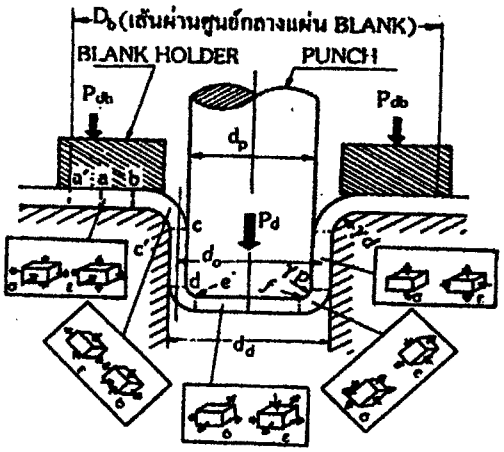
บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีการลากขึ้นรูป

การลากขึ้นรูป (Drawing) คือ การแปรสภาพโลหะจากแผ่นเรียบให้เป็นรูปภาชนะต่างๆ ตามต้องการ โดยมีความหนาของโลหะไม่เปลี่ยนหรือเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย ซึ่งการเปลี่ยนรูปของโลหะดังกล่าวจะเกิดขึ้นในช่วงการเปลี่ยนรูปอย่างถาวรของโลหะนั้นเพื่อให้งานขึ้นรูปนี้ประสบผลสำเร็จนั้นต้องอาศัยทฤษฎีหลักๆ คือแรงที่ใช้ในการรูปต้องทำให้เกิดความเค้น (Stress) บนชิ้นงานมีค่าไม่มากไปกว่า ความแข็งแรงทางดึงสูงสุด (Ultimate Tensile Strength) ของวัตถุชิ้นงาน และในขณะเดียวกันก็ต้องไม่ทำให้เกิดรอยย่น (Wrinkle) ขึ้นบนชิ้นงานด้วย



ภาพที่ 2.1 แสดงแรงที่เกิดขึ้นในระหว่างการขึ้นรูป

ลักษณะแรงที่เกิดขึ้นระหว่างการลากขึ้นรูปมีอยู่ 2 ชนิด คือ แรงดึงและแรงอัด โดยพิจารณาแบ่งออกเป็น 5 ช่วง

ช่วงที่ 1 บริเวณปีกของถ้วยจะเกิดแรงอัดสองทิศทาง คือ แนวความหนาของโลหะกับแนวเส้นรอบวงและจะเกิดแรงดึงหนึ่งทิศทางคือแนวแนวโลหะที่ไหลตัว

ช่วงที่ 2 บริเวณโค้งระหว่างปีกถ้วยกับผนังจะเกิดแรงอัดสองทิศทาง คือ แนวความหนาของโลหะกับแนวเส้นรอบวงและจะเกิดแรงดึงหนึ่งทิศทางคือ แนวที่โลหะไหลตัว

ช่วงที่ 3 บริเวณก้นถ้วยจะเกิดเฉพาะแรงดึง 2 ทิศทาง คือ แนวที่โลหะไหลตัว

ช่วงที่ 4 บริเวณโค้งระหว่างก้นถ้วยกับผนังจะเกิดแรงอัดหนึ่งทิศทาง คือ แนวความหนาของโลหะและแรงดึงสองทิศทาง คือ แนวที่โลหะไหลตัว

ช่วงที่ 5 บริเวณผนังถ้วยที่เกิดเฉพาะแรงดึงหนึ่งทิศทาง คือ แนวที่โลหะที่ไหลตัว

2.1.1 การทำงานของแม่พิมพ์ลากขึ้นรูป

โครงสร้างของแม่พิมพ์ขึ้นอยู่กับระบบการทำงานของเครื่องปั๊ม(Press Machine) ซึ่งหลักการปั๊มขึ้นรูป คือ มีแท่นของเครื่องปั๊มที่ยึดติดอยู่กับที่ และตัวสไลด์เป็นตัวเลื่อนขึ้นลงได้ ซึ่งจุดนี้เป็นจุดต่อเนื่องระหว่างเครื่องปั๊มกับตัวแม่พิมพ์ นอกจากนี้ยังมีจุดที่ต่อเนื่องกันอีกหลายอย่างสำหรับการออกแบบแม่พิมพ์พร้อมกับขนาดของแท่นเครื่อง(Table) ตัวสไลด์ ตัวปลดชิ้นงาน(Ejector) และตัวรับแรงกระแทก(Die cushion) ซึ่งสิ่งเหล่านี้โดยมากจะทำเป็นชิ้นส่วนแม่พิมพ์มาตรฐานเกือบทั้งหมด

โครงสร้างของแม่พิมพ์ลากขึ้นรูปแบ่งออกเป็น 4 แบบ ดังนี้

- แบบจังหวะเดียวไม่มีแผ่นจับยึดชิ้นงาน (Single – action die without blank holder)
- แบบจังหวะเดียวมีแผ่นจับยึดชิ้นงาน (Single – action die with blank holder)
- แบบสองจังหวะมีตัวสไลด์แผ่นจับชิ้นงานเคลื่อนที่ (Double – action die with blank holder – slide)
- แบบสามจังหวะมีแผ่นจับยึดชิ้นงานเคลื่อนที่และตัวดายดูชั่น (Three – action die with blank holder – slide)

1. แม่พิมพ์จังหวะเดียวไม่มีแผ่นจับยึดชิ้นงาน

การลากขึ้นรูปถ้วยสามารถทำได้โดยใช้แม่พิมพ์ที่ไม่มีแผ่นจับยึดชิ้นงาน ดังภาพที่ 2.2a และปราศจากรอยย่นที่ชิ้นงาน ถ้าความต้านทางการโก่งตัวของโลหะแผ่นต้านความเค้นแรงกดที่ตั้งฉากกับแนวรัศมีได้สูงพอ สิ่งนี้จะเป็นจริงได้เมื่ออัตราส่วนของเส้นผ่าศูนย์กลางของแผ่นงานต่อความหนา คือ d ต่อ d มีค่า 25 ถึง 40 ค่าที่น้อยที่สุดเป็นค่าที่สามารถใช้อัตราส่วนการขึ้นรูป β ค่ามาก

การลากขึ้นรูปโดยไม่มีแผ่นจับยึดชิ้นงานเป็นการใช้เครื่องมือที่มีโครงสร้างแบบง่าย ๆ เนื่องจากไม่มีความเสียดทางที่เกิดจากแผ่นจับยึดชิ้นงาน จึงทำให้แรงในการลากขึ้นรูปลดลงและขอบเขตของอัตราส่วน β อาจจะเพิ่มขึ้น สิ่งจำเป็นสำหรับการลากขึ้นรูปของแม่พิมพ์จังหวะเดียวเมื่อใช้แม่พิมพ์ที่ไม่มีแผ่นจับยึดชิ้นงานที่ดายมีรูปเรขาคณิตลักษณะพิเศษ วิธีที่ง่ายที่สุดก็คือ การเพิ่มค่ารัศมีดายของแม่พิมพ์(r_D) ทำให้มีรูปร่างง่ายต่อการผลิต แต่ในการลากขึ้นรูปที่มีอัตราส่วนขึ้นรูป น้อยสามารถทำได้ดีก่อนที่ขอบของแผ่นงานจะถูกยกตัวขึ้นจากแม่พิมพ์ ซึ่งเป็นการทำให้เกิดการก่อตัวของรอยย่น

2. แม่พิมพ์จังหวะเดียวมีแผ่นจับยึดชิ้นงาน

แผ่นจับยึดชิ้นงานจะทำงานควบคู่กับดายดูชั่นในแท่นเครื่องปั๊ม ดังนั้นเมื่อพั้นช์ถูกยึดกับแท่นเครื่อง และดายถูกยึดติดกับส่วนที่เป็นตัวสไลด์เคลื่อนที่ด้านบนแม่พิมพ์ ในตำแหน่งแรกของแผ่นจับยึดชิ้นงานอยู่ในตำแหน่งบนซึ่งแผ่นชิ้นงานสามารถจะใส่เข้าไปในดายได้ ในตอนเริ่มต้นของกระบวนการขึ้นรูป แผ่นจับยึดชิ้นงานและดายจะเป็นตัวไปกดชิ้นงาน เมื่อสไลด์ส่วนบนเคลื่อนที่ลงมาดายดูชั่น

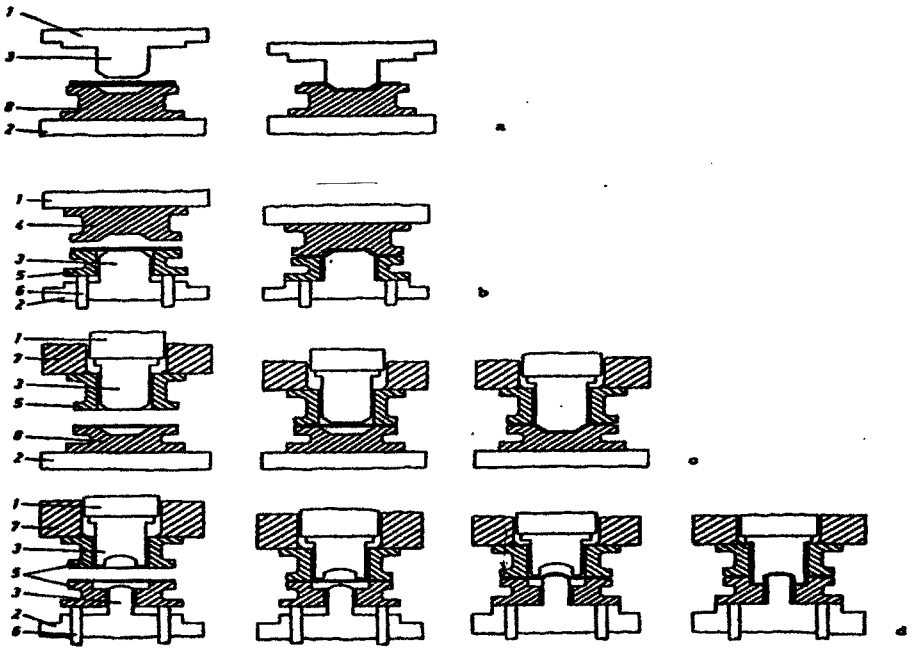
จะส่งแรงต้านด้านล่างผ่านสลักนำไปดันที่แผ่นจับยึดชิ้นงาน ดังนั้นผลที่เกิดขึ้นแรงในการขึ้นรูปมีแรงต่างกัน คือ แรงระหว่างพั้นช์และแผ่นจับยึดชิ้นงาน ดังภาพที่ 2.2 b

3. แม่พิมพ์สองจังหวะมีตัวสไลด์แผ่นจับยึดชิ้นงานเคลื่อนที่

แผ่นยึดจับชิ้นงานเป็นส่วนหนึ่งของตัวสไลด์ส่วนเคลื่อนที่ด้านบน ดังภาพที่ 2.2c ทิศทางการทำงานของแผ่นจับยึดชิ้นงานจะไปในทิศทางเดียวกันกับตัวสไลด์พั้นช์ของเครื่องปั๊ม ดายของแม่พิมพ์จะยึดติดแน่นกับแท่นของเครื่องปั๊ม การใส่แผ่นชิ้นงานลงไปในดายจะกระทำในขณะที่พั้นช์และแผ่นจับยึดชิ้นงานอยู่ในตำแหน่งบน ในขั้นตอนแรกของการขึ้นรูปแผ่นจับยึดชิ้นงานจะกดลงบนแผ่นชิ้นงาน และในขั้นตอนที่สองพั้นช์จะเคลื่อนตัวลงมาทำการขึ้นรูปต่อไป

