



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรื่อง การออกแบบอินพุตที่เหมาะสมเพื่อทำนายเอกลักษณ์ของระบบรองรับในรถยนต์

โดยประยุกต์ใช้วิธีการเชิงพันธุกรรม

โดย นายเขตพงศ์ อินทรชัยศรี

ได้รับอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.มงคล หวังสถิตย์วงศ์)

21 พฤษภาคม 2550

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สินชัย ชินวรรรัตน์)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศิริพรรณ ธงชัย)

กรรมการ

(อาจารย์ ดร.พิชัย อัมมมงคล)

การออกแบบอินพุตที่เหมาะสมเพื่อทำนายเอกลักษณ์ของระบบรองรับในรถยนต์
โดยประยุกต์ใช้วิธีการเชิงพันธุกรรม

นายเขตพงศ์ อินทรชัยศรี

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ปีการศึกษา 2549
ลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

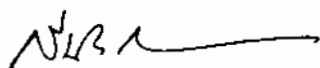
ชื่อ : นายเขตพงศ์ อินทรชัยศรี
ชื่อวิทยานิพนธ์ : การออกแบบอินพุตที่เหมาะสมเพื่อการทำนายเอกลักษณ์ของระบบ
รองรับในรถยนต์โดยประยุกต์ใช้วิธีการเชิงพันธุกรรม
สาขาวิชา : วิศวกรรมเครื่องกล
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สินชัย ชินวรรค์
ปีการศึกษา : 2549

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์ที่จะออกแบบอินพุตที่เหมาะสม สำหรับระบบรองรับในรถยนต์อย่าง
ง่าย อินพุตที่เหมาะสมนี้จะคำนวณแบบวนซ้ำจากเมตริกซ์ความสัมพันธ์ที่ประกอบไปด้วยข้อมูลที่
จำเป็นต่อการทำนายเอกลักษณ์ อินพุตแบบใหม่จะถูกคำนวณล่วงหน้าหนึ่งขั้นจากตัวกรองแบบ
ทำนาย ข้อมูลที่สำคัญเพิ่มขึ้นได้ด้วยความช่วยเหลือจากวิธีการเชิงพันธุกรรมอย่างง่าย ผลจากการ
จำลองเชิงตัวเลขแสดงผลของการทำนายเอกลักษณ์ที่ดีกว่าของอินพุตแบบใหม่

(วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 58 หน้า)

คำสำคัญ : การหาเอกลักษณ์ของระบบ, วิธีการเชิงพันธุกรรม



อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ ก็ด้วยความช่วยเหลือจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สิ้นชัย ชินวรรค์ อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ และ Associate Professor Dr. Marco P. Schoen ที่ได้ให้คำปรึกษาและแนวคิดที่มีประโยชน์ในการแก้ปัญหาทางวิจัย จึงใคร่ขอขอบพระคุณไว้เป็นอย่างสูงในโอกาสนี้

ท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ได้ให้กำลังใจและความช่วยเหลืออย่างเต็มที่ในการทำวิจัยครั้งนี้

เขตพงศ์ อินทรชัยศรี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ซ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	ณ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา	2
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.4 ขอบเขตการวิจัย	2
1.5 ขั้นตอนการวิจัย	3
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
บทที่ 2 ทฤษฎีที่ใช้ในงานวิจัย	4
2.1 บทนำ	4
2.2 หลักการหาเอกลักษณ์ของระบบวงจรเปิด	5
2.3 การออกแบบอินพุตที่เหมาะสมสำหรับกระบวนการหา เอกลักษณ์	10
2.4 หลักการเบื้องต้นของวิธีการเชิงพันธุกรรม	12
บทที่ 3 ขั้นตอนการวิจัย	16
3.1 กระบวนการการหาเอกลักษณ์โดยวิธีตัวสังเกตการณ์ของกาลมาน	16
3.2 ขั้นตอนการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม	18
3.3 อุปกรณ์ที่ใช้ในงานวิจัย	19
3.4 กระบวนการทดลองกับระบบรองรับ	21
บทที่ 4 ผลการวิจัย	22
4.1 ผลที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลข	22
4.2 ผลการทดลองกับระบบรองรับ	45
บทที่ 5 สรุปและเสนอแนะ	48

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5.1 สรุป	48
5.2 ข้อเสนอแนะ	48
เอกสารอ้างอิง	49
ภาคผนวก ก	50
แบบจำลองของระบบรองรับ	51
ภาคผนวก ข	53
Kalman Filter	54
ประวัติผู้วิจัย	58

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2-1 ตารางเปรียบเทียบความหมายศัพท์ที่ใช้ในกระบวนการเชิงพันธุกรรม	13
4-1 ตารางเปรียบเทียบค่าไอเคนวาลูที่หาได้โดยใช้การจำลองเชิงตัวเลขเมื่อทดลองเพิ่มค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวน	23
4-2 เมตริกซ์ระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%	24
4-3 เมตริกซ์ระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%	27
4-4 เมตริกซ์ระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.004%	30
4-5 ตารางเปรียบเทียบค่าไอเคนวาลูที่หาได้จากระบบรองรับเมื่อเปลี่ยนขอบเขตของอินพุต	33
4-6 เมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.006m ถึง 0.006m	33
4-7 เมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.008m ถึง 0.008m	36
4-8 เมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.01m ถึง 0.01m	39
4-9 เมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.012m ถึง 0.012m	42

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2-1 กระบวนการทำงานของวิธีการเชิงพันธุกรรม	13
2-2 วงล้อรูเล็ต	14
2-3 การข้ามสายพันธุ์แบบบีแอลเอ็กซ์-แอลฟา (BLX - α Crossover)	14
2-4 กระบวนการกลายพันธุ์	15
3-1 ขั้นตอนการหาเอกลักษณ์โดยวิธีตัวสังเกตการณ์ของคาตมาน	17
3-2 แผนผังการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม	18
3-3 ระบบมวล สปริงและตัวหน่วง	19
3-4 หัวเข่า	20
3-5 เครื่องขยายสัญญาณ	20
3-6 เครื่องขยายสัญญาณ	20
3-7 อุปกรณ์รับส่งข้อมูล	21
3-8 กระบวนการทดลองกับระบบรองรับ	21
4-1 อินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%	24
4-2 เอาท์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%	25
4-3 อินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%	25
4-4 เอาท์พุตที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%	26
4-5 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุต แบบสุ่มกับอินพุตแบบเหมาะสมของระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณ รบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%	26
4-6 อินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้แก่ระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณ รบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัด 0.003%	27
4-7 เอาท์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%	28

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-8 อินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%	28
4-9 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนของมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%	29
4-10 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคฟารามิเตอร์ระหว่างอินพุตแบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมของระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%	29
4-11 อินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้แก่ระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัด 0.004%	30
4-12 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.004%	31
4-13 อินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัด 0.004%	31
4-14 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้แก่ระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัด 0.004%	32
4-15 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคฟารามิเตอร์ระหว่างอินพุตแบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมของระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.004 %	32
4-16 อินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.006m ถึง 0.006 m	34
4-17 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต-0.006m ถึง 0.006 m	34
4-18 อินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.006m ถึง 0.006 m	35
4-19 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต-0.006m ถึง 0.006 m	35
4-20 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคฟารามิเตอร์ระหว่างอินพุตแบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขตของอินพุต -0.006m ถึง 0.006m	36
4-21 อินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m	37
4-22 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m	37
4-23 อินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m	38

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-24	เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m 38
4-25	กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่าง อินพุตแบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขตของอินพุต -0.008m ถึง 0.008m 39
4-26	อินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.01m ถึง 0.01m 40
4-27	เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.01m ถึง 0.01m 40
4-28	อินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.01m ถึง 0.01m 41
4-29	เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.01m ถึง 0.01m 41
4-30	กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุต แบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขตของอินพุต -0.01m ถึง 0.01m 42
4-31	อินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.012m ถึง 0.012m 43
4-32	เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.012m ถึง 0.012m 43
4-33	อินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.012m ถึง 0.012m 44
4-34	เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.012m ถึง 0.012m 44
4-35	กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุต แบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขตของอินพุต -0.012m ถึง 0.012m 45
4-36	อินพุตของระบบรองรับที่อัตราสุ่มสัญญาณความถี่ 100 Hz 46
4-37	เอาต์พุตของระบบรองรับที่อัตราสุ่มสัญญาณความถี่ 100 Hz 46
4-38	สัญญาณอินพุตที่ให้เครื่องขยายสัญญาณที่อัตราสุ่มความถี่ 100 Hz 47
4-39	สัญญาณที่วัดได้จากฐานหัวเข็มที่อัตราสุ่มความถี่ 100 Hz 47
ก-1	ระบบมวล สปริงและตัวหน่วงที่ใช้แทนระบบรองรับในรถยนต์ 51

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

สัญลักษณ์

A, B, C, D	เมตริกซ์ของระบบวงจรเปิด
H	เมตริกซ์ฮันเคิล (Hankel Matrix)
K	ค่าขยายตัวกรองของคาลมาน (Kalman Filter Gain)
P	เมตริกซ์ความสัมพันธ์ (Inverse Correlation Matrix)
Y_s	มาร์โคพารามิเตอร์ของระบบวงจรเปิด (Open-loop System Markov Parameter)
Y_k	มาร์โคพารามิเตอร์ของตัวกรองแบบคาลมาน (Kalman Filter Markov Parameter)
U, V	เมตริกซ์ตั้งฉาก (Orthogonal Matrix)
Q, R	เมตริกซ์โควาเรียนซ์ (Covariance Matrix)
S	เมตริกซ์ย่อย
O	เมตริกซ์สังเกตการณ์ได้ (Observability Matrix)
X	เวกเตอร์ของสถานะ
u	เวกเตอร์ของอินพุต
y	เวกเตอร์ของเอาต์พุต
n_i	จำนวนของอินพุต
n_o	จำนวนของเอาต์พุต
k	ค่าคงตัวของสปริง
c	ค่าคงตัวของการหน่วงแบบของเหลวหนืด

ตัวอักษรกรีก

ε	ค่าเอาต์พุตเรซิดูอัล (Output Residual)
Φ	เมตริกซ์ข้อมูล (Information Matrix)
ω	สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในกระบวนการ (Process Noise)
ω_n	ความถี่ธรรมชาติ
ζ	สัมประสิทธิ์การหน่วง

v	สัญญาณรบกวนที่เกิดในเครื่องมือวัด (Measurement Noise)
Θ	เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของแบบจำลอง ARX
φ	เมตริกซ์แถวสุดท้ายของเมตริกซ์ข้อมูล
χ	โควาเรียนซ์ความผิดพลาด
σ	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
Σ	เมตริกซ์มูมดาก

ตัวห้อย

k	ช่วงเวลาที่ k
i, j	แถวและหลักของเมตริกซ์
F	โพรเบนเนียนอร์ม (Frobenius Norm)

ตัวยก

T	ทรานสโพสเมตริกซ์ (Transpose Matrix)
-1	อินเวอร์สของเมตริกซ์ (Inverse Matrix)

คำย่อ

ARX	Auto Regressive with Exogenous Model
ERA	Eigensystem Realization Algorithm
GA	Genetic Algorithm
OKID	Observer/Kalman Filter System Identification

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการออกแบบระบบควบคุม เพราะสามารถบอกคุณสมบัติทางพลวัตของระบบควบคุมนั้นได้ การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบทางพลศาสตร์(Dynamic System)[1]โดยทั่วไปมีสองวิธีหลักคือ วิธีเชิงสังเคราะห์(Analytical Approach) ใช้ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของคุณสมบัติทางกายภาพภายในองค์ประกอบของระบบนั้น มาแก้สมการแล้วสร้างแบบจำลอง วิธีที่สองคือวิธีเชิงทดลอง(Experiment Approach) ใช้การทดลองเก็บข้อมูลอินพุตและเอาต์พุต มาสร้างแบบจำลองภายใต้สมมติฐานจากแบบจำลองที่คัดเลือกไว้ว่ามีความใกล้เคียงกัน(Candidate Model) การทำนายเอกลักษณ์จัดอยู่ในแนวทางที่สอง การทำนายเอกลักษณ์ทำได้หลายวิธีและสามารถแบ่งโดเมนที่ใช้ในการหาเอกลักษณ์เป็นสองโดเมนคือ โดเมนเวลาและโดเมนความถี่ วิธี Observer/Kalman Filter Identification (OKID) จัดเป็นวิธีที่น่าสนใจวิธีหนึ่งสำหรับโดเมนเวลา ข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตที่เก็บมาได้จะนำมาสร้างมาร์โคพารามิเตอร์ของระบบเปิด(Open-loop Markov Parameter) และมาร์โคพารามิเตอร์ของตัวกรองแบบคาลมาน(Kalman Filter Markov Parameter) ค่ามาร์โคพารามิเตอร์ของระบบเปิดสามารถนำไปสร้างเมตริกซ์ระบบได้

สำหรับระบบที่สัญญาณรบกวนไม่มาก การใช้วิธี Observer/Kalman Filter Identification (OKID) จัดว่าเป็นวิธีที่น่าสนใจ เริ่มต้นโดยการใช้อินพุตแบบสุ่มกระตุ้นระบบ จากนั้นทำการเก็บค่าอินพุตและเอาต์พุตมาเป็นข้อมูลในการทำนายเอกลักษณ์ของระบบ ต่อมาเริ่มมีความสนใจในการหาเอกลักษณ์ในเวลาทำงาน เพื่อนำมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมในเวลาจริง และต้องสามารถทำนายเอกลักษณ์ได้ใกล้เคียงกับระบบจริง เมื่อมีสัญญาณรบกวนในระดับหนึ่ง การออกแบบอินพุตที่เหมาะสมเพื่อไปกระตุ้นระบบจึงเป็นสิ่งจำเป็น

ในวิทยานิพนธ์นี้ จะใช้วิธีการเชิงพันธุกรรมมาช่วยในการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม เพื่อใช้กับระบบรองรับในรถยนต์อย่างง่ายซึ่งประกอบด้วย มวล สปริง และตัวหน่วงชนิดของเหลวหนืด วิธีการเชิงพันธุกรรมอาศัยทฤษฎีการวิวัฒนาการของ ชาร์ล คาลวิน โดยอ้างอิงแนวความคิดอยู่รอดของผู้ที่แข็งแกร่งที่สุดมาพัฒนาเป็นเทคนิคการหาค่าเหมาะสมที่สุด การทำงานของวิธีการเชิงพันธุกรรมเริ่มต้นโดยการสมมติค่าตอบเริ่มต้น ค่าตอบในรุ่นหนึ่งจะนำไปสู่ค่าตอบที่ดีขึ้นในรุ่น

ถัดไป โดยคัดเลือกตามค่าความแข็งแรงของค่าตอบนั้นมาทำการข้ามสายพันธุ์และกลายพันธุ์ตามลำดับ ทำอย่างนี้ไปเรื่อยๆจนกว่าจะได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุด ในกระบวนการออกแบบอินพุตที่เหมาะสมเพื่อทำนายเอกลักษณ์ของระบบ จะสร้างเมตริกความสัมพันธ์ของข้อมูล แล้วใช้วิธีการเชิงพันธุกรรมมาช่วยในการสร้างอินพุตที่เหมาะสม หลีกเลี่ยงข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตที่ไม่มีส่วนเพิ่มเติมข้อมูลที่จำเป็นให้เมตริกความสัมพันธ์ ทำให้มีข้อมูลที่ถูกต้องในการทำนายเอกลักษณ์ในเวลาเดียวกันเมตริกซ์ความสัมพันธ์จะถูกปรับปรุงตลอดเวลา

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

1.2.1 มานะและสินชัย [2] ได้นำระบบรอมวล-สปริง มาทำการหาเอกลักษณ์โดยการเก็บค่าอินพุตและเอาต์พุต แล้วใช้วิธี Observer/Kalman Filter Identification (OKID) มาทำนายเอกลักษณ์โดยการหาค่าไอเกนวาลู (Eigenvalue) ของเมตริกซ์ระบบและเปรียบเทียบกับค่าเอาต์พุตของระบบที่ได้จากวิธี OKID กับระบบจริงโดยใช้อินพุตชุดเดียวกัน ค่าไอเกนวาลู (Eigenvalue) ที่หาได้จากกระบวนการ OKID มีความคลาดเคลื่อนจากระบบจริงบ้าง แต่ก็ไม่แตกต่างกันมากนัก ส่วนเอาต์พุตที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลขเมื่อใช้เมตริกซ์ระบบที่ได้จากวิธีการ OKID มาเทียบกับเอาต์พุตของระบบจริงยังมีความห่างกันพอสมควร

1.2.2 สินชัย [3] ได้ออกแบบอินพุตแบบใหม่ เพื่อเพิ่มความถูกต้องในการหาเอกลักษณ์ของระบบ ทำให้ความไวต่อสัญญาณรบกวนของระบบน้อยลง แต่เป็นการคำนวณแบบออฟไลน์ ซึ่งต้องใช้อินพุตแบบสุ่มกระตุ้นระบบก่อนในรอบแรก แล้วใช้พารามิเตอร์ที่ได้จากรอบแรกมาสร้างอินพุตใหม่ ทำให้ค่าผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์มีค่าน้อยลง และแบบจำลองมีความถูกต้องมากขึ้น

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.3.1 เพื่อศึกษาและปรับปรุงกระบวนการทำนายเอกลักษณ์ของระบบแบบ Observer/Kalman Filter Identification (OKID) ให้เป็นแบบออนไลน์

1.3.2 นำอินพุตที่เหมาะสมมาประยุกต์ใช้ในการทำนายเอกลักษณ์ของระบบรองรับอย่างง่าย

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1.4.1 ระบบรองรับในรอนด้อย่างง่ายประกอบด้วย มวล (Mass) สปริง (Spring) และตัวหน่วงแบบของเหลวหนืด (Viscous Damping) เป็นระบบแบบเวลาเต็มหน่วย ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Linear Time Invariance System : LTI ,Discrete Time)

1.4.2 แบบจำลองที่ใช้ในกระบวนการหาเอกลักษณ์แบบ Observer/Kalman Filter Identification (OKID) เป็นแบบจำลองแบบ ARX (Auto Regressive with eXogenous input) แทนระบบที่สนใจ ซึ่งจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเอาต์พุตในเวลาปัจจุบัน กับเอาต์พุตและอินพุตในอดีตดังสมการ (1-1)

$$y_k = \sum_{i=1}^p a_i y_{k-i} + \sum_{i=1}^p b_i u_{k-i} + \varepsilon_k \quad (1-1)$$

เมื่อ y_k และ u_k เป็นข้อมูลเอาต์พุตที่เวลาเต็มหน่วย k โดย a_i และ b_i เป็นตัวแปรของแบบจำลอง ARX และ ε_k เป็นค่าความผิดพลาดที่เวลาเต็มหน่วย k

1.5 ขั้นตอนการวิจัย

1.5.1 ศึกษาข้อมูลทางวิชาการและงานวิจัยในอดีต

1.5.2 กำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัย

1.5.3 เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อทดลองกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และระบบรองรับ

1.5.4 ทดลองกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1.5.5 ทดลองกับระบบรองรับในรถยนต์อย่างง่าย

1.5.6 สรุปผล

1.5.7 จัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.6.1 เป็นหลักการพื้นฐานในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบทางพลศาสตร์ให้ได้ใกล้เคียงกับระบบจริงโดยไม่ต้องอาศัยการสร้างแบบจำลองจากสมการแบบบังคับ (Governing Equation)

1.6.2 เป็นการนำวิธีการเชิงพันธุกรรมซึ่งเป็นหนึ่งในวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุด มาช่วยในการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม เพื่อช่วยให้การหาค่าเอกลักษณ์ได้ผลที่ดีขึ้น

1.6.3 เป็นตัวอย่างและแนวทางในการประยุกต์ใช้กับระบบเชิงเส้นไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Linear Time Invariance :LTI) ซึ่งเป็นระบบที่เข้าใจง่าย ไปสู่ระบบที่ซับซ้อนมากขึ้น

บทที่ 2

ทฤษฎีที่ใช้ในงานวิจัย

2.1 บทนำ

การหาแบบจำลองของระบบทางพลศาสตร์ โดยทั่วไปมี 2 วิธีหลักๆ คือ วิธีเชิงสังเคราะห์ (Analytical Approach) และวิธีเชิงทดลอง (Experiment Approach) วิธีเชิงสังเคราะห์อาศัยความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างคุณสมบัติทางกายภาพของระบบ มาสร้างสมการบังคับพื้นฐาน ความแม่นยำของแบบจำลองขึ้นกับคุณสมบัติทางกายภาพและทฤษฎีที่ใช้สร้างแบบจำลอง โดยทั่วไปแบบจำลองจะสร้างจากวิธีสังเคราะห์ ส่วนวิธีเชิงทดลองใช้การทดลองเก็บข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตของระบบ แล้วนำความเกี่ยวข้องระหว่างอินพุตและเอาต์พุตมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบพลวัต การหาเอกลักษณ์ของระบบจัดอยู่ในวิธีเชิงทดลอง

Ljung [4] ได้ให้คำนิยามของการหาเอกลักษณ์ของระบบ (System Identification) ไว้ว่า การทำนายเอกลักษณ์ของระบบคือ การกำหนดคนพื้นฐานของข้อมูลอินพุตและเอาต์พุต ภายในขอบเขตเฉพาะชนิดของระบบ ซึ่งเป็นระบบภายใต้การทดสอบที่ให้ค่าเท่าเทียมกัน

ต่อมาได้มีการให้คำนิยามของการทำนายเอกลักษณ์เพิ่มเติม Juang [5] ได้ให้นิยามของการทำนายเอกลักษณ์ว่าเป็นเทคนิคที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) สำหรับระบบทางพลศาสตร์ ภายใต้ข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตของระบบที่เราสนใจ

โดยพื้นฐานการทำนายเอกลักษณ์ของระบบจะมีอยู่ 2 ประเภทคือ

1. วิธีการทำนายเอกลักษณ์ของระบบแบบนอนพารามेटริกซ์ (Nonparametric System Identification Methods) ถูกพัฒนาขึ้นมาใช้กับทฤษฎีควบคุมแบบดั้งเดิม (Classical Control Theory) โดยใช้เทคนิควิเคราะห์เชิงความถี่เป็นหลักเกณฑ์หลัก จะได้รูปแบบฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ที่แม่นยำ อยู่ในรูปแบบที่เหมาะสม สำหรับการออกแบบระบบควบคุม
2. วิธีการทำนายเอกลักษณ์ของระบบแบบพารามेटริกซ์ (Parametric System Identification Methods) ถูกพัฒนามาจากทฤษฎีควบคุมแบบสมัยใหม่ (Modern Control Theory) การแก้ปัญหาจะแสดงในรูปแบบจำลองพารามेटริกซ์ กระบวนการในการทำนายเอกลักษณ์จะถูกแก้สมการโดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีการทำนายเอกลักษณ์ของระบบแบบพารามेटริกซ์ ในการหาเอกลักษณ์ของระบบ

