

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในคณิตศาสตร์ เส้นโค้งเบซิเยร์ ถือเป็นเส้นโค้งหนึ่งที่มีความสำคัญอย่างมากในเรื่องของ คอมพิวเตอร์กราฟิกส์ เพราะวิธีการที่เสถียรที่สุด ในการสร้างจุดต่างๆบนเส้นโค้งเบซิเยร์ สามารถทำได้โดยใช้ อัลกอริทึมของเดอคาสเซลโจ รูปแบบหนึ่งของเส้นโค้งเบซิเยร์ เมื่อเพิ่มมิติให้สูงขึ้น ซึ่งเรียกว่า พื้นผิวเบซิเยร์ โดยมีเส้นโค้งเบซิเยร์ถูกเผยแพร่ในครั้งแรกเมื่อปี พ.ศ. 2505 โดยนักวิศวกรชาวฝรั่งเศส ชื่อ ปีแอร์ เบซิเยร์ เียร์ (Pierre Bezier) ซึ่งขณะนั้นเป็นนักวิชาการอยู่ในแผนกออกแบบที่บริษัทรถยนต์ยี่ห้อเรโนลต์ แต่ในความเป็นจริงแล้ว เส้นโค้งนี้ได้ถูกคิดค้นเป็นครั้งแรก เมื่อปี พ.ศ. 2502 โดยนายพอล เดอ คาสเซลโจ (Paul de Casteljaou) ศึกษาการประมาณค่าในช่วงกำลังสาม ซึ่งต่อมาในปี พ.ศ. 2505 ปีแอร์ เบซิ ก็ได้ศึกษาและพัฒนาสมการเส้นโค้งที่รู้จักกันในนามของสมการเส้นโค้งเบซิเยร์ (Bézier curve) จากรูป

สมการเส้นโค้งเบซิเยร์ (Bézier curve)

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i p_i, t \in [0,1]$$

ในการออกแบบภาพด้วยคอมพิวเตอร์ หรือที่เรียกว่า CAD ซึ่งคิดค้น โดย ไคโตรอล (Citroen) และ รีนาลท์ (Renault) ซึ่งเหมือนกับสมการเส้นโค้งเบซิเยร์ ที่พัฒนาจากระบบของเดอ คาสเซลโจ (de Casteljaou) ด้วยการแสดงอนุพันธ์อันดับสามของสมการเส้นโค้งเบซิเยร์ และต่อมาปี พ.ศ. 2473 ลูคิ กุลเบ (Lucye Guilbeau. 1930: 8-12) ศึกษาผลเฉลยของสมการเส้นโค้งกำลังสาม (Cubic Splines) และในปี พ.ศ. 2543 ได้มีการศึกษา โดย จีเอ รี่ สโตร์ (J.A.R. Stone. 2005: 192-202) ศึกษาสมการเส้นโค้งกำลังสาม (Cubic Splines) และเส้นโค้งของ Bezier โดยแสดงผลด้วยกราฟ โดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Excel

ประกอบกับเทคโนโลยีสารสนเทศในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มากมายทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต (Geometer's Sketchpad) ซึ่งเป็นโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพมาใช้ในการวิจัยนี้

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาเส้นโค้งกำลังสาม นี้ เนื่องจากเป็นการพิจารณาเส้นโค้งกำลังสาม ด้วยการออกแบบกราฟ หรือภาพจากคอมพิวเตอร์ที่เป็นกราฟเส้น ซึ่งเป็นการประยุกต์อย่างง่ายในระบบ 2 มิติ โดยใช้โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต ประกอบกับการเลือกพารามิเตอร์ เพื่อให้ได้มาซึ่งกราฟต่างๆที่น่าสนใจ

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาเส้นโค้งกำลังสามกับพารามิเตอร์ ในระบบ 2 มิติ

## 1.3 ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยเป็นการศึกษาเส้นโค้งกำลังสามด้วยโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพล ในระบบ 2 มิติ

## 1.4 ระเบียบวิธีวิจัย

1.4.1 ศึกษาทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเส้นโค้งกำลังสาม

1.4.2 ศึกษาและวิเคราะห์ พารามิเตอร์กับ เส้นโค้งกำลังสาม เมื่อกำหนดให้

$$x = at^3 + bt^2 + ct + d \text{ และ } y = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta$$

โดย  $x, y$  เป็นพิกัดของจุดบนเส้นโค้ง  $a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma$  และ  $\delta$  เป็นพารามิเตอร์

และ  $t$  เป็น ตัวแปร ( $0 \leq t \leq 1$ )

เส้นโค้งมีความต่อเนื่อง ณ จุดเริ่มต้น  $(x_0, y_0), t = 0$  และจุดสิ้นสุด  $(x_1, y_1), t = 1$

เมื่อค่า  $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$  เป็นความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่ตลอดเส้นโค้งในแนวแกนนอนและแกน

1.4.3 ออกแบบและเลือกพารามิเตอร์กับเส้นโค้งกำลังสาม

1.4.4 ศึกษา โปรแกรม สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต

1.4.5 ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการแสดงผล

## 1.5 ข้อตกลงเบื้องต้น

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาในระบบ 2 มิติ โดยใช้โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัตในการแสดงผล

## 1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ

1.6.1 โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต หมายถึงโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต ซึ่งทางบริษัท Keypress Curriculum ประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นผู้คิดค้นโปรแกรมซึ่งเป็นโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพโปรแกรมหนึ่ง สามารถนำไปใช้ช่วยสอนในวิชาคณิตศาสตร์ได้

1.6.2 พารามิเตอร์ หมายถึง ค่าที่แสดงลักษณะหรือคุณสมบัติของประชากรที่คำนวณมาจากสมาชิกทั้งหมดของประชากร

1.6.6 สมการกำลังสาม คือ สมการของพหุนามตัวแปรเดียวที่มีดีกรีเท่ากับสาม รูปแบบทั่วไปของสมการกำลังสาม คือ  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

เมื่อ  $a \neq 0$  (ถ้า  $a = 0$  สมการนี้จะกลายเป็นสมการกำลังสอง) โดยปกติแล้ว  $a, b, c, d$  คือสัมประสิทธิ์ที่เป็นจำนวนจริง พังก์ชันของสมการกำลังสามสามารถวาดกราฟบนระนาบพิกัดคาร์ทีเซียนได้รูปเส้นโค้งคล้ายตัว S หรือ N

## 1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1.7.1 บุคลากรของมหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครและผู้ที่เกี่ยวข้องได้ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบรูปทรงเรขาคณิต จากเส้นโค้งกำลังสาม ประกอบกับ โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต

1.7.2 ได้รูปแบบในการเลือกพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ในการออกแบบจากเส้นโค้งกำลังสาม

1.7.3 เป็นแนวทางในการศึกษา พังก์ชันที่มีกำลังสูงกว่าสาม กับการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์

1.7.4 นักศึกษาสามารถใช้โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต ในการวาดกราฟจากเส้นโค้งที่กำหนด อีกทั้งสามารถเลือกพารามิเตอร์ให้สอดคล้องกับรูปเส้นโค้งกำลังสามเพื่อให้ออกแบบได้รูปทรงที่น่าสนใจ