4. แม่พิมพ์สามจังหวะมีแผ่นจับยึดชิ้นงานและดายดูชั่น

เมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างแม่พิมพ์สองจังหวะที่มีตัวสไลด์ แผ่นจับยึดชิ้นงานเคลื่อนที่กับแม่พิมพ์สามจังหวะที่มีดายดูชั่นเพิ่มขึ้นมา จากภาพที่ 2.2d เมื่อใส่แผ่นชิ้นงานเข้าไปในดายแล้วพั้นช์และแผ่นจับยึดชิ้นงานรวมทั้งดายดูชั่นจะอยู่ในตำแหน่งบนของแม่พิมพ์ ขั้นตอนแรกของการลากขึ้นรูปแผ่นชิ้นงานจะถูกกดอยู่ระหว่างแผ่นจับยึดชิ้นงานกับดายดูชั่น ในตำแหน่งนี้แม่พิมพ์ส่วนบนจะเคลื่อนที่ลงมา และเริ่มต้อนการขึ้นรูปด้วยพั้นช์ ซึ่งถูกติดตั้งไว้ที่แท่นเครื่อง ในจังหวะที่สองตัวสไลด์ของเครื่องปั๊มที่อยู่ด้านบนจะเคลื่อนตัวลงมา และทำการลากขึ้นลึก ซึ่งออกแบบแม่พิมพ์ชนิดนี้จะเป็นการขึ้นรูปแบบลากขึ้นรูปครั้งแรกและลากขึ้นรูปกลับทางอยู่ในขั้นตอนเดียวกันซึ่งแรงในการขึ้นรูปเป็นผลของแรงในการลากขึ้นรูปเป็นผลของแรงที่ต่างกันระหว่างพั้นช์และแผ่นจับยึดชิ้นงาน



ภาพที่ 2.2 โครงสร้างของแม่พิมพ์ลากขึ้นรูปแบ่งออกเป็น 4 แบบ

(a) แม่พิมพ์จังหวะเดียวไม่มีแผ่นจับชิ้นงาน
(b) แม่พิมพ์จังหวะเดียวมีแผ่นจับยึดชิ้นงาน
(c) แม่พิมพ์สองจังหวะมีแผ่นจับยึดชิ้นงาน
(d) แม่พิมพ์สามจังหวะมีแผ่นจับยึดชิ้นงาน
(1) ตัวสไลด์เครื่องปั๊ม
(2) แท่นเครื่องปั๊ม
(3) พั้นช์
(4) ส่วนแม่พิมพ์ตอนบน
(5) แผ่นจับยึดชิ้นงาน
(6) สลักนำดายคูชั่น
(7) ตัวสไลด์ของแผ่นจับยึดชิ้นงาน
(8) ส่วนแม่พิมพ์ตอนล่าง

2.1.2 ตัวแปรของการลากขึ้นรูป (Variables of drawing)

ตัวแปรของขบวนการลากขึ้นรูปถ้วยจะต้องมีการวิเคราะห์ขึ้นมา ระบบที่ใช้วิเคราะห์ตัวแปรที่ใช้ที่นี้จะทำให้เห็นถึงการเปลี่ยนรูปของโลหะที่เป็นไปตามชนิดของตัวแปรที่ใช้หลาย ๆ แบบตัวแปรแต่ละอันจะถูกแสดงให้เห็นถึงปัจจัยที่เกี่ยวข้องด้านความเหมาะสมของวัตถุดิบที่ใช้, ดาย, เครื่องปั๊มโลหะ , การออกแบบผลิตภัณฑ์ และการควบคุมขบวนการผลิต

1. ตัวแปรที่เกี่ยวกับการงอและทำให้ตรง (Bending and strainghtening variables)

ตัวแปรหลักที่ทำให้แรงที่ใช้ในการลากขึ้นหรือลดลงเนื่องจากการงอและการทำให้ตรง คือ

1.1 รัศมีของพั้นช์ ได้ถูกสร้างขึ้นมาบนแท่งพั้นช์ ขนาดของรัศมีของพั้นที่ใช้จะถูกคำนวณโดยวิศวกรทางด้านขบวนการผลิตหรือวิศวกรออกแบบดาย รัศมีของพั้นช์ที่ใช้ในการลากขึ้นรูปใหม่ครั้งสุดท้าย จะเป็นตัวกำหนดรัศมีของถ้วยที่ต้องการทำขึ้นมา ในขณะที่ทำการลากขึ้นรูปจะต้องมีการแต่งส่วนโค้งที่รัศมีของดายบ่อย ๆ รัศมีที่เล็กกว่าจะทำให้ต้องใช้แรงในการงอสูงกว่า

1.2 รัศมีของดาย ซึ่งได้ถูกสร้างขึ้นมาบนแท่งดาย มีลักษณะคล้ายกับรัศมีของพั้นช์ รัศมีของดายจะเป็นตัวกำหนดตำแหน่งการงอครั้งแรกของชิ้นงาน ถ้ารัศมีของดายเล็กไปอาจจะต้องใช้แรงในการงอสูงขึ้นเกือบเท่ากับแรงที่ใช้ทำให้ตรง ซึ่งขนาดของรัศมีแม่พิมพ์ตัวเมีย มีผลต่อการเพิ่มขึ้นและลดลงของแรงที่ใช้ในการขึ้นรูป Kurt Lang ได้กล่าวถึงแรงดัดที่เกิดขึ้นเนื่องจากรัศมีของแม่พิมพ์ตัวเมียไว้ดังนี้

$$F_b = \frac{\pi.\sigma_f.d_m.S^2}{2r_D} \qquad \text{..... (2.1)}$$

เมื่อ

σ_f = Flow Stress

d_m = ความโตเฉลี่ยของถ้วย

S = ความหนา

r_O = รัศมีของแม่พิมพ์ตัวเมีย

F_b = Bending Force

จากสมการดังกล่าวจะเห็นได้ว่ารัศมีของแม่พิมพ์ตัวเมียมีผลต่อแรงในการลากขึ้นรูป

Chung และ Wsift ได้ศึกษาถึงผลจากขนาดของรัศมีแม่พิมพ์ตัวเมียกับขนาดของ Blank พบว่ารัศมีของแม่พิมพ์ที่เพิ่มขึ้นทำให้การลากขึ้นรูปได้ดีขึ้น แต่ถ้ารัศมีแม่พิมพ์ใหญ่เกินไปจะทำให้เกิดรอยย่นได้ จาก Chung และ Swift อาจสรุปได้ว่า

- $r_D \approx 4$–8 เท่าของความหนา จะไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงความหนาชิ้นงาน
- $r_D < 10$ เท่าของความหนา จะทำให้อัตราส่วนในการลากขึ้นรูปมีแนวโน้มลดลง
- $r_D \geq 10$ เท่าของความหนา จะมีผลต่อแรงในการลากขึ้นรูป (Drawing Force)
- $r_D >> 10$ เท่าของความหนา จะทำให้เกิดรอยย่น (Wrinkles)
- r_D เล็กมาก ๆ จะทำให้เกิด Necking ที่รัศมีแม่พิมพ์ตัวผู้ (Punch Radius)

นอกจากนี้รูปร่างของ Die มีผลต่อแรงในการลากขึ้นรูปและขีดจำกัดอัตราส่วนการขึ้นรูปอีกด้วย เช่น รูปร่างของ Die แบบ Tractrix Shape เป็นรูปร่างของแม่พิมพ์ตัวเมียที่ทำให้แรงกดของ Punch ลดลงเมื่อเทียบกับแรงที่เกิดจากแม่พิมพ์ตัวเมียในรูปร่างปกติ

1.3 องศาของการขึ้นรูป ตามปกติแล้วชิ้นงานจะถูกอัดขึ้นเป็นมุม 90 องศา แต่อาจจะทำให้เล็กลงหรือเพิ่มขึ้นได้โดยทำมุมที่ผิวหน้าของดายกับแนวระดับ ซึ่งตามปกติแล้ววิธีการแบบนี้ไม่นิยมใช้ในการลากขึ้นรูปถ้วย มุมของการงอซึ่งได้ทำที่รัศมีของดายน้อยกว่า 90 องศา จะทำให้แรงที่ใช้ในการขึ้นรูปน้อยลง ที่มุมนี้แผ่นชิ้นงานได้ถูกแผ่นยึดชิ้นงานกดให้เป็นรูปร่างคล้ายจานก่อนที่จะแท่งพั้นช์จะลงมาสัมผัส

2. ตัวแปรเกี่ยวกับความเสียดทาน (Friction variables)

มีตัวแปรหลาย ๆ อย่างที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของแรงเสียดทานทั้งรูปแบบของแรงเสียดทานานิ่งและความเสียดทานเคลื่อน ซึ่งตัวแปรเหล่านี้จะทำให้แรงที่ใช้ปกติหรือสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานเปลี่ยนไป ซึ่งได้แก่

2.1 สารหล่อลื่น ซึ่งได้ถูกนำไปใช้ที่แผ่นชิ้นงานหรือผิวหน้าของดายก่อนที่จะลากขึ้นรูป สารหล่อลื่นที่มีคุณสมบัติลื่นตัวได้ดีจะช่วยลดความเสียดทาน สารหล่อลื่นที่มีคุณสมบัติต้านทานต่อ

ความดันสูงได้ดีจะการเพิ่มความเสียดทานการเลือกใช้สารหล่อลื่นเป็นหน้าที่ของวิศวกรหรือหัวหน้าช่างด้านการผลิต

2.2 แรงของแผ่นยึดชิ้นงาน ซึ่งเป็นแรงที่ใช้ปกติแต่จะเป็นสาเหตุให้ความเสียดทานเพิ่มขึ้น ตามปกติแล้วตัวแปรนี้จะถูกควบคุมโดยผู้ตั้งดายหรือหัวหน้าช่างด้านการผลิต แต่จะระบุขนาดโดยผู้ออกแบบดาย

2.3 ความเรียบของผิวหน้าโลหะแผ่นที่นำมาใช้ขึ้นรูปทั้งสองด้าน ซึ่งจะระบุขนาดโดยผู้ออกแบบผลิตภัณฑ์ ถ้ากำหนดค่าความหยาบของผิวหน้าไว้เป็นค่าสูงจะทำให้เกิดแรงเสียดทานมากขึ้น คุณสมบัติของผิวหน้าที่ทำขึ้นโดยขบวนการรีดขึ้นรูป เรียกว่า เทมเปอร์(Temper) หรือ สกินพาส(Skin Pass)

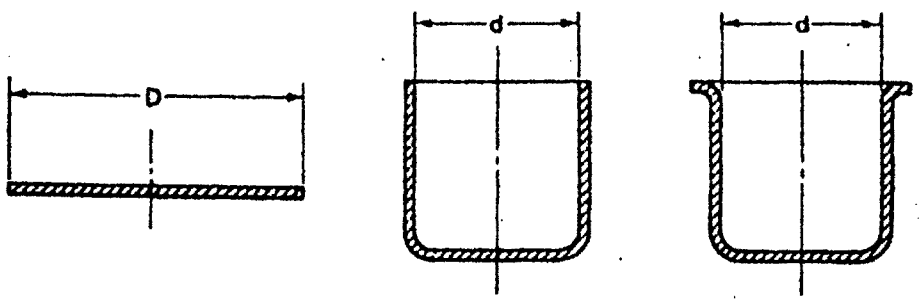
2.4 ความเรียบของผิวหน้าของพั้นช์ , ดาย และแผ่นยึดชิ้นงาน ซึ่งได้ถูกทำขึ้นมาระหว่างการสร้างแม่พิมพ์ ตามปกติแล้วจะระบุขนาดเอาไว้ในการออกแบบดาย หลังจากที่การผลิตได้เริ่มต้นแล้ว ตัวแปรนี้จะถูกควบคุมโดยแผนบำรุงรักษาดาย

3. ตัวแปรที่เกี่ยวการอัด (Compression variables)

ตัวแปรนี้มีผลกระผลกระเทือนถึงแรงที่ใช้ในการบีบหรืออัด และเป็นการยากที่จะเข้าใจ การอัดนั้นต้องการใช้เพื่อลดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของโลหะแผ่นโดยทำให้โลหะไหลตัวไปบนรัศมีของดาย ตัวแปรที่เกี่ยวกับการอัด คือ

3.1 เปอร์เซ็นต์การลดตัว (Percent of reduction)ของเส้นผ่านศูนย์กลางหรือเส้นรอบรูป ซึ่งคำนวณได้จากการเปรียบเทียบขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นชิ้นงานและเส้นผ่านศูนย์กลางของพั้นช์ จากสูตร

$$\%Re = \frac{D-d}{D} \times 100 \qquad \text{..... (2.2)}$$



ภาพที่ 2.3 สัญลักษณ์ต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณหาเปอร์เซ็นต์การลดตัว

ขนาดจำกัดของการลากขึ้นรูปนั้น จะอยู่ใกล้กับ 50% Re โดยผลของ % Re มีดังนี้ ถ้าทำการลากขึ้นรูปที่ % Re น้อย แรงที่ใช้การลากขึ้นรูปจะน้อย แต่ถ้าทำการลากขึ้นรูปที่ % Re มาก แรงที่ใช้