ในช่วงที่ผ่านมาเทคนิคในการทำนายเอกลักษณ์ได้มีการพัฒนาและประยุกต์ใช้ ในการทำนายระบบในรูปแบบ สเตต-สเปซ (State-Space Model) ซึ่งมีการนำเอาหลักการของตัวสังเกตการณ์ (Observer) ซึ่งมีความสามารถในการเก็บแบบบางสเตตของระบบ เมื่อรู้ค่าอินพุตและเอาต์พุตของระบบ และตัวกรองของคาลมาน (Kalman filter) ซึ่งมีความสามารถในการลดค่าสัญญาณรบกวนที่เกิดจากกระบวนการหรือเครื่องมือวัด ทั้งตัวกรองของคาลมานและตัวสังเกตการณ์ ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการหาค่ามาร์โคพารามิเตอร์ (Markov Parameter) ของระบบเชิงเส้น เรียกวิธีที่กล่าวมานี้ว่า หลักการทำนายเอกลักษณ์ออฟเซตเวอร์/คาลมาน ฟิลเตอร์ (Observer Kalman Filter Identification: OKID) การจัดรูปแบบทั้งหมดจะอยู่ในรูปโดเมนเวลา เหมาะกับระบบที่มีเสถียรภาพ เนื่องจากใช้ตัวสังเกตการณ์ในการหาเอกลักษณ์

ขีดจำกัดของอินพุตมีผลต่อการหาเอกลักษณ์ ทำให้อินพุตแบบเดิมไม่สามารถกระตุ้นทุกโหมดของระบบได้ ในปี 1960 Mehra [6] ได้เริ่มทำการศึกษาเพื่อหาอินพุตที่เหมาะสมสำหรับการทำนายเอกลักษณ์ของระบบที่มีขีดจำกัดของอินพุต ในเวลาต่อมา Schoen [7] ได้ออกแบบอินพุตที่เหมาะสมสำหรับการหาเอกลักษณ์ของเครื่องช่วยหายใจ อินพุตแบบใหม่ช่วยลดเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ได้ดีกว่าอินพุตแบบเดิม

ทฤษฎีที่จะกล่าวต่อไปในบทนี้จะเริ่มจากหลักการหาเอกลักษณ์ของวงจรมีการเปิด การออกแบบอินพุตที่เหมาะสม และหลักการเบื้องต้นของวิธีการเชิงพันธุกรรมที่ใช้ในงานวิจัย

2.2 หลักการหาเอกลักษณ์ของระบบวงจรมีการเปิด (Open-Loop System Identification Algorithms)

การทำนายเอกลักษณ์ของระบบเปิดจากข้อมูลอินพุตและเอาต์พุต โดยทั่วไปใช้อินพุตแบบสุ่ม แบบจำลองที่ใช้มีหลายรูปแบบด้วยกัน ในงานวิจัยนี้จะใช้แบบจำลองสมการถดถอยร่วมกับอินพุตภายนอก (Auto Regressive with eXogeneous Input: ARX) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตและส่วนที่เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในกระบวนการ วิธีนี้ต้องใช้ลำดับ (Order) ของแบบจำลอง ARX ที่มีขนาดใหญ่ ทำให้ใช้เวลาในการคำนวณมาก ทำให้มีการใช้เทคนิคของตัวสังเกตการณ์สเตต (State Observer) เพื่อลดลำดับของแบบจำลอง ARX

ระบบเชิงเส้นที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Linear Time Invariance) แบบเวลาเต็มหน่วยสามารถแสดงได้ดังนี้

$$x_k = Ax_k + Bu_k + \omega_k \quad (2-1)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + v_k \quad (2-2)$$

เมื่อ $x_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ เป็นเวกเตอร์ของสเตต $u_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ เป็นเวกเตอร์ของอินพุต $y_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ เป็นเวกเตอร์ของเอาต์พุต เมตริกซ์ A, B และ C เป็นเมตริกซ์ของระบบ ω_k เป็นสัญญาณรบกวนของ

กระบวนการ v_k เป็นสัญญาณรบกวนของเครื่องมือวัด ซึ่งสมมติให้เป็นการกระจายตัวแบบเกาส์เซียน (Guassian) หรือการกระจายแบบปกติ มีฟังก์ชันความหนาแน่น (Density Function)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-3)$$

เมื่อ m เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตและ σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ กำหนดให้สัญญาณรบกวน ω_k และ v_k ไม่มีความเกี่ยวข้องกัน

โดยการศึกษาชนิดตัวกรองคาลมาน (Kalman Filter) [8] ซึ่งเป็นเทคนิคที่ใช้ลดสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นให้มีค่าน้อยที่สุด นำสมการที่ (2-1) และ (2-2) มาเขียนในรูปตัวกรองของคาลมาน ได้ดังนี้

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + K\varepsilon_k \quad (2-4)$$

$$y_k = C\hat{x}_k + \varepsilon_k \quad (2-5)$$

เมื่อ $\varepsilon_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ เป็นส่วนที่แตกต่างกันของค่าเอาต์พุต (Output Residue) ซึ่ง $\varepsilon_k = y_k - \hat{y}_k$, $\hat{x}_k$ และ $\hat{y}_k$ เป็นค่าประมาณของเวกเตอร์สเตต และเวกเตอร์เอาต์พุตตามลำดับ $K \in \mathbb{R}^{n \times m}$ เป็นค่าอัตราการขยายตัวกรองของคาลมานที่สถานะคงที่ หรือเรียกอีกอย่างว่าอัตราการขยายของตัวสังเกตการณ์ (Observer Gain) โดยปกติจะหาได้จากค่าผิดพลาดโควาเรียนซ์ (Error Covariance) χ ขอบเขตค่าคงที่ซึ่งเป็นไปตามสมการรีคคาตีที่สถานะคงที่ (Steady-state Algebraic Riccati Equation)

$$\chi = A\chi A^T - A\chi C^T [R + C\chi C^T]^{-1} C\chi A^T + Q \quad (2-6)$$

เมตริกซ์อัตราการขยายตัวกรองของคาลมาน ที่สถานะคงที่จะหาได้จากสมการ (2-7)

$$K = A\chi C^T [R + C\chi C^T]^{-1} \quad (2-7)$$

ค่าของ K ที่หาได้ยืนยันว่าระบบดีเทคตอเบิล (Detectable) คือเป็นการยืนยันว่าโพล (Pole) ของ (A-KC) สามารถทำให้ระบบเข้าใกล้ความมีเสถียรภาพได้โดยบางค่าของ K และ $(A, Q^{\frac{1}{2}})$ นั้นระบบมีเสถียรภาพ

ระบบในสมการ (2-4) และ (2-5) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\hat{x}_{k+1} = (A - KC)\hat{x}_k + Bu_k + Ky_k \quad (2-8)$$

$$\hat{y}_k = C\hat{x}_k + \varepsilon_k \quad (2-9)$$

เมื่อได้รูปแบบสมการสเตตสเปซวงจรมีเปิด (Open-loop State Space) แล้วทำการแปลงซี (Z-Transform) ดังนั้นสมการ (2-8) และ (2-9) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$x(z) = (z - \tilde{A})^{-1} [Ky(z) + Bu(z)] \quad (2-10)$$

$$y(z) = Cx(z) + \varepsilon(z) \quad (2-11)$$

$$y(z) = Cx(z) + \varepsilon(z) \quad (2-11)$$

แทนสมการ (2-10) ใน (2-11) จะได้เป็น

$$y(z) = C(z - \tilde{A})^{-1}[Ky(z) + Bu(z)] + \varepsilon(z) \quad (2-12)$$

แล้วทำการแปลงสมการ (2-12) ด้วยการแปลงซี-ทรานสฟอร์มกลับ (Inverse Z-Transform)

โดยใช้ความสัมพัทธ์ $(z - \tilde{A})^{-1} = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{A}^{i-1} z^{-i}$

ความสัมพัทธ์ระหว่างเอาต์พุต และอินพุต กับเงื่อนไขเริ่มต้นที่ศูนย์ สามารถอธิบายได้เป็น

$$y_k = \sum_{i=1}^{\infty} C\tilde{A}^{i-1}Ky_{k-i} + \sum_{i=1}^{\infty} C\tilde{A}^{i-1}Bu_{k-i} + \varepsilon_k \quad (2-13)$$

เมื่อ $\tilde{A} = A - KC$

ในทำนองเดียวกันเราสามารถใช้อัตราขยายตัวกรองของคาลมาน เพื่อที่จะให้ $\tilde{A}$ เป็นค่าที่ทำให้ระบบเข้าใกล้ความมีเสถียรภาพ สำหรับค่า p (ค่าอันดับของแบบจำลอง ARX) ที่มีขนาดเพียงพอที่ทำให้ $\hat{y}_k$ เข้าใกล้ y_k ดังนั้นสมการ (2-13) กลายเป็น

$$y_k = \sum_{i=1}^p C\tilde{A}^{i-1}Ky_{k-i} + \sum_{i=1}^p C\tilde{A}^{i-1}Bu_{k-i} + \varepsilon_k \quad (2-14)$$

โดยเมื่อเทียบกับรูปแบบของแบบจำลอง ARX ซึ่งแสดงให้เห็นได้โดยสมการ (2-14) ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$a_i = C\tilde{A}^{i-1}K \text{ และ } b_i = C\tilde{A}^{i-1}B ; i = 1, 2, 3, \dots, p \quad (2-15)$$

แบบจำลอง ARX ที่แสดงโดยสมการที่ (2-14) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเอาต์พุตในเวลาปัจจุบัน กับอินพุตและเอาต์พุตในเวลาที่ผ่านมา โดยสัมประสิทธิ์ a_i และ b_i สามารถประมาณโดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยสุด (Least-Square Method) โดยใช้ข้อมูลอินพุต u_k และเอาต์พุต y_k เป็นจำนวน L จุด

ผลเฉลยของวิธีระเบียบกำลังสองน้อยสุดคือ

$$\Theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \xi \quad (2-16)$$

เมื่อ $\xi = [y_{p+1} \ y_{p+2} \ \dots \ y_L]^T$ $\Theta = [a_1 \ b_1 \ a_2 \ b_2 \ \dots \ a_p \ b_p]^T$

โดย $\Phi = \begin{bmatrix} y_p^T & u_p^T & y_{p-1}^T & u_{p-1}^T & \dots & y_1^T & u_1^T \\ y_{p+1}^T & u_{p+1}^T & y_p^T & u_p^T & \dots & y_2^T & u_2^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_{L-1}^T & u_{L-1}^T & y_{L-2}^T & u_{L-2}^T & \dots & y_{L-p}^T & u_{L-p}^T \end{bmatrix} \quad (2-17)$

เมื่อ L คือจำนวนข้อมูล

p คืออันดับของแบบจำลอง ARX

จากนั้นทำการหาค่า มาร์โคพารามิเตอร์ของระบบวงจรเปิด $Y_s(k) = CA^{k-1}B$ และ มาร์โคพารามิเตอร์ของตัวกรองแบบคาถมาน $Y_s(k) = CA^{k-1}K$ ซึ่งสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ a_i และ b_i ดังสมการ

$$Y_s(k) = b_k + \sum_{i=1}^k a_i Y_s(k-i) \quad (2-18)$$

$$Y_k(k) = a_k + \sum_{i=1}^k b_i Y_k(k-i) \quad (2-19)$$

อย่างไรก็ตาม เนื่องจากมาร์โคพารามิเตอร์เป็นผลเฉลยเชิงตัวเลขในแต่ละระบบ เราสามารถสร้างเมตริกซ์ระบบ ได้โดยตรงจากมาร์โคพารามิเตอร์ระบบเปิด และสามารถหาค่าอัตราขยายตัวกรองของคาถมาน K จากมาร์โคพารามิเตอร์ของตัวกรองแบบคาถมาน

การสร้างระบบจำลอง (Realization) สามารถสร้างขึ้นจากผลคูณของลำดับตัวแปรมาร์โคพารามิเตอร์ระบบเปิด $Y_s(k) = CA^{k-1}B$ เมื่อรู้ค่าของ A, B และ C ดังนั้น สิ่งที่ต้องทำคือ การกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ด้วยหลักการสร้างไอเกนระบบ (Eigensystem Realization Algorithm: ERA) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ กับลำดับมาร์โคพารามิเตอร์ของระบบ เพื่อใช้ในการคำนวณเพื่อสร้างเมตริกซ์ของระบบวงจรเปิด และอัตราขยายของตัวกรองแบบคาถมาน โดยเริ่มจากการเขียนรูปแบบเมตริกซ์ฮันเคิล (Hankel Matrix) ที่มีขนาดมิติเป็น $\alpha m \times \beta r$ ด้วย $Y_s(k)$ ดังสมการ (2-19)

$$H_c(k-1) = \begin{bmatrix} Y_s(k) & Y_s(k+1) & \cdots & Y_s(k+1+\alpha) \\ Y_s(k+1) & Y_s(k+2) & \cdots & Y_s(k+\beta) \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ Y_s(k+\alpha-1) & Y_s(k+\alpha) & \cdots & Y_s(k+\beta+\alpha-2) \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

เมื่อ r คือจำนวนอินพุต

m คือจำนวนเอาต์พุต

α และ $\beta \geq n$ (อันดับของระบบ)

ขั้นตอนต่อไปแทนค่า $k=1$ จะได้เมตริกฮันเคิลจากสมการ (2-19) เป็น $H(0)$ จากนั้นทำการแยกตัวประกอบของเมตริกซ์ $H(0)$ แบบ Singular Value Decomposition ดังสมการที่ (2-21)

$$H(0) = U \Sigma V^T \quad (2-21)$$

เมื่อ U, V เป็นเมตริกซ์ตั้งฉาก (Orthogonal Matrix)

Σ เป็นเมตริกซ์มุมฉาก (Rectangular Matrix) ประกอบด้วยค่าเอกฐาน (Singular Value) อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมของเมตริกซ์เรียงจากมากไปน้อยและมีมิติเท่ากับ $H(0)$

แบบจำลองของระบบเวลาต่อเนื่อง (Discrete State Space Model) ลำดับที่ n สามารถเขียนได้ดังความสัมพันธ์ดังนี้

$$A = \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} U_n^T H(1) V_n \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} \quad (2-22)$$

$$B = \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} V_n^T X_{ni} \quad (2-23)$$

$$C = X_{no}^T U_n \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} \quad (2-24)$$

เมื่อ Σ_n เป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด $n \times n$ ซึ่งส่วนของ U_n และ V_n เป็นรูปแบบเมตริกซ์โดย n หลักแรกของเวกเตอร์เอกฐานมีความสัมพันธ์กับ n Singular Values จาก U และ V ตามลำดับ $X_{ni}^T = [I_{ni} \ 0_{ni} \ \dots \ 0_{ni}]$ และ $X_{no}^T = [I_{no} \ 0_{no} \ \dots \ 0_{no}]$ เมื่อ ni คือจำนวนอินพุต และ no คือจำนวนเอาต์พุต

อัตราขยายตัวกรองของกาลมาน K สามารถหาได้จากมาร์โคพารามิเตอร์ของตัวกรองแบบกาลมาน $Y_k(k) = CA^{k-1}K$ และเมตริกซ์ A และ C โดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยสุด ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังสมการต่อไปนี้

$$K = (O^T O)^{-1} O^T \begin{bmatrix} Y_k(1) \\ Y_k(2) \\ \vdots \\ Y_k(k) \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

เมื่อ

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

และเมตริกซ์ O เป็นเมตริกสังเกตการณ์ได้ (Observability Matrix)

2.3 การออกแบบอินพุตที่เหมาะสมสำหรับกระบวนการหาเอกลักษณ์ (Optimum Input Design for System Identification)

จากสมการ (2-14) และ (2-15) ระบบเชิงเส้นแบบไดสครีตที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา สามารถแสดงได้ด้วยแบบจำลอง ARX (Autoregressive with eXogeneous Input) ที่มีอันดับ p ได้ดังสมการ (2-27)

$$y_k = \sum_{i=1}^p a_i y_{k-i} + \sum_{i=1}^p b_i u_{k-i} + \varepsilon_k \quad (2-27)$$

สมมติให้เรามีข้อมูลไดสครีตที่เวลา $k+1$ ค่าของเอาต์พุตของระบบ สามารถเขียนในรูปแบบจำลอง ARX ได้ดังนี้

$$y_{k+1} = \sum_{i=1}^p a_i y_{k+1-i} + \sum_{i=1}^p b_i u_{k+1-i} + \varepsilon_{k+1} \quad (2-28)$$

สำหรับระบบที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา กำหนดให้

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k$$

$$\Phi_{k+1} = \begin{bmatrix} y_p^T & u_p^T & y_{p-1}^T & u_{p-1}^T & \cdots & y_1^T & u_1^T \\ y_{p+1}^T & u_{p+1}^T & y_p^T & u_p^T & \cdots & y_2^T & u_2^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_{L-1}^T & u_{L-1}^T & y_{L-2}^T & u_{L-2}^T & \cdots & y_{L-p}^T & u_{L-p}^T \\ y_L^T & u_L^T & y_{L-1}^T & u_{L-1}^T & \cdots & y_{L-p+1}^T & u_{L-p+1}^T \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \Phi_k \\ \phi_{k+1} \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

โดยที่ $L+1$ คือจำนวนชุดข้อมูลใหม่ ค่าเอาต์พุตที่สอดคล้องคือ

$$\xi_{k+1} = [y_{p+1} \ y_{p+2} \ \cdots \ y_L \ y_{L+1}]^T = [\xi \ y_{L+1}]^T \quad (2-30)$$

กำหนดให้เมตริกความสัมพันธ์ (Inverse Correlation Matrix) P_k มีค่า

$$P_k = (\Phi_k^T \Phi_k)^{-1} \quad (2-31)$$

จากวิธีรีเคอร์ซีฟ เมตริกซ์ความสัมพันธ์ในช่วงเวลา $k+1$ มีค่า

$$P_{k+1} = P_k - P_k \phi_k^T \frac{\phi_{k+1} P_k}{1 + \phi_{k+1} P_k \phi_{k+1}^T} \quad (2-32)$$

ซึ่งไม่จำเป็นต้องทำการอินเวอร์สเมตริกขนาดใหญ่ที่มีข้อมูลจำนวนมาก จากการสังเกตอินเวอร์สของเมตริกความสัมพันธ์คือ Fisher 's Information Matrix โดยโหนดที่ต่ำสามารถถูกกระตุ้นให้อยู่ในอินเวอร์สของเมตริกความสัมพันธ์ที่มีค่าสูงๆ Hägglund [9] สังเกตว่าโหนดที่ต่ำสามารถใช้อินพุตหนึ่งขั้นในการกระตุ้นได้ โดยการทำให้ค่าเหล่านั้นในเมตริกซ์ความสัมพันธ์มีค่าน้อยที่สุด

กำหนดให้เมตริกย่อย S มีค่า

$$S = \begin{bmatrix} y_{L-1} y_{L-1}^T & y_{L-1} u_{L-j}^T \\ u_{L-1} y_{L-1}^T & u_{L-1} u_{L-j}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n_o + n_i) \times (n_o + n_i)} \quad (2-33)$$

โดยที่ n_o คือจำนวนเอาต์พุตและ n_i คือจำนวนอินพุตและจัดลำดับเมตริกซ์ความสัมพันธ์ดังนี้

$$P^{(k)} = \begin{bmatrix} P_{1,1}^{(k)} & P_{1,2}^{(k)} & \dots & P_{1,j}^{(k)} & \dots & P_{1,p}^{(k)} \\ P_{2,1}^{(k)} & P_{2,2}^{(k)} & \dots & P_{2,j}^{(k)} & \dots & P_{2,p}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{i,1}^{(k)} & P_{i,2}^{(k)} & \dots & P_{i,j}^{(k)} & \dots & P_{i,p}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{p,1}^{(k)} & P_{p,2}^{(k)} & \dots & P_{p,j}^{(k)} & \dots & P_{p,p}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

จาก (2-34) สามารถกำหนดความหมาย อิลิเมนต์ (Element) ที่ i,j ของเมตริกซ์ P ได้ดังนี้

$$P_{i,j}^{(k+1)} = P_{i,j}^{(k)} - \sum_{v=1}^p \left\{ \sum_{u=1}^p P_{i,u}^{(k)} S_{L-u+1, L-v+1}^{(k+1)} P_{v,j}^{(k)} \right\} + \left\{ \phi^{(k+1)} P^{(k)} \phi^{(k+1)^T} \right\}^{-1} \quad (2-35)$$

สมมติว่าเอลิเมนต์ที่ใหญ่ที่สุดของเมตริกซ์ P อยู่ในเมตริกซ์ย่อย $P_{i,j}^{(k+1)}$ ซึ่งสามารถมีนิโมซ์ขนาดของเอลิเมนต์นี้โดยการเลือก y_{L+1} ที่เหมาะสมภายใต้เงื่อนไขของอินพุต

$$\Psi_l \leq u_{L+1} \leq \Psi_u \quad (2-36)$$

โดยที่ Ψ_l และ Ψ_u คือขอบเขตบนและขอบเขตล่างของอุปกรณ์อินพุตตามลำดับ การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการที่ (2-35) สามารถทำได้หลายวิธี วิธีการเชิงพันธุกรรมจัดเป็นวิธีที่น่าสนใจวิธีหนึ่ง หลักการของวิธีการเชิงพันธุกรรม ใช้หลักการอยู่รอดของผู้ที่เหมาะสมที่สุด จำนวนค่าตอบเริ่มต้นจะถูกสุ่มขึ้นมาแล้วเก็บในโครโมโซม ในโครโมโซมนั้นจะประกอบไปด้วยยีน โครโมโซมเหล่านี้จะถูกคัดเลือกตามความแข็งแรงจากฟังก์ชันจุดประสงค์ มีการสร้างและพัฒนาโดยการข้ามสายพันธุ์และการกลายพันธุ์ ทำอย่างนี้เรื่อยไปจนค่าตอบเข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่งซึ่งจะได้อธิบายอย่างละเอียดในหัวข้อต่อไป

ผลที่ได้จากวิธีการเชิงพันธุกรรมคือ y_{L+1} ที่ทำให้สมการ(2-35) มีเงื่อนไขตาม (2-36) มีค่าเหมาะสมที่สุด ในทำนองเดียวกันจาก [10] ตัวกรองแบบทำนายของแบบจำลอง ARX สามารถสร้างได้ดังนี้

$$\hat{y}_{k+1} = \sum_{i=1}^p a_i^{(1)} y_{k-i} + \sum_{j=0}^p b_j^{(1)} u_{k-j} \quad (2-37)$$

โดยเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์พารามิเตอร์มีค่า

$$\begin{aligned}
a_1^{(1)} &= a_1 a_2 + a_2 & b_0^{(1)} &= a_1 b_0 + b_1 \\
a_2^{(1)} &= a_1 a_2 + a_3 & b_1^{(1)} &= a_1 b_1 + b_2 \\
&\vdots & &\vdots \\
a_{p-1}^{(1)} &= a_1 a_{p-1} + a_p & b_{p-1}^{(1)} &= a_1 b_{p-1} + b_p \\
a_p^{(1)} &= a_1 a_p & b_p^{(1)} &= a_1 b_p
\end{aligned} \tag{2-38}$$

ตัวเลขที่เป็นตัวยกในวงเล็บหมายถึง จำนวนชั้นในการทำนายไปข้างหน้า สังเกตว่าเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของพารามิเตอร์ทำนาย เป็นฟังก์ชันของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของพารามิเตอร์ประมาณในสมการ (2-26) โดยที่

$$\hat{\Theta}_{k+1} = \hat{\Theta}_k + P_k \Phi_{k+1}^T [I + \Phi_{k+1} P_k \Phi_{k+1}^T]^{-1} \{y_{L+1} - \Phi_{k+1} \hat{\Theta}_k\} \tag{2-39}$$

