approx \int_{a'}^{b'} p_{\zeta}(x) dx$$

เมื่อ $p_{\zeta}(x)$ คือการแจกแจงแบบปกติ

จากกฎและทฤษฎีดังกล่าว สามารถเขียนหลักการทั่วไปของวิธีมอนติคาร์โลได้ดังนี้
พิจารณาตัวแปรสุ่ม ρ_N จะพบว่า

$$P\{Nm - 3b\sqrt{N} < \rho_N < Nm + 3b\sqrt{N}\} = 0.997$$

หรือ

$$P\{m - 3b/\sqrt{N} < \rho_N < m + 3b/\sqrt{N}\} = 0.997$$

โดยการแทนค่า ρ_N และจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$P\left\{\left|\sum_{i=1}^N \xi_i / N - m\right| < 3b/\sqrt{N}\right\} = 0.997\sqrt{N}$$

หมายความว่า ถ้าเราหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของชุดตัวแปรสุ่ม ξ_i ค่าเฉลี่ยที่ได้จะมีโอกาสแตกต่างจากค่าคาดหวัง m ไม่เกิน $3b/\sqrt{N}$ ด้วยความน่าจะเป็น 0.997

ดังนั้นในทางปฏิบัติจะถือได้ว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ ξ_i เป็นค่าประมาณของ m ด้วยความคลาดเคลื่อนไม่เกิน $3b/\sqrt{N}$ สมการนี้มีความสำคัญสำหรับวิธีมอนติคาร์โลมาก เนื่องจากเป็นสมการที่บอกทั้งวิธีการประมาณค่าและขอบเขตของความคลาดเคลื่อน

2.1.2 ลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain)

Stewart V. Hoover และ Ronald F. Perry (1989) ได้กล่าวถึงลูกโซ่มาร์คอฟไว้ดังนี้
สถานะของระบบที่มีมากกว่า 1 มิติ รูปแบบของการวิเคราะห์ระบบจะมีการพัฒนามากขึ้น ซึ่งเรียกว่าระบบที่มีคุณสมบัติมาร์คอฟ

ให้ $E_i, i=1, 2, \dots$ เป็นเซตสถานะของระบบ และ $t_n, n=0, 1, 2, \dots$ เป็นเวลาใดๆ ที่ระบบมีการเปลี่ยนสถานะ โดยที่ $X(t_n)$ คือสถานะของระบบ ณ เวลา t_n ดังนั้นจะได้ว่า

$$P[X(t_{n+1}) = E_i | X(t_n), X(t_{n-1}), \dots, X(t_0)] = P[X(t_{n+1}) = E_i | X(t_n)]$$

จากสมการข้างต้นแสดงถึงความน่าจะเป็นของระบบที่ทำให้มีการเปลี่ยนสถานะ และ E_i แสดงถึงสถานะปัจจุบันของระบบ สามารถแสดงสถานะของความน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$\begin{aligned} p_{ij} &= P[X(t_{n+1}) = E_j | X(t_n) = E_i] \\ \text{และ} \quad p_{ij}^k &= P[X(t_{n+k}) = E_j | X(t_n) = E_i] \end{aligned}$$

สถานะของระบบสามารถแสดงเป็นเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$P = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} \cdots & p_{nn} \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

ความน่าจะเป็นของระบบที่จะเกิดขึ้น ณ สถานะ n หลังจากที่มีการเปลี่ยนสถานะ k จะแสดงเวกเตอร์ความน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \pi^k &= P(X(t_k) = E_1, X(t_k) = E_2, \dots, X(t_k) = E_n) \\ &= (\pi_1^k, \pi_2^k, \dots, \pi_n^k) \end{aligned}$$

หรือ

$$\pi^{k+1} = \pi^k P$$

โดยที่

$$\pi^k = \pi^0 P^k$$

$P^k = P \times P \times \dots \times P$ โดยที่ k คือจำนวนสถานะของเมตริกซ์ P และ ij คือลำดับของ P^k ซึ่งแสดงได้คือ $p_{ij}^k = P[X(t_k) = j | X(t_0) = i]$

เมื่อ p_{ij}^k คือความน่าจะเป็นของระบบที่สถานะ j และสิ้นสุดที่สถานะ k โดยเริ่มที่สถานะ i

คุณสมบัติของลูกโซ่มาร์คอฟ เมื่อระบบมีสถานะเป็นการแจกแจงใดๆ จะแสดงเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{aligned} \pi &= \pi P \\ \sum_{i=1}^n \pi_i &= 1.0 \end{aligned}$$

จำนวนค่าคาดหวังของสถานะที่ระบบ i จะเปลี่ยนเป็นระบบ j (the first-passage times) จะแสดงได้ดังนี้

$$F = (I - Z + EZ_{dg})D$$

$$Z = [I - (P - W)]^{-1}$$

เมื่อ I คือ identity matrix

W คือ การแจกแจงของระบบ

Z แสดงถึงเมตริกซ์เบื้องต้น

E คือ เมตริกซ์ $n \times n$ ที่ $e_{ij} = 1$

D คือ diagonal matrix ด้วย $q_{ii} = 1/\pi_i$

Z_{dg} คือ diagonal matrix ที่ i diagonal element เป็น z_{ii}

2.1.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง

ค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ θ คือช่วงที่อยู่ในรูป $\hat{\theta}_L < \theta < \hat{\theta}_U$ เมื่อ $\hat{\theta}_L$ และ $\hat{\theta}_U$ ขึ้นกับค่าประมาณแบบจุด $\hat{\theta}$ ที่คำนวณได้จากตัวอย่างสุ่มชุดหนึ่งและขึ้นกับการแจกแจงการสุ่มตัวอย่างของตัวประมาณค่า $\hat{\theta}$ ซึ่งตัวอย่างที่ต่างชุดกันนั้นจะให้ค่า $\hat{\theta}$ ที่ต่างกัน ดังนั้น $\hat{\theta}_L$ และ $\hat{\theta}_U$ ก็จะมีค่าต่างกันไปด้วย ซึ่งถือว่าเป็นค่าของตัวแปรสุ่ม $\hat{\theta}_L$ และ $\hat{\theta}_U$ ตามลำดับ ค่าของ $\hat{\theta}_L$ และ $\hat{\theta}_U$ นั้น จะทำให้ $P(\hat{\theta}_L < \theta < \hat{\theta}_U) = 1 - \alpha$ เมื่อ $0 < \alpha < 1$ ซึ่งหมายความว่า มีความน่าจะเป็น $1 - \alpha$ ที่จะเลือกตัวอย่างสุ่ม ซึ่งจะให้ช่วงที่มี θ อยู่จริง ช่วง $\hat{\theta}_L < \theta < \hat{\theta}_U$ จึงเรียกว่า ช่วงความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)100\%$ ($(1 - \alpha)100\%$ confidence interval)

$1 - \alpha$ เรียกว่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence coefficient) หรือ ระดับความเชื่อมั่น (degree of confidence) และเรียก $\hat{\theta}_L$ และ $\hat{\theta}_U$ ว่า ขีดจำกัดล่าง และขีดจำกัดบนของความเชื่อมั่น (Confidence limit) เช่น $\alpha = 0.05$ จะได้ช่วงความเชื่อมั่น 95 %

2.1.4 ทฤษฎีค่าจำกัดส่วนกลาง (Central Limit Theorem)

ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย μ และ ความแปรปรวน σ^2 ให้ $\bar{X}_n$ แทนค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างขนาด n แล้ว

$$E[\bar{X}_n] = \mu \text{ และ } V[\bar{X}_n] = \sigma^2/n$$

ถ้า n เพิ่มขึ้น ค่าความแปรปรวนของ $\bar{X}_n$ จะลดลง

วิจิตรา (2541: 191-192) ได้กล่าวถึงกฎจำนวนมากไว้ดังนี้

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{X}_n - \mu| > \varepsilon) = 0 \text{ หรือ } \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{X}_n - \mu| < \varepsilon) = 1$$

ความน่าจะเป็นของการแจกแจงของค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างขนาด n ที่สุ่มมาจะแตกต่างจากค่าเฉลี่ยที่แท้จริงน้อยมาก ($\varepsilon \rightarrow 0$) เมื่อ n มีขนาดมากขึ้น นั่นคือ

เมื่อ $n \rightarrow \infty$ แล้ว $\bar{X}_n \rightarrow \mu$ หรือ $(\bar{X}_n - \mu) \rightarrow 0$ เมื่อ $n \rightarrow \infty$

คูณ $\bar{X}_n - \mu$ ด้วย $\frac{\sqrt{n}}{\sigma}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของ n ; $\frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{X}_n - \mu)$ ไม่มีลิมิตเมื่อ $n \rightarrow \infty$

$$\text{ให้ } W_n = \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{X}_n - \mu) = \frac{n}{\sqrt{n}\sigma}(\bar{X}_n - \mu) = \frac{S_n - n\mu}{\sqrt{n}\sigma}$$

$$E[W_n] = \frac{\sqrt{n}}{\sigma} E[\bar{X}_n - \mu] = 0; \quad V[W_n] = \frac{n}{\sigma^2} V[\bar{X}_n - \mu] = \frac{n}{\sigma^2} \cdot \frac{\sigma^2}{n} = 1$$

นั่นคือ เมื่อ $n \rightarrow \infty$; $W_n = \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{X}_n - \mu) = \frac{(\bar{X}_n - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}}$ จะมีค่าเฉลี่ย 0 และความแปรปรวน 1

ให้ $\bar{X}_n$ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่างขนาด n ที่สุ่มมาจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 แล้ว การแจกแจงของ

$$Z_n = \frac{\bar{X}_n - E[\bar{X}_n]}{\sqrt{V[\bar{X}_n]}} = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (2-1)$$

เมื่อ $n \rightarrow \infty$ แล้ว Z_n จะมีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ซึ่งค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 เมื่อ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงเดียวกัน ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรจะมีค่าเมื่อทำ $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ให้เป็นตัวแปรมาตรฐาน โดยลบออกด้วยค่าเฉลี่ยและหารด้วยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน การแจกแจงจะเข้าสู่การแจกแจงปกติ

2.1.5 ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงแกมมากับการแจกแจงไคสแควร์

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา ด้วยพารามิเตอร์ α_1 และ β_1 แล้ว $\frac{2X}{\beta_1}$

จะมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ ที่มีองศาความอิสระเท่ากับ $2\alpha_1$ นั่นคือ $\frac{2X}{\beta_1} \sim \chi_{2\alpha_1}^2$

2.1.6 ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงปัวส์ซองกับการแจกแจงไคสแควร์

ให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปัวส์ซอง ด้วยพารามิเตอร์ λ และเป็นอิสระกัน โดยมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงแบบไคสแควร์ดังนี้

$$\text{ให้ } f(x; \lambda) = \sum_{x=0}^{x-1} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x=0, 1, \dots \quad \lambda > 0$$

$$\text{แล้ว } \sum_{x=0}^{x'-1} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = 1 - F(\chi^2)$$

$$\text{โดยที่ } F(\chi^2) = \frac{1}{2^{k/2} \Gamma(k/2)} \int_0^{\chi^2} x^{k/2-1} e^{-x/2} dx$$

เมื่อ k คือ องศาความเป็นอิสระของการแจกแจงไคสแควร์

$$x' = \frac{k}{2} \quad \text{และ} \quad \lambda = \frac{\chi^2}{2} \quad (\text{William H. Beyer, 1968})$$

2.1.7 กฎของเบย์ (Bayes' Rule)

John E. Freund (1971) ได้กล่าวถึงทฤษฎีของเบย์ดังนี้

ถ้า $B_1, B_2, \dots$ และ B_k เป็นลำดับของเหตุการณ์ใดๆที่ไม่เกิดขึ้นร่วมกัน และ A เป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นก่อนในทุกๆเหตุการณ์ B (การรวมกันของซัพเซตของ B_i) และ $P(A)$ ไม่เท่ากับ 0 เพราะฉะนั้นจะได้ว่า

$$P(B_r | A) = \frac{P(B_r)P(A|B_r)}{\sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i)} \quad (2-2)$$

เมื่อ $r = 1, 2, \dots, k$

$$\text{หรือ} \quad P(B_r | A) = \frac{P(B_r \cap A)}{P(A)} \quad (2-3)$$

โดยที่

$P(A)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A

$P(B_r)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B_r

$P(B_i)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B_i

$P(B_r | A)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B_r เมื่อมีเหตุการณ์ A เกิดก่อนแล้ว

$P(A|B_r)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A เมื่อมีเหตุการณ์ B_r เกิดก่อนแล้ว

$P(A|B_i)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A เมื่อมีเหตุการณ์ B_i เกิดก่อนแล้ว

$P(B_r \cap A)$ คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A และ B_r ขึ้นร่วมกัน

2.1.8 ฟังก์ชันมาร์จินัล (Marginal function)

จากฟังก์ชันการแจกแจงร่วมกันระหว่าง 2 ตัวแปร ในบางครั้งเราอาจต้องการศึกษาเฉพาะฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเพียง 1 ตัวเท่านั้น จึงจำเป็นต้องศึกษาการแจกแจงมาร์จินัลของตัวแปรสุ่มนั้น

ถ้า X และ Y เป็นตัวแปรสุ่ม 2 มิติ ที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x, y)$ แล้ว การแจกแจงความน่าจะเป็นมาร์จินัลของตัวแปรสุ่ม X และ Y กำหนดโดยฟังก์ชัน $g(h)$ และ $h(x)$ ตามลำดับ

พิจารณา

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy$$

$$h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx$$

$$f(x, y) = f(x|y)f(y)$$

$$f(x, y) = f(y|x)f(x)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f(x, y) dy \\ &= \int f(x|y)f(y) dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(y) &= \int f(x, y) dx \\ &= \int f(y|x)f(x) dx \end{aligned}$$

โดยที่

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$$

$$\begin{aligned} P(a < X < b) &= \int_a^b g(x) dx \\ &= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(c < Y < d) &= \int_c^d h(y) dy \\ &= \int_c^d \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy \end{aligned}$$

2.1.9 ฟังก์ชันไลเคิลฮูด (Likelihood function)

ถ้าให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จะเรียกฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วม (Joint density function) ของ $X_1, X_2, \dots, X_n$ ซึ่งคือ $f(x_1, \dots, x_n; \theta)$ เรียกว่า ฟังก์ชันไลเคิลฮูด (Likelihood function) ซึ่งเป็นวิธีการหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยตัวประมาณค่าที่ได้ มีคุณสมบัติหลายประการแก่การเป็นตัวประมาณค่า แทนด้วยสัญลักษณ์ว่า $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ หรือ $L(\theta)$

กล่าวคือ ถ้า $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากการแจกแจง $f(x; \theta)$ จะได้ฟังก์ชันไลเคิลิฮูดของตัวแปรสุ่มทั้ง n ตัวแปรนี้เป็น

$$\begin{aligned} L(\theta; x_1, \dots, x_n) &= L(\theta) \\ &= f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) \\ &= f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta), \text{เมื่อ } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ เป็นอิสระกัน} \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \end{aligned}$$

2.1.10 การแจกแจงก่อน (Prior distribution)

$P(\theta)$ คือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ θ อาจคิดได้ว่าความน่าจะเป็นก่อนที่จะทำการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการศึกษา ซึ่งได้มาจากการประสบการณ์การศึกษาหรือทำการวิจัย ก่อนที่จะทำการเก็บรวบรวมข้อมูล เรียกความรู้้นั้นว่าการแจกแจงก่อน