ในการลากขึ้นรูปจะมาก เพราะจะอธิบายถึงปริมาณของโลหะที่ได้ถูกอัด ถ้า % Re มากปริมาณของโลหะที่ถูกอัดก็มาก ทำให้ถูกต้องใช้แรงงานในการลากขึ้นรูปมากไปด้วย

3.2 ความลึกของการลากขึ้นรูปหรือความสูงของดาย ซึ่งชี้ให้เห็นถึงความแปรเปลี่ยนของขนาดการอัดที่ต้องการ ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยหลังจากการขึ้นรูปแล้วไม่ถูกทำให้แปรเปลี่ยนขนาดอีกจะเห็นว่า ถ้วยที่มีความลึกกว่าต้องการแผ่นชิ้นงานที่มีขนาดใหญ่กว่า ดั้งนั้นปริมาณการบีบตัวที่ใช้จึงสูงกว่าในการลากขึ้นรูปครั้งแรก (First draw) และในการลากขึ้นรูปใหม่ (Redraw) ครั้งต่อๆไป ตัวแปรนี้จะเป็นความรับผิดชอบของผู้ออกแบบดาย แต่ถ้าเป็นการลากขึ้นรูปใหม่ครั้งสุดท้ายแล้วจะเป็นหน้าที่ของผู้แบบผลิตภัณฑ์

3.3 ความเหนียวของโลหะแผ่นหรือความสามารถในการเปลี่ยนรูปร่าง โดยปราศจากการแตก แม้ว่าความเหนียว คือ การวัดคุณสมบัติภายใต้แรงดึงแต่มันก็จะชี้ให้เห็นถึงความสามารถในการอัดและการขึ้นรูปด้วย ความเหนียวได้ถูกวัดโดยการทดสอบแรงดึง (Tensile test) ในรูปเปอร์เซ็นต์รวมการยืดหยุ่นตัว, การยืดหยุ่นตัวในรูปแบบเดียวกันและอัตราส่วนของการดึงต่อความแข็งแรงล้าตัว เนื่องจากความเหนียวเป็นคุณสมบัติอย่างหนึ่งของวัสดุ ดังนั้นผู้ออกแบบผลิตภัณฑ์จะต้องระบุถึงรายละเอียดของวัสดุที่ใช้

3.4 ความแข็งแรงล้าตัว ซึ่งเป็นจุดที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงอย่างถาวรของโลหะได้บังเกิดขึ้น ความแข็งแรงล้าตัวต่ำเป็นสิ่งต้องการของขบวนการลากขึ้นรูป เพราะจะทำให้การลากขึ้นรูปเริ่มต้นได้โดยไม่เกิดการฉีกขาดอย่างรุนแรงของโลหะที่บริเวณใกล้กับรัศมีของดายตัวแปรนี้สามารถควบคุมได้โดยการตั้งมาตรฐานเฉพาะของวัสดุขึ้นมาความแข็งสามารถที่จะทำให้ลดตัวโดยการอบคืนตัว (Anneal) แผ่นชิ้นงาน

3.5 อัตราส่วนความหนาต่อเส้นผ่าศูนย์กลางของแผ่นชิ้นงาน (Thickness to Diameter ratio) โดยจะส่งผลไปถึงแรงที่ใช้อัด อัตราส่วนของความหนาต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นชิ้นงานจะใช้เพื่อทำนายความรุนแรงของการเกิดรอยย่น ซึ่งสามารถที่จะหาได้ในรูปของเปอร์เซนต์ ดังต่อไปนี้

กำหนดให้ t = ความหนาแผ่นชิ้นงาน

D = เส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นชิ้นงาน

จะได้ $\frac{t}{D} \times 100(\%)$ ..... (2.3)

ความรุนแรงของการเกิดรอยย่นได้บรรยายเป็นสี่แบบ คือ

เมื่อ

$\% t/D \leq 0.50$ รอยย่นจะเกิดรุนแรงมาก และแรงอัดต้องถูกทำให้ลดลง แผ่นยึดชิ้นงานจะต้องนำมาใช้ในการลากขึ้นรูป

$0.50 \leq \%\, t/D \geq 1.50$ รอยย่นจะเกิดขึ้นบานกลางและยอมให้ใช้แรงของแผ่นยึดชิ้นงานต่ำ

$1.50 \leq \%\, t/D \geq 2.50$ รอยย่นจะเกิดขึ้นน้อยมาก ถ้าแรงอัดได้ถูกทำให้ลดลงโดยการใช้พั้นช์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้นก็ไม่จำเป็นที่ต้องใช้แผ่นยึดชิ้นงาน

$\%\, t/D \geq 2.50$ จะไม่มีรอยย่นปรากกฏขึ้นแสดงว่าแผ่นยึดชิ้นงานไม่จำเป็นต้องใช้ ถึงแม้จะมีแรงอัดสูงมากก็ตาม

3.6 อุณหภูมิของแผ่นชิ้นงานระหว่างการลากขึ้นรูป อุณหภูมิที่สูงขึ้นทำให้โลหะอ่อนตัวลงเป็นการลดแรงที่ใช้ในการบีบหรืออัด แต่จะไปทำให้ความแข็งแรงของโลหะแผ่นลดลง อาจจะเป็นผลทำให้เกิดการฉีกขาดได้ง่าย การแก้ปัญหาอันนี้ ก็คือให้ความร้อนเฉพาะบริเวณพื้นที่ของแผ่นชิ้นงานที่ถูกอัดเท่านั้น

4. ตัวแปรที่เกี่ยวกับการยืดขึ้นรูป (Stretch Forming Variables)

การยืดขึ้นรูปถือเป็นปัจจัยที่สำคัญอย่างหนึ่งของขบวนการลากขึ้นรูป การยืดขึ้นรูปจะรวมไปถึงการเกิดการดึงในทิศทางอื่นๆ บนโลหะแผ่นด้วย โดยทำโลหะแผ่นให้มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงแตกต่างไปจากการทดสอบแรงดึงในแกนเดียวกัน ตัวแปรที่ใช้ประเมินผลของการยืดขึ้นรูปคือ

4.1 Olsen Cupping Vaiue ซึ่งเป็นค่าที่แสดงถึงระยะการกินลึกลงบนโลหะแผ่นแบนของลูกโลหะกลมจนกระทั่งโลหะนั้นเกิดการแตก ไม่มีการทดสอบการดึงลงหรือการลากลงของโลหะแผ่นลงไปในดาย มีแต่การทดสอบที่ได้จำลองการลากขึ้นรูปของโลหะเหนือปลายพั้นช์ที่มีรูปร่างโค้งกลมที่ตำแหน่งเริ่มต้นของการลากขึ้นรูป ค่า Olsen ที่สูงกว่าของโลหะใด หมายถึง การยืดขึ้นรูปของโลหะนั้นมีโอกาสที่จะประสพผลสำเร็จ

4.2 Strain Exponent (n) ซึ่งเป็นเส้นลากเอียง(Slope) ของขอบเขตที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างถาวรของเส้นโค้งแสดงความเค้น-ความเครียด(Stress-Strain Curve) ถ้าค่า n มีค่าสูงจะทำให้โลหะแข็งตังอย่างรวดเร็วมากระหว่างขบวนการเปลี่ยนรูป บางทีเรียกว่า การยืดหยุ่นในรูปแบบเดียวกัน

5. ตัวแปรที่ปะปนกัน (Misceiianeous variables)

มีตัวแปรหลายอันที่เกี่ยวข้องกับการขึ้นรูปแต่ไม่สามารถจัดประเภทเอาไว้ในหัวข้อที่กล่าวมาได้ตัวแปรเหล่านั้น ได้แก่

5.1 ช่องว่างระหว่างพั้นช์และดาย ซึ่งเป็นช่องว่างที่ยอมให้โลหะไหลผ่านลงไปในดายตามปกติแล้ว ถ้าโลหะที่มีความหนาถูกนำมาลากขึ้นรูปขนาดช่องว่างก็ถูกทำให้ใหญ่ขึ้นถ้าขนาดของช่องว่างเท่ากับความหนาของแผ่นชิ้นงานหรือน้อยกว่าจะเกิดการขัดถูหรือขัดเป็นมันเงาของโลหะ

เกิดขึ้นใกล้กับส่วนบนของปากถ้วย ซึ่งจะทำให้ความหนาของผนังถ้วยที่ได้รับออกมามีขนาดเท่ากันตลอดและความสูงของถ้วยก็จะเพิ่มขึ้น ซึ่งปรากฏการณ์เช่นนี้ตรงกับความต้องการของการออกแบบผลิตภัณฑ์ แต่การทำเช่นนั้นอาจมีผลต่อโครงสร้างของดายที่ทำขึ้นมาได้ ช่องว่างระหว่างแม่พิมพ์ต้องมีขนาดใหญ่เพียงพอ ที่จะรองรับความหนาที่เพิ่มขึ้น โดยได้ประมาณช่องว่างแม่พิมพ์ไว้ดังนี้

$$t = t_o \left(\frac{D}{d}\right)^{1/2} \qquad \text{..... (2.4)}$$

เมื่อ

t_o = เป็นความหนาเดิมของโลหะแผ่น

D = เป็นความโตของแผ่นเปล่า

d = เป็นความโตของแผ่นแม่พิมพ์ตัวผู้

Oehler และ Kaiser ได้ทำการศึกษา Die clearance ไว้ดังนี้

$U_D = So + 0.07 + \sqrt{10\ So}$ สำหรับ Steel Sheet

$U_D = So + 0.02 + \sqrt{10\ So}$ สำหรับ Aluminum Sheet

$U_D = So + 0.04 + \sqrt{10\ So}$ สำหรับ Nonferrous Sheet

$U_D = So + 0.02 + \sqrt{10\ So}$ สำหรับ High-temperature Alloys

เมื่อ

U_D = Die Clearance

So = Sheet Thickness

5.2 ความเร็วของการลากขึ้นรูป(Drawing speed) หรือความเร็วที่พั้นช์สัมผัสแผ่นชิ้นงาน ความเร็วที่ตอนปลายของการลากขึ้นรูปจะเป็นศูนย์เนื่องจากข้อเหวี่ยงได้เคลื่อนที่สุดระยะ ค่าเฉลี่ยของความเร็วในการลากขึ้นรูปจะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของความเร็วสัมผัสแผ่นชิ้นงาน ตัวแปรนี้จะควบคุมได้ที่เครื่องปั๊มโลหะซึ่งเกี่ยวข้องอยู่กับจำนวนรอบการหมุนต่อนาที ของข้อเสือและการเหวี่ยงตัวของข้อเสือหรือระยะของช่วงชัก (Press stroke) ความลึกของการลากขึ้นรูปจะเปลี่ยนความเร็วสัมผัสทั้งนี้เพราะว่าระยะความลึกจะควบคุมตำแหน่งของระยะช่วงชัก ตามปกติแล้ววิศวกรขบวนการผลิตจะเป็นคนเลือกเครื่องปั๊มโลหะขึ้นมา

5.3 อัตราส่วนของความเครียด (Strain ratio, γ) หรือความต้านทานของโลหะแผ่นต่อความบางของมัน ถ้าโลหะมีอัตราส่วนของความเครียดสูงเมื่อนำไปลากขึ้นรูปจะไม่มีโอกาสฉีกขาดเลย โลหะจะถูกอัดอย่างรวดเร็วในทิศทางความกว้างมากกว่าความบางซึ่งลักษณะเช่นนี้เป็นที่ต้องการของการลากขึ้นรูป การควบคุมตัวแปรนี้ทำได้โดยขบวนการรีดขึ้นรูป

