



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรื่อง การวิเคราะห์การขยายตัวของรอยแตกร้าวในยางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
โดย นายศิริเทพ พรหมโสภา

ได้รับอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.มงคล หวังสถิตย์วงศ์)

21 พฤษภาคม 2550

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อริสรา ชัยกิตติรัตน์)

กรรมการ

(อาจารย์ ดร.ศศิธร พิทักษ์ฐานพงษ์)

กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชาวสวน กาญจน์มัย)

กรรมการ

(นายประสิทธิ์ มั่นดารัตน์)

การวิเคราะห์การขยายตัวของรอยแตกร้าวในยางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

นายศิริเทพ พรหมโสภา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ปีการศึกษา 2549

ลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ชื่อ : นายศิริเทพ พรหมโสภา
ชื่อวิทยานิพนธ์ : การวิเคราะห์การขยายตัวของรอยแตกร้าวในยาง
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
สาขาวิชา : วิศวกรรมเครื่องกล
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อริสรา ชัยกิตติรัตน
อาจารย์ ดร.ศศิธร พิทักษ์ฐานพนวงศ์
ปีการศึกษา : 2549

บทคัดย่อ

ปัจจุบันได้มีการนำยางคงรูปไปประยุกต์ใช้งานวิศวกรรมอย่างหลากหลายเพราะยางคงรูปมีคุณสมบัติเฉพาะที่เหมาะสมสามารถตอบสนองความต้องการในงานวิศวกรรมได้ดี งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและทำนายพฤติกรรมฉีกขาดเสียหายของยางคงรูปผสมคาร์บอนดำด้วยแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มาจากการประยุกต์ใช้ทฤษฎีกลศาสตร์การแตกหักโดยการวิเคราะห์จะพิจารณาจากอัตราการปล่อยพลังงานความเครียด (G) หรือสำหรับวัสดุยางเรียกว่าพลังงานการฉีกขาด (T) ซึ่งคำนวณได้จากอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานรวมของชั้นทดสอบต่อพื้นที่รอยฉีกขาดหรือใช้วิธีการอินทิเกรตตามเส้นทางเดิน $J - Integral$ จากการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์เปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบว่าวิธีการเปลี่ยนแปลงพลังงานรวมสามารถใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีเมชหยาบได้และจะให้ผลที่ดีที่ค่าความเค้นความเครียดต่ำแต่จะไม่สามารถแสดงพฤติกรรมวัสดุบริเวณปลายรอยฉีกขาดได้ดี ส่วนวิธี $J - Integral$ เป็นระเบียบวิธีที่มีความซับซ้อนและจำเป็นต้องมีการเมชที่เหมาะสมจึงจะให้ผลที่ดีและสามารถใช้ได้กับค่าความเค้นความเครียดสูงแต่มีข้อจำกัดในเรื่องการเสียรูปของเอลิเมนต์ที่บริเวณปลายรอยฉีกขาด เป็นสาเหตุทำให้การวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ไม่ประสบผลสำเร็จ งานวิจัยนี้ยังประยุกต์ใช้เทคนิควิธี $J - Integral$ ในการคำนวณมาใช้วิเคราะห์หาค่าความแตกต่างของอัตราการปล่อยพลังงาน ΔG ของล้อยางที่มีรอยฉีกขาดเพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานในการวิเคราะห์อัตราการขยายรอยฉีกขาดและทำนายอายุการใช้งานต่อไป
(วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 133 หน้า)

คำสำคัญ : เจ-อินทิกรัล, ยาง, พลังงานการฉีกขาด

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

Name : Mr.Siritape Promsopa
Thesis Title : Finite Element Analysis of Crack Propagation in Rubber
Major Field : Mechanical Engineering
King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok
Thesis Advisors : Assistant Professor Dr.Arisara Chaikittiratana
Dr.Sasithon Pitakthapanapong
Academic Year : 2006

Abstract

Rubber vulcanizate is a material which is widely used in many applications because its specific properties are suitable for engineering requirements. The suitable design of rubber product is very important. The objective of this thesis is to study failure behavior of the carbon black filled rubber vulcanizate by using finite element method and applying Fracture Mechanic analysis in with strain energy release rate (G). Two method of calculating G were investigated namely : The Global Energy balance and The $J - Integral$ method. When compare with experimental data, the global energy balance method shows good agreement at small strain. The $J - Integral$ method which requires more complicated procedure gives good agreement covering to large strain. The $J - Integral$ method was also applied to calculate ΔG of a crack in a pneumatic tire, for the purpose of predicting its service life.

(Total 133 pages)

Keywords : J-Integral, Rubber, Tearing Energy

Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ต้องพบบอุปสรรคต่างๆ หลายประการ แต่ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากหลายๆ ฝ่าย ทำให้ผู้วิจัยฝ่าฟันอุปสรรคต่างๆ จนประสบความสำเร็จได้ ขอขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาทั้งสองท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อริสรา ชัยกิตติรัตน และอาจารย์ ดร.ศศิธร พิทักษ์ฐานพงษ์ ผู้ให้คำแนะนำและเสนอข้อคิดเห็นต่างๆ รวมถึงแนวทางในการทำวิจัยมาโดยตลอด ทำให้งานวิจัยเป็นรูปร่างขึ้นมาจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ขอขอบคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่านที่เสียสละเวลามาเป็นกรรมการคุมสอบและแนะนำในการเขียนวิทยานิพนธ์ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้รับคำปรึกษาในการทำวิจัยจากอาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลหลายๆ ท่าน จึงขอขอบพระคุณทุกท่านมา ณ ที่นี้ด้วย

ขอขอบคุณสถาบันวิจัยยาง กรมวิชาการเกษตร ที่ให้ความร่วมมือในการผลิตชิ้นทดสอบ ทำให้ได้ชิ้นทดสอบที่ต้องการในการวิจัย และคำแนะนำที่ทำให้ผู้วิจัยทำให้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับงานวิจัยเพิ่มมากขึ้น

ขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้การสนับสนุนทุนอุดหนุนการวิจัยในการวิจัยครั้งนี้ ตลอดจนเจ้าหน้าที่ทุกท่านที่ให้อำนวยความสะดวกในการติดต่อประสานงาน

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลที่ให้อาศัยสถานที่ในการวิจัย และเจ้าหน้าที่ภาควิชาทุกท่านที่อำนวยความสะดวกให้ด้วยดีเสมอมา

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคนที่ศึกษาและทำวิจัยด้วยกันมาตลอด ให้ความช่วยเหลือในทุกด้านตั้งแต่การศึกษาทฤษฎีจนถึงการทำวิทยานิพนธ์ ให้ข้อคิดเห็นและเสนอแนะในการแก้ปัญหา รวมถึงให้กำลังใจจนงานวิจัยชิ้นนี้เสร็จสมบูรณ์

ท้ายนี้ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณบุพการีของผู้วิจัย ซึ่งสนับสนุนด้านการเงินและให้กำลังใจด้วยดีแก่ผู้วิจัยเสมอมา ขอขอบคุณทุกท่านที่ไม่ได้กล่าวถึง ณ ที่นี้ ที่ให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจจนสำเร็จการศึกษา

ศิริเทพ พรหมโสภา

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ซ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัสดุที่ใช้ในงานวิศวกรรม	3
1.3 วัตถุประสงค์	4
1.4 สมมุติฐานการวิจัย	4
1.5 ขอบเขตของการทำวิจัย	4
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
1.7 วิธีการดำเนินการวิจัย	5
บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	7
2.1 แนวคิดพื้นฐานของการแตกหัก	7
2.2 อัตราการปล่อยพลังงาน	14
2.3 เจ- อินทิกรัล	20
2.4 คุณสมบัติเชิงกลของวัสดุประเภทยาง	23
2.5 คุณสมบัติไฮเปอร์อีลาสติก	24
2.6 ความแข็งแรงของยาง	29
2.7 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	33
2.8 การหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานโดยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์	34
2.9 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	40
บทที่ 3 การทดลองวัสดุยาง	45
3.1 การทดสอบวัสดุยางในงานวิจัย	45
3.2 ขั้นตอนทดสอบยาง	46
3.3 การทดสอบคุณสมบัติวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก	49
3.4 การคำนวณประสิทธิภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์วัสดุไฮเปอร์อีลาสติก	56
3.5 การทดลองหาค่าพลังงานฉีกขาด	60
3.6 การทดสอบความแข็งแรงฉีกขาดของวัสดุยาง	67

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 การคำนวณค่าพลังงานการฉีกขาดของวัสดุยาง	71
4.1 แก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	71
4.2 การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	72
4.3 ลักษณะการเมชและการกำหนดเอลิเมนต์บริเวณปลายรอยฉีกขาด	76
4.4 การคำนวณหาพลังงานการฉีกขาดจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	78
บทที่ 5 ผลการวิจัย	83
5.1 การยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	83
5.2 อิทธิพลของแบบจำลองวัสดุในการจำลองหาพลังงานการฉีกขาด	88
5.3 อิทธิพลของเทคนิควิธีการคำนวณพลังงานการฉีกขาด	93
5.4 อิทธิพลของการเมชบริเวณปลายรอยฉีกขาด	96
บทที่ 6 การวิเคราะห์การฉีกขาดในล้อลมยางแบบ 2 มิติ	99
6.1 การวิเคราะห์ลักษณะของปัญหาการฉีกขาดในล้อลมยาง	99
6.2 การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	101
6.3 การเลือกแบบจำลองวัสดุ	102
6.4 การกำหนดโหลด เงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขการสัมผัส	105
6.5 การสร้างแบบจำลองของการฉีกขาด	108
6.6 ผลการจำลองของการฉีกขาด	110
บทที่ 7 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	115
7.1 สรุปผลจากการวิจัย	115
7.2 ข้อเสนอแนะ	116
เอกสารอ้างอิง	117
ภาคผนวก ก ความหมายตัวย่อของเอลิเมนต์ชนิดต่าง ๆ	121
ภาคผนวก ข อินพุตไฟล์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	123
ภาคผนวก ค ซิงกูลาริตีเอลิเมนต์	131
ประวัติผู้วิจัย	133

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1-1	ราคาอย่างแผ่นดินเฉลี่ยรายเดือน ปี 2544-2549
3-1	ส่วนประกอบของยางเติมผงคาร์บอนที่ใช้ในการทดลอง
3-2	ข้อมูลจำเพาะเครื่องทดสอบ Instron Universal Testing Machine Model 5567
3-3	สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองมุนีรีฟลิน
3-4	สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองพหุนามอันดับที่ 2
3-5	สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองนีโอฮุกเกียน
3-6	สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองฮ็อกเดนอันดับที่ 1
3-7	สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองวานเดอวาลส์
3-8	สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองอูตาบอยซ์
3-9	สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองโยวท์
6-1	คุณสมบัติวัสดุในองค์ประกอบล้อลมยาง
6-2	สัมประสิทธิ์แบบจำลองโยวท์ของในองค์ประกอบล้อลมยาง
6-3	ค่าพลังงานการฉีกขาดที่ตำแหน่งต่างตามเส้นทางเดิน
6-4	ค่าพลังงานการฉีกขาดที่ตำแหน่งต่างตามเส้นทางเดินที่ 1-6

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1-1 รากายางแผ่นดิบเจียวยรายเดือน ปี 2544-2549	2
1-2 ตัวอย่างผลิตภัณฑ์จากวัสดุยาง	3
1-3 ภาพรวมวิทยานิพนธ์	6
2-1 แสดงถึงความสัมพันธ์ของพลังงานศักย์, แรง กับ ระยะห่างระหว่างอะตอม	8
2-2 รูปแบบความเสียหายของการแตกหัก	9
2-3 a) การเปลี่ยนแปลงพลังงานขณะรอยแตกหักเกิดการขยายตัว b) ความสัมพันธ์อัตราการปล่อยพลังงานและรอยแตกหัก	12
2-4 กราฟระหว่างแรงกับระยะขจัดภายใต้สภาวะแรงคงที่	15
2-5 กราฟระหว่างแรงกับระยะขจัดภายใต้สภาวะระยะขจัดคงที่	16
2-6 กราฟแสดงพฤติกรรมความเค้นความเครียดของวัสดุแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นและแบบยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น	17
2-7 กราฟแรงกับระยะขจัดของวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นภายใต้สภาวะภาระคงที่	18
2-8 กราฟแรงกับระยะขจัดของวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นภายใต้สภาวะระยะขจัดคงที่	19
2-9 เส้นทางวงปิด	21
2-10 พฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของยาง	23
2-11 รูปแบบขั้นตอนทดสอบการฉีกขาดต่างๆ	31
2-12 ขั้นตอนทดสอบแบบแรงดึงในแผ่นยาง	32
2-13 สนามความเค้นบริเวณใกล้ปลายรอยแตกช้า	35
2-14 พื้นที่วงปิดล้อมด้วยเส้นทางเดินในการคำนวณ	37
2-15 เอลิเมนต์ที่บริเวณปลายรอยแตกหักที่สภาวะปกติและรอยแตกหักเสมือนขยายตัว	38
2-16 รอยแตกหักเสมือนขยายตัวในรูปแบบคอนตินิวัม	39
2-17 วิธีปริตรอยแตกหักเสมือน 2 มิติของเอลิเมนต์ 4 โหนด	40
3-1 แผนภาพแสดงขั้นตอนในกระบวนการวิจัย	45
3-2 เครื่องบดผสมยาง	47
3-3 เครื่องบดผสมแบบ 2 ลูกกลิ้ง	47
3-4 เครื่องอบคงรูปยาง	48
3-5 แผ่นยางที่นำออกมาจากเครื่องอบและทำการตัดขอบ	48
3-6 ลักษณะและเงื่อนไขการทดสอบวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก	49
3-7 เครื่องทดสอบ Instron Universal Testing Machine Model 5567	50

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
3-8 อุปกรณ์วัดระยะยัดวิดีโอเอกซ์เทนโซมิเตอร์	51
3-9 ลักษณะชั้นทดสอบชนิดการดึงในแนวแกนเดียว	52
3-10 การทดสอบชนิดการดึงในแนวแกนเดียว	53
3-11 ค่าผลเฉลี่ยจากการทดสอบชนิดการดึงในแนวแกนเดียว	53
3-12 ชั้นทดสอบแบบความกว้างคงที่	54
3-13 การทดสอบแบบความกว้างคงที่	55
3-14 ผลเฉลี่ยของการทดสอบแบบความกว้างคงที่	56
3-15 เปรียบเทียบพฤติกรรมความเค้นความเครียดของแบบจำลองและการทดสอบแบบแรงดึงแกนเดียว	58
3-16 เปรียบเทียบพฤติกรรมความเค้นความเครียดของแบบจำลองและการทดสอบแบบแรงดึงความกว้างคงที่	59
3-17 ชั้นทดสอบการหาค่าพลังงานการฉีกขาด	61
3-18 ผลการทดลองแรงกับระยะยัดที่มีขนาดรอยฉีกขาดเพิ่มขึ้นครั้งละ 1 มม.	62
3-19 ภาพความแตกต่างกันของผิวชั้นทดสอบ	63
3-20 ขั้นตอนการคำนวณหาค่าพลังงานการฉีกขาด	64
3-21 กราฟแรงกับระยะยัดจากการทดลอง	65
3-22 กราฟระหว่างพลังงานกับระยะยัดจากการทดลอง	65
3-23 กราฟระหว่างพลังงานกับขนาดรอยฉีกขาดจากการทดลอง	66
3-24 กราฟพลังงานการฉีกขาดกับขนาดรอยฉีกขาดที่ระยะยัดต่าง ๆ	66
3-25 การทดสอบเพื่อหาค่า J_{Ic}	68
3-26 เกณฑ์ความเสียหายความเค้นวิกฤติ	69
3-27 เกณฑ์ความเสียหายอัตราส่วนระยะยัดวิกฤติ	69
4-1 แบบจำลองชั้นทดสอบแบบความกว้างคงที่จากโปรแกรมอะบาคัส	73
4-2 แบบจำลองชั้นทดสอบแบบแรงดึงจากโปรแกรมอะบาคัส	73
4-3 การแบ่งพาร์ติชันของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบความกว้างคงที่	74
4-4 การแบ่งพาร์ติชันของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบแรงดึง	74
4-5 เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	75
4-6 เงื่อนไขขอบเขตและภาระที่กระทำกับแบบจำลองชั้นทดสอบ	75
4-7 การเมชบริเวณปลายรอยฉีกขาด	76
4-8 การกำหนดลักษณะการเมชของแบบจำลองชั้นทดสอบ	77

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-9 การกำหนดลักษณะการเมฆแบบสี่เหลี่ยมของแบบจำลองชั้นทดสอบ	77
4-10 การแบ่งส่วนการเมฆแบบสี่เหลี่ยมของแบบจำลองชั้นทดสอบ	78
4-11 การกำหนดเส้นรอยการฉีกขาดและปลายรอยฉีกขาด	79
4-12 การกำหนดปลายรอยฉีกขาดลักษณะต่างๆ	79
4-13 การกำหนดทิศทางการขยายตัวรอยฉีกขาดด้วยเวกเตอร์	80
4-14 พื้นที่ในเส้นทางเดินที่ล้อมรอบปลายรอยฉีกขาด	80
4-15 ผลที่ได้จากการจำลองพารามิเตอร์ $J - Integral$ ของแบบจำลองชั้นทดสอบแบบแรงดึง	81
5-1 ผลการจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชั้นทดสอบ	83
5-2 ผลการจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชั้นทดสอบแบบความกว้างคงที่	84
5-3 ผลการจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชั้นทดสอบแบบแรงดึง	85
5-4 แรงกับระยะยืดที่ขนาดรอยฉีกขาดเท่ากับ 5 มม.	86
5-5 แรงกับระยะยืดที่ขนาดรอยฉีกขาดเท่ากับ 15 มม.	86
5-6 แรงกับระยะยืดที่ขนาดรอยฉีกขาดเท่ากับ 25 มม.	87
5-7 แรงกับระยะยืดที่ขนาดรอยฉีกขาดเท่ากับ 35 มม.	87
5-8 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.05	88
5-9 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.10	88
5-10 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.05	89
5-11 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.10	89
5-12 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.05	90
5-13 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.10	90
5-14 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.05	91
5-15 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.10	91
5-16 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.15	92
5-17 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.20	92
5-18 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 0.5 มม.	93
5-19 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 1.5 มม.	93
5-20 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 2.0 มม.	94
5-21 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 0.5 มม.	94
5-22 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 1.5 มม.	95

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
5-23	พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 2.0 มม.	95
5-24	เปรียบเทียบพลังงานการฉีกขาดจากการเมชที่แตกต่างกัน	96
5-25	เปรียบเทียบสนามความเค้นบริเวณปลายรอยฉีกขาดที่ลักษณะการเมชแบบสวี่ปและแบบสี่เหลี่ยม	97
6-1	ตำแหน่งของยางล้อยางที่สนใจ	99
6-2	รอยฉีกขาดในร่องดอกยาง (Groove Cracking)	100
6-3	หน้าตัดของล้อลมยางที่ทำการที่จะทำการวิเคราะห์	101
6-4	แบบจำลองหน้าตัดของล้อลมยาง	102
6-5	องค์ประกอบของแบบจำลองของล้อลมยางที่นำมาวิเคราะห์	104
6-6	ความดันที่กระทำในล้อลมยาง	105
6-7	โหลดน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับล้อลมยาง	106
6-8	เงื่อนไขขอบเขตระหว่างแบบจำลองล้อลมยางกับกระทะล้อ	107
6-9	เงื่อนไขขอบเขตระหว่างแบบจำลองล้อลมยางกับกระทะล้อ	107
6-10	เงื่อนไขสัมผัสของระหว่างแบบจำลองล้อลมยางกับพื้น	108
6-11	การแบ่งส่วนพื้นที่เพื่อวิเคราะห์การฉีกขาด	109
6-12	การกำหนดรอยฉีกขาดในแบบจำลอง	109
6-13	การกำหนดจุดปลายรอยฉีกขาด	110
6-14	รูปผลจำลองค่าความเค้นในระนาบสูงสุด	111
6-15	รูปผลจำลองค่าความเครียดในระนาบสูงสุด	111
6-16	รูปผลจำลองค่าความเค้นในระนาบสูงขณะมีความดันลมยางอย่างเดียว	112
6-17	รูปผลจำลองค่าความเค้นในระนาบสูงสุดขณะมีลมยางและโหลดน้ำหนัก	113
6-18	ค่าพลังงานการฉีกขาดที่สภาวะและเส้นทางเดินต่างๆ	115
6-19	ค่าพลังงานการฉีกขาดที่สภาวะและเส้นทางเดินที่ 1-6	115

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

สัญลักษณ์	ความหมาย
a	ขนาดรอยแตกหัก (Crack Length)
A	พื้นที่การฉีกขาด (Crack Surface Area)
C_{ij}	สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองไฮเปอร์อีลาสติก (Coefficient)
F	แรงดึง (Force)
G	อัตราการปล่อยพลังงาน (Strain Energy Release Rate)
G_c	อัตราการปล่อยพลังงานวิกฤติ (Critical Strain Energy Release Rate)
I_j	อินวาเรียนท์ความเครียด (Strain Invariant)
J	ค่า เจ-อินทิกรัล (J-Integral)
J_c	ค่า เจ-อินทิกรัล วิกฤติ (Critical J-Integral)
l	ระยะยืด (Extension)
P	แรงที่กระทำกับชิ้นทดสอบ (Force)
T	พลังงานการฉีกขาด (Tearing Energy)
T_c	พลังงานการฉีกขาดวิกฤติ (Critical Tearing Energy)
t	ความหนาชิ้นทดสอบ (Thickness of Specimen)
U	พลังงานภายใน (Internal Energy)
W	ความกว้างของชิ้นทดสอบ (Width of Specimen)
W_0	ความกว้างเริ่มต้นของชิ้นทดสอบ (Width of Specimen at Start Point)
$W(U)$	ฟังก์ชันพลังงานความเครียด (Strain Energy Density Function)
Δ	ระยะยืด (Extension)
ε	ความเครียด (Strain)
λ_i	อัตราส่วนระยะยืด (Stretch)
σ	ความเค้น (Stress)
Π	ค่าพลังงานรวม (Total Energy)
ASTM	American Society for Testing and Materials

บทที่ 1

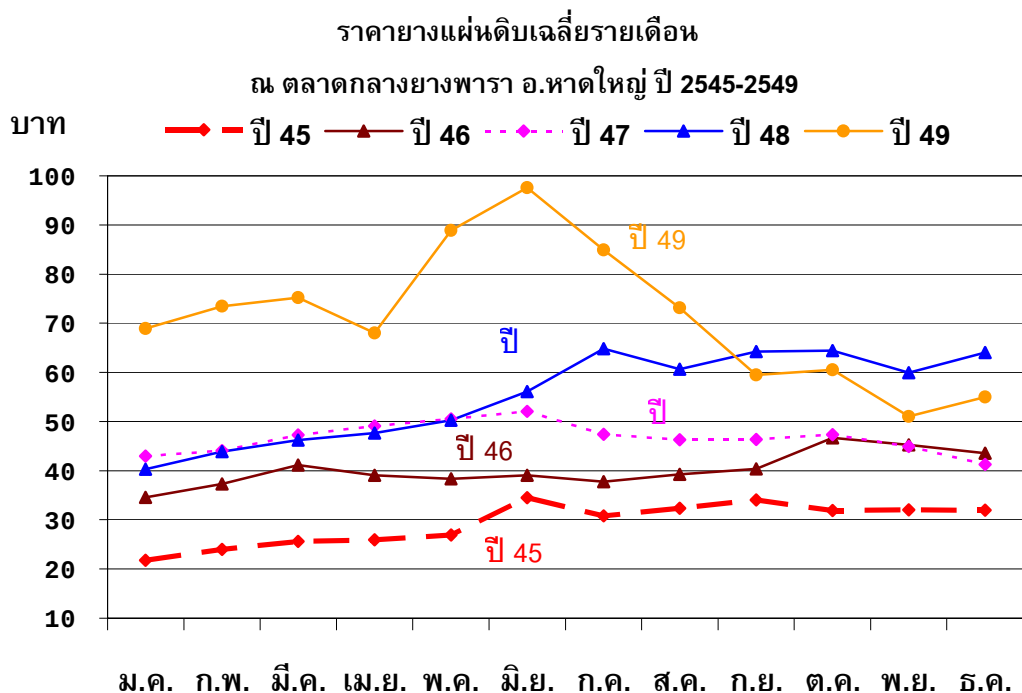
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากภูมิอากาศที่เหมาะสม ทำให้ประเทศไทยเป็นประเทศที่ส่งออกยางธรรมชาติเป็นอันดับต้นๆ ของโลกและปัจจุบันการทำสวนยางพาราได้ มีแนวโน้มที่จะพัฒนาให้เพาะปลูกได้ในทุกๆ ภาคของประเทศ ทำให้ยางพารากลายเป็นพืชยุทธศาสตร์หลัก โดยในปี พ.ศ. 2545 มีปริมาณการผลิต 2.62 ล้านตัน แต่มีการนำไปแปรรูปให้เป็นผลิตภัณฑ์เพื่อเพิ่มมูลค่าเพียงประมาณ 10% เท่านั้น แต่ผลิตภัณฑ์จากยางสามารถทำรายได้ให้ประเทศจากการส่งออกสูงถึง 54,172 ล้านบาท [1] ดังนั้นเพื่อการนำไปสู่การพัฒนาอย่างยั่งยืนตลอดจนการสร้างนวัตกรรมที่เกี่ยวข้องกับอุตสาหกรรมยาง จึงต้องเร่งสร้างความเข้มแข็งให้แก่อุตสาหกรรมยางในประเทศ และทำให้ประเทศไทยเป็นศูนย์กลางของอุตสาหกรรมยางเพื่อแข่งขันในตลาดโลก

ตารางที่ 1-1 ราคายางแผ่นดิบเฉลี่ยรายเดือน ปี 2544-2549 (บาทต่อกิโลกรัม) [2]

เดือน	ปี 2544	ปี 2545	ปี 2546	ปี 2547	ปี 2548	ปี 2549
ม.ค.	23.44	21.79	34.55	42.94	40.32	68.90
ก.พ.	23.15	23.96	37.31	44.06	43.90	73.47
มี.ค.	22.37	25.63	41.13	47.25	46.25	75.20
เม.ย.	24.04	25.95	39.05	49.09	47.64	67.98
พ.ค.	25.54	26.90	38.38	50.53	50.24	88.89
มิ.ย.	25.58	34.52	39.05	52.10	56.13	97.58
ก.ค.	23.91	30.83	37.75	47.40	64.85	84.92
ส.ค.	22.73	32.35	39.28	46.28	60.66	73.17
ก.ย.	21.09	34.08	40.35	46.37	64.23	59.50
ต.ค.	20.92	31.90	46.68	47.32	64.46	60.54
พ.ย.	19.77	32.04	45.24	44.89	59.97	53.93
ธ.ค.	17.74	31.97	43.54	41.30	64.07	54.99
เฉลี่ย	22.52	29.33	40.19	46.63	55.23	71.35



ภาพที่ 1-1 ราคายางแผ่นดิบเฉลี่ยรายเดือน ปี 2544-2549 (บาทต่อกิโลกรัม) [2]

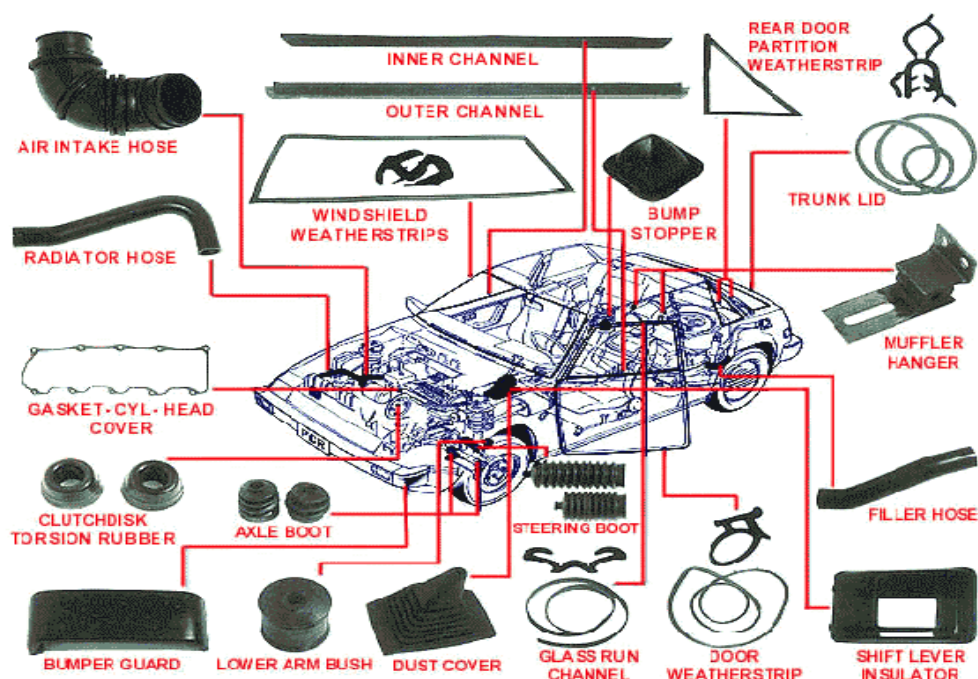
จากอดีตที่ผ่านมาอุตสาหกรรมการผลิตผลิตภัณฑ์จากยางในประเทศไทยยังเป็นแบบการลองผิดลองถูกและประยุกต์จากการออกแบบจากต่างประเทศ แต่เนื่องจากวัตถุดิบในประเทศมีมากและราคาถูก ทำให้การออกแบบผลิตภัณฑ์ที่เหมาะสมจึงไม่ใช่ประเด็นที่ได้รับความสนใจจากผู้ผลิต ส่งผลให้งานวิจัยเกี่ยวกับผลิตภัณฑ์ยางมีทิศทางมุ่งเน้นพัฒนาคุณสมบัติของยาง โดยจะสนใจที่สูตรส่วนประกอบยางและกระบวนการผลิตเป็นหลัก แต่ปัจจุบันยางที่เป็นวัตถุดิบมีราคาเพิ่มสูงขึ้น จากปี พ.ศ. 2544 ราคาเฉลี่ยอยู่ที่กิโลกรัมละ 22.52 บาท ในปี พ.ศ. 2549 ราคาเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็นประมาณกิโลกรัมละ 71 บาท ทำให้ทิศทางของงานวิจัยเปลี่ยนไปเป็นการวิจัยและพัฒนาผลิตภัณฑ์ให้มีความเหมาะสมกับการใช้งานมากขึ้น จึงต้องอาศัยองค์ความรู้ในการวิเคราะห์ความเสียหายและคุณสมบัติทางกลของผลิตภัณฑ์ยาง อย่างมีทฤษฎีและแบบแผน ซึ่งจะเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการนำมาสู่การพัฒนาคุณภาพของสินค้าที่เหมาะสม และสามารถตอบสนองความต้องการของลูกค้าได้อย่างตรงประเด็นและมีประสิทธิภาพ

ดังนั้นเพื่อเป็นการตอบสนองความต้องการความรู้ ในการวิเคราะห์ความเสียหายของยาง ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาวิเคราะห์พฤติกรรมการฉีกขาด (Tear Behavior) ของวัสดุประเภทยาง วิธีการคำนวณค่าพลังงานการฉีกขาด (Tear Energy) หรือ อัตราการปล่อยพลังงานความเครียด (Strain Energy Release Rate) และทำนายค่าพลังงานการฉีกขาดของชิ้นทดสอบวัสดุยางโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ความเสียหายของวัสดุ สามารถนำมาเป็นข้อกำหนดเบื้องต้นในการออกแบบและการเลือกใช้วัสดุในงานวิศวกรรมต่อไป

1.2 วัสดุที่ใช้ในงานวิศวกรรม (Rubber in Engineering)

ในทางวิศวกรรมวัสดุที่มีค่าความยืดหยุ่นสูงจะเรียกว่า อีลาสโตเมอร์ (Elastomer) ซึ่งสามารถแยกคร่าวๆ ได้สองประเภทคือยางธรรมชาติและยางสังเคราะห์ โดยยางธรรมชาติมาจากน้ำยางพารานำมาผ่านกระบวนการต่างๆ จนเป็นยางคงรูป ส่วนยางสังเคราะห์เป็นผลิตผลจากกระบวนการสังเคราะห์ทางปิโตรเลียม ถ้าพิจารณาคุณสมบัติทางจุลภาควัสดุอีลาสโตเมอร์คือ โพลีเมอร์อสัณฐาน (Amorphous Polymer) คือโพลีเมอร์ที่เรียงตัวกันอย่างไม่เป็นระเบียบ

ยางมีคุณสมบัติเด่นคือมีความยืดหยุ่นแต่ยังมีจุดอ่อน เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงลักษณะไปตามอุณหภูมิกล่าวคือ โมเลกุลขยายตัวเมื่ออุณหภูมิสูงทำให้ยางนิ่มลง และโมเลกุลหดตัวเมื่ออุณหภูมิต่ำทำให้ยางแข็งขึ้นการเปลี่ยนแปลงลักษณะตามอุณหภูมิดังกล่าวทำให้ยางไม่สามารถใช้งานได้นาน และยังไม่มีการทำผลิตภัณฑ์ยางในระดับอุตสาหกรรมการค้นพบปฏิกิริยาวัลคาไนเซชัน ในปี ค.ศ. 1839 (ปี พ.ศ. 2382) โดย Charles Goodyear [1] โดยยางที่ผ่านกระบวนการเกิดปฏิกิริยานี้จะไม่เปลี่ยนแปลงลักษณะรูปร่างตามอุณหภูมิ และมีความยืดหยุ่นสูงขึ้นกว่าเดิมนับเป็นก้าวกระโดดที่สำคัญที่ทำให้เริ่มมีกระบวนการผลิตผลิตภัณฑ์ยางในระดับอุตสาหกรรม และเพื่อให้ยางมีความคงรูปจะต้องผสมสารเพิ่มความแข็งแรง เช่น ผงคาร์บอนดำ และผ่านกระบวนการอบคงรูปหรือที่เรียกว่ากระบวนการวัลคาไนเซชัน (Vulcanization) ยางผสมคาร์บอนดำได้ถูกนำมาผลิตเป็นผลิตภัณฑ์ต่างๆ มากมายโดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับยานพาหนะ อุปกรณ์รองรับเพื่อลดการสั่นสะเทือน ชิ้นส่วนอุปกรณ์ป้องกันการรั่วซึม เป็นต้น



ภาพที่ 1-2 ตัวอย่างผลิตภัณฑ์จากวัสดุยาง [3]

1.3 วัตถุประสงค์

- 1.3.1 เพื่อศึกษาพฤติกรรมการฉีกขาด (Tear Behavior) ของวัสดุยาง
- 1.3.2 ศึกษาวิธีการคำนวณอัตราการปล่อยพลังงานความเครียด หรือพลังงานการฉีกขาด (Tearing Energy) สำหรับวัสดุยาง
- 1.3.3 ศึกษาเกณฑ์ความเสียหายของยาง จากค่าวิกฤตของพลังงานการฉีกขาด
- 1.3.4 เพื่อทำนายพลังงานการฉีกขาดของชิ้นทดสอบยางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

1.4 สมมุติฐานการวิจัย

- 1.4.1 พิจารณาให้ยางที่นำมาวิเคราะห์เป็นวัสดุเอกพันธ์ (Homogeneous Material)
- 1.4.2 พิจารณาให้ยางเป็นวัสดุประเภทไฮเปอร์อีลาสติก (Hyperelastic) มีคุณสมบัติไอโซโทรปิก (Isotropic Material) และเป็นวัสดุที่อัดตัวไม่ได้ (Incompressible Material)
- 1.4.3 พิจารณายางที่นำมาวิเคราะห์พฤติกรรมยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น (Non-linear Elasticity)
- 1.4.4 เป็นการวิเคราะห์ปัญหาระนาบความเค้น 2 มิติ (2D Plane Stress)

1.5 ขอบเขตของการทำวิจัย

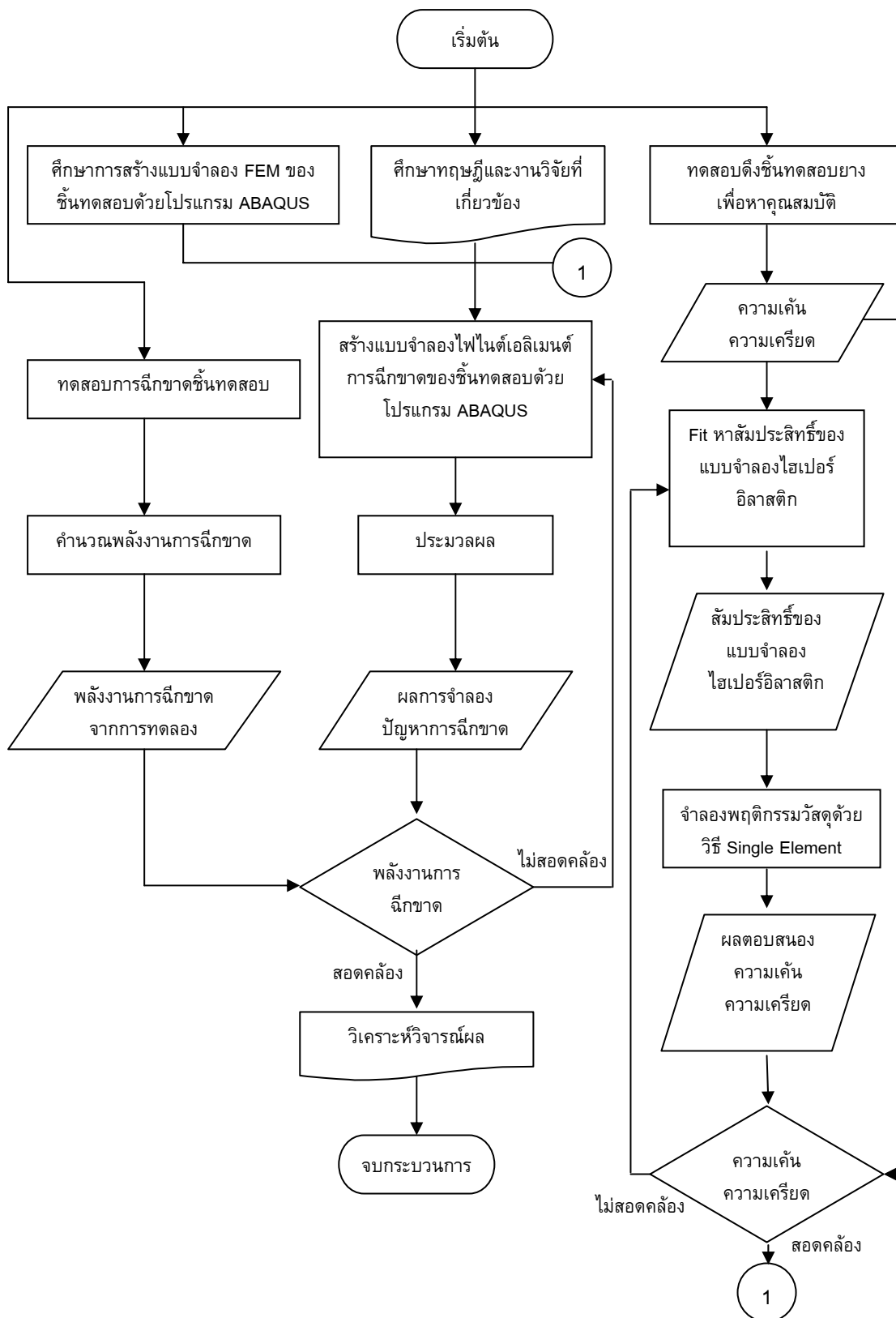
- 1.5.1 ศึกษาวิธีการคำนวณอัตราการปล่อยพลังงานความเครียด (Strain Energy Release Rate, G) หรือคำนวณค่าพลังงานการฉีกขาด (Tearing Energy, T) จากภาระแรงดึงของวัสดุที่มีรอยแตกกร้าวฉีกขาดเริ่มต้น
- 1.5.2 คำนวณค่าพลังงานการฉีกขาดจากทดสอบชิ้นทดสอบยาง โดยพิจารณาจากรูปแบบชิ้นทดสอบ การทดสอบแบบแรงดึง (Tensile Test) และแบบความเค้นเฉือนอย่างเดียว (Pure Shear Test)
- 1.5.3 สร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นทดสอบ ให้เหมาะสมกับการคำนวณหาอัตราการปล่อยพลังงานความเครียดของแบบจำลองชิ้นทดสอบยาง โดยทำการวิเคราะห์ในแบบ 2 มิติ
- 1.5.4 วิเคราะห์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์และหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานความเครียดของแบบจำลองชิ้นทดสอบยาง จากวิธีพลังงานรวม (Global Energy) และจากเทคนิควิธีการอินทิเกรตตามเส้นทางเดิน ($J - Integral$)
- 1.5.5 วิเคราะห์เกณฑ์ความเสียหายของทดสอบชิ้นทดสอบยางโดยประยุกต์ตามมาตรฐานการทดสอบในรูปแบบพารามิเตอร์ เจ – อินทิกรัล (J_{Ic}), ค่าพลังงานการฉีกขาดวิกฤติ (T_c), ความเค้นวิกฤติ (σ_c), ความเครียดวิกฤติ (ε_c)
- 1.5.6 ในงานวิจัยนี้ไม่คำนึงถึงสมบัติวิสโคอีลาสติก (Viscoelasticity) ของวัสดุยาง

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.6.1 เข้าใจวิธีการหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานภายในเนื้อวัสดุ
- 1.6.2 สามารถหาค่าวิกฤตของอัตราการปล่อยพลังงานภายในเนื้อวัสดุ
- 1.6.3 สามารถประยุกต์ใช้เทคนิคการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์มาคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การฉีกขาดในวัสดุประเภทยาง
- 1.6.4 สามารถอธิบายเกณฑ์ความเสียหายของวัสดุประเภทยางด้วยพารามิเตอร์กลศาสตร์การแตกหัก (Fracture Mechanics)

1.7 วิธีการดำเนินการวิจัย

- 1.7.1 ศึกษาค้นคว้าเพื่อทำความเข้าใจขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับกลศาสตร์การแตกหัก (Fracture Mechanics) พฤติกรรมการฉีกขาด (Tear Behavior) และคุณสมบัติเชิงกลของยาง
- 1.7.2 ศึกษาเทคนิคการคำนวณหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานความเครียด ในวัสดุยางทั้งวิธีการวิเคราะห์และการคำนวณเชิงตัวเลข
- 1.7.3 ศึกษาการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นทดสอบและ การวิเคราะห์ปัญหา กลศาสตร์การแตกหัก (Fracture Mechanics) โดยใช้โปรแกรมอะบาคัส (ABAQUS)
- 1.7.4 สร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นทดสอบยางโดยใช้โปรแกรมอะบาคัส
- 1.7.5 ทำการทดสอบชิ้นทดสอบยาง เพื่อนำไปเป็นข้อมูลสำหรับใช้หาค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองฟังก์ชันพลังงานความเครียดของวัสดุ พร้อมทั้งพิจารณาเลือกแบบจำลองที่สามารถอธิบายพฤติกรรมเชิงกลของยางได้สอดคล้องกับความเป็นจริง
- 1.7.6 วิเคราะห์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นทดสอบยาง โดยพิจารณาค่าอัตราการปล่อยพลังงานความเครียด จากเทคนิควิธีการคำนวณที่แตกต่างกัน
- 1.7.7 เปรียบเทียบผลของอัตราการปล่อยพลังงานความเครียด ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลที่ได้จากการทดสอบชิ้นทดสอบยางจริงๆ
- 1.7.8 วิเคราะห์ ซึ่งทำการเปลี่ยนแปลงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ของชิ้นทดสอบยางในลักษณะอื่นเช่น มีรอยฉีกขาดเริ่มต้นภายใน
- 1.7.9 วิเคราะห์การฉีกขาดของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ล้อยางสองมิติ
- 1.7.10 สรุปผล



ภาพที่ 1-3 ภาพรวมวิทยานิพนธ์

บทที่ 2

ทฤษฎีพื้นฐานและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่สามารถแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ทฤษฎีเกี่ยวกับกลศาสตร์การแตกหัก (Fracture Mechanics) โดยจะมีรายละเอียดการพิจารณาในลักษณะของพลังงาน (Energetics Approach) และพฤติกรรมของการแตกหักหรือฉีกขาดแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear Fracture Mechanics) ในส่วนที่ 2 การศึกษาคุณสมบัติและพฤติกรรมทางกลของวัสดุเนื่องจากยางมีสมบัติความยืดหยุ่นสูง ทำให้พฤติกรรมความเค้นและความเครียดมีความสัมพันธ์ในลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinearity) ซึ่งแตกต่างจากวัสดุประเภทโลหะทั่วไป ตลอดจนแบบจำลองและทฤษฎีความแข็งแรงของยางที่เกี่ยวข้อง ในการสร้างแบบจำลองเพื่อวิเคราะห์ความเสียหายด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญที่จะประยุกต์ใช้ในการทำงานวิจัยนี้

2.1 แนวคิดพื้นฐานของการแตกหัก

2.1.1 ความรู้พื้นฐานของการแตกหัก

การแตกหัก คือการเกิดการแยกออกจากกันของชิ้นส่วนออกเป็นสองส่วนหรือมากกว่า สามารถพิจารณาได้จากเมื่อมีแรงจากภายนอกกระทำกับชิ้นส่วนประกอบ จนมากพอที่จะทำให้ชิ้นส่วนประกอบเกิดการแยกเป็น 2 ส่วน โดยวัสดุจะเริ่มเกิดการแตกหักเสียหายเมื่อความเค้นและงานที่เกิดจากแรงภายนอกมากพอที่จะทำให้ลายพื้นระหว่างอะตอมหรือโมเลกุลของวัสดุ โดยในภาพที่ 2-1 จะแสดงกราฟ พลังงานศักย์และแรง กับระยะแยกระหว่างอะตอม จะพบว่าพื้นที่ใต้เส้นกราฟของ กราฟระหว่างแรงกับระยะห่างระหว่างอะตอม คือ พลังงานพันธะ (Bond Energy) โดยสามารถหาได้จากสมการ

$$E_b = \int_{x_0}^{\infty} P dx \quad (2-1)$$

เมื่อ

E_b คือพลังงานพันธะ

P คือแรงที่กระทำกับอะตอม

x_0 คือระยะห่างระหว่างอะตอม

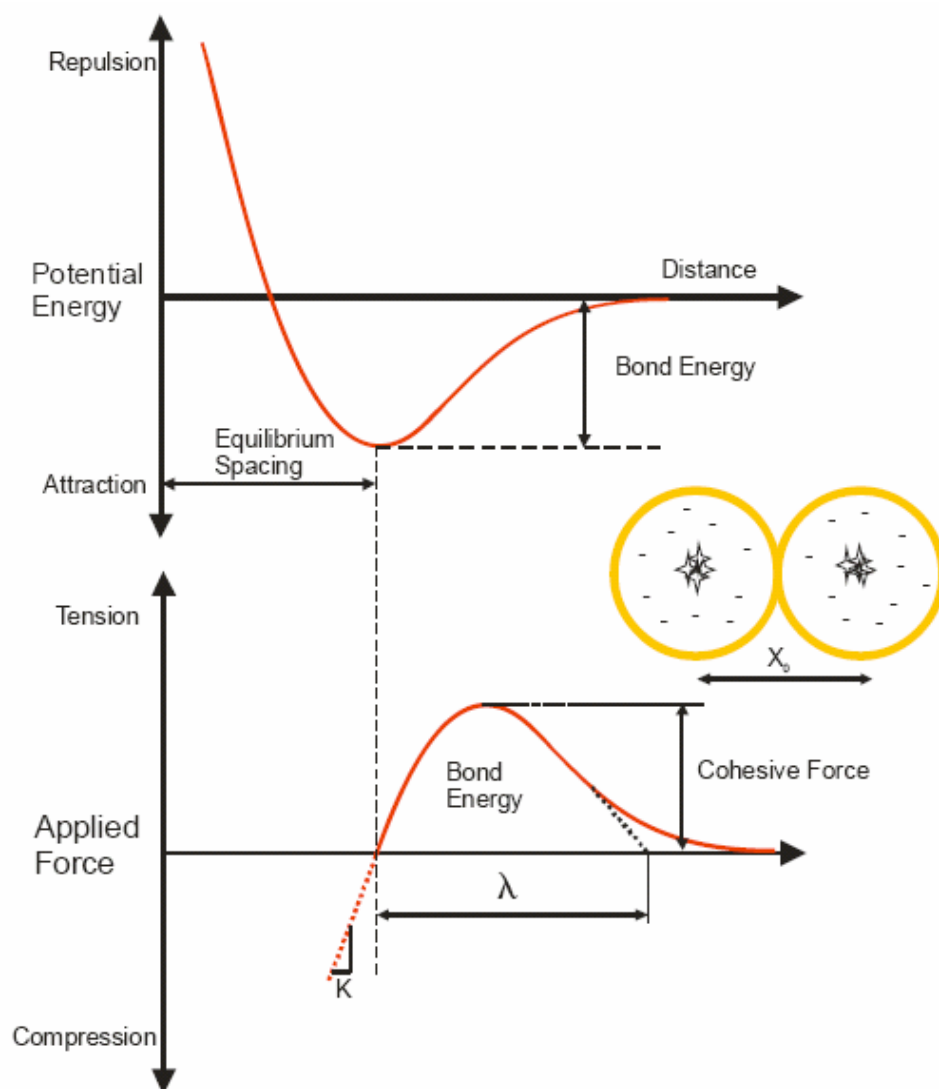
แรงเกาะกันของอะตอมวัสดุจะเป็นตัวกำหนด ค่าความแข็งแรงของวัสดุเมื่อรับแรงดึง
ค่าความแข็งแรงนี้สามารถหาได้จากห้องปฏิบัติการ แต่ค่าที่ได้จะต่างจากแรงเกาะกันทางทฤษฎี
มาก แรงกระทำระหว่างอะตอมสามารถหาได้จาก

$$P = P_c \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) \quad (2-2)$$

เมื่อ

P_c คือแรงเกาะกัน (Cohesive Force) ของอะตอม

x คือระยะการเคลื่อนที่ของอะตอมตามภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 แสดงถึงความสัมพันธ์ของพลังงานศักย์ ,แรง กับ ระยะห่างระหว่างอะตอม [4]

แต่ในระดับอะตอมระยะการเคลื่อนที่ x จะมีค่าน้อยมากจึงสามารถพิจารณาใหม่ได้เป็น

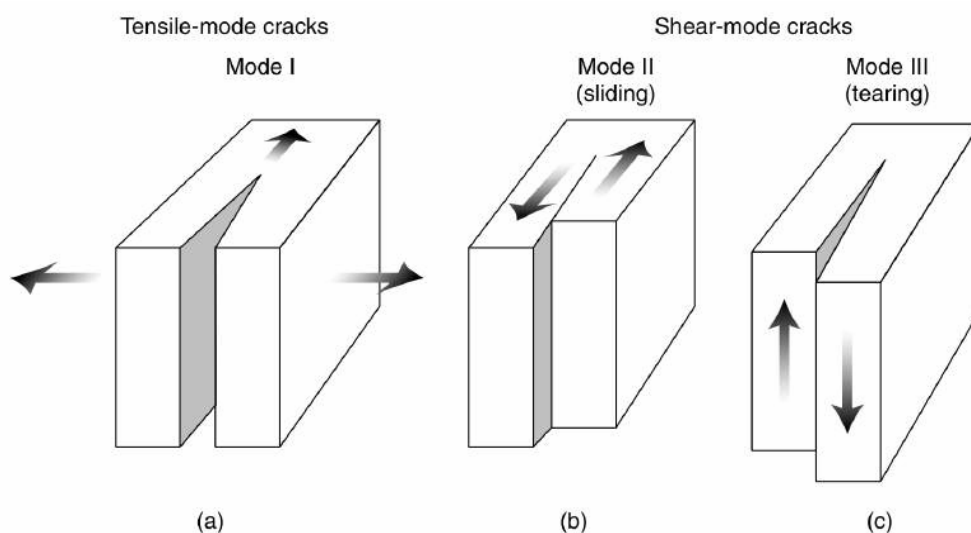
$$P = P_c \left(\frac{\pi x}{\lambda} \right) \quad (2-3)$$

