

ชื่อโครงการ: สมบัติและความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทางเรขาคณิตของเส้นโค้งในปริภูมิเอกฐานที่มีความโค้งซึ่งมีขอบเขตบน

ชื่อนักวิจัย: ชัยวัฒน์ มณีสว่าง มหาวิทยาลัยมหิดล

ระยะเวลาโครงการ: 1 กรกฎาคม 2543—30 มิถุนายน 2545

วัตถุประสงค์ของโครงการคือ การขยายขอบเขตของหลักการของความโค้งรวมของเส้นโค้งและการศึกษาสมบัติพื้นฐานของความโค้งรวม รวมทั้งทฤษฎีประมาณค่าความยาวของเส้นโค้งความโค้งรวมของเส้นโค้งในปริภูมิเอกฐานที่มีความโค้งซึ่งมีขอบเขตบนสามารถนิยามได้โดยการประมาณเส้นโค้งด้วยเส้นหัก ทฤษฎีประมาณค่าความยาวของเส้นโค้งสองทฤษฎี คือประมาณจากความโค้งรวมและความยาวของคอร์ด และประมาณจากความโค้งรวมและความยาวรัศมีของวงกลมล้อม สามารถพิสูจน์ได้โดยใช้ Majorization Theorem ของ Reshetnyak และจากการวิเคราะห์เส้นโค้งในปริภูมิที่มีความโค้งคงที่ ทฤษฎีที่ได้มีความคล้ายคลึงกับในกรณีของปริภูมิยุคลิดที่มีมาแต่เดิมนอกจากนี้ ยังมีทฤษฎีประมาณความยาวแบบที่สอง ซึ่งหากเส้นโค้งมีความโค้งรวมมากและอยู่ในวงกลมล้อมขนาดใหญ่ เราจะได้เส้นโค้งสุดขีดเป็นเส้นหัก ซึ่งเป็นลักษณะที่ไม่เคยพบมาก่อนในกรณีของปริภูมิยุคลิด นอกจากนี้ ยังมีทฤษฎีและสมบัติอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับความโค้งรวม ซึ่งสามารถนำมาพิจารณาความเป็นไปได้ในการขยายขอบเขตไปยังปริภูมิเอกฐาน ซึ่งจะเป็นหัวข้องานวิจัยต่อไปได้ในอนาคต

The objective is to generalize the concept of total curvature of curves and to study its basic properties as well as theorems on length estimate. Total curvature of a curve in a metric space of curvature bounded above may be defined by approximating the curve by polysegments. Two curve length estimates—through its total curvature and chordlength and through its total curvature and the radius of its circumball—are obtained through the use of Reshetnyak's Majorization Theorem and an analysis of curves in spaces of constant curvature. The estimates have similar characters as in the classical setting (the Euclidean space), except in the case of negative spatial curvature bound for the second estimate, where a combination of a large circumradius and large total curvature gives rise to a polysegment as an extremal curve—a configuration that has not previously been seen. For future studies, there are a number of theorems and properties that are plausible to extend to this generalized setting.