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

5.4 ความสามารถในการไหลตัวภายใต้สภาพความเค้นที่ปีกถ้วย ซึ่งความสามารถในการไหลตัวทำให้เกิดขีดจำกัดในการลากขึ้นรูป เป็นค่าของการดึงขึ้นรูปที่เหมาะสมของวัสดุและขึ้นกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นชิ้นงานและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Punch โดยสามารถหาขีดจำกัดในการลากขึ้นรูปครั้งแรกได้จาก

$$\beta_{max} = \left(\frac{d_o}{d_1}\right)_{max} \qquad \text{..... (2.5)}$$

เมื่อ β_{max} = Limit Drawing Ratio

d_o = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงานก่อนการขึ้นรูป

d_1 = ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Punch

5.5 ความสามารถของโลหะในการต้านทานการเพิ่มความหนาบริเวณผนังถ้วย หรือเรียกว่า Plastic Anisotropy (r) เป็นคุณสมบัติเฉพาะของโลหะแผ่น ซึ่งมักจะเกิดความไม่เท่ากันในทุกทิศทางการรีดเหล็กแผ่น โดยเป็นอัตราส่วนของ Tue Strain ในทิศทางความกว้าง (w) กับ True Strain ในทิศทางความหนา (t) ดังสมการ

$$r = \frac{\ln\left(\frac{w}{w_o}\right)}{\ln\left(\frac{t}{t_o}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{w}{w_o}\right)}{-\ln\left(\frac{w}{w_o}\right)+\ln\left(\frac{l}{l_o}\right)} \qquad \text{..... (2.6)}$$

$$r_m = \frac{\left(r_o - 2r_{45} + r_{90}\right)}{4} \qquad \text{..... (2.7)}$$

$$\Delta r = \frac{r_o - 2r_{45} + r_{90}}{2} \qquad \text{..... (2.8)}$$

เมื่อ

r = Plastic Strain Ratio

W = Width at parallel part of test piece after tensile

W_o = Width at parallel part of test piece before tensile

t_o = Thickness of test piece before tension

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย
วันที่ 31 ม.ค. 2554
เลขทะเบียน 237116
เลขเรียกหนังสือ

t = Thickness of test piece after tension

r_m = Average Value (r) หรือค่าเฉลี่ยของ Anisotropy Factor

r_O = ค่า r ในทิศทางตามแนวรีด

r_{45} = ค่า r ในทิศทาง 45^0 ตามแนวรีด

r_{90} = ค่า r ในทิศทาง 90^0 ตามแนวรีด

Δr = Variation in strain ratio

2.1.3 การออกแบบการทดลอง

เพื่อที่จะประเมินหาค่าตัวแปรของการลากขึ้นรูปได้อย่างถูกต้อง ดังนั้นจำเป็นจะต้องหาวิธี การออกแบบเครื่องมือเพื่อให้ได้รับข้อมูลต่างๆออกมา ตัวแปรที่ใช้จะมีความสัมพันธ์อย่างยิ่งกับขบวนการลากขึ้นรูป ซึ่งจะทำให้การผลิตชิ้นงานออกมาประสพผลสำเร็จ แต่ถ้าไม่ประสบผลสำเร็จขบวนการผลิตจะต้องถูกศึกษาใหม่และต้องทำให้เปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นการศึกษาควรเริ่มจากตัวแปรที่สำคัญที่สุดก่อนและศึกษาถึงตัวแปรตัวอื่นๆ ตามลำดับถัดไป สำหรับการออกแบบการทดลองนั้นจะต้องคำนึงถึงคำตอบที่ต้องการจะได้รับเสียก่อน คำตอบที่ต้องการจะได้รับจากการออกแบบการทดลอง เพื่อหาวิธีที่จะใช้ในการทดลองที่ดีที่สุดดังต่อไปนี้

2.1.3.1 ความบางของผนังถ้วย ความบางของผนังถ้วยจะถูกวัดที่ผนังถ้วยเหนือรัศมีของพันช์ ที่จุดนี้ผนังถ้วยจะบางมากและมีโอกาสที่จะฉีกขาดได้ง่าย ความบางของผนังถ้วยที่จุดนี้จะชี้ให้เห็นว่ามีโอกาสอย่างมากที่จะทำชิ้นงานออกมาดี

2.1.3.2 แรงที่พันช์ ซึ่งได้ใช้ถูกงานอย่างเต็มที่โดยการลากขึ้นรูปถ้วย แรงนี้เป็นแรงที่จำเป็นต้องใช้ในการงอ การทำให้ตรง การลากขึ้นรูป และการต้านทานความเสียดทานที่ชิ้นงานกับผิวหน้าของดายและพันช์

2.1.3.3 พลังงานที่พันช์ ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของแรงที่พันช์คูณด้วยระยะทางของการใช้งาน ในที่นี้คือความลึกของถ้วย ซึ่งอาจจะแสดงได้โดยการใช้พื้นที่ภายใต้เส้นโค้ง โดยการพล๊อตเส้นระหว่างแรงที่ใช้และขั้นตอนของการลากขึ้นรูปเป็นมิลลิเมตร

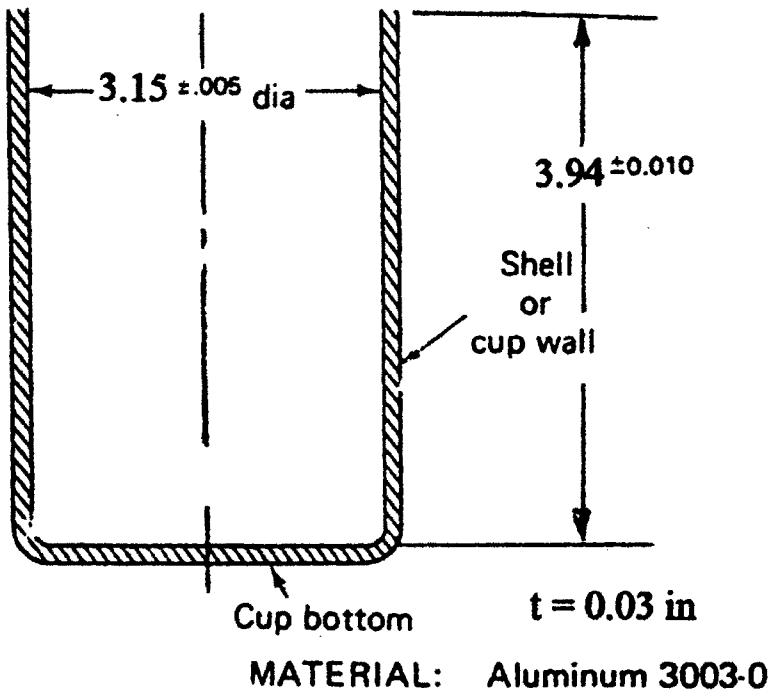
การทดลองได้ถูกออกแบบโดยใช้คำตอบทั้งสามข้างบน ซึ่งผลจากการทดลองแสดงให้เห็น เมื่อต้องการได้คำตอบเกี่ยวกับความบางของผนังถ้วย ข้อมูลที่ได้รับอาจคลาดเคลื่อนได้ง่าย แต่วิธีนี้มีข้อดีคือเสียค่าใช้จ่ายต่ำ สำหรับวิธีการทดลองหาคำตอบเกี่ยวกับพลังงานที่พันช์นั้นก็ไม่เหมาะสมเพราะต้องใช้เครื่องมือยุ่งยากมาก เสียเวลาและเสียค่าใช้จ่ายสูงมาก

การวัดแรงที่พันช์ต้องการ จะทำให้ได้โดยการใช้โหลดเซล (Load cell) ติดใต้พันช์หรือใช้ สเตนเกจติดบนพันช์ แต่การติดสเตนเกจบนพันช์นั้น อาจจะทำได้โดยการทำให้พันช์ยาวขึ้นหรือมีรู โพรงที่พันช์ แต่ถ้าเป็นโหลด เซล แล้วจะติดไว้ใต้พันช์ ซึ่งนิยมใช้กันในทางปฏิบัติมาก ขณะที่ โหลด เซล ถูกบีบระหว่างการอัดขึ้นรูปสัญญาณไฟฟ้าจะถูกขยาย และต่อมาจะถูกป้อนเข้าออสซิโลสโคป (Oscilloscope) การบันทึกผลที่ได้โดยวิธี pen-type recorder อย่างอื่นๆ นั้นไม่เป็นการเหมาะสม เนื่องจากความเร็วต่อการตอบสนองที่ต้องการวัดนั้นเร็วมาก ออสซิโลสโคปจะถูกปรับเอาไว้ตามอัตราที่ต้องการจะรู้ ผลของเส้นโค้งที่ปรากฏขึ้นบนจอจะเป็นเส้นโค้งแสดงแรง-เวลา แรงที่พันช์จะถูกบันทึกที่จุดสูงสุดของเส้นโค้ง ในกรณีที่ใช้ออสซิโลสโคปที่มีหน่วยความจำการถ่ายรูปภาพไม่จำเป็นต้องกระทำ การวัดขนาดสามารถทำได้โดยตรงจากจอภาพ หลังจากการวัดเสร็จสิ้นแล้วเส้นโค้งก็จะถูกลบเพื่อเริ่มต้นทำวงจรต่อไป วิธีการทดลองแบบนี้จะได้คำตอบที่ดีที่สุด ใช้ระยะเวลาสั้น และค่าใช้จ่ายจะอยู่กึ่งกลางระหว่างสองวิธีที่กล่าวแล้ว

2.1.4 การวางแผนสำหรับกระบวนการลากขึ้นรูปถ้วย

การวางแผนสำหรับกระบวนการลากขึ้นรูปถ้วยเป็นสิ่งที่จำเป็นจะทำให้เราสามารถออกแบบขั้นตอนการผลิตได้อย่างถูกต้อง โดยเสียต้นทุนต่ำสุดในการวางแผนจะมีหลักการที่สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การกำหนดแบบของชิ้นงาน ดังแสดงในภาพที่ 2.4



ภาพที่ 2.4 แบบของชิ้นงาน

2. ขนาดของระยะตัดขลิบริมของขอบถ้วย ระยะตัดขลิบริมของขอบถ้วย สามารถหาได้จากตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ขนาดระยะเพื่อตัดขลิบริมต่อด้าน

ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยหรือปีกถ้วย (นิ้ว)	ระยะเผื่อตัดขลิบริมต่อด้าน (นิ้ว)
ขนาดไม่เกิน 1	0.62
1-2	0.125
2-4	0.250
4-6	0.500
มากกว่า 6	1.000

3. ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นชิ้นงานก่อนลากขึ้นรูปโดยนำระยะเผื่อตัดขลิบริมต่อด้านที่ได้เลือกมามารวมเข้ากับความสูงของถ้วยก่อนจะนำไปคำนวณหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นชิ้นงานก่อนลากขึ้นรูป โดยใช้หลักการของพื้นที่ชิ้นงานก่อนลากขึ้นรูปเท่ากับพื้นที่ของชิ้นงานภายหลังการลากขึ้นรูปจะได้

$$\frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi d^2}{4} + \pi dh$$

$$D = \sqrt{d^2 + 4dh} \qquad \text{..... (2.9)}$$

ในที่นี้

D คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงานก่อนลากขึ้นรูปหน่วยนิ้ว

d คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยที่ลากขึ้นรูปแล้ว หน่วยนิ้ว