เทอม $P_k \Phi_{k+1}^T [I + \Phi_{k+1} P_k \Phi_{k+1}^T]^{-1}$ สามารถพิจารณาเป็นแฟกเตอร์น้ำหนัก และเทอม $\{y_{L+1} - \Phi_{k+1} \hat{\Theta}_k\}$ พิจารณาเป็นค่าผิดพลาดของค่าประมาณ $\hat{\Theta}$ กับข้อมูล y_{L+1} และ Φ_{k+1} อินพุตที่ต้องการคือ

$$u_k = \frac{1}{b_1} \left\{ \hat{y}_{k+1} - \sum_{i=1}^p a_i^{(1)} y_{k-i} - \sum_{j=1}^p b_j^{(1)} u_{k-j} \right\} \tag{2-40}$$

2.4 หลักการเบื้องต้นของวิธีการเชิงพันธุกรรม (Principle of Genetic Algorithm: GA)

วิธีการเชิงพันธุกรรม มีรากฐานมาจากทฤษฎีวิวัฒนาการของ Charles Darwin ใช้หลักการของการอยู่รอดของผู้ที่เหมาะสมที่สุด ถูกพัฒนาขึ้นโดย Holland เพื่อใช้เป็นเทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

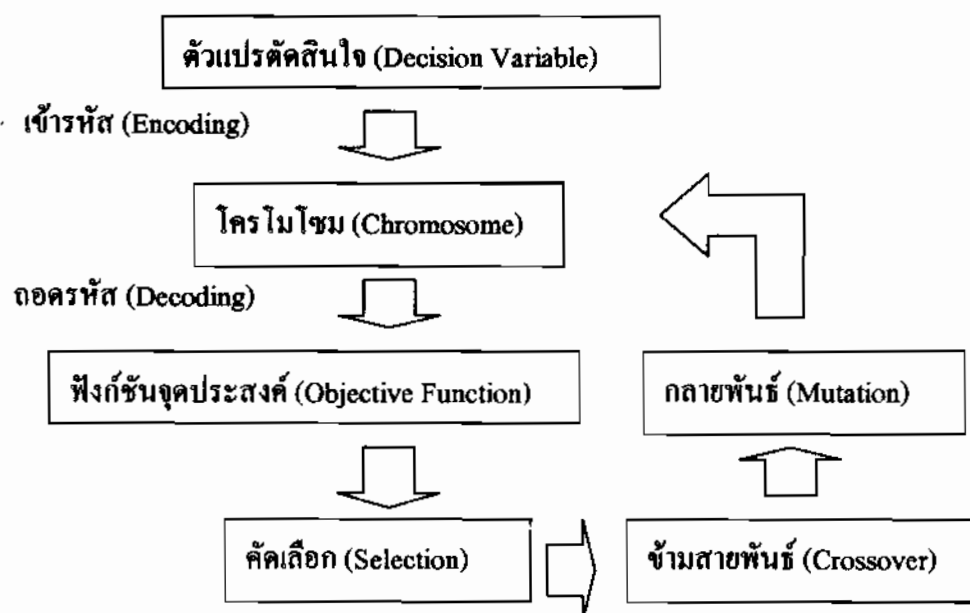
วิธีการเชิงพันธุกรรมมีลักษณะเด่นดังนี้

1. วิธีการเชิงพันธุกรรมจะหาคำตอบจากขอบเขตของประชากร โดยจะถูกเข้ารหัสและหาคำตอบจากหลายๆ จุดภายในขอบเขตของประชากร
2. วิธีการเชิงพันธุกรรมลดโอกาสในการที่คำตอบจะเป็นค่าที่เหมาะสมเฉพาะที่ (Local Minimum)
3. วิธีการเชิงพันธุกรรมจะใช้ค่าความแข็งแรง (Fitness Value) ที่วัดจากฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective function) เป็นตัวกำหนดทิศทางของคำตอบ
4. ใช้กฎการส่งผ่านความน่าจะเป็น (Probabilistic Transmission Rule) ในกระบวนการหาคำตอบ เนื่องจากวิธีการเชิงพันธุกรรมถูกพัฒนามาจากทฤษฎีวิวัฒนาการ คำศัพท์ส่วนใหญ่จึงเป็นศัพท์ทางชีววิทยาบางส่วนสามารถเข้าใจได้ง่าย ตารางที่ 2-1 อธิบายความหมายของศัพท์ทางเทคนิคที่ใช้ในวิธีการเชิงพันธุกรรม

วิธีการเชิงพันธุกรรมเริ่มต้นด้วยการกำหนดขอบเขตของคำตอบ เพื่อกำหนดพื้นที่ค้นหา จากนั้นจะทำการเข้ารหัส (Encode) ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable) และสร้างโครโมโซม (Chromosome) ในโครโมโซมจะประกอบไปด้วยยีน (Gene) หลายตัวตามขนาดของประชากร จากนั้นจะนำโครโมโซมไปถอดรหัส (Decode) และวัดค่าความแข็งแรงจากฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective Function) แล้วทำการคัดเลือกยีนตามค่าความแข็งแรงในโครโมโซม ไปเข้ากระบวนการข้ามสายพันธุ์ (Crossover) และกลายพันธุ์ (Mutation) ตามลำดับ ทำซ้ำอย่างนี้ไปเรื่อยๆจนกว่าคำตอบจะเข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่งดังแสดงในภาพที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 ตารางเปรียบเทียบความหมายศัพท์ที่ใช้ในกระบวนการเชิงพันธุกรรม

ศัพท์ที่ใช้ในวิธีการเชิงพันธุกรรม	ศัพท์เทียบเท่า
โครโมโซม (Chromosome)	สายรหัส
ยีน (Gene)	รหัส
อัลลีล (Allele)	ค่าของรหัส
โลคัส (Locus)	ตำแหน่งของรหัสบนสายรหัส

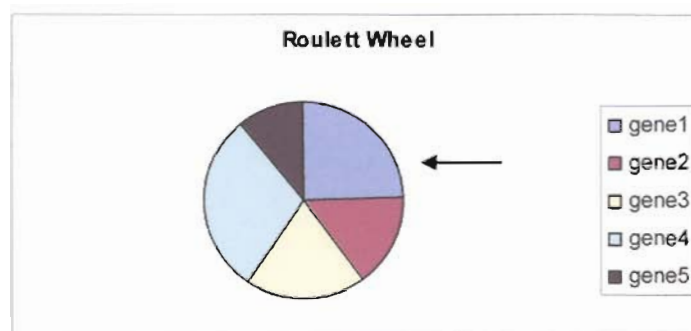


ภาพที่ 2-1 กระบวนการทำงานของวิธีการเชิงพันธุกรรม

ในงานวิจัยนี้จะใช้การเข้ารหัสเป็นจำนวนจริง (Real Encoding) ทำให้ลดขั้นตอนการเข้ารหัสและถอดรหัสของตัวแปรตัดสินใจ หัวข้อย่อยต่อไปนี้จะแสดงรายละเอียดของขั้นตอนต่างๆในวิธีการเชิงพันธุกรรม

2.4.1 การคัดเลือกแบบวงล้อรูเล็ต (Roulette Wheel Selection)

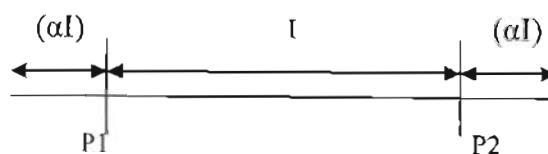
จากภาพที่ 2-2 จะเห็นว่าวงล้อถูกแบ่งเป็นส่วน โดยจะแบ่งตามอัตราส่วนความแข็งแรงของแต่ละยีนในโครโมโซม จากนั้นจะทำการหมุนวงล้อ ถ้าไปตกที่ตำแหน่งใดก็คัดเลือกยีนของตำแหน่งนั้น จะเห็นว่ายีนที่มีความแข็งแรงมากจะมีโอกาสถูกคัดเลือกมาก



ภาพที่ 2-2 วงล้อรูเล็ต

2.4.2 การข้ามสายพันธุ์แบบบีแอลเอ็กซ์-แอลฟา (BLX - α Crossover)

ทำได้โดยการเลือกตัวแปรเสริมที่กระจายตัวอย่างต่อเนื่องระหว่างแขนที่ยื่นออกไปของทั้งสองยีน แขนที่ยื่นออกไปหาได้จากค่าแอลฟา (α) คูณค่าระยะทางของแต่ละยีน (I) ดังภาพที่ 2-3



$$\text{Offspring1} = P1 - \text{random}(\alpha I)$$

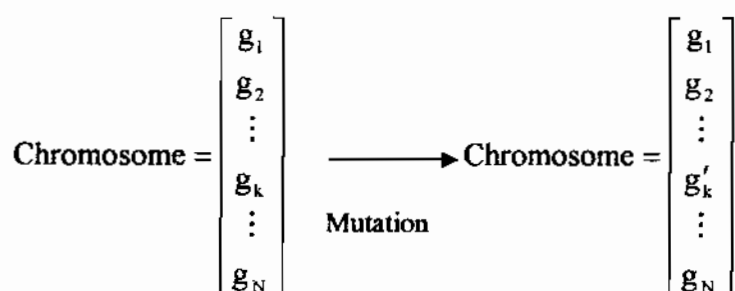
$$\text{Offspring2} = P2 + \text{random}(\alpha I)$$

ภาพที่ 2-3 การข้ามสายพันธุ์แบบบีแอลเอ็กซ์-แอลฟา (BLX - α Crossover)

ถ้าค่า $\alpha = 0$ จะเรียกว่าการข้ามสายพันธุ์แบบราบเรียบ ชีนลูก (Offspring) ที่ได้จะเกิดจากการเลือกค่าที่อยู่ระหว่างยีนพ่อกับยีนแม่

2.4.3 การกลายพันธุ์ (Mutation)

การกลายพันธุ์ของการเข้ารหัสแบบจำนวนจริงนั้นคือการเลือกยีนในโครโมโซม มาทำเปลี่ยนเป็นค่าใหม่ที่อยู่ในขอบเขตบนและขอบเขตล่างของยีนภายในโครโมโซมนั้น การกลายพันธุ์แสดงในภาพที่ 2-4



ภาพที่ 2-4 กระบวนการกลายพันธุ์

สมมติให้โครโมโซมมียีนจำนวน N ยีนเป็นโครโมโซมก่อนกลายพันธุ์ เมื่อกลายพันธุ์ยีนแต่ละตัวจะมีความน่าจะเป็นในการกลายพันธุ์ไม่เท่ากัน ให้ยีนที่จะต้องกลายพันธุ์คือ g_k เมื่อกลายพันธุ์แล้วยีนที่กลายพันธุ์จะเปลี่ยนจาก g_k เป็น g'_k

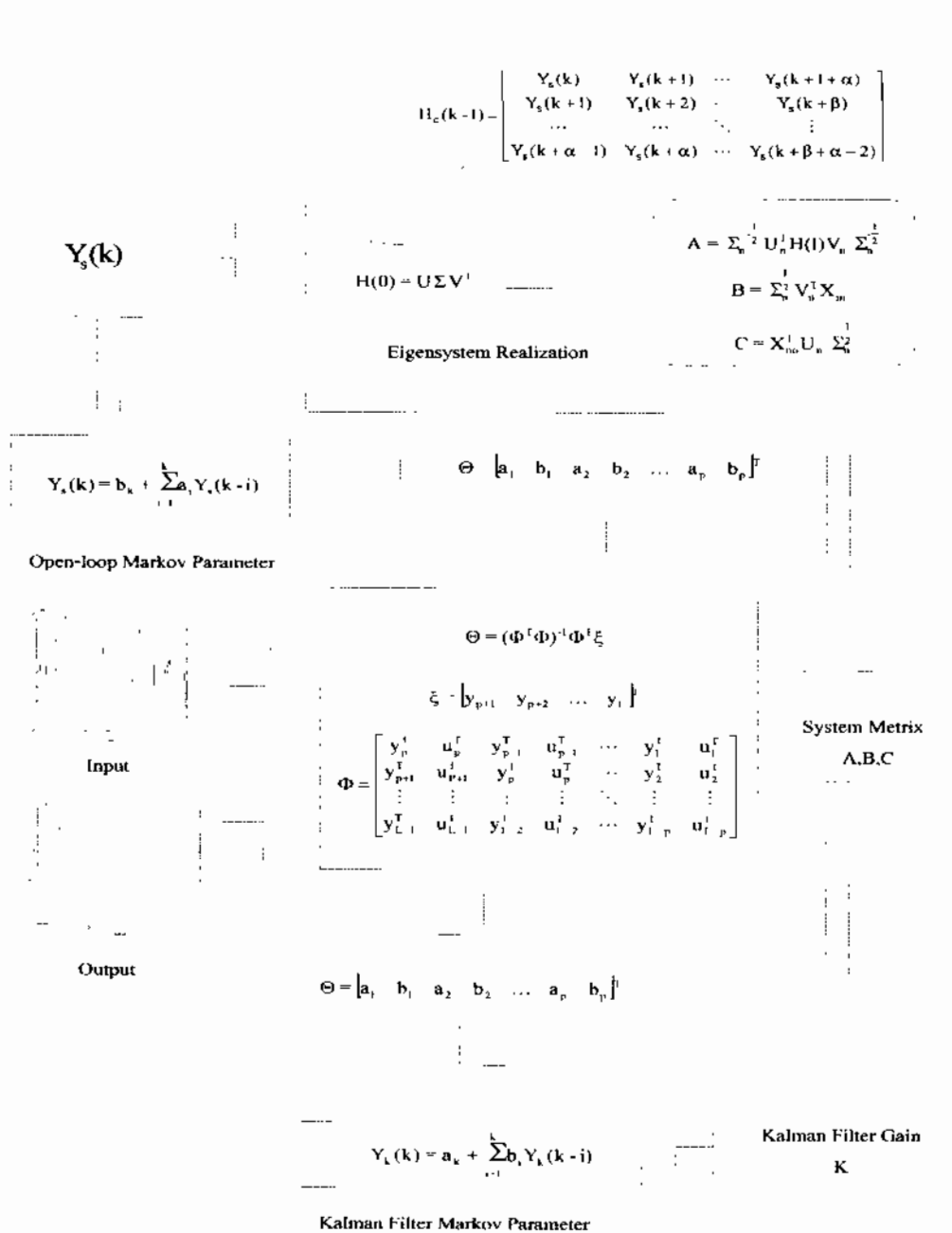
บทที่ 3

ขั้นตอนการวิจัย

ในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนการคำนวณที่ใช้ในงานวิจัย เริ่มตั้งแต่กระบวนการหาเอกลักษณ์แบบตัวสังเกตการณ์ของคาลมาน(OKID) จากนั้นจะกล่าวถึงขั้นตอนการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม ในการจำลองเชิงตัวเลขจะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ที่มีกระบวนการทำงานเป็นไปตามแนวทางการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม สร้างอินพุตและเอาต์พุต แล้วนำผลของการทำนายเอกลักษณ์ที่ต้องการเปรียบเทียบ ระหว่างอินพุตแบบสุ่มกับอินพุตแบบเหมาะสมมาเปรียบเทียบกันต่อไป

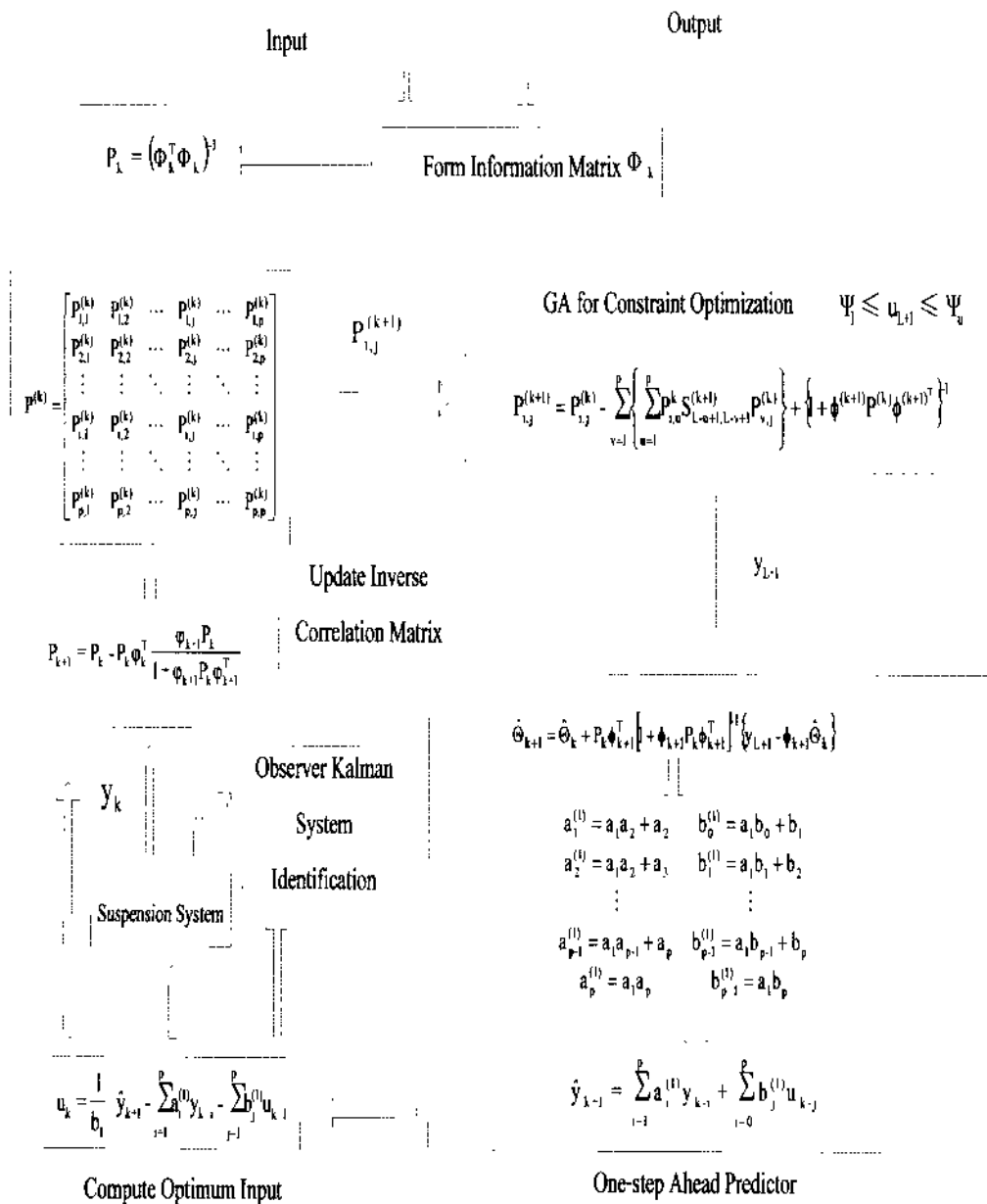
3.1 กระบวนการหาเอกลักษณ์โดยวิธีตัวสังเกตการณ์ของคาลมาน (Observer/Kalman Filter Identification)

วิธีการหาเอกลักษณ์โดยวิธีตัวสังเกตการณ์ของคาลมานมีการทำงานตามภาพที่ 3-1 ขั้นตอนเริ่มแรกทำการเก็บข้อมูลอินพุต u และเอาต์พุต y มาสร้างเวกเตอร์เอาต์พุต (Output Vector) และเมตริกซ์ข้อมูล (Information Matrix) จากนั้นใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด(Least-Square Method) ตามสมการ(2-16) ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลอง ARX โดยเลือกลำดับของแบบจำลอง ARX ให้เหมาะสม จากนั้นสร้างมาร์โคพารามิเตอร์ของระบบเปิด (Open-Loop System Markov Parameter) และมาร์โคพารามิเตอร์ของตัวกรองแบบคาลมาน (Kalman Filter System Markov Parameter) จากสมการ(2-18) และ (2-19) ตามลำดับ จากนั้นสร้างเมตริกซ์อันดับจากค่ามาร์โคพารามิเตอร์ของระบบเปิด แล้วใช้การแยกตัวประกอบของเมตริกซ์อันดับแบบ Singular Value Decomposition และสร้างเมตริกซ์ระบบ (System Matrix: A, B, C) โดยวิธี Eigensystem Realization ตามสมการ (2-22),(2-23) และ (2-24) ส่วนมาร์โคพารามิเตอร์ของตัวกรองแบบคาลมานนั้น นำไปหาค่าอัตราขยายของตัวกรองแบบคาลมานตามสมการที่ (2-25)