เมื่อพิจารณาตามสมการ 2-3 จะได้ค่านิจสปริงของระบบ (Stiffness) $K = \left(\frac{P_c \pi}{\lambda} \right)$ เมื่อทำการเปลี่ยนรูป K ให้อยู่ในรูปของ E ยังโมดูลัส และค่าของแรง P ให้อยู่ในรูปของความแข็งแรง จะได้ค่าความแข็งแรงเกาะกัน (Cohesive Strength) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\sigma_c = \frac{E\lambda}{\pi x_0} \quad (2-4)$$

2.1.2 รูปแบบพื้นฐานของการแตกหัก

ในการศึกษาการแตกหักเสียหายของวัสดุเนื้อแข็ง (Solid) จะสามารถแบ่งรูปแบบของการเสียหายได้ 3 รูปแบบ [5] ดังนี้



ภาพที่ 2-2 รูปแบบความเสียหายของการแตกหัก (a) Mode I (Opening Mode)
(b) Mode II (Sliding Mode) (c) Mode III (Tearing Mode)

รูปแบบที่ 1 (Mode I) เป็นแนวการแตกหักที่เกิดจากแรงดึงเรียกว่า “Opening Mode” จะเกิดเมื่อแรงหรือความเค้นที่กระทำกับชิ้นส่วนและระยะห่างระหว่างผิวของรอยแตกหักตั้งฉากกับระนาบการแตกหัก

รูปแบบที่ 2 (Mode II) เป็นแนวการแตกหักที่เกิดจากแรงเฉือนเรียกว่า “Sliding Mode” จะเกิดเมื่อแรงหรือความเค้นที่กระทำกับชิ้นส่วนและระยะห่างระหว่างแนวการแตกหักจะอยู่ในระนาบเดียวกับแนวการแตกหัก และตั้งฉากกับรอยขอบแรกของการแตกหัก

รูปแบบที่ 3 (Mode III) เป็นแนวการแตกหักที่เกิดจากแรงฉีกเรียกว่า “Tearing Mode” จะเกิดเมื่อแรงหรือความเค้นที่กระทำกับชิ้นส่วนและระยะห่างระหว่างแนวการแตกหักจะอยู่ในระนาบเดียวกับแนวการแตกหัก และขนานกับรอยขอบแรกของการแตกหัก

2.1.3 ทฤษฎีสมดุลพลังงานของ Griffith

การที่ความแข็งแรงจริงของวัสดุเปราะต่ำกว่าค่าทางทฤษฎีนั้น Griffith [5] ได้อธิบายว่าเป็นเพราะวัสดุทั่วไปแม้จะเป็นเนื้อเดียวกัน (Homogeneous) ในระดับมหภาค แต่ก็จะมีส่วนบกพร่องที่เกิดจากกระบวนการผลิต ทำให้เกิดความเข้มความเค้นสูงพอจะทำให้เกิดการแตกหักเสียหาย โดยได้เสนอทฤษฎีการแตกหักจากการพิจารณาหลักการคงตัวของพลังงานตามกฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์ว่า การแตกหักเกิดจากสะสมพลังงานศักย์ภายในเนื้อวัสดุที่เป็นผลมาจากแรงกระทำภายนอก จนถึงจุดวิกฤติทำให้วัสดุต้องรักษาสมดุลของระบบด้วยการปล่อยพลังงานออกมาในรูปแบบการนำพลังงานไปทำลายพันธะของวัสดุและเกิดเป็นผิวใหม่ขึ้น ทำให้พลังงานนี้เกิดการเปลี่ยนแปลงในทางลดลงเมื่อเกิดรอยแตกหัก โดยอธิบายตามสมดุลพลังงานของ Griffith [5] แสดงด้วยสมการที่ 2-5

$$\frac{dE}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dw_s}{dA} = 0 \quad (2-5)$$

$$-\frac{d\Pi}{dA} = \frac{dw_s}{dA} \quad (2-6)$$

เมื่อ

E คือพลังงานรวมทั้งหมด

Π คือพลังงานศักย์จากความเครียดภายในและแรงจากภายนอก

w_s คืองานที่ใช้ในการทำให้เกิดผิวใหม่ของวัสดุ

โดยพิจารณาแผ่นชิ้นส่วนมีภาระกระทำ คงที่ σ และมีรอยแตกหักเริ่มต้น $2a$ โดยกำหนดให้ค่าความกว้างของแผ่นชิ้นส่วนมากกว่า รอยแตกหักเริ่มต้นมากๆ สมการที่ 2-7 แสดงพลังงานศักย์รวมของชิ้นส่วน

$$\Pi = U - \frac{\pi\sigma^2 a^2 t}{E} \quad (2-7)$$

เมื่อ U คือ พลังงานความเครียด ส่วนพจน์หลัง คือ ค่างานที่เกิดจากแรงกระทำภายนอก

เมื่อหาอนุพันธ์พลังงานศักย์จากความเครียดเทียบกับพื้นที่รอยแตกหัก $dA = t da$ ของสมการที่ 2-7 จะได้ตามสมการที่ 2-8

$$-\frac{1}{t} \frac{d\Pi}{da} = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (2-8)$$

และพลังงานที่ใช้ในการสร้างผิวใหม่จะเป็นไปตามสมการที่ 2-9 โดย a คือ ขนาดรอยแตกหัก, t คือ ความหนาของชิ้นส่วน, γ_s คือ สัมประสิทธิ์ พลังงานผิวเป็นคุณสมบัติขึ้นกับวัสดุ

$$w_s = 4a\gamma_s t \quad (2-9)$$

เมื่อหาอนุพันธ์พลังงานที่ใช้ในการสร้างผิวใหม่เทียบกับพื้นที่รอยแตกหัก $A = ta$ จะได้

$$\frac{1}{t} \frac{dw_s}{dA} = 2\gamma_s \quad (2-10)$$

จากสมการที่ 2-6, 2-8, 2-10 ทำให้สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\pi\sigma^2 a}{E} = 2\gamma_s \quad (2-11)$$

เมื่อรอยแตกหักขยายตัวออกไปจะเกิดผิวรอยแตกหักใหม่เพิ่มขึ้น โดยที่ความเค้นและระยะจัดที่ปลายรอยแตกใหม่กับปลายรอยแตกเดิมมี สภาวะเหมือนกัน ดังนั้นพลังงานที่ให้แก่วัสดุในระหว่างที่รอยแตกหักขยายตัว จึงเป็นพลังงานที่ทำให้เกิดผิวใหม่ มีค่าเท่ากับผลคูณของ $2\gamma_s$ กับพื้นที่ผิวรอยแตกที่เพิ่มขึ้น ตามสมการ 2-11 คือเงื่อนไขสภาวะการแตกหัก ที่จุดนี้จะมีค่าความยาวรอยแตกวิกฤติ คือ a_c ดังแสดงในภาพ 2-3 (b) คือ จุดตัดของ เส้นกราฟอัตราการปล่อยพลังงานความเครียดจำเพาะและเรียกจุดนี้ว่าจุด อเสถียรภาพ (Instability) เมื่อนำสมการที่ 2-8 นำมาหาอนุพันธ์อันดับสองเทียบกับ a จะพบว่าผลที่ได้มีค่าเป็นลบแสดงว่าระบบไม่สมดุลและกำลังจะเกิดการแตกหัก

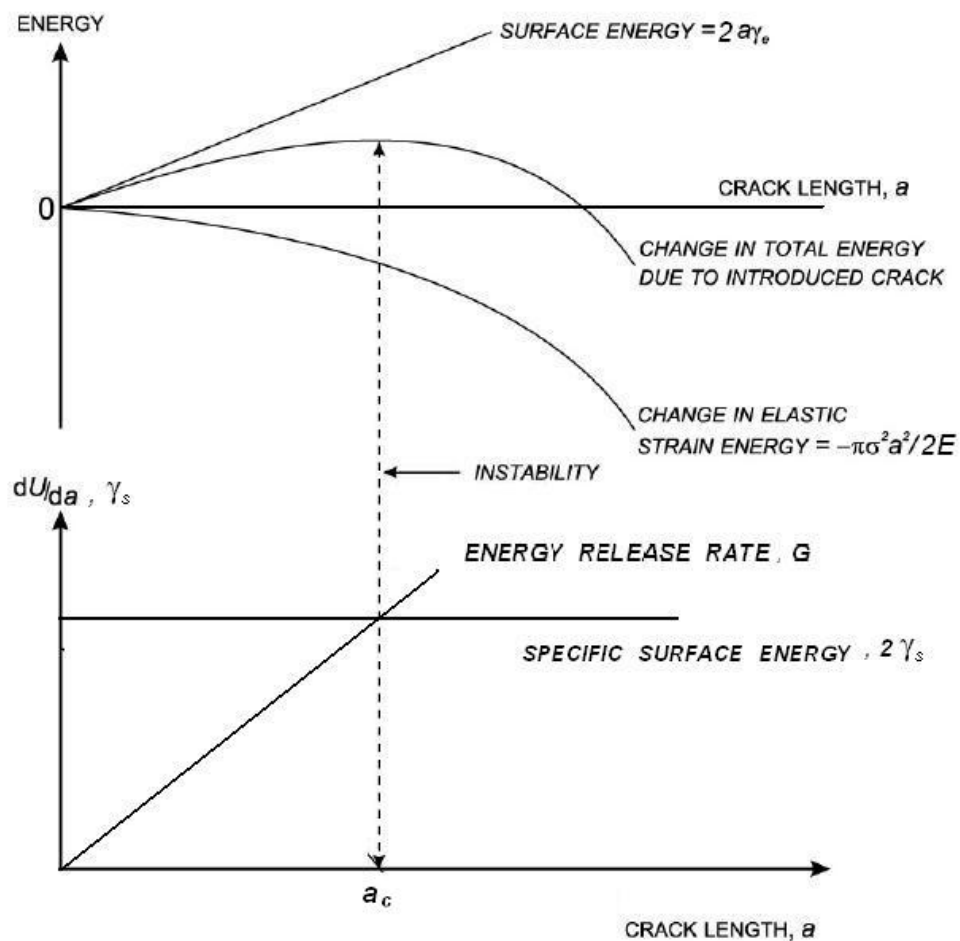
$$\frac{1}{t} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial a^2} = \frac{-\pi\sigma^2}{E} \quad (2-12)$$

สามารถนำสมการที่ 2-11 มาเขียนใหม่ในรูปของความแข็งแรงต้านทานการแตกหักได้ ดังนั้น สำหรับระนาบความเค้น (Plain Stress) จะได้ตามสมการที่ 2-13

$$\sigma_f = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (2-13)$$

และสำหรับระนาบความเครียด (Plain Strain) จะได้ตามสมการที่ 2-14 โดย a คือขนาดรอยแตกหัก และ ν คืออัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio)

$$\sigma_f = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a(1-\nu^2)} \right)^{1/2} \quad (2-14)$$



ภาพที่ 2-3 a) การเปลี่ยนแปลงพลังงานขณะรอยแตกหักเกิดการขยายตัว

b) ความสัมพันธ์อัตราการปล่อยพลังงานและรอยแตกหัก [6]

จากสมการที่ 2-13, 2-14 พบว่าสามารถใช้ได้ดีในวัสดุที่มีความเปราะ (Brittle Material) ไม่สามารถนำไปใช้กับวัสดุเหนียว (Ductile Material) ได้จึงได้มีการดัดแปลงสมการที่ 2-15 ใหม่ ซึ่ง Irwin และ Orowan [7] ได้เสนอไว้ตามสมการที่ 2-15

$$\sigma_f = \left(\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (2-15)$$

เมื่อ

γ_s คือ Specific Surface Energy of Material

γ_p คือ Plastic Work Per Unit Area

ในการวิเคราะห์ของ Irwin ได้พิจารณาในส่วนพลังงานที่ต้องให้กับชั้นทดสอบ (พลังงานศักย์ที่ปล่อยออกมา) ซึ่งมีอัตราการให้พลังงานต่อขนาดรอยแตกหักเป็น $\frac{\partial U}{\partial a}$ เรียกว่า อัตราการปล่อยพลังงานความเครียดใช้สัญลักษณ์ G และบางครั้งเรียกว่าแรงขับเคลื่อนรอยแตกหัก (Crack Driving Force) และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของความเค้นได้ตามสมการที่ 2-16

$$G = \frac{\sigma^2 \pi a}{E} \quad (2-16)$$

เมื่อพิจารณาที่จุดวิกฤติจะได้ค่าความแข็งแรงต้านทานการแตกหัก ในรูปของความเค้นการแตกหัก (Fracture Stress) ตามสมการที่ 2-17

$$\sigma_f = \left(\frac{EG}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (2-17)$$

และเมื่อนำค่าความเค้นการแตกหักจากสมการ 2-15 , 2-17 มาเท่ากัน ก็จะสามารถแสดงอัตราการปล่อยพลังงานหรือแรงขับเคลื่อนรอยแตกหักในรูปของ พลังงานผิวหน้าจำเพาะและพลังงานพลาสติกจำเพาะได้ตามสมการที่ 2-18

$$G = 2(\gamma_s + \gamma_p) \quad (2-18)$$

2.2 อัตราการปล่อยพลังงาน (Energy Release Rate, G)

2.2.1 อัตราการปล่อยพลังงานแบบเชิงเส้น (Linear Energy Release Rate)

Irwin [7] ได้นำเสนอการวิเคราะห์การแตกหักในรูปแบบของพลังงานที่มีความจำเป็นเทียบเท่ากับแบบจำลองของ Griffith [5] และสามารถแก้ปัญหาทางวิศวกรรมได้สะดวกขึ้น โดยได้นิยาม อัตราการปล่อยพลังงาน (Strain Energy Release Rate, G) [4,5,6,7,8,9] คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ต่อพื้นที่การแตกหัก ในการพิจารณาสามารถพิจารณาได้ 2 แบบ คือ แบบภาระคงที่ และแบบระยะขจัดคงที่

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2-19)$$

$$\Pi = U - W \quad (2-20)$$

เมื่อ

Π คือพลังงานศักย์รวม (Potential Energy)

U คือพลังงานความเค้น (Strain Energy)

W คืองานที่เกิดจากแรงภายนอก (External Work)

2.2.1.1 แบบภาระคงที่ (Load Controlled)

ปริมาณพลังงานความเครียดสะสมในชิ้นส่วน จะมีค่าเท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยม ABE พิจารณาจากชิ้นส่วนประกอบที่มีรอยแตกหักภายใต้สภาวะภาระคงที่ P ดังภาพที่ 2-4 และความชันของกราฟระหว่างแรงกับระยะยืดจะแสดงค่าความแข็ง (Stiffness) พลังงานที่จำเป็นในการทำให้เกิดการเพิ่มขยายของรอยแตกหัก, da ภายใต้ภาระคงที่ P เมื่อรอยแตกหักเพิ่มขึ้น พบว่าค่าความแข็ง (Stiffness) จะลดลงแต่พลังงานความเครียดสะสมจะเพิ่มขึ้นจนถึงระดับใหม่ มีค่าเท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยม ACD ด้วยเหตุนี้ปริมาณพลังงานส่วนที่เกินที่เข้ามาในระบบจะถูกนำไปใช้ในการเคลื่อน แรง P คงที่ผ่านไปเป็นระยะ $d\Delta$ ซึ่งจะเท่ากับ พื้นที่ สี่เหลี่ยม BCDE ตามภาพที่ 2-4 ทำให้พลังงานศักย์รวม สามารถหาจาก พลังงานความเครียดลบด้วยงานที่เกิดจากแรงภายนอกที่กระทำกับชิ้นส่วนตามสมการที่ 2-23

$$W = P\Delta \quad (2-21)$$

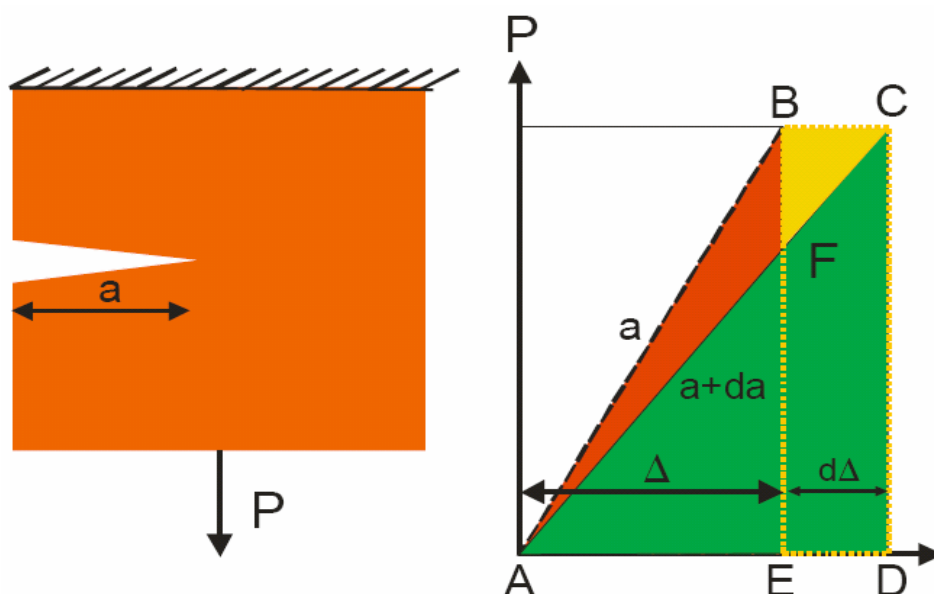
$$U = \int_0^\Delta P d\Delta = \frac{P\Delta}{2} \quad (2-22)$$

$$\Pi = U - W = \frac{P\Delta}{2} - P\Delta \quad (2-23)$$

$$\Pi = -\frac{P\Delta}{2} = -U \quad (2-24)$$

เมื่อแทนค่า Π จากสมการที่ 2-24 ลงในสมการที่ 2-19 ทำให้ได้สมการหาค่าอัตราปล่อยพลังงานของชิ้นส่วนที่มีรอยแตก ที่พิจารณาแบบภาระคงที่เป็น

$$G = \frac{1}{t} \left(\frac{dU}{da} \right)_P = \frac{P}{2t} \left(\frac{d\Delta}{da} \right)_P \quad (2-25)$$



ภาพที่ 2-4 กราฟระหว่างแรงกับระยะขจัดภายใต้สภาวะแรงคงที่

2.2.1.1 แบบระยะขจัดคงที่ (Displacement Controlled)

พิจารณาจากชิ้นส่วนประกอบที่มีรอยแตกหัก ภายใต้สภาวะระยะขจัดคงที่ Δ ดังแสดงในภาพ 2-5 เริ่มต้นพิจารณาจากสมมติฐานที่ว่าปริมาณพลังงานความเครียดสะสมที่จะมากพอให้เกิดการขยายตัวของรอยแตกหักเป็นระยะ da ภายใต้สภาวะระยะขจัดคงที่ เมื่อรอยแตกหักเพิ่มขึ้นพบว่าค่าความแข็ง (Stiffness) จะลดลงและพลังงานจนถึงระดับใหม่มีค่าเท่ากับพื้นที่สามเหลี่ยม ACD โดยไม่มีแรงจากภายนอกกระทำกับระบบ เพราะฉะนั้นพลังงานศักย์รวมจึงมีค่าเท่ากับพลังงานความเครียดและเป็นตัวแปรเดียวที่ทำให้เกิดการขยายตัวของรอยแตกหัก

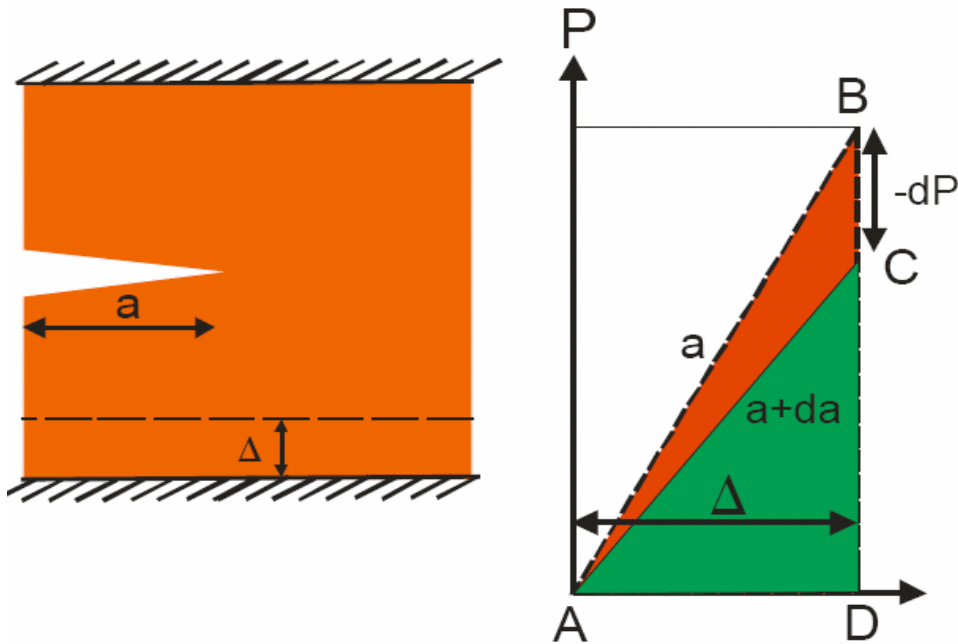
$$V = 0 \quad (2-26)$$

$$\Pi = U \quad (2-27)$$

$$U = \int_0^{\Delta} P d\Delta = \frac{P\Delta}{2} \quad (2-28)$$

เมื่อแทนค่า Π ซึ่งมีค่าเท่ากับ U จากสมการที่ 2-27 และ 2-28 ลงในสมการที่ 2-19 ทำให้ได้อัตราปล่อยพลังงานของชิ้นส่วนที่มีรอยแตก ที่พิจารณาแบบระยะจัดคงที่เป็น

$$G = -\frac{1}{t} \left(\frac{dU}{da} \right)_{\Delta} = -\frac{\Delta}{2t} \left(\frac{dP}{da} \right)_{\Delta} \quad (2-29)$$



ภาพที่ 2-5 กราฟระหว่างแรงกับระยะจัดภายใต้สภาวะระยะจัดคงที่

บางครั้งจะสามารถแสดงทั้ง 2 กรณีให้อยู่ในรูปทั่วไปโดยใช้ความสัมพันธ์ของตัวแปรยืดหยุ่น (Compliance, C) จากสมการอัตราการปล่อยพลังงานใดๆตามสมการที่ 2-30

$$G = \frac{1}{t} \left(\frac{dU}{da} \right) \quad (2-30)$$

ถ้าสมมติให้

$$C = \frac{\Delta}{P} \quad (2-31)$$

จะสามารถเขียนสมการอัตราการปล่อยพลังงานในรูปทั่วไปได้ดังนี้

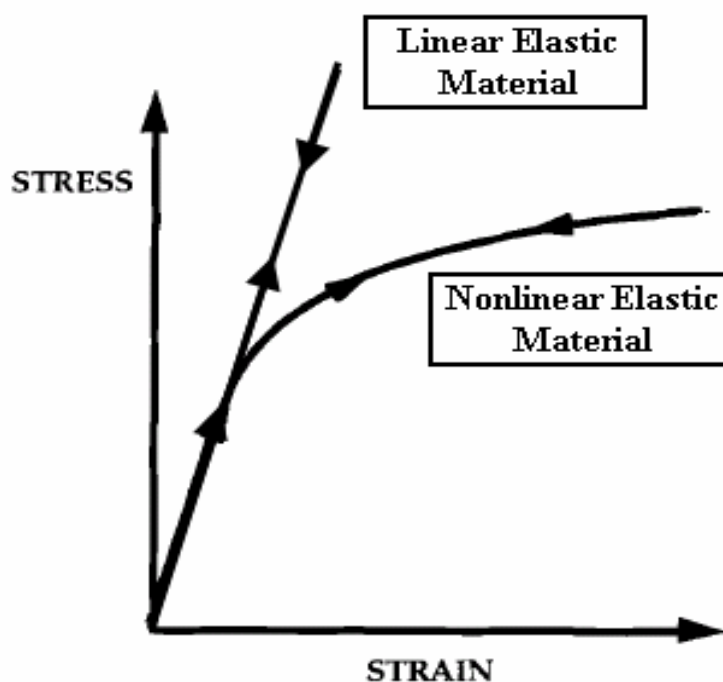
$$G = \frac{P^2}{2t} \left(\frac{\partial C}{\partial a} \right) \quad (2-32)$$

โดยสำหรับวัสดุแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นจะหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานได้จากสมการที่ 2-33

$$G = \frac{P^2}{2t} \left(\frac{dC}{da} \right)_P = - \frac{P^2}{2t} \left(\frac{dC}{da} \right)_\Delta \quad (2-33)$$

2.2.2 อัตราการปล่อยพลังงานไม่เชิงเส้น (Nonlinear Energy Release Rate)

การวิเคราะห์อัตราการปล่อยพลังงานแบบไม่เชิงเส้นจะยึดหลักแนวคิดเดียวกันกับการวิเคราะห์ในแบบเชิงเส้น คือ พิจารณาพื้นที่ที่อยู่ใต้เส้นกราฟระหว่างภาระกับระยะขจัดซึ่งจะสามารถแสดงถึงพลังงานความเครียดยืดหยุ่นของชิ้นทดสอบ และความชันของเส้นกราฟสามารถแสดงค่าความแข็งของวัสดุ เพียงแต่พฤติกรรมของจะวัสดุต่างกัน โดยที่แบบเชิงเส้นพฤติกรรมที่อยู่ในช่วงยืดหยุ่นจะมีความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดเป็นเส้นตรงมีความชันคงที่ แต่สำหรับแบบไม่เป็นเชิงเส้นจะไม่เป็นเส้นตรงและมีค่าความชันจะผันแปรไปตามความเค้นและเครียด ณ ขณะนั้น ดังแสดงในภาพที่ 2-6



ภาพที่ 2-6 กราฟแสดงพฤติกรรมความเค้น-ความเครียดของวัสดุแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นและแบบยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น

โดยในการพิจารณาสามารถพิจารณาได้ 2 แบบ คือ แบบภาระคงที่ (Load Controlled) และแบบระยะขจัดคงที่ (Displacement Controlled) [4]

2.2.2.1 แบบภาระคงที่ (Load Controlled)

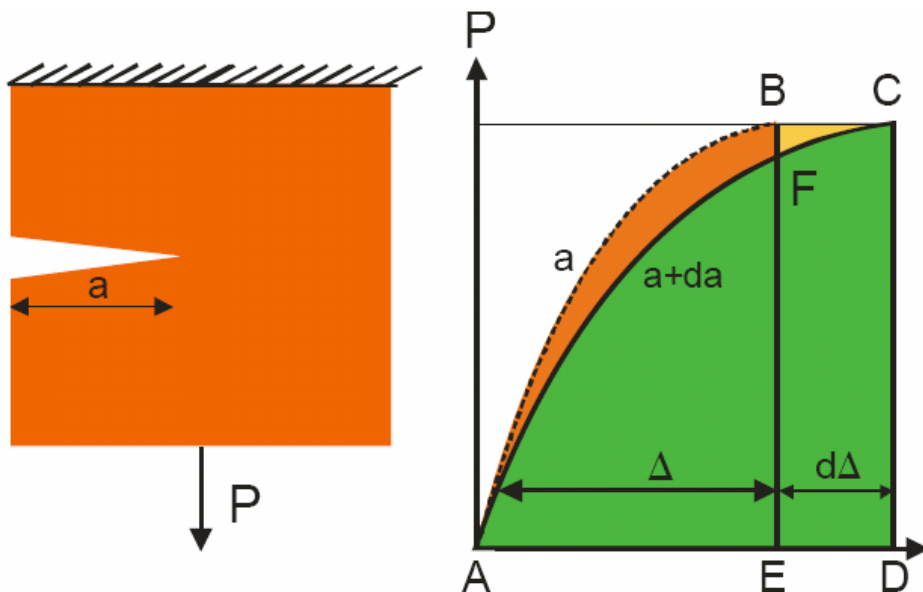
ปริมาณพลังงานความเครียดในชิ้นส่วน จะมีค่าเท่ากับพื้นที่ปิด ABE ในภาพที่ 2-7 กำหนดให้ใช้พลังงานที่จำเป็นในการทำให้เกิดการเพิ่มขยายของรอยแตกหัก da ภายใต้ภาระคงที่ P เมื่อรอยแตกหักเพิ่มขึ้นพบว่าค่าความแข็ง (Stiffness) จะลดลงแต่พลังงานความเครียดสะสมจะเพิ่มขึ้นจนถึงระดับใหม่มีค่าเท่ากับพื้นที่ปิด ACD ด้วยเหตุนี้ปริมาณพลังงานส่วนที่เกินเข้ามาในระบบจะถูกนำไปใช้ในการเคลื่อน แรง P คงที่ผ่านไปเป็นระยะ $d\Delta$ ซึ่งจะเท่ากับพื้นที่สี่เหลี่ยม BCDE ตามภาพที่ 2-7 ทำให้พลังงานศักย์รวมมีค่าเท่ากับพลังงานความเครียดลบด้วย งานจากแรงภายนอก

$$\Pi = U - P\Delta = -U^* \quad (2-34)$$

$$U^* = \int_0^P \Delta dP \quad (2-35)$$

โดย U^* คือ Complementary Strain Energy [4] ดังนั้น ทำให้อัตราการปล่อยพลังงานเป็น

$$G = \frac{1}{t} \left(\frac{dU^*}{da} \right)_P = \frac{1}{t} \left(\frac{\partial}{\partial a} \int_0^P \Delta dP \right)_P = \frac{1}{t} \int_0^P \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a} \right)_P dP \quad (2-36)$$



ภาพที่ 2-7 กราฟแรงกับระยะขจัดของวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นภายใต้สภาวะระยะขจัดคงที่

2.2.2.2 แบบระยะขจัดคงที่ (Displacement Controlled)

พิจารณาจากชิ้นส่วนประกอบที่มีรอยแตกหัก ภายใต้สภาวะระยะขจัดคงที่ Δ ดังแสดงในภาพ 2-8 เริ่มต้นพิจารณาจากสมมติฐานที่ว่าปริมาณพลังงานความเครียดสะสมที่จะมากพอให้เกิดการขยายตัวของรอยแตกหักเป็นระยะ da ภายใต้สภาวะระยะขจัดคงที่คงที่

เมื่อรอยแตกหักเพิ่มขึ้นพบว่า ค่าความแข็ง (Stiffness) จะลดลงและพลังงานจนถึงระดับใหม่มีค่าเท่ากับพื้นที่ปิด ACD โดยไม่มีแรงจากภายนอกกระทำกับระบบ เพราะฉะนั้นพลังงานศักย์รวมจึงมีค่าเท่ากับพลังงานความเครียดและเป็นตัวแปรเดียวที่ทำให้เกิดการขยายตัวของรอยแตกหัก

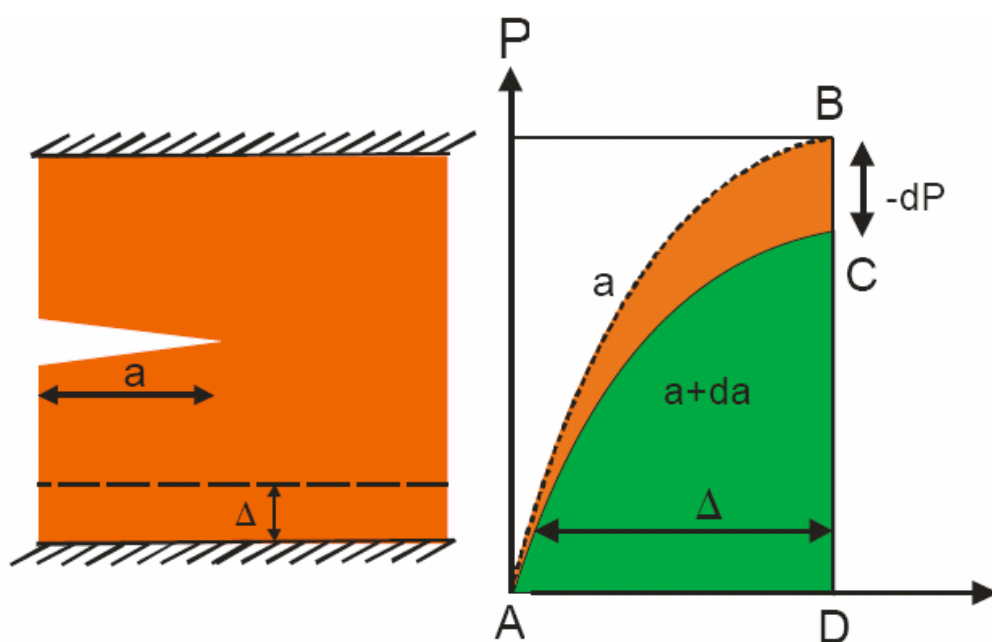
$$V = 0 \quad (2-37)$$

$$\Pi = U \quad (2-38)$$

$$U = \int_0^\Delta P d\Delta = \frac{P\Delta}{2} \quad (2-39)$$

ทำให้ค่าอัตราการปล่อยพลังงานของวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น แบบระยะขจัดคงที่มีค่าเป็น

$$G = -\frac{1}{t} \left(\frac{dU}{da} \right)_\Delta = -\frac{1}{t} \left(\frac{\partial}{\partial a} \int_0^\Delta P d\Delta \right)_\Delta = -\frac{1}{t} \int_0^\Delta \left(\frac{\partial P}{\partial a} \right)_\Delta d\Delta \quad (2-40)$$



ภาพที่ 2-8 กราฟแรงกับระยะขจัดของวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นภายใต้สภาวะระยะขจัด

2.3 เจ- อินทิกรัล (J-Integral)

พารามิเตอร์ที่พัฒนามาเพื่อใช้อธิบายสภาวะการแตกหัก สำหรับการเสียรูปแบบยืดหยุ่น (Elastic Deformation) และเสียรูปแบบพลาสติก (Plastic Deformation) คือ ผลการอินทิเกรตตามเส้นทาง (Line Integral) ที่สัมพันธ์กับพลังงานในบริเวณปลายรอยแตกหัก โดย Rice [7] สามารถหาผลเฉลยปัญหาการแตกหักแบบ 2 มิติของการเสียรูปแบบพลาสติก ในรูปของผลอินทิกรัลเชิงเส้น คือ J-Integral [4,5], [7], [10] ตามสมการที่ 2-41 โดยความเสียหายจะเกิดขึ้นเมื่อ ค่า J เข้าสู่ ค่าวิกฤต J_c

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - T_i \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) \quad (2-41)$$

เมื่อ

x, y คือพิกัดจุดในระบบพิกัดฉากที่มีจุดกำเนิดที่ปลายรอยแตกหัก

ds คือระยะย่อยที่เพิ่มขึ้นตามเส้นทางเดิน Γ

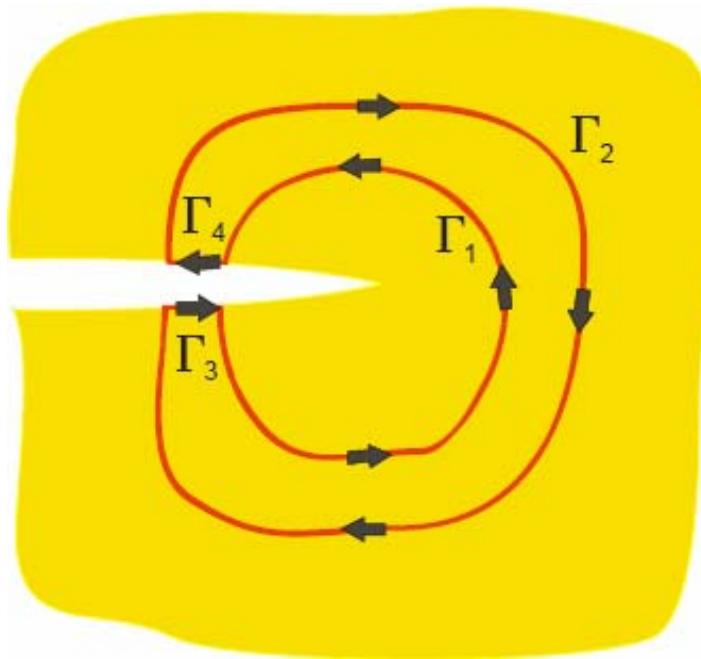
T_i คือเวกเตอร์ความเค้นที่กระทำบนเส้นทางเดิน Γ

u คือเวกเตอร์ ระยะขจัด

W คือความหนาแน่นของพลังงานความเค้น

J-integral เป็นพารามิเตอร์ที่มีการประยุกต์ใช้กันอย่างแพร่หลายใน กลศาสตร์การแตกหัก เพราะเป็นพารามิเตอร์ที่สามารถแสดงความสัมพันธ์กับเกณฑ์พื้นฐานในทั้งรูปแบบพลังงานและความเค้นสำหรับการเกิดการขยายตัวของรอยแตกหัก ถ้าพิจารณาถึงลักษณะของ J-integral Rice [7] ได้นำเสนอ การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากการหาผลอินทิกรัลตามเส้นทางวงปิด $\Gamma_1 + \Gamma_4 + \Gamma_2 + \Gamma_3$ ล้อมรอบพื้นที่บริเวณปลายรอยแตกหัก ดังภาพที่ 2-9 พบว่า ผลอินทิกรัลมีค่าเท่ากับศูนย์ ถ้าพิจารณาเส้นทางเดิน Γ_3 และ Γ_4 ตามภาพที่ 2-9 พบว่า $dy = 0$ และ $T_i = 0$ ดังนั้นค่า J ตามทางเดินนั้นจะมีค่าเป็นศูนย์ด้วย และค่า J ตามเส้นทาง Γ_1 และ Γ_2 พบว่ามีค่าเท่ากันแต่มีเครื่องหมายตรงข้ามกันเพราะทิศทางของทางเดินในการอินทิกรัลสวนทางกัน ทำให้สามารถสรุปได้ว่า J- Integral มีคุณสมบัติไม่ขึ้นกับเส้นทางในการอินทิเกรต ที่เรียกว่า คุณสมบัติความเป็นอิสระต่อวิถี (Path Independent) [4,5]

คุณสมบัติความเป็นอิสระต่อวิถี (Path Independence) คือ ผลอินทิกรัลที่ได้จะไม่ขึ้นกับเส้นทาง สำหรับเส้นทางการเคลื่อนที่ทุกเส้นทางที่มีจุดเริ่มต้นจุดเดียวกันและมีจุดสุดท้ายจุดเดียวกัน ไม่ว่าจะใช้เส้นไหนในการเคลื่อนที่ก็จะได้ปริมาณอินทิกรัลเท่ากันเสมอ แต่ค่าผลการอินทิกรัลจะขึ้นกับตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายเท่านั้นดังนั้นเมื่อทำการอินทิเกรตเส้นทางเป็นวงปิด (Close Contour) จะทำให้ปริมาณค่าอินทิกรัลมีค่าเท่ากับศูนย์เพราะเป็นเส้นทางเดินกลับมาที่จุดเดิม



ภาพที่ 2-9 เส้นทางวงปิด $\Gamma_1 + \Gamma_4 + \Gamma_2 + \Gamma_3$ [4]

จากสมการที่ 2-41 มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีหลักการคงตัวของพลังงาน โดย J -Integral เป็นปริมาณที่เกี่ยวกับพลังงาน สามารถพิจารณาได้จาก 2 พจน์ในการอินทิเกรต คือ W และ $T_i \frac{\partial u}{\partial x}$ จะมีมิติเช่นเดียวกับพลังงานความเครียด คือ $U = \sigma \epsilon$ สอดคล้องกับการประยุกต์ใช้ในปัญหาการแตกหัก โดย Rice [7] ได้นิยาม J -Integral รอบปลายรอยแตกหัก เป็น อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ต่อการขยายตัวเสมือนของรอยแตกหักขนาด da สำหรับปัญหา 2 มิติ ที่พิจารณาความหนาเป็น 1 หน่วย หรือ พื้นที่ผิวการแตกหักเสมือนที่เกิดขึ้น $dA = t da$ สำหรับปัญหา 3 มิติ ดังแสดงในสมการที่ 2-42

$$J = -\frac{1}{t} \frac{\partial \Pi}{\partial a} \quad (2-42)$$

เมื่อ

Π คือพลังงานศักย์

a คือขนาดรอยแตกหัก

t คือความหนาของชิ้นส่วน

จากสมการที่ 2-42 พบว่า J -Integral แสดงในรูปของอัตราการลดลงของพลังงานศักย์ในระบบเทียบกับขนาดของรอยแตกหัก ซึ่งสำหรับกรณีพฤติกรรมยืดหยุ่นเชิงเส้น มีค่าเท่ากับอัตราการปล่อยพลังงาน ดังนั้น $J = G$ ทำให้สามารถเขียนรูปสมการได้เป็นดังนี้ [4]

$$J = \frac{1}{t} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_P = -\frac{1}{2t} P \frac{\partial \Delta}{\partial a} \quad (2-43)$$

$$J = -\frac{1}{t} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_\Delta = \frac{1}{2t} \Delta \frac{\partial P}{\partial a} \quad (2-44)$$

สำหรับกรณีพฤติกรรมยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น ก็ยังคงแนวคิดเดียวกันกับแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นแต่สมการจะสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น [4]

$$J = \frac{1}{t} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_P = \frac{1}{t} \int_0^P \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a} \right)_P dP \quad (2-45)$$

$$J = -\frac{1}{t} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_\Delta = -\frac{1}{t} \int_0^\Delta \left(\frac{\partial P}{\partial a} \right)_\Delta d\Delta \quad (2-46)$$

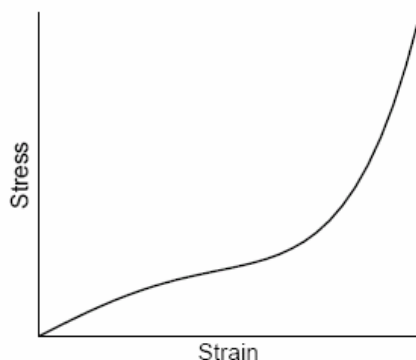
แม้ว่านิยามของ J -integral จะเหมือนกับอัตราการปล่อยพลังงานแต่สำหรับกรณีพฤติกรรมแบบพลาสติก จะมีค่าไม่เท่ากันเพราะนอกจากพลังงานที่ใช้ในการขยายรอยแตกหักแล้วจะมีพลังงานอีกส่วนที่ใช้ในการเกิดการเสียรูปพลาสติก (Plastic Deformation) เพราะฉะนั้นค่าของ $J \neq G$ ในกรณีพฤติกรรมแบบยืดหยุ่นพลาสติก แต่อย่างไรก็ตามพารามิเตอร์ในปัญหามักจะพิจารณาให้ปัญหากรณียืดหยุ่นพลาสติกให้เสมือนเป็นปัญหายืดหยุ่นแบบไม่เชิงเส้น แต่เกณฑ์ในการที่จะเลือกใช้พารามิเตอร์ใดนั้นต้องพิจารณาถึงพฤติกรรมที่ปลายรอยแตกหัก และขนาดของบริเวณพลาสติก (Plastic Zone) ที่ปลายรอยแตกหัก

จะเห็นได้ว่า J มีขอบเขตการประยุกต์ใช้มากกว่า ค่า G เพราะสามารถใช้ได้กับวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นและวัสดุยืดหยุ่นพลาสติก โดยเทคนิควิธีการหาค่าง่ายกว่าคือไม่จำเป็นต้องเลื่อนจุดปลายรอยแตกหัก และเส้นทางเดินวงปิดล้อมรอบปลายรอยแตกหักสามารถเป็นแบบใดก็ได้ เพราะมีคุณสมบัติความเป็นอิสระต่อวิถี

2.4 คุณสมบัติเชิงกลของวัสดุประเภทยาง (Mechanical Properties of Rubber)

ถ้าพิจารณาจากองค์ประกอบหรือคุณสมบัติทางจุลภาคของวัสดุ จะพบว่า อีลาสโตเมอร์ (Elastomer) เป็นโพลิเมอร์อสัณฐาน (Amorphous Polymer) คือโพลิเมอร์ที่เรียงตัวกันอย่างไม่เป็นระเบียบ [11] เมื่อผ่านกระบวนการอบคงรูป (Vulcanization) [12] จะทำให้สายโซ่โมเลกุลที่ยาวยึดตัวกันและคงรูปทำให้กลายเป็นของแข็งที่มีคุณสมบัติยืดหยุ่น ความแข็งแรงของยางจะขึ้นอยู่กับ การเติมสารปรับปรุงคุณภาพก่อนกระบวนการอบคงรูป เช่น ผงคาร์บอนดำ (Carbon Black) จะทำให้ยางมีความแข็งแรงมากขึ้น ความแข็งแรงของยางสามารถแสดงได้ด้วยการวัดความแข็งแบบชอร์ เอ (Shore A Hardness Test) มีช่วงสเกลระหว่าง 0-100 [13]

คุณสมบัติเด่นหลักๆ ของยางในงานวิศวกรรมคือ ยังคงมีความยืดหยุ่นที่ค่าความเครียดสูง, คุณสมบัติการหน่วงทางพลศาสตร์, ความต้านทานการสึกหรอและมีค่าพลังงานการแตกหักสัมพัทธ์สูง โดยปกติยางเป็นวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก (Hyperelastic Material) ซึ่งมีพฤติกรรมความสัมพันธ์ของความเค้นกับความเครียดดังแสดงในภาพที่ 2-10 โดยรูปแบบความเสียหายที่แตกต่างกันจะทำให้พฤติกรรมของความเค้นและความเครียดแตกต่างกัน โดยรูปแบบความเสียหาย การเฉือนอย่างง่าย (Simple Shear) จะมีพฤติกรรมของความเครียดเป็นเชิงเส้นมากกว่ารูปแบบความเสียหายแบบกดอัด (Compression) และแบบแรงดึง (Tensile) นอกจากนี้ยางยังมีพฤติกรรมที่ไม่สามารถอัดตัวได้ (Incompressible) หมายถึงไม่สามารถเปลี่ยนแปลงปริมาตรได้เมื่อมีแรงกระทำ ยางจะมีค่าโมดูลัสเฉือน (Shear Modulus) ต่ำกว่าค่าโมดูลัสเชิงปริมาตร (Bulk Modulus) อยู่มากโดยค่าโมดูลัสเชิงปริมาตรจะมีค่าประมาณ 1000-2000 MPa แต่ค่าโมดูลัสเฉือน จะมีค่าประมาณ 1 MPa ความสามารถในการอัดตัวของวัสดุสามารถอธิบายผ่านค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio, ν) หมายถึง ค่าอัตราส่วนระหว่างความเครียดที่มีทิศทางตั้งฉากกับทิศทางขนานกับแรงที่กระทำบนวัสดุ สำหรับยางจะมีค่าอัตราส่วนปัวซองอยู่ที่ประมาณ 0.5



ภาพที่ 2-10 พฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของยาง

2.5 คุณสมบัติไฮเปอร์อีลาสติก (Hyperelasticity)

วัสดุไฮเปอร์อีลาสติก คือวัสดุที่สามารถนิยามความเค้นของวัสดุในรูปของฟังก์ชันพลังงานความเครียดและสมการคอนสติติวทิฟ (Constitutive Equation) [14] ที่แสดงพฤติกรรมของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก คือความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นรวมกับความเครียดรวม ที่สามารถหาค่าความเค้นจากการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพลังงานความเครียด

2.5.1 แบบจำลองฟังก์ชันพลังงานความเครียด (Strain Energy Function)

ในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมของวัสดุประเภทอีลาสโตเมอร์ (Elastomer) ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบจำลองของวัสดุนี้จะแตกต่างจากแบบจำลองของวัสดุทั่วไป ซึ่งเรียกพฤติกรรมของวัสดุประเภทนี้ว่าไฮเปอร์อีลาสติก (Hyperelastic) วัสดุที่มีพฤติกรรมลักษณะนี้ จำเป็นต้องหาสมการความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียด เพื่อใช้อธิบายพฤติกรรมการยืดหยุ่นแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Elastic Deformation) ซึ่งเขียนอยู่ในรูปฟังก์ชันความหนาแน่นของพลังงานความเครียด (Strain Energy Function, W) ดังสมการ

$$W = W(U) \quad (2-47)$$

เมื่อ U คือเทนเซอร์ระยะยืด (Stretch Tensor) มีลักษณะเป็นเมทริกซ์แนวทแยง (Diagonal Matrix) ซึ่งประกอบไปด้วย λ_1 , λ_2 และ λ_3 เป็นระยะยืดในทิศทางตามแนวแกนหลัก x , y , z สำหรับวัสดุไอโซโทรปิก (Isotropic Material) พลังงานความเครียดสามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันสมมาตร (Symmetric Function) ของ λ_1 , λ_2 และ λ_3 ได้ตามสมการ 2-48

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (2-48)$$

ความสัมพันธ์ของระยะยืดตามแนวแกนหลักใด ๆ λ_i กับแรงต่อพื้นที่ f_i ในกรณีวัสดุไอโซโทรปิก ฟังก์ชันพลังงานความเครียดแสดงได้ตามสมการ 2-49

$$f_i = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (2-49)$$

โดยพลังงานความเครียด W อาจจะเขียนให้อยู่ในรูปของ Strain Invariants [14]

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (2-50)$$

หรืออาจเขียนให้อยู่ในรูป

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (2-51)$$

ในกรณีที่พิจารณาเป็นวัสดุอัดตัวไม่ได้ (Incompressible Material) ทำให้สามารถเขียนได้ว่า

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \frac{(V + \Delta V)}{V} = 1 \quad (2-52)$$

เมื่อ J คืออัตราส่วนเชิงปริมาตร และ V คือ ปริมาตร

จากสมการที่ 2-50 และ 2-52 พบว่า

$$I_3 = J^2 = 1 \quad (2-53)$$

ดังนั้น ฟังก์ชันพลังงานความเครียดสามารถเขียนในรูป

$$W = W(I_1, I_2) \quad (2-54)$$

ความเค้นหลักเคาซี (Cauchy Principle Stress) ซึ่งเป็นแรงต่อพื้นที่ที่เปลี่ยนแปลง (Strained Area) สามารถอธิบายได้จากสมการ 2-55

$$\sigma_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} f_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} + \sigma \quad (2-55)$$

2.5.2 แบบจำลองวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก (Hyperelastic Material Model)

ฟังก์ชันพลังงานความเครียด W เพื่อใช้อธิบายพฤติกรรมความยืดหยุ่น แบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Elastic Deformation) แบ่งออกได้เป็นสองกลุ่มใหญ่ ๆ กลุ่มแรกเป็นแบบจำลองที่แทนพฤติกรรมจากการสังเกต (Phenomenological Model) พัฒนามาจากความสัมพันธ์ความเค้นกับการเปลี่ยนรูปเมื่อไม่พิจารณาถึงโครงสร้างภายในโมเลกุล กลุ่มที่สองเป็นแบบจำลองที่แทนพฤติกรรมทางกายภาพ (Physical Based Model) เป็นการพัฒนามาจากกลไกโครงสร้างระดับจุลภาคโดยใช้ ทฤษฎีจลนศาสตร์ (Kinetic Theory) หรือทฤษฎีกลศาสตร์สถิติ (Statistical Mechanics Theory) ซึ่งการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัสดุพอลิเมอร์ประเภทยางจะเชื่อมโยงกับการเปลี่ยนแปลงทางเอนโทรปี (Entropy) [13]

2.5.2.1 แบบจำลองที่แทนพฤติกรรมจากการสังเกต (Phenomenological Model)

เป็นแบบจำลองที่อ้างอิงกับข้อมูลทดสอบ โดยค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองนี้ ไม่มีความหมายทางกายภาพ แต่เป็นค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการปรับแบบจำลองให้เข้ากับข้อมูลที่ได้

จากการทดสอบหรือการทำนายพฤติกรรมโดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์ การจำลองพฤติกรรมเชิงกลของวัสดุในลักษณะนี้มีข้อดีคือ มีความแม่นยำในช่วงที่มีข้อมูลทดลอง แต่มีข้อเสียคือไม่สามารถใช้สมการดังกล่าวทำนายพฤติกรรมในลักษณะที่มีการทดสอบเพียงอย่างเดียวได้ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องมีการทดสอบวัสดุในหลาย ๆ ลักษณะเพื่อใช้ในการวิเคราะห์พฤติกรรมให้มีความถูกต้องมากที่สุด