h คือ ความสูงของถ้วยที่ลากขึ้นรูปแล้วหน่วยนิ้ว

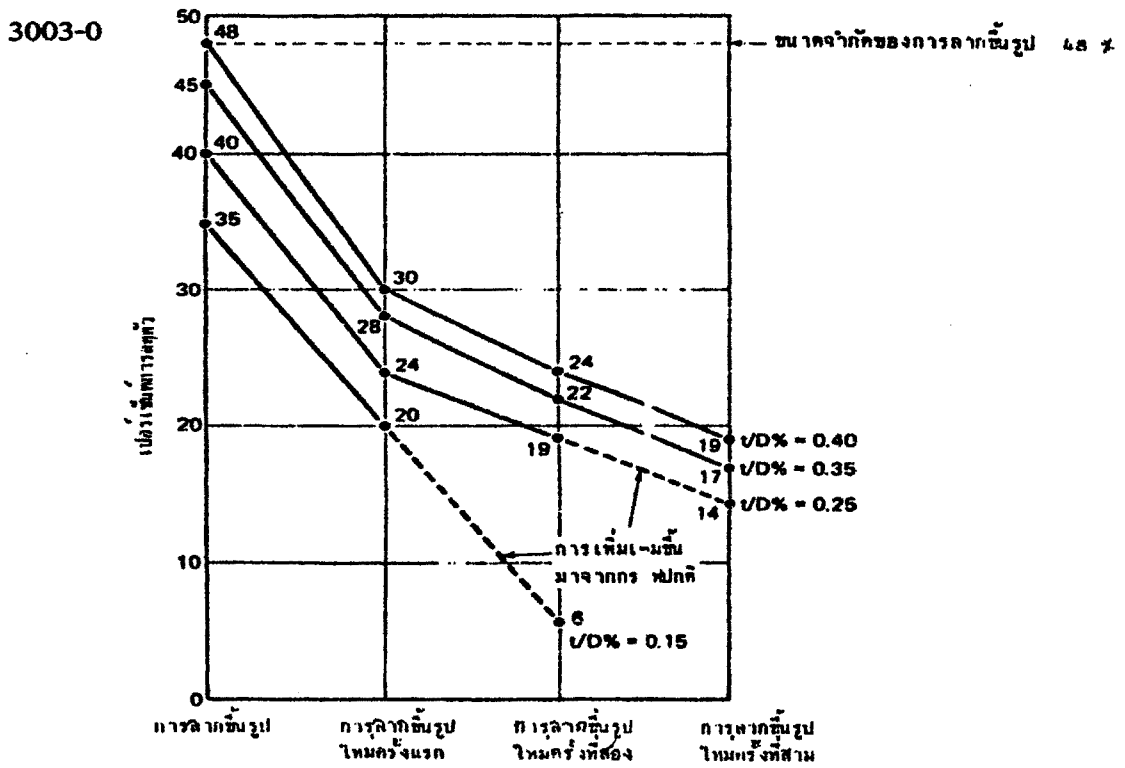
4. การคำนวณในการลากขึ้นรูปครั้งแรก

4.1 หาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยในการลากขึ้นรูปครั้งแรก โดยต้องกำหนดค่าเปอร์เซ็นต์การลดตัวขึ้นมา โดยเปอร์เซ็นต์การลดตัวจะขึ้นอยู่กับอัตราส่วนความหนาของชิ้นต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กางของแผ่นชิ้นงานก่อนลากขึ้นรูปและวัสดุชิ้นงาน ซึ่งสามารถหาค่าเปอร์เซ็นต์การลดตัวในการลากขึ้นรูปครั้งแรกสำหรับเหล็กกล้าคาร์บอนต่ำ จากตารางที่ 2.2

ตารางที่2.2 เปอร์เซ็นต์การลดตัวของเหล็กกล้าคาร์บอน สำหรับการลากขึ้นรูปถ้วยครั้งแรก

t/D x 100		เปอร์เซ็นต์การลดตัว $\frac{D-d}{D}x100$
แม่พิมพ์จังหวะเดียว	แม่พิมพ์สองจังหวะ	
	0.15	30.0
1.5	0.20	35.0
	0.30	40.0
2.0	0.40	45.0
2.5	0.50	47.5

หรืออาจหาได้จากกราฟในภาพที่ 2.5 ซึ่งเป็นค่าเปอร์เซ็นต์การลดตัวของวัสดุอลูมิเนียม 3003-0



ภาพที่ 2.5 ค่าเปอร์เซ็นต์การลดตัวของวัสดุอลูมิเนียม 3003-0

เปอร์เซ็นต์การลดตัวคำนวณได้จากสูตร

$$\% \text{ Reduction} = \frac{D-d}{D} x100 \quad \text{..... (2.10)}$$

และเมื่อลากขึ้นรูปครั้งที่สองสูตรจะเปลี่ยนไปดังนี้

$$\% \text{ Reduction} = \frac{d_1-d_2}{d_2} x100 \quad \text{..... (2.11)}$$

ซึ่งเมื่อรู้ค่า % Reduction และ D สามารถหาค่า d_1 ได้

ในที่นี้

d_1 คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยที่ลากขึ้นรูปครั้งที่ 1

d_2 คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยที่ลากขึ้นรูปครั้งที่ 2

4.2 หาแรงที่ใช้ในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1

$$F_{z1} = \pi d_m t S_s \left(\frac{D}{d_1} - C\right) \quad \text{..... (2.12)}$$

$$\text{หรือ } F_{z1} = \pi (d_1 + t) S_s \left(\frac{D}{d_1} - C\right) \quad \text{..... (2.13)}$$

ในที่นี้

F_{z1} คือ แรงที่ใช้ในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1 หน่วยปอนด์

d_m คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของถ้วยในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1 หน่วยนิ้ว

t คือ ความหนาของแผ่นชิ้นงาน หน่วยนิ้ว

S_s คือ ค่าความแข็งแรงที่จุดครากตัว(yield strength) ของวัสดุชิ้นงานหน่วย ปอนด์ต่อตารางนิ้ว

C คือ ค่าคงที่ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.6 - 0.7

4.3 หาแรงที่ทำให้ก้นถ้วยแตก

$$F_{B1} = \pi d_m t \sigma_B \quad \text{..... (2.14)}$$

F_{B1} คือ แรงที่ทำให้ก้นถ้วยแตกในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1 หน่วยปอนด์

σ_B คือ ความแข็งแรงทางดึงสูงสุดของแผ่นชิ้นงานหน่วยปอนด์ต่อตารางนิ้ว

4.4 เปรียบเทียบแรง F_{Z1} กับ F_{B1}

4.4.1 ถ้าแรง F_{Z1} น้อยกว่า F_{B1} แสดงว่าการลากขึ้นรูปครั้งแรกประสบความสำเร็จ แต่ถ้าแรง F_{Z1} แตกต่างกับแรง F_{B1} มากเกินไป ควรเพิ่มค่าเปอร์เซ็นต์การลดตัวในการลากขึ้นรูปครั้งแรกให้สูงขึ้น และดำเนินการคำนวณใหม่ มิฉะนั้นอาจจะต้องทำการลากขึ้นรูปหลายครั้ง ทำแม่พิมพ์หลายชุด ทำให้ต้นทุนสูง

4.4.2 ถ้าแรง F_{Z1} น้อยกว่า F_{B1} แสดงว่าถ้วยแตกไม่สามารถลากขึ้นรูปในครั้งนั้นได้ ให้แก้ไขโดยลดเปอร์เซ็นต์การลดตัวในครั้งนั้นลง และดำเนินการคำนวณใหม่ หรือมิฉะนั้นจะนำเอาชิ้นงานไปอบคืนตัว (Anneal) ก่อน และดำเนินการคำนวณใหม่เช่นเดียวกัน

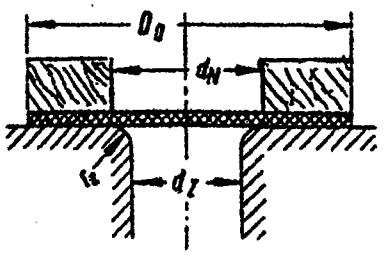
4.5 หาแรงกดของแผ่นยึดชิ้นงาน (Blank holding force ในการลากขึ้นรูปครั้งแรก)

$$F_{N1} = P_1 A_1 \qquad \text{..... (2.15)}$$

F_{N1} คือ แรงกดของแผ่นยึดชิ้นงานในการลากขึ้นรูปครั้งแรก

P_1 คือ ความดันที่ใช้ในการกดแผ่นชิ้นงานในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1 หน่วย ปอนด์ต่อตารางนิ้ว

A_1 คือ พื้นที่ของแผ่นกดที่กดบนชิ้นงานในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1 หน่วยตารางนิ้ว ดูภาพที่ 2.6



ภาพที่ 2.6 แสดงการที่แผ่นกดกดแผ่นชิ้นงาน

$$A_1 = \frac{\pi\left(D^2 - d_N^2\right)}{4} \qquad \text{..... (2.16)}$$

ในที่นี้

d_N คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางรูในของแผ่นกดหน่วยนิ้ว

$$P_1 = \left[(\beta_1 - 1)^3 + \frac{d_1}{200t}\right]\frac{\sigma_B}{400} \qquad \text{..... (2.17)}$$

ในที่นี้

$$\beta_1 = \text{ค่า Drawing ratio} = \frac{D}{d_1} \qquad \text{..... (2.18)}$$

4.6 หาแรงที่เครื่องปั๊มโลหะต้องใช้

$$F_1 = F_{Z1} + F_{N1} \qquad \text{..... (2.19)}$$

F_1 คือ แรงที่เครื่องปั๊มโลหะต้องใช้ในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1 หน่วยตัน

4.7 หาความสูงของถ้วยภายหลังการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1

จากสูตร $D = \sqrt{d_1^2 + 4d_1h_1}$ ..... (2.20)

รู้ค่า D, d_1 สามารถหา h_1 ได้

4.8 กำหนดรัศมีของพันช์และรัศมีของดาย

$$r_{st} = 4 \text{ ถึง } 5\,(t)$$

$$r_Z = 0.035\left[50 + (D + d_1)\sqrt{t}\right] \qquad \text{..... (2.21)}$$

ในที่นี้

r_{st} คือ รัศมีของพันช์

r_Z คือ รัศมีของดาย

หรือรัศมีของดายสามารถหาได้จากตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 รัศมีที่ปากดาย

ความหนาของวัสดุชิ้นงาน (นิ้ว)	รัศมีที่ปากดาย (นิ้ว)
1/64	1/16
1/32	1/8
7/64	3/16
1/16	1/4
3/64	3/8
3/32	7/16
1/4	9/16

มีข้อควรพิจารณา คือ กรณีที่รู้ว่าต้องลากขึ้นรูปชิ้นงานหลายๆครั้ง ในการลากขึ้นรูปครั้งแรกๆ ควรกำหนดให้ใช้รัศมีของพันช์และรัศมีของดายใหญ่ไว้ก่อน และค่อยๆลดขนาดลงมาเท่ากับแบบในพิมพ์สำหรับการลากขึ้นรูปครั้งสุดท้าย

4.9 การหาขนาดช่องว่างแม่พิมพ์

4.9.1 ใช้สูตรทั่วไป

$$U_Z = d_{st} + 2t + 2C \qquad \text{..... (2.22)}$$

ในที่นี้

U_Z คือ ช่องว่างแม่พิมพ์ หน่วยนิ้ว

C คือ ขนาดช่องว่างแม่พิมพ์ที่เผื่อไว้ต่อด้านหน่วยนิ้ว

(ค่า C จะคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของความหนาของชิ้นงาน)

ตารางที่ 2.4 ขนาดช่องว่างแม่พิมพ์ที่เผื่อไว้ต่อด้าน

ความหนาชิ้นงาน t (มม.)	การลากขึ้นครั้งแรก %t	การลากขึ้นรูปครั้งที่ 2 %t
ไม่เกิน 0.4	7-9	8-10
0.5 - 1.3	8-9	9-12
1.4 –3.2	10-12	12-14
มากกว่า 3.2	12-14	15-20

4.9.2 ใช้สูตรเฉพาะ

$U_z = t + 0.07\sqrt{10t}$ - วัสดุเหล็ก ..... (2.23)

$U_z = t + 0.02\sqrt{10t}$ - วัสดุอลูมิเนียม

$U_z = t + 0.04\sqrt{10t}$ - วัสดุ Non ferrous

$U_z = t + 0.02\sqrt{10t}$ - วัสดุ Alloy steel

4.10 ความเร็วในการลากขึ้นรูป

ความเร็วในการลากขึ้นรูปสามารถได้จากตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5 ความเร็วในการลากขึ้นรูป

วัสดุชิ้นงาน	ความเร็วในการลากขึ้นรูป (ฟุต/นาที)
อลูมิเนียม	98
ทองเหลือง	148
สเตนเลส สตีล	40
เหล็กกล้า	59
สังกะสี	72

5. การลากขึ้นรูปครั้งต่อไป

ถ้าลากขึ้นรูปครั้งแรกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยยังไม่ได้ขนาดตามแบบในพิมพ์เขียว จะต้องมีการลากขึ้นรูปครั้งต่อๆไป วิธีการที่ใช้ในการคำนวณก็เช่นเดียวกันกับการลากขึ้นรูปครั้งแรก ส่วนสูตรที่ใช้ในการคำนวณก็จะเปลี่ยนไปบ้าง เช่น

$$F_{z2} = 0.5\ F_{z1} + \pi(d_2+t)tS_s\left(\frac{d_1}{d_2}-C\right) \quad \text{..... (2.24)}$$