พิจารณาฟังก์ชันเงื่อนไข

$$\begin{aligned} f(y|x) &= \frac{f(x, y)}{f(x)} \\ f(x, y) &= f(y|x) f(x) \\ f(x|y) &= \frac{f(x, y)}{f(y)} \\ f(x, y) &= f(x|y) f(y) \end{aligned}$$

ฟังก์ชันมาร์จินัล

$$\begin{aligned} f(x, y) &= f(x|y) f(y) \\ f(x, y) &= f(y|x) f(x) \\ f(x) &= \int f(x, y) dy \\ &= \int f(x|y) f(y) dy \\ f(y) &= \int f(x, y) dx \\ &= \int f(y|x) f(x) dx \end{aligned}$$

$P(X)$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่จำกัดของข้อมูล ดังนั้น การแจกแจงมาร์จินัลของข้อมูลคือ $P(X) = \int P(X|\theta) P(\theta) d\theta$ ซึ่งก็คือ Prior distribution

2.1.11 การแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution)

คือ ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขเป็นการนำเอา $P(\theta)$ (Prior distribution) มาผนวกกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาจะได้ทำให้ได้พารามิเตอร์แบบใหม่ที่เรียกว่า Posterior distribution

$P(\theta|X)$ ซึ่งเป็นค่าความน่าจะเป็นที่ผสมผสานระหว่างความรู้ที่มีอยู่ในเรื่องนั้นกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้
จะได้

$$\text{Posterior distribution } (P(\theta|X)) = \frac{P(\theta) \times P(x|\theta)}{\int P(\theta) \times P(x|\theta) d\theta} \quad (2-4)$$

ซึ่งเมื่อทำการอินทิเกรตค่า normalizing constant แล้วได้ค่าคงที่ดังนั้น

$$\text{Posterior distribution } (P(\theta|X)) = P(\theta)P(X|\theta) \quad (2-5)$$

เมื่อมีค่าสังเกต X_1 จะได้ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังคือ

$$P(\theta|x_1) \propto P(\theta)P(x_1|\theta)$$

2.1.12 วิธีการของแมกซิมัมไลกelihood (Method of Maximum Likelihood)

แมกซิมัมไลกelihood เป็นวิธีการหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยตัวที่ประมาณได้มีคุณสมบัติหลายประการที่เหมาะสมแก่การเป็นตัวประมาณค่า ตัวประมาณค่าที่ได้เรียกว่า ตัวประมาณค่าจากแมกซิมัมไลกelihood (ทองคำ, 2542: 82)

ให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น $f(x; \theta)$, $\theta \in \Theta$ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood function) ของตัวอย่างสุ่มคือ ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $X_1, X_2, \dots, X_n$ โดยที่เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นเขียนแทนด้วย L หรือ $L(\theta)$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} L(\theta) &= L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) \\ &= f(x_1; \theta) \dots f(x_n; \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \end{aligned}$$

ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ θ คือ $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น $L(\theta)$ มีค่าสูงสุด

นั่นคือ หา $L(x; \hat{\theta}) \geq L(x; \theta)$ ทุกค่า $\theta \in \Theta$

เมื่อ $\hat{\theta}$ หาค่าได้ จะได้ว่า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณค่าแบบ Maximum Likelihood ของ θ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

2.1.12.1 หาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น

$$\begin{aligned} L(\theta) &= L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &= f(x_1; \theta) \dots f(x_n; \theta) \end{aligned}$$

2.1.12.2 หา $\ln L(\theta)$

2.1.12.3 หา $\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = 0$

2.1.12.4 แก่สมการในข้อที่ 2.1.4.3 หากค่า θ จะได้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ

ในกรณีที่หาอนุพันธ์ไม่ได้ ให้เลือก θ ที่ทำให้ $L(\theta)$ หรือ $\ln L(\theta)$ มีค่าสูงสุด จะได้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ

เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบปัวส์ซองที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$\begin{aligned} f(x; \lambda) &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; x = 0, 1, 2, \dots \\ &= 0 \quad ; x \text{ มีค่าอื่นๆ} \end{aligned}$$

จะหาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ และ $e^{-\theta}$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \\ &= \frac{e^{-n\theta} \theta^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!}, \quad x_i = 0, 1, \dots \end{aligned}$$

$$\ln L(\theta) = -n\theta + \sum_{i=1}^n x_i \ln \theta - \ln \left(\prod_{i=1}^n x_i! \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\theta) = -n + \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\theta} = 0$$

ดังนั้น

$$\theta = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \bar{x}$$

นั่นคือ $\bar{x}$ เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ

และ $e^{-\bar{x}}$ ก็เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ $e^{-\theta}$ ด้วยดังนี้

$$\text{จาก } L(\theta) = \frac{e^{-n\theta} \theta^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

$$= \frac{\left((e^{-\theta})^n \theta^{\sum_{i=1}^n x_i} \right)}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

$$\text{ให้ } y = e^{-\theta} \text{ หรือ } \ln y = -\theta$$

$$\text{จะได้ } L(y) = \frac{y^n (-\ln y)^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

$$\ln L(y) = n \ln y + \sum_{i=1}^n x_i \ln(-\ln y) - \ln \prod_{i=1}^n x_i!$$

$$\frac{\partial \ln L(y)}{\partial y} = \frac{n}{y} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{-\ln y} \left(-\frac{1}{y} \right) = 0$$

$$\frac{n}{y} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{y \ln y} = 0$$

$$n + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\ln y} = 0$$

$$\ln y = -\bar{x}$$

$$\text{ดังนั้น } y = e^{-\bar{x}}$$

จากทฤษฎีสถิติ ถ้าตัวแปรสุ่ม $Z \sim n(0,1)$ และตัวแปรสุ่ม $V \sim \chi^2_{(r)}$ ถ้า Z และ V เป็นอิสระต่อกัน จะได้ว่า การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V/r}}$$

มีการแจกแจง t (student's t distribution) ด้วยองศาอิสระ r แทนด้วยสัญลักษณ์ $T \sim t(r)$

สำหรับการแจกแจงปัวส์ซง $\bar{X} = \hat{\lambda}$ และ ความแปรปรวน $S^2 = \hat{\lambda}$ ดังนั้น $\frac{S^2(n-1)}{\sigma^2} \sim \chi^2$

และ $\frac{\bar{X} - N}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ เมื่อ σ และ $\bar{X}$ เป็นอิสระกัน

ดังนั้น

$$\frac{\frac{\bar{X} - N}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{S^2(n-1)}{\sigma^2}}}$$

จะได้ว่า $\frac{N}{\sqrt{\chi^2}}$ เป็นการแจกแจงที่ เมื่อ N และ χ^2 เป็นอิสระกัน

$$\text{ดังนั้น} \quad P\left(-t_{\alpha/2} < T_{(v)} < t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-t_{\alpha/2} < \frac{\hat{\lambda} - \lambda}{\sqrt{(\lambda/n)}} < t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left[-t_{\alpha/2}\sqrt{\lambda/n} < \hat{\lambda} - \lambda < t_{\alpha/2}\sqrt{\lambda/n}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[\hat{\lambda} - t_{\alpha/2}\sqrt{\lambda/n} < \lambda < \hat{\lambda} + t_{\alpha/2}\sqrt{\lambda/n}\right] = 1 - \alpha$$

แต่เนื่องจากไม่ทราบค่าเฉลี่ยของประชากร (λ) จึงแทนค่า λ ด้วย $\hat{\lambda} = \bar{X}$ จะได้

$$P\left[\hat{\lambda} - t_{\alpha/2}\sqrt{\hat{\lambda}/n} < \lambda < \hat{\lambda} + t_{\alpha/2}\sqrt{\hat{\lambda}/n}\right] = 1 - \alpha$$

ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)100\%$ สำหรับ λ คือ

$$\left(\hat{\lambda} - t_{\alpha/2}\sqrt{\hat{\lambda}/n}, \hat{\lambda} + t_{\alpha/2}\sqrt{\hat{\lambda}/n}\right)$$

2.1.12.5 คุณสมบัติของตัวประมาณแบบ Likelihood Function (สายชล, 2549: 169)

- ก) ตัวประมาณแบบ Likelihood Function ของพารามิเตอร์ θ จะเป็น ฟังก์ชันของสถิติที่มีความพอเพียงของ θ
- ข) ถ้าตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดของพารามิเตอร์ θ แล้วจะหาตัวประมาณค่านั้นได้โดยวิธี Likelihood Function
- ค) ตัวประมาณแบบ Likelihood Function ไม่จำเป็นต้องมีค่าเดียว

- ง) ภายใต้เงื่อนไขทั่วไปตัวประมาณแบบ Likelihood Function เป็นตัวประมาณที่คงเส้นคงวา
- จ) ภายใต้เงื่อนไขธรรมดา เมื่อขนาดของตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีตัวประมาณแบบ Likelihood Function ที่คงเส้นคงวาเพียงตัวเดียว
- ฉ) ตัวประมาณแบบ Likelihood Function ไม่จำเป็นจะต้องเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง
- ช) ตัวประมาณแบบ Likelihood Function มีคุณสมบัติไม่เปลี่ยนแปลง

2.1.13 วิธีประมาณแบบเบย์ (Bayesian Method)

วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีการเบย์สำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซอง จะให้ใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลังของ Θ คือ $g(\lambda/x)$ โดยให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ มีการแจกแจงเหมือนกันและอิสระกันด้วยการแจกแจงแบบปัวส์ซองที่มีพารามิเตอร์ $\Theta = \lambda$ ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลังของ Θ เมื่อกำหนด $\sum X = \sum x$ และ Prior distribution มีการแจกแจงแกมมา จะมีรายละเอียดดังนี้

กำหนดให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากการแจกแจงปัวส์ซองที่ค่าเฉลี่ย λ ดังนั้น likelihood function คือ

$$h(x_i / \lambda) = \frac{e^{-n\lambda} \lambda^x}{x_1! x_2! \dots x_n!}, \lambda > 0 \text{ และ } x = \sum_{i=1}^n x_i$$

แกมมาฟังก์ชัน

$$g(\lambda) = \text{gamma}(\alpha_1, \beta_1) = \frac{e^{-\lambda/\beta_1} \lambda^{\alpha_1-1}}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1)}, \lambda > 0, \alpha_1 > 0 \text{ และ } \beta_1 > 0$$

การแจกแจงโพสทีเรีย (Posterior distribution) $\propto$ (Likelihood function) $\times$ (Prior distribution) ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลังของ λ เมื่อกำหนด $X = x$ จะมีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$g(\lambda / x) = \frac{g(\lambda)h(x/\lambda)}{\int_0^\infty g(\lambda)h(x/\lambda)d\lambda} \quad (2-6)$$

พิจารณา

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} g(\lambda) h(x/\lambda) d\lambda &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda/\beta_1} \lambda^{\alpha_1-1}}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1)} \cdot \frac{e^{-n\lambda} \lambda^x}{x_1! \dots x_n!} d\lambda \\
&= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda/\beta_1} e^{-n\lambda} \lambda^{\alpha_1-1} \lambda^x}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1) (x_1! x_2! \dots x_n!)} d\lambda \\
&= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1} \right)} \lambda^{(\alpha_1+x)-1}}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1) (x_1! \dots x_n!)} d\lambda \\
&= \int_0^{\infty} \frac{e^{\frac{-\lambda}{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)}} \lambda^{(\alpha_1+x)-1}}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1) (x_1! \dots x_n!)} d\lambda \frac{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)^{(\alpha_1+x)} \Gamma(\alpha_1+x)}{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)^{(\alpha_1+x)} \Gamma(x+\alpha_1)} \\
&= \frac{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)^{(\alpha_1+x)} \Gamma(\alpha_1+x)}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1) (x_1! \dots x_n!)} \int_0^{\infty} \frac{e^{\frac{-\lambda}{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)}} \lambda^{(\alpha_1+x)-1}}{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)^{(\alpha_1+x)} \Gamma(\alpha_1+x)} d\lambda
\end{aligned}$$

หมายเหตุ : อินทิเกรตฟังก์ชันแกมมาเข้าใกล้ 1, $\int_0^{\infty} \frac{e^{\frac{-\lambda}{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)}} \lambda^{(\alpha_1+x)-1}}{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)^{(\alpha_1+x)} \Gamma(\alpha_1+x)} d\lambda = 1$

ดังนั้นจะได้

$$= \frac{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1} \right)^{(\alpha_1+x)} \Gamma(\alpha_1+x)}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1) (x_1! \dots x_n!)}$$

แทนค่าในสมการ

$$g(\lambda/x) = \frac{g(\lambda) h(x/\lambda)}{\int_0^{\infty} g(\lambda) h(x/\lambda) d\lambda}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{e^{-\lambda/\beta_1} \lambda^{\alpha_1-1}}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1)} \cdot \frac{e^{-n\lambda} \lambda^x}{x_1! x_2! \dots x_n!} \\
&= \frac{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1}\right)^{\alpha_1+x} \Gamma(\alpha_1+x)}{\beta_1^{\alpha_1} \Gamma(\alpha_1) (x_1! x_2! \dots x_n!)} \\
&= \frac{e^{\frac{-\lambda}{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1}\right)}} \lambda^{(\alpha_1+x)-1}}{\left(\frac{\beta_1}{1+n\beta_1}\right)^{(\alpha_1+x)} \Gamma(\alpha_1+x)}
\end{aligned}$$

พิจารณาช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ แบบเบย์ กำหนด $x = y$ เมื่อ $y = \sum_{i=1}^n x_i$ จะได้

$$\begin{aligned}
P(\lambda_L \leq \theta \leq \lambda_U) &= \int_{\lambda_L}^{\lambda_U} \frac{\left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)^{(\alpha_1+y)} e^{-\lambda \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)} \lambda^{(\alpha_1+y)-1}}{\Gamma(\alpha_1+y)} d\lambda \\
\text{ให้ } v &= 2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right) \lambda \text{ จะได้ } \lambda = \frac{v}{2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)}
\end{aligned}$$

ดังนั้น $P(\lambda_L \leq \theta \leq \lambda_U)$

$$\begin{aligned}
&= \int_{\lambda_L}^{\lambda_U} \frac{\left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)^{(\alpha_1+y)} e^{-\left(\frac{v}{2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)}\right) \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)}}{\Gamma(y+\alpha_1)} \left(\frac{v}{2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)}\right)^{(\alpha_1+y)-1} d\left(\frac{v}{2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)}\right) \\
&= \int_{\lambda_L}^{\lambda_U} \frac{\left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)^{(\alpha_1+y)} e^{-\left(\frac{v}{2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)}\right) \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)} v^{(\alpha_1+y)-1}}{\Gamma(\alpha_1+y) 2^{(y+\alpha_1)-1} \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)^{(\alpha_1+y)-1}} d\left(\frac{v}{2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)}\right) \\
&= \int_{\lambda_L}^{\lambda_U} \frac{2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right) e^{-\frac{v}{2} v^{(\alpha_1+y)-1}}}{\Gamma(\alpha_1+y) 2^{(\alpha_1+y)}} d\left(\frac{v}{2 \left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)}\right)
\end{aligned}$$

$$= \int_{2\left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)^{\lambda_L}}^{2\left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)^{\lambda_U}} \frac{e^{-\frac{v}{2}} v^{(\alpha_1+y)-1}}{2^{(\alpha_1+y)} \Gamma(\alpha_1+y)} dv \dots\dots\dots (1)$$