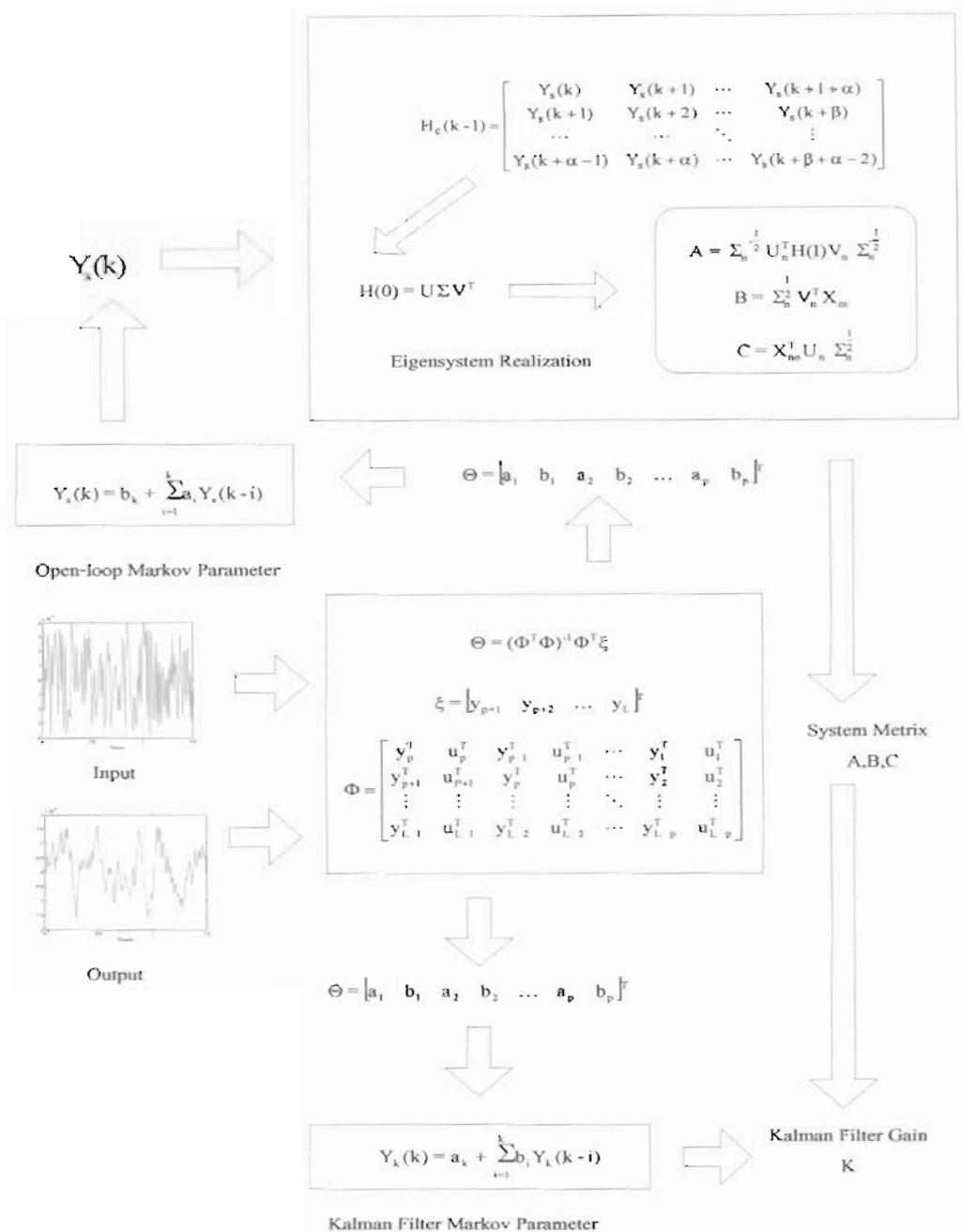


ภาพที่ 3-1 ขั้นตอนการหาเอกลักษณ์โดยวิธีตัวสังเกตการณ์ของคาลมาน

3.2 ขั้นตอนการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม

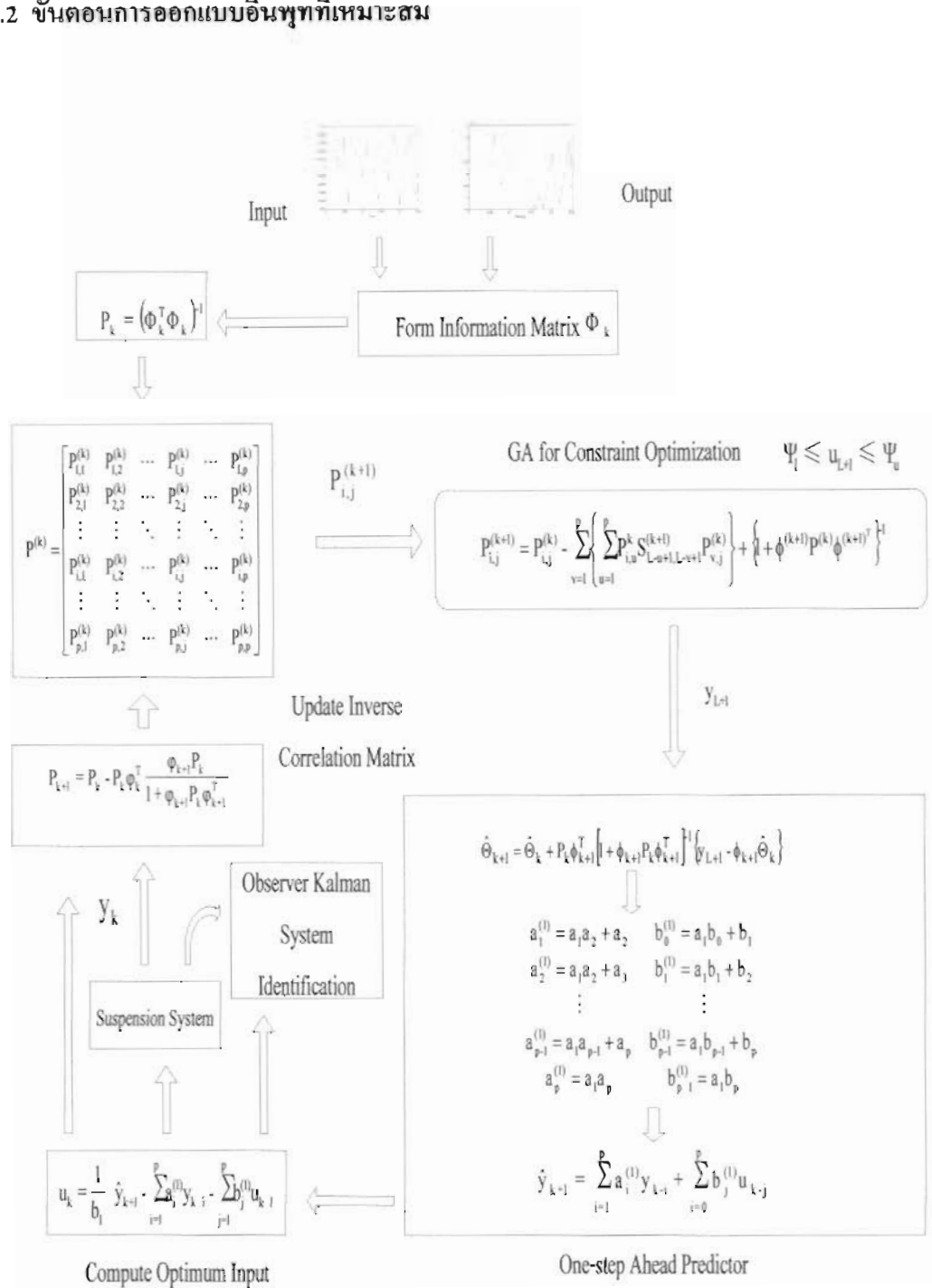


ภาพที่ 3-2 แผนผังการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม



ภาพที่ 3-1 ขั้นตอนการหาเอกลักษณ์โดยวิธีตัวสังเกตการณ์ของกาลมาน

3.2 ขั้นตอนการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม



ภาพที่ 3-2 แผนผังการออกแบบอินพุตที่เหมาะสม

ภาพที่ 3-2 แสดงรูปแบบการคำนวณหาอินพุตที่เหมาะสม ในตอนเริ่มแรกทำการเก็บข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตมาช่วงหนึ่ง ข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตที่ได้นำมาสร้างเมตริกซ์ข้อมูล (Information Matrix) หลังจากนั้นเมตริกซ์ความสัมพันธ์ (Inverse Correlation Matrix) ถูกสร้างขึ้นจากเมตริกซ์ข้อมูล นำเอาลิเมนต์ที่ใหญ่ที่สุดของเมตริกซ์ความสัมพันธ์ไปเข้าสู่วิธีการเชิงพันธุกรรมที่มีขอบเขตของอินพุต เพื่อให้เอาลิเมนต์นั้นในช่วงเวลาล่วงหน้าหนึ่งขั้นมีค่าน้อยที่สุด โดยเลือก y_{L+1} ที่เหมาะสม จากนั้นนำค่า y_{L+1} ที่ได้เข้าสู่โครงสร้างการทำนายหนึ่งขั้น อินพุตแบบใหม่จะถูกสร้างขึ้นจากโครงสร้างการทำนายหนึ่งขั้น ข้อมูลอินพุตแบบใหม่จะถูกส่งเข้าไปกระตุ้นระบบทำให้เกิดเอาต์พุตของระบบ ข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตจะเข้าไปปรับปรุงเมตริกซ์ความสัมพันธ์ของข้อมูล พร้อมทั้งทำนายเอกลักษณ์ในเวลาเดียวกัน อินพุตที่เหมาะสมจะถูกคำนวณแบบวนซ้ำจากเมตริกซ์ความสัมพันธ์ของข้อมูลไปเรื่อยๆ

3.3 อุปกรณ์ที่ใช้ในงานวิจัย

3.3.1 แบบจำลองของระบบรองรับประกอบด้วยมวล สปริง ตัวหน่วงดังภาพที่ 3-3 โดยในหลอดสีฟ้าจะบรรจุน้ำมันอยู่ภายใน ทำหน้าที่เป็นตัวหน่วง



ภาพที่ 3-3 ระบบมวล สปริงและตัวหน่วง

3.3.2 หัวเขย่า (Shaker) ทำหน้าที่สร้างอินพุตให้แก่ระบบ



ภาพที่ 3-4 หัวเขย่า

3.3.3 เครื่องขยายสัญญาณ (Power Amplifier) เนื่องจากสัญญาณที่ออกมาจากแหล่งกำเนิดยังไม่มีความแรงที่จะกระตุ้นหัวเขย่าได้ จึงต้องใช้เครื่องขยายสัญญาณช่วย



ภาพที่ 3-5 เครื่องขยายสัญญาณ

3.3.4 อุปกรณ์วัดความเร่ง (Accelerometer) และเครื่องขยายสัญญาณ (Discharge Amplifier)



ภาพที่ 3-6 เครื่องขยายสัญญาณ

บทที่ 4

ผลการวิจัย

บทนี้จะทำการแสดงผลที่ได้จากการทำนายเอกลักษณ์ แยกออกเป็นสองส่วนคือ ส่วนที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลขและส่วนที่ทดลองกับระบบรองรับอย่างง่าย โดยใช้อินพุตที่ได้จากการออกแบบใหม่เทียบกับอินพุตแบบสุ่ม ผลการทำนายเอกลักษณ์ที่ใช้เปรียบเทียบกันคือค่าไอเกนวาลูของเมตริกซ์ระบบและค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ซึ่งมีนิยาม

$$\text{error} = \sum_{i=1}^p \frac{\|\hat{C}\hat{A}^{i-1}\hat{B} - CA^{i-1}B\|_F}{\|CA^{i-1}B\|_F} \quad (4-1)$$

เมื่อ F ที่ห้อย หมายถึง Frobenius Norm และ p คืออันดับของแบบจำลอง ARX ส่วน A, B, C คือเมตริกซ์ของระบบรองรับ $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ คือเมตริกซ์ของระบบรองรับที่ได้จากการหาเอกลักษณ์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบรองรับคือ

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k \quad (4-2)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + v_k \quad (4-3)$$

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบรองรับที่ได้จากการหาเอกลักษณ์คือ

$$x_{k+1} = \hat{A}x_k + \hat{B}u_k + \omega_k \quad (4-4)$$

$$y_k = \hat{C}x_k + \hat{D}u_k + v_k \quad (4-5)$$

โดย ω_k คือสัญญาณรบกวนในกระบวนการและ v_k คือสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัด D และ $\hat{D}$ เป็นเมตริกซ์ศูนย์ทั้งสองเมตริกซ์

4.1 ผลที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลข

ในหัวข้อนี้จะประกอบไปด้วยแบบจำลองสามแบบด้วยกันคือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างด้วยวิธีการเชิงสังเคราะห์ (Analytical Model) เมื่อแบบจำลองใช้การเปลี่ยนจากระบบเวลาต่อเนื่องมาเป็นระบบเวลาเต็มหน่วย ใช้อัตราสุ่มสัญญาณในการแปลงระบบ 100 Hz มีรายละเอียดอธิบายในภาคผนวก ก สองแบบจำลองที่เหลือเป็นการเปรียบเทียบกันระหว่างแบบจำลองที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มและแบบจำลองที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสม ใช้ลำดับของแบบจำลอง ARX เท่ากับ 4 สำหรับวิธีการเชิงพันธุกรรมใช้คำตอบเริ่มต้น 48 คำตอบ ใช้ความน่าจะเป็นในการกลายพันธุ์ 0.2

ใช้ความน่าจะเป็นในการข้ามสายพันธุ์พันธุ์ 0.7 โครโมโซมมีการเปลี่ยนแปลง 10 รุ่นจะทำให้คำตอบของฟังก์ชันจุดประสงค์เข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่ง สำหรับการออกแบบอินพุตที่เหมาะสมใช้ข้อมูลอินพุตและเอาต์พุต 25 ค่าแรกมาเป็นข้อมูลในการสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์ และคำนวณอินพุตจากเมตริกซ์ความสัมพันธ์นั้นวนซ้ำไปเรื่อยๆ

4.1.1 ผลที่ได้จากจำลองเชิงตัวเลข เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงขนาดส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 3 ระดับ ขนาดของสัญญาณอินพุตอยู่ระหว่าง 0.01m และ -0.01m เพิ่มระดับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนจากน้อยไปมากเริ่มจาก 0.002% ไป จนถึง 0.004% ค่าไอเกนวาลูที่ได้จากการทำนายเอกลักษณ์แสดงในตารางที่ 4-1

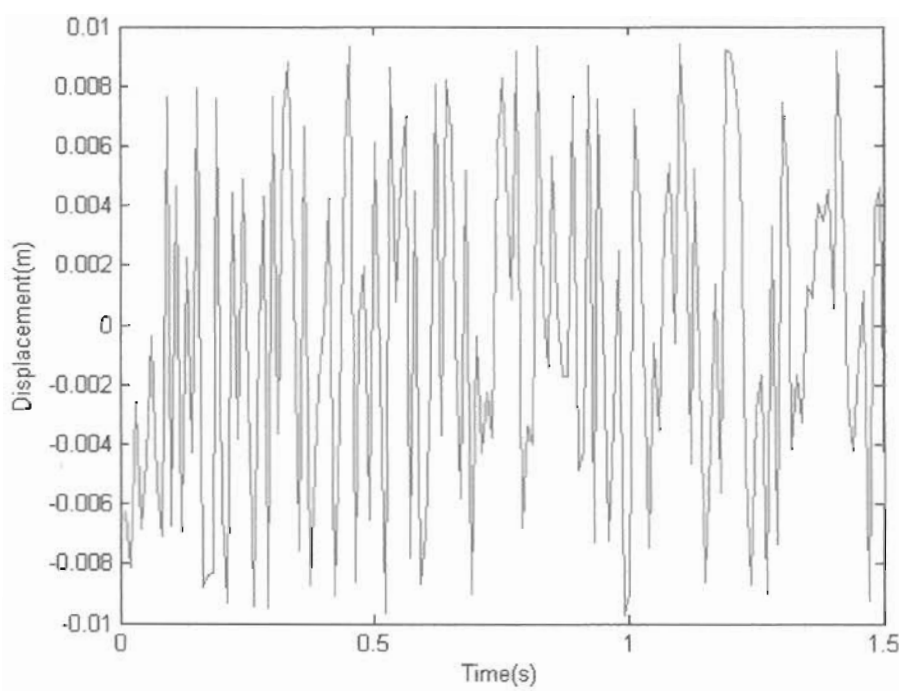
ตารางที่ 4-1 ตารางเปรียบเทียบค่าไอเกนวาลูที่หาได้โดยใช้การจำลองเชิงตัวเลขเมื่อทดลองเพิ่มค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวน

ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานของ สัญญาณรบกวน(%)	ค่าไอเกนวาลู		
	อินพุตแบบสุ่ม	อินพุตที่เหมาะสม	แบบจำลอง
0.002	$0.8831 \pm 0.0169i$	$0.9060 \pm 0.0723i$	$0.9103 \pm 0.0673i$
0.003	$0.8162 \pm 0.0396i$	$0.9014 \pm 0.0763i$	$0.9103 \pm 0.0673i$
0.004	$0.8377 \pm 0.0615i$	$0.8993 \pm 0.0794i$	$0.9103 \pm 0.0673i$

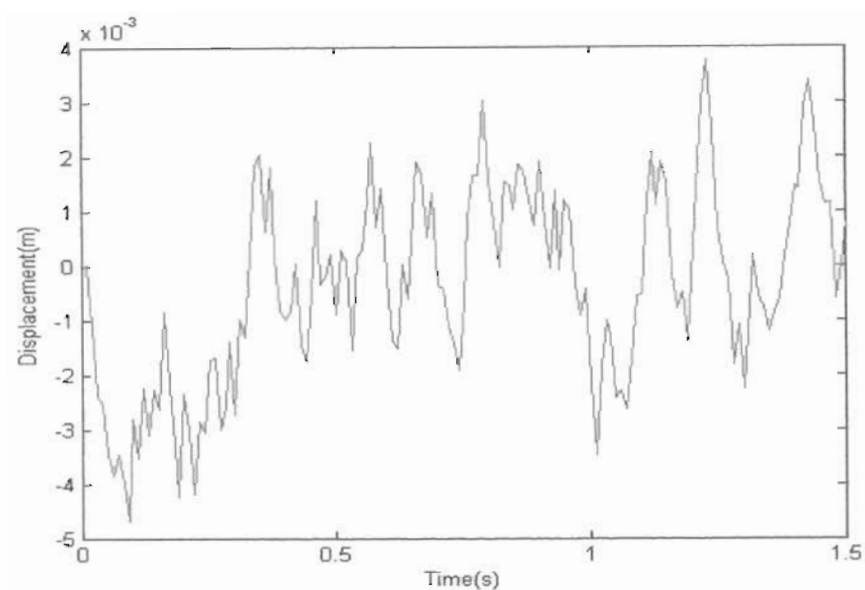
การจำลองเชิงตัวเลขชุดแรกใช้อินพุตแบบสุ่มในภาพที่ 4-1 กระตุ้นระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวน 0.002% ในกระบวนการและเครื่องมือวัด ได้เอาต์พุตที่ออกจากระบบรองรับแสดงในภาพที่ 4-2 จากนั้นเก็บค่าอินพุตและเอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่ม 25 ค่าแรกใช้เป็นข้อมูลในการออกแบบอินพุตที่เหมาะสมในภาพที่ 4-3 เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตที่เหมาะสมคือภาพที่ 4-4 ส่วนภาพที่ 4-5 แสดงเปอร์เซ็นต์ค่าผิดพลาดของค่ามาร์โคพารามิเตอร์ที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มเทียบกับอินพุตที่เหมาะสม ตารางที่ 4-2 แสดงเมตริกซ์ระบบที่ได้จากการทำนายเอกลักษณ์โดยข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตชุดนี้

ตารางที่ 4-2 เมตริกซ์ระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและ
กระบวนการ 0.002%

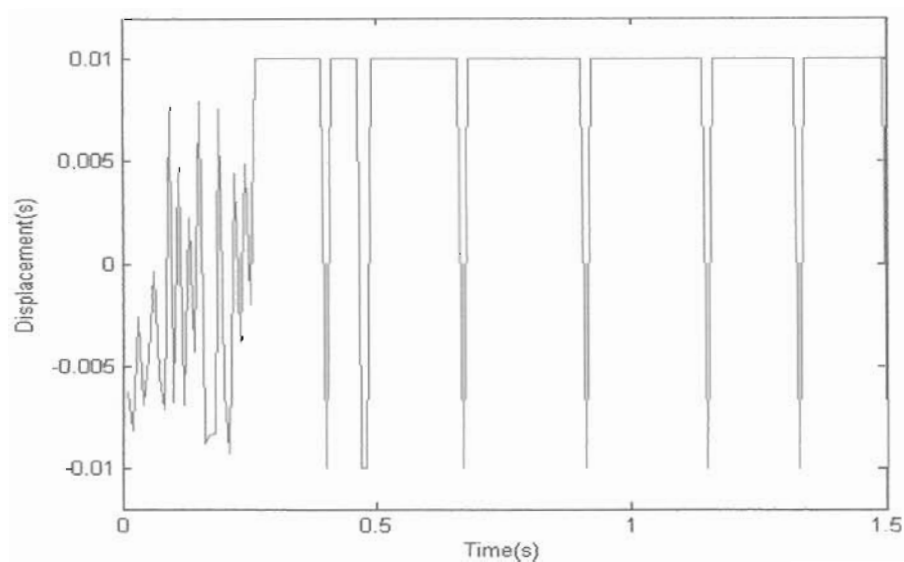
แบบของอินพุท	เมตริกซ์ระบบ		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
อินพุทแบบสุ่ม	$\begin{bmatrix} 0.8553 & 0.0820 \\ -0.0815 & 0.9109 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4274 \\ -0.0982 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4273 & 0.0999 \end{bmatrix}$
อินพุทที่เหมาะสม	$\begin{bmatrix} 0.8570 & 0.0880 \\ -0.0868 & 0.9551 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4273 \\ -0.0966 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4273 & 0.0999 \end{bmatrix}$



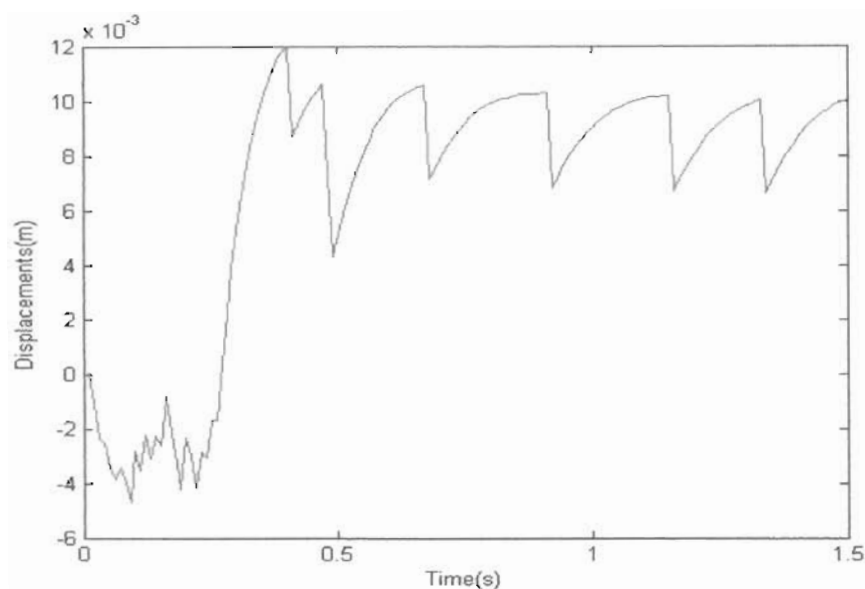
ภาพที่ 4-1 อินพุทแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณ
รบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%



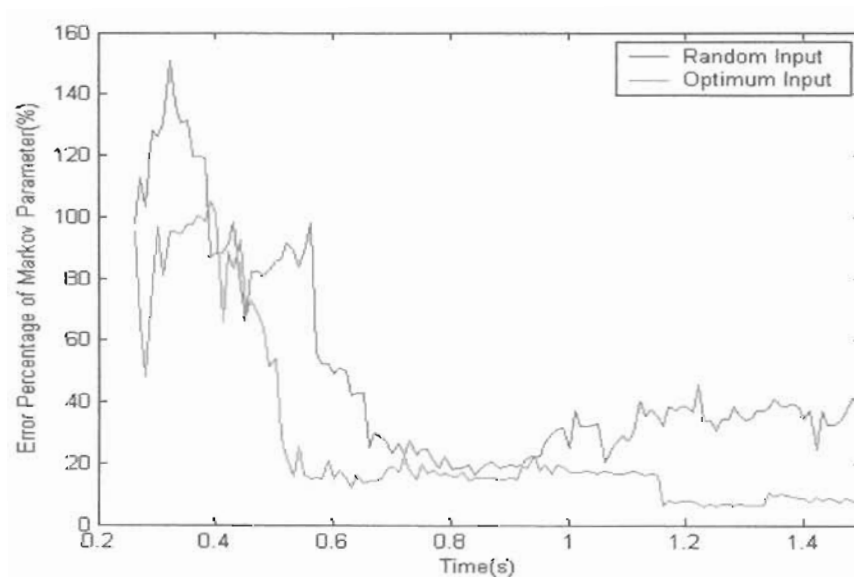
ภาพที่ 4-2 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%



ภาพที่ 4-3 อินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%



ภาพที่ 4-4 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุทแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%