2.5.2.1.1 แบบจำลองพหุนาม (Polynomial Model)

ฟังก์ชันพลังงานความเครียด (Strain Energy Function) สำหรับวัสดุที่มีคุณสมบัติไอโซโทรปิกและไม่สามารถอัดตัวได้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอนุกรมของค่าที่ไม่ผันแปรของเทนเซอร์การเสียรูปได้

$$W = \sum_{i+j+k=1}^N C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 3)^k \quad (2-56)$$

โดยที่ C_{ijk} เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลอง

จากสมมติฐานที่กำหนดให้ยางเป็นวัสดุอัดตัวไม่ได้ ดังนั้น $I_3 = 1$ จากสมการที่ 2-12 แบบจำลองพหุนามจึงลดรูปเป็น

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2-57)$$

เมื่อ $N = 2$

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{02}(I_2 - 3)^2 \quad (2-58)$$

สมการข้างต้นเป็นแบบจำลองที่นิยมใช้เนื่องจากจำนวนเทอมที่ใช้มีความเหมาะสมประกอบด้วยเทอมของ First Invariant, I_1 และ Second Invariant, I_2

2.5.2.1.2 แบบจำลองมูนีร์ฟลิน (Mooney-Rivlin Model)

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (2-59)$$

เป็นแบบจำลองที่ใช้รูปแบบสมการเดียวกับแบบจำลองพหุนาม โดยกำหนดให้เป็นอันดับที่ 1 ($N=1$) แบบจำลองชนิดนี้ทำนายพฤติกรรมของยางได้ไม่ชัดเจนนัก โดยสาเหตุที่แบบจำลองพหุนามอันดับที่ 1 ทำนายพฤติกรรมของวัสดุผิดพลาดนั้น เนื่องจากจำนวนเทอมของแบบจำลองมีน้อยเกินไป ทำให้แบบจำลองนี้สามารถนำไปอธิบายความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดได้ในช่วงที่การยืดตัวไม่สูงมาก

2.5.2.1.3 แบบจำลองอ็อกเดน (Ogden Model)

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (2-60)$$

ข้อแตกต่างของแบบจำลองอ็อกเดนเมื่อเทียบกับแบบจำลองพหุนามคือ เลขยกกำลังไม่จำเป็นต้องเป็นเลขจำนวนเต็ม จึงสามารถปรับให้เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูล และเนื่องจากเลขยกกำลังของแบบจำลองอ็อกเดน สามารถเป็นเลขจำนวนจริงใดๆก็ได้ ทำให้แบบจำลองนี้อาจจะเกิดการสั่นไหว (Oscillate) ได้เมื่อมีอันดับสูงขึ้น $N \geq 3$ แบบจำลองอ็อกเดน เขียนอยู่ในรูปแบบผลรวมของอัตราส่วนการยืดตัว ทำให้การใช้งานมีความยุ่งยาก และสามารถหาค่าโมดูลัสของการเฉือนได้เป็น

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^N \mu_i \quad (2-61)$$

แบบจำลองอ็อกเดนที่นิยมใช้กันคือแบบจำลองอ็อกเดนอันดับที่ 3 ($N = 3$)

2.5.2.1.4 แบบจำลองของโยห์ (Yeoh Model)

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (2-62)$$

มีพื้นฐานมาจากแบบจำลองพหุนาม โดยกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ C_{ij} บางตัวมีค่าเป็นศูนย์ในกรณีที่ $j = 0$ จึงเรียกสมการนี้อีกลักษณะหนึ่งว่า สมการพหุนามลดรูป (Reduce Polynomial Model) โดยกำหนดเป็นแบบจำลองพหุนามลดรูปอันดับที่ 3 ($N = 3$) จะสังเกตได้ว่าจะมีแต่ค่า I_1 (First Invariant) เท่านั้น โดยโยห์ได้ให้เหตุผลของการลดรูปสมการว่าเทอมของ I_2 (Second Invariant) มีอิทธิพลน้อยไม่ส่งผลต่อการทำนายพฤติกรรมจึงสามารถตัดทิ้งไม่ต้องนำมาพิจารณาได้ ถ้าสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของยางจะแสดงออกมาในลักษณะคล้ายรูปตัวอักษร S ดังนั้นในช่วงที่ใส่ภาระเข้าไปในช่วงแรก ค่าสัมประสิทธิ์ C_{10} แสดงถึงโมดูลัสของการเฉือน ค่า C_{20} จะแสดงถึงอิทธิพลต่อช่วงกลางของกราฟที่เป็นจุดเปลี่ยนซึ่งเป็นช่วงอ่อนตัวและค่า C_{30} จะแสดงอิทธิพลต่อกราฟช่วงปลาย ซึ่งเป็นช่วงที่มีการแข็งตัวขึ้น ทำให้สามารถวิเคราะห์ได้ว่าแบบจำลองของโยห์ใช้ได้ดีกับการวิเคราะห์วัสดุอย่างที่มีระยะยืดตัวมากๆ

2.5.2.2 แบบจำลองที่แทนพฤติกรรมกายภาพ (Physical Based Model)

เนื่องจากแบบจำลองที่แทนพฤติกรรมจากการสังเกต ไม่สามารถทำนายพฤติกรรมการเปลี่ยนรูปลักษณะอื่น ๆ ที่ไม่ได้มีผลการทดลองมาก่อน เนื่องจากแบบจำลองที่แทนพฤติกรรมจากการสังเกตจะอ้างอิงข้อมูลจากการทดลองมาทำนายพฤติกรรม จากปัญหาดังกล่าวจึงมีการพัฒนาแบบจำลองที่นำความรู้ด้านกลไกการเสียรูปและการวิเคราะห์โครงสร้างโมเลกุล ดังนั้น แม้ว่าข้อมูลจากการทดลองมีไม่เพียงพอ แต่แบบจำลองที่แทนพฤติกรรมกายภาพสามารถทำนายพฤติกรรมในช่วงที่ไม่มีข้อมูลได้

2.5.2.2.1 แบบจำลองนีโอฮุกเกียน (Neo-Hookean Model)

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad (2-63)$$

แบบจำลองนี้มีค่าคงที่ C_{10} ซึ่งเป็นโมดูลัสของการเฉือน (Shear Modulus) สามารถทำนายพฤติกรรมได้ดีเมื่อเทียบกับการทดลองดึงแกนเดียวในช่วง 0 – 40 % และทำนายพฤติกรรมการเฉือนธรรมดา (Simple Shear) ได้ดีในช่วง 0 – 90 %

2.5.2.2.2 แบบจำลองอรรูดาบอยซ์ (Arruda-Boyce Model)

$$W = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_m^{2i-2}} (I_1^i - 3^i) \quad (2-64)$$

$$\text{โดยที่ } C_1 = \frac{1}{2}, C_2 = \frac{1}{20}, C_3 = \frac{11}{1050}, C_4 = \frac{19}{7000}, C_5 = \frac{519}{673750}$$

μ เป็นโมดูลัสการเฉือน (Shear Modulus) ที่ความเครียดต่ำ

λ_m เป็นการลือคตัวของระยะยึด

แบบจำลองนี้เรียกอีกอย่างว่า แบบจำลอง Eight Chain Model เนื่องจากพิสูจน์มาจากทฤษฎี Non-Gaussian Network ที่กำหนดให้มีสปริง 8 อันเชื่อมต่อกันที่จุดศูนย์กลางของเอลิเมนต์รูปลูกบาศก์ (Cubic Element) ค่าคงที่ได้มาจากการขยายอนุกรมของ Inverse Langevin Function จากรูปแบบของสมการในทฤษฎีข้างต้นสามารถนำค่าคงที่มาใช้ได้มากกว่า 5 เทอมที่กล่าวมา แต่มีนักวิจัยหลายคนพบว่าเทอมที่เหลือส่งผลต่อพฤติกรรมของวัสดุน้อยมาก จึงสามารถพิจารณาตัดออกได้

2.5.2.2.3 แบบจำลองวานเดอวาลส์ (Van Der Waals Model)

$$W = \mu \left\{ -(\lambda_m^2 - 3)[\ln(1 - \eta)\eta] - \frac{2}{3} a \left(\frac{\tilde{I} - 3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} \quad (2-65)$$

โดยที่

$$\tilde{I} = (1 - \beta)I_1 + \beta I_2$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\tilde{I} - 3}{\lambda_m^2 - 3}}$$

$$a = \frac{1}{\lambda_m - \frac{1}{\lambda_m^2} + \frac{2c_{01}}{3\mu}} \quad \text{คือ Global Interaction Parameter}$$

$$\beta = \text{Invariant Mixture Parameter}$$

แบบจำลองวานเดอวาลส์มีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า แบบจำลองคิลเลียน (Kilian Model) แบบจำลองนี้แตกต่างจากแบบจำลองอื่นตรงที่มีค่า Locking Stretch (λ_m) เป็นค่าที่ใช้บ่งบอกถึงข้อจำกัดในการยืดตัวของโครงข่ายต่อโยงแบบ Non-Gaussian จากโครงสร้างสมการจะเห็นว่าพลังงานความเครียดของวานเดอวาลส์ มีแนวโน้มเข้าใกล้ค่าไม่จำกัด (Infinity) ดังนั้นแบบจำลองชนิดนี้จึงไม่สามารถอธิบายการดึงที่มีระยะยืดสูงกว่า λ_m ได้ ซึ่งถือเป็นข้อจำกัดในการใช้งาน

2.6 ความแข็งแรงของยาง (Strength of Rubber)

วิธีการกำหนดหรือบ่งบอกความแข็งแรงของยางตามมาตรฐานการทดสอบ คือ การวัดความแข็งแรงดึง (Tensile Strength) หรือ การวัดการฉีกขาด (Tear Strength) ปกติไม่บ่อยที่ชิ้นส่วนยางจะเกิดความเสียหายจากการกระทำของภาระเพียงครั้งเดียว แต่จะเสียหายจากการขยายตัวรอยฉีกขาดที่เกิดจากภาระกระทำซ้ำๆ ดังนั้นในการทดสอบยางตามมาตรฐานจึงต้องสนใจการควบคุมการทดสอบเพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่สามารถทำนายพฤติกรรมความเสียหายของชิ้นส่วนยางได้

การศึกษาการฉีกขาดเสียหายของยาง จะเหมือนกับวัสดุอื่นๆ ทั่วไป โดยเริ่มจากการศึกษาจากชิ้นส่วนของยางที่มีรอยตำหนิ เมื่อให้แรงกระทำรอยตำหนิจะเริ่มขยายตัวซ้ำๆ จนกระทั่งเมื่อให้แรงมากพอหรือขนาดของรอยตำหนิมากพอก็จะเกิดการฉีกขาด ดังนั้นลักษณะการขยายตัวของรอยฉีกขาดจะเป็นปัจจัยหลักในการหาค่าความแข็งแรงของยาง การศึกษาลักษณะ

การขยายตัวของรอยฉีกขาดและการใช้มันหาความเสียหายของยาง จำเป็นต้องพิจารณาในชั้นส่วนและการกระทำพื้นฐานทางกลศาสตร์การแตกหัก

2.6.1 พลังงานการฉีกขาด (Tear Energy)

หลักทางกายภาพของกลศาสตร์การแตกหัก จะพิจารณาถึงพลังงานที่จำเป็นในการทำให้รอยแตกหักขยายตัว ตามที่เสนอไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้ แต่สำหรับยางเมื่อเกิดการขยายตัวของรอยแตกหัก ที่บริเวณปลายรอยแตกหักที่เคลื่อนที่ไปจะเกิดกระบวนการย้อนกลับไม่ได้ขึ้น ทำให้มีพลังงานสูญเสียไป ซึ่งจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของยาง, ความเครียดบริเวณปลายรอยแตกหัก และ อัตราการขยายตัวของรอยแตกหัก หรืออาจจะเกิดจากการให้ภาระกระทำโดยพิจารณาวัสดุเป็นก้อน (Bulk) แต่อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบกับพลังงานบริเวณปลายรอยแตกหักจะพบว่า การสูญเสียพลังงานบริเวณปลายรอยแตกหักจะมีความสำคัญมากกว่า ทำให้ไม่สนใจเทอมของการสูญเสียพลังงานจากการให้ภาระกระทำโดยพิจารณาวัสดุเป็นก้อน (Bulk) ดังนั้นพลังงานที่จำเป็นในการทำให้รอยแตกหักขยายตัวจะเป็นเหมือนลักษณะเฉพาะของตัวของยางนั้นๆ ด้วย และอาจจะไม่ขึ้นอยู่กับรูปร่างของชิ้นทดสอบ พลังงานยืดหยุ่นที่สามารถทำให้เกิดการฉีกขาด สามารถนิยามดังนี้ [15]

$$T = -\left(\frac{\partial U_e}{\partial A}\right)_l \quad (2-72)$$

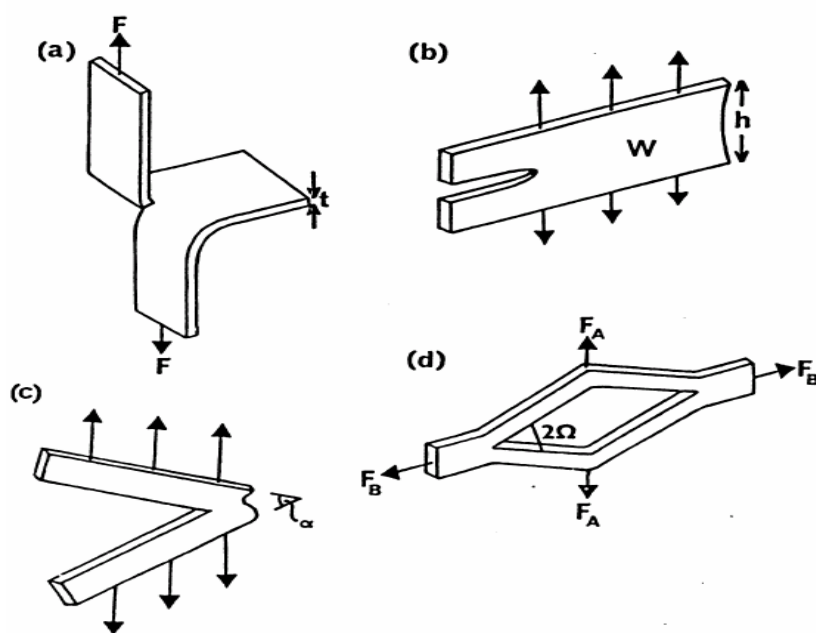
เมื่อ U_e คือพลังงานยืดหยุ่นรวมในชิ้นส่วน และ A คือพื้นที่ด้านหนึ่งของรอยแตกหัก

อนุพันธ์ย่อยแสดงสมภาวะที่ชิ้นส่วนพิจารณาคงไว้ที่ความยาว l ทำให้ไม่เกิดงานจากแรงที่กระทำกับชิ้นส่วนเพราะไม่มีระยะขจัด ทำให้ได้ปริมาณ T ที่เรียกว่า อัตราการปล่อยพลังงานความเครียด (Strain Energy Release Rate) หรือ พลังงานการแตกหัก (Fracture Energy) หรือ พลังงานการฉีกขาด (Tear Energy) โดยในวัสดุอย่างส่วนมากจะเรียกว่า พลังงานการฉีกขาด (Tear Energy)

ในวัสดุยางที่มีไม่มีการเกิดผลึกจากความเครียด (Non Strain Crystallizing Elastomer) เช่น ยาง SBR (Styrene-Butadiene Rubber, SBR) การฉีกขาดจะสมดุลและขึ้นกับเวลา คือ ค่า T จะขึ้นอยู่กับอัตราการขยายตัวของรอยฉีกขาด เมื่อนำค่าพลังงานฉีกขาดและอัตราการขยายตัวของรอยฉีกขาดมาหาความสัมพันธ์ที่ขึ้นทดสอบที่มีรูปร่างต่างๆ กันพบว่ามีความสัมพันธ์เดียวกัน ทำให้สรุปได้ว่าค่าพลังงานฉีกขาดจะไม่ขึ้นกับรูปร่างของชิ้นทดสอบแต่จะขึ้นกับคุณสมบัติของวัสดุยางนั้นๆ แต่ในพฤติกรรมการฉีกขาดของวัสดุยางที่มีการเกิดผลึกจากความเครียด (Strain Crystallizing Elastomer) เช่น ยางธรรมชาติ (Natural Rubber, NR) จะต่างจากวัสดุยางที่มีไม่มีการเกิดผลึกจากความเครียด ค่าวิกฤติของค่าพลังงานฉีกขาด T_c จะไม่ขึ้นอยู่กับเวลาในการขยายตัวของรอยฉีกขาด เมื่อค่า T มากกว่าหรือเท่ากับค่า T_c จะเกิดการฉีกขาดในแบบการเลื่อนตัว Stick-Slip

2.6.2 การวิเคราะห์ขั้นตอนทดสอบความแข็งแรง

การศึกษาลักษณะเฉพาะของการขยายตัวฉีกขาดในวัสดุอย่างจำเป็นต้องมีขั้นตอนทดสอบที่มีความเหมาะสม ตามหลักทฤษฎีในการทดสอบต่างๆ สามารถวิเคราะห์ค่า T ได้จากวัดปริมาณโดยตรง แต่ในการทดลองบางวิธีมีความเหมาะสมในรายละเอียดมากกว่าวิธีอื่นๆ ขั้นตอนทดสอบในการหาค่าพลังงานการฉีกขาดมีอยู่หลายรูปแบบตามภาพที่ 2-17 แต่ที่นิยมใช้กันมาก คือแบบฉีกขาด (Trouser) ตามภาพที่ 2-17 (a) และแบบแรงเฉือนบริสุทธิ์ (Pure Shear) ตามภาพที่ 2-17 (b)



ภาพที่ 2-11 รูปแบบขั้นตอนทดสอบการฉีกขาดต่างๆ [15] (a) Trouser
(b) Pure Shear (c) Angled, (d) Split

2.6.2.1 ขั้นตอนทดสอบแบบการฉีกขาด (Trouser)

สำหรับขั้นตอนทดสอบแบบ Trouser จะมีการเตรียมส่วนที่เป็นขาเพื่อจับยึดในการทดสอบ โดยขึ้นบริเวณส่วนที่เป็นขาทั้ง 2 ข้างจะต้องยึดตัวน้อยที่สุดเมื่อให้แรงดึง และสมการความสัมพันธ์ในการทดสอบคือ [16]

$$T = \frac{2\lambda F}{t} - wE \quad (2-73)$$

เมื่อ F คือแรงที่กระทำ λ คืออัตราส่วนระยะยึดของขาขั้นตอนทดสอบ w คือความกว้างทั้งหมดของขั้นตอนทดสอบ t คือความหนาของขั้นตอนทดสอบ และ E คือความเข้มของพลังงานความเครียดใน

แต่ละขาจับของชิ้นทดสอบ แต่สำหรับยางคงรูป ถ้าค่าของ w มากพอ ค่าระยะยืดจะมีค่าน้อยที่สุด ($\lambda \equiv 1$) และค่า E จะมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้สมการที่ 2-73 เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$T = \frac{2F}{t} \quad (2-74)$$

2.6.2.2 แบบแรงเฉือนบริสุทธิ์ (Pure Shear)

สำหรับชิ้นทดสอบแบบ Pure Shear จะมีสามารถหาค่าพลังงานการฉีกขาดได้ดังนี้

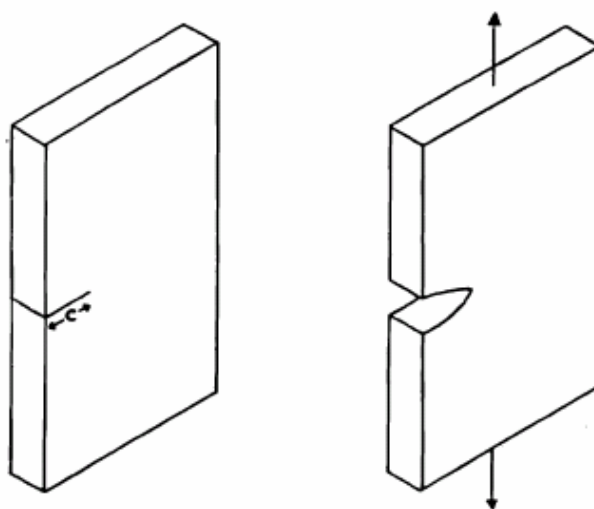
$$T = h_0 U \quad (2-75)$$

เมื่อ h_0 คือความสูงของชิ้นทดสอบระหว่างอุปกรณ์จับยึดขณะที่ไม่มีการยึดตัวและ U คือความเข้มของพลังงานความเครียด (Strain Energy Density) ในบริเวณที่มีเฉพาะแรงเฉือน ซึ่งสมการที่ 2-74 จะสามารถใช้ได้ดีที่ อัตราส่วนความกว้างต่อความสูงของชิ้นทดสอบมีค่ามากๆ โดยค่า U สามารถหาได้จากการวัดความเค้นและพฤติกรรมความเค้นความเครียด ในบริเวณที่มีเฉพาะแรงเฉือนบริสุทธิ์

สำหรับสองวิธีที่ผ่านมาจะพบว่าค่าพลังงานฉีกขาดจะไม่ขึ้นกับขนาดรอยฉีกขาดเริ่มต้น Lake และ Thomas [15] ได้เสนอการหาค่าพลังงานฉีกขาดสำหรับรอยฉีกขาดในยางแผ่นบาง

$$T = 2kUa \quad (2-76)$$

เมื่อ U คือความเข้มของพลังงานความเครียด (Strain Energy Density), a คือรอยฉีกขาดเริ่มต้น และ k คือ ค่าคงที่ที่จะขึ้นกับอัตราส่วนระยะยืด ตามสมการ $k = \pi/\lambda^{1/2}$



ภาพที่ 2-12 ชิ้นทดสอบแบบแรงดึงในแผ่นยาง

2.7 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) เป็นระเบียบวิธีการ คำนวณชนิดหนึ่งซึ่งได้ นำมาใช้ วิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาและออกแบบงานทางวิศวกรรมกันอย่างกว้างขวาง ในปัจจุบัน เพราะสามารถลดค่าใช้จ่ายและทุนเวลาในการออกแบบได้เป็นอย่างมาก หลักเนื่อง การลองผิดลองถูกที่เคยใช้กันในอดีตไปโดยเกือบสิ้นเชิง

การวิเคราะห์เพื่อปรับปรุงการออกแบบปัญหาต่างๆ จำเป็นต้องมีความรู้ที่เกี่ยวข้องกับ ทฤษฎีของซอฟต์แวร์นั้นบ้างจึงสามารถใช้ได้อย่างถูกต้องและเกิดความมั่นใจในผลลัพธ์ที่ได้ ทั้งนี้ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Equations) จะถูกประดิษฐ์ขึ้นจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equations) ที่บ่งบอกสถานภาพความเป็นจริงของปัญหานั้นๆ ปัญหาต่างๆทางวิศวกรรมล้วนมีสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่สอดคล้องกันเสมอ สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเหล่านี้เองที่เป็นหัวใจอันแท้จริงและเป็นจุดเริ่มต้นระเบียบไฟไนต์เอลิเมนต์ นอกเหนือจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่สอดคล้องกับปัญหานั้นๆ แล้ว ผลลัพธ์ที่คำนวณได้ยัง ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions) ของปัญหานั้นด้วย ผลลัพธ์ที่คำนวณได้ยัง ขึ้นอยู่กับรูปร่าง (Geometry) ของปัญหาอีกด้วย [17]

ทั้งสามองค์ประกอบใหญ่ๆ นี้คือ (1) ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (2) เงื่อนไขขอบเขต ในลักษณะต่างๆ และ (3) รูปร่างของปัญหาที่อาจมีความซับซ้อน สามารถแก้ปัญหาโดยใช้ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เป็นผลให้ระเบียบวิธีนี้ได้รับความนิยมใช้ แก้ปัญหากันอย่างกว้างขวาง การวิเคราะห์ปัญหาจะสามารถใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ วิเคราะห์ได้นั้น หากทราบเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสมและรูปร่างของปัญหาที่กำหนดมาให้ องค์ประกอบแรกซึ่งคือการแก้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยมัก ประกอบด้วยสมการอนุพันธ์ย่อย (Partial Derivative) จำนวนหลายสมการ (Coupled Partial Differential Equations) จำนวนสมการในระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยนี้ขึ้นอยู่กับตัวไม่รู้ค่า (Unknowns) ของปัญหานั้นๆ การแก้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยนี้เพื่อหาผลเฉลยแม่นยำ (Exact Solution) สำหรับปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนอาจกล่าวว่าเป็นไปไม่ได้เลย ดังนั้น ในอดีตจึง มักหลีกเลี่ยงด้วยการหาผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Solution) ระเบียบวิธีผลต่าง สืบเนื่อง (Finite Difference Method) จัดได้ว่าเป็นระเบียบวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณวิธี หนึ่งที่เคยได้รับความนิยมมากในอดีต เนื่องจากใช้การประมาณเพื่อเปลี่ยนระบบสมการเชิง อนุพันธ์ย่อยให้ไปเป็นสมการทางพีชคณิต (Algebraic Equations) แล้วนำไปแก้หาผลเฉลย โดยประมาณได้อย่างสะดวก อย่างไรก็ตาม ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องนี้ไม่สามารถนำไปใช้ แก้ปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพนัก จึงไม่ได้รับความนิยมในปัจจุบันเนื่องจาก ผลิตภัณฑ์สมัยใหม่ล้วนถูกออกแบบให้มีรูปร่างที่ซับซ้อน และเนื่องจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิ-เมนต์ ได้เริ่มเข้ามามีบทบาทในระยะเวลาหลังมากยิ่งขึ้นจุดเด่นของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คือ ความสามารถในการประยุกต์ใช้แก้ปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนได้เป็นอย่างดี

การแปลงระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่อยู่ในรูปแบบเลขหกกลับทาง ให้ไปเป็นสมการทางพีชคณิตสำหรับแต่ละเอลิเมนต์ประกอบด้วยขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ขั้นสูง รวมทั้งการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบต่างๆ กัน เช่น การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันการประมาณภายใน (Interpolation Functions) สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ การประยุกต์วิธีหาค่าอนุพันธ์และอินทิเกรตเชิงตัวเลข (Numerical Differentiation and Integration) การประยุกต์ระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการทางพีชคณิตขนาดใหญ่ (Algebraic Simultaneous Equations) ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบเชิงเส้น (Linear) หรือไม่เชิงเส้น (Nonlinear) ก็ได้ หากระบบสมการนั้นอยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้นก็จำเป็นต้องประยุกต์ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขชนิดอื่นเพิ่มเติมเพื่อช่วยแก้ไขเข้าไปอีก

จากคำอธิบายต่างๆ ดังกล่าวข้างต้นนี้จะเห็นได้ว่าผู้ที่จะสามารถใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและมั่นใจในความถูกต้องของผลลัพธ์ที่คำนวณได้นั้น จำเป็นต้องมีความรู้ในหลายๆ ด้าน นับตั้งแต่

2.7.1 ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ขั้นสูงที่เกี่ยวข้องกับระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยซึ่งสอดคล้องกับปัญหาที่กำลังพิจารณาอยู่นั้น

2.7.2 ความรู้ในระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งเปลี่ยนระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเหล่านั้นให้อยู่ในรูปแบบของสมการพีชคณิตเพื่อสามารถนำไปใช้แก้หาผลลัพธ์ได้

2.7.3 ความรู้ในระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในรูปแบบต่างๆ กันเพื่อประยุกต์สำหรับการประดิษฐ์สมการพีชคณิตเหล่านั้นรวมทั้งระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้แก้ระบบสมการขนาดใหญ่

2.7.4 ความเข้าใจในไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์

2.7.5 ประสบการณ์ในการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์และเข้าใจอัลกอริทึมจะช่วยทำให้เกิดความเข้าใจในผลลัพธ์ได้โดยลึกซึ้งอย่างรวดเร็ว

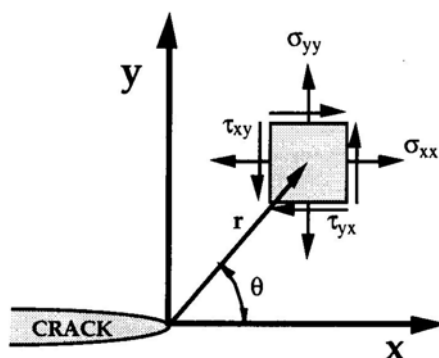
2.8 การหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานโดยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

การแก้ปัญหาทางกลศาสตร์การแตกหักของวัสดุด้วยการวิเคราะห์เชิงตัวเลขสามารถแบ่งออกเป็นสองกลุ่มวิธีคือ กลุ่มวิธีทาง Point Matching และกลุ่มวิธีพลังงาน (Energy Method) โดยกลุ่มวิธีแรกจะสนใจ สมบัติของความเข้มของความเค้น (Stress Intensity Factor) จากสนามความเค้นหรือสนามการขจัดในชิ้นส่วน ส่วนกลุ่มวิธีพลังงานจะคำนวณหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานในชิ้นส่วน ข้อได้เปรียบของวิธีพลังงานคือสามารถใช้ได้กับวัสดุที่มีพฤติกรรมแบบยืดหยุ่นไม่เป็นเชิงเส้นแต่ข้อด้อยคือ ยากที่จะแยกอัตราการปล่อยพลังงานในแต่รูปแบบความเสียหายขณะที่มีรูปแบบความเสียหายแบบผสม

เทคนิควิธีการคำนวณเชิงตัวเลขทั้งหมดที่จะกล่าวต่อไปนี้ สามารถพิจารณานำไปใช้ในระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ตามความเหมาะสม

2.8.1 วิธีสัมประสิทธิ์ความเข้มของความเค้น (Stress Intensity Factor Method)

วิธีนี้อยู่ในกลุ่มวิธีแรก คือจะสนใจศึกษาสนามความเค้นหรือสนามการขจัดที่บริเวณปลายรอยแตกหัก พารามิเตอร์ที่ใช้คือค่าสัมประสิทธิ์ความเข้มของความเค้น โดยจะใช้ได้กับวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้น การศึกษาความเค้นที่เกิดขึ้นกับชิ้นส่วนวัสดุที่มีรอยแตกหัก สามารถเริ่มต้นอธิบายได้จากพฤติกรรมความเค้นบริเวณปลายรอยแตกกว้าง ของชิ้นส่วนที่มีขนาดความกว้างและความยาวเป็นอนันต์ โดยสนใจที่เอลิเมนต์ย่อยขนาด dx, dy ที่อยู่ห่างจากปลายรอยแตกกว้างเป็นระยะ r และทำมุม θ กับระนาบการแตกกว้าง Westergaard, Irwin [7] นำเสนอผลเฉลยของปัญหาการแตกหัก ของรูปแบบความเสียหายที่ I ดังนี้



ภาพที่ 2-13 สนามความเค้นบริเวณใกล้ปลายรอยแตกกว้าง

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}(\theta) \quad (2-77)$$

$$u = \frac{K_I}{G} \left(\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \right) f_i(\theta, \nu) \quad (2-78)$$

โดย

σ_{ij} = เทนเซอร์ความเค้น (Stress Tensor)

$f_{ij}(\theta)$ = ฟังก์ชัน ของ θ

$f_i(\theta, \nu)$ = ฟังก์ชัน ของ θ และ ν

K_I = ค่าสัมประสิทธิ์ความเข้มของความเค้น (Stress Intensity Factor)

G = โมดูลัสเฉือน (Shear Modulus)

ν = อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio)

r, θ = รัศมีและมุม ในพิกัดที่มีจุดกำเนิดที่ปลายรอยแตกหักตามภาพที่ 2-13

u = ระยะขจัด

จากผลเฉลยในสมการที่ 2-77 และ 2-78 ค่าสัมประสิทธิ์ความเข้มของความเค้นสามารถหาค่าได้จาก

$$K_I = \left(\frac{\sqrt{2\pi r}}{f_{ij}(\theta)} \right) \sigma_{ij}^* \quad (2-79)$$

$$K_I = \frac{G}{f_i(\theta, \nu)} \left(\sqrt{\frac{2\pi}{r}} \right) u_i^* \quad (2-80)$$

เมื่อ

σ_{ij}^* = ความเค้นที่โหนด

u_i^* = ระยะขจัดที่โหนด

2.8.2 วิธีการเปลี่ยนแปลงพลังงานรวม (Global Energy Method)

เป็นวิธีในกลุ่มวิธีพลังงานโดยจะศึกษา อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียดรวมในชิ้นส่วนวัสดุขณะที่มีการขยายตัวของรอยแตกหัก พารามิเตอร์ที่สนใจคืออัตราการปล่อยพลังงาน G จะหาได้จากอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์รวมต่อระยะรอยแตกหักโดยจะพิจารณาหาค่าพลังงานศักย์เปรียบเทียบที่จุดระยะรอยแตกหัก a กับ $a + \Delta a$

$$G = - \left(\frac{\Delta \Pi}{t \Delta a} \right)_{\text{fixed boundary condition}} \quad (2-81)$$

2.8.3 วิธีการอินทิเกรตตามเส้นขอบทางเดิน (Contour Integral Method)

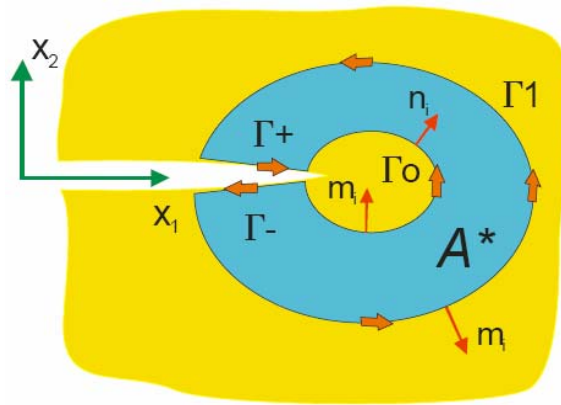
J -Integral สามารถหาค่าจากวิธีเชิงตัวเลข ได้ตามขอบทางเดินรอบปลายรอยแตกหัก ซึ่งวิธีนี้สามารถใช้ได้ทั้งปัญหาของวัสดุเชิงเส้นและวัสดุไม่เป็นเชิงเส้น ในปัญหาของวัสดุยืดหยุ่นอีลาสติก (Elastic Material) จะสามารถหาค่า J -Integral ได้โดยใช้สมบัติทางเดินอิสระ (Path Independent) การคำนวณหาค่า J -Integral บนเส้นขอบทางเดิน $\Gamma^* = \Gamma_1 + \Gamma_+ + \Gamma_- - \Gamma_0$ ตามภาพที่ 2-14 [4]

$$J = \int_{\Gamma^*} \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - w \delta_{1i} \right] q m_i d\Gamma - \int_{\Gamma^+ + \Gamma^-} \sigma_{2j} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} q d\Gamma \quad (2-82)$$

เมื่อ Γ^+ และ Γ^- คือผิวหน้ารอยแตกหักด้านบนและด้านล่างตามลำดับ m_i คือ นอร์มอลด้านนอกของ Γ^* โดย $m_i = -n_i$ บน Γ_0 , $m_1 = 0, m_2 = \pm 1$ บน Γ^- และ Γ^+ และ q คือฟังก์ชันน้ำหนักใดๆ ที่ทำให้ฟังก์ชันราบเรียบและเป็นเอกภาพ (Unity) บน Γ_0 จากทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์ (Divergence Theorem) ทำให้สามารถเปลี่ยนการอินทิเกรตเชิงเส้นให้เป็นการอินทิเกรตบนโดเมนพื้นที่ และสำหรับวัสดุยืดหยุ่นทั้งแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น ที่ไม่มีปัญหาการเสีย

รูปแบบพลาสติก ความเครียดจากความร้อน ไม่พิจารณาแรงจากน้ำหนักของวัสดุและไม่มีแรงกระทำที่ผิวปลายรอยแตก จะสามารถลดรูปสมการที่ 2-82 ได้เป็น [4]

$$J = \int_{A^*} \left[\left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - w \delta_{ii} \right) \frac{\partial q}{\partial x_i} \right] dA \quad (2-83)$$



ภาพที่ 2-14 สนามความเค้นบริเวณใกล้ปลายรอยแตกช้า

ในการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์พิจารณา A^* คือพื้นที่ระหว่างเส้นรอบทางเดินในและนอก Γ_0, Γ_1 และเนื่องจาก q คือฟังก์ชันใดที่จะมีค่าเฉพาะที่บริเวณ โหนดต่างๆ ของเอลิเมนต์ จะสามารถเขียนสมการ q ได้ตามสมการที่ 2-84

$$q(x_i) = \sum_{I=1}^n N_I q_I \quad (2-84)$$

เมื่อ n คือจำนวนของโหนดในแต่ละเอลิเมนต์, q_I คือค่าของ q ที่โหนด I และ N_I คือฟังก์ชันรูปร่าง ของเอลิเมนต์ (Shape Function) อนุพันธ์ย่อยของ q คือ

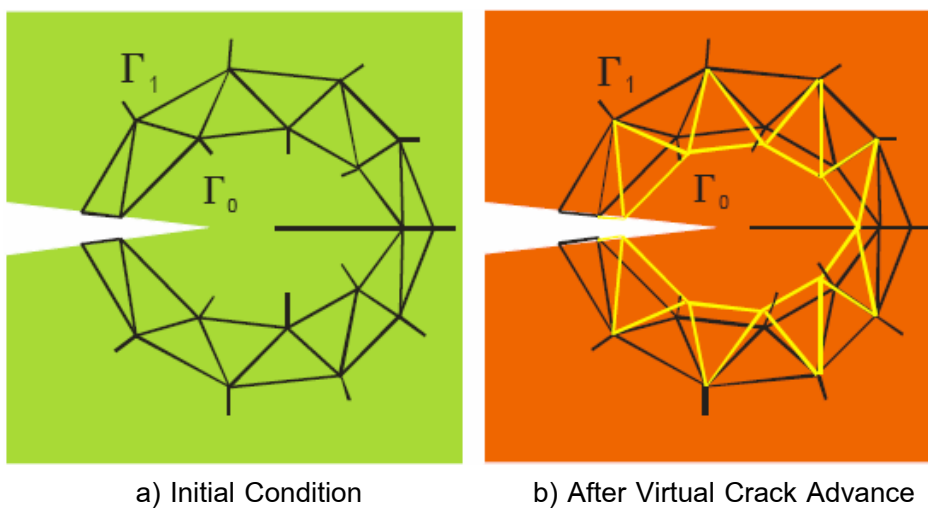
$$\frac{\partial q}{\partial x_i} = \sum_{I=1}^n \sum_{k=1}^{2 \text{ or } 3} \frac{\partial N_I}{\partial \zeta_k} \frac{\partial \zeta_k}{\partial x_j} q_I \quad (2-85)$$

เมื่อ ζ_k คือพารามิเตอร์ในระบบพิกัดของเอลิเมนต์ เมื่อพิจารณาปัญหาที่ไม่มีการเสียรูปแบบพลาสติก ความเครียดจากความร้อน และแรงเนื่องจากน้ำหนักของบริเวณอินทิเกรต ก็จะสามารถหาค่าในรูปการคำนวณเชิงตัวเลขดังนี้ [4]

$$J = \sum_{A^*} \sum_{n=1}^{nG} \left\{ \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - w \delta_{1i} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} \det \left(\frac{\partial x_j}{\partial \zeta_k} \right) \right\} w_n \quad (2-86)$$

2.8.4 วิธีการขยายตัวรอยแตกหักเสมือน (Virtual Crack Extension : VCE)

เป็นวิธีทางพลังงานที่พิจารณาการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียดเช่นเดียวกับการเปลี่ยนแปลงพลังงานรวมแต่จะต่างตรงที่จะพิจารณาเฉพาะพลังงานของเอลิเมนต์ที่อยู่บริเวณปลายรอยแตกหักที่มีการขยายตัวตามภาพที่ 2-15



ภาพที่ 2-15 เอลิเมนต์ที่บริเวณปลายรอยแตกหักที่สภาวะปกติ และรอยแตกหักเสมือนขยายตัว

$$\Pi = \frac{1}{2} [u]^T [K] [u] - [u]^T [F] \quad (2-87)$$

เมื่อแทนสมการที่ 2-87 ในสมการที่ 2-81 จะได้สมการอัตราการปล่อยพลังงานเป็น

$$G = - \left(\frac{\Delta \Pi}{t \Delta a} \right) = - \frac{1}{2t} [u]^T \frac{\partial [K]}{\partial a} [u] \quad (2-88)$$

เมื่อพิจารณาเฉพาะเอลิเมนต์ที่อยู่ระหว่าง Γ_0 กับ Γ_1 จะได้อัตราการปล่อยพลังงานเป็นตามสมการที่ 2-89

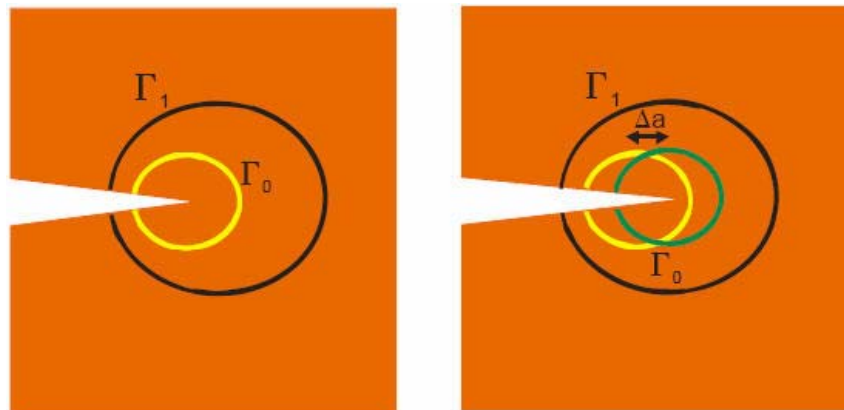
$$G = -\left(\frac{\Delta\Pi}{t\Delta a}\right) = -\frac{1}{2t}[\mathbf{u}]^T \left\{ \sum_{i=1}^{N_c} \frac{\partial[K_i]}{\partial a} \right\} [\mathbf{u}] \quad (2-89)$$

เมื่อ $[K_i]$ คือเมทริกซ์ความแข็งของเอลิเมนต์ และ N_c คือจำนวนเอลิเมนต์ระหว่าง Γ_0 กับ Γ_1 ค่าอัตราการปล่อยพลังงานที่ได้จะมีค่าเทียบเท่ากับ J -Integral และไม่ขึ้นกับรูปร่างของขอบด้านในและด้านนอก Γ_0 และ Γ_1

นอกจากนี้ยังสามารถเขียนสมการหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานในลักษณะเดียวกันแต่ในรูปของสมการคอนตินิวอัม (Continuum Approach)

$$G = \frac{1}{t\Delta a} \int_A \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - w \delta_{i1} \right) \frac{\partial \Delta x_1}{\partial x_i} dA \quad (2-90)$$

เมื่อ w คือความเข้มพลังงานความเครียด และสมมติให้รอยแตกหักขยายตัวในทิศทาง x_1 การอินทิเกรตจะมีขอบเขตบนวงแหวนระหว่าง Γ_0 กับ Γ_1 ตามภาพที่ 2-16



a) Initial condition

b) After virtual crack advance

ภาพที่ 2-16 รอยแตกหักเสมือนขยายตัวในรูปแบบคอนตินิวอัม (Continuum Approach)

2.8.5 วิธีปิดรอยแตกหักเสมือน (Virtual Crack Closure Method)

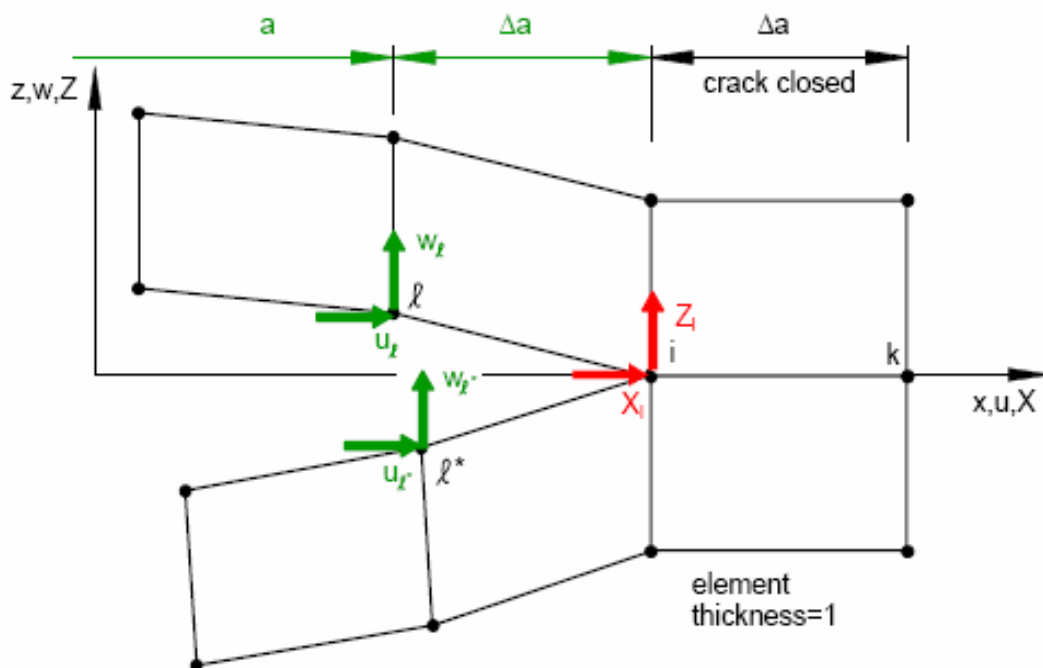
เป็นวิธีทางพลังงานที่พิจารณาพลังงาน ที่ใช้ในการทำให้รอยแตกหักปิดลงมาเหมือนเดิม โดยพลังงานที่ใช้ในการปิดรอยแตกหัก จะพิจารณาจากแรงที่กระทำที่โหนดในแต่ละเอลิเมนต์ และพลังงานนี้จะมีค่าเทียบเท่ากับพลังงานที่ทำให้เกิดรอยแตกหัก ทำให้สมการในการหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานได้จาก การหาอัตราส่วนพลังงานที่เปลี่ยนแปลงต่อพื้นที่ผิวรอยแตกหัก ที่เพิ่มขึ้นโดยความละเอียดของผลเฉลยที่ได้จะขึ้นอยู่กับจำนวนโหนดในแต่ละเอลิเมนต์ชนิดของเอลิเมนต์ [18]

$$\Delta E = \frac{1}{2} [X_i \cdot \Delta u_i + Z_i \cdot \Delta w_i] \quad (2-91)$$

$$G_I = \frac{\Delta E}{t \Delta a} = Z_i (w_i - w_{i^*}) / 2t \Delta a \quad (2-92)$$

$$G_{II} = \frac{\Delta E}{t \Delta a} = X_i (u_i - u_{i^*}) / 2t \Delta a$$

เมื่อ X_i และ Z_i แรงเฉือนและแรงดิ่งที่ทำให้ที่โหนด i ปลายรอยแตกหัก u_i, w_i ระยะจัดสัมพันธ์ที่โหนด i บนผิวรอยแตกหักด้านบน u_{i^*}, w_{i^*} ระยะจัดสัมพันธ์ที่โหนด i^* บนผิวรอยแตกหักด้านล่าง Δa ความยาวเอลิเมนต์ที่หน้ารอยแตกหัก และ t คือความหนาของชิ้นส่วนหรือเอลิเมนต์ ดังแสดงตามภาพที่ 2-16



ภาพที่ 2-16 วิธีปิดรอยแตกหักเสมือน 2 มิติของเอลิเมนต์ 4 โหนด

2.9 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผลงานวิจัยที่ผ่านมาพอจะสรุปได้ดังนี้

Graham Lake [19] ได้อธิบายกลศาสตร์การแตกหักบนพื้นฐานของพารามิเตอร์อัตราการผลิตพลังงานและปรับปรุงให้สามารถใช้ได้กับปรากฏการณ์ฉีกขาด ในยางที่มีการขยายตัวของรอยฉีกขาด รอยตัดหรือรอยตำหนิต่างๆ ที่ทำให้คุณสมบัติของเนื้อเยื่อแตกต่างออกไปจากคุณสมบัติเนื้อเยื่อบริเวณอื่นๆ และจากการศึกษานี้พบว่าไม่สามารถแก้ปัญหาการจากการทดลองในห้องทดลองเท่านั้นแต่ต้องพิจารณาถึงความสัมพันธ์สภาวะการใช้งานจริงของชิ้นส่วนยางด้วย

ทำให้มีการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการจำลองปัญหาตามลักษณะชิ้นงานต่างๆ และมีการพัฒนาให้มีความสามารถเพิ่มขึ้นสามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนนี้ได้

Y.-W. Chang และคณะ [20] ทำการศึกษาการคำนวณค่าอัตราการผลิตพลังงานด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับการขยายตัวของรอยขนาดเล็กในชิ้นส่วนทรงกระบอกอย่างตันภายใต้ภาระแรงดึง โดยกำหนดให้รอยฉีกขาดเริ่มต้นอยู่ที่ตรงกลางชิ้นส่วน และกำหนดให้ยางเป็นวัสดุอัดตัวไม่ได้และมีคุณสมบัติยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น ใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบแกนสมมาตรหาค่าพลังงานความเครียดยืดหยุ่น U เพื่อใช้ในการหาค่าพลังงานการฉีกขาดในสมการ

$$G = 2kcU \quad (2-93)$$

เมื่อ k คือค่าคงที่เชิงตัวเลข c คือขนาดรอยฉีกขาดและ U คือความหนาแน่นของพลังงานที่สะสมที่บริเวณใกล้จากรอยฉีกขาด โดย Y.-W. Chang ได้พิจารณาให้ค่า k ตัวแปรที่บ่งชี้ผลจากความเข้มของความเค้นที่เกิดจากรอยฉีกขาด จากการศึกษาพบว่าการมีรอยฉีกขาดเพียงเล็กน้อย นี้ทำให้เกิดผลกระทบความเข้มของความเค้นบริเวณรอยฉีกขาดเป็นผลให้ความเครียดจากแรงดึงปกติเพิ่มขึ้นถึง 150 เปอร์เซ็นต์ และสำหรับชิ้นทดสอบยางทรงกระบอกที่ถูกยึดกับแผ่นยึดทั้งสองด้าน พบว่าค่าผลกระทบของความเข้มความเค้นจากรอยฉีกขาดจะเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนเมื่อความหนาของชิ้นทดสอบลดลง แต่เมื่อกระทำด้วยความเครียดจะมีความสอดคล้องกับค่าผลกระทบของความเข้มความเค้นจากรอยฉีกขาดน้อย

A.G. Thomas [21] ได้พัฒนาทฤษฎีความสัมพันธ์ของพฤติกรรมการฉีกขาดของชิ้นทดสอบยางคงรูปที่มีรูปร่างต่างๆ โดยเทียบเคียงมาจากทฤษฎีของ Griffith [5] ที่อธิบายพฤติกรรมการแตกหักของแก้ว คือ สภาวะการแตกหักจะอยู่ภายใต้เงื่อนไข ชิ้นทดสอบจะขยายตัวเมื่อปล่อยพลังงานความเครียดในการขยายตัวเล็กๆ ΔW ออกมามากกว่าปริมาณค่าพลังงานผิวอิสระ ที่ใช้ในการสร้างผิวรอยแตกใหม่ $S\Delta A$ เมื่อ S คือพลังงานผิวอิสระต่อหน่วยพื้นที่ของวัสดุ และ ΔA คือพื้นที่ผิวที่เพิ่มขึ้น โดยแนวคิดนี้พิจารณาให้พลังงานที่ใช้สร้างผิว ไม่มีการกระจายไปในรูปร่างอื่นๆ แต่สมมติฐานนี้ไม่สามารถใช้ได้กับวัสดุยางเพราะวัสดุยางมีพฤติกรรมคลายความเค้นที่ไม่สามารถย้อนกลับ (Irreversible Relaxation) สูงทำให้เกิดการกระจายออกไปของความร้อน ไม่เป็นไปตามทฤษฎีของ Griffith [5] อย่างไรก็ตาม จากข้อพิสูจน์การสูญเสียพลังงานนี้จะเกิดขึ้นมากบริเวณปลายรอยแตกหัก และปริมาณของพลังงานจะสอดคล้องสัมพันธ์กับความเครียดและคุณสมบัติของยาง เมื่อยางอยู่ที่จุดเกิดการฉีกขาดจะมีค่าจำกัดของความเค้นอยู่ซึ่งจะเป็นค่าเฉพาะของแต่ละวัสดุ ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าที่จุดเกิดการฉีกขาดพลังงานที่สูญเสียจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของวัสดุ ไม่ขึ้นกับลักษณะของชิ้นทดสอบ ทำให้สำหรับชิ้นส่วนยางแผ่นที่มีความหนา t ขณะที่เกิดการฉีกขาดจะได้ตามสมการที่ 2-94

$$-\left(\frac{\partial W}{\partial c}\right)_I = tT \quad (2-94)$$

เมื่อ W คือพลังงานความเครียดรวมในชั้นทดสอบ c คือความยาวรอยตัด และ T คือพลังงานการฉีกขาดเฉพาะของวัสดุ อนุพันธ์ย่อยที่แสดงในสมการหมายถึงที่สภาวะ I คงที่แสดงว่าแรงที่กระทำไม่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ทำให้ไม่เกิดงานจากแรงนั้นด้วย