พิจารณาการอินทิเกรตในสมการ (1) พบว่าเป็นฟังก์ชันการแจกแจงไคสแควร์ องศาความเป็นอิสระคือ $2(\alpha_2 + y)$

$$\chi^2_{\left(2(y+\alpha_2), \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{v^{(y+\alpha_1)-1} e^{-\frac{v}{2}}}{2^{(y+\alpha_1)} \Gamma(y+\alpha_1)}$$

$$\text{โดยที่ } y = \sum_{i=1}^n x_i$$

จะได้ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ

$$2\left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)^{\lambda_U} = \chi^2_{(2(y+\alpha_2), \frac{\alpha}{2})}$$

$$\lambda_U = \frac{\chi^2_{(2(y+\alpha_2), \frac{\alpha}{2})}}{2\left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)} = \frac{\beta_1}{2(1+n\beta_1)} \chi^2_{(2(y+\alpha_2), \frac{\alpha}{2})}$$

และจะได้ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ

$$2\left(\frac{1+n\beta_1}{\beta_1}\right)^{\lambda_L} = \chi^2_{(2(y+\alpha_2), 1-\frac{\alpha}{2})}$$

$$\lambda_L = \frac{\beta_1}{2(1+n\beta_1)} \chi^2_{(2(y+\alpha_2), 1-\frac{\alpha}{2})}$$

ดังนั้น ช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับ λ คือ

$$\left[\frac{\beta_1}{2(n\beta_1 + 1)} \chi^2_{\left(2(y+\alpha_2), 1-\frac{\alpha}{2}\right)}, \frac{\beta_1}{2(n\beta_1 + 1)} \chi^2_{\left(2(y+\alpha_2), \frac{\alpha}{2}\right)} \right]$$

(Hogg, 2005: 590)

2.1.14 การคำนวณค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error : MSE)

เกณฑ์การตัดสินใจในการเลือกตัวประมาณค่าที่เหมาะสมพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง เมื่อคำนึงถึงค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่างที่กำหนด โดยตัวแบบใดให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าแสดงว่าตัวแบบนั้นเป็นตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพ

การคำนวณค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง แสดงได้ดังนี้

$$MSE(\lambda) = \frac{\sum_{i=1}^{1000} (\lambda_i - \hat{\lambda}_i)^2}{1000} \quad (2-7)$$

เมื่อ λ_i เป็นค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด ในการทำซ้ำครั้งที่ i และ $\hat{\lambda}_i$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ ในการทำซ้ำครั้งที่ i

2.1.15 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น = $\frac{\text{จำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง}}{1,000}$

2.1.16 การคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

คำนวณจากผลต่างระหว่างค่าขอบเขตบนและค่าขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง แล้วบวกสะสมไว้เพื่อหาค่าเฉลี่ย เมื่อทำการคำนวณช่วงความเชื่อมั่น 1,000 ครั้ง

2.1.17 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจะพิจารณาจากวิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าที่กำหนด (Ghosh, 1979)

สมมติฐานของการทดสอบมีดังต่อไปนี้

$$H_0 : c \geq c_0$$

$$H_1 : c < c_0$$

พิจารณาความน่าจะเป็นของการยอมรับ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง ที่ระดับนัยสำคัญ α_0

$$P \left[-Z_{1-\alpha_0} < \frac{\hat{c} - c_0}{\sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{n}}} \right] = 1 - \alpha_0$$

ดังนั้น

$$-Z_{1-\alpha_0} < \frac{\hat{c} - c_0}{\sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{n}}}$$

$$-Z_{1-\alpha_0} \sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{n}} < \hat{c} - c_0$$

จะได้ช่วงการยอมรับสมมติฐาน H_0 คือ

$$c_0 - Z_{1-\alpha_0} \sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{n}} < \hat{c}$$

เมื่อ α_0 คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดที่กำหนด

c คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

$\hat{c}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากข้อมูลตัวอย่าง

c_0 คือ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

n คือ จำนวนครั้งในการทดลอง

2.1.17.1 กำหนดให้สร้างช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับ 90%

สมมติฐานของการทดสอบคือ

$$H_0 : c \geq 0.90$$

$$H_1 : c < 0.90$$

วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดถ้า

$$0.90 - 1.645 \sqrt{\frac{0.90(1-0.90)}{1000}} < \hat{c}$$

จะได้

$$0.8840 < \hat{c}$$

2.1.17.2 กำหนดให้สร้างช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับ 95%

สมมติฐานของการทดสอบคือ

$$H_0 : c \geq 0.95$$

$$H_1 : c < 0.95$$

วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดถ้า

$$0.95 - 1.96 \sqrt{\frac{0.95(1-0.95)}{1000}} < \hat{c}$$

จะได้

$$0.9360 < \hat{c}$$

2.1.17.3 กำหนดให้สร้างช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับ 99%

สมมติฐานของการทดสอบคือ

$$H_0 : c \geq 0.99$$

$$H_1 : c < 0.99$$

วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดถ้า

$$0.99 - 2.579 \sqrt{\frac{0.99(1-0.99)}{1000}} < \hat{c}$$

จะได้

$$0.9810 < \hat{c}$$

ดังนั้น ถ้า $\hat{c}$ หรือระดับความเชื่อมั่นของข้อมูลตัวอย่างมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.8840, 0.9360 และ 0.9810 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จึงจะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดและจะนำเสนอเฉพาะวิธีการประมาณที่ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไปเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ย

2.2 การแจกแจงต่าง ๆ ที่ใช้ในงานวิจัย

2.2.1 การแจกแจงความน่าจะเป็นปัวส์ซอง (Poisson probability distribution)

การทดลองที่เกิดขึ้นในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง หรือพื้นที่ใดพื้นที่หนึ่งต่อเนื่องกัน จะเรียกว่าเป็นการทดลองปัวส์ซอง

ให้ X เป็นจำนวนครั้งของความสำเร็จในหน่วยเวลา หรือหน่วยพื้นที่; $x = 0, 1, 2, \dots$

X จะเป็นตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง มีพารามิเตอร์ λ เมื่อ λ เป็นค่าเฉลี่ยของความสำเร็จในหน่วยเวลาหรือหน่วยพื้นที่นั้น

ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่มปัวส์ซองคือ

$$f(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; x = 0, 1, 2, \dots \quad (2-8)$$

$$= 0 \quad ; x \text{ มีค่าอื่นๆ}$$

เมื่อ $e \cong 2.71828$

ในการอนุมานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงแบบปัวส์ซองที่เป็นการประมาณค่าและในการประมาณค่าแบบจุดจะได้ว่า

ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง และมีพารามิเตอร์คือ λ จะได้ตัวอย่างสุ่ม คือ $X_1, X_2, \dots, X_n$ ดังนั้นตัวประมาณแมกซิมัมไลกelihood ของ λ คือ (สุกลักษณ์, 2543: 8)

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \bar{X}$$

เมื่อ $\sum_{i=1}^n X_i$ มีการแจกแจงแบบปัวส์ซองที่มีพารามิเตอร์คือ $n\lambda$ และ $\hat{\lambda}$ มีคุณสมบัติไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุด (Minimum Variance Unbiased Estimator : MVUE) จะได้ว่า.

$$\begin{aligned}
 E(\hat{\lambda}) &= \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n E(X_i) \\
 &= \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n \lambda \\
 &= \left(\frac{1}{n}\right) (n\lambda)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } V(\hat{\lambda}) &= \lambda \\
 V(\hat{\lambda}) &= V(\bar{X}) \\
 &= \frac{V(X)}{n^2} \\
 V(\hat{\lambda}) &= \frac{\lambda}{n}
 \end{aligned}$$

2.2.2 การแจกแจงแกมมา (Gamma probability distribution)

แกมมาฟังก์ชัน เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ Γ กำหนดโดย

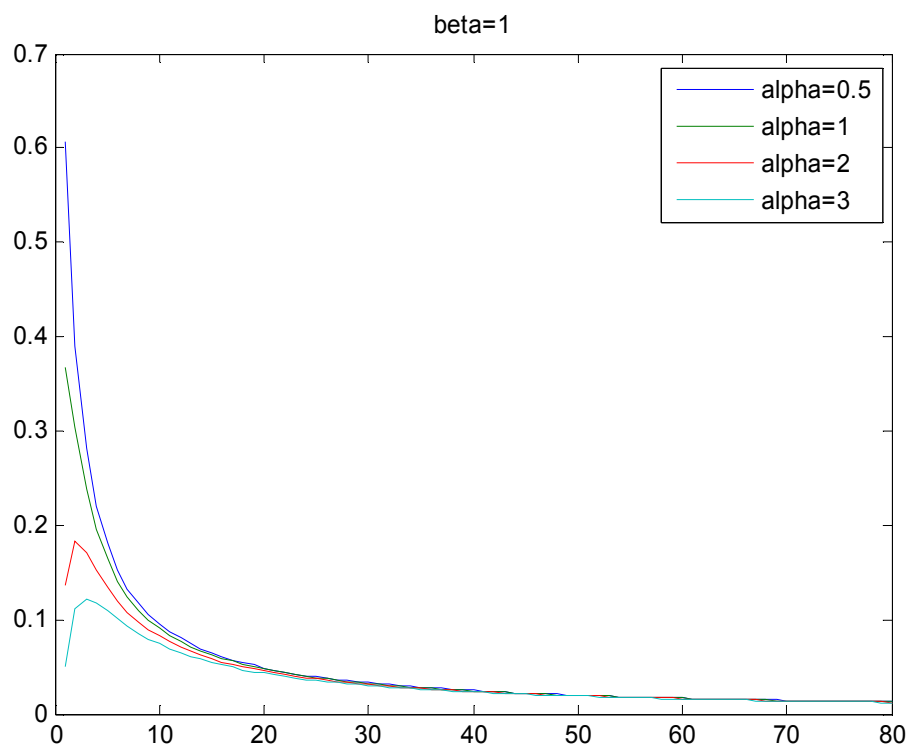
$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx \quad ; r > 0, \quad x > 0$$

ตัวแปรสุ่ม X จะมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ α_1 และ β_1 ถ้ามีฟังก์ชันความน่าจะเป็นหนาแน่น

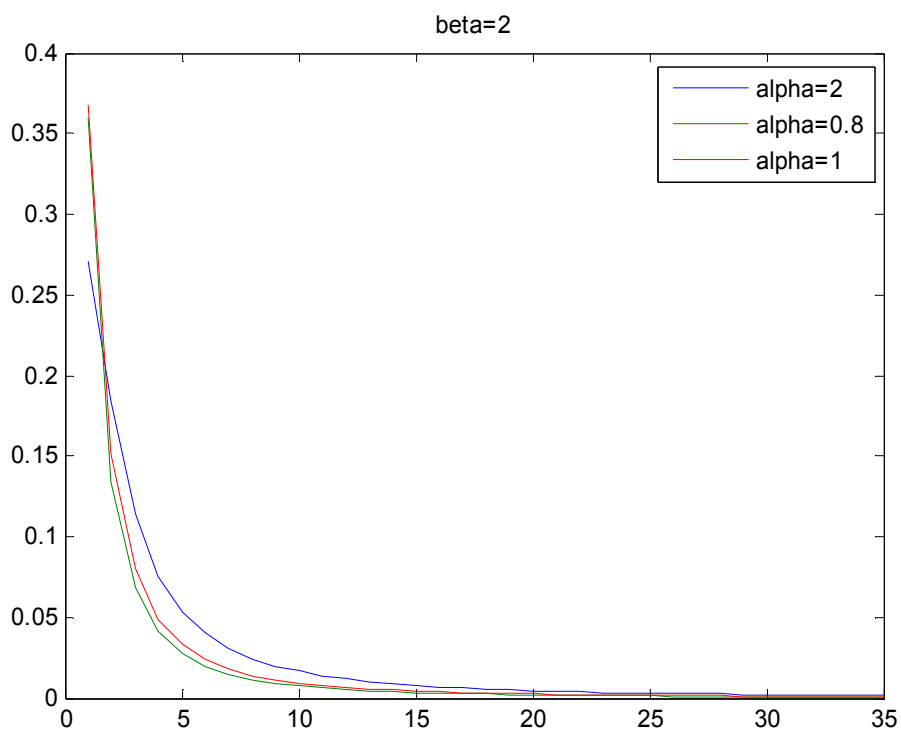
$$\begin{aligned}
 f(x) = f(x; \alpha_1, \beta_1) &= \frac{\beta_1^{-\alpha_1} x^{\alpha_1-1} e^{-x/\beta_1}}{\Gamma(\alpha_1)} ; x > 0 \\
 &= 0 \quad ; x \text{ มีค่าอื่น}
 \end{aligned} \tag{2-9}$$

เมื่อ $\alpha_1 > 0$ และ $\beta_1 > 0$

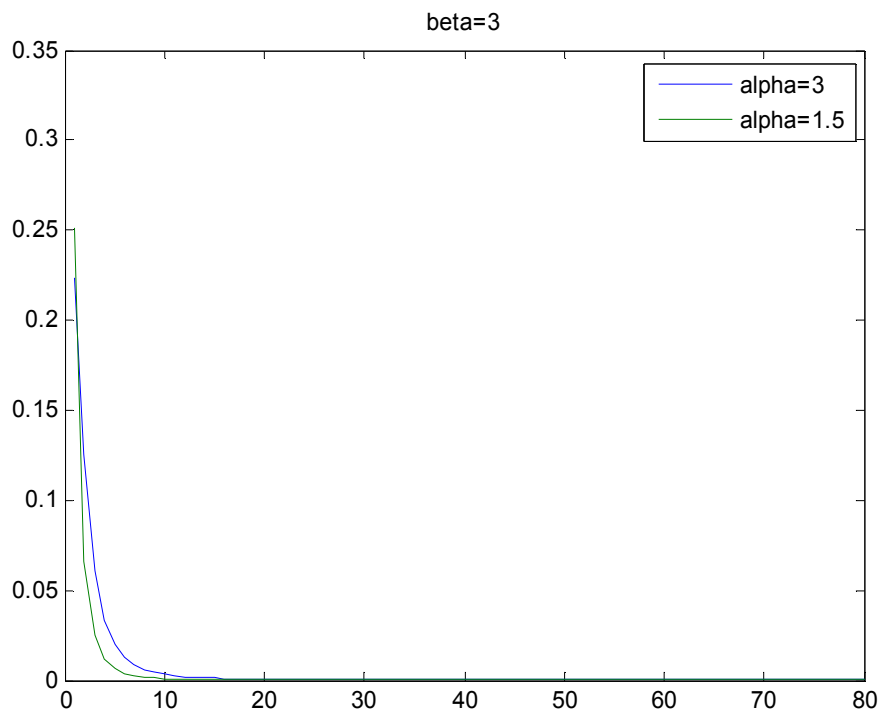
โดยให้ค่าพารามิเตอร์ (α, β) ของการแจกแจงแกมมามีค่าเท่ากับ (0.5,1), (1,1), (2,1), (3,1), (2,2), (3,3), (5,5), (1.5,3), (1.5,5), (5,1.5), (3,1.5), (0.8,2) และ (1,2) ซึ่งจะมีลักษณะการแจกแจงดังรูปต่อไปนี้