ที่ต้องนำแรง 0.5 F_{z1} เข้าไปบอกเนื่องจากชิ้นงานเกิดการแข็งตัว (Strain hardening) จากการลากขึ้นรูปครั้งแรก ดังนั้นแรงที่ใช้ในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 2 ต้องเอาชนะการแข็งตัวนี้ด้วย

หรือ $D = \sqrt{d_2^2+4d_2h_2}$

$$\%\ \text{Reduction} = \frac{d_1-d_2}{d_2}x100$$

$$A_2 = \frac{\pi(d_1^2-d_n^2)}{4}$$

$$P_2 = \left[(\beta_2-1)^3+\frac{d_2}{200t}\right]\frac{\sigma_\beta}{400} \quad \text{..... (2.25)}$$

ในที่นี้

d_2 คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 2

6. กรณีที่ลากขึ้นรูปครั้งที่ 2 หรือครั้งต่อๆ ไป ปรากฏว่า $F_z > F_B$ ซึ่งถ้วยจะแตก มีวิธีการแก้ไขดังนี้

6.1 ลดเปอร์เซ็นต์การลดตัวที่ใช้ในครั้งนั้นลง และคำนวณใหม่แต่อาจมีปัญหาที่ทำให้ต้องใช้ขั้นตอนในการขึ้นรูปหลายครั้ง ทำให้ต้นทุนสูง

6.2 นำชิ้นงานที่ได้จากการลากขึ้นรูปในขั้นตอนก่อนที่ถ้วยจะแตก ไปทำการอบคลายความเครียด (Anneal) เพื่อคลายความเครียด จากนั้นก็นำมาคำนวณหา F_z ใหม่ ตัวอย่างในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 2 จะคำนวณหาแรง F_{z2} ได้

$$F_{z2} = \pi(d_2+t)tS\left(\frac{d_1}{d_2}-C\right) \quad \text{..... (2.26)}$$

แรง 0.5 F_{z1} จะหายไปจากสูตร เพราะความเครียดจากการลากขึ้นรูปครั้งแรกได้หมดไปแล้ว

ตัวอย่างที่ 1

จากรูปชิ้นงานในภาพที่ 2.4 วัสดุชิ้นงานอลูมิเนียม 3003-0 หนา 0.03 นิ้ว ให้วางแผนกระบวนการลากขึ้นรูป

1. ระยะเผื่อตัดขลิบริมต่อด้าน

จากตารางที่ 2.1 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน 3.15 นิ้ว ได้ระยะเผื่อตัดขลิบริมต่อด้าน 0.125 นิ้ว ดังนั้น ความสูงของชิ้นงานก่อนขึ้นรูปเท่ากับ 3.94 + 0.125 เท่ากับ 4.06 นิ้ว

2. ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นชิ้นงาน

$$D = \sqrt{d^2 + 4dh}$$

$$= \sqrt{(3.15)^2 + (4)(3.15)(4.06)}$$

$$= 7.8 \text{ นิ้ว}$$

3. ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1

$$\% \frac{t}{D} = \frac{0.03}{7.8} x100 = 0.38$$

นำค่า $\% \frac{t}{D}$ ไปอ่านค่าจากกราฟในภาพที่ 2.5 จะได้ % Reduction เท่ากับ 47%

$$\% \text{ Reduction} = \frac{D - d_1}{D} x100$$

$$47 = \frac{7.8 - d_1}{7.8} x100$$

$$d_1 = 7.8 - \frac{47x7.8}{100}$$

$$= 4.1 \text{ นิ้ว}$$

4. การวิเคราะห์

d_1 ที่ได้มีค่ามากกว่าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยที่ต้องการ ต้องมีการขึ้นรูปครั้งต่อไป

5. ความสูงของชิ้นงานในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 1

$$D = \sqrt{d_1^2 + 4d_1h_1}$$

$$7.8 = \sqrt{(4.1)^2 + 4(4.1)h_1}$$

$$h_1 = \frac{(7.8)^2 - (4.1)^2}{4(4.1)}$$

$$= 2.68 \text{ นิ้ว}$$

6. ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงานในการลากขึ้นรูป ครั้งที่ 2

$$\% \text{ Reduction} = \frac{d_1 - d_2}{d_1} x100$$

เลือก % Reduction จากภาพที่ 2.5 ได้ 29 เปอร์เซ็นต์

$$29 = \frac{4.1 - d_2}{4.1} x100$$

$$d_2 = 4.1 - \frac{29x4.1}{100}$$

$$= 2.9 \text{ นิ้ว}$$

7. การวิเคราะห์

ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของถ้วยในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 2 มีขนาดเล็กกว่าขนาดถ้วยที่ต้องการ ดังนั้นในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 2 ใช้ d2 = 3.15 นิ้ว ดังนั้นเปอร์เซ็นต์การลดตัวในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 2 จะใช้

$$\% \text{ Reduction} = \frac{d_1 - d_2}{d_1} x100$$

$$= \frac{4.1 - 3.15}{4.1} x100$$

$$= 23.17\ \%$$

8. ความสูงของถ้วยในการลากขึ้นรูปครั้งที่ 2

$$h_2 = \frac{D^2 - d_2^2}{4d_2} = \frac{(7.8)^2 - (3.15)^2}{4(3.15)}$$

$$= 4.03 \text{ นิ้ว}$$

2.2 ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

ระเบียบวิธีการคำนวณทางไฟไนต์เอลิเมนต์ถือได้ว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญอย่างหนึ่งที่ใช้ในการทำนายผลลัพธ์ของปัญหาที่เราสนใจโดยไม่จำเป็นต้องทำการทดสอบงานจริง จึงช่วยประหยัด เวลาและค่าใช้จ่าย อีกทั้งยังช่วยในการวิเคราะห์เพื่อตัดสินใจเลือกเงื่อนไขที่เหมาะสมหรือแก้ไขปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยข้อได้เปรียบเหล่านี้ทำให้กรรมวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกนำมาใช้กันอย่างกว้างขวางในทางวิศวกรรมศาสตร์ แต่เนื่องจากผลที่ได้จากการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นการจำลองผลจากเงื่อนไขของกระบวนการที่ผู้ใช้ป้อนให้ ดังนั้นความถูกต้องแม่นยำของผลลัพธ์จากการจำลองจึงขึ้นอยู่กับเงื่อนไขดังกล่าวว่ามีความสอดคล้องกับสภาวะการทำงานจริงมากน้อยเพียงใด รวมไปถึงความสามารถของซอฟแวร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เลือกใช้และการวิเคราะห์หรือการตีความผลลัพธ์ภายหลังจากการจำลองอีกด้วย

2.2.1 ลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถสรุปออกเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. การกำหนดลักษณะของปัญหาที่จะดำเนินการวิเคราะห์ (Description of operation) ว่ามีลักษณะของปัญหาเป็นอย่างไร และเพื่อต้องการใช้ได้ผลลัพธ์ที่ต้องการออกแบบกระบวนการหรือปัจจัยใดบ้างก่อนการดำเนินการวิเคราะห์โดยไฟไนต์เอลิเมนต์ ขั้นตอนนี้ถือได้ว่าเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญมากที่สุดเพราะวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นแค่เครื่องมือในการของผลลัพธ์ของปัญหาภายใต้ขอบเขตของสภาวะที่เราออกแบบหรือสนใจเท่านั้น

2. การเตรียมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Pre-processing) ซึ่งได้แก่

1) การแบ่งขอบเขตรูปร่างของปัญหา(Domain of problem) ออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ โดยแต่ละเอลิเมนต์จะสัมผัสต่อกันด้วยเส้นขอบของเอลิเมนต์และจุดต่อ(node) ซึ่งจุดต่อเหล่านี้เองจะเป็นตำแหน่งที่ใช้ในการประมาณค่าของตัวที่เราไม่ทราบค่า(unknown) ของปัญหานั้น ๆ ดังนั้นการกำหนดประมาณของเอลิเมนต์จึงมีความสำคัญอย่างมากต่อผลลัพธ์โดยประมาณที่ได้ เนื่องจากหากจำนวนเอลิเมนต์น้อยเกินไปจะทำให้จุดต่อที่ใช้ในการประมาณมีจำนวนน้อยจะทำให้ได้คำตอบที่หยาบ ในทางตรงกลับข้าม ถ้าหากแบ่งเอลิเมนต์ออกมากจนเกินไปจะทำให้จุดต่อมีปริมาณมากจึงได้คำตอบที่มีความแม่นยำมากแต่การคำนวณจะนานขึ้นด้วย สำหรับหลักการการแบ่งเอลิเมนต์ใช้พิจารณาดังนี้ คือ

1.1) หลีกเลี่ยงการแบ่งเอลิเมนต์ที่มีรูปทรงผิดปรกติ เช่น เอลิเมนต์ที่มีมุมป้านมาก ๆ หรือสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านยาวเกินไป

1.2) ให้เลือกใช้เอลิเมนต์ที่เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าหรือสี่เหลี่ยมด้านเท่าหรือเอลิเมต์ที่มีอัตราส่วนระหว่างความกว้างต่อความยาวที่มีค่าเข้าใกล้ 1 ให้มากที่สุด

1.3) ควรใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กๆ สำหรับบริเวณหรือส่วนของชิ้นงานที่มีความเค้นหนาแน่นมากหรือมีการเปลี่ยนรูปมากและใช้เอลิเมนต์ขนาดที่ใหญ่ขึ้นสำหรับบริเวณที่อยู่ถัดออกมา

1.4) การออกแบบเอลิเมนต์จะต้องให้มีความเหมาะสมกับเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เลือกใช้เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่มีความแม่นยำมากที่สุดและไม่สิ้นเปลืองเวลาในการประมวลผล

2) การกำหนดลักษณะของวัสดุที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ว่าเป็นวัสดุชนิดใด รูปร่างก่อนที่จะผ่านกระบวนที่เราสนใจมีลักษณะเป็นอย่างไรและก่อนหน้านี้ชิ้นงานก้อนนี้ผ่านกระบวนการใดมาบ้าง รวมไปถึงสมบัติทางกลที่เกี่ยวข้องของวัสดุ

3) การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (Boundary conditions) ได้แก่ ลักษณะรูปร่าง ทิศทางการเคลื่อนที่และความเร็วของแม่พิมพ์ อุณหภูมิขณะทำงาน ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน เป็นต้น

3. ดำเนินการวิเคราะห์หาผลเฉลยของปัญหา ณ. จุดต่อนั้นๆ โดยใช้ระเบียบวิธีทางตัวเลข (Numerical method) แล้วทำการประมาณหาตัวแปรอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ภายหลังที่สามารถคำนวณหาปริมาณการกระจัด (displacement) ของจุดต่อ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ได้แล้ว ก็จะอาศัยความสัมพันธ์ Compatibity หาค่าความเครียดได้ต่อไป

4. วิเคราะห์ผลเฉลยที่ได้จากการวิเคราะห์จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ว่าสอดคล้องกับผลสำเร็จที่ต้องการตามที่ได้ออกแบบไว้หรือเปล่า หากยังไม่เป็นไปตามที่ออกแบบไว้ให้ทำหารแก้ไขปัญหาโดยการปรับปัจจัยเพื่อหาเงื่อนไขที่เหมาะสมหรือออกแบบกระบวนการใหม่ เป็นต้น

2.3. การวิเคราะห์ความแปรปรวน

สมมติว่าเรามีระดับซึ่งแตกต่างของปัจจัยเดียวที่เราต้องการทำการเปรียบเทียบและค่าตอบสนองที่ได้จากการสังเกตในแต่ละระดับเป็นตัวสุ่ม ข้อมูลควรจะมีลักษณะเหมือนในตารางที่ 3.1 ซึ่งค่าต่างๆที่แสดงในตาราง (เช่น y_{ij}) หมายถึง ค่าสังเกตที่ j ภายใต้ระดับที่ i หรือโดยทั่วไปจะมีค่าสังเกต n ค่าภายใต้ระดับที่ i จะเห็นว่าในตารางที่ 2.6 เป็นกรณีทั่วไปของข้อมูลเรื่องการทดลองค่าความแข็งของแรงยึดเหนี่ยวในตารางที่ 2.6

เราสามารถที่จะอธิบายค่าสังเกตต่างๆ นี้ด้วยแบบจำลองทางสถิติเชิงเส้น คือ

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2 \ldots, a \\ j = 1, 2 \ldots, n \end{cases} \qquad \ldots\ldots\ldots (2.27)$$