R.M.V. Pidaparti [22,23] หาค่าพลังงานการฉีกขาดของยางคงรูปจากเทคนิควิธีแบบการขยายตัวรอยแตกหักเสมือน (Virtual Crack Extension) โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มาจากผลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างที่ความเครียดสูงโดยใช้เอลิเมนต์ไอโซพารามेटริกแบบ 8 โหนดและเป็นปัญหาระนาบความเค้น แบบจำลองทางวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกเลือกแบบจำลอง- มูนิร์ฟลิน ในการปรับปรุงแบบจำลองจากการเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่มีชั้นทดสอบ 2 แบบคือแบบชั้นทดสอบรอยฉีกขาดด้านเดียว (Single Edge Crack Specimen) และแบบชั้นทดสอบรอยฉีกขาดจากแรงเฉือนบริสุทธิ์ (Pure Shear Crack Specimen) สำหรับชั้นทดสอบรอยฉีกขาดด้านเดียว พลังงานการฉีกขาดจะเพิ่มขึ้นเมื่อถูกกระทำด้วยความเค้นและอัตราการเพิ่มจะมีความเด่นชัดมากกว่าที่ความเค้นสูงกว่า พลังงานการฉีกขาดจะเพิ่มขึ้นตามค่าอัตราส่วนของรอยแตกหักกับความกว้างของชั้นทดสอบ a/b และค่าพลังงานการฉีกขาดจะสูงกว่าสำหรับวัสดุที่มีค่า C_1 มากกว่าและค่าพลังงานการฉีกขาดจะเพิ่มขึ้นตามความยาวรอยฉีกขาดจนค่าของ a/b ถึงประมาณ 0.8 อัตราการเพิ่มจะเด่นชัดที่อัตราส่วนระยะยึดมีค่าสูงกว่าสำหรับชั้นทดสอบรอยฉีกขาดจากแรงเฉือนบริสุทธิ์ ผลที่แสดงจากการคำนวณเชิงตัวเลขพบว่าค่าพลังงานการฉีกขาดจะมีค่าคงที่ในช่วงกว้าง ระหว่าง $0.15 \leq a/b \leq 0.8$ โดยผลทั้งหมดได้จากการเปรียบเทียบผลเฉลยจากการจำลองกับการทดลอง ในงานวิจัยนี้ใช้ค่าพลังงานการฉีกขาดวิกฤติเป็นเกณฑ์ความเสียหายเพื่อทำนายค่าความเค้นและอัตราส่วนระยะยึดที่ทำให้เกิดการฉีกขาด

E.E. Gdoutos และคณะ [24,25] อธิบายการประยุกต์หลักของกลศาสตร์การแตกหักกับยาง พฤติกรรมการขยายตัวของรอยฉีกขาดและพลังงานการฉีกขาดวิกฤติของยาง ภายใต้รูปแบบความเสียหายที่ 1 และรูปแบบความเสียหายที่ 3 จากการใช้ชั้นทดสอบแรงดึงและชั้นทดสอบแบบฉีกขาดตามลำดับ สำหรับรูปแบบความเสียหายที่ 3 มีพฤติกรรมการขยายตัวจากกลไก สติค-สลิป (Stick-Slip) สังเกตได้จากกระบวนการขยายตัวจะเกิดการสลับไปมาระหว่างการเกิดรอยฉีกขาดที่อ (Crack Blunting) ที่รอยแตกหักเริ่มต้นและรอยฉีกขาดที่คม (Crack Sharpening) ที่ขณะรอยฉีกขาดหยุดขยายตัว การขยายตัวของรอยฉีกขาดจะถูกควบคุมด้วยเกณฑ์ค่าพลังงานการฉีกขาดวิกฤติที่รอยฉีกขาดเริ่มต้น กับที่รอยฉีกขาดหยุดขยายตัว และค่าพลังงานการฉีกขาดที่ตำแหน่งทั้งสองจะเพิ่มขึ้นตามความอัตราความเครียด (Strain Rate) ที่เกิดจากการให้ภาระกับชั้นทดสอบและคุณสมบัติของวัสดุนั้น สำหรับภายใต้รูปแบบความเสียหายที่ 1 พบว่าภาระที่ให้ชั้นทดสอบที่รอยฉีกขาดเริ่มต้น จะเท่ากับภาระขณะที่รอยฉีกขาดขยายตัวอย่างรวดเร็วดังนั้นรูปแบบความเสียหายที่ 1 จึงไม่เกิดสภาวะการขยายรอยฉีกขาด

อย่างสมดุล (No Stable Crack Growth) และค่าพลังงานการฉีกขาดวิกฤติ จะใกล้เคียงกับค่าพลังงานการฉีกขาดวิกฤติของรูปแบบความเสียหายที่ 3

N. Ait Hocine และคณะ[26] ศึกษาการหาค่าพารามิเตอร์ทางพลังงานคือ J ในการคำนวณทางไฟไนต์เอลิเมนต์โดยสามารถหาได้ 3 วิธีคือ Rice's $J-Integral$, Bui's $J-Integral$ และวิธีของ Watwood ตามลำดับในสมการที่ 2-95

$$J = \int_{\Gamma} \left[W \cdot dy - T_i \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \cdot dS \right],$$

$$J = \int_{\Gamma} \left[W \cdot dy - n_i \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \cdot u_i \cdot dS \right], \quad (2-95)$$

$$J = - \frac{\Delta U}{t \cdot \Delta a}$$

ในการทดสอบการฉีกขาดของยาง จะใช้ชิ้นทดสอบแบบแรงดึงที่มีรอยฉีกขาดด้านเดียว (Single Edge Notch in Tension : S.E.N.T) ของวัสดุยางอีทิลีน-โพรพิลีน-ไดอีน (Ethylene-Propylene-Diene Rubber : EPDM) การคำนวณค่า J จากการทดลองใช้เทคนิคการรูปแบบการแยกพารามิเตอร์ตามสมการที่ 2-96 โดยจะแยกพารามิเตอร์ของ J ออกเป็น 2 ฟังก์ชันคือ $H(W_0)$ ฟังก์ชันของความหนาแน่นพลังงานความเครียด และ $G\left(\frac{a}{w}\right)$ เป็นฟังก์ชันขนาดของชิ้นทดสอบหรือ $k(W_0)$ และ $F\left(\frac{a}{w}\right)$ ในสมการที่ 2-97 ซึ่งหาค่าได้จากการหาความสัมพันธ์ของกราฟจากการทดลอง จากการเปรียบเทียบกับค่าคำนวณจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลจากการคำนวณจะยอมรับได้ดีในช่วงที่มีรอยฉีกขาดที่ยาวลึกในชิ้นทดสอบ ($a/b \geq 0.5$) สำหรับช่วงที่ต่ำกว่านี้พบว่ามีความแตกต่างอยู่ ซึ่งเกิดจากการขาดความแม่นยำในการประมวลผลข้อมูลในการทดสอบ

$$J = H(W_0) \cdot G\left(\frac{a}{w}\right) \quad (2-96)$$

$$J = 2 \cdot k(W_0) \cdot W_0 \cdot a \cdot F\left(\frac{a}{w}\right) \quad (2-97)$$

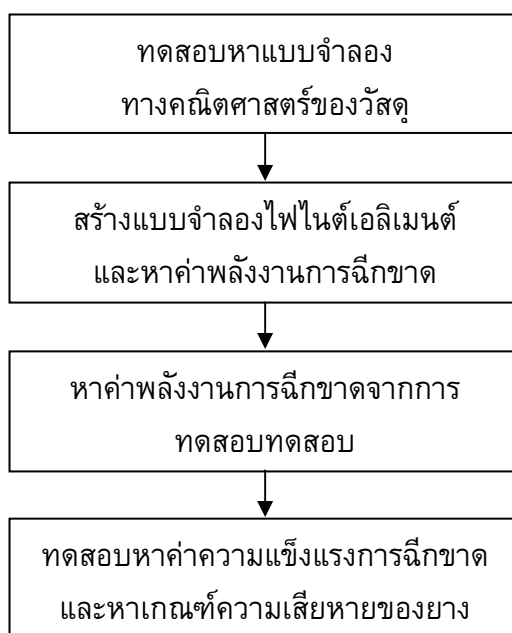
บทที่ 3

การทดสอบวัสดุยาง

ในบทนี้จะกล่าวถึงการทดสอบและทดลองวัสดุยาง โดยได้แบ่งออกเป็นสามส่วนหลักๆ ดังนี้ ส่วนแรกคือการทดสอบเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการทำนายพฤติกรรมของวัสดุประเภทยาง โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ส่วนที่สองคือการทดลองและคำนวณหาค่าอัตราการปล่อยพลังงาน และส่วนที่สามคือการทดสอบหาค่าความแข็งแรงฉีกขาดของวัสดุยาง

3.1 การทดสอบวัสดุยางในงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้ต้องการที่จะทำการจำลองและหาค่าพลังงานการฉีกขาด (Tearing Energy) ของยางโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งพอสรุปขั้นตอนได้ตามภาพที่ 3-1 จะพบว่าในการทดสอบที่เกี่ยวข้องในกระบวนการวิจัยนี้จะประกอบด้วย 3 การทดสอบ คือการทดสอบคุณสมบัติทางกลเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวัสดุ การทดสอบหาค่าพลังงานฉีกขาดของชิ้นทดสอบยาง และการหาค่าความแข็งแรงการฉีกขาด (Tear Strength) ของวัสดุยาง



ภาพที่ 3-1 แผนภาพแสดงขั้นตอนในกระบวนการวิจัย

3.2 ขั้นตอนทดสอบยาง

ขั้นตอนทดสอบยางในงานวิจัยนี้เป็นยางเติมผงคาร์บอนดำ N330 โดยจะเป็นองค์ประกอบเดียวกันกับยางที่ใช้สำหรับล้อยางตันรถยก ขั้นตอนทดสอบผลิตที่ศูนย์วิจัยและพัฒนาผลิตภัณฑ์ยาง สถาบันวิจัยยาง กรมวิชาการเกษตร กระทรวงเกษตรและสหกรณ์ โดยนำยางธรรมชาติมาเติมสารประกอบต่าง ๆ จากนั้นนำมาอบคงรูปที่อุณหภูมิ 150 องศาเซลเซียสในแม่พิมพ์ ใช้เวลาในการอบคงรูปตามที่หาได้จากการหาค่ารีโอโลยี (Rheology) ประมาณ 3 นาที

3.2.1 ส่วนประกอบของยาง

ส่วนประกอบของสูตรยางที่ใช้ในการวิเคราะห์ มีส่วนของยางแผ่นรมควันชนิด RSS 3, แคลเซียมคาร์บอเนต (CaCO_3), ผงคาร์บอนดำชนิด N 330, กำมะถัน S, สารกันเสื่อม (Antioxidant) 6 PPD , ตัวกระตุ้น ZnO และ Stearic Acid , ตัวเร่งปฏิกิริยา CBS , TMTD และ MBTS โดยมีสัดส่วนของส่วนผสมโดยน้ำหนัก ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 ส่วนประกอบของยางเติมผงคาร์บอนดำที่ใช้ในการทดลอง

องค์ประกอบของยางเติมผงคาร์บอนดำ (กรัม)			
ยางแผ่น RSS 3	900	Stearic Acid	18
ผงคาร์บอนดำ N 330	90	CBS	16.2
CaCO_3	900	TMTD	1.8
6 PPD	9	MBTS	9
ZnO	45	กำมะถัน (S)	22.5

3.2.2 ขั้นตอนการผลิตขั้นตอนทดสอบยาง

เมื่อตรวจสอบสารครบแล้วจึงเริ่มขั้นตอนบดผสมยาง กระทำโดยกำหนดให้อุณหภูมิระหว่างการบดผสมไม่เกิน 120 องศาเซลเซียส เพื่อไม่ให้ยางสุกเร็วเกินไป โดยใช้เครื่องบดผสมยาง (Dispersion Kneader Machine) จากนั้นนำไปใช้เครื่องบดผสมแบบ 2 ลูกกลิ้ง (Two Roll Mill) บดผสมให้ยางมีลักษณะเป็นแผ่น ตัดชิ้นส่วนไปวัดค่ารีโอโลยีหาค่าเวลาในการอบคงรูป และนำยางแผ่นที่ได้ตัดแบ่งให้มีขนาดใกล้เคียงกับแม่พิมพ์และนำไปอบคงรูปต่อไป

3.2.2.1 การบดผสมยาง

3.2.2.1.1 นำยางแผ่นรมควันมาบดให้นิ่ม ใช้เวลา 5 นาที

3.2.2.1.2 เติม CaCO_3 บดกับยางที่บดแล้ว ใช้เวลาประมาณ 3 นาที

3.2.2.1.3 เติมสารกันเสื่อม 6 PPD กับผงคาร์บอนดำบดใช้เวลา 6 นาที

3.2.2.1.4 เติมตัวกระตุ้น ZnO และ Stearic Acid บดผสมต่ออีก 2 นาที

3.2.2.1.5 เติมตัวเร่งปฏิกิริยา CBS , TMTD , MBTS บดผสม 1 นาที



ภาพที่ 3-2 เครื่องบดผสมยาง (Dispersion Kneader Machine)

3.2.2.2 บดยางผสมให้เป็นแผ่น

3.2.2.2.1 นำยางที่บดผสมมาบดต่อที่เครื่องบด 2 ลูกกลิ้ง ใช้เวลา 3 นาที

3.2.2.2.2 เติมกำมะถัน บดต่ออีกประมาณ 3 นาที

3.2.2.2.3 นำแผ่นยางออกจากเครื่องบด แล้วตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้มีขนาดตามแผ่นลูมิเนียมต้นแบบเพื่อนำไปอบคงรูป

3.2.2.2.4 ตัดยางบางส่วนนำไปหาค่ารีโอโลยี (Rheology) เพื่อหาเวลาที่ต้องใช้ในการอบคงรูป



ภาพที่ 3-3 เครื่องบดผสมแบบ 2 ลูกกลิ้ง (Two Roll Mill)

3.2.2.3 ออบคงรูปยาง

การอบคงรูปยางเป็นกระบวนการหลังจากการบดผสมยางกับสารเคมี และขึ้นรูปยางแล้ว ซึ่งกระบวนการคงรูปนี้ จะเกิดเมื่อมีการให้ความร้อนแก่ยางทำให้โมเลกุลของยางเกิดการเปลี่ยนแปลง คือ สายโซ่โมเลกุลของยางเกิดการสลายพันธะและเกิดพันธะใหม่กับสารเคมีปกติ จะใช้กำมะถันเป็นตัวทำให้เกิดพันธะดังกล่าว หรือเรียกว่าเกิดการเชื่อมโยงระหว่างโซ่โมเลกุล ทำให้ได้โครงสร้างมีลักษณะเป็นตาข่าย 3 มิติ (3D Network) ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพื้นฐานเมื่อผ่านกระบวนการอบคงรูป ยางจะเปลี่ยนสถานะจากพลาสติก (Plastic) มีความแข็งแรงน้อย สภาพค่อนข้างอ่อนไปเป็นสถานะที่มีความเหนียวยืดหยุ่นและแข็งแรง มีสมบัติต้านทานแรงดึง



ภาพที่ 3-4 เครื่องอบคงรูปยาง

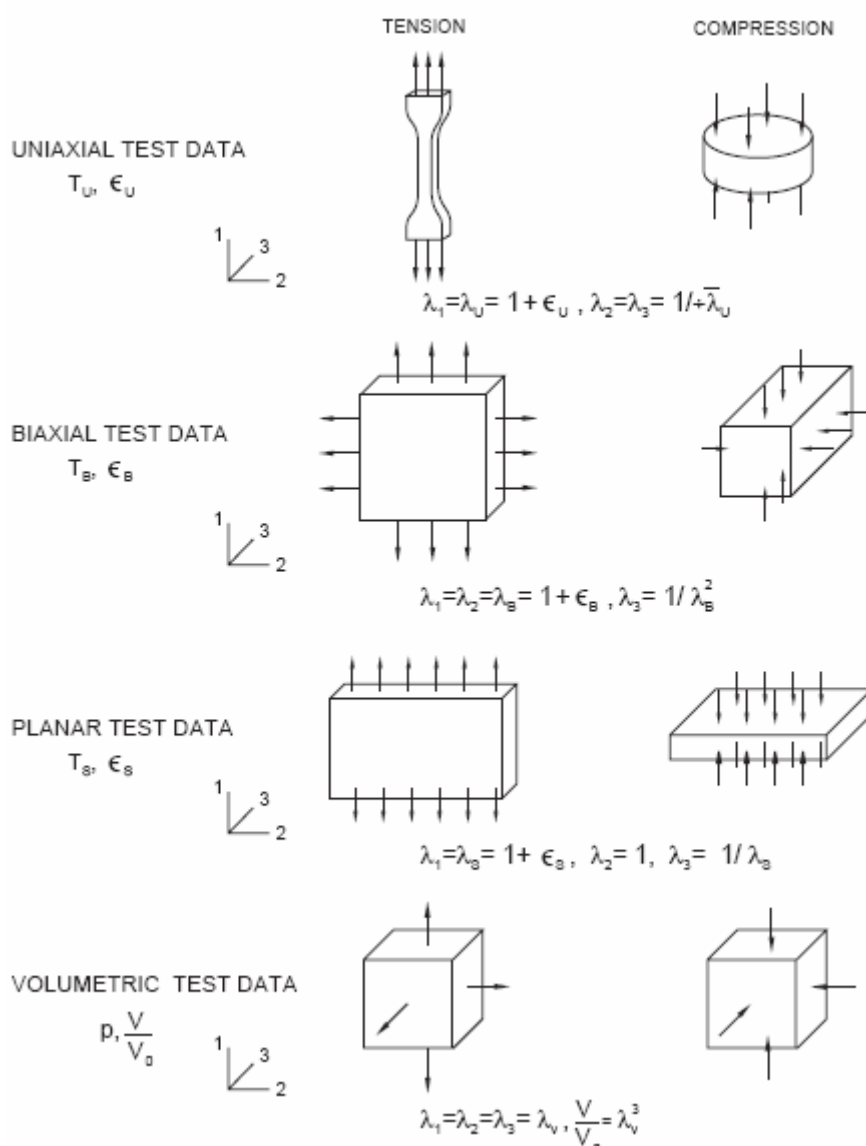
จากขั้นตอนที่ผ่านมาเมื่อบดผสมยางและตัดแผ่นยางแล้วก่อนที่จะเข้าเครื่องอบต้องปล่อยยางทิ้งไว้อย่างน้อย 3 ชั่วโมงเพื่อให้ยางเซตตัวและคลายความร้อน เมื่อได้คาร์รีโอโลยีทำให้ทราบเวลาที่ต้องใช้ในการอบคงรูป ซึ่งสูตรยางชนิดนี้ใช้เวลาในการอบคงรูป 3 นาทีโดยอบที่อุณหภูมิ 150 องศาเซลเซียส เมื่อครบตามเวลาแล้วจะได้แผ่นยางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสออกมาจากเครื่องอบคงรูปตามภาพที่ 3-4 โดยมีขนาดประมาณ 148x148x2 มิลลิเมตร จากนั้นนำไปเข้าเครื่องกดตัดชิ้นงานที่จะใช้ในการทดสอบรูปแบบต่างๆ ต่อไป



ภาพที่ 3-5 แผ่นยางที่นำออกมาจากเครื่องอบและทำการตัดขอบ

3.3 การทดสอบคุณสมบัติวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก

ในการทดสอบคุณสมบัติของวัสดุประเภทไฮเปอร์อีลาสติก จะสนใจข้อมูลที่ได้จากการทดสอบอยู่ 4 ลักษณะคือ การทดสอบในแนวแกนเดียว (Uniaxial Test), การทดสอบในสองแนวแกน (Biaxial Test), การทดสอบแบบความกว้างคงที่ (Planar Test) และการทดสอบแบบปริมาตร (Volumetric Test) ดังแสดงในภาพที่ 3-3 การใช้ข้อมูลการทดสอบหลายๆ ลักษณะมาหาแบบจำลองพฤติกรรมของวัสดุจะทำให้สามารถพิจารณาเลือกใช้แบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่จะใช้ในการทำนายพฤติกรรมวัสดุได้ดีมากขึ้น



ภาพที่ 3-6 ลักษณะและเงื่อนไขการทดสอบวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก [15]

แต่ในการวิจัยนี้ มีข้อจำกัดในด้านอุปกรณ์จับยึดชิ้นทดสอบที่ไม่สามารถทำได้เงื่อนไขตามลักษณะการทดสอบวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก จึงทำการทดสอบเพียง 2 รูปแบบคือการทดลองในแนวแกนเดียวและการทดลองแบบความกว้างคงที่ โดยทำการทดสอบด้วยเครื่องทดสอบอเนกประสงค์ Instron Universal Testing Machine Model 5567 เป็นเครื่องทดสอบวัสดุที่มีข้อมูลจำเพาะตามตารางที่ 3-2 โดยมีความสามารถในการทดสอบแรงดึง (Tensile Test) และการทดสอบแรงกดอัด (Compression Test)



ภาพที่ 3-7 เครื่องทดสอบ Instron Universal Testing Machine Model 5567

ตารางที่ 3-2 ข้อมูลจำเพาะเครื่องทดสอบ Instron Universal Testing Machine Model 5567

Specification	
Load cell	3 N – 30 kN
Crosshead speed range	0.005 mm/min - 500 mm/min
Return speed	600 mm/min
Total vertical test space	1192 mm
Space between columns	420 mm
Testing type	Tensile ,Compression
Drive unit	Lead screws
Acceleration time (From 0 to top speed)	150 msec

ผลการทดลองได้จากการกำหนดรูปแบบภาระให้ชิ้นงานเป็นแรงดึง ด้วยความเร็วหัวจับ (Crosshead Speed) คงที่ ชิ้นทดสอบยางจะยืดตัวออกซึ่งสามารถวัดแรงในการทดสอบนี้ได้จากอุปกรณ์วัดแรง (Load Cell) และหาค่าความเค้นทางวิศวกรรมจากอัตราส่วนระหว่างแรงต่อพื้นที่หน้าตัดของชิ้นทดสอบขณะยังไม่มีรอยร้าว ส่วนการหาความเครียดทางวิศวกรรมจะใช้เครื่องมือที่ใช้วัดระยะยืดที่เรียกว่า วิดีโอเอกซ์เทนโซมิเตอร์ (VDO Extensometer) ใช้วัดการเปลี่ยนแปลงระยะยืดที่เกิดขึ้นและคำนวณหาความเครียดทางวิศวกรรม จากอัตราส่วนของระยะยืดตัวต่อระยะอ้างอิงเริ่มต้น

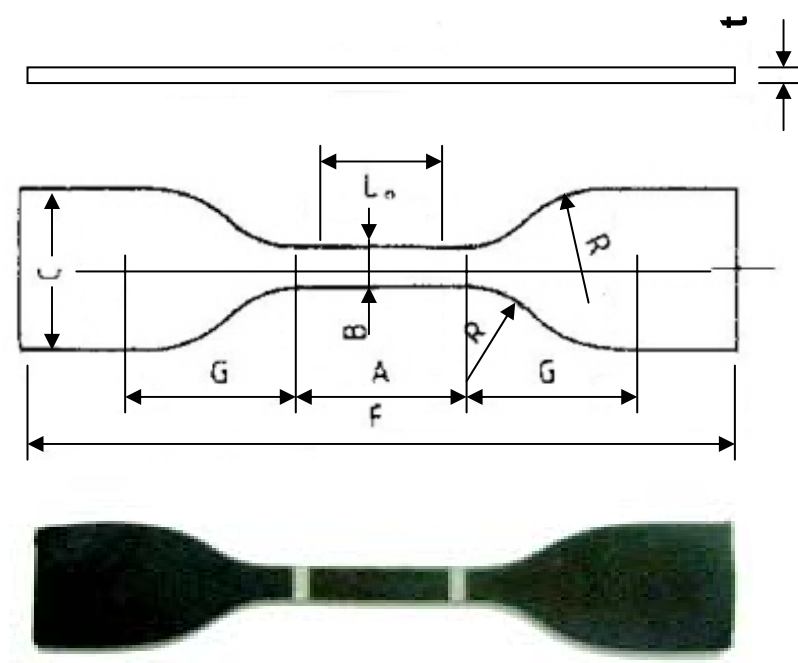


ภาพที่ 3-8 อุปกรณ์วัดระยะยืดวิดีโอเอกซ์เทนโซมิเตอร์

หลักการทำงานของอุปกรณ์วัดระยะยึดวีดิโอเอกซ์เทนโซมิเตอร์ คือวัดระยะยึดโดยใช้กล้องวีดิโอจับเส้นสีที่ต่างจากสีของชิ้นทดสอบ ที่ขีดเป็นสัญลักษณ์ระยะอ้างอิงเริ่มต้น (Gauge Length) บนชิ้นงานทดสอบ และเมื่อชิ้นทดสอบยึดตัวก็จะเก็บข้อมูลและเปรียบเทียบกับระยะอ้างอิงเริ่มต้นเพื่อหาค่าความเครียดทางวิศวกรรม

3.3.1 การทดลองแบบการดึงแกนเดียว

ลักษณะการทดสอบการดึงแกนเดียวในงานวิจัยนี้ จะทดสอบตามมาตรฐานการทดสอบ ASTM D 412-98a [28] ทำการทดลองที่อุณหภูมิห้องควบคุมให้คงที่ 25 องศาเซลเซียส และทำการทดสอบซ้ำจำนวน 5 ชิ้นทดสอบ โดยรูปร่างหรือมิติของชิ้นทดสอบเป็นรูปดัมเบลล์ (Dumbbell) ซึ่งมีขนาดและรูปร่างดังภาพที่ 3-5



ขนาด (mm)	L_0	A	B	t
	25 ± 1.0	33 ± 2.0	6 ± 0.5	2 ± 0.2

F	C	G	R	R'
115	25 ± 1.0	33 ± 2.0	14 ± 1.0	25 ± 2.0

ภาพที่ 3-9 ลักษณะชิ้นทดสอบชนิดการดึงในแนวแกนเดียว

ขั้นตอนการทดสอบแรงดึงในแนวแกนเดียวนี้นี้

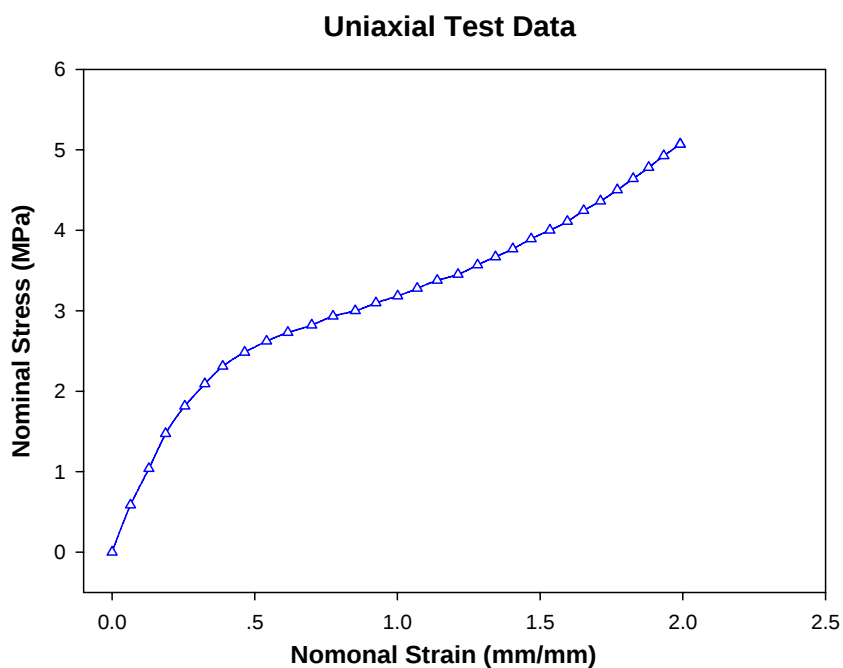
3.3.1.1 นำชิ้นทดสอบรูปดัมเบลล์ที่ขีดเส้นอ้างอิง 25 มิลลิเมตร ติดตั้งกับปากจับของเครื่องทดสอบ โดยขยับปากจับให้ชิ้นงานมีความตึง

3.3.1.2 กำหนดโปรแกรมตั้งค่าการทดสอบของเครื่องทดสอบสามารถ ดูข้อมูลเพิ่มได้จากคู่มือการใช้เครื่องทดสอบ

3.3.1.3 บันทึกผลแล้วนำชิ้นงานใหม่ติดตั้ง ทำซ้ำจนครบทั้ง 5 ชิ้นทดสอบ



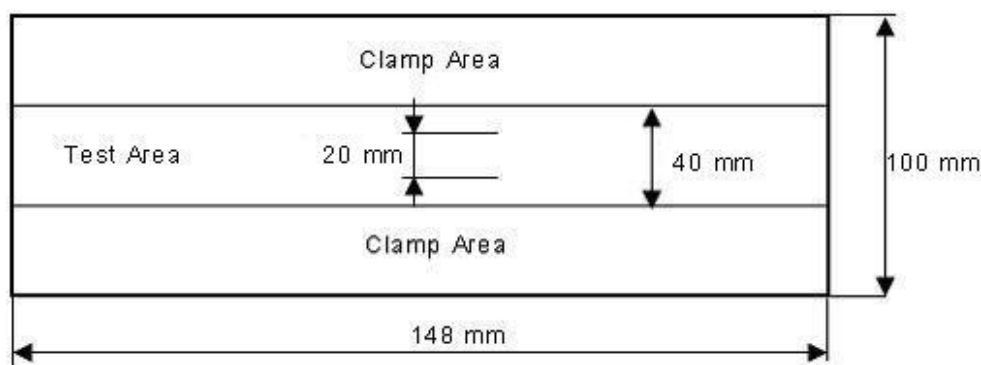
ภาพที่ 3-10 การทดสอบชนิดการดึงในแนวแกนเดียว



ภาพที่ 3-11 ค่าผลเฉลี่ยจากการทดสอบชนิดการดึงในแนวแกนเดียว

3.3.2 การทดสอบแบบความกว้างคงที่

การทดสอบแบบความกว้างคงที่ เป็นการทดสอบที่มีลักษณะที่แตกต่างจากการทดสอบแบบแรงดึงในแนวแกนเดียวคือ จะไม่มีความเครียดทางด้านข้าง ซึ่งการทดสอบที่จะเป็นไปตามเงื่อนไขการทดสอบได้จะขึ้นอยู่กับชั้นทดสอบ คือจะต้องมีอัตราส่วนระหว่างความกว้างกับความยาวของชั้นทดสอบสูง ปกติจะต้องมีอัตราส่วนอย่างต่ำเท่ากับ 4 ชั้นทดสอบที่ใช้ในการทดสอบนี้มีขนาดกว้าง 148 มิลลิเมตร ยาว 20 มิลลิเมตรมีค่าอัตราส่วนเป็น 7.4 สอดคล้องกับเงื่อนไขการทดสอบ ทำให้ความเครียดด้านข้างคือในแนวแกนที่สองมีค่าเป็นศูนย์ และในการทดสอบแบบความกว้างคงที่มีข้อสำคัญคือ ในการจับยึดชั้นทดสอบอุปกรณ์จับยึดชั้นทดสอบต้องจับยึดชั้นทดสอบให้แน่นไม่ให้เกิดการเลื่อนหลุด และต้องสามารถกระจายแรงกดของปากจับได้ทั่วบริเวณจับยึดของชั้นทดสอบ ชั้นทดสอบจะมีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดรูปร่างตามภาพที่ 3-8



ภาพที่ 3-12 ชั้นทดสอบแบบความกว้างคงที่ (Planar Test)

ผลจากการทดสอบจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ความเค้นหาจากอัตราส่วนระหว่างแรงที่ใช้ดึงกับพื้นที่หน้าตัดของชิ้นทดสอบและค่าความเครียดจากวีดีโอเอกซ์-เทนโซมิเตอร์ โดยจะทำการทดสอบที่อุณหภูมิห้องควบคุมให้คงที่ 25 องศาเซลเซียส มีระยะอ้างอิงเริ่มต้นเป็น 20 มิลลิเมตร ทำการทดสอบซ้ำจำนวน 5 ชิ้นทดสอบ เช่นเดียวกับการทดสอบแบบแบบแรงดึงในแนวแกนเดียว

ขั้นตอนการทดสอบแบบความกว้างคงที่มีดังนี้

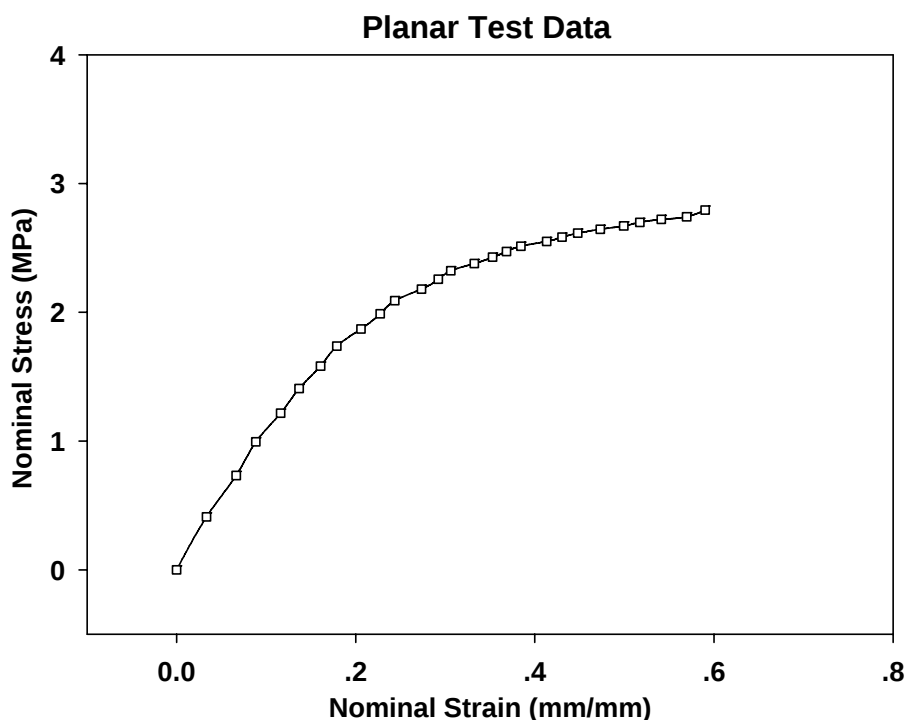
3.3.2.1 นำชิ้นทดสอบที่ขีดเส้นอ้างอิง 20 มิลลิเมตร ติดตั้งกับปากจับของเครื่องทดสอบ โดยขยับปากจับให้ชิ้นงานมีความตึง

3.3.2.2 กำหนดโปรแกรมตั้งค่าการทดสอบของเครื่องทดสอบสามารถ ดูข้อมูลเพิ่มเติมได้จากคู่มือการใช้เครื่องทดสอบ

3.3.2.3 บันทึกผลแล้วนำชิ้นงานใหม่ติดตั้ง ทำซ้ำจนครบทั้ง 5 ชิ้นทดสอบ



ภาพที่ 3-13 การทดสอบแบบความกว้างคงที่



ภาพที่ 3-14 ผลเฉลี่ยของการทดสอบแบบความกว้างคงที่

3.4 การค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์วัสดุไฮเปอร์อีลาสติก

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก จะสามารถแสดงได้ด้วยฟังก์ชันพลังงานความเครียดดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 โดยจะต้องหาค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองฟังก์ชันพลังงานความเครียด เพื่อนำไปใช้ในการจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์

3.4.1 การหาค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันพลังงานความเครียดด้วยโปรแกรมอะบาคัส [14]

การหาค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองฟังก์ชันพลังงานความเครียดสามารถทำได้ โดยใช้โปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์อะบาคัสซีเออี (ABAQUS/CAE) โดยการนำข้อมูลผลการทดสอบคือความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของการทดสอบวัสดุอย่างในแต่ละ รูปแบบการทดสอบ โดยในการวิจัยนี้จะใช้การทดสอบ 2 แบบ คือการทดสอบในแนวแกนเดียวและการทดสอบแบบความกว้างคงที่ มาป้อนใส่ในโปรแกรมเพื่อทำการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองต่างๆ โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Fit Procedure) ส่วนของรูปแบบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ นั้นพิจารณาตามลักษณะรูปแบบฟังก์ชันพลังงานความเครียดของแต่ละแบบจำลอง ซึ่งได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.5 โปรแกรมจะทำการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองและแสดงผลตอบสนองของวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก ในรูปความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดจากแบบจำลองเอลิเมนต์เดียว [14] ที่มีเงื่อนไขขอบตามมาตรฐานรูปแบบการทดสอบภาพที่ 3-6 ในหัวข้อ 3.3

3.4.2 ค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันพลังงานความเครียดและการเลือกใช้แบบจำลอง

ค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันพลังงานความเครียดหาได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม อะบาคัส โดยป้อนข้อมูลการทดลองแบบแรงดึงแนวแกนเดียวและแรงดึงความกว้างคงที่ให้กับโปรแกรม

ตาราง 3-3 สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองมุนีรีฟลิน

C_{10} (MPa)	C_{01} (MPa)
0.731610242	0.367834052

ตาราง 3-4 สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองพหุนามอันดับที่ 2

C_{10} (MPa)	C_{01} (MPa)	C_{11} (MPa)	C_{11} (MPa)	C_{11} (MPa)
2.61516846	0.000155853	-0.056039340	0.000586764	0.012401623

ตาราง 3-5 สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองนีโอฮุกเกียน

G (MPa)
1.13410072

ตาราง 3-6 สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองอีอกเดน อันดับที่ 1

μ_1	α_1
2.48414324	0.473218986

ตาราง 3-7 สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองวานเดอวาลส์

μ	λ_m	a	β
3.21642626	4.98441702	0.978153075	0.0

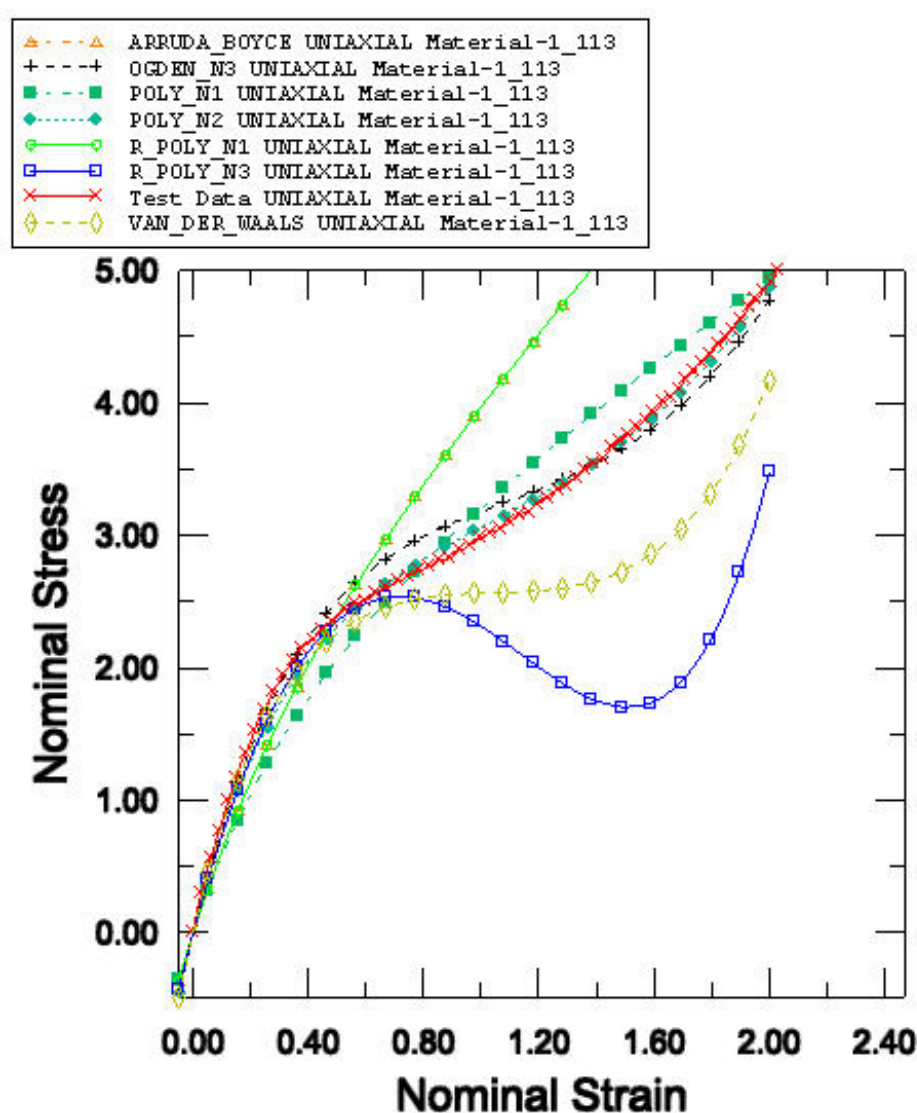
ตาราง 3-8 สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองอูรูดาบอยซ์

μ	λ_m
2.26820131	2805.24924

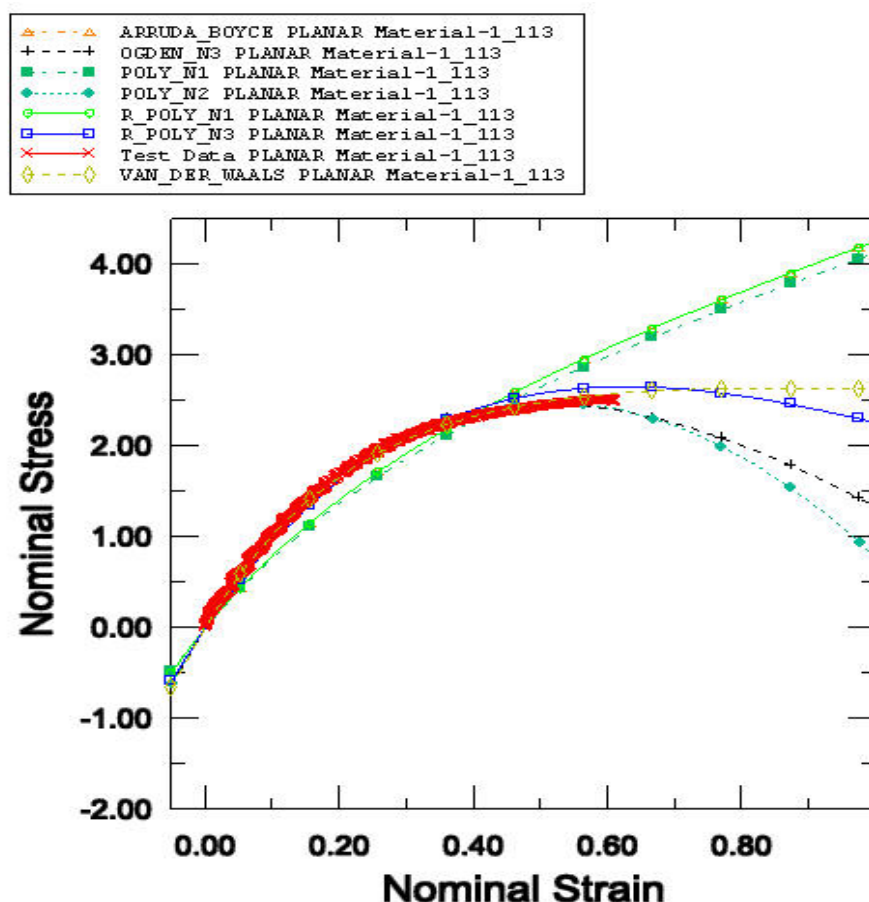
ตาราง 3-9 สัมประสิทธิ์ของแบบจำลองโยวห์

C_{10} (MPa)	C_{20} (MPa)	C_{30} (MPa)
1.31373254	-0.114183873	8.155810492E-03

ในการพิจารณาเปรียบเทียบแบบจำลองพฤติกรรมความเค้นความเครียด ควรเลือกใช้แบบจำลองที่สามารถแสดงพฤติกรรมของวัสดุได้ครอบคลุมตลอดช่วงของปัญหา ที่ต้องการจะวิเคราะห์ ดังนั้นในการเลือกใช้แบบจำลองจึงต้องพิจารณาในรูปแบบพฤติกรรมที่เกิดจากการทดสอบคุณสมบัติวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก ตามหัวข้อ 3.3 งานวิจัยนี้สนใจพฤติกรรมภายใต้แรงดึง จึงสนใจพิจารณา ในส่วนของพฤติกรรมภายใต้แรงดึงแกนเดียวและแรงดึงแบบความกว้างคงที่ เพื่อหาแบบจำลองที่น่าสนใจ แต่ในส่วนของการดึงแบบสองแนวแกนนั้นไม่มีการทดสอบพิจารณาด้วยเนื่องจากขาดอุปกรณ์จับยึดที่เหมาะสม



ภาพที่ 3-15 เปรียบเทียบพฤติกรรมความเค้นความเครียดของแบบจำลอง และการทดสอบแบบแรงดึงแกนเดียว



ภาพที่ 3-16 เปรียบเทียบพฤติกรรมความเค้นความเครียดของแบบจำลอง และการทดสอบแบบแรงดึงความกว้างคงที่

จากการพิจารณาเปรียบเทียบแบบจำลองภายใต้แรงดึงแกนเดียวตามภาพที่ 3-13 พบว่าแบบจำลองที่มีพฤติกรรมน่าสนใจ ได้แก่ แบบจำลองพหุนามอันดับที่ 2 แบบจำลองออกเดนอันดับที่ 3 แบบจำลองของโยว์ (R_Poly_N3) และแบบจำลองแวนเดอร์วาลส์ ตามลำดับ แต่ในส่วนแบบความกว้างคงที่ตามภาพที่ 3-14 พบว่าแบบจำลองที่มีพฤติกรรมตอบสนองน่าสนใจ ได้แก่ แบบจำลองของโยว์ (R_Poly_N3) แบบจำลองแวนเดอร์วาลส์ แบบจำลองพหุนามอันดับที่ 2 และแบบจำลองออกเดนอันดับที่ 3 แต่พบว่าที่ความเครียดสูงแบบจำลองพหุนามอันดับที่ 2 และแบบจำลองออกเดน จะมีแนวโน้มค่าความเค้นลดต่ำ ซึ่งไม่เป็นไปตามพฤติกรรมทดสอบของวัสดุอย่างทั่วๆ ไป ประกอบกับการทดลองการหาค่าพลังงานการฉีกขาดในงานวิจัยทำการทดลองกับชิ้นทดสอบลักษณะแบบความกว้างคงที่ ทำให้ได้แบบจำลองที่น่าสนใจในงานวิจัยนี้คือ แบบจำลองของโยว์และแบบจำลองแวนเดอร์วาลส์ ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองตามตารางที่ 3-7 และตารางที่ 3-9

3.5 การทดลองหาค่าพลังงานฉีกขาด

พารามิเตอร์อัตราการปล่อยพลังงานความเครียด (Strain Energy Release Rate, G) คือ พารามิเตอร์ทางกลศาสตร์การแตกหักที่จะแสดงสถานะของวัสดุที่มีรอยแตกหักเริ่มต้นว่าเกิดการขยายตัวของรอยแตกหักในชิ้นส่วนหรือไม่ โดยจะเปรียบเทียบกับเกณฑ์อัตราการปล่อยพลังงานความเครียดวิกฤติ (Critical Strain Energy Release Rate, G_{Ic}) [7] เมื่อ G มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ G_{Ic} รอยแตกหักจะเกิดการขยายตัว แต่ในวัสดุประเภทยางจะเรียกอัตราการปล่อยพลังงานและอัตราการปล่อยพลังงานวิกฤติ ว่าพลังงานการฉีกขาด (Tearing Energy, T) และพลังงานการฉีกขาดวิกฤติ (Critical Tearing Energy, T_c) [19], [24,25]

$$T \equiv -\left(\frac{\partial U}{\partial a}\right)_l = -\frac{1}{t}\left(\frac{\partial U}{\partial a}\right)_l \quad (3-1)$$

เมื่อ

U คือพลังงานคำนวณได้จากพื้นที่ใต้กราฟระหว่างโหลดกับระยะยืดของชิ้นทดสอบ

a คือขนาดรอยฉีกขาด

t คือความหนาของชิ้นทดสอบ

การหาค่าพลังงานการฉีกจากการทดลองในงานวิจัยนี้ มาจากพิจารณาค่าอัตราการเปลี่ยนพลังงานความเครียดรวมชิ้นทดสอบเมื่อรอยฉีกขาด มีขนาดเพิ่มขึ้นตามทฤษฎีการหาค่าอัตราการปล่อยพลังงานความเครียดของวัสดุยืดหยุ่นแบบไม่เชิงเส้นในหัวข้อ 2.2.2

3.5.1 การทดลองหาค่าพลังงานการฉีกขาดในยางโดยวิธีกลศาสตร์การแตกหัก

ในการวิเคราะห์ทางกลศาสตร์แตกหักจะสนใจ ค่าพารามิเตอร์อัตราการปล่อยพลังงานหรือค่า J -Integral [29] ที่สำหรับวัสดุยางจะเรียกว่าพลังงานการฉีกขาด (Tearing Energy) โดยเทคนิควิธีในการทดลองเพื่อวัดค่านี้สามารถแบ่งออกเป็นสองวิธี คือการทดลองโดยใช้หลายชิ้นทดสอบและใช้เพียงชิ้นทดสอบเดียว โดยมีข้อดีข้อเสียต่างกันคือ การทดลองแบบหลายชิ้นทดสอบจะมีความสิ้นเปลืองในส่วนของเวลาและชิ้นทดสอบที่จะต้องใช้อย่างน้อย 5 ชิ้นทดสอบในการทดสอบเพื่อให้ได้ข้อมูล 1 ข้อมูลและไม่สามารถวัดค่าโดยตรงได้ ต้องผ่านกระบวนการคำนวณหลายครั้งแต่มีข้อดีคือไม่ต้องมีอุปกรณ์เฉพาะ ในการเก็บข้อมูลขนาดของรอยแตกหักขณะทำการทดลอง ส่วนการทดลองแบบชิ้นทดสอบเดียวมีความสะดวกใช้ชิ้นทดสอบน้อยแต่ต้องใช้อุปกรณ์พิเศษ ในการเก็บข้อมูลขนาดของรอยแตกหักขณะทำการทดลอง แต่โดยปกติสำหรับวัสดุพลาสติกทั่วๆ ไปจะทำการวิเคราะห์ขนาดของรอยแตกหักในการทดลองกลังจากการทดลอง โดยทำการวิเคราะห์จากรอยที่แตกต่างในผิวของรอยแตกหักในชิ้นทดสอบ แต่ในงานวิจัยนี้ไม่มีความพร้อมในอุปกรณ์พิเศษการเก็บข้อมูลขนาดของรอยฉีกขาด

ขณะทำการทดลองและวัสดุชิ้นทดสอบเป็นวัสดุที่มีความยืดหยุ่นสูง ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์รอยฉีกขาดที่แท้จริงหลังการทำการทดลองเช่นเดียวกับวิธีชิ้นทดสอบเดี่ยวได้ ซึ่งมีวิธีการทดลองและหาค่าดังนี้