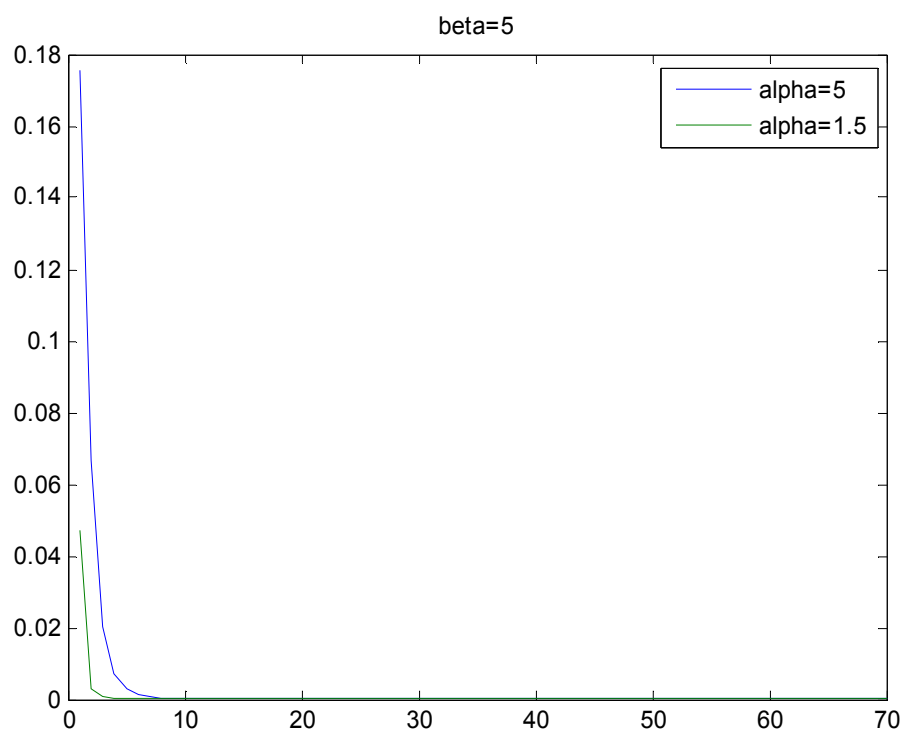
ภาพที่ 2-1 การแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (0.5,1), (1,1), (2,1) และ (3,1)



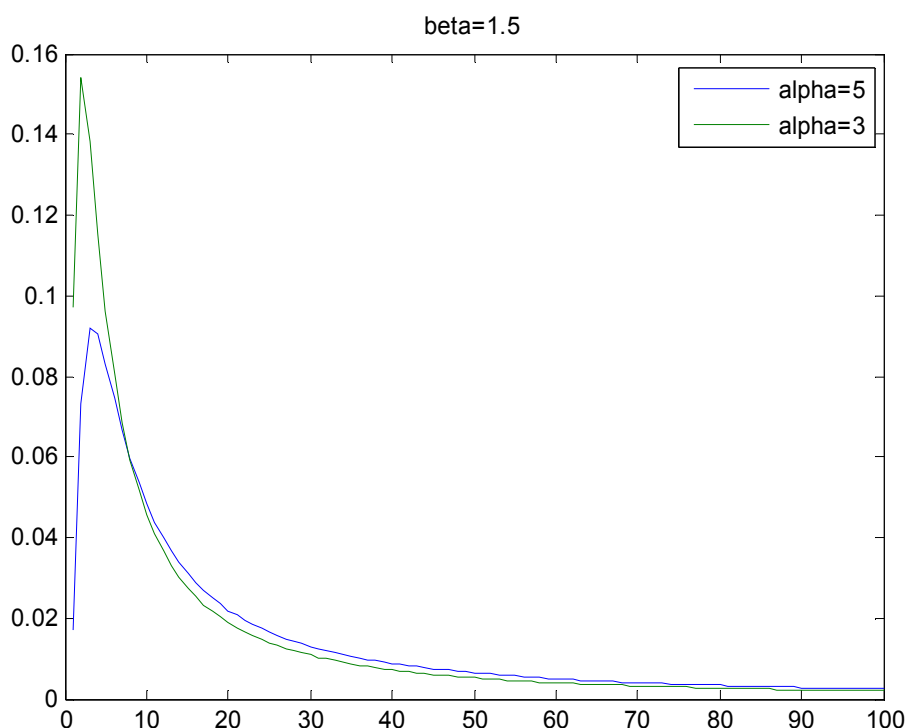
ภาพที่ 2-2 การแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (0.8,2), (1,2) และ (2,2)



ภาพที่ 2-3 การแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (1.5,3) และ (3,3)



ภาพที่ 2-4 การแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (1.5,5) และ (5,5)



ภาพที่ 2-5 การแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (3,1.5) และ (5,1.5)

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Don G. Wardell (1997) ได้เสนอวิธีการประมาณแบบเบย์ (Bayesian Method) สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กและ λ มีขนาดเล็ก แนะนำให้ใช้กรณีขนาดตัวอย่างน้อยกว่า 30 แต่ไม่ได้สรุปถึง λ

นวร (2 5 3 9) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวส์ซงด้วยวิธีการแบบปกติ วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง และวิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบย์โดยอัลเบิร์ต เปรียบเทียบภายใต้สถานการณ์ของขนาดตัวอย่างเท่ากับ 1 ถึง 50 กำหนดระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ผลการศึกษาพบว่า ถ้า $\lambda \leq 2$ และ $\lambda \leq 3$ ควรเลือกใช้ วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบย์โดยอัลเบิร์ต ถ้า $\lambda \leq 2$ และ $n \geq 50$ ควรเลือกใช้ วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบย์โดยอัลเบิร์ต หรือ วิธีการแบบปกติ และ $\lambda \geq 15$ ควรเลือกใช้ วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบย์โดยอัลเบิร์ต หรือ วิธีการแบบปกติ หรือวิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง

สุภลักษณ์ (2543) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงในการแจกแจงแบบปัวส์ซง โดยใช้วิธีการประมาณ 4 วิธี คือ วิธีประมาณแบบปกติ (Normal method) วิธีประมาณแบบไคสแควร์ (Chi-Square method) วิธีประมาณแบบเบย์ (Bayesian

method) โดยใช้ prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา และวิธีการแบบวอร์ดเดล (Wardell method) โดยใช้เกณฑ์การควบคุมระดับความเชื่อมั่น พิจารณาเป็น 2 ระดับ คือระดับที่ 1 λ มีค่าตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.9 ระดับที่ 2 λ มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 20 กำหนดระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ข้อมูลที่ใช้ได้จากการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำๆ กัน 2,000 ครั้ง จากการศึกษาพบว่า ทุกระดับความเชื่อมั่นที่ได้กำหนดเมื่อค่าพารามิเตอร์น้อยกว่า 3 วิธีประมาณแบบเบย์ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุด และเมื่อค่าพารามิเตอร์อยู่ระหว่าง 7 ถึง 20 วิธีปกติจะให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุด

อาคม (2546) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงในการแจกแจงแบบปัวส์ซองเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก โดยใช้วิธีประมาณ 3 วิธี คือ วิธีปริมาตรหมุน (Pivotal method) วิธีประมาณแบบเบย์โดยใช้ prior distribution เป็นการแจกแจงยูนิฟอร์ม และวิธีค่าต่ำที่สุด กรณีไม่ทราบความแปรปรวน และตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($2 \leq n \leq 30$) เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.5, 0.6, ..., 1.5 ทำการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ใช้ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ใช้เทคนิคมอนติคาร์โลในการจำลองข้อมูล และทำการทดลองซ้ำกัน 500 ครั้ง ผลการศึกษาพบว่า วิธีการประมาณทุกวิธีในทุกระดับความเชื่อมั่น และขนาดตัวอย่าง พบว่า จำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อพารามิเตอร์และระดับความเชื่อมั่นเพิ่มขึ้น จะทำให้ความกว้างของช่วงเพิ่มขึ้น แต่เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น จะทำให้ความกว้างของช่วงลดลง

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

3.1 การวางแผนการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ในการศึกษาเปรียบเทียบดังนี้

3.1.1 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12

3.1.2 กำหนดพารามิเตอร์ (λ) ของการแจกแจงปัวส์ซง $\lambda = 0.2, 0.5, 1.0, 2.0$ และ

5.0

3.1.3 กำหนดระดับความเชื่อมั่น ($1-\alpha$) 3 ระดับ คือ 90%, 95% และ 99%

3.1.4 ตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และเปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง เพื่อหาวิธีการประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์

3.2 ขั้นตอนการวิจัย

การดำเนินการวิจัย มีขั้นตอนดังนี้

3.2.1 สร้างแบบจำลองข้อมูลโดยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique)

3.2.2 คำนวณค่าประมาณแบบช่วงของแต่ละวิธี

3.2.3 คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

3.2.4 เปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นกับเกณฑ์ที่กำหนด

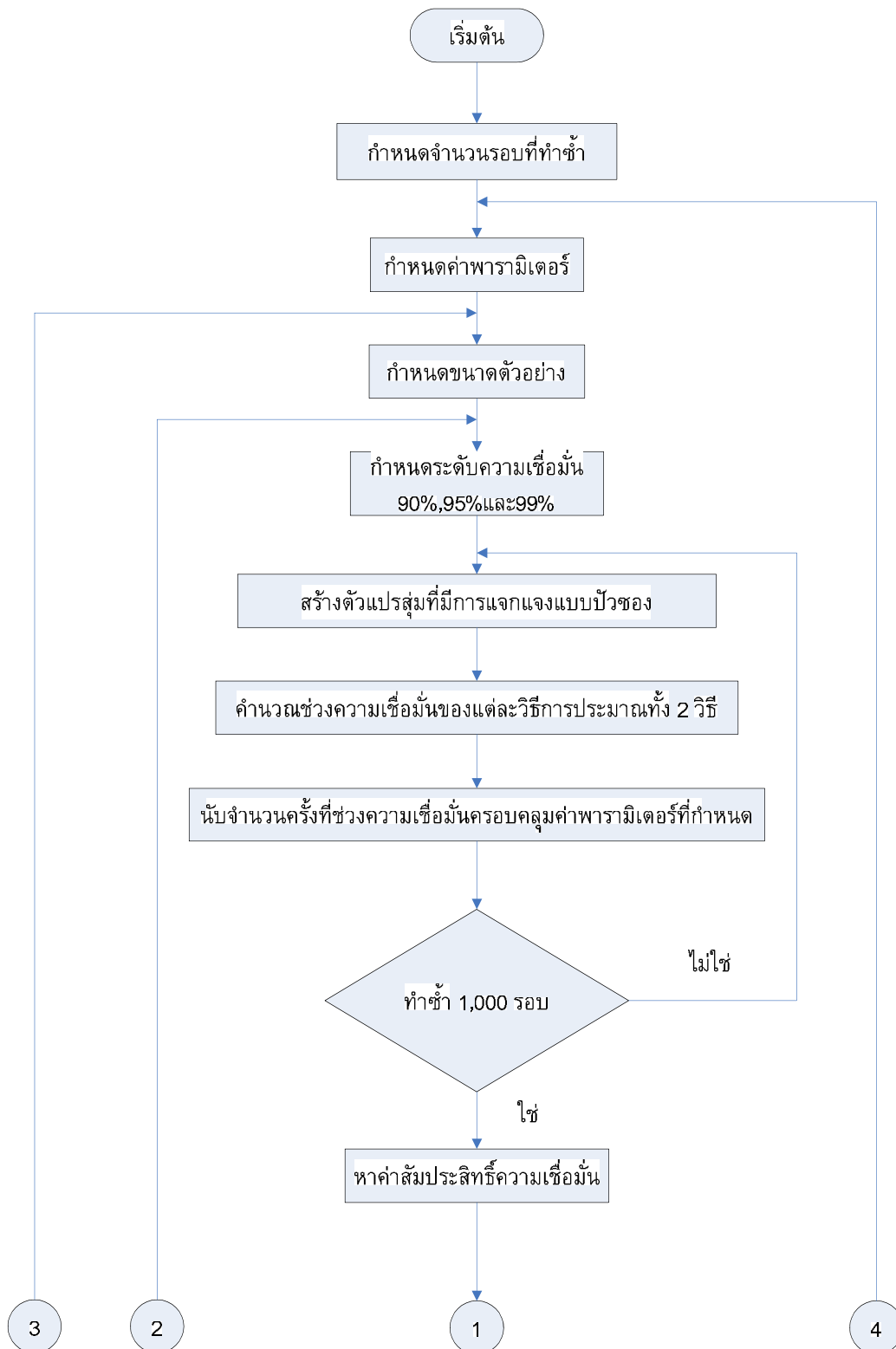
3.2.5 คำนวณค่าความกว้างเฉลี่ย

3.2.6 เปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยสำหรับวิธีที่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

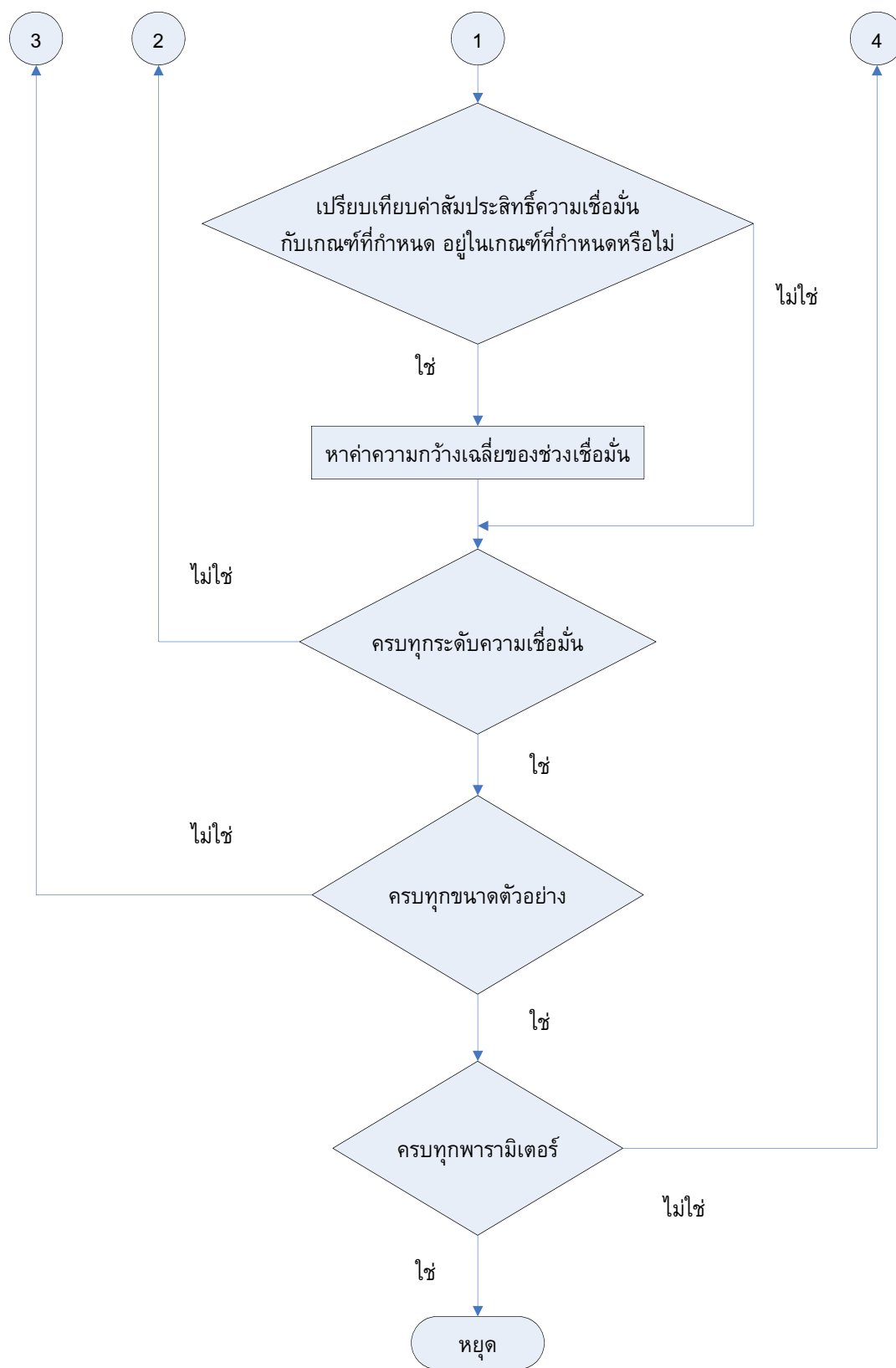
3.2.7 สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