โดยที่ y_{ij} เป็นค่าสังเกตที่ ij และ μ คือค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ร่วมกันทุกระดับ ซึ่งเรียกว่า " มัชฌิมรวม(Overall Mean) " τ_i คือค่าพารามิเตอร์สำหรับระดับที่ i หรือผลกระทบจากระดับที่ i และ ε_{ij} คือ องค์ประกอบของความผิดพลาดแบบสุ่ม (Random Error) จุดประสงค์ของเราก็เพื่อทำการทดสอบสมมติฐานที่เหมาะสมเกี่ยวกับผลกระทบระดับต่างๆ และทำการประมาณค่าของมัน สำหรับ

การสมมติฐาน ความผิดพลาดของแบบจำลองถูกสมมติให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายแบบปกติและเป็นอิสระต่อกัน ด้วยมัชฌิม เท่ากับ 0 และความแปรปรวนσ^2 ซึ่งสมมติให้มีค่าคงตัวตลอดทุกระดับของปัจจัย

ตารางที่ 2.6 ข้อมูลสำหรับการทดลองปัจจัยเดียว

Treatment (level)	Observations				Totals	Averages
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1n}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
.	y_{21}	y_{22}	...	y_{2n}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
.	.	.	...	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.
a	y_{a1}	y_{a2}	...	y_{an}	$y_{a.}$ $y_{..}$	$\bar{y}_{a.}$ $y_{..}$

แบบจำลองนี้เรียกว่า " การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียว (Single Factor Analysis of Variance) " เพราะมีเพียงแค่ปัจจัยเดียวที่นำมาพิจารณา ยิ่งกว่านั้นลำดับในการทดลองจะต้องเป็นแบบสุ่มเพื่อทำให้สิ่งแวดล้อมที่ทำการทดลองในที่ต่างๆ เรียกว่า " หน่วยการทดลอง (Experimental Units)" จะมีความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ดังนั้นการทดลองนี้จึงเป็นการออกแบบการทดลองที่เรียกว่า " การออกแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design) "

แบบจำลองทางสถิติในสมการ 2.27 อธิบายความแตกต่างของ 2 สถานการณ์ที่เกี่ยวกับผลกระทบของระดับ อันดับแรกคือ ระดับ a ระดับสามารถถูกกำหนดขึ้นโดยผู้ทดลองในที่นี้เราต้องการที่จะทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับมัชฌิมของระดับ และบทสรุปที่เกิดขึ้นจะนำไปประยุกต์ได้กับระดับของปัจจัยที่เราพิจารณาเท่านั้น ข้อสรุปที่ได้ไม่สามารถไปใช้กับระดับอื่นที่มีค่าใกล้เคียงที่เราไม่ได้พิจารณาหรือทำการทดลองได้ นอกจากนั้นเราก็อาจต้องการที่จะประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง (μ , τ_i , σ^2) ซึ่งเรียกว่า " แบบจำลองผลกระทบคงที่ (Fixed Effects Model) " ในทางกลับกันถ้าระดับ a ถูกสุ่มเลือกจากประชากรขนาดใหญ่ของระดับต่างๆ ที่เป็นไปได้ ในกรณีนี้เราสามารถที่จะขยายผลสรุป (ซึ่งขึ้นกับตัวอย่างของระดับที่ใช้) ของเราไปยังทุกๆ ระดับของประชากร

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

ถึงแม้ว่าเราอาจไม่ได้ทำการพิจารณาระดับนั้นๆ อย่างชัดเจนก็ตาม ในการวิเคราะห์ในที่นี้ τ_i คือตัวแปรสุ่ม และความรู้เกี่ยวกับค่าตัวแปรสุ่มตัวใดตัวหนึ่งจะไม่มีประโยชน์แต่อย่างไร เราทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรผันของ τ_i และพยายามที่จะประมาณค่าความแปรผันนี้ ซึ่งเรียกว่า " แบบจำลองผลกระทบแบบสุ่ม (Random Effect Model) "

2.3.1 การวิเคราะห์แบบจำลองผลกระทบคงที่

ในส่วนนี้เราจะกล่าวถึงการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบปัจจัยเดียวของแบบจำลองผลกระทบคงที่ ผลกระทบของระดับ (τ_i) มีนิยามเหมือนกับส่วนของค่าเบี่ยงเบนจากมัชฌิมรวม

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0 \qquad \text{..... (2.28)}$$

ให้ $\bar{y}_i$ แทนค่าของค่าสังเกตทุกๆ ตัวของระดับ i ในทำนองเดียวกันให้ y.. แทนค่าสังเกตทั้งหมด และ $\bar{y}_i$ แทนค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตภายใต้ระดับ i ในทำนองเดียวกับ y.. แทนผลรวมของค่าสังเกตทั้งหมดและ $\bar{y}$.. แทนค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทั้งหมด ซึ่งเราสามารถเขียนในรูปของสัญลักษณ์ คือ

$$y_{i.} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \qquad \bar{y}_{i.} = y_{i.}/n \qquad i = 1, 2, \ldots, a$$

$$y_{..} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \qquad \bar{y}_{..} = y_{..}/N$$

..... (2.29)

โดยที่ N = an คือจำนวนค่าสังเกตทั้งหมด จะสังเกตว่าเครื่องหมาย " . " แทนผลรวมของตัวห้อย (Subscript) ที่เครื่องหมายนั้นเข้าไปแทนที่อยู่

มัชฌิมของระดับ i คือ $E(y_{ij}) \equiv \mu_i = \mu + \tau_i$, i = 1,2, ..., a ดังนั้นมัชฌิมของระดับที่ i ประกอบด้วย มัชฌิมรวมบวกกับผลกระทบที่เกิดจากระดับที่ i เราสนใจในการทดสอบความเท่ากันของมัชฌิม a ระดับคือ

H_0 : $\mu_1 = \mu_2 = \ldots\ldots = \mu_a$

H_1 : $\mu_i \neq \mu_j$ อย่างน้อยหนึ่งคู่ของ (i,j)

ถ้าหาก H_0 เป็นจริง ทุกระดับจะมีมัชฌิมที่เท่ากันคือ μ เราอาจเขียนสมมติฐานใหม่ในรูปของผลกระทบของระดับ τ_i ได้ คือ

H_0 : $\tau_1 = \tau_2 = \ldots\ldots = \tau_a = 0$

$\tau_i \neq 0$ อย่างน้อยหนึ่ง i

ดังนั้นเราสามารถกล่าวได้ว่า การทดสอบความเท่ากันของมัชฌิมของระดับการทดสอบผลที่เกิดขึ้นจากระดับ(τ_i) เท่ากับศูนย์ก็ได้ กระบวนการที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบความเท่ากันของมัชฌิมของระดับ a คือการวิเคราะห์ความแปรปรวน

2.3.2 การแยกย่อยของผลรวมของกำลังสอง

คำว่า " การวิเคราะห์ความแปรปรวน " มาจากความหมายของการแบ่งความแปรปรวนทั้งหมดออกเป็นส่วนประกอบย่อยๆ จะได้ว่า Total Corrected Sum of Square คือ

..... (2.30)

ใช้สำหรับวัดความแปรผันทั้งหมดของข้อมูล เป็นการเหมาะสมถ้าเราหาร SS_T ด้วยระดับขั้นความเสรีที่เหมาะสม (ในกรณีนี้ an – 1 = N - 1) เราจะได้ความแปรปรวนของตัวอย่าง y สังเกตว่า Total Corrected Sum of Square, SS_T, สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}[(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.})]^2 \qquad \text{..... (2.31)}$$

หรือ

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 + 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.}) \qquad \text{..... (2.32)}$$

อย่างไรก็ตามพจน์ของผลคูณไขว้ในสมการ 2.32 มีค่าเป็น 0 เพราะว่า

$$\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.}) = y_{i.} = n\bar{y}_{i.} = y_{i.} - n(y_{i.}/n) = 0$$

ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \qquad \text{..... (2.33)}$$

สมการ 2.33 กล่าวว่า ความแปรปรวนทั้งหมดของข้อมูล ซึ่งวัดจาก Total Corrected Sum of Square สามารถแบ่งออกเป็นส่วนของผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยในแต่ละระดับกับค่าเฉลี่ยรวม รวมกับผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตภายในระดับกับค่าเฉลี่ยของระดับนั้นๆ ค่าของความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตเฉลี่ยของแต่ละระดับกับค่าเฉลี่ยรวม คือ ตัววัดความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของระดับ ในขณะที่ค่าความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตภายในระดับกับค่าเฉลี่ยของระดับ คือ ความผิดพลาดสุ่ม (Random Error) ดังนั้น เราสามารถเขียนสมการ 2.33 ได้เป็น

$$SS_T = SS_{Treatment} + SS_E \quad \text{..... (2.34)}$$

ซึ่ง $SS_{Treatment}$ เรียกว่า ผลรวมของกำลังสองที่เกิดเนื่องจากระดับ (นั้นคือ ระหว่างระดับต่างๆ) และ SS_E เรียกว่า ผลรวมของกำลังที่เกิดเนื่องจากความผิดพลาด เนื่องจากมีค่าสังเกตทั้งหมด an = N ค่า ดังนั้น SS_T จะมี N – 1 ระดับขั้นความเสรี ปัจจัยที่กำลังพิจารณาอยู่จะมี a ระดับ (และมัชฌิมของระดับจะมี a ค่า) ดังนั้น $SS_{Treatment}$ มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ a-1 และภายในทุกๆ ระดับจะมี n เรพลิเคต ทำให้มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ n-1 สำหรับประมาณความผิดพลาดในการทดลอง ดังนั้นถ้าปัจจัยมี a ระดับ เราจะมี a(n-1) = an – a = N – a ระดับขั้นความเสรีสำหรับความผิดพลาด

จะมีประโยชน์อย่างมากถ้าเราจะพิจารณาในรายละเอียดของสองพจน์ทางด้านขวามือของสมการ 2.35 ให้พิจารณาค่าผิดพลาดของผลรวมของกำลังสอง

$$SS_E = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - y_{i.})^2 = \sum_{i=1}^{a}\left[\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - y_{i.})^2\right] \quad \text{..... (2.35)}$$

ในรูปแบบนี้ จะเป็นการง่ายที่พิจารณาพจน์ที่อยู่ในวงเล็บซึ่งถูกหารด้วย n-1 ว่าคือ ความแปรปรวนของตัวอย่างในระดับที่ i

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2}{n - 1} \quad i = 1, 2, \ldots a \quad \text{..... (2.36)}$$

ตอนนี้ความแปรปรวนตัวอย่าง a ค่าอาจถูกรวมให้เป็นค่าประมาณหนึ่งค่าความแปรปรวนร่วมของประชากร ซึ่งแสดงได้โดย

$$\frac{(n-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2 + \ldots + (n-1)S_a^2}{(n-1) + (n-1) + \ldots + (n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\left[\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2\right]}{\sum_{i=1}^{a}(n-1)}$$

$$= \frac{SS_E}{(N-a)} \quad \text{..... (2.37)}$$

ดังนั้น $SS_E / (n-a)$ คือค่าประมาณความแปรปรวนร่วมภายในระดับแต่ละระดับ ซึ่งมีทั้งหมด a ระดับ

ในทำนองเดียวกัน ถ้าหากไม่มีความแตกต่างระหว่างมัชฌิมของระดับทั้งหมด a ระดับ เราสามารถนำค่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของระดับกับค่าเฉลี่ยรวมเพื่อประมาณ σ^2 โดยเฉพาะอย่างยิ่ง

$$\frac{SS_{Treatments}}{a - 1} = \frac{n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.} - \bar{y})^2}{a - 1} \quad \text{..... (2.38)}$$

$$\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2/(a-1)$$

$$n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2/(a-1)$$

คือ ค่าประมาณของ σ^2 ถ้าหากมัชฌิมของระดับมีค่าเท่ากัน เหตุผลสำหรับอธิบายเป็นดังนี้คือ ค่า ประมาณค่าของ σ^2/n ซึ่งหมายถึงความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยของระดับ ดังนั้น จะเป็นตัวประมาณ ของ σ^2 ถ้าหากไม่มีความแตกต่างในมัชฌิมของระดับ