3.5.1.1 การทดสอบลักษณะแบบแรงดึงแนวแกน

ทำการทดลองชิ้นทดลองแบบแรงดึงแนวแกนที่มีรอยฉีกขาดแตกต่างกัน ในงานวิจัยที่คือ รอยฉีกขาดขนาด 5,10,15 มม. ทำการทดลองด้วยเครื่องทดสอบแรงดึงอเนกประสงค์ Instron โดยเลือกรูปแบบการจัดเก็บข้อมูลจากระยะยืดที่เท่ากัน เพื่อให้ง่ายต่อการนำข้อมูลที่ได้อ่านค่าพลังงานการฉีกขาด ทำการบันทึกข้อมูลแรงดึงที่กระทำกับชิ้นทดสอบกับระยะยืดเมื่อระยะยืดมากขึ้น บันทึกภาพการทดสอบด้วยกล้องวิดีโอเพื่อหาจุดที่รอยฉีกขาดเริ่มขยายตัว ซึ่งสามารถทำได้โดยนำภาพที่บันทึกได้มาแยกเฟรม และหาภาพที่เกิดการเริ่มขยายตัวโดยได้ข้อมูลบ่งชี้เป็นเวลาที่ใช้ในการทดสอบจนถึงจุดรอยฉีกขาดเริ่มขยายตัว และนำไปเทียบหาข้อมูลแรงและระยะยืดในจุดดังกล่าวจากข้อมูลการทดลองที่บันทึกจากเครื่องทดสอบแรงดึงอเนกประสงค์

3.5.1.2 การทดสอบลักษณะแบบความกว้างคงที่

ทำการทดลองเช่นเดียวกับการทดสอบลักษณะแบบแรงดึงแนวแกน แต่ใช้กับชิ้นทดลองแบบความกว้างคงที่ที่มีรอยฉีกขาดแตกต่างกันขนาด 5,10,15,20,25,30 มม.



a) Planar Crack Specimen

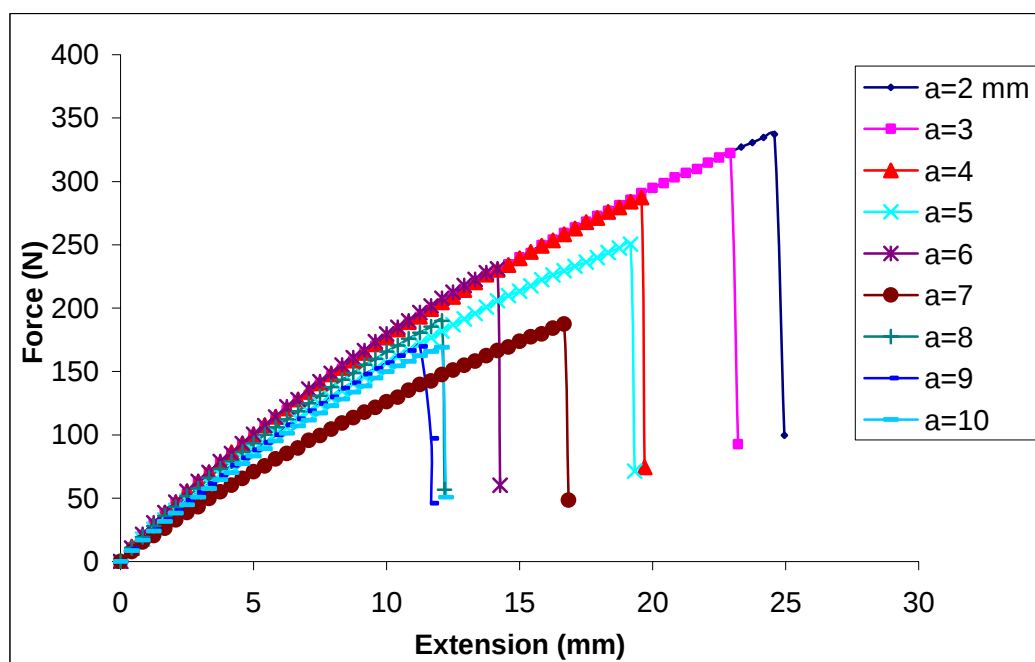
b) Tensile Crack Specimen

ภาพที่ 3-17 ชิ้นทดสอบการหาค่าพลังงานการฉีกขาด

a) แบบความกว้างคงที่ b) แบบแรงดึง

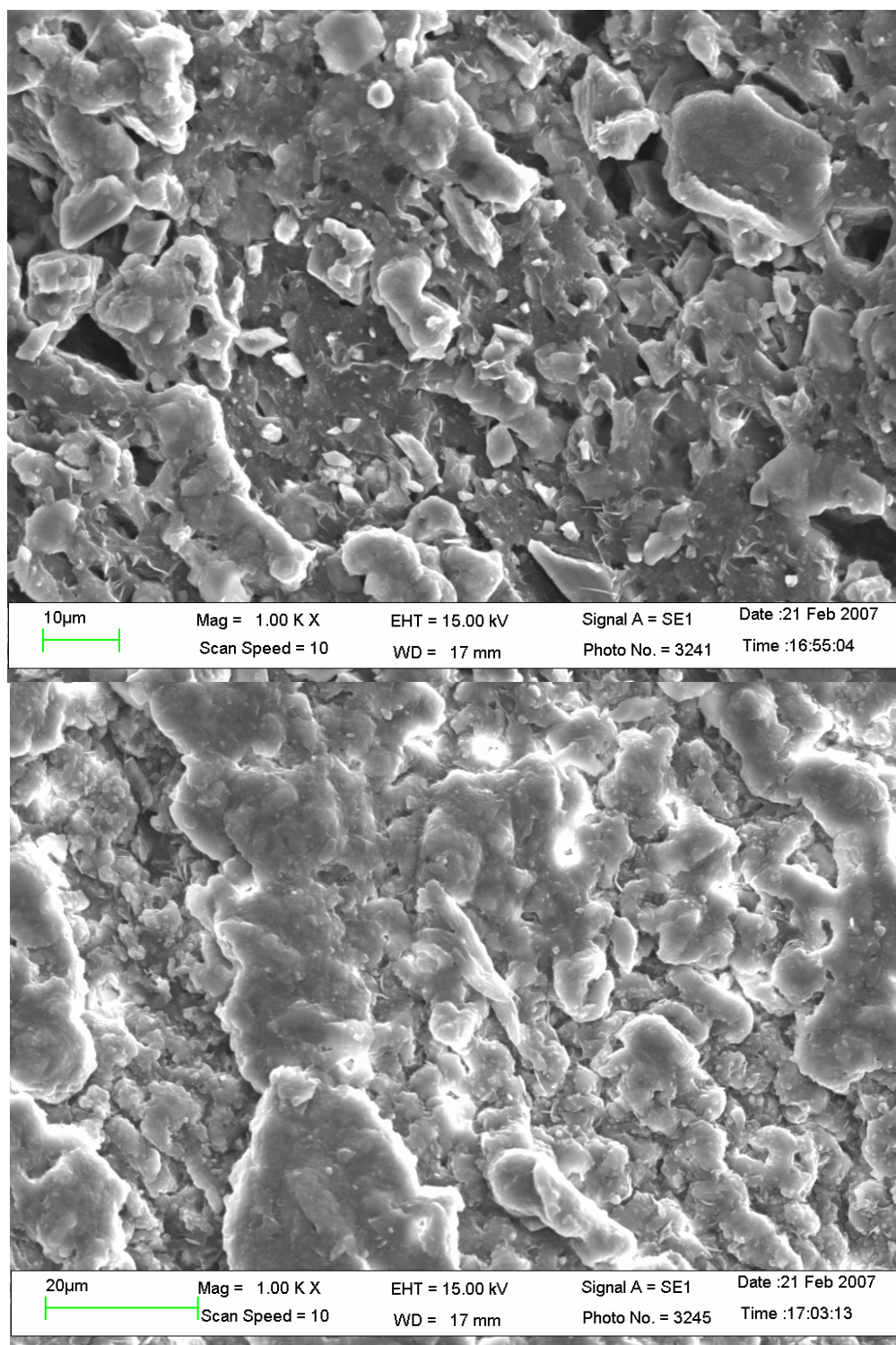
โดยที่ทำการเลือกที่ขนาดรอยฉีกขาดดังนี้เนื่องจาก ในการทดลองเพื่อคำนวณหาพลังงานการฉีกขาด จะต้องได้ข้อมูลที่ไม่ขัดกัน ในชุดข้อมูลคือผลของแรงและระยะยืดที่กระทำ

กับชั้นทดสอบ จะความสอดคล้องคือที่ขนาดรอยฉีกขาดน้อยจะต้องมีค่ามากของแรงมากกว่าแรงจากชั้นทดสอบที่มีขนาดรอยฉีกขาดที่มากขึ้น หากไม่เป็นไปตามนี้จะทำให้ไม่สามารถหาค่าได้เพราะข้อมูลจะมีความผิดพลาด ฉะนั้นหากใช้ขนาดรอยฉีกขาดที่ใกล้เคียงกันจะทำให้ยังมีความผิดพลาดได้ง่ายกว่า เพราะสาเหตุจากความไม่เป็นเนื้อเดียวกันของวัสดุอย่างชั้นทดสอบที่อาจเกิดในกระบวนการผลิตชั้นทดสอบ



ภาพที่ 3-18 ผลการทดลองแรงกับระยะยืดที่มีความแตกต่างของขนาดรอยฉีกขาด 1 มม.

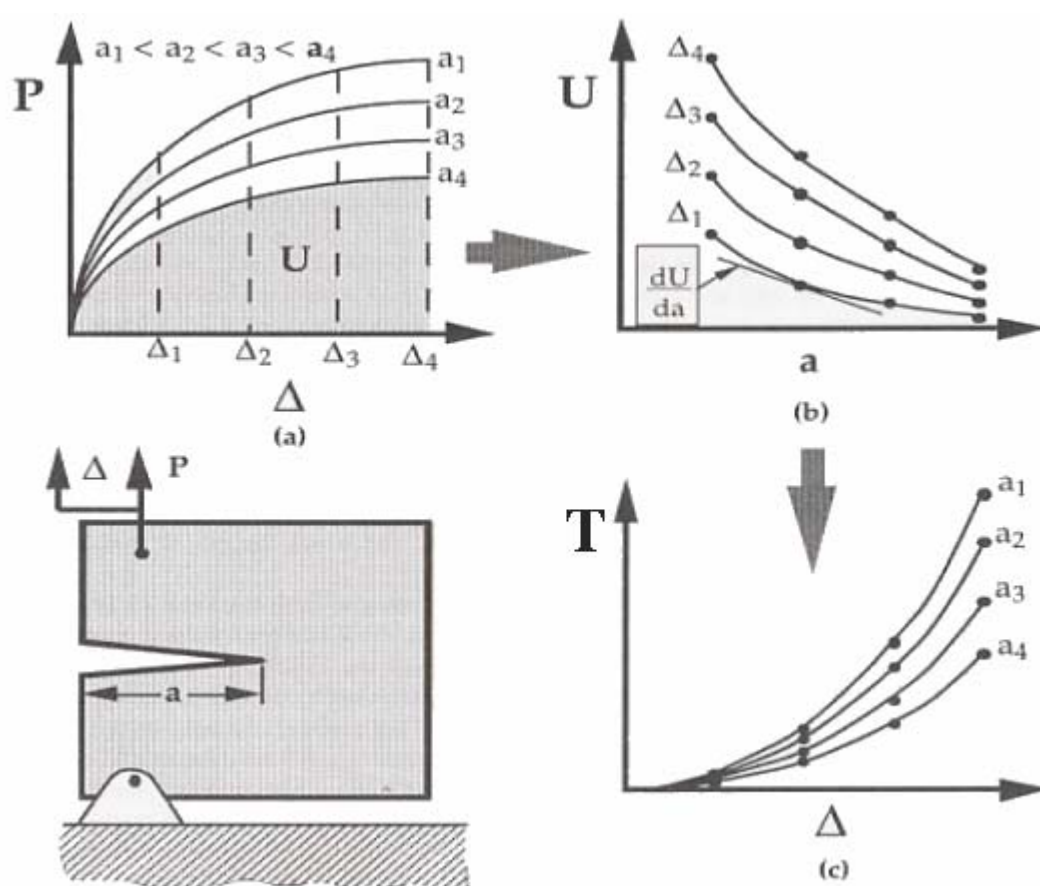
โดยสามารถตรวจสอบได้จากการนำชั้นทดสอบไป ทดสอบโดยการส่องกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด (Scanning Electron Microscope) ที่บริเวณผิวของชั้นทดสอบ เปรียบเทียบชั้นทดสอบสองชั้น พบว่ามีลักษณะแตกต่างกันตามภาพที่ 3-16 เป็นสาเหตุให้คุณสมบัติเชิงกลของวัสดุแตกต่างกันด้วย ทำให้ผลจากการทดลองที่มีขนาดรอยฉีกขาดใกล้เคียงกัน อาจมีความผิดพลาด จึงต้องทำการทดลองที่ใช้ชั้นทดสอบมากขึ้น นักวิจัยจึงทำการหาขนาดรอยฉีกขาดที่เหมาะสมในการทดสอบวัสดุยาง พบว่าที่ระยะความต่าง 5 มิลลิเมตรมีความเหมาะสม จากการทำการทดลอง 5 ชั้นทดสอบต่อ ขนาดความยาวรอยฉีกขาดพบว่ามีค่าที่สามารถนำไปพิจารณาข้อมูลต่อได้ เฉลี่ยที่ 3.5 ชั้น ส่วนข้อมูลที่ไม่สามารถใช้ได้ก็ตัดออกไป และนำข้อมูลที่พิจารณาทำการหาค่าเฉลี่ยต่อไป



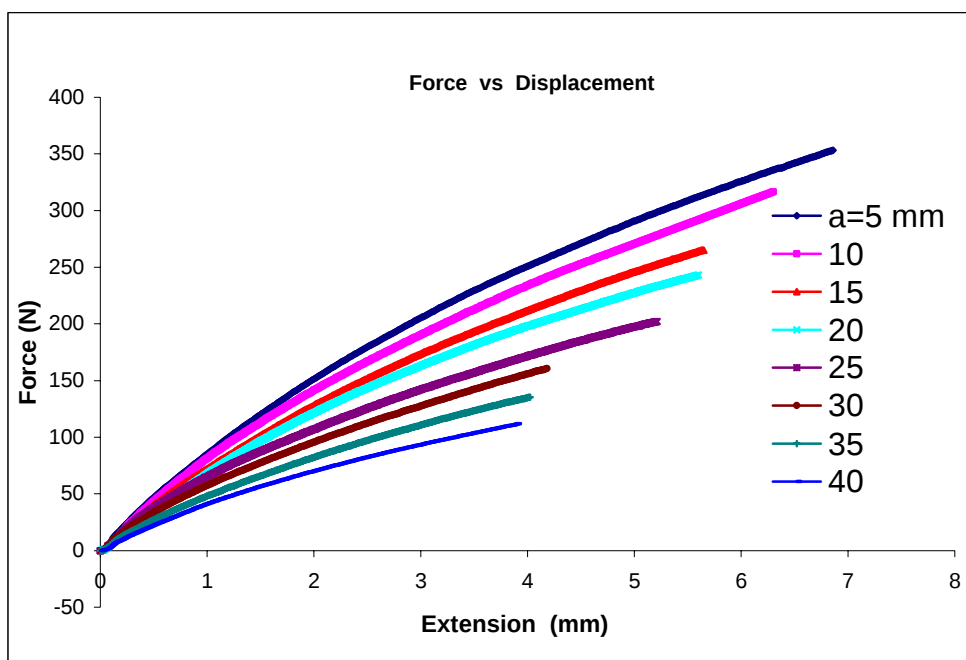
ภาพที่ 3-19 ภาพความแตกต่างกันของผิวชั้นทดสอบ

3.5.2 การคำนวณค่าพลังงานการฉีกขาด

เมื่อได้ข้อมูลผลของแรงกับระยะยืดจากการทดลองของวัสดุ ในแต่ละขนาดของรอยฉีกขาดเริ่มต้น จากนั้นหาพื้นที่ใต้กราฟที่ระยะยืดต่างๆตามภาพที่ 3-17 (a) โดยค่าที่ได้คือพลังงานที่เกิดจากแรงที่กระทำกับชิ้นทดสอบ นำค่าพลังงานที่ได้มาเขียนกราฟระหว่างพลังงานกับขนาดรอยฉีกขาด ตามภาพที่ 3-17 (b) ที่ระยะยืดต่าง ๆ ทำการหาค่าอนุพันธ์ของกราฟระหว่างพลังงานเทียบกับขนาดรอยฉีกขาด ค่าที่ได้คืออัตราการปล่อยพลังงานหรือพลังงานการฉีกขาดจากภาพเป็นขั้นตอนการหาค่าพลังงานการฉีกขาดของชิ้นทดสอบที่มีความหนา 1 หน่วย

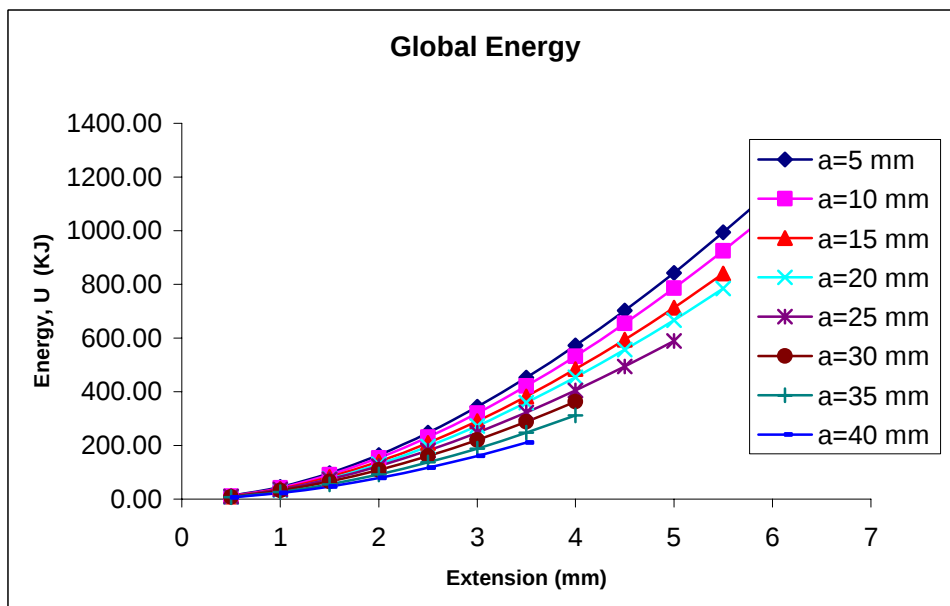


ภาพที่ 3-20 ขั้นตอนการคำนวณหาค่าพลังงานการฉีกขาด [7]

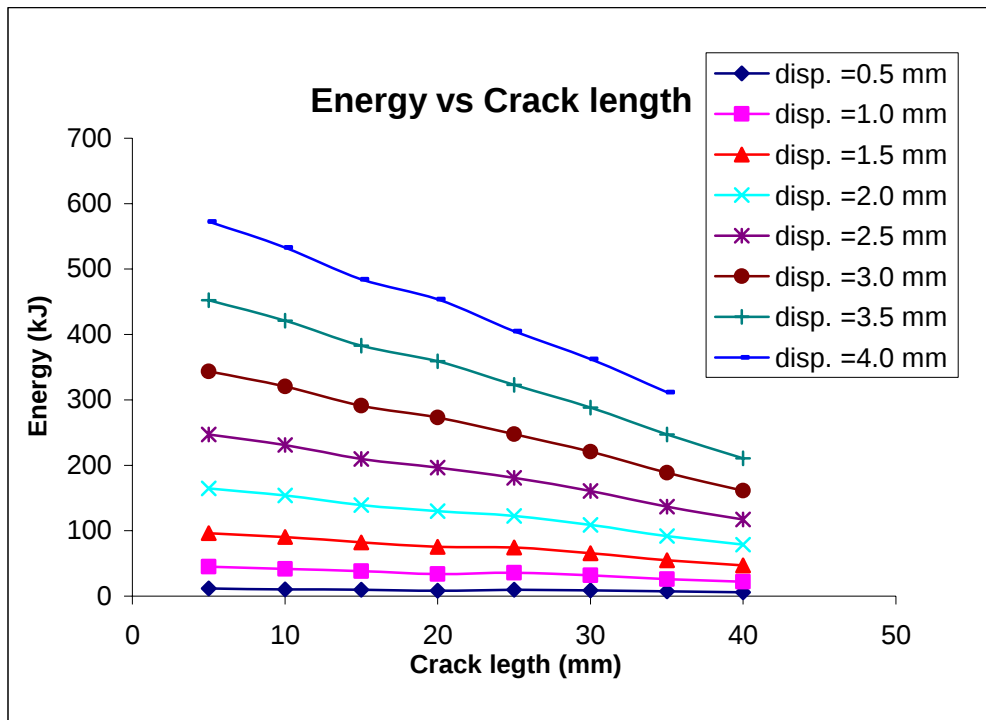


ภาพที่ 3-21 กราฟแรงกับระยะยืดจากการทดลอง

หาพื้นที่ใต้กราฟระหว่าง F กับ Δ จะได้พลังงานรวมเขียนกราฟ U กับ a ที่ระยะยืดใดๆ

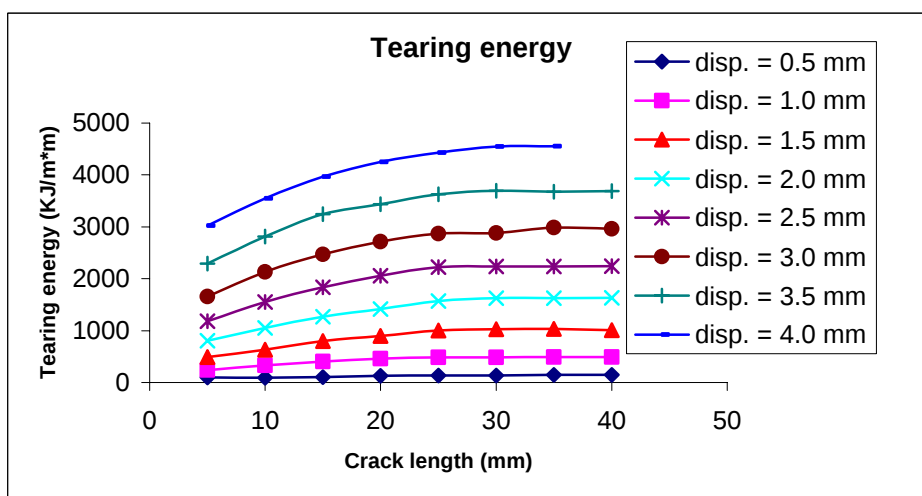


ภาพที่ 3-22 กราฟระหว่างพลังงานกับระยะยืดจากการทดลอง



ภาพที่ 3-23 กราฟระหว่างพลังงานกับขนาดรอยฉีกขาดจากการทดลอง

หาค่าอัตราการปลดปล่อยพลังงานจากการหาค่าอนุพันธ์ของพลังงานรวมเทียบกับระยะรอยฉีกขาด $\left(-\frac{1}{b} \frac{\partial U}{\partial a}\right)$ ฉะนั้นจะได้ค่าพลังงานการฉีกขาดเป็น



ภาพที่ 3-24 กราฟพลังงานการฉีกขาดกับขนาดรอยฉีกขาดที่ระยะยืดต่าง ๆ

3.5.3 การคำนวณค่าพลังงานการฉีกขาดจากทฤษฎีของวัสดุอย่าง [15], [19], [21]

เนื่องจากยางเป็นวัสดุยืดหยุ่นไม่เป็นเชิงเส้น และมีความยืดหยุ่นสูงทำให้การทดสอบมีความแตกต่างจากวัสดุอื่นที่มีลักษณะเป็นเชิงเส้น ทำให้มีการวิจัยเพื่อศึกษาการคำนวณพลังงานการฉีกขาดของยางโดยเฉพาะ โดยจะพิจารณาที่ลักษณะของชั้นทดสอบด้วยตามรายละเอียดในหัวข้อ 2.6 โดยการทดสอบในงานวิจัยจะทดสอบชั้นทดสอบสองลักษณะ คือแบบความกว้างคงที่และแบบแรงดึง

สำหรับการคำนวณค่าพลังงานของชั้นทดสอบแบบความกว้างคงที่ สามารถคำนวณจากสมการที่ 3-2

$$T = U h_0 \quad (3-2)$$

เมื่อ U คือความเข้มของพลังงานความเครียด (Strain Energy Density) ในบริเวณที่มีเฉพาะแรงเฉือนคือที่บริเวณใกล้จากปลายรอยฉีกขาด ในการทดสอบสามารถหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟของแรงกับระยะยืด ส่วน h_0 ความสูงเริ่มต้นของชั้นทดสอบ

สำหรับการคำนวณค่าพลังงานของชั้นทดสอบแบบแรงดึง คำนวณจากสมการที่ 3-3

$$T = 2kUa \quad (3-3)$$

เมื่อ U คือความเข้มของพลังงานความเครียด (Strain Energy Density), a คือรอยฉีกขาดเริ่มต้น และ k คือ ค่าคงที่ที่จะขึ้นกับอัตราส่วนระยะยืด ตามสมการ $k = \pi/\lambda^{1/2}$

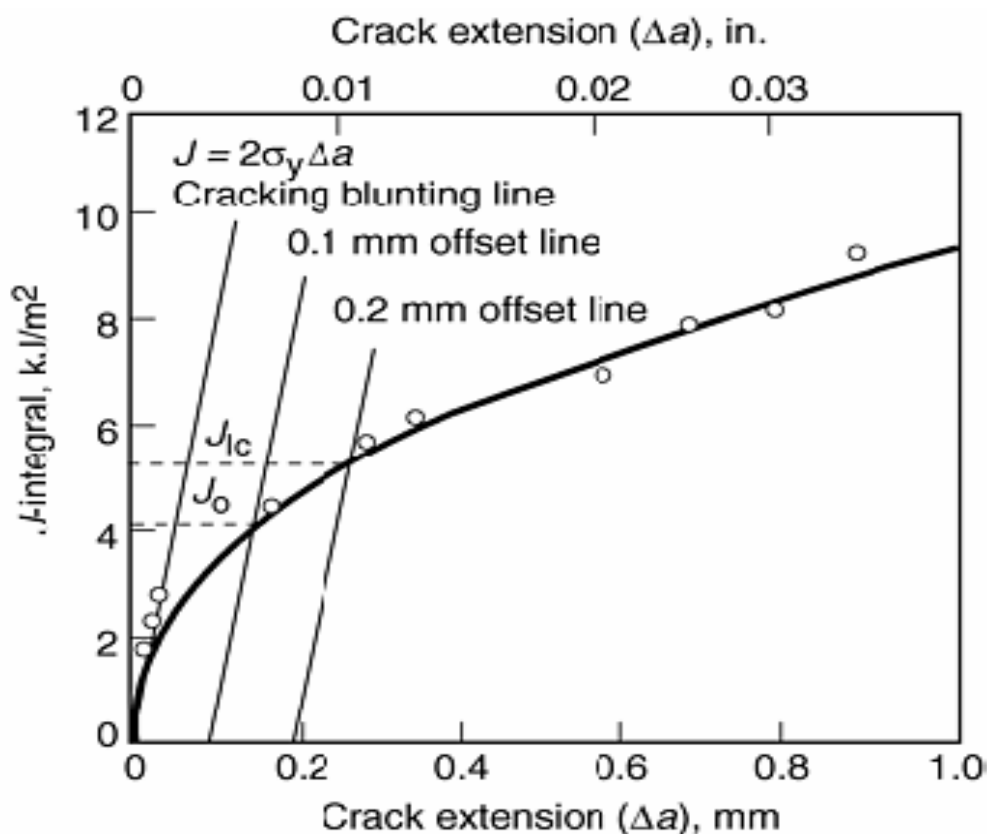
3.6 การทดสอบความแข็งแรงฉีกขาดของวัสดุยาง

การทดสอบความแข็งแรงการฉีกขาดคือการหาค่าวิกฤติของของพลังงานการฉีกขาดที่ทำให้รอยฉีกขาดเกิดการขยายตัว ค่าดังกล่าวจะอยู่ในกลุ่มเดียวกับค่าความแข็งแรงการแตกหักต่าง ๆ จะสามารถหาได้จาก มาตรฐานการทดสอบจะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.6.1 การทดสอบหาค่าพลังงานการฉีกขาดวิกฤติจากมาตรฐานการทดสอบ

ในการทดสอบหาพลังงานการฉีกขาดตามนิยามจะสามารถคำนวณค่าพลังงานความเครียดวิกฤติได้แต่ ในแต่ละค่าจะมีระยะยืดที่ต่าง ๆ กันทำให้ไม่สามารถหาค่าพลังงานการฉีกขาดจากการหาอนุพันธ์ที่ระยะยืดเดียวกันตามสมการที่ 3-1 ได้ ทำให้การหาค่าพลังงานการฉีกขาดวิกฤติของยาง จึงทำตามมาตรฐานการทดสอบ โดยจะแบ่งเป็น 2 ส่วน ในขั้นตอนแรกคือต้องหา ข้อมูลเส้นความต้านทานของวัสดุ (J-R Curves) ตาม ASTM E 1152 [30] จากการหาค่า J ที่ขนาดรอยฉีกขาดต่าง ๆ จากนั้นนำมาเขียนกราฟ ระหว่าง J และขนาดรอยฉีกขาดตามภาพที่ 3-25 โดยทำการสร้างสมการยกกำลัง (Power's Law) จากข้อมูลการทดลอง จากนั้นเป็นการหาค่าวิกฤติ J_{Ic} ตามมาตรฐาน ASTM E 813 และสร้างเส้นความทื่อ (Blunting Line)

จากสมการ $J = 2\sigma_y \Delta a$ ที่ระยะออฟเซต (Offset) มีค่าเท่ากับ 0.2 จุดตัดระหว่างเส้นความต้านทานของวัสดุ กับเส้นที่เกิดจากออฟเซตของเส้นความทื่อ คือค่า J_{Ic}



ภาพที่ 3-25 การทดสอบเพื่อหาค่า J_{Ic}

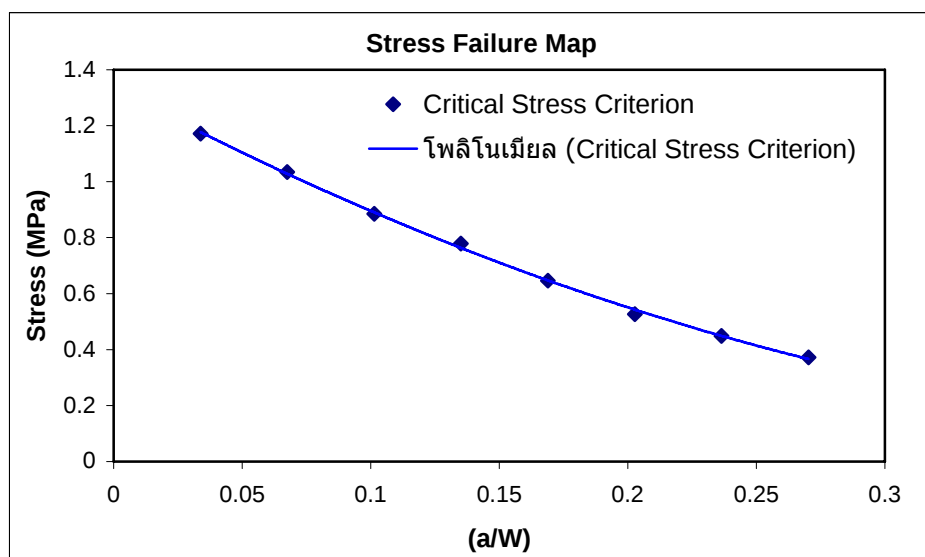
3.6.2 เกณฑ์ความเสียหายจากความเค้นวิกฤติและระยะยืดวิกฤติ

เกณฑ์ความเสียหายนี้สามารถทำการหาได้จากการทดลองเดียวกันกับการทดลองหาค่าพลังงานการฉีกขาดโดยนำค่าแรงกระทำกับชิ้นทดสอบและระยะยืด ที่จุดการฉีกขาดเริ่มขยายตัว มาหาค่าความเค้นวิศวกรรมและเรียกว่าความเค้นวิกฤติ σ_c และอัตราส่วนระยะยืดวิกฤติ λ_c ตามสมการที่ 3-4 และสมการที่ 3-5 ตามลำดับ ดังแสดงในภาพที่ 3-23 และ 3-24

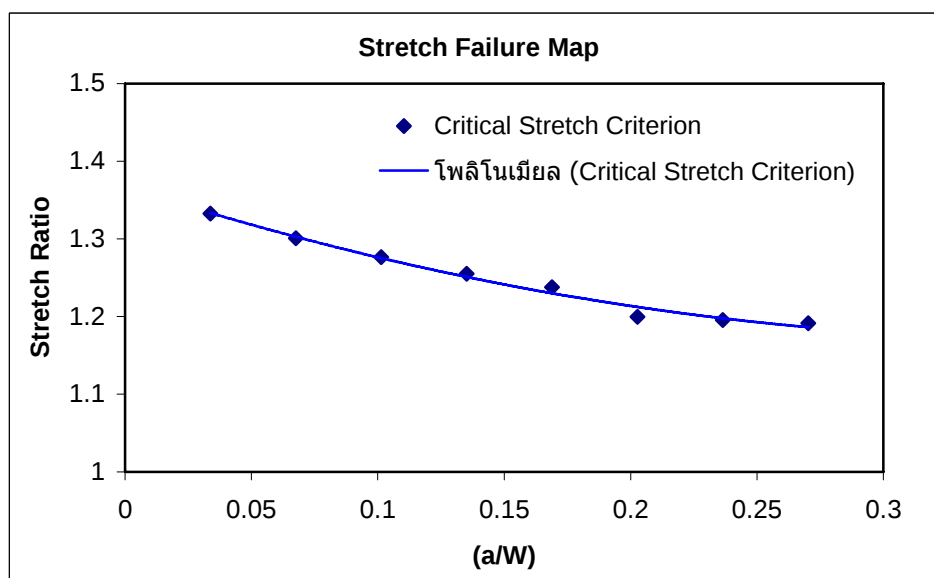
$$\sigma_c = \frac{F_c}{A_0} \quad (3-4)$$

$$\lambda_c = \frac{l_c}{l_0} \quad (3-5)$$

เมื่อ F_c, l_c คือแรงและความยาวที่จุดขยายตัวและ A_0, l_0 คือพื้นที่และความยาวที่จุดเริ่มต้น



ภาพที่ 3-26 เกณฑ์ความเสียหายความเค้นวิกฤติ



ภาพที่ 3-27 เกณฑ์ความเสียหายอัตราส่วนระยะยืดวิกฤติ

บทที่ 4

การคำนวณค่าพลังงานการฉีกขาดของวัสดุอย่าง ด้วยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

ในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และขั้นตอนการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์การฉีกขาด ซึ่งสามารถแยกออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกกล่าวถึงแบบจำลองของขั้นตอนทดสอบอย่างได้แก่ ลักษณะรูปร่างของแบบจำลองขั้นตอนทดสอบอย่าง เงื่อนไขขอบเขตและโหลดที่กระทำ การเลือกแบบจำลองวัสดุ การเลือกใช้เอลิเมนต์และจำนวนเอลิเมนต์ที่เหมาะสมสำหรับแบบจำลอง ส่วนที่สองกล่าวถึงการนำผลที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาคำนวณเพื่อให้ได้พารามิเตอร์ในกลศาสตร์การแตกหัก

4.1 การแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่ง เหมาะกับปัญหาที่มีลักษณะรูปร่างและพฤติกรรมซับซ้อน โดยแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็น 3 ขั้นตอนคือ

4.1.1 ขั้นตอนก่อนการประมวลผล (Pre Processing)

ขั้นตอนการเตรียมการประมวลผลเป็นขั้นตอนการจำลองปัญหาทางกายภาพ (Modeling) โดยเริ่มจากหาเอกลักษณ์ของปัญหาทางกายภาพที่จะวิเคราะห์ (Identify Problem) ยกตัวอย่างเช่น ปัญหาที่วิเคราะห์เป็นปัญหาลักษณะใด? ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์คืออะไร? เป็นต้น คำตอบที่ได้เหล่านี้จะนำไปสู่การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาอันประกอบไปด้วย ลักษณะรูปร่างของแบบจำลอง การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและโหลดที่กระทำ (Boundary Condition) เงื่อนไขการสัมผัส (Contact Condition) การเลือกแบบจำลองของวัสดุ (Constitutive Equation) การเลือกสมการเชิงอนุพันธ์ที่อธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นให้สอดคล้องกับปัญหาที่วิเคราะห์ (เลือกวิธีการที่จะวิเคราะห์เช่น ปัญหาทางความร้อน การวิเคราะห์ความเค้น เป็นต้น) การเลือกชนิดของเอลิเมนต์ และ กระบวนการเมช (Meshing) ที่จะแบ่งรูปร่างของแบบจำลองออกเป็นเอลิเมนต์เล็กๆ (Discretization) โดยการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ต้องสอดคล้องกับเอกลักษณ์ของปัญหาทางกายภาพที่วิเคราะห์ด้วย

4.1.2 ขั้นตอนการประมวลผล (Processing)

เป็นขั้นตอนการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาซึ่งสร้างได้หลายวิธี เช่น วิธีการโดยตรง (Direct Methods) วิธีการแปรผัน (Variational Methods) และ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Weighted Residual Methods) โดยอาศัยข้อมูลและข้อกำหนดจากขั้นตอนก่อนการประมวลผล จากนั้นทำการแก้ระบบสมการเพื่อหาคำตอบที่ต้องการ

4.1.3 ขั้นตอนหลังการประมวลผล (Post Processing)

เป็นขั้นตอนของการแสดงผลที่ได้จากการคำนวณ โดยอาจจะแสดงในรูปแบบของกราฟฟิคหรือเป็นข้อมูลที่เป็นตัวเลข จากนั้นจึงนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ต่อ

จากขั้นตอนที่การแก้ปัญหาของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทั้ง 3 ขั้นตอนจะพบว่าหากใช้โปรแกรมสำเร็จรูปมาวิเคราะห์ปัญหา ขั้นตอนที่มีความสำคัญคือขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 3 เนื่องจากเป็นขั้นตอนที่ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ในการวิเคราะห์ปัญหาและความเข้าใจในระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของผู้ใช้ (User) ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนที่ 1 ของการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ นั่นก็คือการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

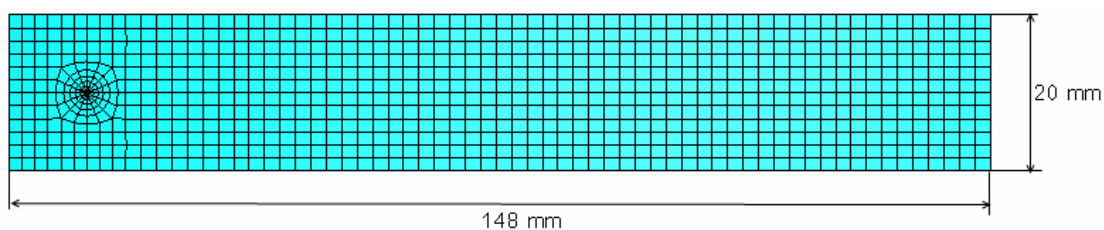
4.2 การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการวิเคราะห์ปัญหาการฉีกขาดในงานวิจัยนี้จะศึกษาโดยใช้การประมาณผลอินทิกรัลตามเส้นทางเดิน (Contour Integral) แต่การประมาณผลอินทิกรัลนี้ไม่สามารถทำนายได้ว่ารอยฉีกขาดจะขยายตัวอย่างไร การคำนวณอินทิกรัลตามเส้นทางเดินสำหรับแบบจำลอง 2 มิติ โดยใช้พารามิเตอร์ $J - Integral$

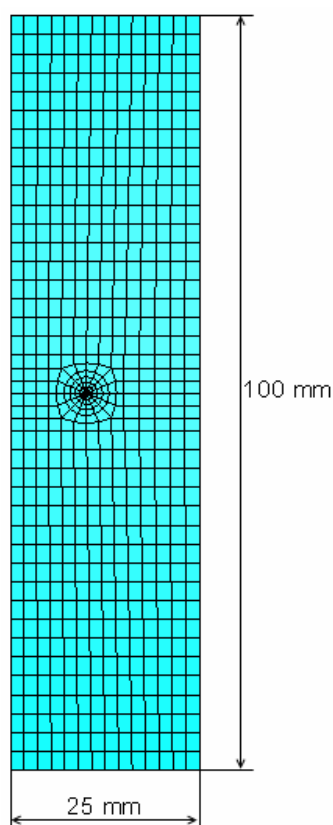
4.2.1 ลักษณะรูปร่างและขนาดของแบบจำลอง

ในการจำลองด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ จะพิจารณาลักษณะของแบบจำลองตามลักษณะชั้นทดสอบซึ่งมีอยู่สองแบบคือแบบความกว้างคงที่และแบบแรงดึง โดยจะแตกต่างกันที่ขนาดของชั้นทดสอบและขนาดของรอยฉีกขาด คือ แบบแรงดึงมีขนาดรอยฉีกขาด เป็น 5, 10, 15 มม. ส่วนแบบความกว้างคงที่เป็น 5, 10, 15, 20, 25, 30 มม.

ลักษณะรูปร่างและขนาดของชั้นทดสอบเป็นแบบความกว้างคงที่ที่มีรอยฉีกขาดด้านเดียว ซึ่งจะต้องมีอัตราส่วนระหว่างความกว้างต่อความสูงของชั้นทดสอบไม่น้อยกว่า 4 $(b/h) \geq 4$ ในการจำลองเลือกใช้ชั้นทดสอบที่สอดคล้องกับการทดลองในหัวข้อ 3.5 คือขนาด สูง 20 มม. กว้าง 148 มม. หนา 2 มม. ส่วนแบบแรงดึงจะมีขนาด สูง 100 มม. กว้าง 25 มม. หนา 2 มม. ตามภาพที่ 4-1 และ 4-2

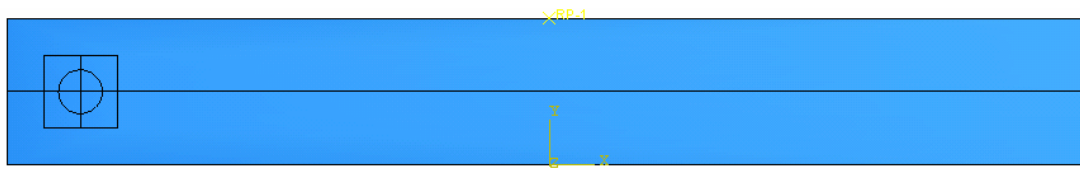


ภาพที่ 4-1 แบบจำลองชิ้นทดสอบแบบความกว้างคงที่จากโปรแกรมอะบาคัส

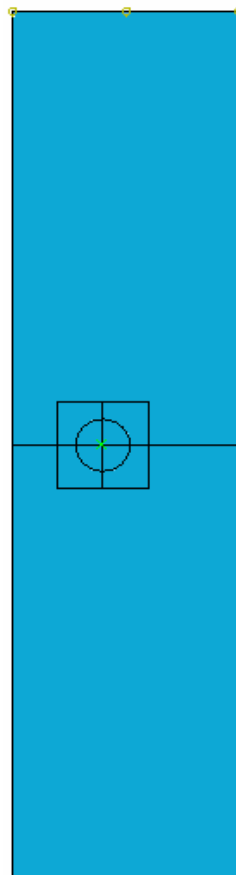


ภาพที่ 4-2 แบบจำลองชิ้นทดสอบแบบแรงดึงจากโปรแกรมอะบาคัส

เมื่อสร้างแบบจำลองมีขนาดตามชิ้นทดสอบแล้ว เนื่องจากการวิเคราะห์การฉีกขาดต้องมีการกำหนดรอยฉีกขาด และมีพฤติกรรมต่างจากการวิเคราะห์ความเค้นความเครียดปกติจะต้องมีการเมชแบบจำลองชิ้นทดสอบ ให้มีลักษณะที่ช่วยให้การคำนวณทางไฟไนต์ได้ดีขึ้น ทำให้ต้องมีการแบ่งส่วนพาร์ติชัน (Partition) เพื่อให้การเมชมีลักษณะที่เหมาะสม โดยแบ่งส่วนพาร์ติชันทำได้ในแสดงตามภาพที่ 4-3



ภาพที่ 4-3 การแบ่งพาร์ติชันของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบความกว้างคงที่



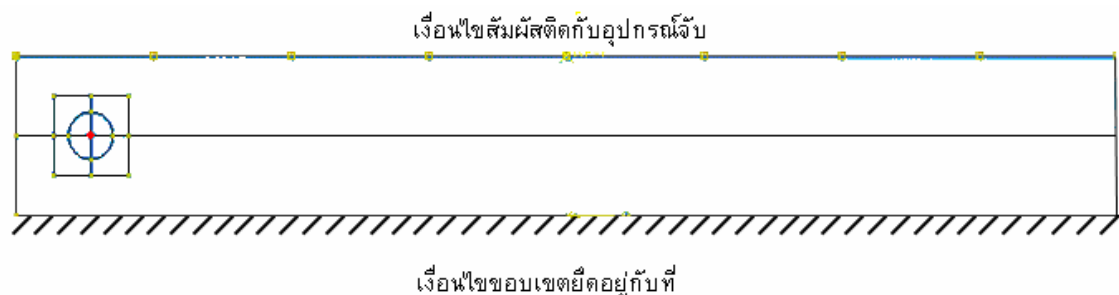
ภาพที่ 4-4 การแบ่งพาร์ติชันของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบแรงดึง

ในการจำลองพฤติกรรมของชิ้นทดสอบการฉีกขาดแบบความกว้างคงที่และแบบแรงดึงจะประกอบไปด้วยแบบจำลองทั้งหมด 2 แบบจำลองคือ แบบจำลองชิ้นทดสอบและแบบจำลองของผิวแข็งแรงที่ชิ้นทดสอบสัมผัสอยู่ โดยจะให้ภาระระยะยึดกับผิวแข็งแรงที่ติดกับชิ้นทดสอบ

แบบจำลองวัสดุที่เลือกใช้ตามที่พิจารณาแล้วในหัวข้อ 3.3 คือแบบจำลองของไฮวและแวนเดอร์วาล์ว เนื่องจากยางเป็นวัสดุที่มีการเสียรูปมาก (Large Deformation) ดังนั้นในการจำลองปัญหาที่มีวัสดุเป็นยางต้องคำนึงถึงผลข้อนี้ด้วย โดยการกำหนดให้โปรแกรมคำนึงถึงผลของการเสียรูปมากด้วยการเลือกพิจารณา ความไม่เชิงเส้นของลักษณะรูปร่าง (Geometric Nonlinearity ,NLGEOM) และการกำหนดเงื่อนไขและภาระต่างๆ ของแบบจำลองแบบทั้งสองแบบคือแบบแรงดึงและแบบความกว้างคงที่จะเหมือนกันดังจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

4.2.2 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขสัมผัส

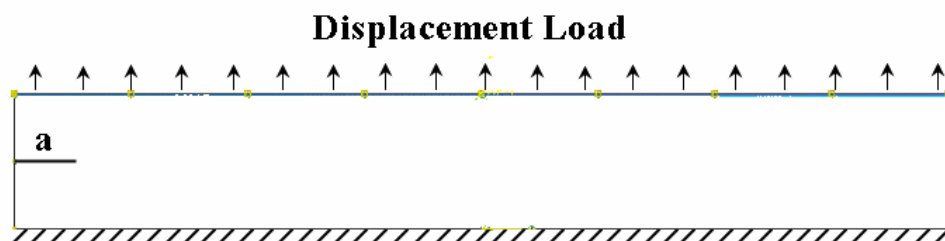
เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองต้องสอดคล้องตามการทดลองจริง คือด้านล่างของชิ้นทดสอบจะถูกยึดไม่สามารถเลื่อนได้ ส่วนด้านบนจะติดกับเส้นวัสดุแข็งเกร็งและจะให้แรงดึงที่ขึ้นนี้เพื่อให้ชิ้นทดสอบได้รับแรงกระจายเท่ากันตลอด และใช้ในการนำแรงปฏิกิริยามาคำนวณหาค่าพารามิเตอร์อื่นต่อไป ดังนั้นบริเวณที่ชิ้นทดสอบติดกับวัสดุแข็งเกร็งนั้นจะให้เงื่อนไขการสัมผัสเป็นแบบติดกัน (Tie)



ภาพที่ 4-5 เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

4.2.3 การกำหนดภาระที่กระทำกับชิ้นทดสอบ

การกำหนดภาระให้กับแบบจำลองจะเป็นแบบแรงดึงที่กระทำกับชิ้นวัสดุแข็งเกร็งโดยจะมีลักษณะเป็นภาระแบบระยะยึด คือจะกำหนดระยะการเคลื่อนที่ให้กับชิ้นวัสดุแข็งเกร็งทำให้แบบจำลองชิ้นทดสอบที่ติดกับชิ้นวัสดุแข็งเกร็งยืดออกไปด้วย



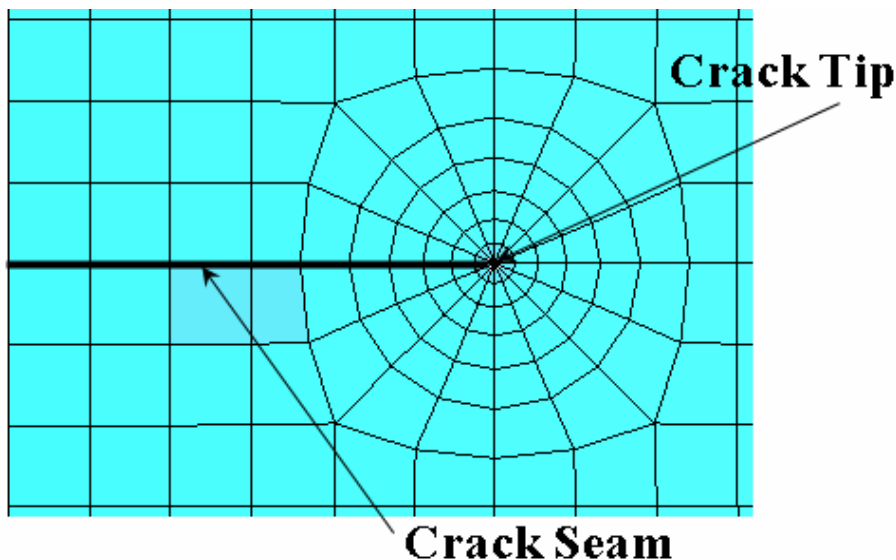
ภาพที่ 4-6 เงื่อนไขขอบเขตและภาระที่กระทำกับแบบจำลองชิ้นทดสอบ

4.3 ลักษณะการเมชและการกำหนดเอลิเมนต์บริเวณปลายรอยฉีกขาด

หลังจากการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในสองมิติของชิ้นทดสอบแล้ว กระบวนการต่อมาคือการแบ่งรูปร่างแบบจำลองออกเป็นชิ้นส่วนย่อยๆ เรียกว่าการเมชสามารถทำได้โดยใช้โปรแกรมอะบาคัส ซีเออี (ABAQUS/CAE) การเมชชิ้นทดสอบจะใช้ลักษณะรูปร่างของเอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมเป็นหลัก โดยให้เอลิเมนต์มีคุณภาพกล่าวคือให้เอลิเมนต์ไม่มีการบิดตัวมากที่สุด ยกเว้นที่บริเวณปลายรอยแตกหักจะใช้การเมชแบบพิเศษโดยจะทำการแบ่งพาร์ทิชัน (Partition) แยกส่วนออกไปโดยสนใจการเมชเป็นสามลักษณะส่วนบริเวณรอยฉีกขาด คือการเมชแบบสวீป, การเมชแบบสี่เหลี่ยมปกติและการเมชแบบสามเหลี่ยม