3.3 ขั้นตอนของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

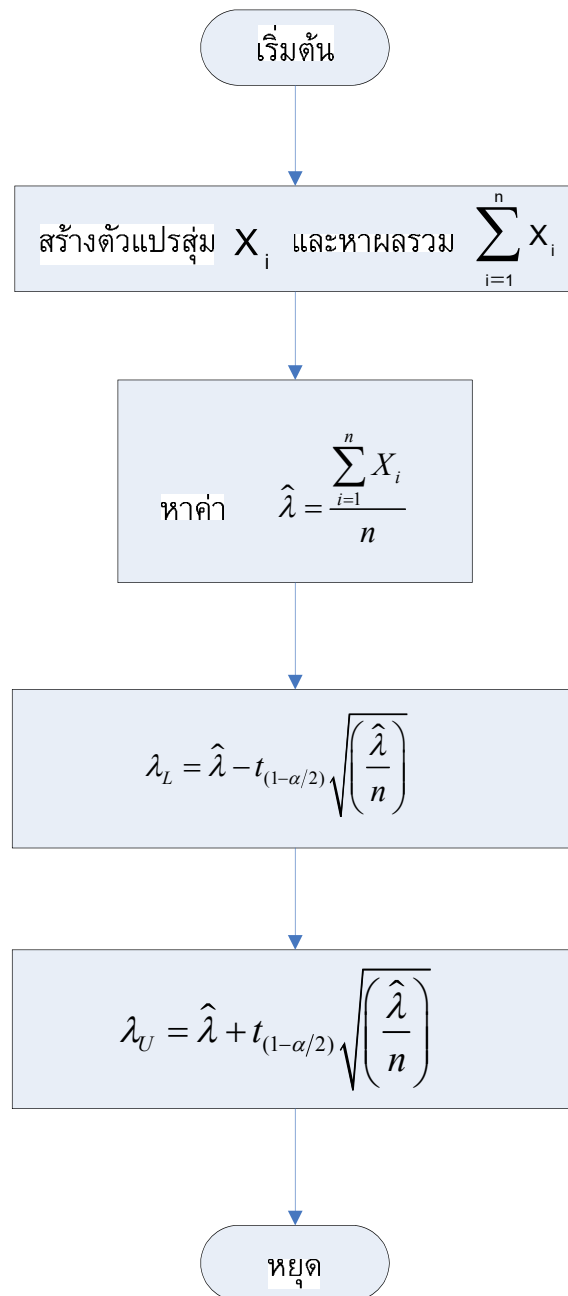
การประมวลผลข้อมูลในการวิจัยสามารถอธิบายเป็นขั้นตอนได้ดังนี้



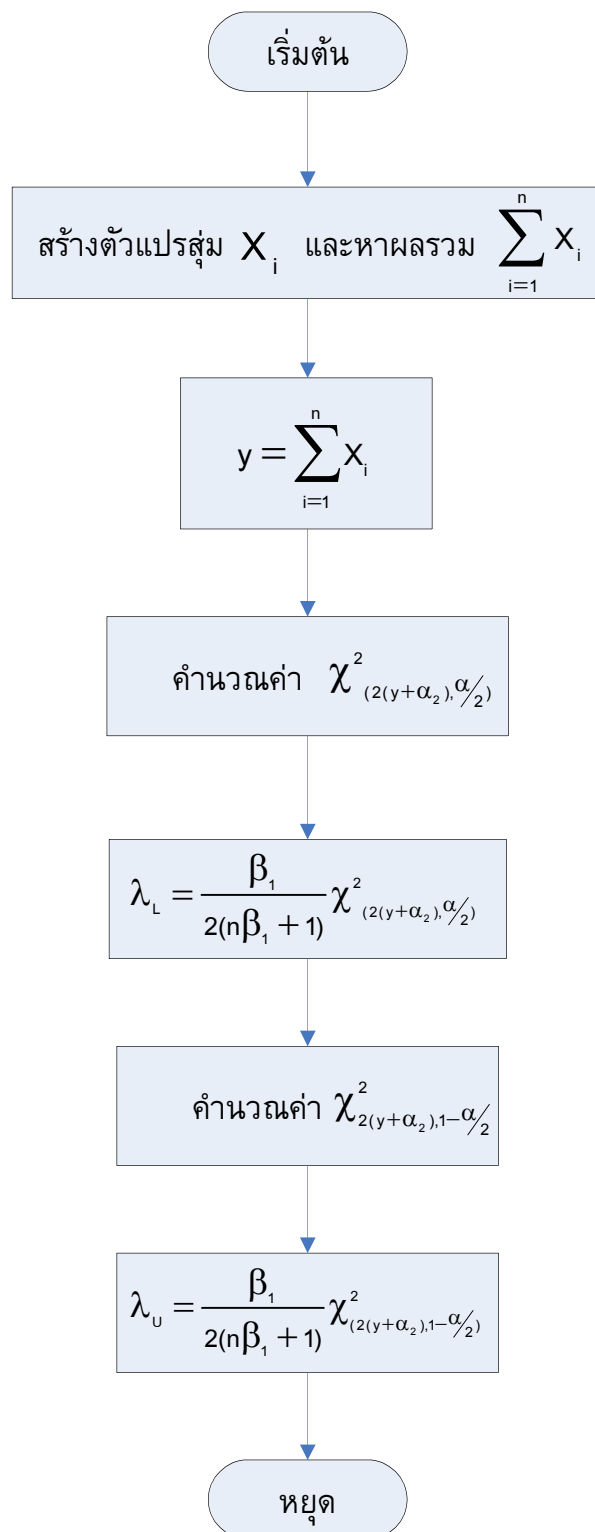
ภาพที่ 3-1 แผนผังแสดงลำดับการทำงานหลักของโปรแกรม



ภาพที่ 3 -1 (ต่อ)



ภาพที่ 3-2 แผนผังแสดงการหาค่าประมาณแบบช่วงจากวิธี Maximum Likelihood



ภาพที่ 3-3 แผนผังแสดงลำดับการทำงานของโปรแกรม MATLAB เพื่อประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์ เมื่อ Prior distribution ที่ใช้มีการแจกแจงแกมมา

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาวิธีการประมาณค่าช่วงเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซง ด้วยวิธีการประมาณแบบเบย์ ที่มี prior distribution ต่างกัน โดยจะทำการตรวจสอบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วง เพื่อหาวิธีการประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ จะนำเสนอในรูปแบบของตารางและรูปภาพ โดยใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

n แทน ขนาดตัวอย่าง

λ แทน ค่าพารามิเตอร์ในการแจกแจงปัวส์ซง

4.1 การตรวจสอบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4-1 แสดงค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อ prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (0.5,1), (1,1), (2,1), (3,1) และ (2,2) จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
		gamma(0.5,1)	gamma(1,1)	gamma(2,1)	gamma(3,1)	gamma(2,2)
3	0.2	0.0071	0.0048	0.0575	0.2988	0.0043
	0.5	0.0142	0.0245	0.2468	0.5002	0.0476
	1	0.1162	0.2412	0.4852	0.7382	0.1382
	2	0.0113	0.0238	0.2442	0.5072	0.0007
	5	0.5932	0.4712	0.2212	0.0220	1.1272
5	0.2	0.0288	0.0496	0.0503	0.2156	0.0226
	0.5	0.0250	0.0843	0.2451	0.4072	0.1034
	1	0.0240	0.0762	0.2452	0.4142	0.0322
	2	0.0012	0.0164	0.0007	0.0178	0.0332
	5	0.3122	0.2292	0.0622	0.0146	0.7322
8	0.2	0.0085	0.0131	0.0242	0.1073	0.0198
	0.5	0.0106	0.0161	0.0229	0.1353	0.0193
	1	0.0061	0.0005	0.0107	0.0224	0.0004
	2	0.0041	0.0014	0.0124	0.0236	0.0088
	5	0.3542	0.2992	0.1892	0.0782	0.6462

ตารางที่ 4-1 (ต่อ)

n	λ	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
		gamma(0.5,1)	gamma(1,1)	gamma(2,1)	gamma(3,1)	gamma(2,2)
10	0.2	0.0115	0.0161	0.0065	0.0942	0.0216
	0.5	0.0232	0.0186	0.0094	0.0557	0.0170
	1	0.0605	0.0061	0.0153	0.3102	0.0077
	2	0.0605	0.0648	0.0739	0.5852	0.0511
	5	0.9732	0.9282	0.8382	0.4702	1.1642
12	0.2	0.0146	0.0184	0.0110	0.0860	0.0022
	0.5	0.0072	0.0111	0.0189	0.0198	0.0140
	1	0.0047	0.0240	0.0712	0.1472	0.0238
	2	0.0180	0.0144	0.0066	0.0010	0.0204
	5	0.0430	0.0081	0.0157	0.0236	0.0211

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4-2 แสดงค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (3,3), (5,5), (1.5,3), (1.5,5) และ (5,1.5) จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
		gamma(3,3)	gamma(5,5)	gamma(1.5,3)	gamma(1.5,5)	gamma(5,1.5)
3	0.2	0.0297	0.1764	0.0050	0.0013	0.6612
	0.5	0.0843	0.1195	0.0077	0.0067	0.7932
	1	0.0762	0.0249	0.0072	0.0196	0.9682
	2	0.0164	0.1192	0.1752	0.5692	0.6582
	5	1.5662	2.1112	1.8152	2.5502	0.0562
5	0.2	0.0500	0.1484	0.0126	0.0057	0.4689
	0.5	0.1191	0.1487	0.0182	0.0045	0.6312
	1	0.0246	0.0204	0.0056	0.0155	0.6052
	2	0.1192	0.2422	0.3092	0.5982	0.0782
	5	1.1132	1.6372	1.2992	1.9902	0.0041
8	0.2	0.0065	0.0863	0.0115	0.0067	0.2827
	0.5	0.0222	0.0201	0.0085	0.0005	0.3022
	1	0.0001	0.0006	0.0139	0.0250	0.1292
	2	0.0170	0.0482	0.0602	0.3202	0.0872
	5	0.9282	1.3612	1.0642	1.6312	0.1112

ตารางที่ 4-2 (ต่อ)

n	λ	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง				
		gamma(3,3)	gamma(5,5)	gamma(1.5,3)	gamma(1.5,5)	gamma(5,1.5)
10	0.2	0.0110	0.0823	0.0146	0.0100	0.2434
	0.5	0.0153	0.0129	0.0272	0.0369	0.0137
	1	0.0094	0.0118	0.0247	0.0025	0.0110
	2	0.0396	0.0219	0.0322	0.0216	0.0881
	5	1.3612	1.6792	1.4782	1.9152	0.4812
12	0.2	0.0150	0.0800	0.0163	0.0012	0.2166
	0.5	0.0164	0.0208	0.0063	0.0003	0.1451
	1	0.0038	0.0063	0.0138	0.0029	0.2442
	2	0.0112	0.0972	0.1102	0.3032	0.0161
	5	0.2152	0.6332	0.5640	0.8392	0.0058

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4-3 แสดงค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (3,1.5), (0.8,2) และ (1,2) จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง		
		gamma(3,1.5)	gamma(0.8,2)	gamma(1,2)
3	0.2	0.2160	0.0039	0.0001
	0.5	0.3612	0.0058	0.0096
	1	0.5172	0.0151	0.0190
	2	0.2012	0.0032	0.0210
	5	0.5042	1.3672	1.3272
5	0.2	0.1647	0.0059	0.0087
	0.5	0.3192	0.0183	0.0213
	1	0.2862	0.0106	0.0134
	2	0.0010	0.2062	0.1792
	5	0.2732	0.9012	0.8762
8	0.2	0.0781	0.0079	0.0098
	0.5	0.0888	0.0076	0.0095
	1	0.0159	0.0125	0.0105
	2	0.0119	0.0207	0.0187
	5	0.3242	0.7622	0.7442

ตารางที่ 4-3 (ต่อ)

n	λ	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง		
		gamma(3,1.5)	gamma(0.8,2)	gamma(1,2)
10	0.2	0.0707	0.0114	0.0024
	0.5	0.0042	0.0271	0.0254
	1	0.0205	0.0239	0.0071
	2	0.0709	0.1642	0.1802
	5	0.9192	1.2622	1.2472
12	0.2	0.0663	0.0142	0.0156
	0.5	0.0238	0.0053	0.0067
	1	0.0962	0.0109	0.0095
	2	0.0183	0.0289	0.0276
	5	0.0205	0.0296	0.0282

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

จากตารางที่ 4 - 1 ตารางที่ 4 - 2 และ ตารางที่ 4-3 พบว่าการแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (1,1), (2,1), (3,1), (2,2), (3,3), (1.5,3), (1.5,5), (5,1.5), (3,1.5), (0.8,2) และ (1,2) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุดเมื่อมีขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10, 12 และเมื่อพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0 ซึ่งจะสรุปได้ดังนี้

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (1,1) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (2,1) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (3,1) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5, ขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5, ขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5 และ ขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (2,2) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (3,3) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 1

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (1.5,3) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 1 และขนาดตัวอย่าง n

เท่ากับ 5 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 1

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (1.5,5) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5, ขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5, ขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 1 และ 2, ขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2, 0.5 และ 1

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (5,1.5) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (3,1.5) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (0.8,2) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

การแจกแจงแกมมาที่มีค่าพารามิเตอร์ (1,2) จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่น้อยที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

4.2 การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จะทำการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในแต่ละสถานการณ์

4.2.1 วิธีการประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood

ตารางที่ 4-4 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0.455	0.448	0.468
	0.5	0.788	0.809	0.788
	1	0.941	0.954	0.953
	2	0.981	0.987	0.999
	5	0.98	0.995	1
5	0.2	0.629	0.627	0.637
	0.5	0.913	0.924	0.907
	1	0.943	0.962	0.994
	2	0.946	0.967	0.998
	5	0.964	0.989	1

ตารางที่ 4-4 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
8	0.2	0.808	0.813	0.794
	0.5	0.904	0.901	0.985
	1	0.893	0.955	0.991
	2	0.917	0.974	0.997
	5	0.922	0.968	0.998
10	0.2	0.858	0.873	0.866
	0.5	0.875	0.958	0.964
	1	0.937	0.97	0.991
	2	0.935	0.957	0.996
	5	0.942	0.965	0.992
12	0.2	0.91	0.901	0.915
	0.5	0.93	0.935	0.982
	1	0.9	0.951	0.974
	2	0.917	0.961	0.991
	5	0.912	0.969	0.998

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-4 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2, 0.5 และ 1

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2, 0.5 และ 1

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 1

4.2.2 วิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา

ตารางที่ 4-5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	1	1	1
	0.5	1	1	1
	1	1	1	1
	2	1	1	1
	5	0.4	0.6	0.8

ตารางที่ 4-5 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
5	0.2	0.9	0.9	0.9
	0.5	0.8	1	1
	1	1	1	1
	2	0.7	0.8	1
	5	0.8	0.8	0.9
8	0.2	0.9	1	1
	0.5	1	1	1
	1	0.9	1	1
	2	1	1	1
	5	0.9	0.9	1
10	0.2	1	1	1
	0.5	0.9	1	1
	1	1	1	1
	2	0.9	0.9	0.9
	5	0.8	0.9	0.9
12	0.2	1	1	1
	0.5	0.8	0.9	1
	1	0.9	0.9	0.9
	2	1	1	1
	5	1	1	1

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5, 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4-6 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(2,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0.561	0.869	0.984
	0.5	0.94	0.941	0.987
	1	0.96	0.971	0.999
	2	0.925	0.979	0.994
	5	0.803	0.881	0.964
5	0.2	0.755	0.92	0.978
	0.5	0.894	0.959	0.99
	1	0.928	0.952	0.994
	2	0.911	0.962	0.997
	5	0.864	0.913	0.979
8	0.2	0.794	0.923	0.985
	0.5	0.901	0.955	0.99
	1	0.932	0.946	0.994
	2	0.915	0.975	0.998
	5	0.874	0.925	0.984
10	0.2	0.852	0.865	0.989
	0.5	0.935	0.971	0.989
	1	0.923	0.963	0.988
	2	0.91	0.964	0.99
	5	0.872	0.926	0.986
12	0.2	0.81	0.893	0.989
	0.5	0.896	0.964	0.994
	1	0.911	0.971	0.986
	2	0.894	0.948	0.993
	5	0.893	0.918	0.992

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-6 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(2,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2
กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 5
กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8, 10 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทุกค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4-7 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0	0.543	0.854
	0.5	0.786	0.81	0.932
	1	0.927	0.921	0.988
	2	0.944	0.98	0.996
	5	0.864	0.935	0.979
5	0.2	0.358	0.734	0.917
	0.5	0.748	0.893	0.955
	1	0.858	0.934	0.99
	2	0.916	0.961	0.992
	5	0.897	0.931	0.984
8	0.2	0.523	0.776	0.912
	0.5	0.783	0.898	0.982
	1	0.868	0.932	0.994
	2	0.926	0.97	0.997
	5	0.888	0.947	0.991
10	0.2	0.685	0.7	0.943
	0.5	0.871	0.927	0.974
	1	0.899	0.959	0.985
	2	0.904	0.969	0.991
	5	0.889	0.946	0.983

ตารางที่ 4-7 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
12	0.2	0.567	0.792	0.962
	0.5	0.846	0.911	0.985
	1	0.9	0.96	0.99
	2	0.906	0.958	0.992
	5	0.873	0.943	0.992

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-7 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 1 และ 2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 1 และ 2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 1 และ 2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

ตารางที่ 4-8 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(2,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0.518	0.882	0.97
	0.5	0.786	0.927	0.98
	1	0.922	0.956	0.993
	2	0.948	0.979	0.995
	5	0.92	0.957	0.991
5	0.2	0.729	0.918	0.988
	0.5	0.882	0.9	0.984
	1	0.916	0.968	0.988
	2	0.914	0.968	0.989
	5	0.909	0.95	0.989
8	0.2	0.805	0.916	0.976
	0.5	0.888	0.934	0.984
	1	0.924	0.966	0.988
	2	0.901	0.978	0.989
	5	0.901	0.957	0.991

ตารางที่ 4-8 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
10	0.2	0.868	0.86	0.988
	0.5	0.85	0.936	0.98
	1	0.893	0.95	0.991
	2	0.911	0.946	0.992
	5	0.913	0.957	0.989
12	0.2	0.792	0.896	0.964
	0.5	0.91	0.956	0.99
	1	0.919	0.961	0.991
	2	0.912	0.942	0.995
	5	0.912	0.959	0.993

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-8 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(2,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทุกค่าพารามิเตอร์

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

ตารางที่ 4-9 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0	0.552	0.532
	0.5	0.533	0.806	0.933
	1	0.814	0.837	0.97
	2	0.853	0.915	0.979
	5	0.929	0.956	0.991
5	0.2	0.371	0.373	0.736
	0.5	0.759	0.765	0.969
	1	0.766	0.883	0.967
	2	0.849	0.913	0.986
	5	0.914	0.956	0.994
8	0.2	0.528	0.802	0.932
	0.5	0.798	0.877	0.95
	1	0.804	0.882	0.984
	2	0.925	0.944	0.989
	5	0.912	0.931	0.992
10	0.5	0.776	0.852	0.965
	1	0.878	0.909	0.968
	2	0.869	0.948	0.985
	5	0.918	0.958	0.989
12	0.2	0.558	0.785	0.901
	0.5	0.755	0.837	0.972
	1	0.865	0.919	0.983
	2	0.877	0.955	0.986
	5	0.903	0.954	0.996

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-9 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น

90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 10 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

ตารางที่ 4-10 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1.5,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0.872	0.879	0.979
	0.5	0.949	0.939	0.986
	1	0.921	0.974	0.975
	2	0.938	0.968	0.996
	5	0.906	0.954	0.985

ตารางที่ 4-10 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
5	0.2	0.751	0.933	0.987
	0.5	0.864	0.963	0.982
	1	0.926	0.964	0.991
	2	0.918	0.951	0.991
	5	0.9	0.948	0.987
8	0.2	0.922	0.919	0.98
	0.5	0.866	0.95	0.993
	1	0.917	0.947	0.986
	2	0.908	0.955	0.99
	5	0.9	0.953	0.992
10	0.2	0.877	0.948	0.984
	0.5	0.935	0.969	0.973
	1	0.897	0.959	0.992
	2	0.902	0.964	0.994
	5	0.891	0.954	0.983
12	0.2	0.903	0.906	0.991
	0.5	0.895	0.95	0.992
	1	0.916	0.951	0.987
	2	0.929	0.957	0.99
	5	0.887	0.948	0.992

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-10 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1.5,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 1

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

ตารางที่ 4-11 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1.5,5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0.882	0.858	0.971
	0.5	0.8	0.929	0.98
	1	0.921	0.975	0.989
	2	0.9	0.949	0.992
	5	0.915	0.959	0.991
5	0.2	0.749	0.912	0.985
	0.5	0.897	0.96	0.992
	1	0.917	0.966	0.992
	2	0.889	0.96	0.992
	5	0.918	0.962	0.996
8	0.2	0.784	0.931	0.978
	0.5	0.869	0.946	0.994
	1	0.91	0.964	0.993
	2	0.917	0.957	0.997
	5	0.895	0.945	0.99

ตารางที่ 4-11 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
10	0.2	0.86	0.958	0.984
	0.5	0.926	0.926	0.986
	1	0.903	0.942	0.986
	2	0.923	0.95	0.99
	5	0.932	0.956	0.989
12	0.2	0.903	0.902	0.981
	0.5	0.908	0.961	0.992
	1	0.922	0.948	0.992
	2	0.883	0.949	0.991
	5	0.898	0.95	0.997

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-11 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1.5,5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 8 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

ตารางที่ 4-12 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(5,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0	0	0
	0.5	0	0.224	0.55
	1	0.427	0.669	0.808
	2	0.725	0.864	0.956
	5	0.937	0.96	0.998
5	0.2	0	0	0.365
	0.5	0.245	0.534	0.77
	1	0.613	0.761	0.932
	2	0.808	0.87	0.973
	5	0.911	0.948	0.991
8	0.2	0	0.229	0.527
	0.5	0.436	0.637	0.873
	1	0.744	0.833	0.935
	2	0.813	0.9	0.972
	5	0.895	0.97	0.994
10	0.2	0.135	0.125	0.666
	0.5	0.431	0.638	0.869
	1	0.711	0.797	0.958
	2	0.838	0.907	0.98
	5	0.915	0.954	0.997
12	0.2	0.085	0.29	0.592
	0.5	0.631	0.792	0.901
	1	0.774	0.828	0.969
	2	0.85	0.944	0.978
	5	0.92	0.959	0.994

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-12 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(5,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

ตารางที่ 4-13 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0	0.549	0.85
	0.5	0.571	0.805	0.946
	1	0.822	0.928	0.969
	2	0.909	0.964	0.995
	5	0.914	0.969	0.995
5	0.2	0.377	0.744	0.915
	0.5	0.743	0.89	0.969
	1	0.861	0.934	0.989
	2	0.916	0.947	0.997
	5	0.9	0.968	0.993
8	0.2	0.535	0.793	0.928
	0.5	0.801	0.898	0.974
	1	0.912	0.945	0.986
	2	0.889	0.949	0.988
	5	0.895	0.958	0.996
10	0.2	0.691	0.665	0.938
	0.5	0.755	0.86	0.97
	1	0.866	0.91	0.991
	2	0.917	0.942	0.988
	5	0.912	0.955	0.993

ตารางที่ 4-13 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
12	0.2	0.552	0.769	0.9
	0.5	0.852	0.929	0.977
	1	0.901	0.939	0.987
	2	0.903	0.971	0.995
	5	0.915	0.955	0.996

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-13 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 8, 10 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 0.5

ตารางที่ 4-14 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(0.8,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0.881	0.977	0.998
	0.5	0.931	0.984	0.996
	1	0.915	0.945	0.996
	2	0.911	0.924	0.998
	5	0.864	0.931	0.983
5	0.2	0.931	0.99	0.997
	0.5	0.886	0.991	0.998
	1	0.929	0.936	0.992
	2	0.891	0.958	0.985
	5	0.895	0.93	0.981
8	0.2	0.926	0.98	0.993
	0.5	0.93	0.961	0.998
	1	0.933	0.947	0.991
	2	0.896	0.936	0.984
	5	0.899	0.948	0.99
10	0.2	0.957	0.981	0.996
	0.5	0.906	0.939	0.992
	1	0.891	0.951	0.996
	2	0.878	0.959	0.989
	5	0.894	0.951	0.983
12	0.2	0.962	0.966	0.997
	0.5	0.9	0.965	0.991
	1	0.909	0.96	0.986
	2	0.909	0.947	0.988
	5	0.87	0.942	0.995

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-14 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(0.8,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 1 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 8, 10 และ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4-15 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0.861	0.98	0.996
	0.5	0.932	0.981	0.994
	1	0.926	0.993	0.999
	2	0.928	0.979	0.994
	5	0.875	0.922	0.988

ตารางที่ 4-15 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
5	0.2	0.92	0.975	0.996
	0.5	0.956	0.962	0.995
	1	0.937	0.98	0.986
	2	0.905	0.962	0.985
	5	0.878	0.922	0.989
8	0.2	0.926	0.968	0.994
	0.5	0.933	0.95	0.991
	1	0.914	0.965	0.992
	2	0.883	0.957	0.988
	5	0.896	0.935	0.985
10	0.2	0.944	0.955	0.998
	0.5	0.9	0.967	0.998
	1	0.921	0.937	0.994
	2	0.912	0.947	0.995
	5	0.877	0.935	0.991
12	0.2	0.911	0.959	0.981
	0.5	0.943	0.958	0.994
	1	0.907	0.964	0.992
	2	0.902	0.942	0.992
	5	0.885	0.952	0.992

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-15 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 2

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 5

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 10 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทั้งหมด ทุกค่าพารามิเตอร์

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้น ที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

4.3 เปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

การคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จะคำนวณจากช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง โดยหาผลต่างระหว่างค่าขอบเขตบนและค่าขอบเขตล่างของช่วงเชื่อมั่น แล้วบวกสะสมไว้เพื่อหาค่าเฉลี่ยเมื่อคำนวณช่วงความเชื่อมั่นครบ 1,000 ครั้ง

4.3.1 วิธีการประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood

ตารางที่ 4-16 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบ

Method of Maximum Likelihood ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	3.145	4.656	-
	2	4.621	6.876	15.662
	5	7.476	10.996	25.530
5	0.2	-	-	-
	0.5	1.241	-	-
	1	1.840	2.399	4.014
	2	2.661	3.470	5.744
	5	4.246	5.538	9.166
8	0.2	-	-	-
	0.5	0.915	-	1.685
	1	1.322	1.645	2.429
	2	1.874	2.339	3.471
	5	3.000	3.737	5.538

ตารางที่ 4-16 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
10	0.2	-	-	-
	0.5	-	0.981	-
	1	1.145	1.413	2.024
	2	1.637	2.016	2.893
	5	2.585	3.189	4.581
12	0.2	0.429	-	-
	0.5	0.713	-	1.225
	1	1.025	1.264	-
	2	1.457	1.786	2.520
	5	2.311	2.849	3.994

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-16 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบ Method of Maximum Likelihood ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 8 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 และเมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมี

พารามิเตอร์เท่ากับ 1 และเมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

4.3.2 วิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา

ตารางที่ 4-17 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	0.844	1.041	1.476
	0.5	1.231	1.491	2.036
	1	1.540	1.854	2.497
	2	2.240	2.681	3.562
	5	-	-	-
5	0.2	0.765	-	-
	0.5	-	1.005	1.372
	1	1.309	1.569	2.092
	2	-	-	2.733
	5	-	-	-
8	0.2	0.567	0.685	0.932
	0.5	0.811	0.973	1.300
	1	1.137	1.359	1.801
	2	1.544	1.843	2.433
	5	2.351	-	3.691
10	0.2	0.505	0.610	0.825
	0.5	0.686	0.822	1.098
	1	0.984	1.176	1.557
	2	1.370	-	-
	5	-	-	-
12	0.2	0.422	0.509	0.690
	0.5	-	-	1.065
	1	0.852	-	-
	2	1.227	1.464	1.930
	5	1.975	2.354	3.098

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-17 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

ตารางที่ 4-18 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(2,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	2.057
	0.5	1.460	1.743	2.385
	1	1.770	2.110	2.826
	2	2.250	2.699	3.617
	5	-	-	-
5	0.2	-	-	-
	0.5	1.114	1.333	1.787
	1	1.407	1.688	2.252
	2	1.868	2.219	2.965
	5	-	-	-
8	0.2	-	-	1.064
	0.5	0.864	1.036	1.384
	1	1.129	1.352	1.791
	2	1.533	1.833	2.429
	5	-	-	3.694
10	0.2	-	-	0.911
	0.5	0.768	0.916	1.218
	1	1.012	1.222	1.612
	2	1.385	1.657	2.172
	5	-	-	3.370

ตารางที่ 4-18 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
12	0.2	-	-	0.817
	0.5	0.694	0.825	1.103
	1	0.932	1.105	1.464
	2	1.282	1.527	2.012
	5	1.988	-	3.117

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-18 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(2,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

ตารางที่ 4-19 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	1.949	-	3.128
	2	2.397	2.875	3.825
	5	-	-	-

ตารางที่ 4-19 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
5	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	2.381
	2	1.958	2.328	3.084
	5	2.873	-	4.535
8	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	1.485
	1	-	-	1.873
	2	1.569	1.874	2.479
	5	2.380	2.842	3.734
10	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	1.059	1.266	1.673
	2	1.414	1.698	2.226
	5	2.166	2.576	3.389
12	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	1.165
	1	0.968	1.154	1.525
	2	1.302	1.550	2.047
	5	-	2.378	3.152

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-19 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 8 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5 และ 8 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