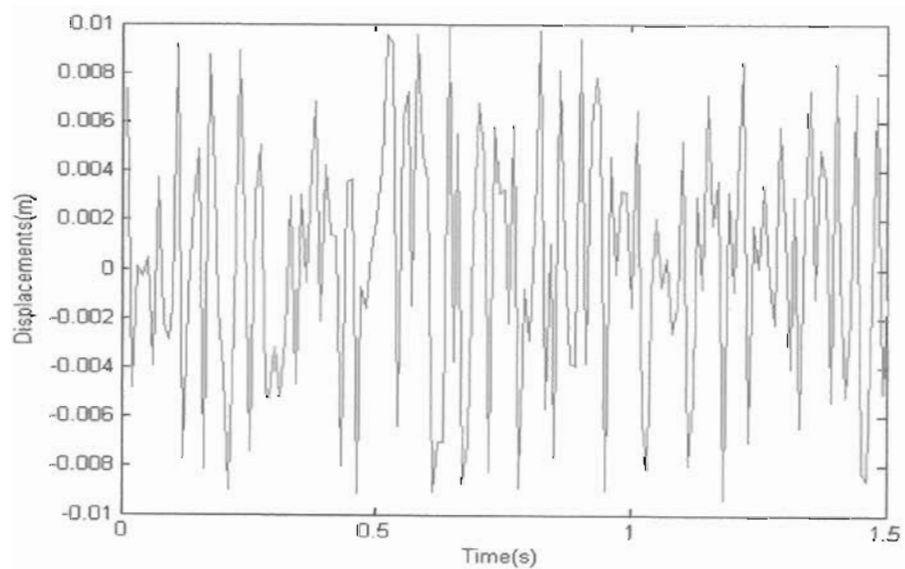


ภาพที่ 4-5 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุทแบบสุ่มกับอินพุทแบบเหมาะสมของระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.002%

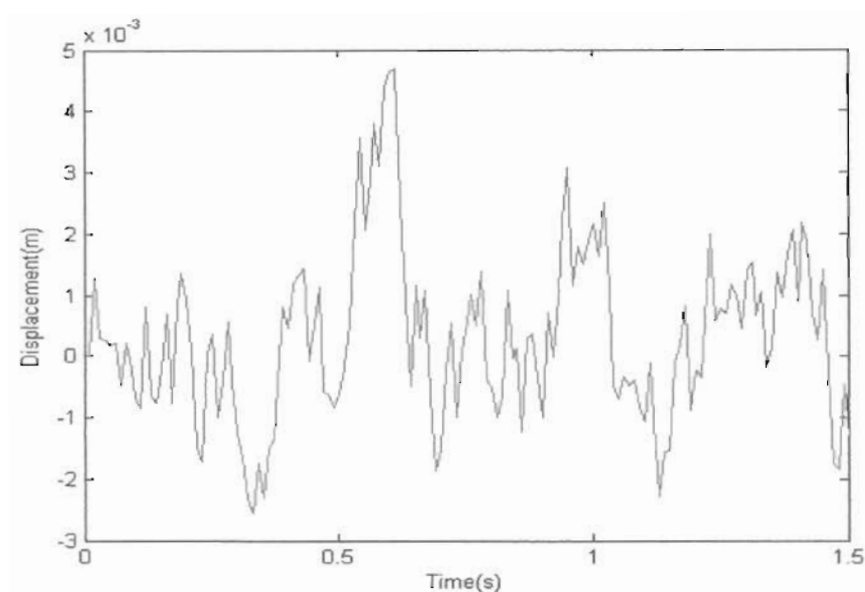
ภาพชุดต่อไปจะเพิ่มค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนเป็น 0.003% ภาพที่ 4-6 แสดงอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบ ทำให้เกิดเอาต์พุตดังภาพที่ 4-7 นำข้อมูลอินพุตแบบสุ่มและเอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่ม 25 ค่าแรกมาออกแบบอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-8 ได้เอาต์พุตจากอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-9 ส่วนภาพที่ 4-10 แสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โกลาพารามิเตอร์ที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มเทียบกับอินพุตที่เหมาะสม เมตริกซ์ระบบที่หาได้แสดงในตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 เมตริกซ์ระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%

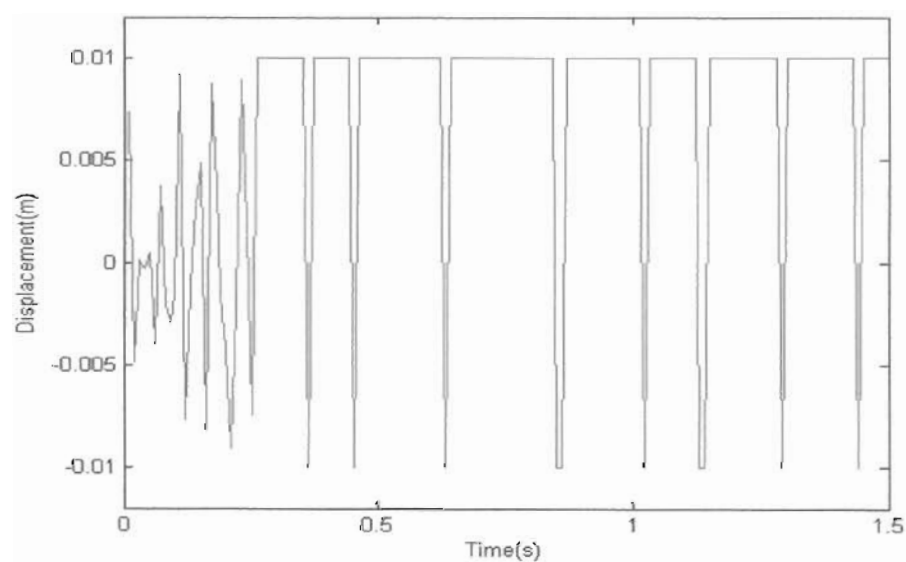
แบบของอินพุต	เมตริกซ์ระบบ		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
อินพุตแบบสุ่ม	$\begin{bmatrix} 0.8634 & 0.0616 \\ -0.0615 & 0.0791 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4245 \\ -0.0857 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4245 & 0.0858 \end{bmatrix}$
อินพุตที่เหมาะสม	$\begin{bmatrix} 0.8551 & 0.0898 \\ -0.0888 & 0.9478 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4281 \\ -0.0984 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4281 & 0.1005 \end{bmatrix}$



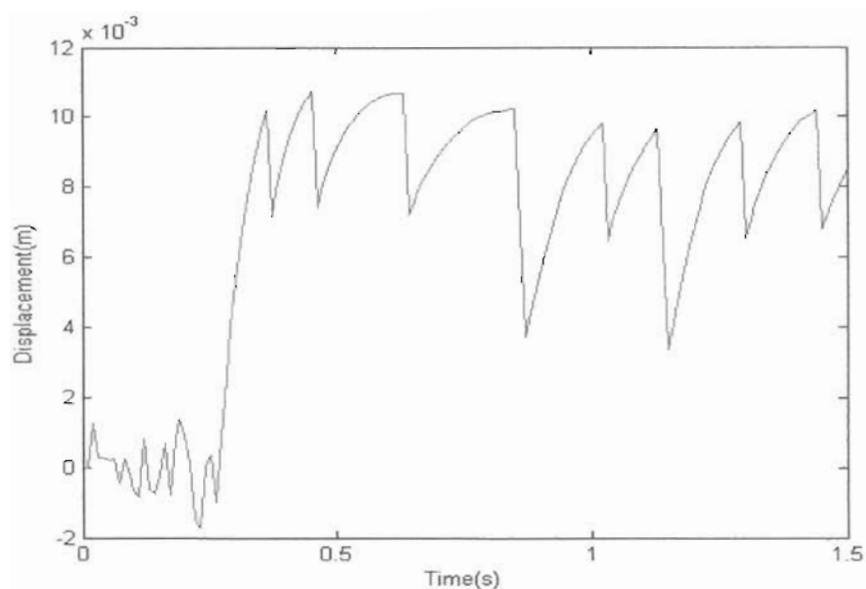
ภาพที่ 4-6 อินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้แก่ระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัด 0.003%



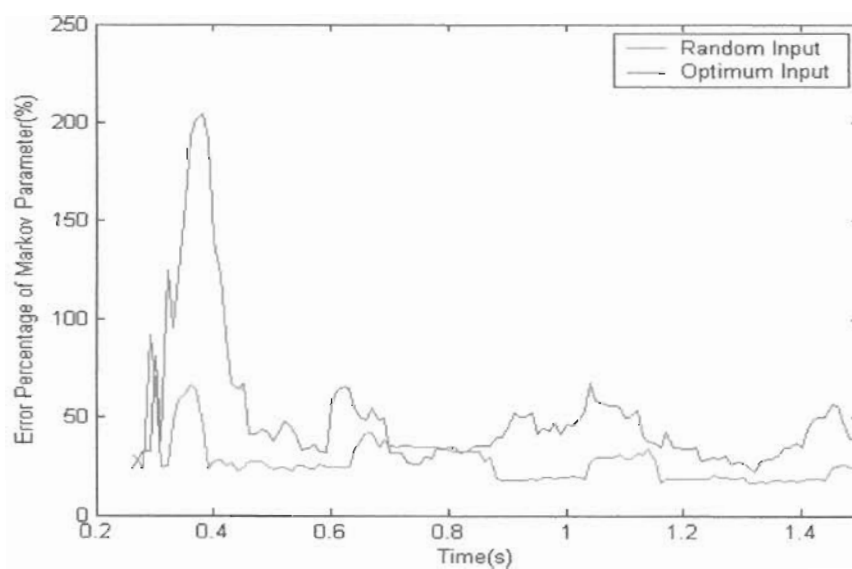
ภาพที่ 4-7 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%



ภาพที่ 4-8 อินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%



ภาพที่ 4-9 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุทแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนของมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%

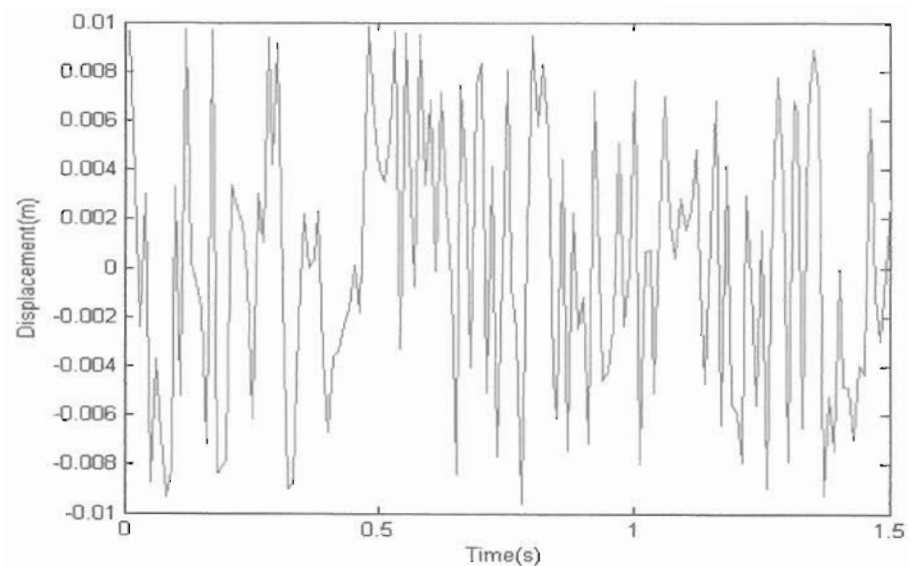


ภาพที่ 4-10 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุทแบบสุ่มและอินพุทแบบเหมาะสมของระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.003%

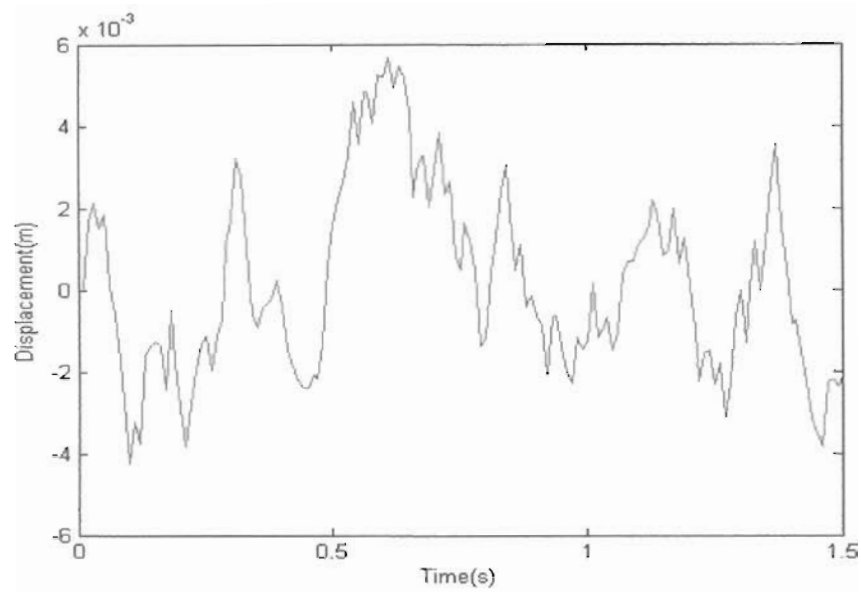
ภาพชุดสุดท้ายในหัวข้อ 4.1.1 จะทำการเพิ่มค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนเป็น 0.004% ภาพที่ 4-11 แสดงอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบได้เอาต์พุตดังภาพที่ 4-12 นำข้อมูลอินพุตแบบสุ่มและเอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่ม 25 ค่าแรกมาออกแบบอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-13 ได้เอาต์พุตจากอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-14 ส่วนภาพที่ 4-15 แสดงเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มเทียบกับอินพุตที่เหมาะสม เมตริกซ์ระบบที่ได้จากการทำนายเอกลักษณ์แสดงในตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 เมตริกซ์ระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.004%

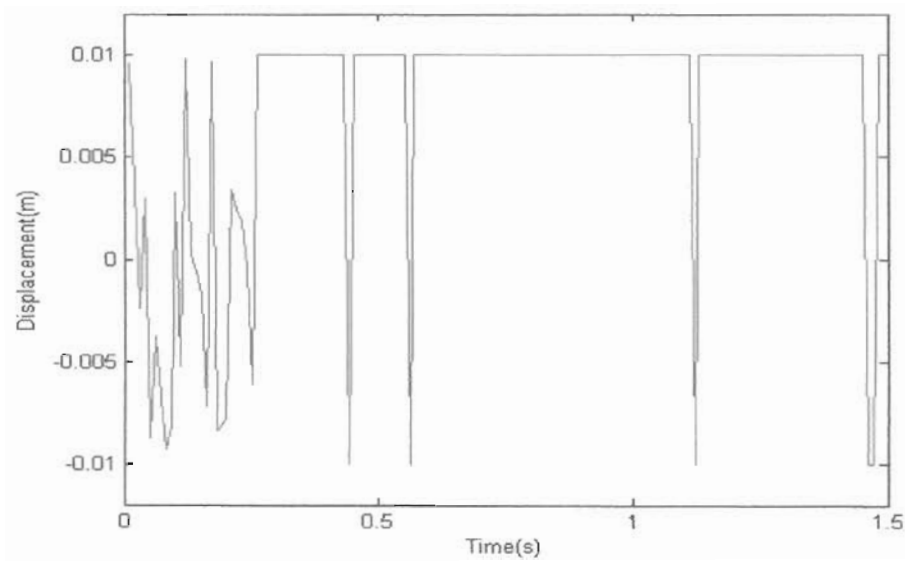
แบบของอินพุต	เมตริกซ์ระบบ		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
อินพุตแบบสุ่ม	$\begin{bmatrix} 0.8606 & 0.0657 \\ -0.0656 & 0.8148 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4250 \\ -0.0884 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4250 & 0.0886 \end{bmatrix}$
อินพุตที่เหมาะสม	$\begin{bmatrix} 0.8547 & 0.0915 \\ -0.0906 & 0.9439 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4278 \\ -0.1001 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4278 & 0.1019 \end{bmatrix}$



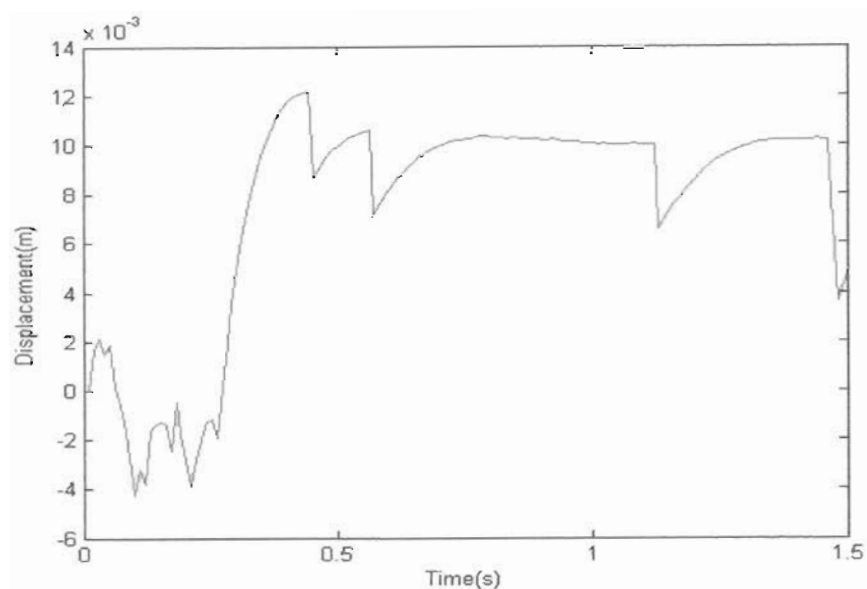
ภาพที่ 4-11 อินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้แก่วระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัด 0.004%



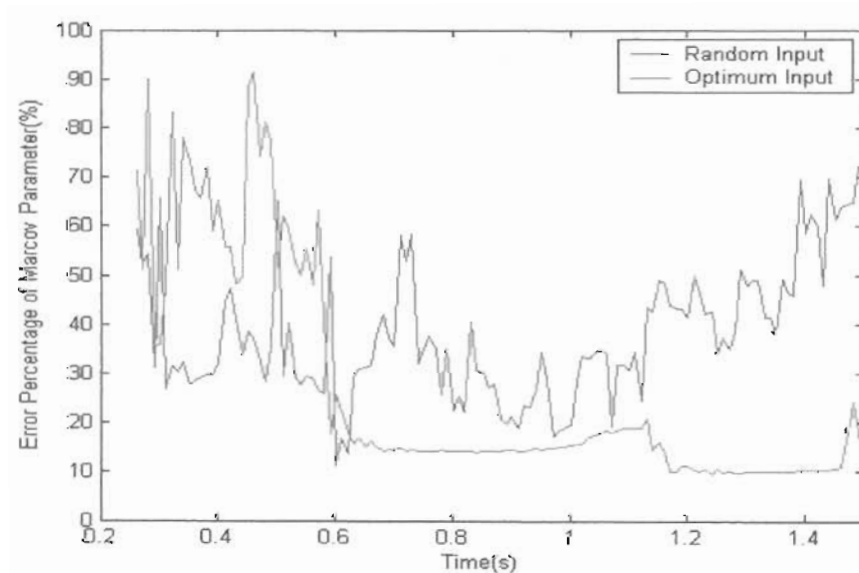
ภาพที่ 4-12 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุทแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.004%



ภาพที่ 4-13 อินพุทแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัด 0.004%



ภาพที่ 4-14 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุทแบบเหมาะสมที่ป้อนให้แก่ระบบรองรับที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัด 0.004%



ภาพที่ 4-15 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุทแบบสุ่มและอินพุทแบบเหมาะสมของระบบที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ 0.004 %

4.1.2 ผลที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลขของสัญญาณที่มีการเปลี่ยนขอบเขตให้สูงขึ้นเรื่อยๆ จากช่วง -0.006 m ถึง 0.006 m จนถึงช่วง -0.012 m ถึง 0.012 m ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบเดียวกับหัวข้อ 4.1.1 โดยสัญญาณรบกวนมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.001% คงที่ทุกขอบเขตอินพุต ค่าไอเกนวาลูที่ได้จากทำนายเอกลักษณ์แสดงในตารางที่ 4-5

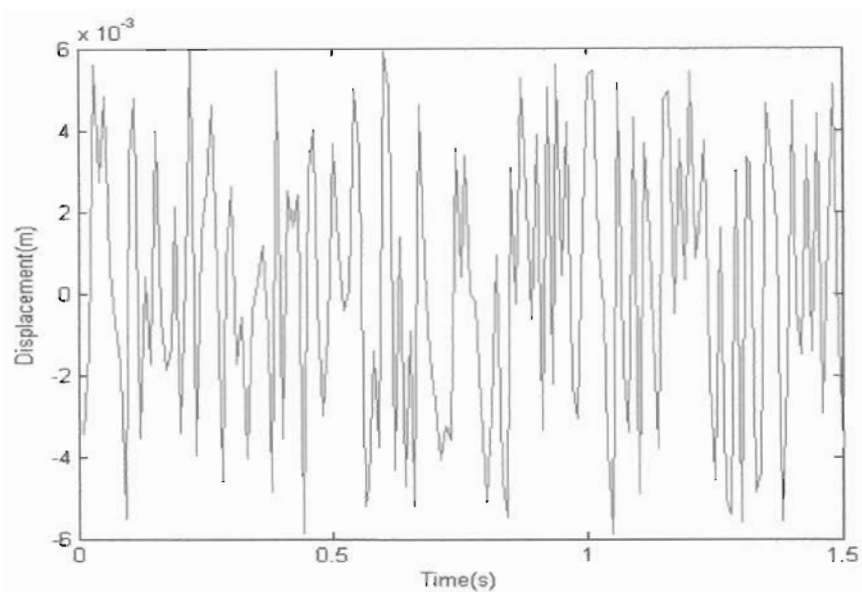
ตารางที่ 4-5 ตารางเปรียบเทียบค่าไอเกนวาลูที่หาได้จากระบบรองรับเมื่อเปลี่ยนขอบเขตของอินพุต

ขอบเขตของอินพุต (m)	ค่าไอเกนวาลู		
	อินพุตแบบสุ่ม	อินพุตที่เหมาะสม	แบบจำลอง
$-0.006 \leq u \leq 0.006$	$0.8811 \pm 0.075\text{li}$	$0.9065 \pm 0.071\text{li}$	$0.9103 \pm 0.0673\text{i}$
$-0.008 \leq u \leq 0.008$	$0.9018 \pm 0.0715\text{i}$	$0.9085 \pm 0.0686\text{i}$	$0.9103 \pm 0.0673\text{i}$
$-0.01 \leq u \leq 0.01$	$0.9021 \pm 0.0696\text{i}$	$0.9085 \pm 0.0695\text{i}$	$0.9103 \pm 0.0673\text{i}$
$-0.012 \leq u \leq 0.012$	$0.9091 \pm 0.0666\text{i}$	$0.9095 \pm 0.068\text{li}$	$0.9103 \pm 0.0673\text{i}$