4.3.1 การเมชแบบสวี่ป

การเมชแบบสวี่ปจะแบ่งพาร์ทิชันเป็นวงกลมและทำการเมชโดยใช้เอลิเมนต์แบบพิเศษใช้อัลกอริทึมในการเมชแบบสวี่ป (Sweep Mesh) เอลิเมนต์จะมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม ส่วนที่บริเวณอื่นจะเป็นการเมชแบบฟรี (Free Mesh) ตามภาพที่ 4-8 การกำหนดการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์ ที่บริเวณปลายรอยฉีกขาด จะใช้การแบ่งพาร์ทิชันวงกลมออกเป็น 16 ส่วน และในการแบ่งตามรัศมีจะแบ่งออกเป็น 5 ส่วน โดยขนาดแต่ละส่วนจะมีสัดส่วนเพื่อใช้เอลิเมนต์ขนาดที่เหมาะสม ทำได้โดยการใช้เครื่องมือของโปรแกรมในโมดูลเมช (Mesh Module) คือเครื่องมือการแบ่งแบบไบแอส (Bias Seed) ให้ทิศทางเข้าสู่จุดศูนย์กลาง มีอัตราส่วนไบแอส (Bias Ratio) เป็น 2 ดังแสดงในภาพที่ 4-7



ภาพที่ 4-7 การเมชบริเวณปลายรอยฉีกขาด

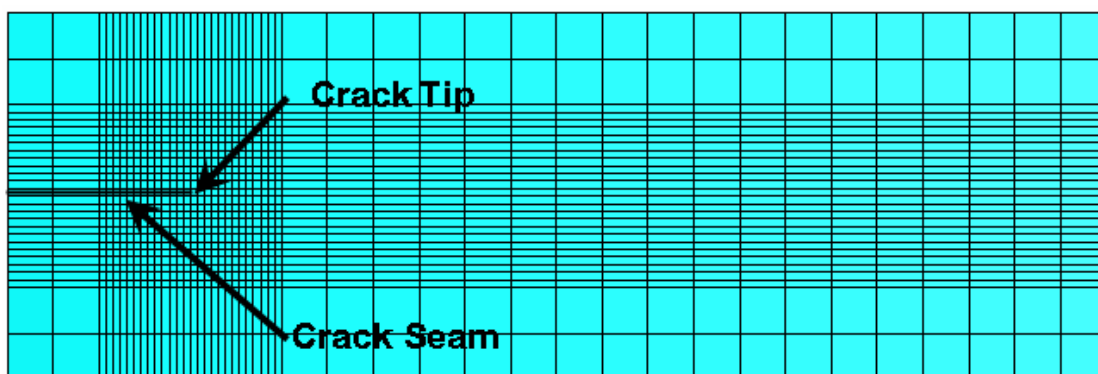


ภาพที่ 4-8 การกำหนดลักษณะการเมชของแบบจำลองชั้นทดสอบ

ที่บริเวณรอบปลายรอยฉีกขาด จะประกอบด้วยเอลิเมนต์แบบพิเศษแบบซิงกูลาริตี้ [32] (Singularity Element) จำนวน 16 เอลิเมนต์ โดยแต่ละเอลิเมนต์จะมีอัตราส่วนของโหนดตรงกลางของเอลิเมนต์เป็น $\frac{1}{4}$ โดยแบ่งเป็น 5 ชั้น รายละเอียดดูเพิ่มเติมในภาคผนวก ค

4.3.1 การเมชแบบสี่เหลี่ยม

การเมชแบบสี่เหลี่ยมจะแบ่งพาร์ทิชันออกเป็นสี่เหลี่ยมล้อมปลายรอยฉีกขาด และทำการเมชโดยใช้เอลิเมนต์ลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมเป็นการเมชแบบฟรี (Free Mesh) ตามภาพที่ 4-9 การกำหนดแบ่งส่วนย่อยให้สี่เหลี่ยมที่บริเวณล้อมรอบรอยฉีกขาด แบ่งส่วนย่อยเป็น 400 ส่วนหรือเป็น 400 เอลิเมนต์ โดยแต่ละเอลิเมนต์มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมในส่วนการกำหนดลักษณะจำเป็นในการคำนวณค่า $J - Integral$ ทำเช่นเดียวกับการเมชแบบสวิป



ภาพที่ 4-9 การกำหนดลักษณะการเมชแบบสี่เหลี่ยมของแบบจำลองชั้นทดสอบ

ภาพที่ 4-10 การแบ่งส่วนการเมฆแบบสี่เหลี่ยมของแบบจำลองชั้นทดสอบ

4.4 การคำนวณหาค่าพลังงานการฉีกขาดจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการคำนวณหาค่าพลังงานการฉีกขาดสามารถทำได้สองวิธีคือการคำนวณพลังงานรวม เช่นเดียวกับการหาค่าจากการทดลองในหัวข้อ 3.5 โดยนำค่าแรงปฏิกิริยาที่กระทำกับชั้นทดสอบกับระยะยืดที่ได้จากการจำลองด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ และอีกวิธีใช้คุณสมบัติของโปรแกรมอะบาคัส ซีเออี ที่มีเครื่องมือในการคำนวณค่า $J - Integral$

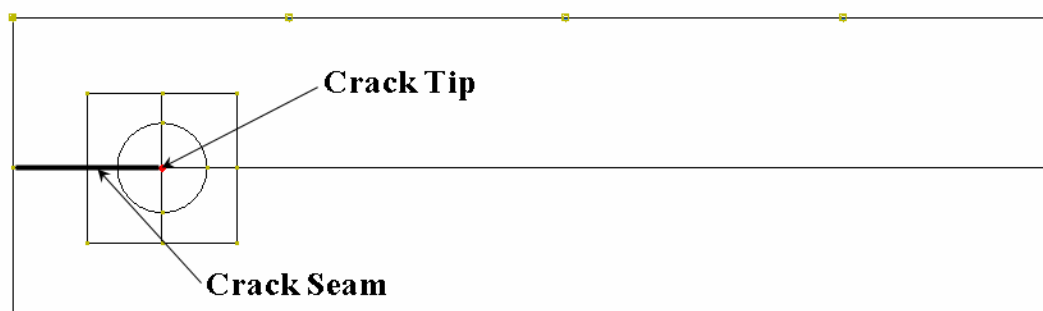
4.4.1 การหาค่าพลังงานการฉีกขาดจากวิธีพลังงานรวม

สามารถทำได้โดยนำค่าแรงปฏิกิริยากับระยะยืดที่รอยฉีกขาดขนาดต่าง ๆ มาเขียนกราฟคำนวณหาค่าพลังงานรวมจากการอินทิเกรตหาพื้นที่ใต้กราฟ ของค่าแรงปฏิกิริยากับระยะยืด จากนั้นนำค่าพลังงานที่ได้มาเขียนกราฟกับขนาดรอยฉีกขาดที่ระยะยืดต่าง ๆ

และหาอนุพันธ์ของความสัมพันธ์จะได้ค่า $\frac{dU}{da}$ และนำไปแทนค่าใน $J = -\frac{1}{t} \frac{dU}{da}$ เช่นเดียวกับวิธีในการทดลองเพียงแต่นำข้อมูลแรงกับระยะยืดจากผลของการจำลองไปทำการคำนวณแทน

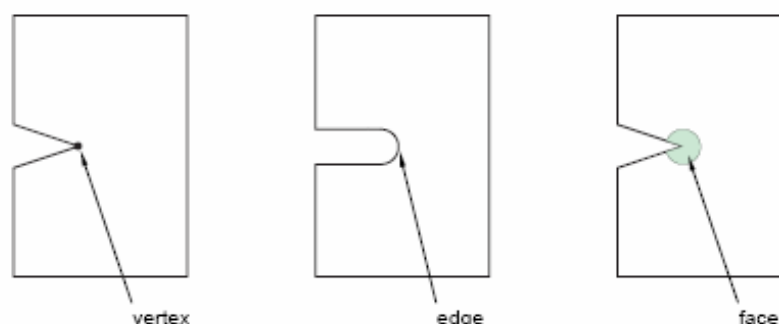
4.4.2 การหาค่าพลังงานการฉีกขาดจากวิธี $J - Integral$

วิธีนี้มีทฤษฎีพื้นฐานตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.9.3 ทำการหาค่าพลังงานที่กระจายผ่านเส้นทางเดินที่ล้อมรอบบริเวณปลายรอยแตกหักโดยใช้การอินทิเกรตตามเส้นทางเดินที่ล้อมรอบนั้น ในการใช้เครื่องมือในโปรแกรมอะบาคัส ซีเออี [14] จะมีคุณลักษณะสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาการแตกหักในโมดูลของอินเตอร์แอคชั่น (Interaction Module) โดยเริ่มจากการกำหนดเส้นขอบที่จะเกิดการแยกตัวออกจากกัน (Crack Seam) โดยรอยเส้นขอบที่กำหนดจะแยกออกเมื่อมีแรงกระทำกับแบบจำลองชั้นทดสอบ



ภาพที่ 4-11 การกำหนดเส้นรอยการฉีกขาดและปลายรอยฉีกขาด

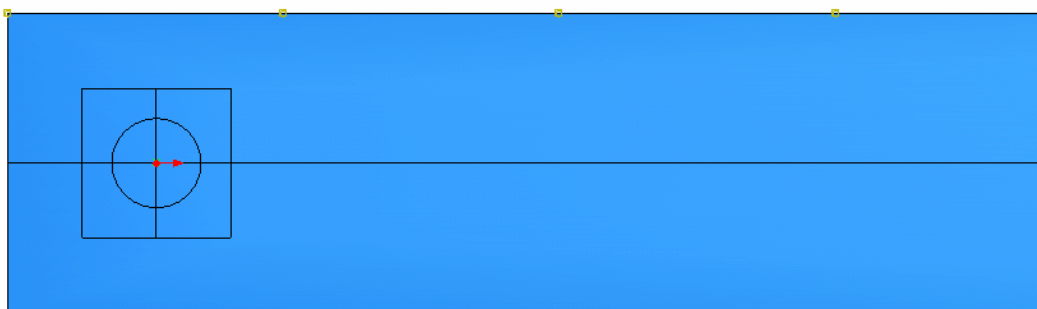
การกำหนดพื้นที่หน้าปลายรอยแตกหัก เนื่องจากเป็นปัญหาแบบสองมิติและรอยฉีกขาดมีลักษณะเป็นปลายแหลม บริเวณหน้าปลายรอยแตกหักจึงมีลักษณะเป็นจุด หรือเป็นจุดปลายรอยแตกหักตามภาพที่ 4-9 โดยจุดนี้จะเป็นจุดที่จะสร้างเส้นทางเดินล้อมรอบเพื่อใช้ในการคำนวณพารามิเตอร์ $J - Integral$



ภาพที่ 4-12 การกำหนดปลายรอยฉีกขาดลักษณะต่างๆ

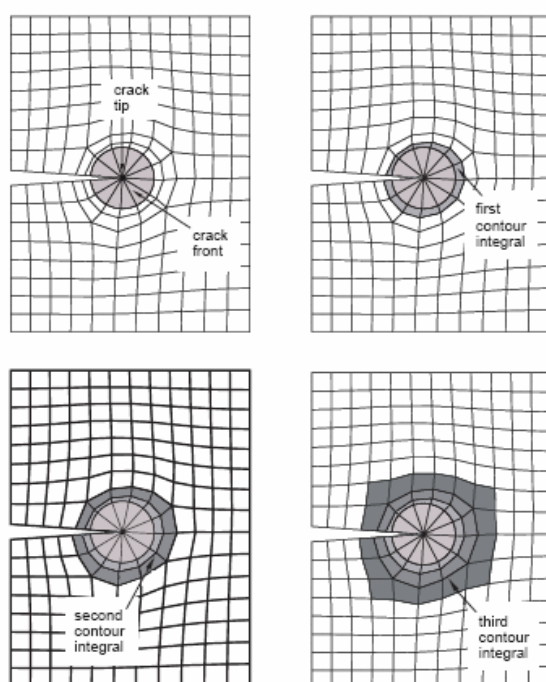
การกำหนดทิศทางการขยายตัวของรอยแตกหัก เพื่อกำหนดการขยายตัวของรอยฉีกขาดทำได้โดยใส่ค่าเวกเตอร์ทิศทางการขยายตัวของรอยฉีกขาด หรือกำหนดจุดเริ่มต้นและสุดท้ายจากในแบบจำลองขึ้นทดสอบตามภาพที่ 4-9

การกำหนดขั้นตอนในการวิเคราะห์จะกำหนดขั้นตอนตามระยะยืด เช่นระยะยืด 10 มม. จะมี 10 ขั้นตอน (Step) จะสัมพันธ์กับการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่แต่ละขั้นตอนโดยเพิ่มครั้งละ 1 มม. เพื่อความสะดวกในการแปลผลให้อยู่ใน $J - Integral$ กับขนาดรอยฉีกขาดของแต่ละระยะยืดในการแสดงผลการวิเคราะห์



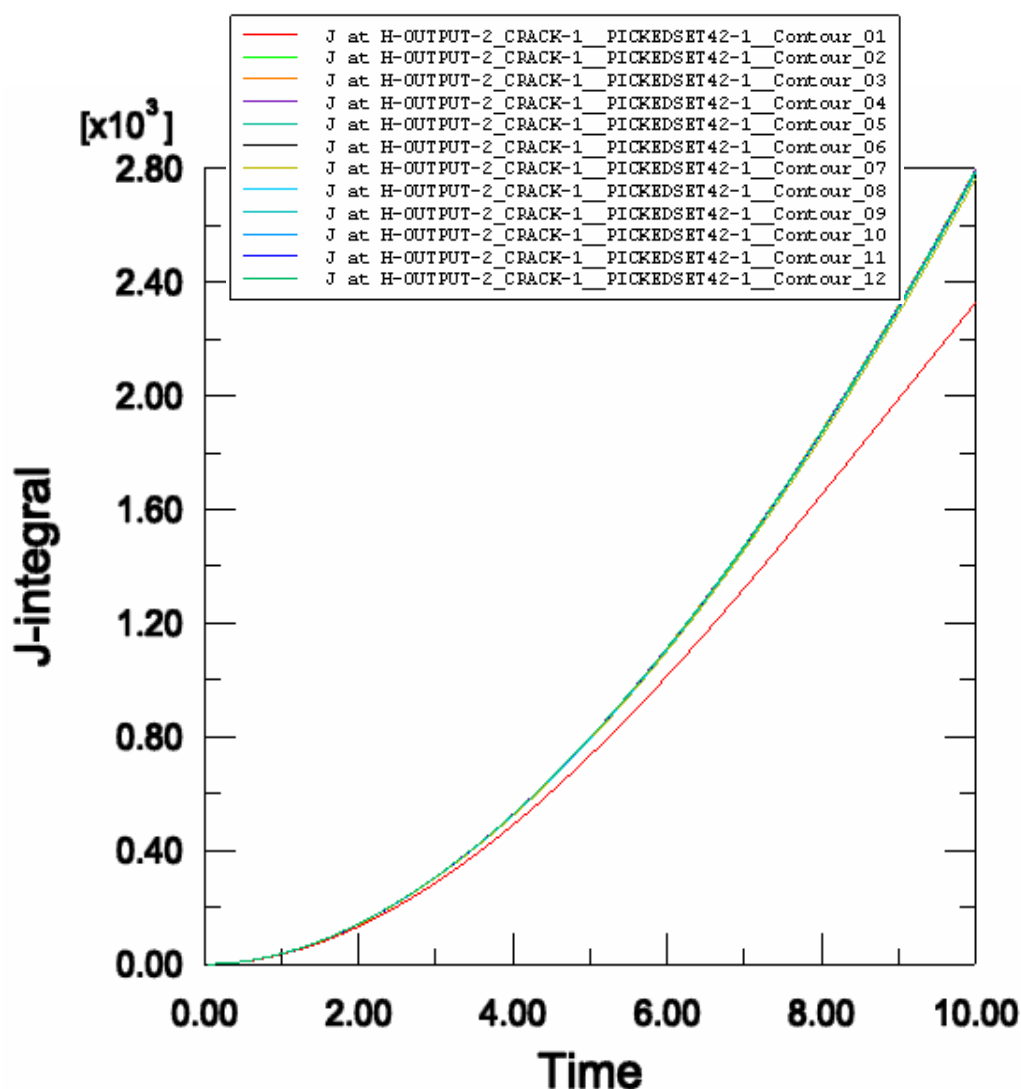
ภาพที่ 4-13 การกำหนดทิศทางการขยายตัวรอยร้าวด้วยเวกเตอร์

การกำหนดพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การร้าว และกำหนดจำนวนเส้นทางเดินที่ล้อมรอบปลายรอยแตก (Contour) จะอยู่ในการกำหนดผลจากการคำนวณด้วยโปรแกรมในโมดูลสเตป (Step) กำหนดฮิสทอรีเอาต์พุต (History Output) โดยสามารถเลือกพารามิเตอร์ต่างๆ ให้เหมาะสมกับปัญหา ใช้พารามิเตอร์ $J - Integral$ และกำหนดจำนวนเส้นทางเดินรอบปลายรอยแตก ใช้ 12 รอบ เพื่อทำการตัดข้อมูลค่าจากเส้นทางล้อมรอบที่แตกต่างกันออกไป คือต่ำสุดและสูงสุด โปรแกรมจะทำการแบ่งพื้นที่รอบปลายรอยร้าวเป็นชั้นๆ ในแต่ละรอบของเส้นทางเดินตามภาพที่ 4-12



ภาพที่ 4-14 พื้นที่ในเส้นทางเดินที่ล้อมรอบปลายรอยร้าว [14]

ผลที่ได้จากการคำนวณที่ได้จะแสดงในฮิสทอรีเอาต์พุต (History Output) คือพารามิเตอร์ $J - Integral$ ของแต่ละเส้นทางเดิน หากข้อมูลมีความแตกต่างกันจะตัดข้อมูลวงใกล้ปลายรอยฉีกขาดออก เนื่องจากบริเวณปลายของชั้นทดสอบจริงมีพฤติกรรมความเค้นความเครียดสูงมาก ทำให้แบบจำลองวัสดุไฮเปอร์อีลาสติกไม่สามารถแสดงพฤติกรรมที่สอดคล้องได้ ผลที่ได้จากการจำลองจะได้พารามิเตอร์ $J - Integral$ ณ ขณะเวลาใดจะต้องเปลี่ยนให้อยู่ในระยะยืดหรือขนาดรอยฉีกขาดโดยเทียบได้กับข้อมูลระยะยืดกับเวลาที่ได้จากการคำนวณเช่นเดียวกัน เมื่อได้ข้อมูลครบตามขนาดรอยฉีกขาดที่กำหนดในแต่ละขนาด จากนั้นทำการนำข้อมูลที่ได้มาปรับให้แสดงในลักษณะของค่า $J - Integral$ กับขนาดรอยฉีกขาด



ภาพที่ 4-15 ผลที่ได้จากการจำลองพารามิเตอร์ $J - Integral$
ของแบบจำลองชั้นทดสอบแบบรูดึง

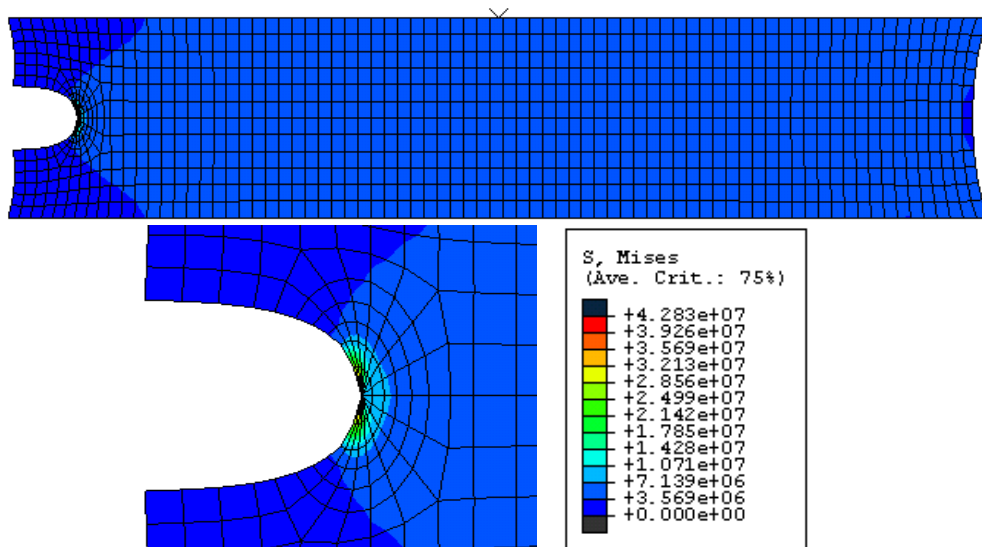
บทที่ 5

ผลการวิจัย

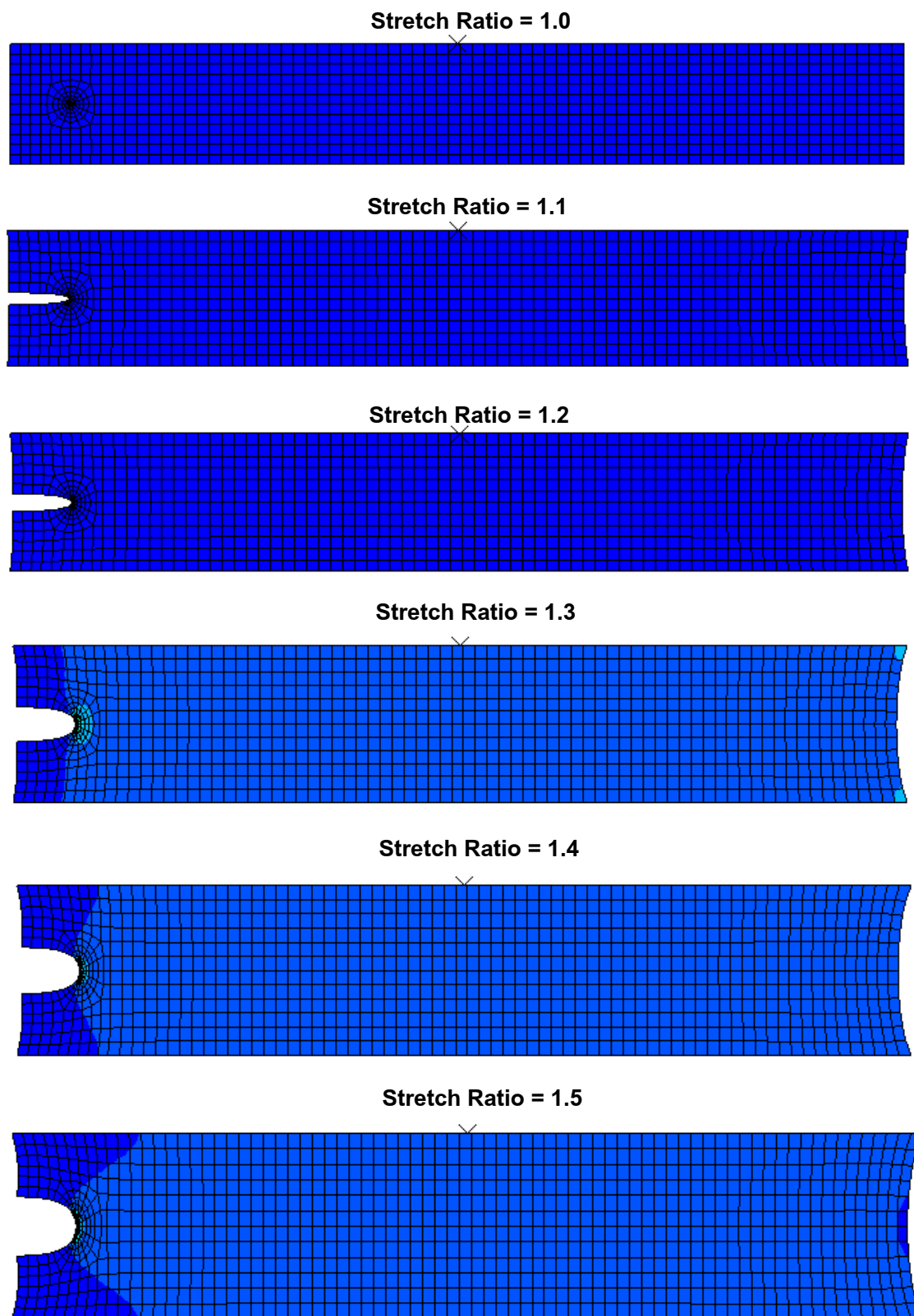
ในบทนี้จะแสดงผลที่ได้จากการวิจัยโดยแบ่งเป็น 3 ส่วน ส่วนแรกคือการยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ส่วนที่สองคืออิทธิพลของเทคนิควิธีการหาค่าพลังงานการบิดจากจากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการทดลอง และส่วนสุดท้ายคืออิทธิพลของแบบจำลองวัสดุ เพื่อสามารถพิจารณาหาแบบจำลองวัสดุและเทคนิควิธีการหาค่าที่เหมาะสมกับวัสดุประเภทไฮเปอร์อีลาสติก

5.1 การยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

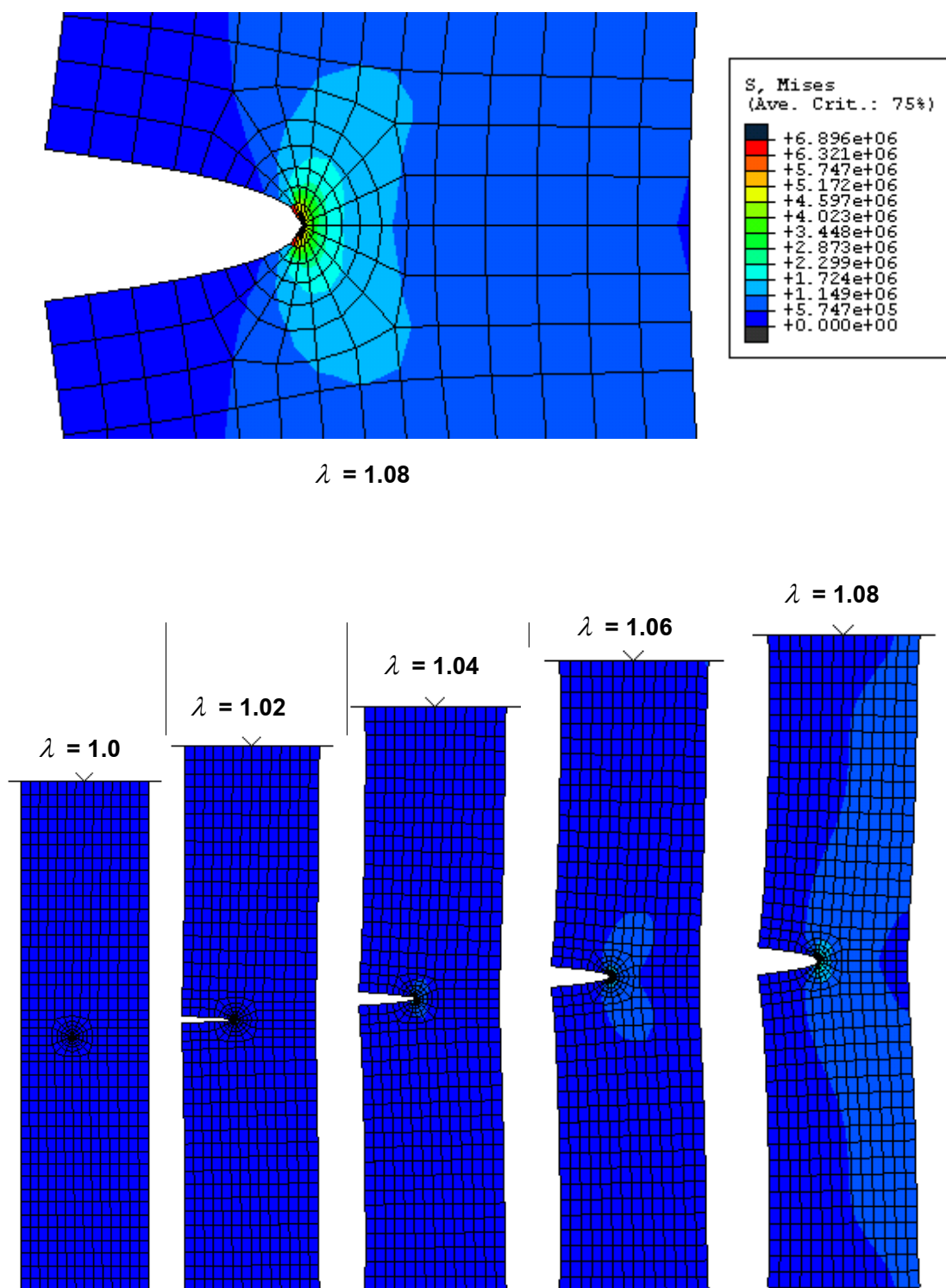
งานวิจัยนี้ยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยการเปรียบเทียบจากผลของแรงที่กระทำกับชิ้นงาน (F) และค่าการเคลื่อนตัวในแนวเดียวกับแรงดึงที่บริเวณขอบของชิ้นทดสอบ (u) ดังแสดงในภาพที่ 5-4 ถึงภาพที่ 5-7 เนื่องจากเป็นพารามิเตอร์ที่สามารถวัดได้โดยตรงจากการทดสอบ จากการพิจารณาพบว่าค่าแรงและระยะยืดระหว่างการจำลองด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองมีแนวโน้มไปทางเดียวกัน แต่มีข้อแตกต่างที่ความโค้งของเส้นแทนข้อมูลเกิดจากสมมติฐานในการจำลอง ที่กำหนดให้วัสดุเป็นวัสดุเอกพันธ์มีเนื้อเดียวกันตลอดทั้งชิ้นทดสอบและข้อจำกัดของแบบจำลองที่เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ ไม่สามารถแสดงแทนผลตอบสนองพฤติกรรมของวัสดุได้จริงตลอดในทุกๆ ช่วงของระยะยืดหรือความเครียดของวัสดุ



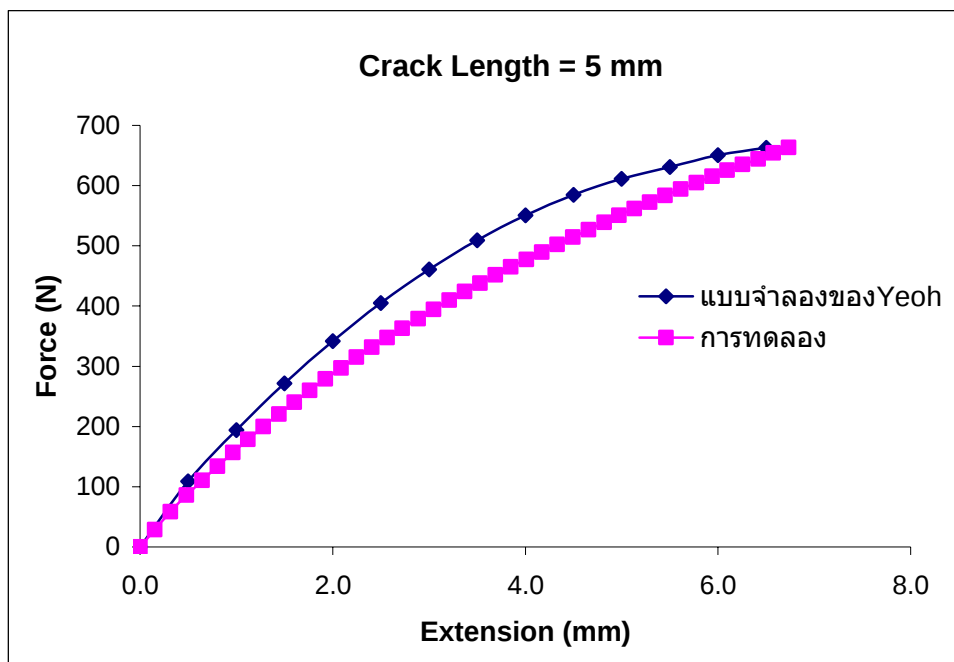
ภาพที่ 5-1 ผลการจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นทดสอบ



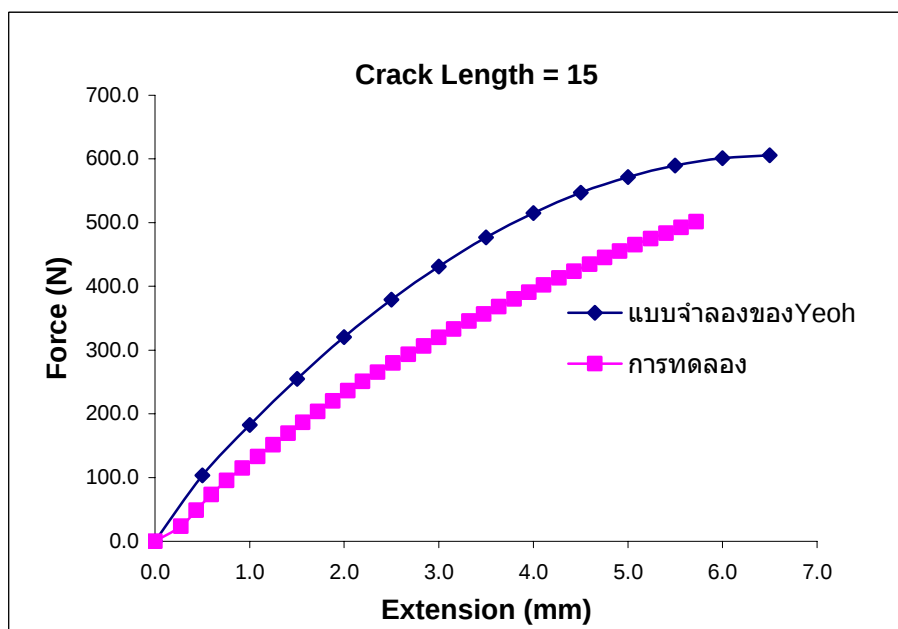
ภาพที่ 5-2 ผลการจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นทดสอบแบบความกว้างคงที่



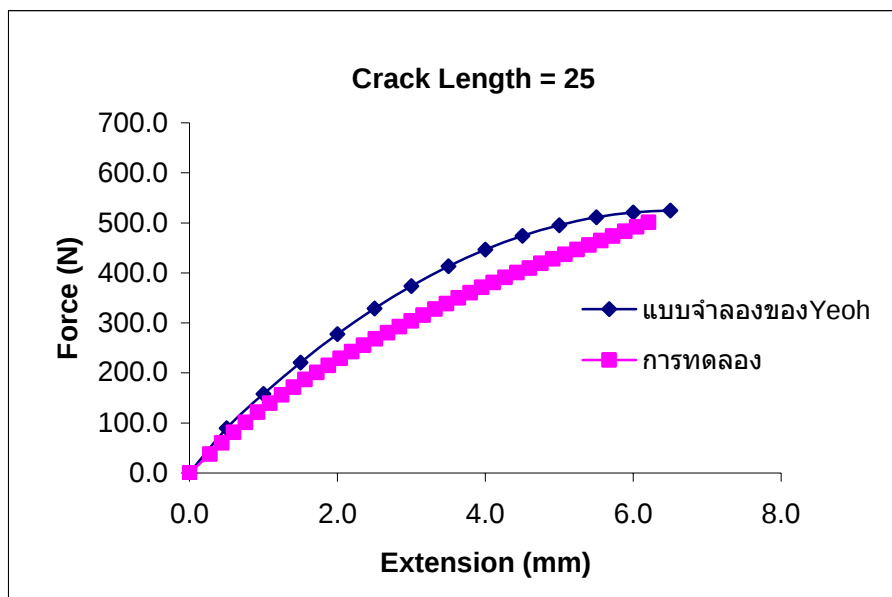
ภาพที่ 5-3 ผลการจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นทดสอบแบบแรงดึง



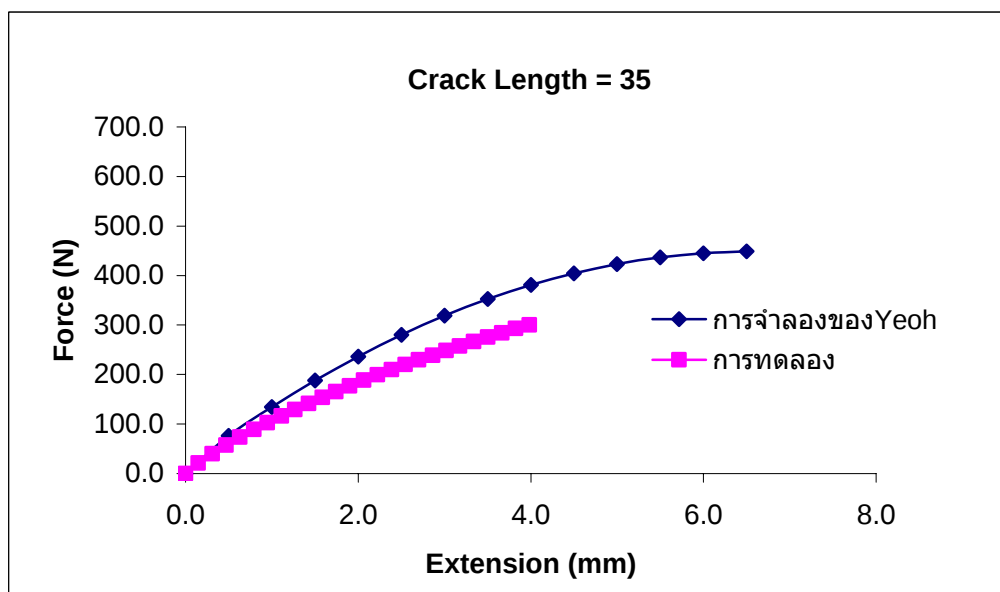
ภาพที่ 5-4 แรงกับระยะยืดที่ขนาดรอยร้าวเท่ากับ 5 มม.



ภาพที่ 5-5 แรงกับระยะยืดที่ขนาดรอยร้าวเท่ากับ 15 มม.



ภาพที่ 5-6 แรงกับระยะยืดที่ขนาดรอยฉีกขาดเท่ากับ 25 มม.

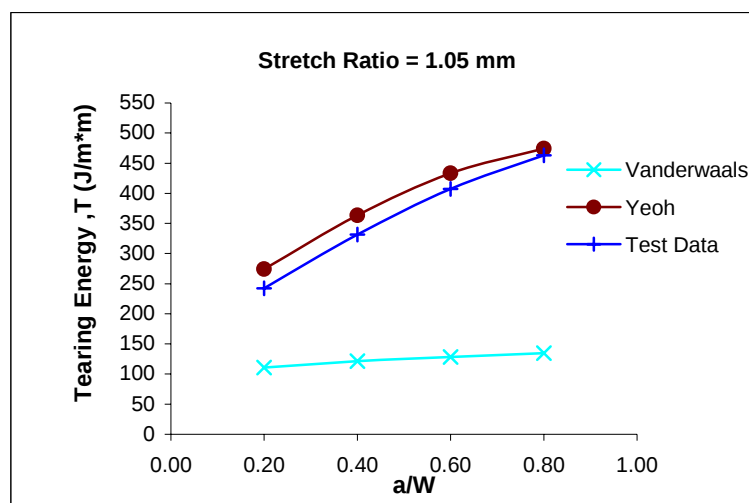


ภาพที่ 5-7 แรงกับระยะยืดที่ขนาดรอยฉีกขาดเท่ากับ 35 มม.

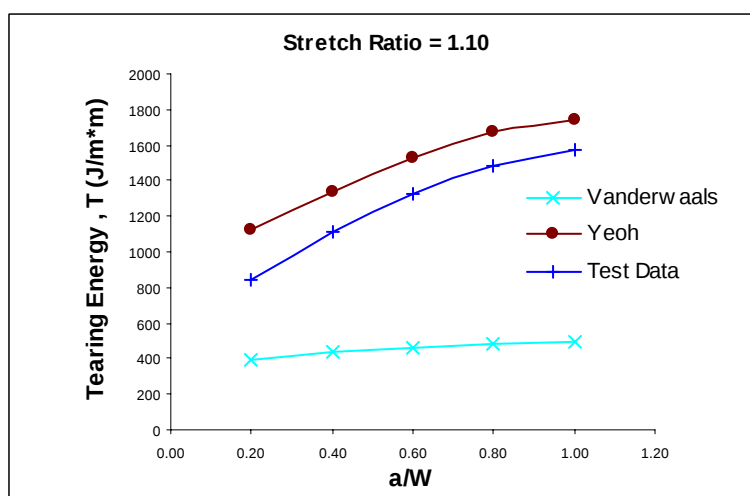
5.2 อิทธิพลของแบบจำลองวัสดุในการจำลองหาค่าพลังงานการฉีกขาด

5.2.1 อิทธิพลของแบบจำลองวัสดุในการวิเคราะห์แบบแรงดึง

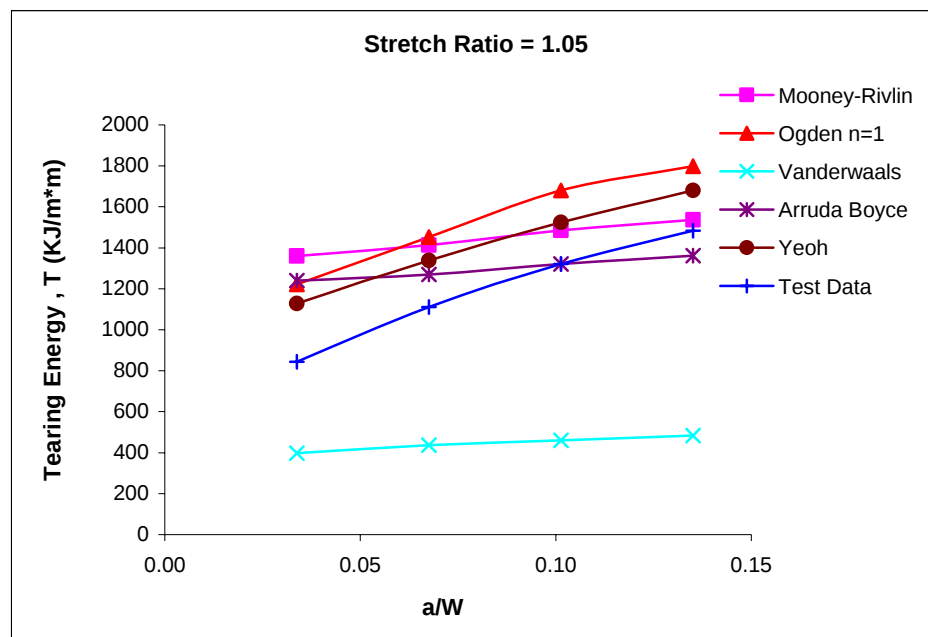
ในการพิจารณาเลือกใช้แบบจำลองวัสดุในงานวิจัย จากพฤติกรรมของความเค้นและความเครียด ในหัวข้อ 3.3 จะเลือกใช้แบบจำลองวัสดุของโยว์และแบบจำลองแวนเดอร์วาลส์เมื่อทำการจำลองหาค่าพลังงานการฉีกขาดได้ผลตามภาพที่ 5-6 และภาพที่ 5-7 พบว่าแบบจำลองแวนเดอร์วาลส์ให้ผลการจำลองที่แตกต่างจากผลของแบบจำลองของโยว์ และผลจากการทดลองมาก



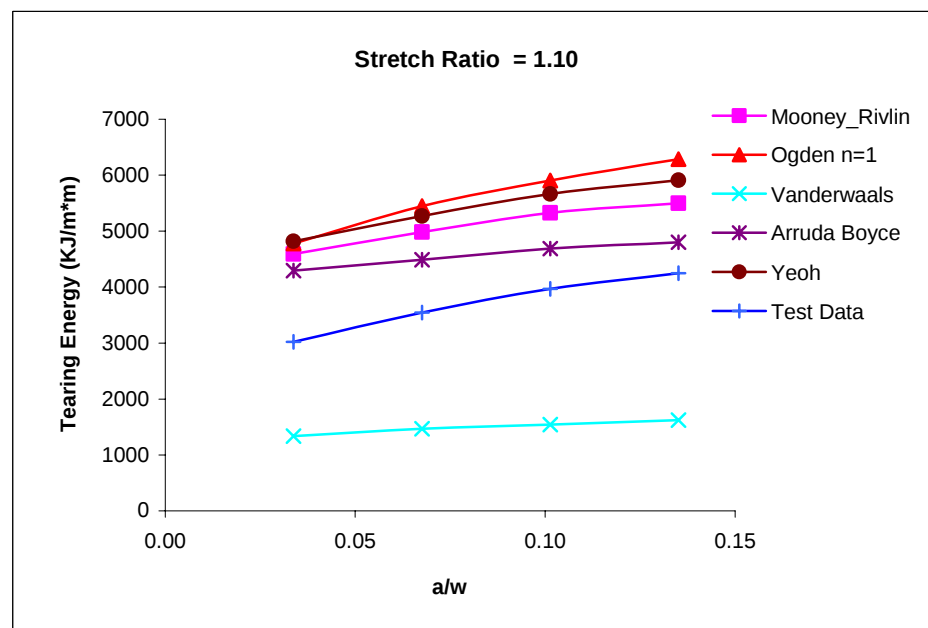
ภาพที่ 5-8 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.05



ภาพที่ 5-9 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.10



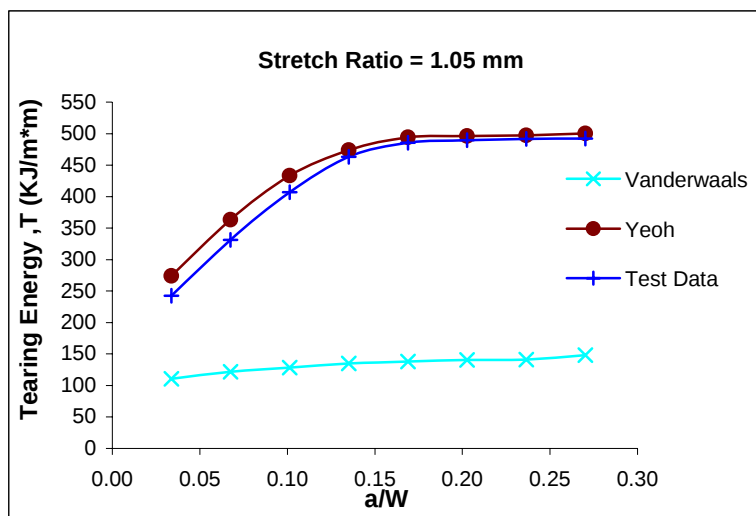
ภาพที่ 5-10 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.05



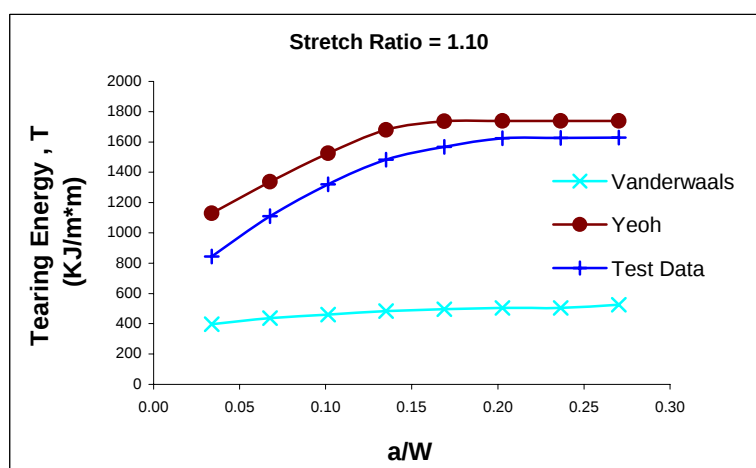
ภาพที่ 5-11 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.10

5.2.2 อิทธิพลของแบบจำลองวัสดุในการวิเคราะห์แบบความกว้างคงที่

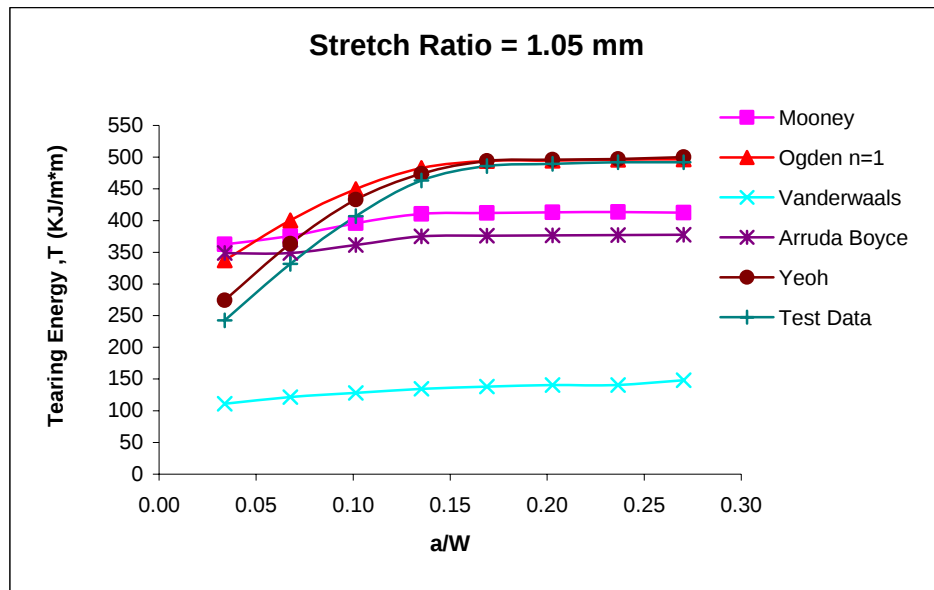
ในการพิจารณาเลือกใช้แบบจำลองวัสดุในงานวิจัย จากพฤติกรรมของความเค้นและความเครียด ในหัวข้อ 3.3 เลือกใช้แบบจำลองวัสดุของโยว์และแบบจำลองแวนเดอร์วาลส์ เมื่อทำการจำลองหาค่าพลังงานการฉีกขาดได้ผลตามภาพที่ 5-12 และ 5-13 พบว่าแบบจำลองแวนเดอร์วาลส์ ให้ผลการจำลองที่แตกต่างจากแบบจำลองของโยว์และผลจากการทดลองมาก ทำให้ผู้วิจัยสนใจแบบจำลองวัสดุอื่นๆ เพิ่มขึ้นอีกดังแสดงในภาพที่ 5-14 ถึงภาพที่ 5-17



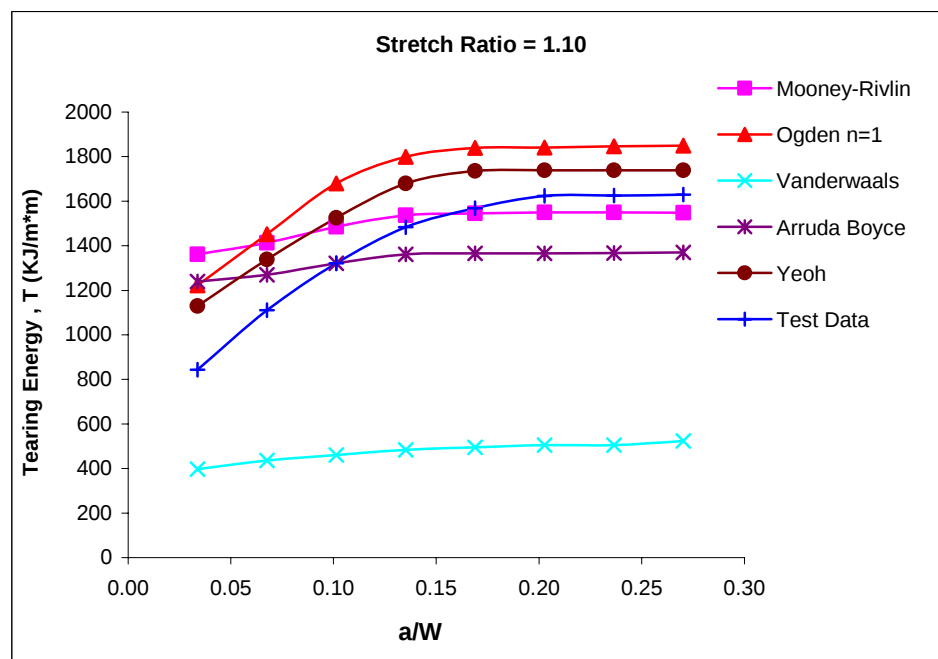
ภาพที่ 5-12 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.05