ตารางที่ 4-20 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(2,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	2.013	2.431	3.271
	2	2.578	3.092	4.072
	5	3.834	4.563	6.038
5	0.2	-	-	1.607
	0.5	-	-	1.980
	1	1.534	1.826	2.445
	2	2.030	2.442	3.202
	5	3.078	3.659	4.852
8	0.2	-	-	-
	0.5	0.921	-	1.468
	1	1.199	1.432	1.896
	2	1.625	1.923	2.566
	5	2.493	2.978	3.918
10	0.2	-	-	0.972
	0.5	-	-	-
	1	1.071	1.271	1.683
	2	1.452	1.742	2.280
	5	2.259	2.685	3.519
12	0.2	-	-	-
	0.5	0.722	0.870	1.152
	1	0.961	1.156	1.529
	2	1.337	1.581	2.091
	5	2.066	2.455	3.241

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาด

ตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-20 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(2,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1 และเมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

ตารางที่ 4-21 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	-	-	-
	5	4.135	4.930	6.542

ตารางที่ 4-21 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
5	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	-	-	3.453
	5	3.239	3.870	5.091
8	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	2.029
	2	1.696	2.025	2.678
	5	2.586	-	4.057
10	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	-	1.808	2.382
	5	2.306	2.749	3.618
12	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	1.604
	2	-	1.638	2.159
	5	2.107	2.526	3.303

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตาราง 4-21 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 5 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 5 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 5 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 5, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2

ตารางที่ 4-22 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1.5,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	-
	0.5	1.597	1.930	2.640
	1	1.996	2.379	-
	2	2.603	3.142	4.193
	5	3.970	4.724	6.222
5	0.2	-	-	1.516
	0.5	-	1.390	1.898
	1	1.521	1.811	2.441
	2	2.056	2.462	3.234
	5	3.149	3.759	4.951
8	0.2	0.661	-	-
	0.5	-	1.073	1.417
	1	1.192	1.427	1.879
	2	1.639	1.933	2.569
	5	2.527	3.009	3.971
10	0.2	-	0.681	0.922
	0.5	0.787	0.937	-
	1	1.063	1.262	1.676
	2	1.462	1.752	2.294
	5	2.269	2.706	3.564
12	0.2	0.498	-	0.815
	0.5	0.712	0.845	1.119
	1	0.960	1.157	1.519
	2	1.329	1.595	2.099
	5	2.081	2.488	3.281

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-22 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1.5,3) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 และเมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 8 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 และ เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

ตารางที่ 4-23 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1.5,5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	2.072	2.488	3.308
	2	2.714	3.271	4.309
	5	4.117	4.907	6.519

ตารางที่ 4-23 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
5	0.2	-	-	1.548
	0.5	1.200	1.445	1.946
	1	1.551	1.859	2.492
	2	2.102	2.514	3.323
	5	3.230	3.859	5.078
8	0.2	-	-	-
	0.5	-	1.084	1.448
	1	1.210	1.444	1.910
	2	1.651	1.971	2.609
	5	2.581	3.072	4.050
10	0.2	-	0.687	0.927
	0.5	0.792	-	1.265
	1	1.072	1.281	1.693
	2	1.485	1.769	2.332
	5	2.303	2.745	3.612
12	0.2	0.506	-	-
	0.5	0.713	0.857	1.130
	1	0.973	1.169	1.535
	2	-	1.608	2.119
	5	2.104	2.523	3.299

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-23 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1.5,5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 และ 8 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 และเมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

กรณีี่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1 และ, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

กรณีี่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2, เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 และ เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1

ตารางที่ 4-24 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(5,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	-	-	-
	5	3.965	4.718	6.219
5	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	-	-	-
	5	3.156	3.762	4.995
8	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	-	-	-
	5	2.534	3.019	3.986
10	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	-	-	-
	5	2.276	2.712	3.572
12	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	-	1.647	-
	5	2.088	2.486	3.279

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาด

ตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-24 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(5,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 5 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2

ตารางที่ 4-25 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	-
	2	2.639	3.134	4.163
	5	3.754	4.466	5.890
5	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	2.541
	2	2.054	2.449	3.246
	5	3.046	3.631	4.826
8	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	1.219	1.473	1.949
	2	1.638	1.955	2.569
	5	2.476	2.950	3.896

ตารางที่ 4-25 (ต่อ)

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
10	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	-	-	1.733
	2	1.465	1.747	2.314
	5	2.233	2.661	3.506
12	0.2	-	-	-
	0.5	-	-	-
	1	0.991	1.177	1.556
	2	1.340	1.587	2.102
	5	2.055	2.447	3.228

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-25 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1.5) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2 และ เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 8 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 1 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 2

ตารางที่ 4-26 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(0.8,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	1.210	1.721
	0.5	1.291	1.563	2.178
	1	1.729	2.046	2.823
	2	2.389	-	3.757
	5	-	-	5.763
5	0.2	0.712	0.880	1.233
	0.5	1.005	1.213	1.666
	1	1.389	-	2.210
	2	1.918	2.312	3.077
	5	3.026	-	-
8	0.2	0.549	0.648	0.915
	0.5	0.811	0.971	1.303
	1	1.124	1.338	1.760
	2	1.551	-	2.465
	5	2.457	2.923	3.840
10	0.2	0.485	0.592	0.802
	0.5	0.732	0.873	1.146
	1	1.008	1.204	1.593
	2	-	1.692	2.219
	5	2.222	2.643	3.478
12	0.2	0.437	0.531	0.727
	0.5	0.657	0.787	1.064
	1	0.924	1.103	1.465
	2	1.301	1.543	2.037
	5	-	2.430	3.209

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-26 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(0.8,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

ตารางที่ 4-27 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์โดยมี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

n	λ	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	-	1.308	1.809
	0.5	1.374	1.679	2.291
	1	1.794	2.143	2.864
	2	2.391	2.902	3.808
	5	-	-	5.857
5	0.2	0.772	0.943	1.305
	0.5	1.048	1.256	1.721
	1	1.395	1.679	2.248
	2	1.932	2.329	3.078
	5	-	-	4.742
8	0.2	0.574	0.704	0.954
	0.5	0.825	1.000	1.327
	1	1.136	1.355	1.802
	2	-	1.875	2.497
	5	2.458	-	3.867
10	0.2	0.508	0.609	0.823
	0.5	0.743	0.886	1.180
	1	1.016	1.220	1.609
	2	1.421	1.695	2.237
	5	-	-	3.484
12	0.2	0.455	0.552	-
	0.5	0.676	0.804	1.079
	1	0.933	1.116	1.470
	2	1.301	1.561	2.056
	5	2.046	2.443	3.205

หมายเหตุ : ตัวเอียงหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงที่แคบที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่าง n และ λ

- หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

จากตารางที่ 4-27 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(1,2) ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 ค่าพารามิเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.5, 1, 2 และ 5 สรุปได้ว่า

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2

กรณีที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 3, 5, 8 และ 10 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.2 ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 12 จะมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดเมื่อมีพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5

สำหรับค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงในทุกๆ ตารางนั้น จะพบว่าเมื่อพารามิเตอร์คงที่และขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงลดลง และเมื่อขนาดตัวอย่างคงที่และค่าพารามิเตอร์เพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงเพิ่มขึ้น

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าช่วงเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซอง ด้วยวิธีการประมาณแบบเบย์ ที่มี prior distribution มีการแจกแจงแกมมา โดยศึกษาและเปรียบเทียบในแต่ละสถานการณ์ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเท่ากับ 3, 5, 8, 10 และ 12
2. กำหนดพารามิเตอร์ $\lambda = 0.2, 0.5, 1.0, 2.0$ และ 5.0
3. กำหนดระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 3 ระดับ คือ 90%, 95% และ 99%

โดยจะทำการตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วง เพื่อหาวิธีการประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์

5.1 อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวส์ซองด้วยวิธีการประมาณแบบเบย์ที่ใช้ prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาโดยมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 5-1 วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ และระดับความเชื่อมั่น

ขนาด ตัวอย่าง	พารามิเตอร์ (λ)	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
3	0.2	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	0.5	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	1	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	2	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	5	gamma(3,1.5)	gamma(3,1.5)	gamma(0.8,2)
5	0.2	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)
	0.5	gamma(0.8,2)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	1	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	2	gamma(2,1)	gamma(2,1)	gamma(1,1)
	5	gamma(3,1)	gamma(3,1.5)	gamma(3,1)

ตารางที่ 5-1 (ต่อ)

ขนาด ตัวอย่าง	พารามิเตอร์ (λ)	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
8	0.2	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)
	0.5	gamma(0.8,2), gamma(1,1)	gamma(0.8,2)	gamma(1,1)
	1	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)
	2	gamma(1,1)	gamma(2,1)	gamma(2,1)
	5	gamma(3,1)	gamma(3,1)	gamma(1,1)
10	0.2	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)
	0.5	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	1	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	2	gamma(1,1)	gamma(2,1)	gamma(2,1)
	5	gamma(3,1)	gamma(3,1)	gamma(2,1)
12	0.2	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	0.5	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)	gamma(0.8,2)
	1	gamma(1,1)	gamma(0.8,2)	gamma(2,1)
	2	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)
	5	gamma(1,1)	gamma(1,1)	gamma(1,1)

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวส์ซงในแต่ละสถานการณ์จะพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ถ้า prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาที่มี α_1 และ β_1 ต่างกัน ตัวประมาณใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ และมีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด ตัวประมาณนั้นเป็นตัวประมาณที่ดีที่สุดสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ในสถานการณ์นั้นๆ

ผลการศึกษาพบว่าทั้ง 2 วิธีให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ยกเว้นวิธีการประมาณค่าแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา(3,1) การแจกแจงแกมมา(3,3) และ การแจกแจงแกมมา(5,1.5)

เมื่อนำสถานการณ์ที่ตัวประมาณให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดมาเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยรายละเอียดสามารถสรุปผลได้ดังตารางที่ 5-1

จากตารางที่ 5-1 ซึ่งแสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% สรุปได้ดังนี้

5.1.1 การแจกแจงแกมมา(1,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด

5.1.1.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 3$ และ $\lambda = 0.2, 0.5, 1, 2$

5.1.1.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 1, 2, 5$

5.1.1.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 0.5, 2$

- 5.1.1.4 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 0.5, 1, 2$
- 5.1.1.5 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 1, 2, 5$
- 5.1.2 การแจกแจงแกมมา(3,1.5) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 3$ และ $\lambda = 5$
- 5.1.3 การแจกแจงแกมมา(0.8,2) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.3.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 0.2, 0.5$
 - 5.1.3.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 0.2, 0.5$
 - 5.1.3.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 0.2$
 - 5.1.3.4 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 0.5$
- 5.1.4 การแจกแจงแกมมา(2,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 2$
- 5.1.5 การแจกแจงแกมมา(3,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.5.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 5$
 - 5.1.5.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 5$
 - 5.1.5.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 5$

การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- 5.1.6 การแจกแจงแกมมา(1,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.6.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 3$ และ $\lambda = 0.2, 0.5, 1, 2$
 - 5.1.6.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 0.5, 1$
 - 5.1.6.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 0.5, 1$
 - 5.1.6.4 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 0.2, 2, 5$
- 5.1.7 การแจกแจงแกมมา(3,1.5) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.7.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 3$ และ $\lambda = 5$
 - 5.1.7.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 5$
- 5.1.8 การแจกแจงแกมมา(0.8,2) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.8.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 0.2$
 - 5.1.8.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 0.2, 0.5, 1$

- 5.1.8.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 0.2$
 - 5.1.8.4 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 0.5, 1$
 - 5.1.9 การแจกแจงแกมมา(2,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.9.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 2$
 - 5.1.9.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 2$
 - 5.1.9.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 2$
 - 5.1.9.4 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 0.5, 1$
 - 5.1.10 การแจกแจงแกมมา(3,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.10.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 5$
 - 5.1.10.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 5$
 - 5.1.10.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 0.5, 1$
- การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้
- 5.1.11 การแจกแจงแกมมา(1,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.11.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 3$ และ $\lambda = 0.2, 0.5, 1, 2$
 - 5.1.11.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 0.5, 1, 2$
 - 5.1.11.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 0.5, 5$
 - 5.1.11.4 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 0.5, 1$
 - 5.1.11.5 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 0.2, 2, 5$
 - 5.1.12 การแจกแจงแกมมา(0.8,2) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด
 - 5.1.12.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 3$ และ $\lambda = 5$
 - 5.1.12.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 0.2$
 - 5.1.12.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 0.2, 1$
 - 5.1.12.4 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 0.2$
 - 5.1.12.5 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 0.5$
 - 5.1.13 การแจกแจงแกมมา(3,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 5$ และ $\lambda = 5$
 - 5.1.14 การแจกแจงแกมมา(2,1) ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าแบบช่วงแคบที่สุด

5.1.14.1 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 8$ และ $\lambda = 2$

5.1.14.2 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 10$ และ $\lambda = 2, 5$

5.1.14.3 เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 12$ และ $\lambda = 1$

การเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นระหว่างวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา และวิธีการประมาณแบบแมกซ์ิมัมลิลิฮูดนั้น วิธีการประมาณแบบเบย์มีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบกว่าวิธีการประมาณแบบแมกซ์ิมัมลิลิฮูดในทุกสถานการณ์ที่ได้ทำการศึกษา

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

การวิจัยในครั้งนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในวิธีการประมาณแบบเบย์ที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมาโดยการเลือกใช้ตัวประมาณต่างๆ พิจารณาตามตารางที่ 5-1

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

5.2.2.1 ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบอื่นๆ

5.2.2.2 ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์สำหรับการแจกแจงแบบปัวซองโดยใช้เกณฑ์การพิจารณาอื่นๆ

5.2.2.3 ศึกษาวิธีการประมาณแบบเบย์โดยใช้ prior distribution รูปแบบอื่นๆ

5.2.2.4 ศึกษาวิธีการประมาณแบบเบย์เมื่อพารามิเตอร์ของ prior distribution ที่ใช้มีการแจกแจงรูปแบบอื่นๆ

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

คณิต ไชยมุกต์ และ โนรี ใจใส. **หลักสถิติ**. ปัตตานี : มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์, 2529.

ทองคำ ไม้กัลด. **สถิติเชิงอนุมานเบื้องต้น**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2546.

นวพร นาถนิตธาตา. **การประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวส์ซอง**. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2539.

มิ่งขวัญ เจริญประยูร. **ความน่าจะเป็นและสถิติ**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยพระจอมเกล้าธนบุรี, 2549.

วิจิตรา พลเยี่ยม. **ทฤษฎีความน่าจะเป็น**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2541.

สายชล สันสมบุรณ์ทอง. **สถิติคณิตศาสตร์ 1**. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : จามจุรีโปรดักท์, 2549.

สุชาดา กิระนันท์. **การอนุมานเชิงสถิติ**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2525.

สุภลักษณ์ ประเสริฐสังข์. **การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวส์ซอง**. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2543.

สุเมธ สมภักดี. **สถิติคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัดยงพลเทรดดิ้ง, 2542.

อาคม เผือกจันทิก. **การเปรียบเทียบการประมาณแบบช่วงพารามิเตอร์ปัวส์ซองเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก**. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ 2546.

ภาษาอังกฤษ

Allen, M.P. and Tildesley, D.J. **Computer Simulation of Liquids**. New York : Oxford University, 1989.

Beyer H. William. **Handbook of Tables for Probability and Statistics**. 2nd ed. The Chemical Rubber Co. 1968.

- Freund E. John. **Mathematical statistics**. 2nd ed. United States of America : Prentice-Hall, Inc. 1971.
- Ghosh, B.K. **A comparison of some approximate confidence intervals for binomial parameter**. Journal of The American Statistical Association. 74 (1979) : 894-900.
- Hammersley, J.M. and Handscomb D.C.. **Monte Carlo Method**. London : Champman and Hall Ltd., 1994.
- Hogg Robert V., McKean Joseph W and Craig Allen T. **Introduction to Mathematical Statistics**. 6th ed. United States of America : Pearson Education, Inc. 2005.
- Hoover, S.V. and Perry, R.F. **Simulation : A Problem – Solving Approach**. United States of America : Addison – Wesley Publishing Company, Inc. 1989.
- MATLAB Central web site: <http://www.mathworks.com>., 2005.
- Ross T.D. **Accurate confidence intervals for binomial proportion and Poisson rate estimation**. Comput. Biol. Med. 33 (2003) : 509-531.
- Sobol, I.M. **The Monte Carlo Method**. 2nd ed. Moscow : Mir Publishers, 1984.
- Stamey J.D., J.W. Seaman and D.M. Young. **Bayesian analysis of complementary Poisson rate parameters with data subject to misclassification**. Statist. Plann. Inference 134 (2005), 36-48.
- Wardell G. Don. **Small Sample Interval Estimation of Bernoulli and Poisson Parameters**. The American Statistician. 51 (1997) : 321-325.
- WINBUG web site: <http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/winbugs/contents.shtml>, 2007.
- Woodward J.A., W.C. Liu and D.G. Bonett. **Shortest two-tailed confidence intervals**. Appl. Math. Comput. 84 (1 1997) : 65-76.

ภาคผนวก ก

1. โปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการวิจัยการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์สำหรับการแจกแจงแบบปัวซองที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา

MAIN PROGRAM

```
clc
close all
clear all
tic

alpha = 1;
beta = 1;
repeat = 1000;
n=[3 5 8 10 12];
ramda=[0.2 0.5 1 2 5];
namesave ='output5.xls';

for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        for j=1:repeat
            [x]=poi(ramda(i),n(h));
            v=2*(x+alpha);
            a=beta/(2*(n(h)*beta+1));

            ch995 = chi2inv(0.995,v);
            pu99(i,j,h)=ch995*a;
            ch005 = chi2inv(0.005,v);
            pl99(i,j,h)=ch005*a;

            [x]=poi(ramda(i),n(h));
            v=2*(x+alpha);
            a=beta/(2*(n(h)*beta+1));
            ch975 = chi2inv(0.975,v);
            pu95(i,j,h)=ch975*a;
            ch025 = chi2inv(0.025,v);
            pl95(i,j,h)=ch025*a;

            [x]=poi(ramda(i),n(h));
            v=2*(x+alpha);
            a=beta/(2*(n(h)*beta+1));
            ch950 = chi2inv(0.950,v);
```

```

        pu90(i,j,h)=ch950*a;
        ch050 = chi2inv(0.050,v);
        pl90(i,j,h)=ch050*a;

    end
end
end

[coef90,coef95,coef99]=coef(ramda,n,repeat,pu99,pu95,pu90,pl90,pl95,p
199);
[avintv90,avintv95,avintv99]=intv(ramda,n,repeat,pu99,pu95,pu90,pl90,
pl95,pl99,coef90,coef95,coef99);

c = {'n','ramda','confident interval'};
d={'90%','95%','99%'};

a = 1;
f={};
for h=1:size(n,2)
    f{a} = n(h);
    a = a + size(ramda,2);
end;

a = 1;
r={};
for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        r{a} = ramda(i);
        a = a+1;
    end;
end;

a = 1;
co90={};
for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        co90{a} = coef90(i,h);
        a = a+1;
    end;
end;

a = 1;
co95={};
for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        co95{a} = coef95(i,h);
        a = a+1;
    end;
end;

a = 1;
co99={};

```

```

for h=1:size(n,2)
for i=1:size(ramda,2)
    co99{a} = coef99(i,h);
    a = a+1;
end;
end;

a = 1;
in90={};
for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        if avintv90(i,h) == 0
            in90{a}='        -';
        else
            in90{a}=avintv90(i,h);
        end;
        a = a+1;
    end;
end;

a = 1;
in95={};
for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        if avintv95(i,h) == 0
            in95{a}='        -';
        else
            in95{a}=avintv95(i,h);
        end;
        a = a+1;
    end;
end;

a = 1;
in99={};
for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        if avintv99(i,h) == 0
            in99{a}='        -';
        else
            in99{a}=avintv99(i,h);
        end;
        a = a+1;
    end;
end;

```

LINKING TO EXCEL PROGRAM

```

xlswrite(namesave,c,'coefficient','A1');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,d,'coefficient','C2');

```

```

warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,f,'coefficient','A3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,r,'coefficient','B3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,co90,'coefficient','C3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,co95,'coefficient','D3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,co99,'coefficient','E3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet

xlswrite(namesave,c,'interval lenght','A1');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,d,'interval lenght','C2');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,f,'interval lenght','A3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,r,'interval lenght','B3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,in90,'interval lenght','C3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,in95,'interval lenght','D3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet
xlswrite(namesave,in99,'interval lenght','E3');
warning off MATLAB:xlswrite:AddSheet

```

GENERATING DATA

```

function [x]=poi(ramda,n)
[y] = random('Poisson',ramda,1,n);
x=sum(y);

```

CONFIDENCE COEFFICIENT

```

function
[coef90,coef95,coef99]=coef(ramda,n,repeat,pu99,pu95,pu90,pl90,pl95,p
l99)

for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)

        cc=find((ramda(i)>pl90(i,:,h)) & (ramda(i)<pu90(i,:,h)));
        c=size(cc,2);
    end
end

```

```

dd=find((ramda(i)>p195(i,:,h)) & (ramda(i)<pu95(i,:,h)));
d=size(dd,2);

ee=find((ramda(i)>p199(i,:,h)) & (ramda(i)<pu99(i,:,h)));
e=size(ee,2);

coef90(i,h)=c/repeat;
coef95(i,h)=d/repeat;
coef99(i,h)=e/repeat;
end
end

```

CRITERION FOR DETERMINE

```

function
[avintv90,avintv95,avintv99]=intv(ramda,n,repeat,pu99,pu95,pu90,p190,
p195,p199,coef90,coef95,coef99)

for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        if coef90(i,h)>0.8840
            intv90(i,:,h)=pu90(i,:,h)-p190(i,:,h);
            sumintv90=sum(intv90(i,:,h));
            avintv90(i,h)=sumintv90/repeat;
        else
            avintv90(i,h)=0;
        end
        if coef95(i,h)>0.9360
            intv95(i,:,h)=pu95(i,:,h)-p195(i,:,h);
            sumintv95=sum(intv95(i,:,h));
            avintv95(i,h)=sumintv95/repeat;
        else
            avintv95(i,h)=0;
        end
        if coef99(i,h)>0.9810
            intv99(i,:,h)=pu99(i,:,h)-p199(i,:,h);
            sumintv99=sum(intv99(i,:,h));
            avintv99(i,h)=sumintv99/repeat;
        else
            avintv99(i,h)=0;
        end
    end
end
end

```

2. โปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการวิจัยการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบ Method of Maximum Likelihood สำหรับการแจกแจงแบบปัวซอง

MAIN PROGRAM

```
clc
close all
clear all
```

```
repeat = 1000;
n=[3 5 8 10 12];
ramda=[0.2 0.5 1 2 5];
namesave ='test.xls';
```

```
[pu99,pu95,pu90,pl90,pl95,pl99]= boundt(ramda,n,repeat);
% Function for compute Upper and Lower of Interval Estimation
```

```
[coef90,coef95,coef99]=coef(ramda,n,repeat,pu99,pu95,pu90,pl90,pl95,pl99);
% Function for compute Coefficient of Confidence
```

```
[avintv90,avintv95,avintv99]=intv(ramda,n,repeat,pu99,pu95,pu90,pl90,pl95,pl99,coef90,coef95,coef99);
% Function for compute Length average of Confidence Interval
```

```
p = 1;
headn={};
for k=1:size(n,2)
    headn{p} = n(k);
    p = p + size(ramda,2);
end;
```

```
p = 1;
headr={};
for k=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        headr{p} = ramda(i);
        p=p+1;
    end;
end;
```

```
p = 1;
```



```

co90={};
co95={};
co99={};
for k=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        co90{p} = coef90(i,k);
        co95{p} = coef95(i,k);
        co99{p} = coef99(i,k);
        p=p+1;
    end;
end;

```

```

p = 1;
in90={};
in95={};
in99={};
for k=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        if avintv90(i,k) == 0
            in90{p}='          -';
        else
            in90{p}=avintv90(i,k);
        end;
        if avintv95(i,k) == 0
            in95{p}='          -';
        else
            in95{p}=avintv95(i,k);
        end;
        if avintv99(i,k) == 0
            in99{p}='          -';
        else
            in99{p}=avintv99(i,k);
        end;
        p = p+1;
    end;
end;

```

UPPER AND LOWER OF INTERVAL ESTIMATION

```
function [pu99,pu95,pu90,pl90,pl95,pl99]= boundt(ramda,n,repeat)
```

```

for k=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        for j=1:repeat
            [x]=poi(ramda(i),n(k));
            v=n(k)-1;

```

```

a=x/n(k);
pu99(i,j,k)=a+tinvt(0.995,v)*sqrt(a/n(k));
pl99(i,j,k)=a-tinvt(0.995,v)*sqrt(a/n(k));

[x]=poi(ramda(i),n(k));
v=n(k)-1;
a=x/n(k);
pu95(i,j,k)=a+tinvt(0.975,v)*sqrt(a/n(k));
pl95(i,j,k)=a-tinvt(0.075,v)*sqrt(a/n(k));

[x]=poi(ramda(i),n(k));
v=n(k)-1;
a=x/n(k);
pu90(i,j,k)=a+tinvt(0.95,v)*sqrt(a/n(k));
pl90(i,j,k)=a-tinvt(0.95,v)*sqrt(a/n(k));

end
end
end

*****

CONFIDENCE COEFFICIENT

*****

function
[coef90,coef95,coef99]=coef(ramda,n,repeat,pu99,pu95,pu90,pl90,pl95,p
l99)
% Function for compute Coefficient of Confidence
% coef90 coef95 and coef99 are coefficient of confidences for 90% 95%
and 99% confidence Intervals.

for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)

        cc=find((ramda(i)>pl90(i,:,h)) & (ramda(i)<pu90(i,:,h)));
        c=size(cc,2);

        dd=find((ramda(i)>pl95(i,:,h)) & (ramda(i)<pu95(i,:,h)));
        d=size(dd,2);

        ee=find((ramda(i)>pl99(i,:,h)) & (ramda(i)<pu99(i,:,h)));
        e=size(ee,2);

        coef90(i,h)=c/repeat;

```

```

        coef95(i,h)=d/repeat;
        coef99(i,h)=e/repeat;
    end
end

```

CRITERION FOR DETERMINE

```

function
[avintv90,avintv95,avintv99]=intv(ramda,n,repeat,pu99,pu95,pu90,pl90,
pl95,pl99,coef90,coef95,coef99)
% Function for compute Length average of Confidence Interval
% avintv90,avintv95 and avintv99 are length average of confidence
Intervals for 90% 95% and 99% confidence Interval.

for h=1:size(n,2)
    for i=1:size(ramda,2)
        if coef90(i,h)>0.8840
            intv90(i,:,h)=pu90(i,:,h)-pl90(i,:,h);
            sumintv90=sum(intv90(i,:,h));
            avintv90(i,h)=sumintv90/repeat;
        else
            avintv90(i,h)=0;
        end
        if coef95(i,h)>0.9360
            intv95(i,:,h)=pu95(i,:,h)-pl95(i,:,h);
            sumintv95=sum(intv95(i,:,h));
            avintv95(i,h)=sumintv95/repeat;
        else
            avintv95(i,h)=0;
        end
        if coef99(i,h)>0.9810
            intv99(i,:,h)=pu99(i,:,h)-pl99(i,:,h);
            sumintv99=sum(intv99(i,:,h));
            avintv99(i,h)=sumintv99/repeat;
        else
            avintv99(i,h)=0;
        end
    end
end
end

```

3. โปรแกรมที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์สำหรับการแจกแจงแบบปัวซองที่มี prior distribution เป็นการแจกแจงแกมมา

3.1 โปรแกรม R

GENERATING DATA

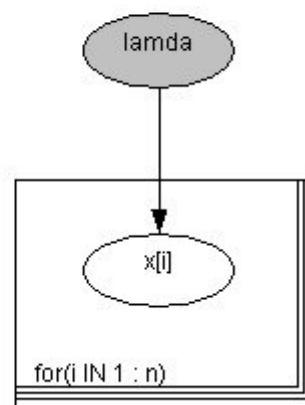
```
> rpois(3,0.2)
> rpois(3,0.5)
> rpois(3,1.0)
> rpois(3,2.0)
> rpois(3,5.0)
> rpois(5,0.2)
> rpois(5,0.5)
> rpois(5,1.0)
> rpois(5,2.0)
> rpois(5,5.0)
> rpois(8,0.2)
> rpois(8,0.5)
> rpois(8,1.0)
> rpois(8,2.0)
> rpois(8,5.0)
> rpois(10,0.2)
> rpois(10,0.5)
> rpois(10,1.0)
> rpois(10,2.0)
> rpois(10,5.0)
> rpois(12,0.2)
> rpois(12,0.5)
> rpois(12,1.0)
> rpois(12,2.0)
> rpois(12,5.0)
```

3.2 โปรแกรม WinBUGS

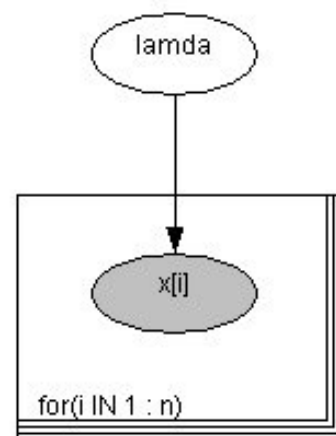
UPPER AND LOWER OF INTERVAL ESTIMATION

Graphical *model* :

name:	lamda	type:	stochastic	density:	dgamma	
shape	1	scale	1	lower bound		upper bound



name:	x[i]	type:	stochastic	density:	dpois	
mean	lamda	lower bound		upper bound		



BUG *language* :

```
model;
{
  l ~ dbeta(1,2)
  for( i in 1 : n ) {
    x[i] ~ dpois(l)
  }
}
data;
list(x=c(3,0,0,0,2,0,0,2,1,1,1,0),n=12)
init;
list(l=0.5)
```

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ : นางสาวกฤตยา โพธิ์แดง
 ชื่อวิทยานิพนธ์ : วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์สำหรับการแจกแจงปัวส์ซองเมื่อ
 กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก
 สาขาวิชา : สถิติประยุกต์

ประวัติ

ประวัติส่วนตัว เกิดวันที่ 7 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2525

ประวัติการศึกษา สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี วิทยาศาสตร์บัณฑิต (วท.บ.) จาก
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ ภาควิชาสถิติ
 ประยุกต์ ในปีการศึกษา 2545 และเข้าศึกษาในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สถาบัน
 เทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ ภาควิชาสถิติประยุกต์ ใน
 ปีการศึกษา 2546