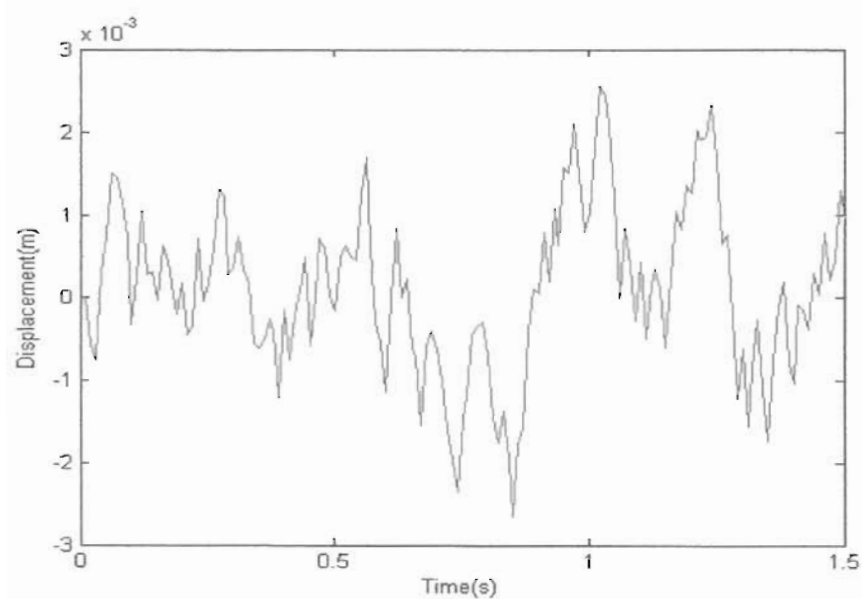
การแสดงผลชุดแรกของหัวข้อ 4.1.2 จะใช้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในกระบวนการและเครื่องมือวัดเป็น 0.001% อินพุตมีขอบเขต -0.006 m ถึง 0.006 m ภาพที่ 4-16 แสดงอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบทำให้ได้เอาต์พุตดังภาพที่ 4-17 นำข้อมูลอินพุตแบบสุ่มและเอาต์พุตที่ได้จากแบบสุ่ม 25 ค่าแรก มาออกแบบอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-18 ได้เอาต์พุตจากอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-19 ส่วนภาพที่ 4-20 แสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มเทียบกับอินพุตที่เหมาะสม ค่าเมตริกซ์ระบบที่หาได้จากการทำนายเอกลักษณ์แสดงในตารางที่ 4-6

ตารางที่ 4-6 เมตริกซ์ระบบที่หาได้จากการหาเอกลักษณ์เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.006m ถึง 0.006m

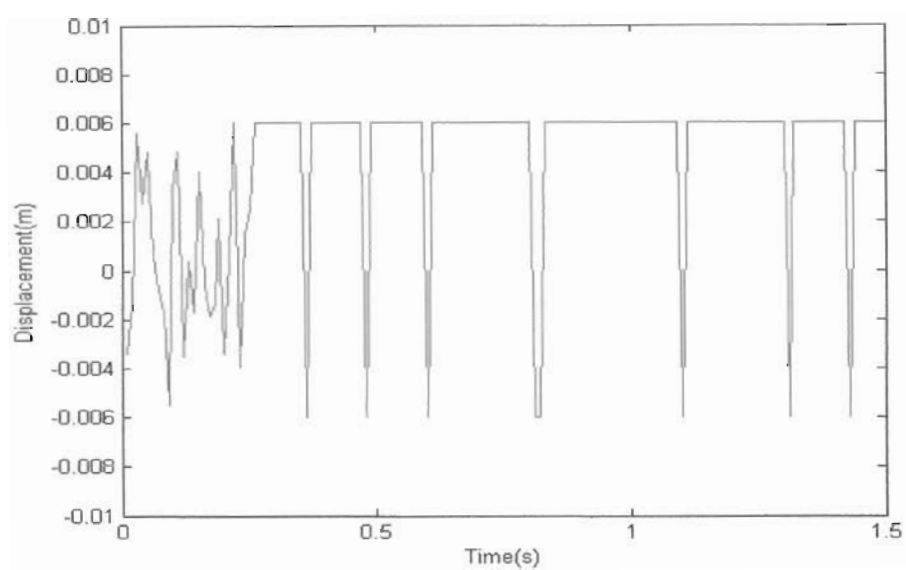
แบบของอินพุต	เมตริกซ์ระบบ		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
อินพุตแบบสุ่ม	$\begin{bmatrix} 0.8566 & 0.0792 \\ -0.0787 & 0.9057 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4266 \\ -0.0968 \end{bmatrix}$	$[-0.4266 \quad 0.0975]$
อินพุตที่เหมาะสม	$\begin{bmatrix} 0.8568 & 0.0873 \\ -0.0861 & 0.9562 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4272 \\ -0.0958 \end{bmatrix}$	$[-0.4272 \quad 0.0983]$



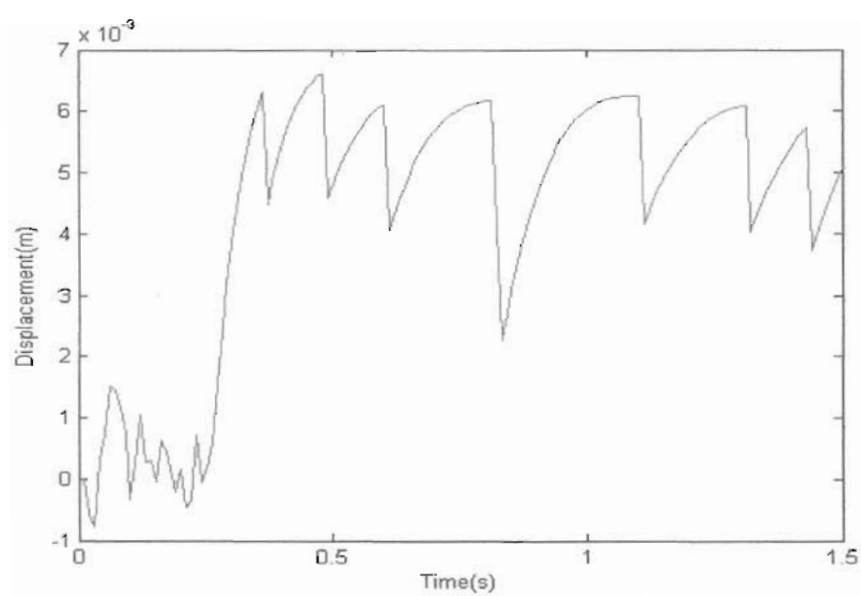
ภาพที่ 4-16 อินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.006 m ถึง 0.006 m



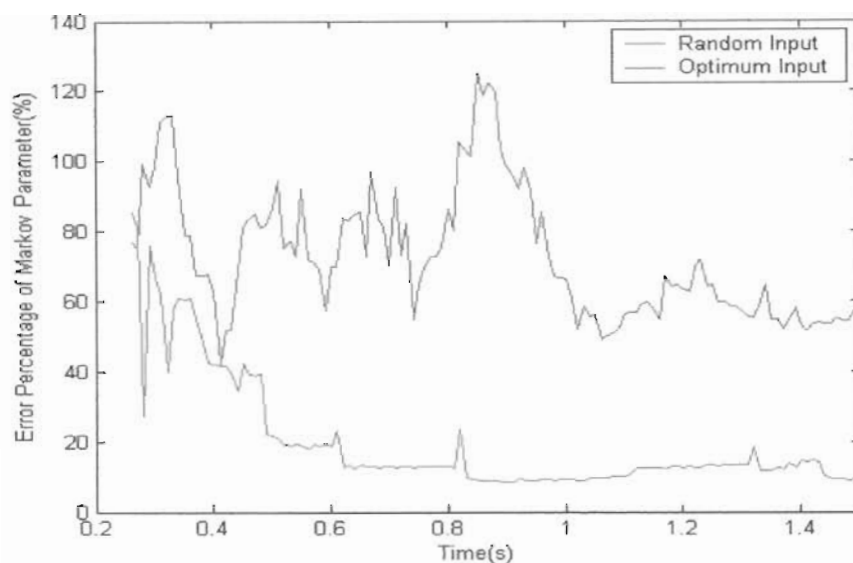
ภาพที่ 4-17 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.006 m ถึง 0.006 m



ภาพที่ 4-18 อินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.006 m ถึง 0.006 m



ภาพที่ 4-19 เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.006 m ถึง 0.006 m

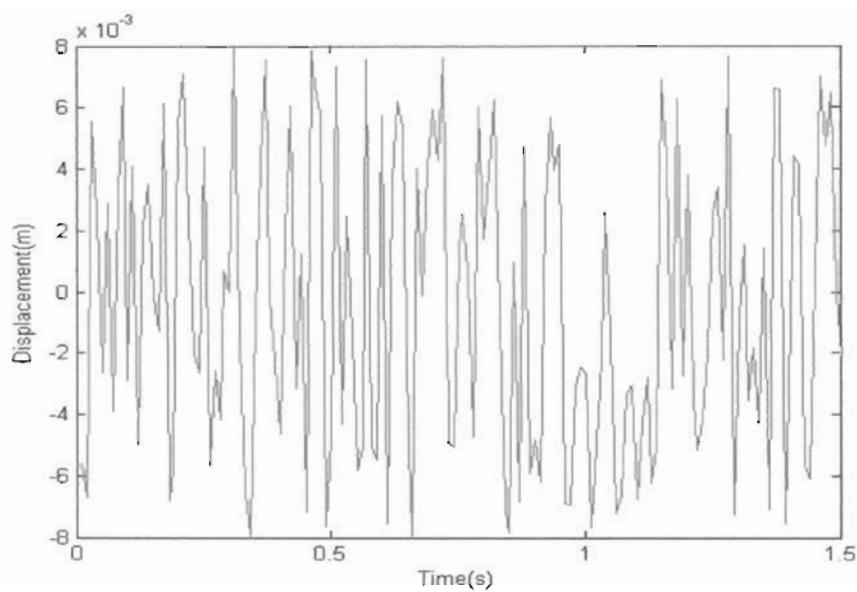


ภาพที่ 4-20 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุตแบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขตของอินพุต -0.006 m ถึง 0.006 m

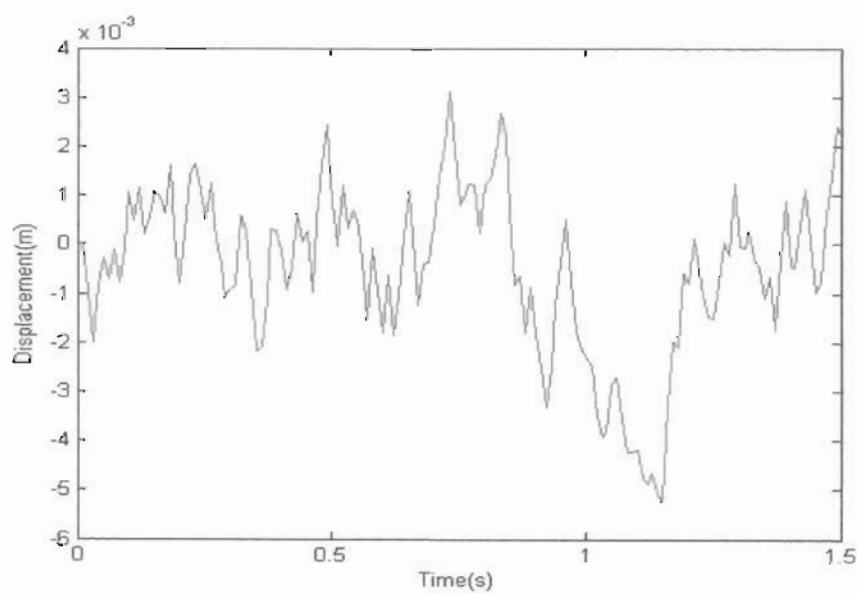
การแสดงผลภาพชุดต่อไปนี้จะเพิ่มขอบเขตของอินพุตเป็น -0.008 m ถึง 0.008 m ภาพที่ 4-21 แสดงอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบทำให้ได้เอาต์พุตดังภาพที่ 4-22 นำข้อมูลอินพุตแบบสุ่มและเอาต์พุตที่ได้จากแบบสุ่ม 25 ค่าแรก มาออกแบบอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-23 ได้เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมดังภาพที่ 4-24 ส่วนภาพที่ 4-25 แสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มเทียบกับอินพุตที่เหมาะสม ตารางที่ 4-7 แสดงเมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์ เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m

ตารางที่ 4-7 เมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m

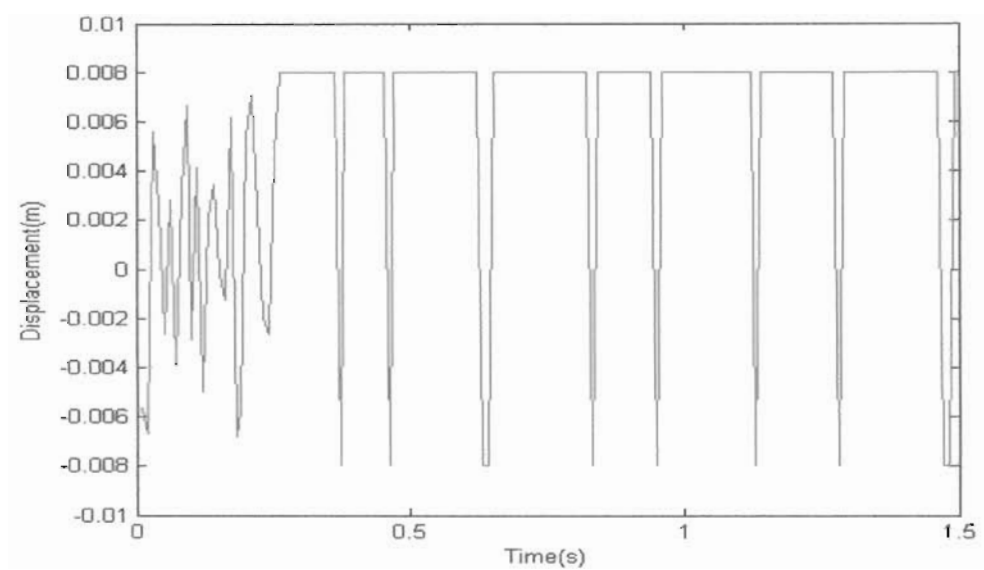
แบบของอินพุต	เมตริกซ์ระบบ		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
อินพุตแบบสุ่ม	$\begin{bmatrix} 0.8563 & 0.0853 \\ -0.0842 & 0.9474 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4269 \\ -0.0960 \end{bmatrix}$	$[-0.4269 \quad 0.0980]$
อินพุตที่เหมาะสม	$\begin{bmatrix} 0.8578 & 0.0860 \\ -0.0846 & 0.9593 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4269 \\ -0.0948 \end{bmatrix}$	$[-0.4268 \quad 0.0975]$



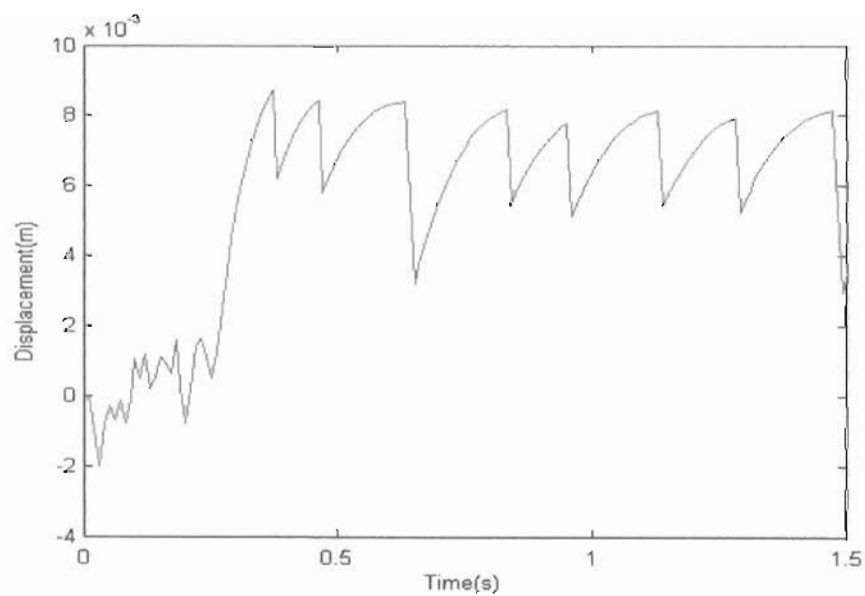
ภาพที่ 4-21 อินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m



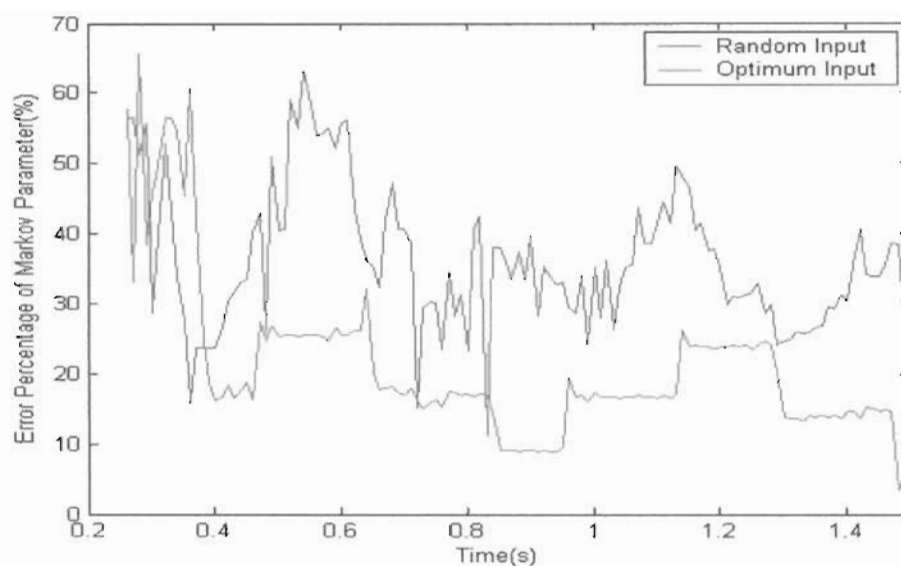
ภาพที่ 4-22 เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m



ภาพที่ 4-23 อินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m



ภาพที่ 4-24 เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.008 m ถึง 0.008 m

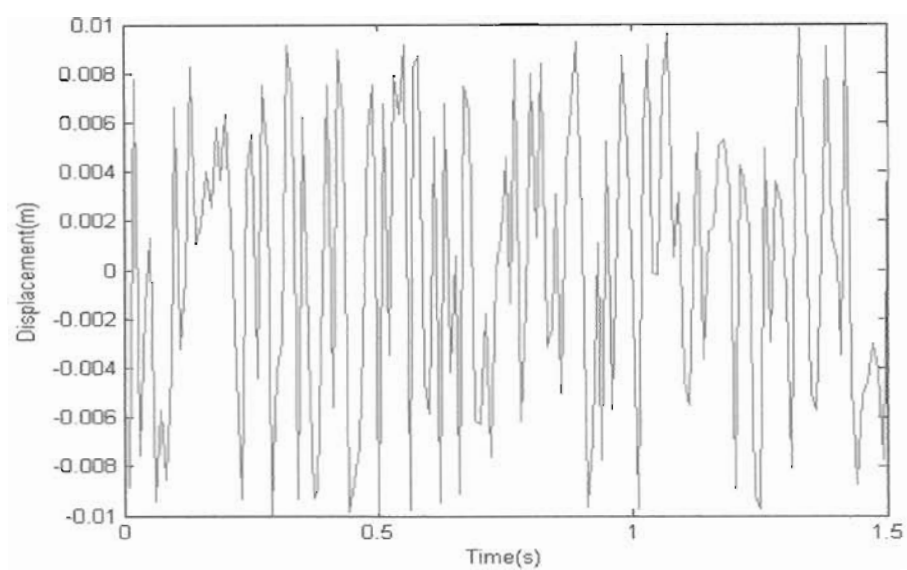


ภาพที่ 4-25 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุตแบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขตของอินพุต -0.008 m ถึง 0.008 m

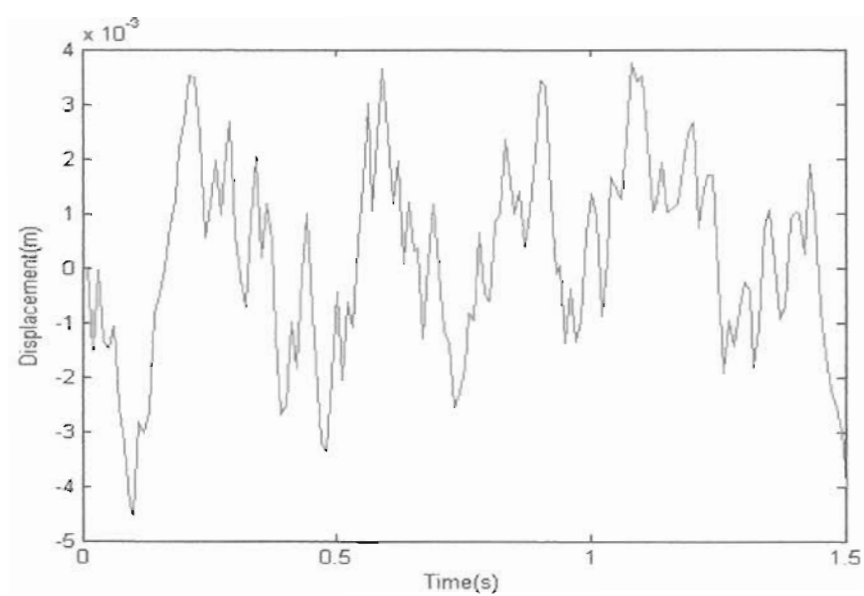
การแสดงผลชุดต่อไปนี้ ขอบเขตของอินพุตจะเพิ่มเป็น -0.01 m ถึง 0.01 m ภาพที่ 4-26 แสดงอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบทำให้เกิดเอาต์พุตดังภาพที่ 4-27 นำข้อมูลอินพุตแบบสุ่มและเอาต์พุตที่ได้จากแบบสุ่ม 25 ค่าแรก มาออกแบบอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-28 ได้เอาต์พุตที่เกิดจากอินพุตแบบเหมาะสมดังภาพที่ 4-29 ส่วนภาพที่ 4-30 แสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มเทียบกับอินพุตที่เหมาะสม ตารางที่ 4-8 แสดงเมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์ เมื่ออินพุตมีขอบเขต -0.01 m ถึง 0.01 m

ตารางที่ 4-8 เมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.01 m ถึง 0.01 m

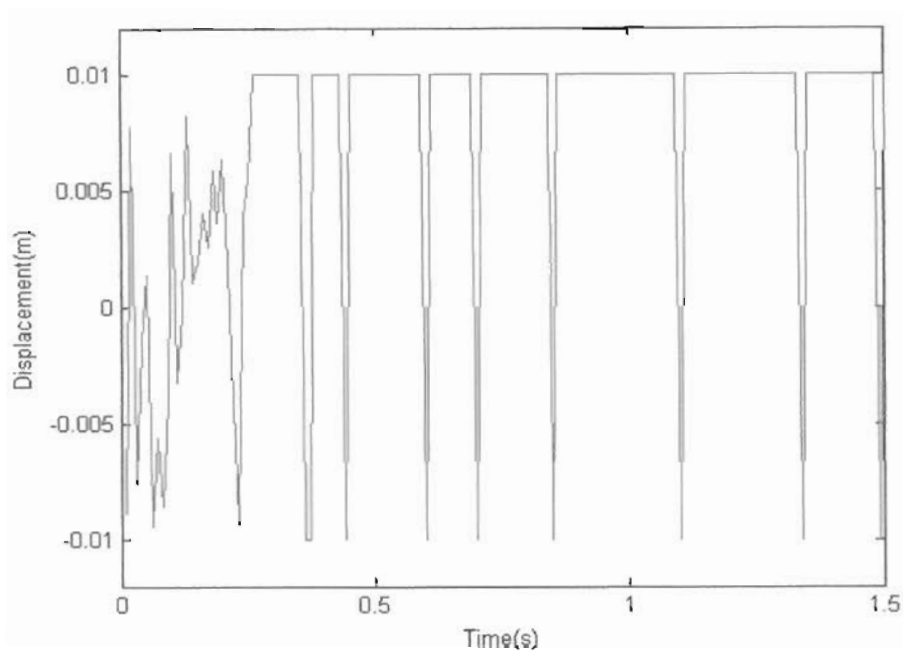
แบบของอินพุต	เมตริกซ์ระบบ		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
อินพุตแบบสุ่ม	$\begin{bmatrix} 0.8599 & 0.0819 \\ -0.0808 & 0.9443 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4273 \\ -0.0966 \end{bmatrix}$	$[-0.4272 \quad 0.0985]$
อินพุตที่เหมาะสม	$\begin{bmatrix} 0.8579 & 0.0867 \\ -0.0853 & 0.9591 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4271 \\ -0.0954 \end{bmatrix}$	$[-0.4271 \quad 0.0981]$