เราพบว่าการวิเคราะห์เอกลักษณ์ความแปรปรวน (สมการ 2.38) ทำให้ได้ค่าประมาณของ σ^2 2 ตัว ตัวหนึ่งเป็นความแปรผันภายในระดับ และอีกตัวหนึ่งอยู่ในความแปรผันระหว่างระดับ ถ้าหากไม่มี ความแตกต่างในมัชฌิมของระดับ ค่าประมาณทั้ง 2 ค่าจะคล้ายคลึงกันมาก แต่หากว่าไม่เป็นเช่นนั้น ควรจะสงสัยว่า ความแตกต่างของค่าสังเกตต้องเกิดมาจากความแตกต่างของมัชฌิมของระดับ ถึงแม้ว่า คำกล่าวนี้จะมาจากความรู้สึกเท่านั้น แต่ก็มีวิธีการอย่างเป็นทางการที่สามารถนำมาใช้อธิบายได้เช่นกัน

$$MS_{Treatment} = SS_{Treatment} / (a-1) \quad \text{..... (2.39)}$$

และ

$$MS_E = SS_E / (N-a) \quad \text{..... (2.40)}$$

ว่าค่ากำลังสองเฉลี่ย ตอนนี้เราจะพิจารณา ค่าคาดหมาย (Expected Value) ของค่ากำลังสอง เฉลี่ยเหล่านี้ กล่าวคือ

$$E(MS_E) = E\left(\frac{SS_E}{N-a}\right) = \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2\right]$$

$$= \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}^2 - 2y_{ij}\bar{y}_{i.} + \bar{y}_{i.}^2)\right]$$

$$= \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - 2n\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}^2 + n\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}^2\right]$$

$$= \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a} y_{i.}^2\right]$$

แทนค่าแบบจำลอง จะได้

$$E(MS_E) = \frac{1}{N-a} E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(\mu + \tau_i + \varepsilon_{ij})^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{n}\mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}\right)^2\right] \quad \text{..... (2.41)}$$

เมื่อยกกำลังสองและใส่ค่าคาดหมายเข้าไปยังค่าภายในวงเล็บ เราพบว่าพจน์ที่รวมเอา ε_{ij}^2 และ ε_i^2 จะถูกแทนด้วย σ^2 และ $n\sigma^2$ เพราะว่า $E(\varepsilon_{ij}) = 0$ ยิ่งกว่านั้นผลคูณไขว้ทั้งหมดที่เกี่ยวกับ ε_{ij} จะมีค่าคาดหมายเป็นศูนย์ ดังนั้นหลังจากยกกำลังสองและใส่ค่าคาดหมายลงไป สมการสุดท้ายจะกลายเป็น

$$E(MS_E) = \frac{1}{N-a}\left[N\mu^2 + n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2 + N\sigma^2 - N\mu^2 - n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2 - a\sigma^2\right] \quad \text{..... (2.42)}$$

หรือ

$$E(MS_E) = \sigma^2$$

โดยวิธีการที่คล้ายกัน เราสามารถแสดงให้เห็นว่า

$$E(MS_{Treatment}) = \sigma^2 + \frac{n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2}{a-1} \quad \text{..... (2.43)}$$

ดังนั้น เราสามารถกล่าวได้ว่า $MS_E = SS_E / (N-a)$ เป็นตัวประมาณของ σ^2 และถ้าหากไม่มีความแตกต่างของมัชฌิมของระดับ (ซึ่งหมายความว่า $\tau_i = 0$) $MS_{Treatment} = SS_{Treatment} / (a-1)$ จะเป็นตัวประมาณของ σ^2 เช่นเดียวกัน อย่างไรก็ตาม สังเกตว่าถ้าหากมัชฌิมของระดับแตกต่างกัน ค่าคาดหมายของมัชฌิมของระดับยกกำลังสองจะมากกว่า σ^2

ดูเหมือนจะเป็นการชัดเจนว่า การทดลองสมมติฐาน ซึ่งไม่มีความแตกต่างของมัชฌิมของระดับสามารถทำได้โดยการเปรียบเทียบ $MS_{Treatment}$ และ MS_E และตอนนี้เราจะมาพิจารณาว่า เราสามารถทำการเปรียบเทียบนี้ได้อย่างไร

ตอนนี้เราจะค้นหาว่า การทดสอบสมมติฐานอย่างเป็นทางการในกรณีที่ไม่มีความแตกต่างในมัชฌิมของระดับ ($H_0: \mu_1 = \mu_2 = \ldots\ldots = \mu_a$ หรือ $H_0: \tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_a = 0$) จะทำได้อย่างไรเนื่องจากเราต้องสมมติให้ ε_{ij} มีการกระจายแบบปกติและเป็นอิสระต่อกัน มีมัชฌิม = 0 และค่าความแปรปรวน = σ^2 ค่าสังเกต y_{ij} มีการแจกแจงแบบปกติและเป็นอิสระ มีมัชฌิม = $\mu + \tau_i$ และความแปรปรวน = σ^2 ดังนั้น SS_T คือ ผลรวมของกำลังสองของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นเราสามารถแสดงได้ว่า SS_T / σ^2 จะมีการแจกแจงแบบ Chi-Square ที่มี N-1 ระดับขั้นความเสรี ยิ่งกว่านั้นเราสามารถแสดงได้ว่า SS_E / σ^2 มีการแจกแจงแบบ Chi-Square ที่มี N-a ระดับขั้นความเสรีและ $SS_{Treatment}$ มีการกระจายแบบ Chi-Square ที่มี a-1 ระดับขั้นความเสรี ถ้าสมมติฐานหลัก $H_0: \tau_i = 0$ เป็นจริง อย่างไรก็ตาม ค่า

ผลรวมของกำลังสองทั้ง 3 ไม่ได้เป็นอิสระต่อกัน เพราะ SS_E และ $SS_{Treatment}$ รวมกันเป็น SS_T ทฤษฎีที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้มีประโยชน์ในการสร้างความเป็นอิสระให้แก่ SS_E และ $SS_{Treatment}$ ทฤษฎีของ Cochran

ให้ Z_i เป็น NID (0.1) สำหรับ i = 1, 2, ... V

$$\sum_{i=1}^{V} Z_i^2 = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_s \qquad \text{..... (2.44)}$$

ซึ่ง $s \leq V$, และ Q_i V_i ระดับขั้นความเสรี (i = 1, 2, ... S) ดังนั้น $Q_1, Q_2, \ldots Q_s$ เป็นการแจกแจง Chi – Square ที่เป็นอิสระต่อกัน ด้วยค่า $V_1, V_2, \ldots V_s$ ระดับขั้นความเสรีตามลำดับ ก็ต่อเมื่อ

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_s \qquad \text{..... (2.45)}$$

เพราะระดับขั้นความเสรีของ $SS_{Treatment}$ และ SS_E รวมกันเท่ากับ N-1 ซึ่งเป็นระดับขั้นความเสรีรวมทั้งหมด ทฤษฎีของ Cochran บอกเป็นนัยว่า $SS_{Treatment} / \sigma^2$ และ SS_E / σ^2 เป็นตัวแปรอิสระที่มีการแจกแจงแบบ Chi-Square ที่เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้น ถ้าหากสมมติฐานหลักคือ ไม่มีความแตกต่างของมัชฌิมของระดับเป็นจริง ดังนั้นอัตราส่วน

$$F_0 = \frac{SS_{Treaments}/(a-1)}{SS_E/(N-a)} = \frac{MS_{Treaments}}{MS_E} \qquad \text{..... (2.46)}$$

จะมีการแจกแจงแบบ F ด้วยระดับขั้นความเสรีเท่ากับ a-1 และ N-a สมการ 3-7 คือ สถิติทดสอบสำหรับสมมติฐานที่ว่าไม่มีความแตกต่างของมัชฌิมของระดับ

จากค่าคาดหมายกำลังสองเฉลี่ยเราพบว่า โดยทั่วไป MS_E จะเป็นค่าประมาณที่ไม่ลำเอียงของ σ^2 ภายใต้สมมติฐานหลัก $MS_{Treatment}$ จะเป็นค่าประมาณที่ไม่ลำเอียงของ σ^2 เช่นกัน อย่างไรก็ตาม ถ้าสมมติฐานหลักเป็นเท็จ ค่าคาดหมายของ $MS_{Treatment}$ จะมากว่า σ^2 ดังนั้นภายใต้สมมติฐานรอง ค่าคาดหมายของตัวตั้งของสถิติทดสอบ (สมการ 3-7) จะมากกว่าค่าคาดหมายของตัวหาร และเราจะปฏิเสธ H_0 ถ้าค่าของสถิติทดสอบมีค่าที่มาก หรือค่าดังกล่าวตกอยู่ในบริเวณวิกฤติซึ่งหมายถึงพื้นที่ด้านขวาของค่าวิกฤต ($F_{\alpha, a-1, N-a}$) ดังนั้นเราจะปฏิเสธ H_0 และสรุปว่า มีความแตกต่างระหว่างมัชฌิมของระดับถ้า

$$F_0 > F_{\alpha, a-1, N-a} \qquad \text{..... (2.47)}$$

ซึ่ง F_0 คำนวณได้จากสมการ 2.47 หรือโดยการใช้ P-Value ในการตัดสินใจก็ได้

ขั้นตอนการทดสอบได้ถูกสรุปไว้ในตารางที่ 2.7 ซึ่งเรียกว่า "ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance Table)"

ตารางที่ 2.7 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับปัจจัยเดียว แบบจำลองผลกระทบคงที่

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0
Between treatments	$SS_{Treatment}$	a-1	$MS_{Treatment}$	$F_0 = \frac{MS_{Treatment}}{MS_E}$
Error (with intreatments)	SS_E	N – a	MS_E	
Total	SS_1	N – 1		

2.3.3 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง

การแยกเอาความแปรผันในค่าสังเกตออกจากการวิเคราะห์ความแปรปรวน (สมการ2.48) เป็นความสัมพันธ์ทางพีชคณิตอย่างเดียว อย่างไรก็ตาม การใช้การแบ่งเพื่อทำการทดสอบอย่างเป็นทางการสำหรับกรณีไม่มีความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของระดับต้องอิงกับสมมติฐานบางประการ โดยเฉพาะสมมติฐานที่ว่า ค่าสังเกตจะต้องอธิบายได้โดยแบบจำลองดังนี้

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \text{..... (2.48)}$$

ความผิดพลาดจะต้องมีการแจกแจงแบบปกติและเป็นอิสระด้วยค่าเฉลี่ย = 0 และ σ^2 มีค่าคงตัว แต่ไม่ทราบค่า ถ้าสมมติฐานเหล่านี้เป็นจริง กระบวนการวิเคราะห์ความแปรปรวนนี้ก็จะเป็นการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการไม่มีความแตกต่างในค่าเฉลี่ยของระดับที่ถูกต้อง

ในทางปฏิบัติ สมมติฐานที่กล่าวถึงมักจะไม่เป็นเช่นนี้ ซึ่งเราควรจะเชื่อในผลที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ ก็ต่อเมื่อเราสามารถตรวจสอบความถูกต้องของสมมติฐานว่าเป็นจริงเสียก่อนเรา สามารถตรวจสอบสมมติฐานขั้นต้น และความถูกต้องของแบบจำลองได้โดยง่ายจากการตรวจสอบส่วนตกค้าง (Residual) สำหรับค่าสังเกต j ของระดับ i ส่วนตกค้างจะมีค่าเป็น

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} \quad \text{..... (2.49)}$$

โดยที่ $\hat{y}_{ij}$ คือ ค่าประมาณของค่าสังเกต y_{ij} ซึ่งหาได้จาก

$$\hat{y}_{ij} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i$$

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

$$= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i} - \bar{y}_{..})$$

$$= \bar{y}_{i}$$

สมการ 2.49 บอกให้ทราบว่า ค่าประมาณของค่าสังเกตใดๆ ในระดับที่ i ก็คือ ค่าเฉลี่ยของระดับนั้นๆ การตรวจสอบส่วนตกค้างควรทำทุกครั้งในการวิเคราะห์ความแปรปรวน ถ้าหากแบบจำลองถูกต้อง ส่วนตกค้างจะต้องไม่มีรูปแบบ โดยการศึกษาส่วนตกค้าง เราจะพบความไม่พอเพียงของสมมติฐานที่ใช้ในแบบจำลองได้หลายรูปแบบ