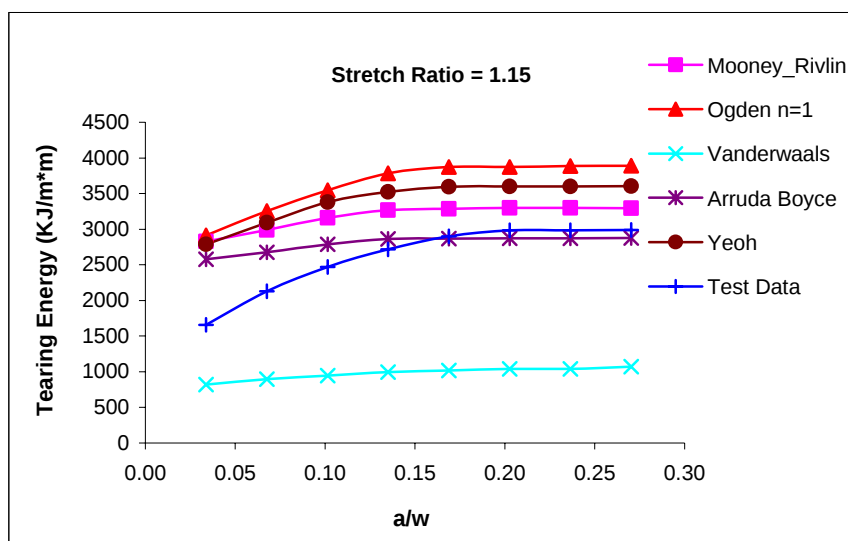
ภาพที่ 5-13 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.10



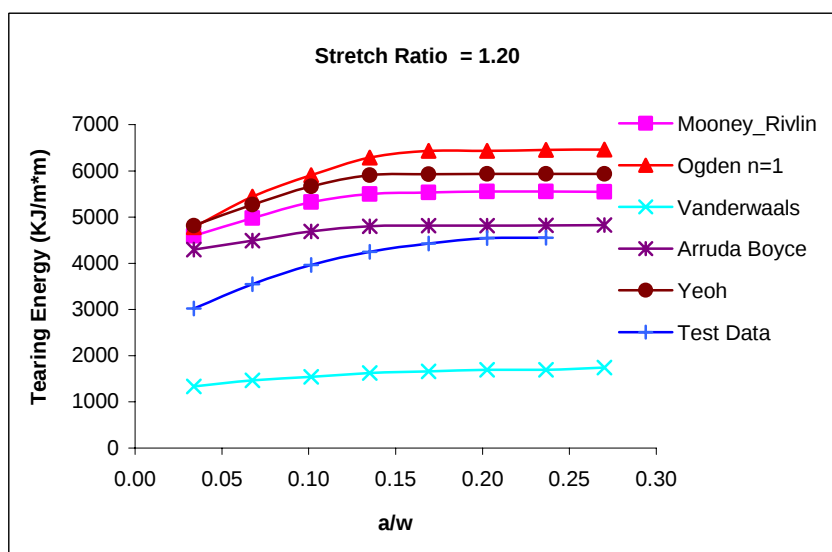
ภาพที่ 5-14 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.05



ภาพที่ 5-15 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.10



ภาพที่ 5-16 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.15



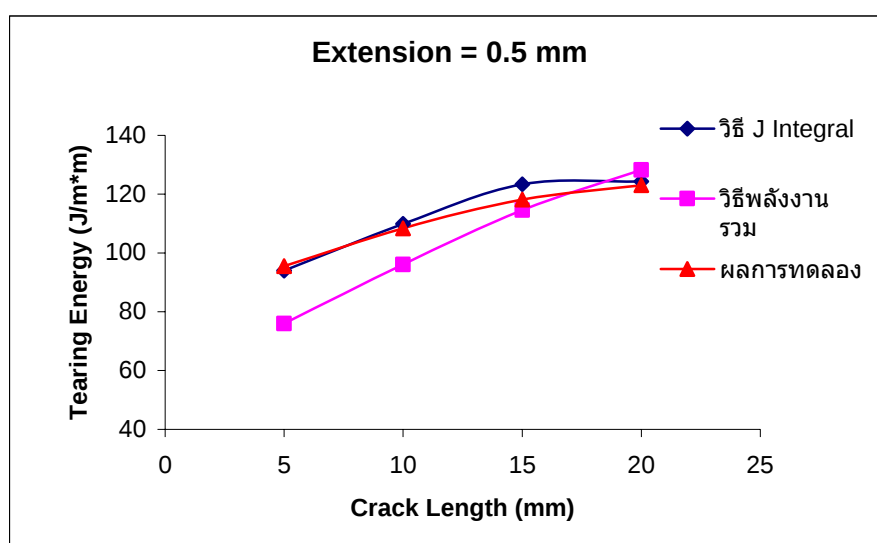
ภาพที่ 5-17 พลังงานการฉีกขาดที่อัตราส่วนระยะยืดเท่ากับ 1.20

จากผลการจำลองพบว่าพลังงานการฉีกขาด ที่ได้จากแบบจำลองแวนเดอร์วาลส์จะมีค่าต่ำกว่าที่ได้จากแบบจำลองอื่นๆ และผลการทดลองอยู่บางส่วนแบบจำลองที่พิจารณาเพิ่มขึ้นมา ก็มีความใกล้เคียงกับผลจากการทดลองพอสมควรเช่น แบบจำลองมูนี-ริฟลินและแบบจำลองออกเดนอันดับที่ 1 แต่แบบจำลองของอูดาห์บอยซ์ในช่วงค่า a/w หรือที่ขนาดรอยฉีกขาดต่ำ ผลที่ได้มีพฤติกรรมแตกต่างจากผลการทดลองมากคือมีความชันของกราฟข้อมูลน้อยกว่า

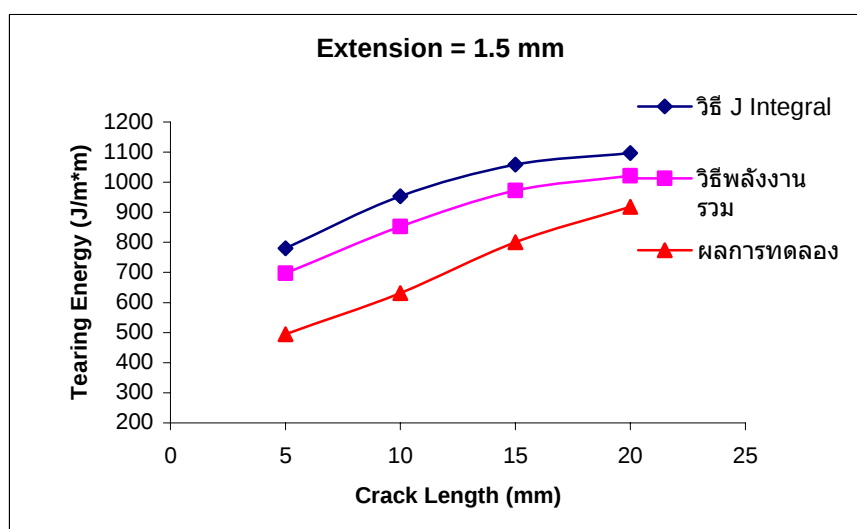
5.3 อิทธิพลของเทคนิควิธีการคำนวณพลังงานการฉีกขาด

วิธีในการคำนวณค่าพลังงานการฉีกขาดจากไฟไนต์เอลิเมนต์ 2 วิธี คือ วิธีพลังงานรวม และวิธีอินทิเกรตตามเส้นทางเดิน ดังที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 4.3 ผลที่ได้จากวิธีทั้งสองก็มีความแตกต่างกันดังแสดงตามภาพที่ 5-18 ถึง 5-23 สำหรับแบบแรงดึงและ แบบความกว้างคงที่

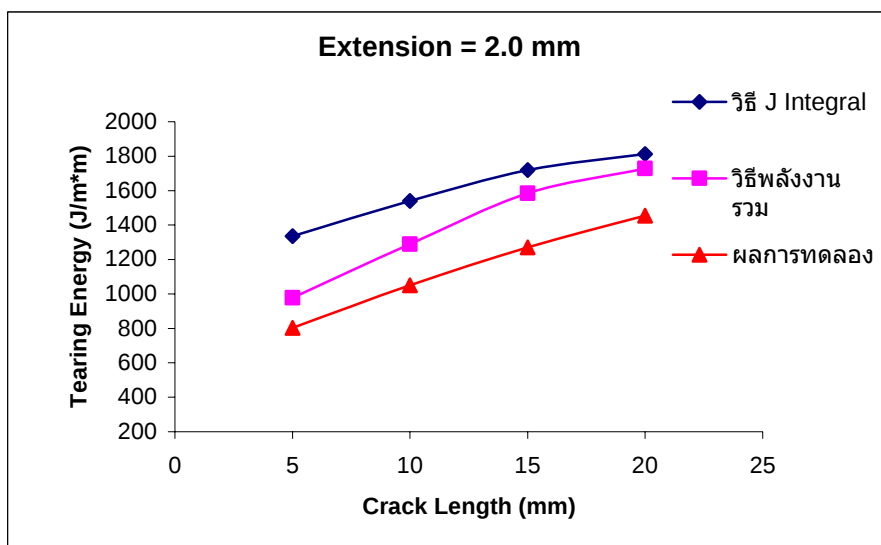
5.3.1 แบบแรงดึง



ภาพที่ 5-18 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 0.5 มม.

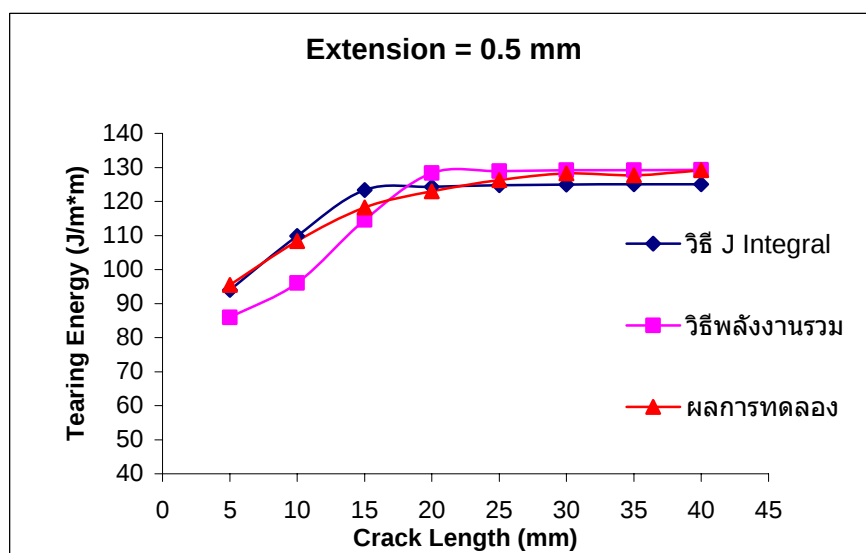


ภาพที่ 5-19 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 0.15 มม.

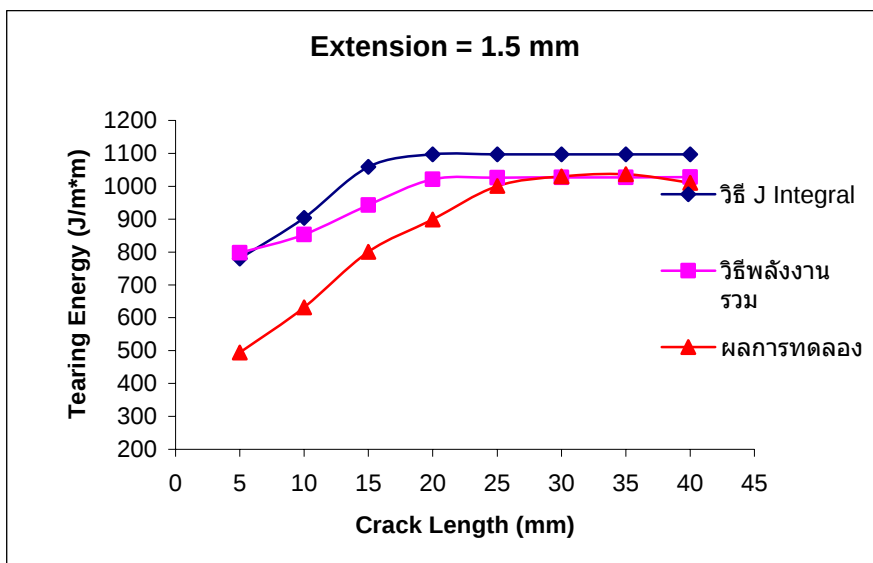


ภาพที่ 5-20 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 2.0 มม.

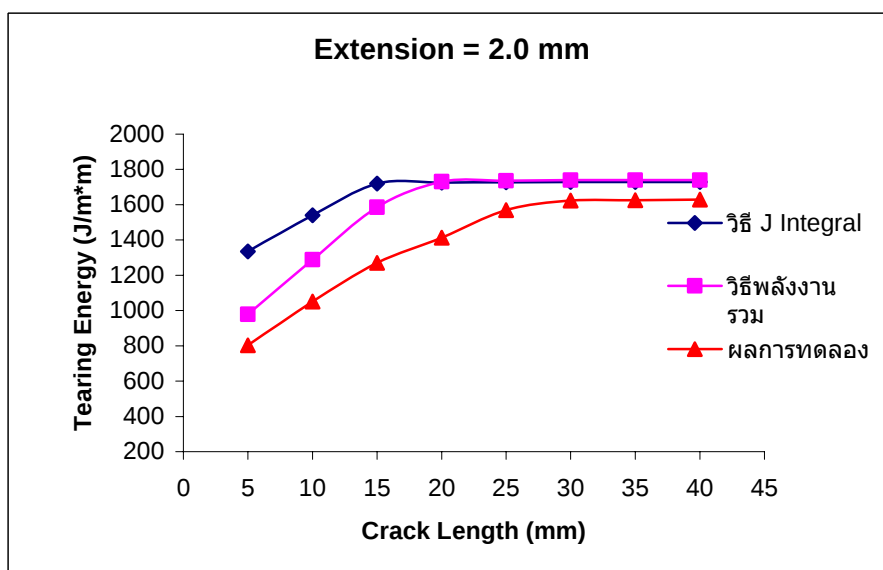
5.3.2 แบบความกว้างคงที่



ภาพที่ 5-21 พลังงานการฉีกขาดที่ระยะยืดเท่ากับ 0.5 มม.



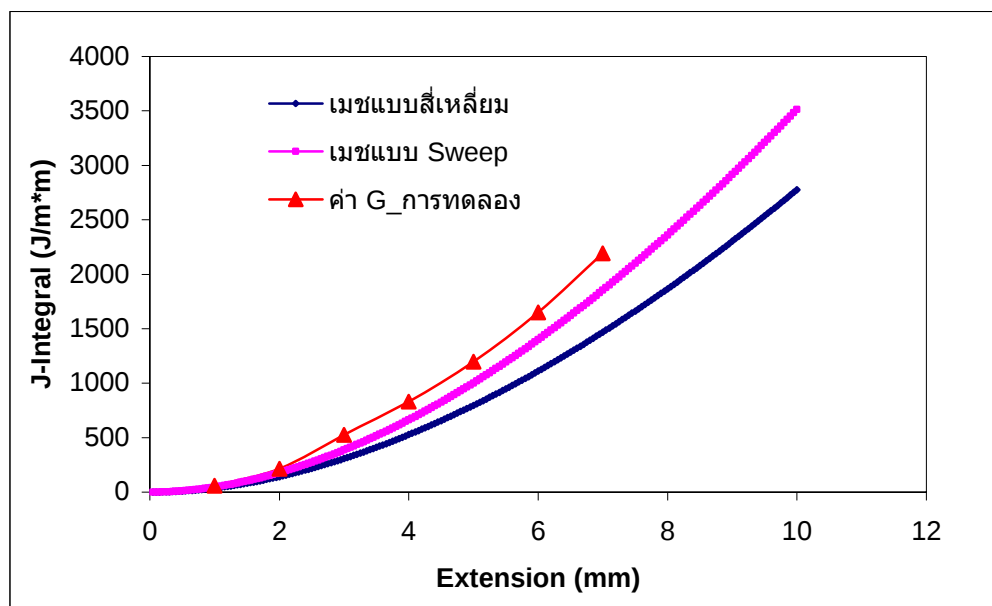
ภาพที่ 5-22 พลังงานการฉีกขาดที่เท่ากับ 1.5 มม.



ภาพที่ 5-23 พลังงานการฉีกขาดที่เท่ากับ 2.0 มม.

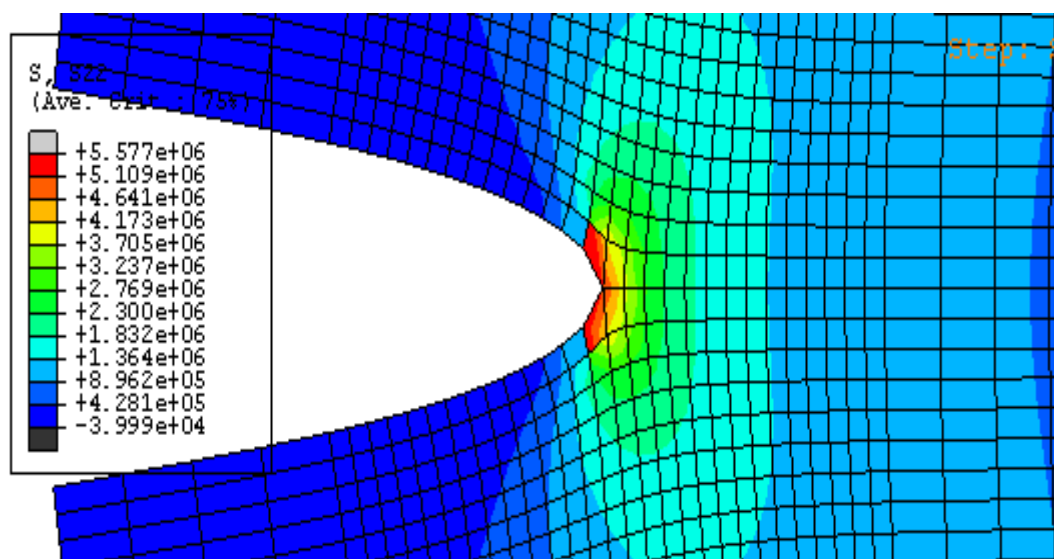
5.4 อิทธิพลของการเมชบริเวณปลายรอยฉีกขาด

จากการทำการจำลองแบบจำลองการฉีกขาดของชิ้นทดสอบที่มีการเมชบริเวณปลายรอยฉีกขาดแตกต่างกันในสองลักษณะคือแบบเอลิเมนต์แบบสวீปและเอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยม ผลที่ได้เปรียบเทียบกับทดลองได้ผลดังนี้

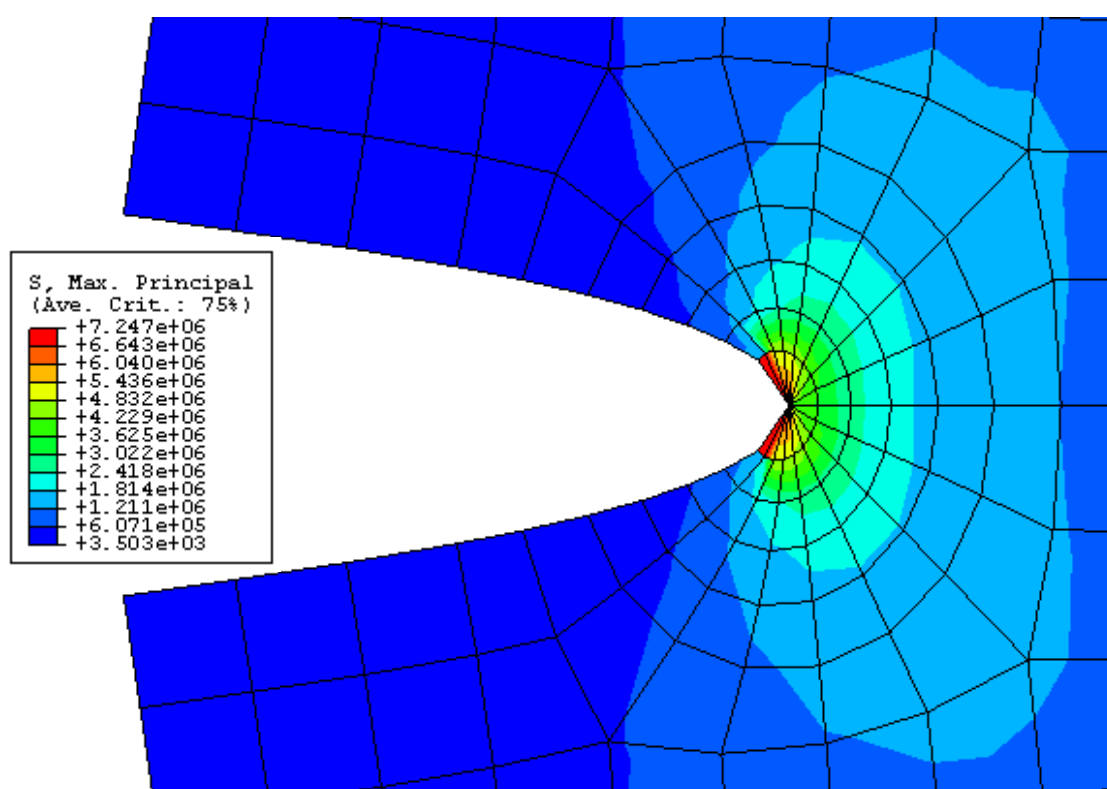


ภาพที่ 5-24 เปรียบเทียบพลังงานการฉีกขาดจากการเมชที่แตกต่างกัน

จากผลในภาพที่ 5-24 พบว่าค่า $J-Integral$ จากการเมชแบบสวี่ปจะได้ค่าที่มากกว่าการเมชแบบสี่เหลี่ยมและใกล้เคียงกับค่าอัตราการปล่อยพลังงานจากการทดสอบมากกว่า ทำให้สามารถสรุปได้ว่าลักษณะการเมชมีผลต่อการคำนวณค่า $J-Integral$ แต่ในช่วงที่มีระยะการยืดตัวน้อยอิทธิพลจากการเมชอาจจะไม่เด่นชัดแต่สำหรับเอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมจะมีเสถียรภาพในการคำนวณทางไฟไนต์เอลิเมนต์คือจะมีการเสียรูปของเอลิเมนต์ ที่บริเวณปลายรอยฉีกขาดน้อยกว่าแบบสวี่ปตามภาพที่ 5-25



แบบสี่เหลี่ยม



แบบสวิป

ภาพที่ 5-25 เปรียบเทียบสนามความเค้นบริเวณปลายรอยฉีกขาด
ที่ลักษณะการเมฆแบบสวิปและแบบสี่เหลี่ยม

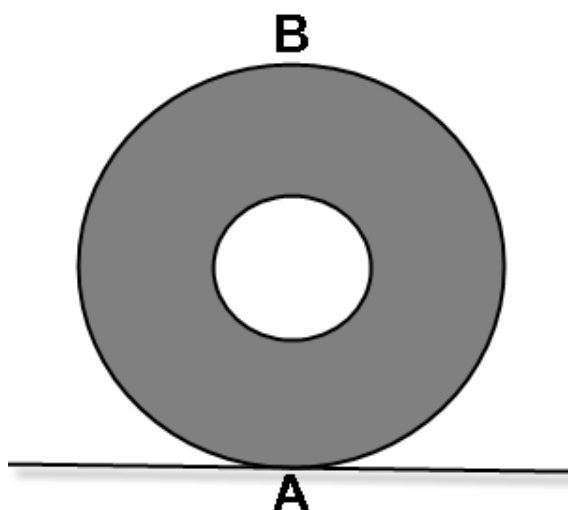
บทที่ 6

การวิเคราะห์การฉีกขาดในล้อยางแบบ 2 มิติ ด้วยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

ในบทนี้จะประยุกต์การแก้ปัญหาการแตกหักฉีกขาด ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในการวิเคราะห์ล้อยางสองมิติ โดยจะทำการวิเคราะห์ความเค้นความเครียดที่เกิดขึ้นขณะ ล้อยางรับน้ำหนักแบบสถิต จากนั้นพิจารณาจุดที่น่าจะเกิดความเสียหายและทำการวิเคราะห์ ปัญหาการฉีกขาดต่อ โดยการสมมติขนาดรอยฉีกขาดเริ่มต้นบริเวณจุดที่สนใจในการวิเคราะห์ ครั้งแรกและวิเคราะห์คำนวณหาค่าพลังงานการฉีกขาดจากไฟไนต์เอลิเมนต์

6.1 การวิเคราะห์ลักษณะของปัญหาการฉีกขาดในล้อยาง

ในงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์จะศึกษาลักษณะการกระจายตัวของความเค้นและความเครียด และลักษณะพลังงานการฉีกขาดในภาวะเสมือนล้อยาง โดยจะพิจารณาว่าในการหมุนของล้อ หนึ่งรอบจะมีจุดที่มีค่าสูงสุดและต่ำสุดของพลังงานการฉีกขาด พิจารณาจากตำแหน่งที่ล้อยาง จะได้สองตำแหน่งคือที่จุดสัมผัสกับพื้นจุด A และที่จุดด้านตรงข้ามกับด้านที่สัมผัสพื้นจุด B โดย จะสนใจที่ค่าความต่างของพลังงานการฉีกขาดของทั้งสองตำแหน่งตามภาพที่ 6-1



ภาพที่ 6-1 ตำแหน่งของยางล้อยางที่สนใจ

ถ้าหากได้ความต่างและทราบพฤติกรรมการล้าของวัสดุก็จะสามารถทำนายจำนวนรอบอายุการใช้งานของยางได้ ตามสมการที่ 6-1 [33]

$$\frac{dc}{dn} = A(\Delta G)^m \quad (6-1)$$

เมื่อ $\frac{dc}{dn}$ คืออัตราการขยายตัวของรอยร้าว (มม.ต่อรอบ) A, m คือค่าคงที่ขึ้นกับคุณสมบัติวัสดุ และ ΔG คือค่าความแตกต่างของพลังงานการฉีกขาดในหนึ่งรอบ (จูลต่อเมตร) สำหรับวัสดุยาง พิจารณาค่าอัตราการปล่อยพลังงานคือพลังงานการฉีกขาด $G = T$ ทำให้ $\Delta G = \Delta T$ ทำให้สมการ 6-1 สามารถเขียนให้เพื่อใช้กับวัสดุยางได้ตามสมการที่ 6-2

$$\frac{dc}{dn} = A(\Delta T)^m \quad (6-2)$$

ในการพิจารณาวิเคราะห์การฉีกขาดในล้อลมยาง จะต้องพิจารณาถึงตำแหน่งของที่จะเกิดการขยายตัวของรอยร้าวเริ่มต้น สามารถทำได้จากการวิเคราะห์รูปร่างเช่นบริเวณรอยมุมขอบของดอกยาง หรือพิจารณาจากการวิเคราะห์การกระจายความเค้นความเครียด หาบริเวณที่มีความเข้มข้นความเค้นความเครียดและทิศทางของรอยร้าวที่จะเกิด จากนั้นทำการกำหนดแบบจำลองการฉีกขาด (Cracking Model) บริเวณที่ได้กำหนดไว้เพื่อทำการวิเคราะห์พฤติกรรมการฉีกขาดของล้อลมยางภายใต้โหลดน้ำหนักบรรทุก โดยการวิเคราะห์การฉีกขาดจะแสดงในรูปพารามิเตอร์พลังงานการฉีกขาด ซึ่งเป็นการวิเคราะห์ในทางกลศาสตร์การแตกหักเพื่อหาเกณฑ์การออกแบบที่เหมาะสมนอกเหนือจากการพิจารณาจากพฤติกรรมความเค้นความเครียด



ภาพที่ 6-2 รอยฉีกขาดในร่องดอกยาง (Groove Cracking) [34]

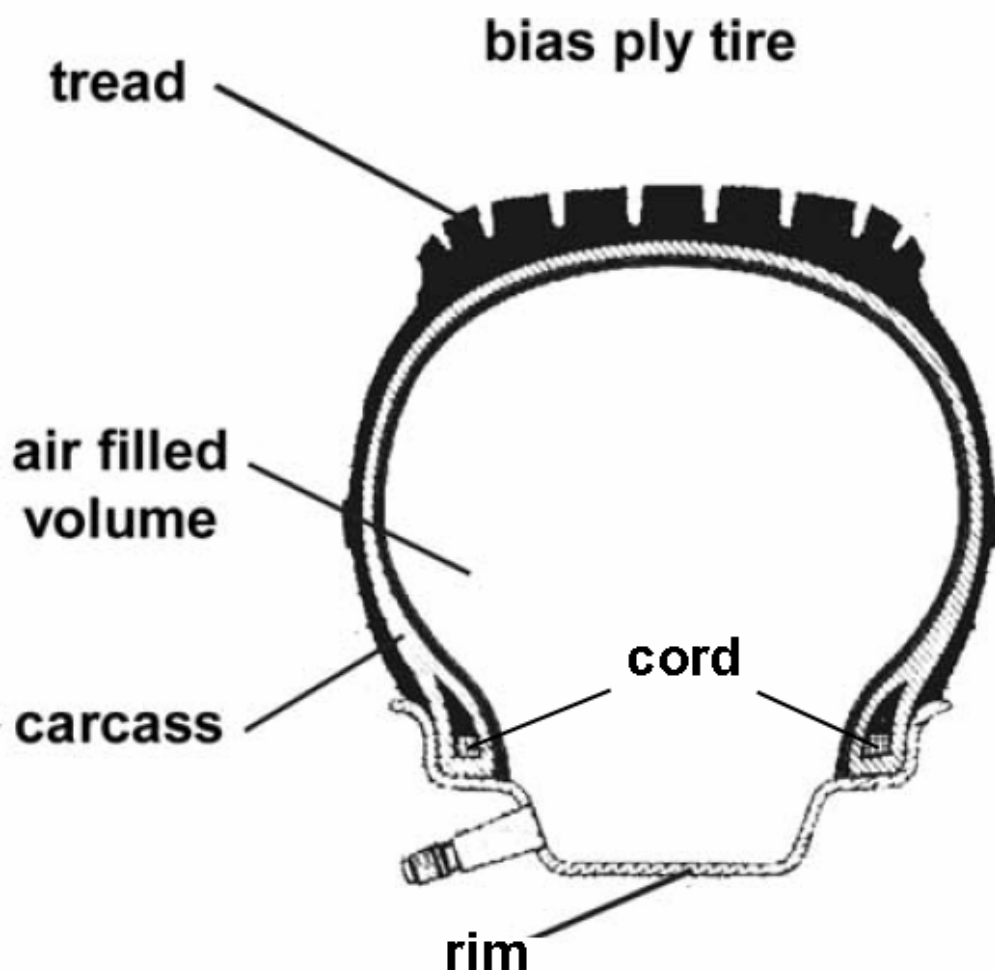
6.2 การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

6.2.1 ลักษณะรูปร่างและขนาดของแบบจำลอง

การจำลองพฤติกรรมการรับโหลด อันเนื่องมาจากน้ำหนักบรรทุกของล้อลมยางในสถานะที่โหลดเป็นแบบสถิต จะประกอบไปด้วยแบบจำลองล้อลมยางและแบบจำลองของพื้นราบที่ล้อลมยางสัมผัสอยู่ ดังแสดงในภาพที่ 6-1 โดยมีรายละเอียดของแบบจำลองแต่ละแบบดังนี้

6.2.1.1 แบบจำลองล้อลมยาง (Pneumatic Tire Model)

ลักษณะรูปร่างและของล้อลมยาง ที่เลือกใช้ในแบบจำลองนี้เป็นผลิตภัณฑ์ล้อลมยางแบบไม่มียางใน สำหรับรถบรรทุก ซีรีส์ ขนาด 315/80 B 22.5 คือมีความกว้างของยาง 315 มม. อัตราส่วนของยาง 80% มีโครงสร้างแบบไบแอส (Bias Tire) และขนาดกระทะล้อ 22.5 นิ้ว [35] ลักษณะรูปร่างของหน้าตัดล้อลมยางแสดงได้ดังภาพที่ 6-1

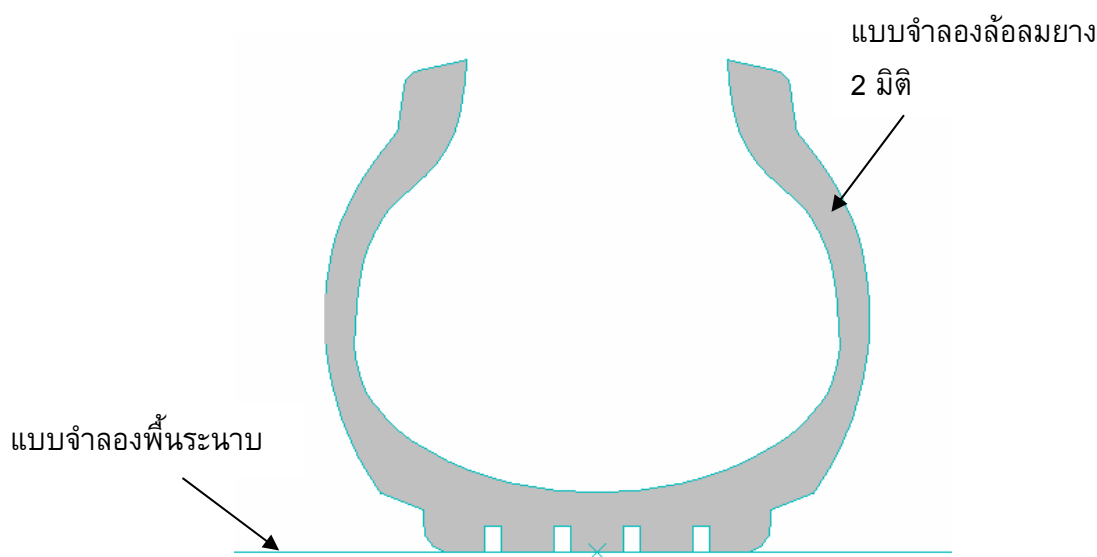


ภาพที่ 6-3 หน้าตัดของล้อลมยางที่จะทำการวิเคราะห์ [36]

6.2.1.2 แบบจำลองพื้นราบ (Plane Model)

ในงานวิจัยนี้ได้จำลองให้พื้นราบเป็นวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body) เนื่องจากโดยปกติพื้นจะ ไม่มีการเสียรูป โดยแบบจำลองพื้นราบที่อยู่ในสองมิติจะมีลักษณะเป็นเส้นดังแสดงในภาพที่ 6-1

ในการจำลองปัญหาที่มีวัสดุอย่างเป็นส่วนประกอบ จะต้องคำนึงถึงผลการเสียรูปมาก (Large Deformation) ซึ่งสามารถทำได้โดยการกำหนดให้โปรแกรมคำนึงถึงผลการเสียรูปมาก ด้วยการเลือกพิจารณาความไม่เชิงเส้นของลักษณะรูปร่างของแบบจำลอง (Geometric Non-linearity ,NLGEOM) ในโมดูลขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหาด้วย



ภาพที่ 6-4 แบบจำลองหน้าตัดของล้อลมยาง

6.3 การเลือกแบบจำลองวัสดุ

ล้อลมยางที่นำมาพิจารณาจะมีลักษณะตามกับภาพที่ 6-2 แต่ในการวิเคราะห์จะพิจารณา ให้มีรูปร่างและส่วนประกอบที่ง่ายในการวิเคราะห์ โดยจะพิจารณาองค์ประกอบของวัสดุ ได้แก่ ยางซึ่งเป็นองค์ประกอบของล้อลมยางชั้นนอกสุด (เป็นส่วนที่ต้องสัมผัสพื้น) ชั้นผ้าใบเป็น องค์ประกอบของล้อลมยางด้านในและมีส่วนติดกับกระทะล้อ โดยชั้นผ้าใบจะต้องรับโหลดจาก ความดันลมยางตลอดเวลา และมีส่วนลวดเหล็กกระทะล้อซึ่งเป็นองค์ประกอบที่แทรกอยู่ในชั้น ผ้าใบ ดังภาพที่ 6-3 ซึ่งแสดงลักษณะรูปร่างและตำแหน่งองค์ประกอบของวัสดุในล้อลมยาง

การเลือกแบบจำลองวัสดุก็คือการเลือกสมการคอนสติติวทิฟ (Constitutive Equation) ให้กับแบบจำลอง ในงานวิจัยนี้ได้ทำการจำลองให้วัสดุยาง ในองค์ประกอบของล้อลมยางเป็น วัสดุประเภทไฮเปอร์อีลาสติกที่อัดตัวไม่ได้และมีคุณสมบัติไอโซโทรปิก โดยได้เลือกแบบจำลอง

ฟังก์ชันพลังงานความเครียดของโยว (Yeoh) มีค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองของโยวของยาง แสดงได้จากตารางที่ 3-9 (รายละเอียดดูได้จากบทที่ 3) ในส่วนของลวดเหล็กกระทะล้อได้จำลองให้เป็นวัสดุประเภทอีลาสติกและมีคุณสมบัติไอโซโทรปิก โดยตั้งสมมติฐานว่าค่าความเค้นที่จุดคราก (Yield Stress) ของลวดเหล็กกระทะล้อมีค่าสูงมากเมื่อเทียบกับความเค้นที่จะเกิดขึ้นในลวดเหล็กในขณะที่ล้อลมยางรับโหลด โดยกำหนดให้ลวดเหล็กกระทะล้อมีค่า โมดูลัส $E = 200 \text{ GPa}$, Poisson's Ratio = 0.3 [34]

เนื่องจากการวิเคราะห์เบื้องต้น ให้เข้าใจพฤติกรรมของล้อลมยางภายใต้โหลดสถิต และสนใจที่วัสดุยางเป็นหลักในส่วนของชั้นผ้าใบ จึงกำหนดให้เป็นวัสดุอีลาสติกเชิงเส้นและมีคุณสมบัติไอโซโทรปิก โดยมีค่าโมดูลัส $E = 5 \text{ GPa}$, Poisson's Ratio = 0.3 [34]

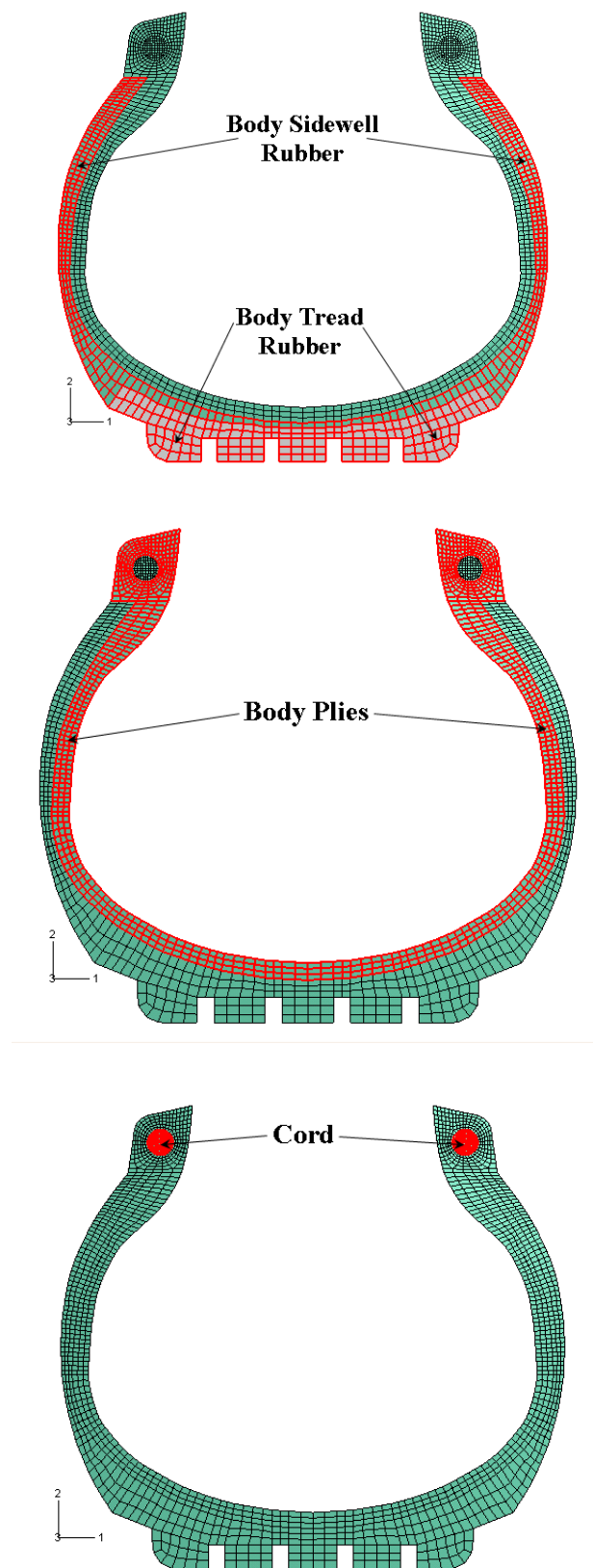
ในส่วนขององค์ประกอบที่เป็นวัสดุยางในล้อลมยางประกอบด้วยประกอบด้วยสองส่วนคือ ส่วนแก้มยาง (Side Wall) และ ส่วนดอกยาง (Tread) โดยมีสัมประสิทธิ์แบบจำลองของโยวที่เลือกใช้มีรายละเอียดตามตารางที่ 6-2 จากการสังเกตพบว่ายางบริเวณส่วนที่เป็นดอกยางจะมีความแข็งแรงมากกว่าส่วนที่เป็นแก้มยาง

ตารางที่ 6-1 คุณสมบัติวัสดุในองค์ประกอบล้อลมยาง

Material	Modulus of Elastic ,E (GPa)	Possion's Ratio ν
ลวดเหล็ก	200	0.3
ชั้นผ้าใบ	5	0.3

ตารางที่ 6-2 สัมประสิทธิ์แบบจำลองโยวของในองค์ประกอบล้อลมยาง

องค์ประกอบ	C_{10} (MPa)	C_{20} (MPa)	C_{30} (MPa)
แก้มยาง	1.31373254	-0.114183873	8.155810E-03
ดอกยาง [37]	2.124	-0.135159	2.457E-03



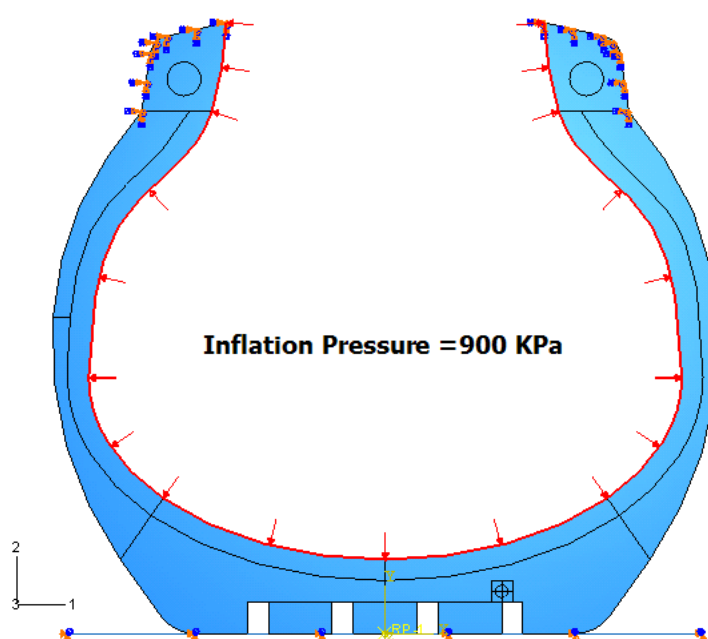
ภาพที่ 6-5 องค์ประกอบของแบบจำลองของล้อรถยนต์ที่นำมาวิเคราะห์

6.4 การกำหนดโหลด เงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขการสัมผัส

6.4.1 การกำหนดโหลด

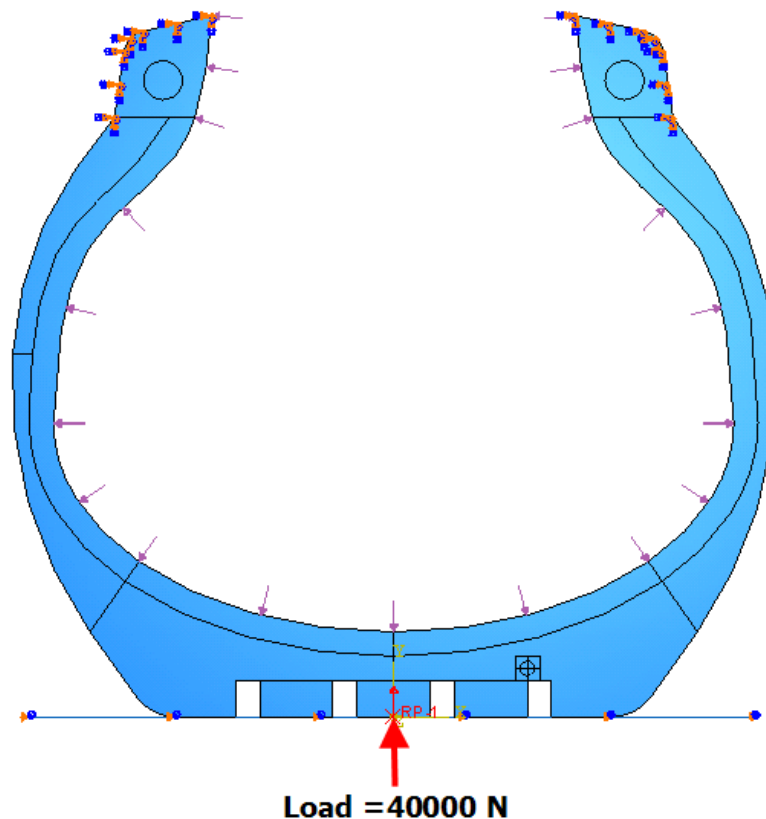
ในการวิเคราะห์แบบจำลองล้อลมยาง พิจารณาโหลดที่กระทำกับล้อจะประกอบด้วย โหลดจากความดันลมภายในล้อ (Inflation Pressure) และโหลดจากน้ำหนักของตัวรถรวมกับน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับล้อ โดยในการวิเคราะห์จะแบ่งเป็นสองขั้นตอนคือขั้นตอนแรกกระทำโหลดที่เกิดจากความดันลมภายในล้อเพียงอย่างเดียว ขั้นตอนที่สองคือให้โหลดกระทำทั้งความดันลมภายในล้อและโหลดจากน้ำหนักของตัวรถรวมกับน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับล้อ

ค่าความดันลมภายในล้อจะกระทำในลักษณะตั้งฉากกับผิวในของล้อลมยาง โดยค่าจะขึ้นอยู่กับการใช้งานของแต่ละผลิตภัณฑ์ โดยในการวิจัยนี้จะใช้ค่าความดันลมภายในล้อเท่ากับ 900 KPa [34] และกำหนดส่วนที่กระทำตามภาพที่ 6-4



ภาพที่ 6-6 ความดันที่กระทำในล้อลมยาง

ค่าโหลดจากน้ำหนักของตัวรถรวมกับน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับล้อ จะพิจารณาจากค่าประมาณพิจารณาจากรถบรรทุกสิบล้อมีน้ำหนักบรรทุกไม่เกิน 28 ตัน โดยมีอัตราส่วนการรับน้ำหนักคือล้อหน้า 20 เปอร์เซ็นต์ ล้อที่ใช้รับน้ำหนักหลักคือล้อแปดล้อหลัง 80 เปอร์เซ็นต์ เพราะฉะนั้นค่าน้ำหนักที่กระทำต่อล้อเป็น 2.8 ตัน หรือพิจารณาจากการใช้งานตามคู่มือการใช้ของทางบริษัทผู้ผลิตกำหนดเช่นบริษัทคอนติเนนตัลประมาณ 4,000 กิโลกรัมต่อล้อ [35]

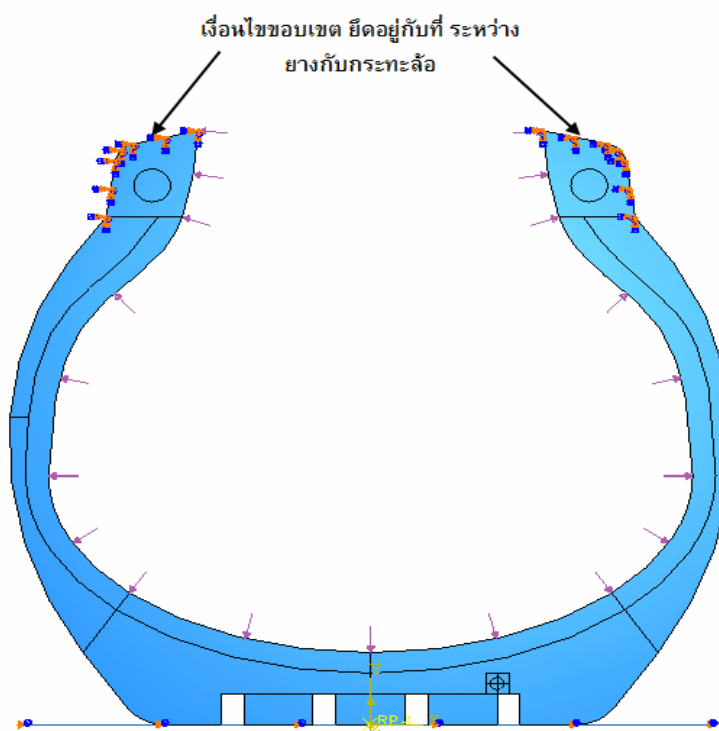


ภาพที่ 6-7 โหลดน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับล้อลมยาง

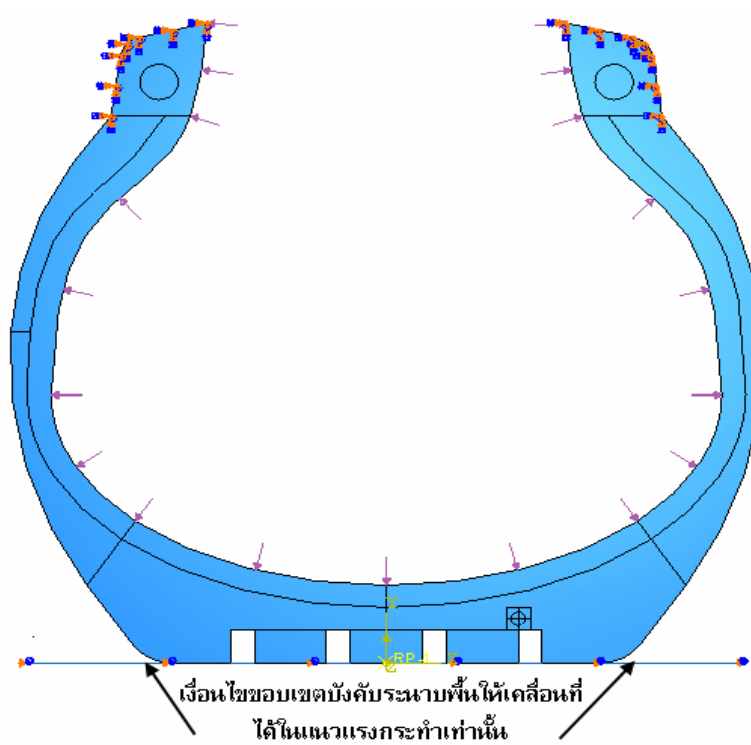
6.4.2 เงื่อนไขขอบเขต

การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้กับแบบจำลอง จะต้องสอดคล้องกับความเป็นจริงของปัญหา โดยแบ่งการพิจารณาออกเป็นสองส่วนใหญ่ว่าคือ ส่วนแรกเป็นส่วนของแบบจำลองล้อลมยาง ซึ่งจะพบว่า กระโหลกที่สัมผัสกับล้อยางทำจากโลหะที่มีความแข็งแรงมากกว่าล้อยางมากจนพิจารณาให้กระโหลกไม่มีการเคลื่อนตัวและเสียรูป ดังนั้นจึงกำหนดให้ผิวของล้อลมยางบริเวณที่สัมผัสกับกระโหลกไม่มีการเคลื่อนตัว ดังแสดงในภาพที่ 6-6 และเนื่องจากล้อยางมีความสมมาตรทางด้านลักษณะรูปร่างและโหลดที่กระทำ ดังนั้นจึงพิจารณาแบบจำลองของล้อลมยาง โดยกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้กับพื้นผิวของล้อลมยางซึ่งอยู่ในระนาบที่สมมาตร ไม่ให้มีการเคลื่อนตัวในทิศทางที่ตั้งฉากกับระนาบสมมาตรดังแสดงในภาพที่ 6-6 ในส่วนที่สองเป็นส่วนของแบบจำลองพื้นราบ

เนื่องจากการจำลองการรับโหลดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกของล้อลมยาง ดังนั้นจึงกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้พื้นราบสามารถเคลื่อนตัวได้ในแนวเดียวกันกับน้ำหนักบรรทุกเพียงทิศทางเดียวเท่านั้นและบังคับไม่ให้แผ่นราบเกิดการหมุนได้ดังแสดงในภาพที่ 6-7



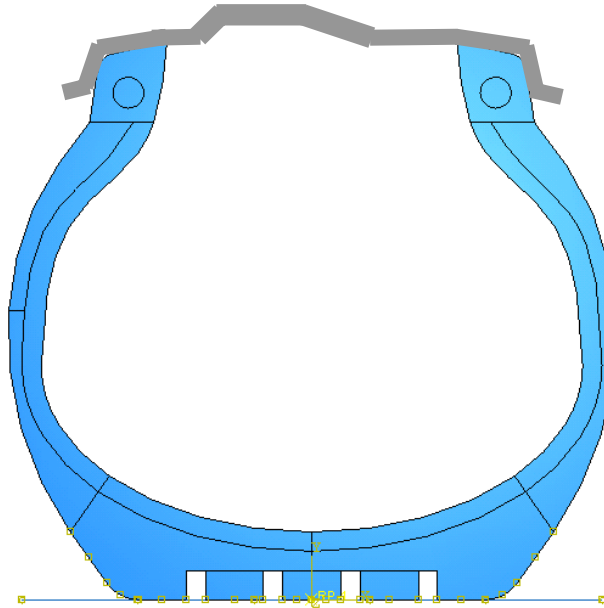
ภาพที่ 6-8 เส้นไขขอบเขตระหว่างแบบจำลองล้อลมยางกับกระทะล้อ



ภาพที่ 6-9 เส้นไขขอบเขตระหว่างแบบจำลองล้อลมยางกับกระทะล้อ

6.4.3 เงื่อนไขการสัมผัส

เงื่อนไขการสัมผัสของการจำลองปัญหาพบว่ามีลักษณะเงื่อนไขการสัมผัสดังภาพที่ 6-8 ผิวสัมผัสคือผิวของพื้นราบกับผิวของล้อยาง กำหนดเงื่อนไขการสัมผัสของผิวคู่นี้เป็นการสัมผัสแบบลื่น (Slip) หรือมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเป็นศูนย์



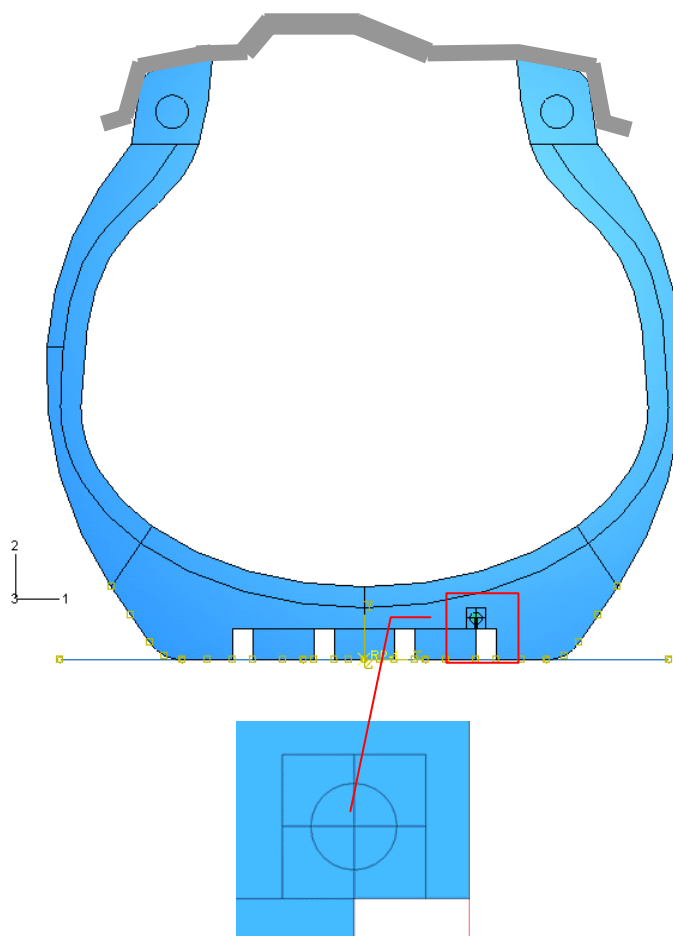
ภาพที่ 6-10 เงื่อนไขสัมผัสของระหว่างแบบจำลองล้อลมยางกับพื้น

6.5 การสร้างแบบจำลองของการฉีกขาด

หลังจากวิเคราะห์หาจุดที่น่าจะเกิดรอยฉีกขาดเริ่มต้นแล้ว การวิเคราะห์การฉีกขาดทำได้โดยการเพิ่มและกำหนดรายละเอียดต่างๆ ในการวิเคราะห์ปัญหาให้กับโปรแกรมอะบาคัส ซีเออี เพื่อทำการคำนวณค่า ด้วยเทคนิควิธีการอินทิเกรตตามทางเดินวงรอบโดยใช้พารามิเตอร์ $J - Integral$ มีขั้นตอนการสรุปได้ดังนี้

6.5.1 การแบ่งส่วนบริเวณปลายรอยฉีกขาด

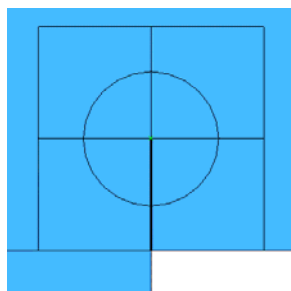
เป็นการแบ่งส่วนพื้นที่ ที่จะทำการเมชและกำหนดพารามิเตอร์ต่างๆ ที่โปรแกรมต้องการใช้ในการคำนวณวิเคราะห์การฉีกขาดโดยจะแบ่งเป็นวงกลมล้อมรอบปลายรอยฉีกขาดที่กำหนด และอยู่ในสี่เหลี่ยมเพื่อกำหนดให้สอดคล้องกับเมชในบริเวณอื่น



ภาพที่ 6-11 การแบ่งส่วนพื้นที่เพื่อวิเคราะห์การฉีกขาด

6.5.2 การกำหนดรอยฉีกขาดให้กับโปรแกรม

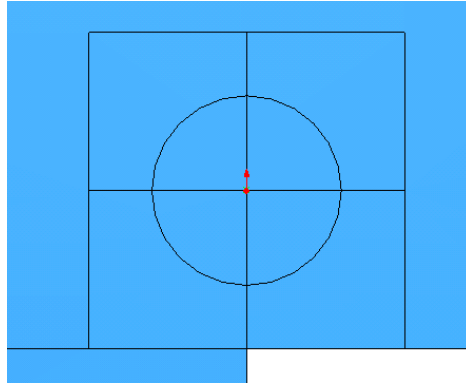
เป็นการกำหนดรอยตะเข็บฉีกขาดโดยรอยนี้จะแยกออกเมื่อมีแรงกระทำกับแรงดึง ทำได้โดยการเลือกเส้นที่สร้างในการแบ่งส่วนโดยปลายด้านหนึ่งคือปลายรอยฉีกขาด



ภาพที่ 6-12 การกำหนดรอยฉีกขาดในแบบจำลอง

6.5.3 การกำหนดจุดปลายรอยฉีกขาด

เป็นการกำหนดจุดปลายรอยฉีกขาดและเป็นจุดเริ่มต้นในการสร้างเส้นทางเดินรอบเพื่อใช้ในการคำนวณค่า $J - Integral$ ของแต่ละวงรอบของเส้นทางเดิน



ภาพที่ 6-13 การกำหนดจุดปลายรอยฉีกขาด

6.5.4 การกำหนดทิศทางการขยายตัวของรอยฉีกขาด

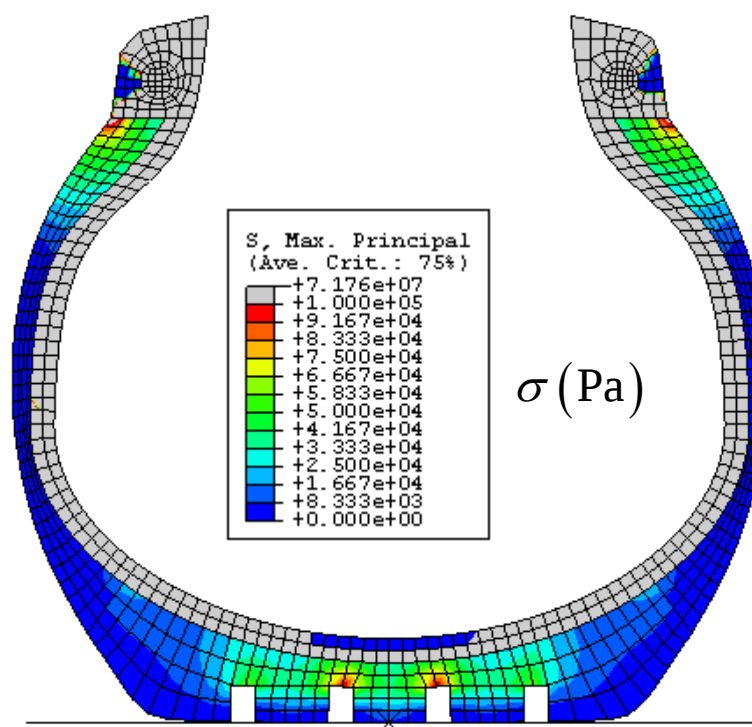
เป็นการกำหนดทิศทางการขยายตัวของรอยฉีกขาด โดยวิเคราะห์จากทิศทางของเวกเตอร์ในเอลิเมนต์บริเวณปลายรอยฉีกขาด จากการจำลองแบบจำลองความเค้นความเครียดครั้งแรก

6.6 ผลการจำลองของการฉีกขาด

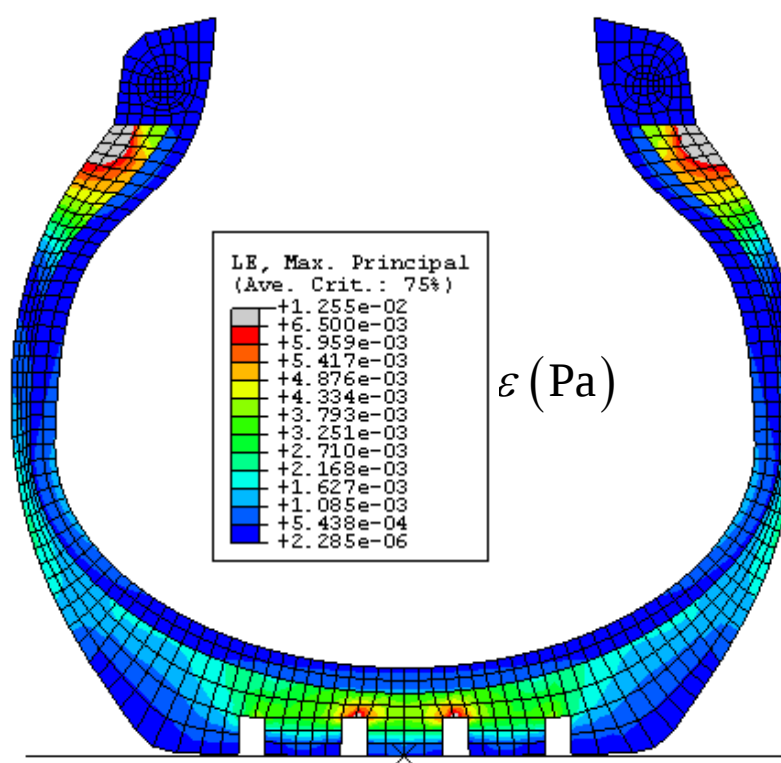
6.6.1 ผลการจำลองเพื่อวิเคราะห์หาตำแหน่งของการฉีกขาด

ผลที่ได้จากการจำลองในเบื้องต้นได้จากการจำลอง แบบจำลองลองล้อลมยางภายใต้โหลด โดยที่ไม่มีรอยฉีกขาด เพื่อหาจุดที่จะเกิดรอยฉีกขาดและมีจุดที่ได้จากการวิเคราะห์รูปร่างของดอกยางคือบริเวณร่องของดอกยาง โดยผลจากการจำลองได้ค่าความเค้นและความเครียดในระนาบสูงสุด อยู่บริเวณร่องของดอกยางเช่นเดียวกับความเสียหายตามภาพที่ 6-3 โดยผลการจำลองแสดงในภาพที่ 6-14 และ 6-15

หลังจากพิจารณาได้จุดที่จะเกิดรอยฉีกขาดโดยพิจารณาที่ร่องของดอกยางจึงทำการสร้างแบบจำลองรอยฉีกขาดที่บริเวณร่องของดอกยางตามวิธีการแบ่งส่วนและกำหนดความต้องการของการคำนวณตามที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อก่อนหน้านี้

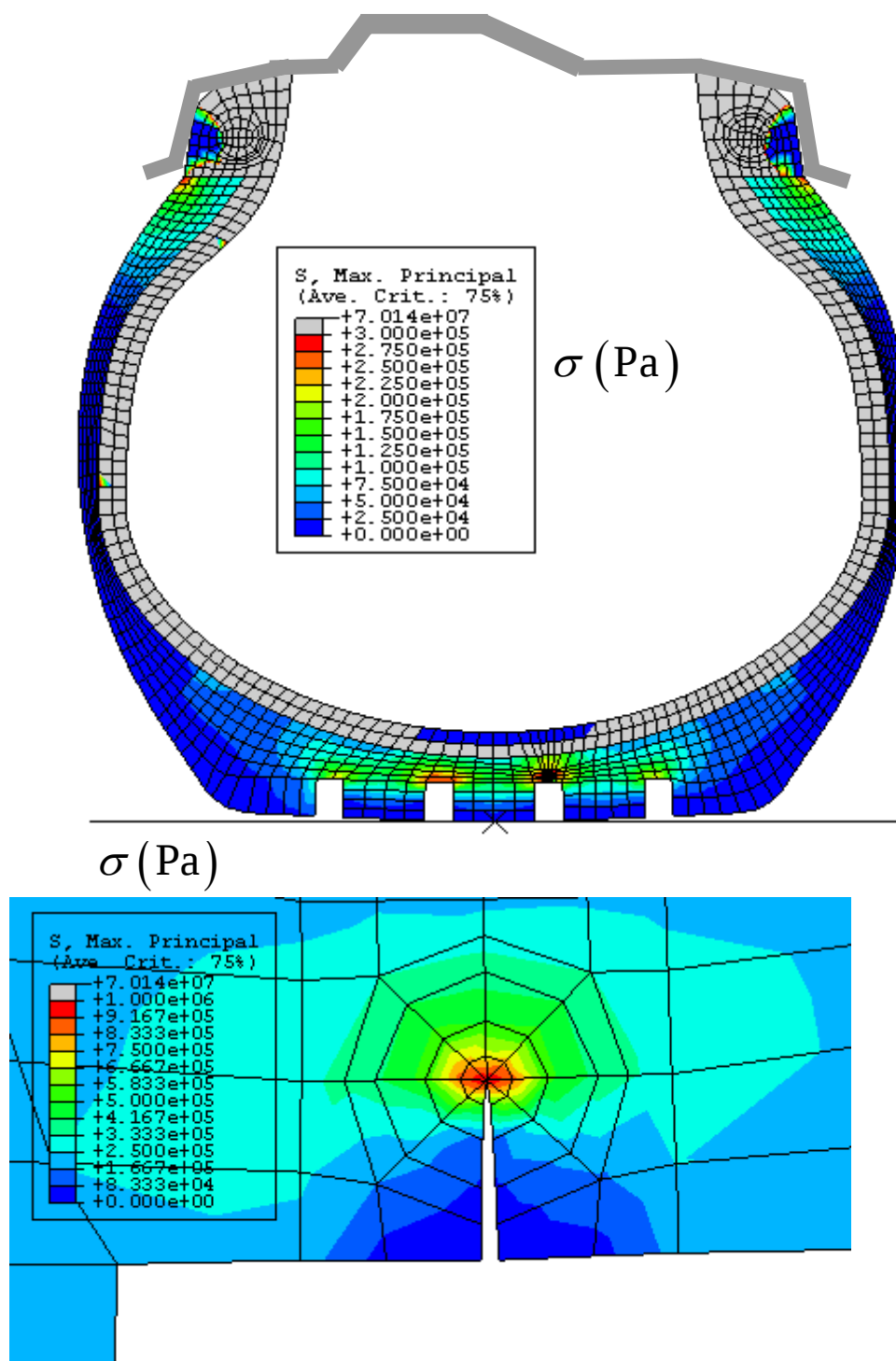


ภาพที่ 6-14 รูปผลจำลองค่าความเค้นในระนาบสูงสุด

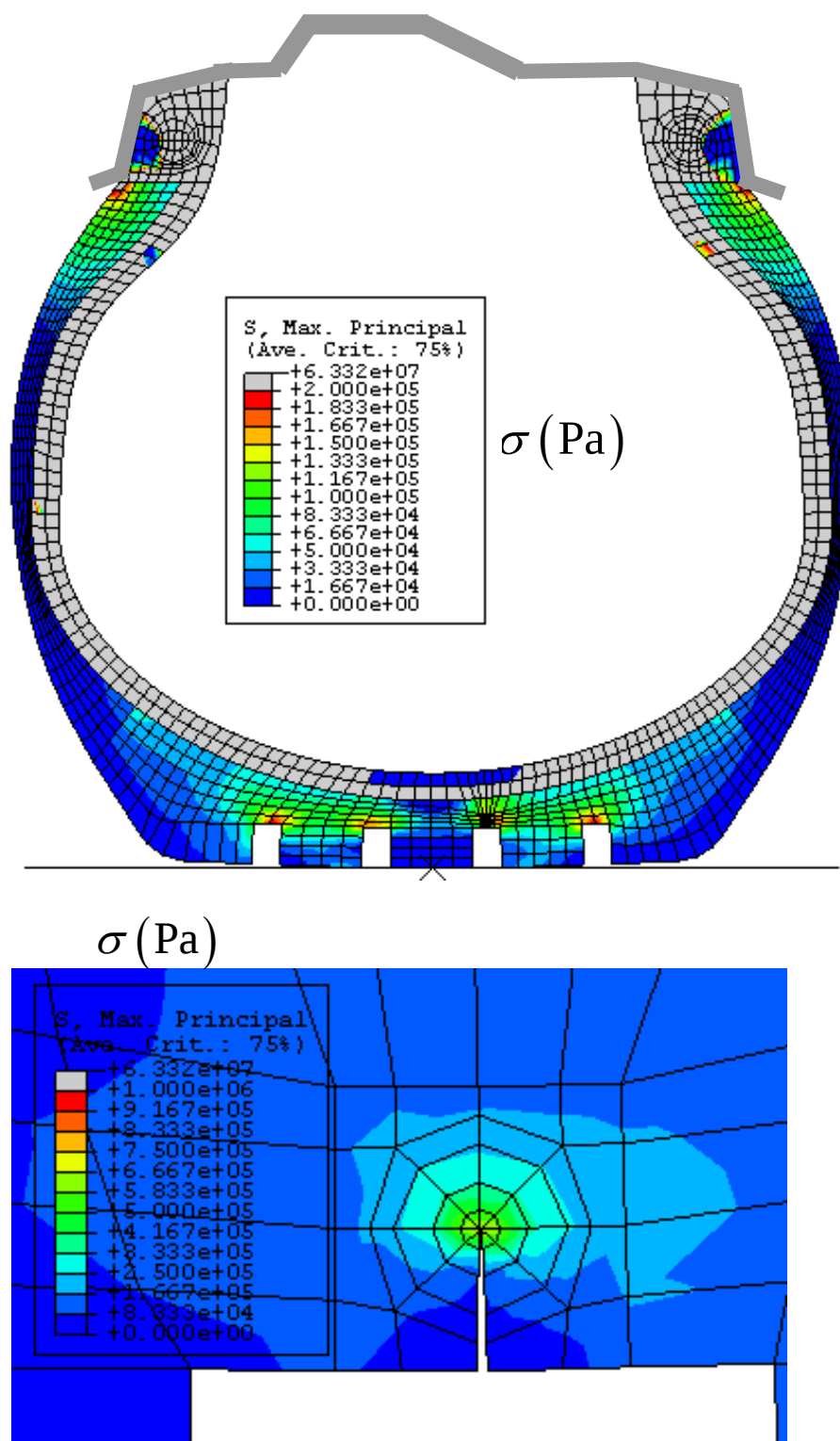


ภาพที่ 6-15 รูปผลจำลองค่าความเครียดในระนาบสูงสุด

6.6.2 การเกิดรอยฉีกขาดที่บริเวณร่องของดอกยาง



ภาพที่ 6-16 รูปผลจำลองค่าความเค้นในระนาบสูงขณะมีความดันลมยางอย่างเดียว



ภาพที่ 6-17 รูปผลจำลองค่าความเค้นในระนาบสูงสุดขณะมีลมยางและไหลดน้ำหนัก

จากผลการจำลองในขั้นตอนการให้โหลดเป็นความดันในล้อย่างเดียว รอยฉีกขาดจะขยายออกเพราะแรงดันจากภายใน แต่เมื่อให้โหลดน้ำหนักพบว่าบริเวณที่ขยายตัวจะถูกดันให้รอยฉีกขาดที่ขยายหรืออ้าออกแคบลง ทำให้ในขั้นตอนการให้โหลดค่าพลังงานการฉีกขาดมีค่าเป็นลบและมีค่าน้อยลงเมื่อแรงจากน้ำหนักเพิ่มขึ้นตามภาพที่ 6-16 และ 6-17

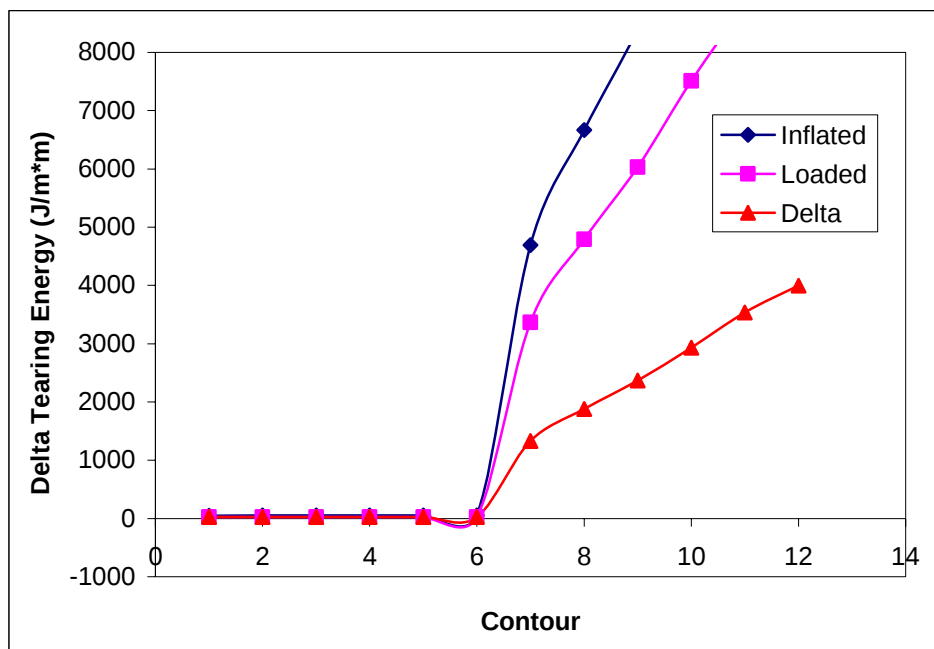
ตารางที่ 6-3 ค่าพลังงานการฉีกขาดที่ตำแหน่งต่างตามเส้นทางเดิน (J/m^2)

	Contour 1	Contour 2	Contour 3	Contour 4	Contour 5
Inflated	49.257	50.3736	50.5379	50.9803	52.1317
Load	24.0672	24.6154	24.7402	24.9168	24.464
Delta T	25.1898	25.7582	25.7977	26.0635	27.6677

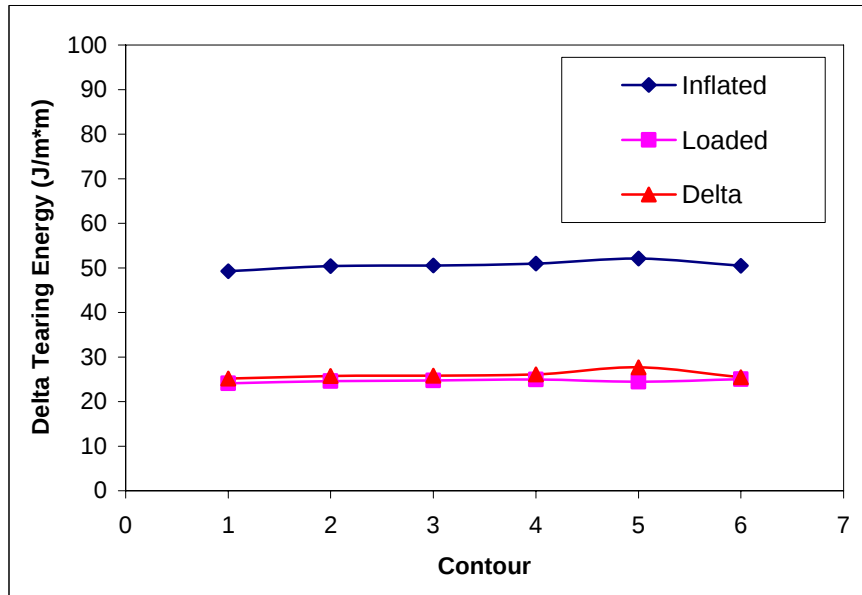
	Contour 6	Contour 7	Contour 8	Contour 9	Contour 10
Inflated	50.4973	4693.92	6669.23	8395.21	10439.9
Load	25.0464	3363.71	4789.41	6030.18	7510.08
Delta T	25.4509	1330.21	1879.82	2365.03	2929.82

	Contour 11	Contour 12	ave.
Inflated	12354.2	14095.6	4745.986
Load	8817.11	10101.1	3396.62
Delta T	3537.09	3994.5	1349.366

ความต่างของค่าพลังงานการฉีกขาดสามารถหาได้จากการนำค่าพลังงานการฉีกขาดจากทั้งสองตำแหน่งมาหาความแตกต่าง สรุปได้ตามตารางที่ 6-3 โดยเฉลี่ยได้ค่าความแตกต่างของพลังงานการฉีกขาดเท่ากับ $1,349.366 J/m^2$



ภาพที่ 6-18 ค่าพลังงานการฉีกขาดที่สภาวะและเส้นทางเดินต่างๆ



ภาพที่ 6-19 ค่าพลังงานการฉีกขาดที่สภาวะและเส้นทางเดินที่ 1-6

จากการพิจารณาจากรอบเส้นทางเดินในการคำนวณโดยไฟไนต์เอลิเมนต์จะพิจารณาที่รอบตามเอลิเมนต์ที่อยู่บริเวณปลายรอยฉีกขาดออกไปเรื่อยๆ แต่ด้วยรูปร่างที่ซับซ้อนทำให้มีอิทธิพลจากรูปร่างอื่นมาประกอบทำให้พิจารณาเฉพาะกลุ่มของเส้นทางเดินที่ 1-6 ตามภาพที่ 6-18 และ 6-19 จะได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ $25.988 \text{ (} J / m^2 \text{)}$

ตารางที่ 6-4 ค่าพลังงานการฉีกขาดที่ตำแหน่งต่างตามเส้นทางเดินที่ 1-6 (J / m^2)

	Contour 1	Contour 2	Contour 3	Contour 4	Contour 5	Contour 6	ave.
Inflated	49.257	50.3736	50.5379	50.9803	52.1317	50.4973	50.629
Load	24.0672	24.6154	24.7402	24.9168	24.464	25.0464	24.641
Delta T	25.1898	25.7582	25.7977	26.0635	27.6677	25.4509	25.988

บทที่ 7

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในบทนี้จะกล่าวสรุปงานวิจัยทั้งหมดที่ได้ทำการศึกษามาตลอดจนข้อเสนอแนะในงานวิจัยต่อไป

7.1 บทสรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาวิเคราะห์ปัญหาการแตกหักหรือฉีกขาดในวัสดุยาง โดยแบ่งงานวิจัยออกเป็น 3 ส่วน ส่วนแรกเป็นการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชั้นทดสอบในการวิเคราะห์การฉีกขาด ส่วนที่สองเป็นการยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองชั้นทดสอบและพิจารณาอิทธิพลของแบบจำลองวัสดุไฮเปอร์อีลาสติก เพื่อหาแบบจำลองวัสดุที่เหมาะสมในการวิเคราะห์ปัญหาการฉีกขาดของวัสดุยาง และส่วนสุดท้ายเป็นการศึกษาถึงผลของเทคนิควิธีการหาค่าพลังงานการฉีกขาดเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

จากผลการวิจัยการยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่ามีแนวโน้มไปทิศทางเดียวกับผลการทดลองจากภาพที่ 5-4 ถึง 5-7 และสามารถประยุกต์ใช้งานในปัญหาความเค้นแรงดึงได้ แต่ต้องพิจารณาถึงช่วงใช้งานที่สอดคล้องปัญหาและแบบจำลองวัสดุนั้นๆ ความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์เกิดจากแบบจำลองของวัสดุที่ไม่อาจสามารถแทนพฤติกรรมของวัสดุได้ทั้งหมด และสมมติฐานของแบบจำลองคือเป็นวัสดุเอกพันธ์แต่ในชั้นทดสอบจริงนั้นไม่ได้เป็นเนื้อเดียวกันจริง

การพิจารณาผลการหาค่าพลังงานการฉีกขาดวิธีต่างๆ โดยใช้แบบจำลองวัสดุต่างๆ กัน ได้ผลตามภาพที่ 5-12 ถึงภาพที่ 5-17 พบว่าแบบจำลองแวนเดอร์วาลส์มีค่าแตกต่างจากแบบจำลองอื่นๆ และผลการทดลองมาก ทั้งที่พฤติกรรมความเค้นความเครียดมีความใกล้เคียงกับพฤติกรรมของวัสดุมากกว่า เป็นผลมาจากที่บริเวณปลายรอยแตกหักมีพฤติกรรมความเค้นความเครียดสูงมากแต่พฤติกรรมของแบบจำลองที่ความเครียดสูงไม่สามารถแสดงพฤติกรรมของวัสดุได้ถูกต้องทำให้การคำนวณค่าพลังงานการฉีกขาดแตกต่างกันไปมาก ในขณะที่แบบจำลองอื่น จะมีพฤติกรรมในช่วงความเค้นน้อยแตกต่างจากพฤติกรรมความเค้นความเครียด แต่ในความเครียดสูงมีพฤติกรรมที่ใกล้เคียงทำให้แนวโน้มค่าที่ได้จากการหาค่าพลังงานการฉีกขาด มีค่าใกล้เคียงและไปในแนวทางเดียวกัน

สำหรับวิธีการหาค่าพลังงานการฉีกขาดใน การจำลองด้วยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลที่ได้จากการเปรียบเทียบของสองวิธี ตามภาพที่ 5-18 และ 5-23 พบว่าวิธี $J - Integral$

จะมีค่าใกล้เคียงการทดสอบมากกว่า เนื่องจากความเด่นในบริเวณปลายรอยแตกมีค่าสูงทำให้การพิจารณาจากบริเวณปลายรอยแตกหัก

การพิจารณาพลังงานการฉีกขาดจากความเด่นบริเวณรอบๆ ปลายรอยฉีกขาด จะได้พฤติกรรมของวัสดุที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากกว่าการวิธีพลังงานรวม แต่ในช่วงที่ระยะยืดไม่มากก็มีความใกล้เคียงกันทั้งสองวิธีแต่วิธีพลังงานรวมสามารถทำได้ง่ายกว่า แต่ผลที่ได้ก็จะมีคลาดเคลื่อนมากกว่าด้วย

ในการประยุกต์ใช้การวิเคราะห์รอยฉีกขาดในล้อยาง พบว่าจะสามารถหาพลังงานการฉีกขาดได้แต่ในการตรวจสอบความถูกต้อง อาจจะสามารถเปรียบเทียบกับการใช้งานจริง เนื่องจากไม่สามารถทำการทดสอบหาค่าพลังงานการฉีกขาดจากล้อยางได้ ในการเสียหายจากการใช้งานจริงอาจพอสรุปได้ว่าบริเวณความเสียหายเกิดจากความเข้มความเค้นความเครียดสูงหรือความเข้มพลังงานความเครียดสูง แต่ก็ไม่สามารถตรวจสอบค่าของพลังงานความเครียดได้

7.2 ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยนี้ยังพบปัญหาในการวิจัยซึ่งบางปัญหาได้ใช้ การแก้ไขเฉพาะหน้าเนื่องจากขาดความพร้อมในการทำการวิจัยทั้งเครื่องมือวัดอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองต่างๆ เพื่อให้ได้ผลการทดลองที่มีความน่าเชื่อถือสูงมากขึ้น ซึ่งพอสรุปเป็นข้อๆ ได้ดังนี้

7.2.1 กระบวนการผลิตชิ้นทดสอบเพราะทำให้ชิ้นทดสอบ มีคุณสมบัติแตกต่างกันมากจนเกินไปทำให้ต้องใช้ชิ้นทดสอบจำนวนมากในการทดสอบเพื่อข้อมูลหนึ่งชุด หากทำให้วัสดุมีคุณสมบัติในแต่ละชิ้นใกล้เคียงกันกว่านี้ อาจจะทำให้ขนาดรอยฉีกขาดมีขนาดเล็กลงและได้ค่าจากการคำนวณที่ละเอียดขึ้น

7.2.2 ในการทดสอบอุปกรณ์จับยึดสำหรับแบบความกว้างคงที่ไม่มีแรงเสียดทานเพียงพอเพราะยางจะเสียรูปได้ง่าย ทำให้เกิดการหลุดขณะทดสอบข้อมูลก็เสียไปด้วย

7.2.3 การทำให้เกิดรอยฉีกขาดโดยใช้ใบมีดยังไม่มีความละเอียดมากพอและยังทำให้เกิดรอยที่ทำให้การขยายตัวเกิดในทิศทางอื่น

7.2.4 ในการสังเกตจุดที่เกิดการขยายตัวของรอยฉีกขาดทำการวัดโดยการเก็บภาพวิดีโอและนำมาสังเกตจุดด้วยตาเปล่าทำให้ไม่มีความน่าเชื่อถือ พออาจจะต้องใช้เทคโนโลยีการประมวลผลจากภาพด้วยคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการหาจุดที่รอยฉีกขาดขยายตัว

และการทำงานนี้ไปประยุกต์ใช้นั้นผู้วิจัยคิดว่าจะต้องทำวิจัยเพิ่มเติม ในส่วนของปัญหาการล้าตัว เพราะเป็นปัญหาที่พบมากในอุตสาหกรรมยาง เนื่องจากวัสดุยางเองถูกใช้ในงานลักษณะที่เป็นตัวดูดซับผลตอบสนองที่มีลักษณะเป็นพลศาสตร์ ทำให้ความเสียหายเกิดจากแรงกดหรือดึงที่มีลักษณะเป็นวงรอบและการที่ชิ้นส่วนมีรอยตำหนิหรือรอยฉีกขาดเริ่มต้น จะทำให้ความพฤติกรรมและความแข็งแรงของชิ้นส่วนแตกต่างจากที่กำหนดในการออกแบบ

เอกสารอ้างอิง

1. พงษ์ธร แซ่อ้อย. ยาง : ชนิด สมบัติ และการใช้งาน. กรุงเทพมหานคร : ศูนย์เทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติ, 2547.
2. สำนักงานกองทุนสงเคราะห์การทำสวนยาง. ราคายางแผ่นดิบเฉลี่ยรายเดือน ปี 2544 – 2549. [ออนไลน์] 2549. [สืบค้นวันที่ 20 ธันวาคม 2549]. จาก http://rubber.co.thrubberprice_1a.xls
3. Riken Export Co.,Ltd. Rubber Spare Parts. [serial online] 2006 [cited 2006 Oct 13]. Available from : URL : <http://www.myriken.com/export/european-and-japanese-rubber-spare-parts.html>
4. Majid Mirzaei. Fracture Mechanics. Tehran : Dept. of Mechanical Eng. Tabait Modares University, 2006.
5. Broek, D. Elementary Engineering Fracture Mechanics. 4th ed. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1991.
6. สุธีระ ประเสริฐสรรพ. กลศาสตร์แตกหัก. สงขลา : ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์, 2535.
7. Anderson, T. L. Fracture Mechanics : Fundamentals and Applications. 2nd ed. Boca Raton : CRC Press, 1995.
8. Gdoutos, E. E. Fracture Mechanics : An Introduction. Dordrecht : Kluwer Academic, 1993.
9. Perez, N. Fracture Mechanics. Boston : Kluwer Academic Publishers, 2004.
10. Richard, W. Hertberg. Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials. 3rd ed. Singapore : John Wiley & Sons, 1989.
11. Mccrum, N. G., Buckley, C. P. and Bucknall, C. B. Principles of Polymer Engineering. New York : Oxford University Press, 1994.
12. Indain Rubber Institute (IRI). Rubber Engineering. New Delhi : Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 1998.

13. อุทิศ สุริภา. การกระจายตัวของความเค้นและความเครียดในล้อยางต้นภายใต้สภาวะที่รับโหลดแบบสถิต. วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2548.
14. ABAQUS Analysis User's Manual Version 6.4. Rhode Island : ABAQUS, Inc, 2004.
15. Gent, N. Alan. Engineering with Rubber How to Design Rubber Components. 2nd ed. Munich : Hanser, 2001.
16. ASTM DESIGNATION : D 624-98, Standard test method for tear strength of conventional vulcanized rubber and thermoplastic elastomers.
17. ปราโมทย์ เดชะอำไพ. ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2547.
18. Krueger, R. The Virtual Crack Closure Technique : History, Approach and Applications. [serial online] 2006 [cited 2006 Aug 13]. Available from : URL : <http://library-dspace.larc.nasa.gov/dspace/jsp/bitstream/2002/14073/1/icas-2002-10.pdf>
19. Lake, G. J. "Fracture Mechanics and its Application to Failure in Rubber Articles." Rubber Chemistry and Technology. 67 (2003) : 567-591.
20. Chang, Y.-W., Gent, N. Alan. and Padovan, J. "Strain energy release rates for internal cracks in rubber blocks." International Journal of Fracture. 60 (1993) : 363-371.
21. Thomas, A. G. " Rupture of Rubber." Rheologica Acta. 1 (1962) : 63-66.
22. Pidaparti, R. M. V., Yang, T. Y. and Soedel, W. "A plane stress finite element prediction of mixed-mode rubber fracture and experimental verification." International Journal of Fracture. 39 (1989) : 255-268.
23. Pidaparti, R. M. V., Yang, T. Y. and Soedel, W. "Plane stress finite element method for the prediction of rubber fracture." International Journal of Fracture. 45 (1990) : 221-241.
24. Gdoutos, E. E., Danial, I. M. and Schubel, P. "Fracture mechanics of rubber." Facta Universitatis Series: Mechanics ,Automatic Control and Robotics. 3 (2003) : 497-510.
25. Gdoutos, E. E., Danial, I. M. and Schubel, P. "Determination of critical tearing energy of tire rubber." The 15th european Conference of Fracture. 15 (2004) : 497-510.

26. Hocine, N. Ait., Abdelaziz, M. Nait., Ghfiri, H. and Mesmacque, G. "Evaluation of the energy parameter J on rubber-like material: comparison between experimental and numerical results." Engineering Fracture Mechanics. 55 (1996) : 919-933.
27. Hocine, N. Ait., Abdelaziz, M. Nait. and Mesmacque, G. "Experimental and numerical investigation of J in rubber materials." International Journal of Fracture. 94 (1998) : 321-338.
28. ASTM DESIGNATION : D 412-98, Standard test method for vulcanized rubber and thermoplastic elastomers tension.
29. Janssen, M., Zuidema, J. and Wanhill, R.J.H. Fracture Mechanics. 2nd ed. London : Spon Press, 2004.
30. ASTM DESIGNATION : E 1152-89, Standard Test method for determining $J - R$ curves.
31. ASTM DESIGNATION : E 813-89, Standard Test method for J_{Ic} , a measure of fracture toughness.
32. Cook, D. Robert. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 2nd ed. New York : John Wiley & Son, 2002.
33. Zhong, X. Allan. "Computational fracture mechanics analysis of truck tire durability." Journal of Applied Mechanics. 73 (2006) : 799-806.
34. อริสรา ชัยกิตติรัตน์. "การพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ปรับปรุงแบบและเทคนิคการผลิตยางดอกยางสำหรับยางอัดดอก." กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2535. (อัดสำเนา)
35. Continental Ltd.,. Technical Data Book Commercial Vehicles Tires. [serial online] 2006 [cited 2006 Dec 16]. Available from : URL : http://www.conti-online.com/generator/www/de/en/continental/transport/themes/downloads/download/technical_data_book_pdf_en.pdf
36. Fervers, C. W. "Improved FEM simulation model for tire-soil interaction." Journal of Teramechanical. 41 (2004) : 87-100.
37. Rao, Shiguo., Daniel, M. Isaac, Gdoutos, E. Emmanuel. "Mechanical Properties and Failure Behavior of Cord/Rubber Composites." Applied Composite Materials. 11 (2004) : 353-375.

35. Yan, Xiangqiao., Wang, Youshan. and Feng, Xijin. "Study for the endurance of radial truck with finite element modeling." Mathematics and Computers in Simulation. 59 (2002) : 471-488.
36. Fervers, C. W. "Improved FEM simulation model for tire-soil interaction." Journal of Teramechanical. 41 (2004) : 87-1.

ภาคผนวก ก

ความหมายตัวของเอลิเมนต์ชนิดต่าง ๆ

ความหมายตัวย่อเอลิเมนต์ชนิดต่าง ๆ ในโปรแกรม อะบาคัส ที่ใช้ในงานวิจัย

R2D2

- R หมายถึง รีจิดเอลิเมนต์
- 2D หมายถึง เป็นเอลิเมนต์ที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาสองมิติ (itok[8;k,g8ho)
- 2 หมายถึง จำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์และในปัญหาสองมิติจะเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม มีฟังก์ชันการประมาณภายในเป็นแบบเชิงเส้น

CPS4R

- C หมายถึง โซลิตเอลิเมนต์
- PS หมายถึง เป็นเอลิเมนต์แบบระนาบความเค้น
- 4 หมายถึง จำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์และในปัญหาแบบสมมาตรรอบแกนจะเป็นเอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมและมีฟังก์ชันการประมาณภายในเป็นแบบเชิงเส้น
- R หมายถึง เป็นเอลิเมนต์แบบลดจำนวนจุดเกาส์

RNODE2D

- R หมายถึง รีจิดเอลิเมนต์
- NODE หมายถึง จุดต่อของเอลิเมนต์
- 2D หมายถึง เป็นเอลิเมนต์สองมิติ

ภาคผนวก ข

อินพุตไฟล์ของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

อินพุตไฟล์สำหรับเก็บข้อมูลของจุดต่อ

ชื่ออินพุตไฟล์ Crack_Half 5mm_Yeoh.inp

รูปแบบของอินพุตไฟล์

<หมายเลขจุดต่อ> , <พิกัดแกน x> , <พิกัดแกน y>

1, -75., 0.

2, -67.1052628, 0.

3, -59.2105255, 0.

4, -51.3157883, 0.

5, -43.421051, 0.

.

.

*Element, type=R2D2

1, 1, 2

2, 2, 3

.

19, 19, 20

*Node

21, 0., 0., 0.

*Nset, nset=grip-RefPt_, internal

21,

*Elset, elset=grip, generate

1, 19, 1

*End Part

**

**

** ASSEMBLY

**

*Assembly, name=Assembly

**

*Instance, name=Part-1-1, part=Part-1

*Node

1, -65., 5.

2,	-65.,	10.
3,	-75.,	10.
4,	-75.,	5.
5,	-65.,	0.

*Element, type=CPS8R

1, 1, 257, 261, 207, 1059, 1060, 1061, 1062

2, 257, 258, 262, 261, 1063, 1064, 1065, 1060

., ., ., ., ., ., ., ., .

959, 14, 14, 1046, 228, 14, 3044, 3036, 2951

*Nset, nset=_PickedSet2, internal, generate

1, 3074, 1

*Elset, elset=_PickedSet2, internal, generate

1, 959, 1

** Region: (Section-1:Picked)

*Elset, elset=_PickedSet2, internal, generate

1, 959, 1

** Section: Section-1

*Solid Section, elset=_PickedSet2, material=Material-1

2.,

*End Instance

**

*Instance, name=grip-2, part=grip

0., 10., 0.

*End Instance

**

*Nset, nset=_PickedSet213, internal, instance=Part-1-1

8,

*Nset, nset=_PickedSet214, internal, instance=Part-1-1

8,

*Nset, nset=_PickedSet267, internal, instance=Part-1-1

14,

*Nset, nset=_PickedSet268, internal, instance=Part-1-1

128

14,

*Nset, nset=_PickedSet269, internal, instance=Part-1-1

14,

*Nset, nset=_PickedSet270, internal, instance=Part-1-1

14,

*Nset, nset=_PickedSet274, internal, instance=grip-2, generate

1, 20, 1

*Elset, elset=_PickedSet274, internal, instance=grip-2, generate

1, 19, 1

*Nset, nset=_PickedSet326, internal, instance=Part-1-1

5,

*Nset, nset=_PickedSet327, internal, instance=Part-1-1

5,

*Nset, nset=_PickedSet368, internal, instance=Part-1-1

16,

*Nset, nset=_PickedSet369, internal, instance=Part-1-1

16,

*Nset, nset=_PickedSet372, internal, instance=Part-1-1

5, 6, 12, 14, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32
33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48

*Elset, elset=_PickedSet372, internal, instance=Part-1-1

60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210
220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300, 310, 320, 330, 340, 350, 360, 370

*Nset, nset=_PickedSet374, internal, instance=Part-1-1

14,

*Nset, nset=_PickedSet375, internal, instance=Part-1-1

14,

*Elset, elset=__PickedSurf67_SNEG, internal, instance=grip-2, generate

1, 19, 1

*Surface, type=ELEMENT, name=_PickedSurf67, internal

__PickedSurf67_SNEG, SNEG

*Elset, elset=__PickedSurf373_S4, internal, instance=Part-1-1, generate

51, 821, 10

```

*Elset, elset=__PickedSurf373_S2, internal, instance=Part-1-1, generate
5, 50, 5
*Surface, type=ELEMENT, name=_PickedSurf373, internal
__PickedSurf373_S4, S4
__PickedSurf373_S2, S2
*Rigid Body, ref node=grip-2.grip-RefPt_, elset=grip-2.grip
** Constraint: Constraint-1
*Tie, name=Constraint-1, adjust=yes
_PickedSurf373, _PickedSurf67
*Nset, nset=_PickedSet374-1_, internal, instance=Part-1-1
14,
*Nset, nset=_PickedSet375-1_, internal, instance=Part-1-1
14,
*End Assembly
** MATERIALS
*Material, name=Material-1
*Hyperelastic, n=3, reduced polynomial
1.31373, -0.114184, 0.00815581, 0., 0., 0.
** BOUNDARY CONDITIONS
** Name: BC-1 Type: Displacement/Rotation
*Boundary
_PickedSet274, 1, 1
_PickedSet274, 2, 2
_PickedSet274, 6, 6
** Name: BC-2 Type: Symmetry/Antisymmetry/Encastre
*Boundary
_PickedSet372, YSYMM
** -----
** STEP: pre
*Step, name=pre, nlgeom=YES
*Static
0.1, 1., 1e-05, 0.1
**

```

** BOUNDARY CONDITIONS

** Name: BC-1 Type: Displacement/Rotation

*Boundary

_PickedSet274, 2, 2, 1e-05

** OUTPUT REQUESTS

*Restart, write, frequency=0

** FIELD OUTPUT: F-Output-1

*Output, field, variable=PRESELECT

** HISTORY OUTPUT: H-Output-1

*Output, history, variable=PRESELECT

*End Step

** -----

** STEP: Tension

*Step, name=Tension, nlgeom=YES, inc=1000

*Static

0.1, 1., 1e-05, 0.1

** Name: BC-1 Type: Displacement/Rotation

*Boundary

_PickedSet274, 2, 2, 5.

** OUTPUT REQUESTS

*Restart, write, frequency=0

** FIELD OUTPUT: F-Output-1

*Output, field, variable=PRESELECT

** HISTORY OUTPUT: H-Output-1

*Output, history, variable=PRESELECT

** HISTORY OUTPUT: H-Output-2

*Contour integral, crack name=H-Output-2_Crack-1, contours=12, crack tip nodes

PickedSet374-1, _PickedSet375-1_, 1., 0., 0.

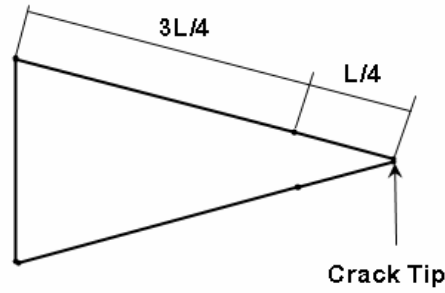
*End Step

ภาคผนวก ค

ซิงกูลาริตี้ เอลิเมนต์ (Singularity Element)

อัตราส่วนของซิงกูลาร์ริตี้เอลิเมนต์

พิจารณาเอลิเมนต์สามเหลี่ยมบริเวณปลายรอยร้าวที่มีความยาว L และทำการเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของ Mapping ในระบบพิกัดของ η, ξ แต่จะทำให้ดีเทอร์มิแนนต์เท่ากับศูนย์ เพราะตามแนวทแยงของพารามิเตอร์เป็นศูนย์ ทำการหาค่าที่เป็นได้ของการ Mapping จะสามารถทำได้โดยการหาค่าที่ทำให้ $\frac{\partial x}{\partial \xi}$ เป็นศูนย์ ที่ $\eta = -1$



$$\left. \frac{\partial x}{\partial \xi} \right|_{\eta=-1} = \sum_{i=1}^8 N_i \bar{x}_i$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4}[-1+2\xi+2\xi+1](0) \\ &\quad + \frac{1}{4}[1+2\xi+2\xi+1](L) \\ &\quad + \frac{1}{4}[-1+2\xi-2\xi+1](L) \\ &\quad + \frac{1}{4}[1-2\xi+2\xi-1](0) \\ &\quad + \frac{1}{2}[-2\xi-2\xi](x_2) \\ &\quad + \frac{1}{2}[-2\xi+2\xi]\left(\frac{L}{2}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2}[1-1](L) \\ &\quad + \frac{1}{2}[-1+1](0) \\ &= \frac{1}{4}[2+4\xi]L + \frac{1}{2}(-4\xi)x_2 \end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า $\left. \frac{\partial x}{\partial \xi} \right|_{\eta=-1} = 0$ และ $\eta = \xi = -1$ จะได้ค่า $x_2 = \frac{L}{4}$

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ : นายศิริเทพ พรหมโสภา
 ชื่อวิทยานิพนธ์ : การวิเคราะห์การขยายตัวของรอยแตกร้าวในยาง
 ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
 สาขาวิชา : วิศวกรรมเครื่องกล

ประวัติส่วนตัว

เกิดเมื่อวันที่ 22 กุมภาพันธ์ 2523 ที่จังหวัดสุพรรณบุรี ที่อยู่ปัจจุบัน เลขที่ 48/51 ม.5
 ซ. สุขาวดี ถ. บางกรวย-ไทรน้อย ต.บางกรวย อ.บางกรวย จ.นนทบุรี สำเร็จการศึกษาระดับ
 มัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนนครนสสุตศึกษาลัย จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2538
 ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาเครื่องกลจากวิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม สถาบัน
 เทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ปีการศึกษา 2541 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี
 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล เกียรตินิยมอันดับ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ปีการศึกษา 2545