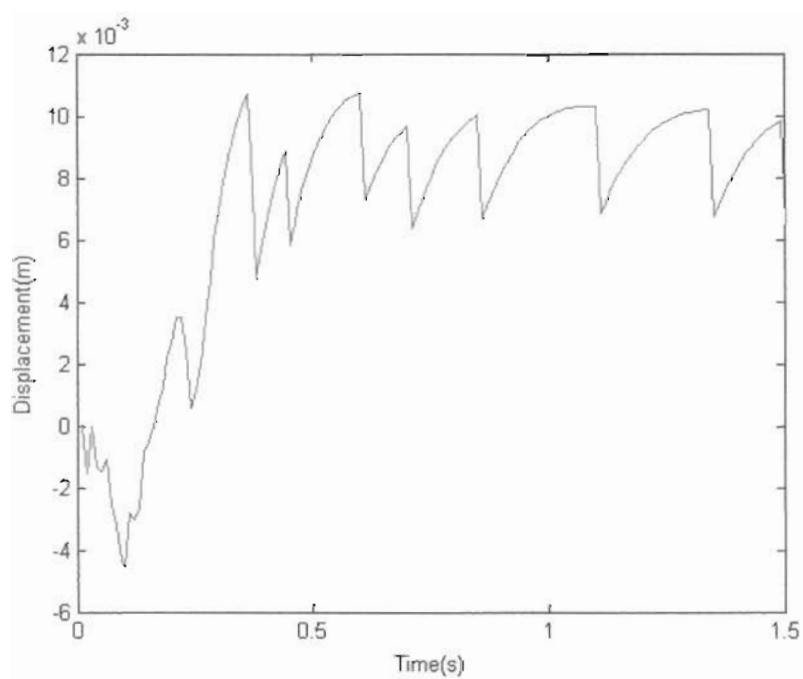
ภาพที่ 4-26 อินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.01 m ถึง 0.01 m



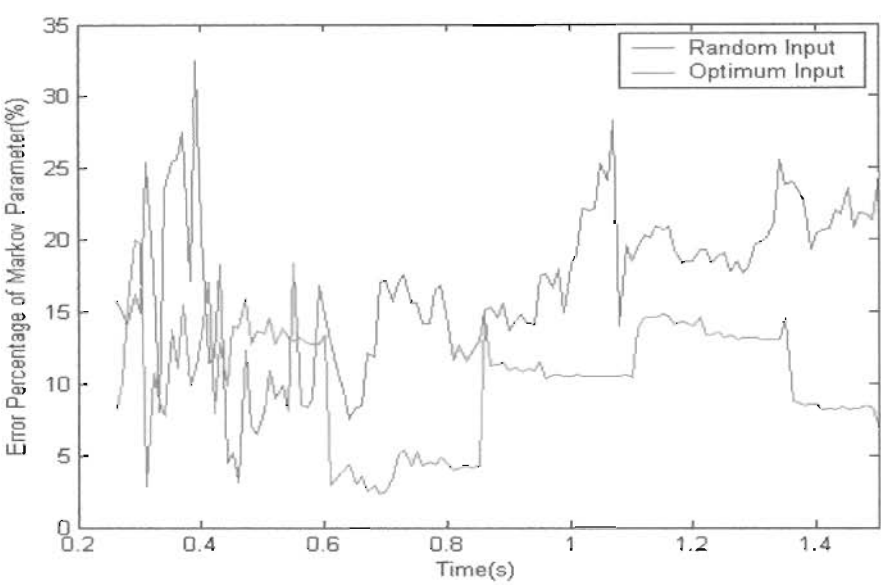
ภาพที่ 4-27 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.01 m ถึง 0.01 m



ภาพที่ 4-28 อินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.01 m ถึง 0.01 m



ภาพที่ 4-29 เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.01 m ถึง 0.01 m

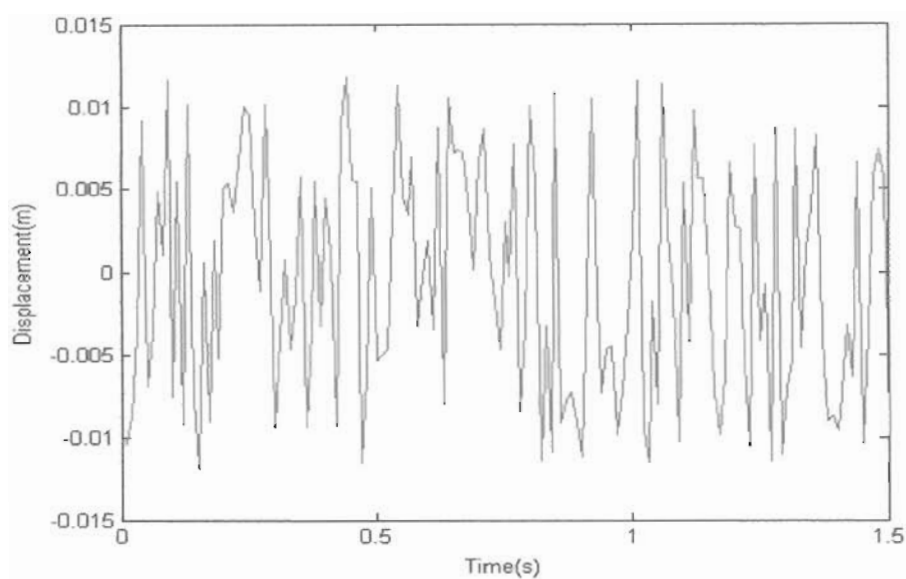


ภาพที่ 4-30 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุตแบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขตของอินพุต -0.01 m ถึง 0.01 m

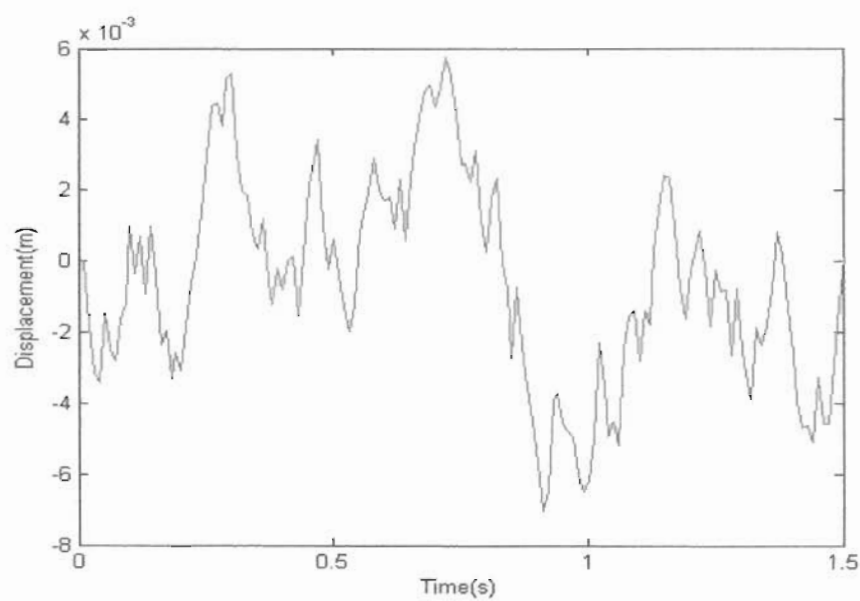
การแสดงผลชุดสุดท้ายของการจำลองเชิงตัวเลข ขอบเขตของอินพุตจะเพิ่มเป็น -0.012 m ถึง 0.012 m ภาพที่ 4-31 แสดงอินพุตแบบสุ่มที่ป้อนให้กับระบบทำให้เกิดเอาต์พุตดังภาพที่ 4-32 นำข้อมูลอินพุตแบบสุ่มและเอาต์พุตที่ได้จากแบบสุ่ม 25 ค่าแรก มาออกแบบอินพุตที่เหมาะสมดังภาพที่ 4-33 ได้เอาต์พุตที่เกิดจากอินพุตแบบเหมาะสมดังภาพที่ 4-34 ส่วนภาพที่ 4-35 แสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มเทียบกับอินพุตที่เหมาะสม ตารางที่ 4-9 แสดงเมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์ เมื่ออินพุตมีขอบเขต -0.012 m ถึง 0.012 m

ตารางที่ 4-9 เมตริกซ์ระบบที่ได้จากการหาเอกลักษณ์เมื่อใช้อินพุตที่มีขอบเขต -0.012 m ถึง 0.012 m

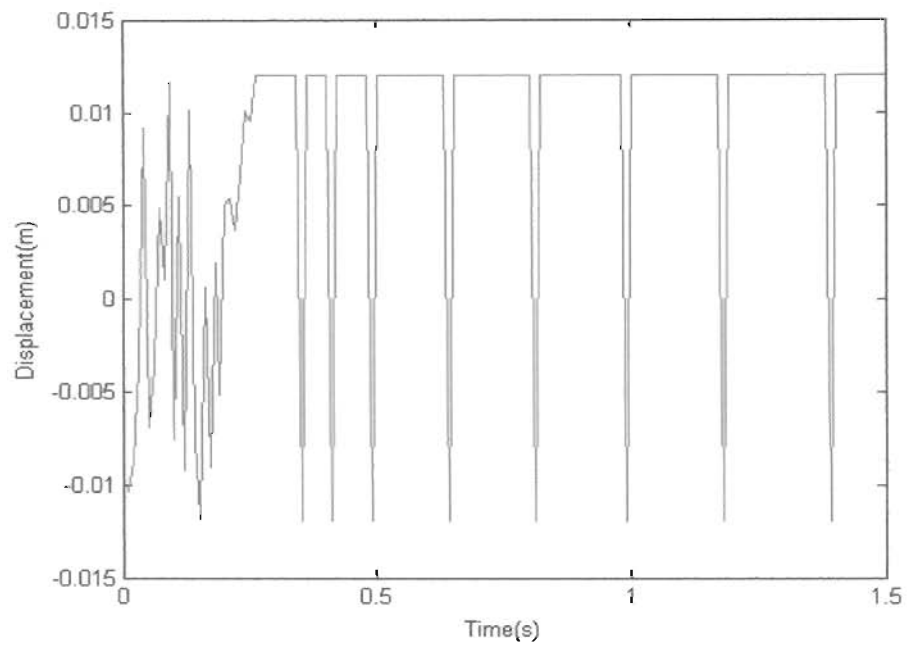
แบบของอินพุต	เมตริกซ์ระบบ		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
อินพุตแบบสุ่ม	$\begin{bmatrix} 0.8591 & 0.0840 \\ -0.0826 & 0.9191 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4273 \\ -0.0946 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4272 & 0.0972 \end{bmatrix}$
อินพุตที่เหมาะสม	$\begin{bmatrix} 0.8582 & 0.0860 \\ -0.0845 & 0.9607 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4276 \\ -0.0947 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.4269 & 0.0975 \end{bmatrix}$



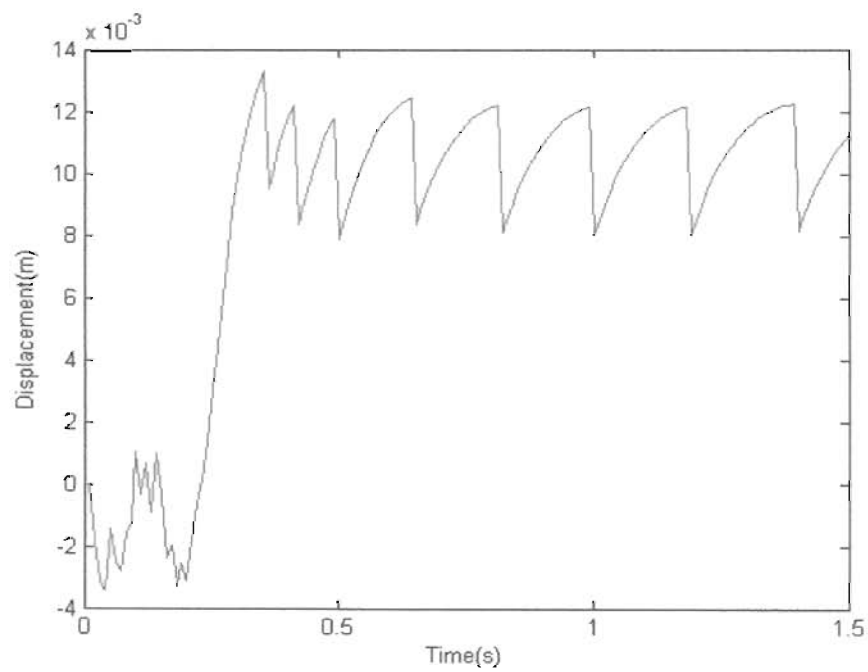
ภาพที่ 4-31 อินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.012 m ถึง 0.012 m



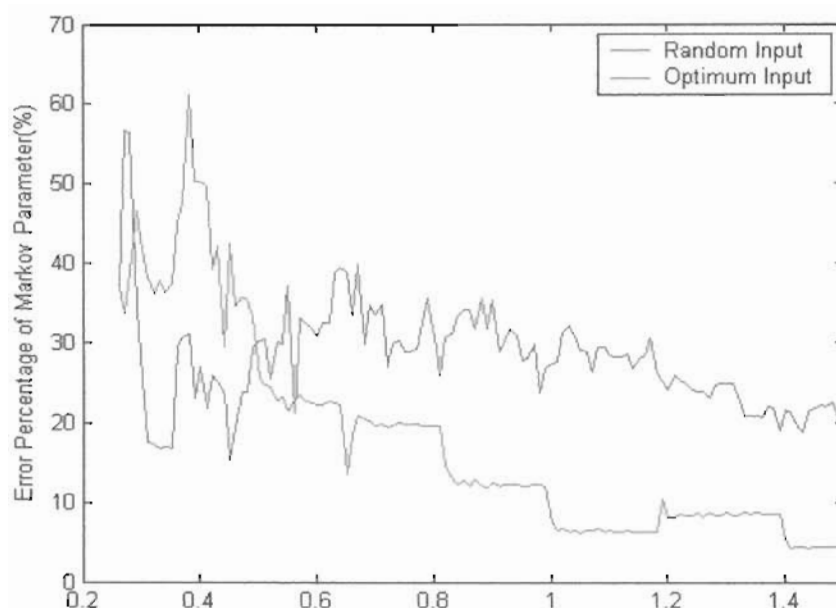
ภาพที่ 4-32 เอาต์พุตที่ได้จากอินพุตแบบสุ่มที่มีขอบเขต -0.012 m ถึง 0.012 m



ภาพที่ 4-33 อินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.012 m ถึง 0.012 m



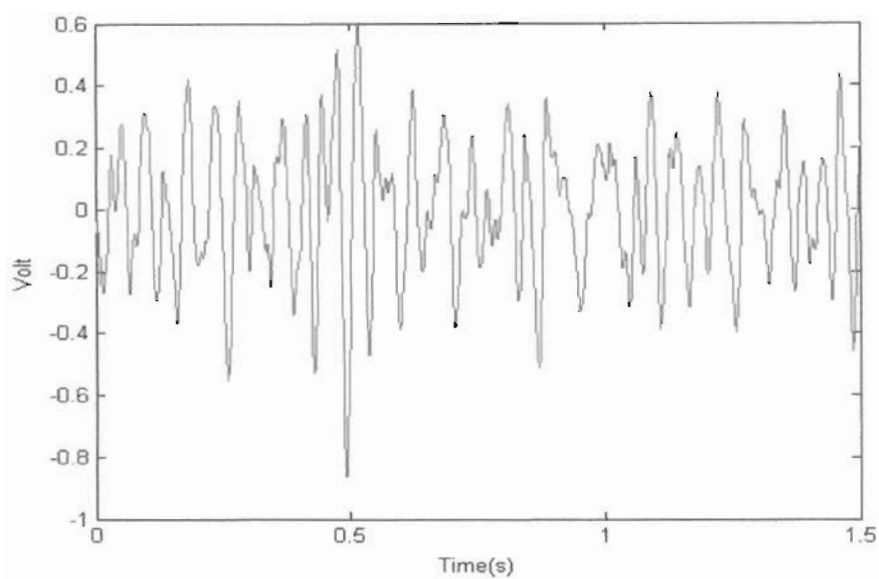
ภาพที่ 4-34 เอาท์พุทที่ได้จากอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขต -0.012 m ถึง 0.012 m



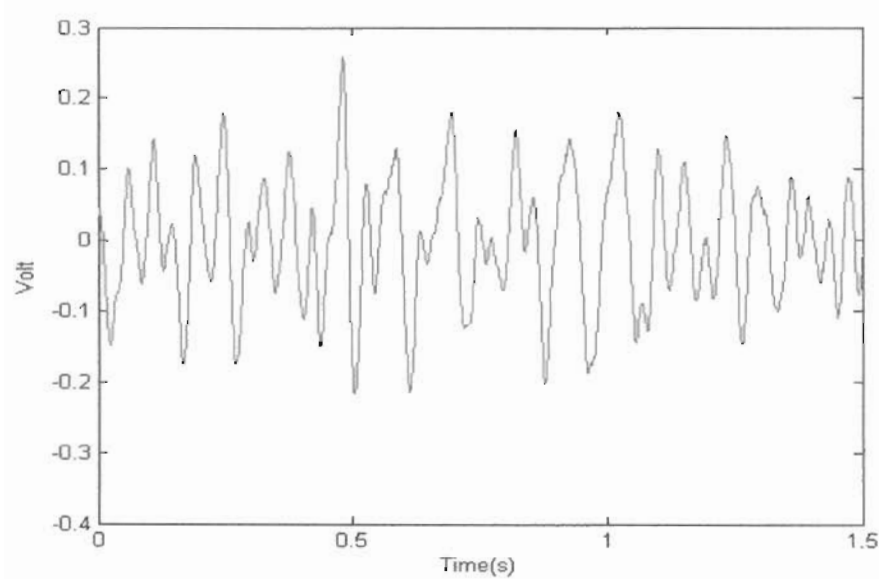
ภาพที่ 4-35 กราฟเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ระหว่างอินพุตแบบสุ่มและอินพุตแบบเหมาะสมที่มีขอบเขตของอินพุต -0.012 m ถึง 0.012 m

4.2 ผลการทดลองกับระบบรองรับ

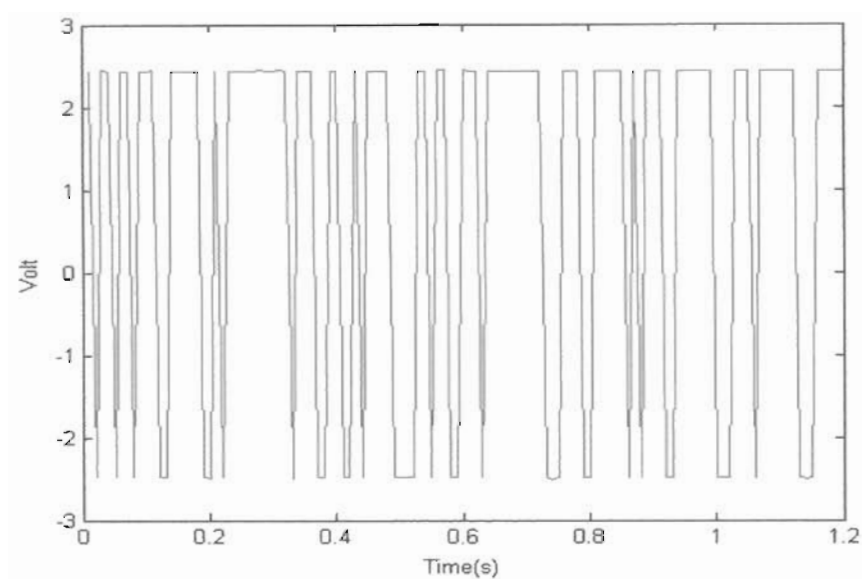
ในหัวข้อนี้จะใช้ระบบรองรับดังรูปที่ 3-3 ระบบรองรับมีรายละเอียดอธิบายในภาคผนวก ก มีค่าไอเกนวาลูของเมตริกซ์ระบบ $0.9103 \pm 0.0673i$ เลือกอันดับของแบบจำลอง ARX เท่ากับ 2 เมื่อป้อนอินพุตแบบสุ่มให้กับระบบรองรับ โดยสัญญาณเป็นดังภาพที่ 4-36 จะได้เอาต์พุตดังภาพที่ 4-37 ค่าไอเกนวาลูที่ได้จากการทำนายเอกลักษณ์ มีค่า $0.8872 \pm 0.0748i$ แต่อินพุตแบบเหมาะสมที่ป้อนให้กับระบบรองรับประสบปัญหาในการสร้างอินพุตที่แท้จริง โดยในภาพที่ 4-38 เมื่อป้อนสัญญาณอินพุตที่เหมาะสมแต่เพิ่มขนาดของสัญญาณให้กับเครื่องขยายสัญญาณ (Power Amplifier) เมื่อวัดสัญญาณที่ฐานตัวเข้าปรากฏว่าแนวโน้มของเอาต์พุตที่เกิดขึ้นที่หัวเข่า ซึ่งต้องการให้เป็นอินพุตที่เหมาะสมไม่เป็นไปตามที่ต้องการดังภาพที่ 4-9 ทำให้การทดลองกับระบบรองรับยังไม่สามารถทดสอบประสิทธิภาพของอินพุตที่เหมาะสมได้ เพราะไม่สามารถสร้างอินพุตที่เหมาะสมได้ในทางปฏิบัติ



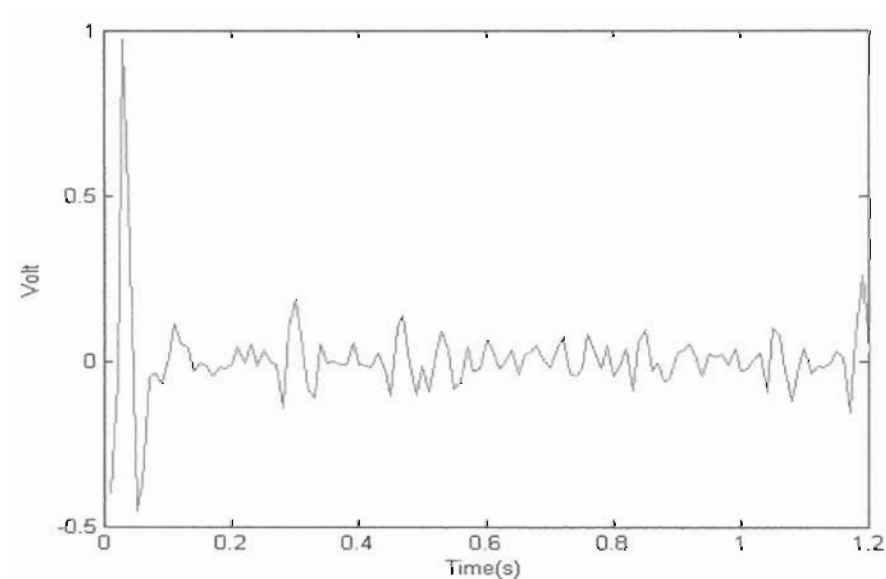
ภาพที่ 4-36 อินพุทของระบบรองรับที่อัตราส่วนสัญญาณความถี่ 100 Hz



ภาพที่ 4-37 เอาท์พุทของระบบรองรับที่อัตราส่วนสัญญาณความถี่ 100 Hz



ภาพที่ 4-38 สัญญาณอินพุตที่ให้เครื่องขยายสัญญาณที่อัตราส่วนความถี่ 100 Hz



ภาพที่ 4-39 สัญญาณที่วัดได้จากฐานหัวเข็มที่อัตราส่วนความถี่ 100 Hz

บทที่ 5

สรุปและเสนอแนะ

5.1 สรุป

ขอบเขตของอินพุตมีความสำคัญต่อการทำนายเอกลักษณ์ของระบบ ยิ่งอินพุตมีขอบเขตสูงทำให้เพิ่มความแม่นยำต่อผลการทำนายเอกลักษณ์ แต่เนื่องจากอินพุตของสัญญาณมักมีข้อจำกัดของสัญญาณ ทำให้อินพุตแบบสุ่มอาจไม่สามารถกระตุ้นโหนดที่สำคัญของระบบได้ การออกแบบอินพุตที่เหมาะสมภายใต้ข้อจำกัดของสัญญาณจึงมีความจำเป็น ในการจำลองเชิงตัวเลขกรณีในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการมีค่าเท่ากัน แต่เปลี่ยนขอบเขตของอินพุต หรือกรณีที่ขอบเขตของอินพุตเท่ากันแต่เปลี่ยนขนาดส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนในเครื่องมือวัดและกระบวนการ เมื่อพิจารณาผลของการทำนายเอกลักษณ์ค่าแรกคือค่าไอเกนวาลูของเมตริกซ์ระบบที่หาได้ ซึ่งบ่งบอกลักษณะที่สำคัญของระบบคือรากของระบบ จะเห็นว่าค่าไอเกนวาลูของเมตริกซ์ระบบที่ได้จากอินพุตแบบใหม่ มีความใกล้เคียงกับค่าไอเกนวาลูของเมตริกซ์ระบบที่คิดจาวีธีเชิงสังเคราะห์อย่างเห็นได้ชัด เมื่อเทียบกับการหาจากอินพุตแบบเดิม แต่เมื่อเพิ่มขอบเขตของอินพุต ค่าไอเกนวาลูที่ได้จากทำนายโดยใช้อินพุตแบบสุ่มเริ่มมีค่าใกล้เคียงกับระบบที่กำหนดให้เป็นคำตอบมากขึ้น ผลของการทำนายเอกลักษณ์อีกรูปแบบคือ ค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์ เมื่อเปรียบเทียบค่ากันแล้ว ค่าความผิดพลาดของมาร์โคพารามิเตอร์เมื่อใช้อินพุตแบบใหม่กระตุ้นระบบ มีค่าน้อยกว่าการใช้อินพุตแบบเดิมกระตุ้น ส่งผลให้การทำนายเอกลักษณ์ทำได้แม่นยำขึ้น ดังนั้นวิธีการเชิงพันธุกรรมและโครงสร้างการทำนายหนึ่งชั้น ที่นำมาช่วยออกแบบอินพุตที่เหมาะสม ทำให้ข้อมูลที่ใช้ในการทำนายเอกลักษณ์ ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตเป็นข้อมูลในการทำนายเอกลักษณ์ที่ได้ผลดีขึ้นกว่าการใช้อินพุตแบบสุ่ม

5.2 ข้อเสนอแนะ

อินพุตแบบใหม่ที่นำมาใช้กระตุ้นระบบ ในการจำลองเชิงตัวเลขจะไม่มีปัญหาในการคำนวณและการสร้างสัญญาณ เพราะสามารถคำนวณได้ทุกช่วงเวลาแม้จะมีรอบในการคำนวณต่อหนึ่งช่วงเวลา แต่ในทางปฏิบัติอาจไม่สามารถสร้างสัญญาณที่เป็นไปตามที่ต้องการได้ ขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของการป้อนสัญญาณและโครงสร้างในการคำนวณสัญญาณ ควรมีการออกแบบอินพุตโดยใช้เวลาในการคำนวณต่อหนึ่งช่วงเวลาไม่นาน แต่ใช้โครงสร้างอื่นในการเพิ่มข้อมูลที่จำเป็น

เอกสารอ้างอิง

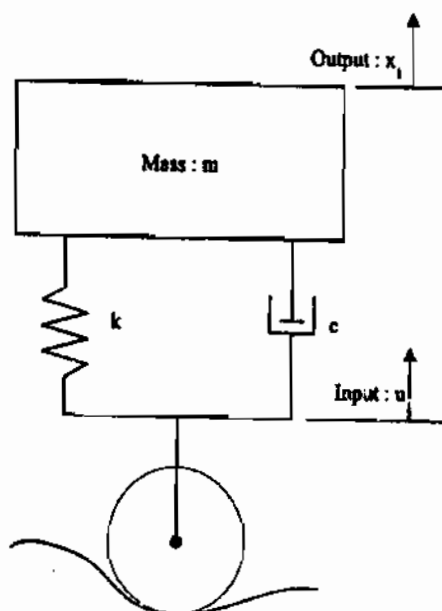
1. SoDerstrom, T. and Stoica, P. System Identification. New Jersey : Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1988.
2. มานะ วิเชียรพงษ์ และ สิ้นชัย ชินวรรตน์. "การทำนายเอกลักษณ์โดยวิธีออฟเซิร์ฟเวอร์/คาลมานฟิลเตอร์ ผลการทดลองและการใช้งานบนระบบ มวล-สปริง." การประชุมทางวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลครั้งที่ 15. (พฤศจิกายน 2544) : 91-95.
3. สิ้นชัย ชินวรรตน์. "การออกแบบอินพุตสำหรับการทำนายเอกลักษณ์." การประชุมทางวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลครั้งที่ 15. (พฤศจิกายน 2544) : 82-85.
4. Ljung, L. System Identification: Theory for the User. New Jersey : Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1987.
5. Juang, J.-N. Apply System Identification. New Jersey : PRT Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1994.
6. Mehra, R. K. "Optimum Input Signal for Parameter Estimation in Dynamic Systems-Survey and New Result." IEEE Transactions On Automatic Control. AC-19 No.6 (December 1974) : 753-768.
7. Schoen, M. P. "Input Design for on-line System Identification of a Human Respiratory System." Proceeding of the American Control Conference. (May 2002) : 3661-3665.
8. Lewis, F. L. and Syrmos, V. L. Optimal Control. New York : John Wiley & Sons. Inc., 1995.
9. Häggglund T. "Recursive Estimation of Slowly Time-Varying Parameter." IFAC Proceedings. 2 (1985) : 1137-1142.
10. Chinvorarat S., Lu B., and Shoen M. P. "Setpoint Tracking Predictive Control by Identification Approach." Proceeding of the American Control Conference. (June 1999) : 331-335.

ภาคผนวก ก

แบบจำลองของระบบรองรับ

แบบจำลองของระบบรองรับ

ระบบรองรับในรถยนต์อย่างง่ายประกอบด้วย มวล สปริงและตัวหน่วง ดังรูป ก-1



ภาพที่ ก-1 ระบบมวล สปริงและตัวหน่วงที่ใช้แทนระบบรองรับในรถยนต์

ค่าต่างๆ ที่ใช้ในการทดลองมีค่าดังนี้

$$m = 0.356 \text{ kg}$$

$$k = 49.05 \text{ N/m}$$

$$c = 6.498 \text{ Ns/m}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 11.73 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{6.498}{1 \times 0.356 \times 11.73} = 0.77$$

x_1 เป็นเอาต์พุต u เป็นอินพุตของถนน มีหน่วยเป็นเมตรทั้งอินพุตและเอาต์พุต จากกฎข้อที่สองของนิวตัน

$$m\ddot{x}_1 = k(u - x) + c(\dot{u} - \dot{x}) \quad (\text{ก-1})$$

$$\ddot{x}_1 + \frac{c}{m}\dot{x}_1 + \frac{k}{m}x_1 = \frac{c}{m}\dot{u} + \frac{k}{m}u \quad (\text{ก-2})$$

เขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (\text{ก-3})$$

เมื่อ $\dot{x}_1 = x_2$ และ $\dot{u} = v$

แทนค่า m, k และ c จะได้สมการระบบช่วงเวลาดต่อเนื่องดังสมการข้างล่าง

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.2528 & 137.8809 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{ก-4})$$

$$y = [18.2528 \quad 137.8809] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{ก-5})$$

เมื่อแปลงสัญญาณจากระบบช่วงเวลาดต่อเนื่องเป็นระบบเวลาเต็มหน่วยที่อัตราสุ่ม 100 Hz จะได้ระบบตามสมการ (ก-6)

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8271 & -1.2565 \\ 0.0091 & 0.9935 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \quad (\text{ก-6})$$

$$y(k+1) = [18.2528 \quad 137.7809] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \quad (\text{ก-7})$$

ภาคผนวก ข

Kalman Filter

Kalman Filter

ระบบทั่วไปที่มีคลื่นรบกวน (Noise) สามารถอธิบายในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ในโดเมนของเวลาเต็มหน่วยโดย

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k \quad (ข-1)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + v_k \quad (ข-2)$$

เมื่อ x_k เป็นเวกเตอร์สเตตที่มีมิติ $n \times 1$, y_k เป็นเวกเตอร์เอาต์พุตที่มีมิติ $m \times 1$, u_k เป็นเวกเตอร์อินพุตที่มีมิติ $r \times 1$, เมตริกซ์ A, B, C และ D เป็นเมตริกซ์ระบบ

ω_k เป็นเวกเตอร์สัญญาณรบกวนของกระบวนการ (Process Noise) จะทำการสมมติให้เป็นการกระจายแบบเกาส์เซียน (Gaussian) และค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ (Zero-mean) คือ $\bar{\omega}_k = E[\omega_k] = 0$ และเป็นสัญญาณรบกวนขาว (White Noise) กับเมตริกซ์โควาเรียนซ์ (Covariance Matrix) $E[\omega_k \omega_j^T] = Q\delta_{k-j}$ เมื่อ $\delta_{k-j} = I$ (Identity Matrix) เมื่อ $k=j$ ส่วนในกรณีอื่นจะเป็น $\delta_{k-j} = 0$

v_k เป็นเวกเตอร์สัญญาณรบกวนของเครื่องมือวัด (Measurement Noise) ที่เกิดจากความไม่เที่ยงตรงของเซนเซอร์ (Sensor) ซึ่งจะมีคุณสมบัติเหมือนเวกเตอร์ ω_k แต่จะมีความแตกต่างกันตรงค่าเมตริกซ์โควาเรียนซ์ $E[v_k v_j^T] = R\delta_{k-j}$ ถ้าค่าของ ω_k และ v_k จะถูกสมมติให้เป็นไปอย่างคงที่และมีอิสระต่อกัน (Independent) และตั้งฉากต่อกัน (Orthogonal) ตัวอย่างเช่น $E[\omega_k v_j^T] = 0$ สำหรับทุกช่วงเวลา k และ j

สำหรับเงื่อนไขเริ่มต้นเป็นสิ่งที่ไม่ทราบค่าในทางปฏิบัติ แต่เรารู้ x_0 ในรูปค่าเฉลี่ย $\bar{x}_0$ และโควาเรียนซ์ $P_x(0)$ ซึ่งจะเป็นการสมมติ x_0 , ω_j และ v_k ไม่ให้มีความสัมพันธ์กัน (Uncorrelated) สำหรับทุกค่า j และ k ดังนั้นในการหาค่าของ $\bar{x}_0$ และโควาเรียนซ์ $P_x(0)$ ซึ่งจะเป็นอิสระกับ ω_j และ v_k ค่าอื่นๆจะไม่มีความสัมพันธ์กับค่าที่วัดได้มาแล้ว ตัวอย่างเช่น $E[u_k y_j^T] = 0$ สำหรับ $k-i \geq j \geq 0$

กำหนดให้รู้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นดังสมการ (ข-1) (แต่ไม่รู้เงื่อนไขเริ่มต้น x_0) และค่าที่วัดได้จากสมการ(ข-2) เราจะทำการประมาณค่า $\hat{x}_k$ หรือหาค่าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับสเตต x_k ซึ่งเป็นแนวความคิดที่จะประมาณค่าผิดพลาด $x_k - \hat{x}_k$ ให้มีค่าน้อยที่สุด ข้อมูลที่เราใช้ในการประมาณค่าสเตตที่เวลาเต็มหน่วย k ประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเงื่อนไขเริ่มต้น $\bar{x}_0$ ค่าอินพุตก่อนหน้า u_j เมื่อ $j < k$ ค่าเอาต์พุตที่ได้จากการวัด y_j เมื่อ $j \leq k$ ซึ่งเหมือนกับการรู้ค่าโควาเรียนซ์ $P_x(0), Q$ และ R โดยจะเริ่มจากสมการรูปแบบพื้นฐาน(Basis Formulation) ซึ่งกำหนดให้การประมาณค่าของสเตตสามารถเขียนในรูปแบบถดถอย (Recursive Form) คือ

$$\hat{x}_{k+1} = F_k \hat{x}_k + K_k y_k + H_k u_k \quad (ข-3)$$

เมื่อ F_k เป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด $n \times n$, K_k เป็นเมตริกซ์ที่มีมิติ $n \times m$, H_k เป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด $n \times r$ ซึ่งเมตริกซ์ทั้งสามมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งจะทำให้การหาโดยมีเงื่อนไขให้ผลดีที่สุด (Optimal Criterion) ในการประมาณค่าของ x_k เมื่อทราบค่า y_k และ u_k อาจจะไม่มีการหาโดยการคำนวณแบบเป็นเส้นตรง (Linear Computation) โดยจะทำการเลือกเครื่องมืออย่างง่ายสำหรับการทำให้สมการ(ก-3) เป็นสมการทางพลศาสตร์แบบเส้นตรง (Linear Dynamic Equation) สำหรับค่าผิดพลาดสำหรับการประมาณสเทต (State Estimation Error) คือ

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \quad (\text{ข-4})$$

จากสมการ(ข-1), (ข-2), (ข-3) และค่าผิดพลาดของการประมาณค่า e_{k+1} สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \\ &= Ax_k + Bu_k + \omega_k - F_k \hat{x}_k - K_k y_k - H_k u_k \\ &= [A - K_k C]e_k + [A - F_k - K_k C]\hat{x}_k + [B - K_k D - H_k]u_k - K_k v_k + \omega_k \end{aligned} \quad (\text{ข-5})$$

เราจะทำการหาค่าเมตริกซ์ F_k, K_k และ H_k ดังนั้นค่าผิดพลาดจากการประมาณ e_k เป็นแบบที่ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และให้มีค่าน้อยที่สุด ทำการหาค่าคาดหมายในสมการ (ข-5) ซึ่งผลที่ได้คือ

$$E[e_{k+1}] = [A - K_k C]E[e_k] + [A - F_k - K_k C]E[\hat{x}_k] + [B - K_k D - H_k]E[u_k] \quad (\text{ข-6})$$

ในสมการ (ข-6) เป็นผลที่ได้จากสมมติฐานที่ว่าสัญญาณรบกวนที่เกิดจากกระบวนการและการวัดมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ตัวอย่างเช่น $E[\omega(k)] = E[v(k)] = 0$ สำหรับการประมาณค่าเวกเตอร์สเทต $\hat{x}_k$ และเวกเตอร์อินพุต u_k ค่าผิดพลาดจากการประมาณจะมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ก็ต่อเมื่อ

$$F_k = A - K_k C \quad (\text{ข-7})$$

$$H_k = B - K_k D \quad (\text{ข-8})$$

$$\hat{x}_0 = E[x_0] = \bar{x}_0 \quad (\text{ข-9})$$

ในกรณีนี้สมการ(ก-6) จะกลายเป็น

$$\begin{aligned} E[e_{k+1}] &= [A - K_k C]E[e_k] \\ &= [A - K_k C][A - K_{k-1} C] \dots [A - K_0 C]E[e_0] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{ข-10})$$

เมื่อ $E[e_0] = E[x - \hat{x}_0] = 0$ จากสมการที่ (ข-9) ซึ่งในสมการที่ (ข-10) จะเป็นการแสดงให้เห็นว่า e_k มีค่าเฉลี่ยที่ศูนย์ทุกช่วงเวลา อย่างไรก็ตามไม่ได้หมายความว่าค่าผิดพลาดจากการประมาณ e_k เป็นสัญญาณรบกวนขาว เพราะทุกกระบวนการถูกบังคับจากความรู้ทางระบบพลศาสตร์ทำให้ไม่

สามารถเป็นสัญญาณรบกวนขาวได้ จากการใช้สมการ (ข-7) และ (ข-8) ทำให้ลดสมการ (ข-5) ได้เป็น

$$e_{k+1} = [A - K_k C]e_k - K_k v_k + \omega_k \quad (\text{ข-11})$$

สมการ (ข-11) แสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาด e_{k+1} ที่ช่วงเวลาเต็มหน่วย $k+1$ จะขึ้นกับค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นก่อนหน้า e_k , สัญญาณรบกวน v_k และ ω_k ที่ช่วงเวลา k อย่างไรก็ตามค่าผิดพลาดในตอนนี้จะเป็นอิสระต่อสัญญาณรบกวน v_k และ ω_k ตัวอย่างเช่น $E[e_k w_k^T] = 0$ และ $E[e_k v_k^T] = 0$ ค่าโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดเขียนได้เป็น

$$P_{k+1} = E[e_{k+1} e_{k+1}^T] \\ = [A - K_k C] E[e_k e_k^T] [A - K_k C]^T + K E[v_k v_k^T] K^T + E[\omega_k \omega_k^T]$$

ซึ่งกำหนดให้ $E[\omega_k \omega_k^T] = Q$ และ $E[v_k v_k^T] = R$ จะได้เป็น

$$P_{k+1} = [A - K C] P_k [A - K C]^T + K_k R K_k^T + Q \quad (\text{ข-12})$$

เมื่อทั้ง P_k และ P_{k+1} เป็นเมตริกซ์สมมาตร (Symmetric Matrix) ขนาดของ P_{k+1} ในสมการ (ข-12) เป็นผลบวกของสามเทอมด้วยกัน เทอมแรกคือ $[A - K C] P_k [A - K C]^T$ เกิดจากค่าความผิดพลาดทางพลศาสตร์ที่เกิดจากเมตริกซ์สเตท (State Matrix) $[A - K C]$ เทอมที่สองคือ $K_k R K_k^T$ เกิดเนื่องจากสัญญาณรบกวนจากการวัด v เทอมสุดท้ายคือ Q เกิดเนื่องจากสัญญาณรบกวนของกระบวนการ ω

หลักเกณฑ์ในการคัดเลือกค่า K_k เป็นค่าที่ทำให้ค่าความหมายของค่านอร์มที่สอง (Squared Norm) ของ e_k มีค่าน้อยที่สุด ตัวอย่างเช่น ขนาดของความผิดพลาดที่เกิดจากค่าประมาณ

$$J = E[e_k^T e_k] = \text{trace}(E[e_k e_k^T]) = \text{trace}[P(k)] \quad (\text{ข-13})$$

สมการ (ข-13) เป็นผลลัพธ์ที่ได้จากค่านอร์มที่สองของ e_k ให้ค่าเท่ากับผลรวมในแนวทแยงของค่าความผิดพลาดเมตริกซ์โควาเรียนซ์ P_k เพื่อที่จะทำการหาค่าของ K_k ซึ่งกำหนดให้มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ J_{k+1} เทียบกับค่า K_k และทำให้ค่าเป็นศูนย์ จากสมการ (ข-12) และ (ข-13) เมื่อใช้อนุพันธ์ของเมตริกซ์

$$\frac{\partial \text{trace}(P_{k+1})}{\partial K_k} = 2[A - K_k C] P_k C^T + 2K_k R = 0 \quad (\text{ข-14})$$

เมื่อทำการแก้สมการ (ข-14) ได้ค่า K_k คือ

$$K_k = A P_k C^T [R + C P_k C^T]^{-1} \quad (\text{ข-15})$$

ซึ่งสิ่งที่เราอ้างถึงนี่คือค่าเมตริกซ์อัตราขยายของตัวกรองแบบคาลมาน (Kalman Filter Gain) ทำการแทนสมการ (ข-15) ในสมการ (ข-12) โดยมีข้อสังเกต $P_k = P_k^T$ จะได้ว่า

$$P_{k+1} = A P_k A^T - A P_k C^T [R + C P_k C^T]^{-1} C P_k A^T + Q \quad (\text{ข-16})$$

สมการ (ข-16) นี้เรียกว่า สมการรีคาตีพีชคณิตเต็มหน่วย (Discrete Algebraic Riccati Equation) บ่อยครั้งที่การหาโควาเรียนซ์ความผิดพลาดที่ขึ้นต่อเวลา P_k จะเป็นค่าที่คงที่อย่างรวดเร็วที่สถานะคงที่ค่าโควาเรียนซ์ความผิดพลาดจะเขียนได้เป็น P ซึ่งจะนำไปตามสมการรีคาตีที่สถานะคงที่ (Steady-state Algebraic Riccati Equation)

$$P = APA^T - APC^T[R + CPC^T]^{-1}CPA^T + Q \quad (\text{ข-17})$$

เมตริกซ์อัตราขยายตัวกรองของคาลมานที่สถานะคงที่ (Steady-state Kalman Filter Gain Matrix) เป็นเมตริกซ์คงที่นำไปตามสมการ

$$K = APC^T[R + CPC^T]^{-1} \quad (\text{ข-18})$$

สมการ(ข-1) ถึง (ข-4) และสมการ (ข-7) ถึง (ข-8) และตัวกรองคาลมานที่สถานะคงที่สามารถเขียนระบบเชิงเส้นที่ไม่ขึ้นกับเวลาได้ดังสมการ

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + K[y_k - \hat{y}_k] \quad (\text{ข-19})$$

ค่าเอาต์พุตแบบประมาณเป็นไปตามสมการ

$$\hat{y}_k = C\hat{x}_k + Du_k \quad (\text{ข-20})$$

จากสมการ(ก-4) ค่าผิดพลาดในการประมาณค่าสแตต (State Estimation Error) e_k จะได้ค่าเอาต์พุตเรซิดวล (Output Residual) เป็นไปตามสมการ

$$e_k = y_k - \hat{y}_k = Ce_k + v_k \quad (\text{ข-21})$$

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ : นายเขตพงศ์ อินทรชัยศรี
 ชื่อวิทยานิพนธ์ : การออกแบบอินพุตที่เหมาะสมเพื่อทำนายเอกลักษณ์ของระบบรองรับใน
 รถยนต์โดยประยุกต์ใช้วิธีการเชิงพันธุกรรม
 สาขาวิชา : วิศวกรรมเครื่องกล

ประวัติ

นายเขตพงศ์ อินทรชัยศรี เป็นบุตรคนที่ 2 ของนายบัณฑิต อินทรชัยศรี และ นางวราภรณ์
 อินทรชัยศรี บ้านเกิดอยู่ที่อำเภอมะนัง จังหวัดอุดรธานี จบการศึกษาระดับมัธยมปลายจากโรงเรียน
 อุดรพิทยานุกูล สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล
 จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน