

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินงานวิจัยเพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซอง เรขาคณิตและแบบเลขชี้กำลัง ด้วย 4 วิธี คือ วิธีวาลด์ วิธีสคอร์ วิธีปรับค่าของวาลด์ และวิธีเบส์ โดยสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ศึกษาการสุ่มซ้ำด้วยวิธีบูตสเตรป อีก 2 วิธี คือ วิธีบูตสเตรปสคอร์และวิธีบูตสเตรปเบส์ โดยพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาอาศัยการสร้างแบบจำลองโดยใช้วิธีการมอนติคาร์โล เพื่อหาวิธีการประมาณที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ที่ทำการศึกษา ภายใต้ขอบเขตการวิจัยที่กำหนด ซึ่งมีแผนการดำเนินการวิจัยและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย ดังนี้

แผนการดำเนินการวิจัย

สำหรับวิธีวาลด์ วิธีสคอร์ และวิธีปรับค่าของวาลด์ พิจารณาให้

1. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซองที่มีพารามิเตอร์ λ มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 และ 1
2. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเรขาคณิตที่มีพารามิเตอร์ p มีค่าเท่ากับ 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 และ 0.9
3. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังที่มีพารามิเตอร์ β มีค่าเท่ากับ 1, 5, 10, 20 และ 30 และสำหรับวิธีบูตสเตรปสคอร์มีค่าพารามิเตอร์ β ในทำนองเดียวกัน

สำหรับวิธีเบส์ พิจารณาให้

1. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซองที่มีพารามิเตอร์ λ โดย λ เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ ที่มีการแจกแจงแกมมาพารามิเตอร์ α_0, β_0 โดยกำหนดให้ $\lambda = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ และ 1 $(\alpha_0, \beta_0) = (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)$
2. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเรขาคณิตที่มีพารามิเตอร์ p โดย p เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ ที่มีการแจกแจงปัวซองพารามิเตอร์ α_0, β_0 โดยกำหนดให้ $p = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ และ 0.9 $(\alpha_0, \beta_0) = (0.5,2), (1,1), (1,2), (2,1)$

3. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังที่มีพารามิเตอร์ β โดย β เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ ที่มีการแจกแจงแกมมาพารามิเตอร์ α_0, β_0 โดยกำหนดให้ $\beta = 1, 5, 10, 20$ และ 30 $(\alpha_0, \beta_0) = (0.5, 2), (0.5, 3), (1, 1), (1, 2)$ และสำหรับวิธีบูตสเตรปเบสมีค่าพารามิเตอร์ β และค่าพารามิเตอร์ α_0, β_0 ของการแจกแจงก่อนในทำนองเดียวกัน

กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ 5, 10, 25, 50 และ 100

กำหนดจำนวนรอบที่สุ่มซ้ำด้วยวิธีบูตสเตรป (B) เท่ากับ 200 รอบ

กำหนดระดับความเชื่อมั่น เท่ากับ 90%, 95% และ 99%

ในแต่ละสถานการณ์ จะทำการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองในแต่ละวิธี เพื่อหาวิธีประมาณที่เหมาะสม

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัย มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดขนาดตัวอย่างและพารามิเตอร์ของการแจกแจงของข้อมูล
ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน ระดับนัยสำคัญ และจำนวนครั้งที่ทำซ้ำ
2. สร้างข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยโดยใช้วิธีการมอนติคาร์โล
3. คำนวณค่าประมาณแบบช่วง นั่นคือหาขีดจำกัดล่าง (θ_L) และขีดจำกัดบน (θ_U) ของช่วงความเชื่อมั่น ในแต่ละวิธี
 - วิธีวาลด์ ขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น มีดังนี้

ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซอง

$$\lambda_{LW} = \hat{\lambda} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}}$$

$$\lambda_{UW} = \hat{\lambda} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}}$$

ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเรขาคณิต

$$\frac{1}{p_{LW}} = \frac{1}{\hat{p}} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{(1-\hat{p})}{n\hat{p}^2}}$$

$$\frac{1}{p_{UW}} = \frac{1}{\hat{p}} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{(1-\hat{p})}{n\hat{p}^2}}$$

ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

$$\beta_{LW} = \hat{\beta} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{n}}$$

$$\beta_{UW} = \hat{\beta} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{n}}$$

- วิธีสคอว์ ซีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น มีดังนี้

ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปัวซอง

$$\lambda_{LS} = \hat{\lambda} + \frac{Z_{\alpha/2}^2}{2n} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n} + \frac{Z_{\alpha/2}^2}{4n^2}}$$

$$\lambda_{US} = \hat{\lambda} + \frac{Z_{\alpha/2}^2}{2n} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n} + \frac{Z_{\alpha/2}^2}{4n^2}}$$

ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเรขาคณิต

$$\frac{1}{p_{LS}} = \frac{\frac{n}{\hat{p}} - \frac{Z_{\alpha/2}^2}{2} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{Z_{\alpha/2}^2}{4} - \frac{n}{\hat{p}} \left(1 - \frac{1}{\hat{p}}\right)}}{n - Z_{\alpha/2}^2}$$

$$\frac{1}{p_{US}} = \frac{\frac{n}{\hat{p}} - \frac{Z_{\alpha/2}^2}{2} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{Z_{\alpha/2}^2}{4} - \frac{n}{\hat{p}} \left(1 - \frac{1}{\hat{p}}\right)}}{n - Z_{\alpha/2}^2}$$

ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

$$\beta_{LS} = \frac{n\hat{\beta} - Z_{\alpha/2} \sqrt{n\hat{\beta}^2}}{n - Z_{\alpha/2}^2}$$

$$\beta_{US} = \frac{n\hat{\beta} + Z_{\alpha/2} \sqrt{n\hat{\beta}^2}}{n - Z_{\alpha/2}^2}$$

- วิธีปรับค่าของวาลด์ ซีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น มีดังนี้

ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปัวซอง

$$\lambda_{LAW} = \tilde{\lambda} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}}{n}}$$

$$\lambda_{UAW} = \tilde{\lambda} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}}{n}}$$

ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเรขาคณิต

$$\frac{1}{p_{LAW}} = \frac{1}{\tilde{p}} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{(1-\tilde{p})}{\tilde{n}\tilde{p}^2}}$$

$$\frac{1}{p_{UAW}} = \frac{1}{\tilde{p}} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{(1-\tilde{p})}{\tilde{n}\tilde{p}^2}}$$

ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

$$\beta_{LAW} = \tilde{\beta} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\tilde{\beta}}{\sqrt{\tilde{n}}}$$

$$\beta_{UAW} = \tilde{\beta} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\tilde{\beta}}{\sqrt{\tilde{n}}}$$

- วิธีเบส์ ชีตจำกัดล่างและชีตจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น มีดังนี้
- ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซอง

$$\lambda_{LB} = \frac{\beta_0}{2(n\beta_0 + 1)} \chi_{\frac{\alpha}{2}, 2\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha_0\right)}^2$$

$$\lambda_{UB} = \frac{\beta_0}{2(n\beta_0 + 1)} \chi_{1-\frac{\alpha}{2}, 2\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha_0\right)}^2$$

ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเรขาคณิต

$$\frac{1}{p_{LB}} = \frac{2(\alpha_0 + n) + 2(\beta_0 + \sum_{i=1}^n x_i - n)F_{\frac{\alpha}{2}, a, b}}{2(\alpha_0 + n)}$$

$$\frac{1}{p_{UB}} = \frac{2(\alpha_0 + n) + 2(\beta_0 + \sum_{i=1}^n x_i - n)F_{1-\frac{\alpha}{2}, a, b}}{2(\alpha_0 + n)}$$

ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

$$\beta_{LB} = \frac{2\left(\beta_0 \sum_{i=1}^n x_i + 1\right)}{\beta_0 \chi_{1-\frac{\alpha}{2}, 2(n+\alpha_0)}^2}$$

$$\beta_{UB} = \frac{2\left(\beta_0 \sum_{i=1}^n x_i + 1\right)}{\beta_0 \chi_{\frac{\alpha}{2}, 2(n+\alpha_0)}^2}$$

- วิธีบูตสเตรปคอร์ด ซีดจำกัดล่างและซีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นมีดังนี้

ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

$$\beta_{LBS} = \frac{\sum_{i=1}^B \beta_{LBS}^*}{B} \quad \text{โดยที่} \quad \beta_{LBS}^* = \frac{n\hat{\beta} - Z_{\alpha/2} \sqrt{n\hat{\beta}^2}}{n - Z_{\alpha/2}^2}$$

$$\beta_{UBS} = \frac{\sum_{i=1}^B \beta_{UBS}^*}{B} \quad \text{โดยที่} \quad \beta_{UBS}^* = \frac{n\hat{\beta} + Z_{\alpha/2} \sqrt{n\hat{\beta}^2}}{n - Z_{\alpha/2}^2}$$

- วิธีบูตสเตรปเบส์ ซีดจำกัดล่างและซีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นมีดังนี้

ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

$$\beta_{LBB} = \frac{\sum_{i=1}^B \beta_{LBB}^*}{B} \quad \text{โดยที่} \quad \beta_{LBB}^* = \frac{2 \left(\beta_0 \sum_{i=1}^n x_i + 1 \right)}{\beta_0 \chi_{1-\frac{\alpha}{2}, 2(n+\alpha_0)}^2}$$

$$\beta_{UBB} = \frac{\sum_{i=1}^B \beta_{UBB}^*}{B} \quad \text{โดยที่} \quad \beta_{UBB}^* = \frac{2 \left(\beta_0 \sum_{i=1}^n x_i + 1 \right)}{\beta_0 \chi_{\frac{\alpha}{2}, 2(n+\alpha_0)}^2}$$

4. นับจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าเฉลี่ยประชากร นั่นคือ
ถ้า $\theta_{L_i} < \theta < \theta_{U_i}$ ให้นับค่าเป็น 1
 5. ทำซ้ำ ในขั้นตอนที่ 3 และ 4 จำนวน M รอบ ($M = 1,000$)
 6. คำนวณค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) นั่นคือหาค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าเฉลี่ยประชากร
- $$CP = \frac{\text{จำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าเฉลี่ยประชากร}}{1,000}$$
7. เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ได้จากการทดลองในแต่ละวิธี กับเกณฑ์ที่กำหนด

8. คำนวณค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น เฉพาะกรณีที่ใช้วิธีการประมาณ ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

$$\text{ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น} = \frac{\sum_{i=1}^{1,000} (\theta_{U_i} - \theta_{L_i})}{1,000}$$

9. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น ในแต่ละวิธี
10. สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น

การพิจารณาเกณฑ์ที่ใช้เปรียบเทียบวิธีประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร นั้น สามารถพิจารณาได้ดังนี้

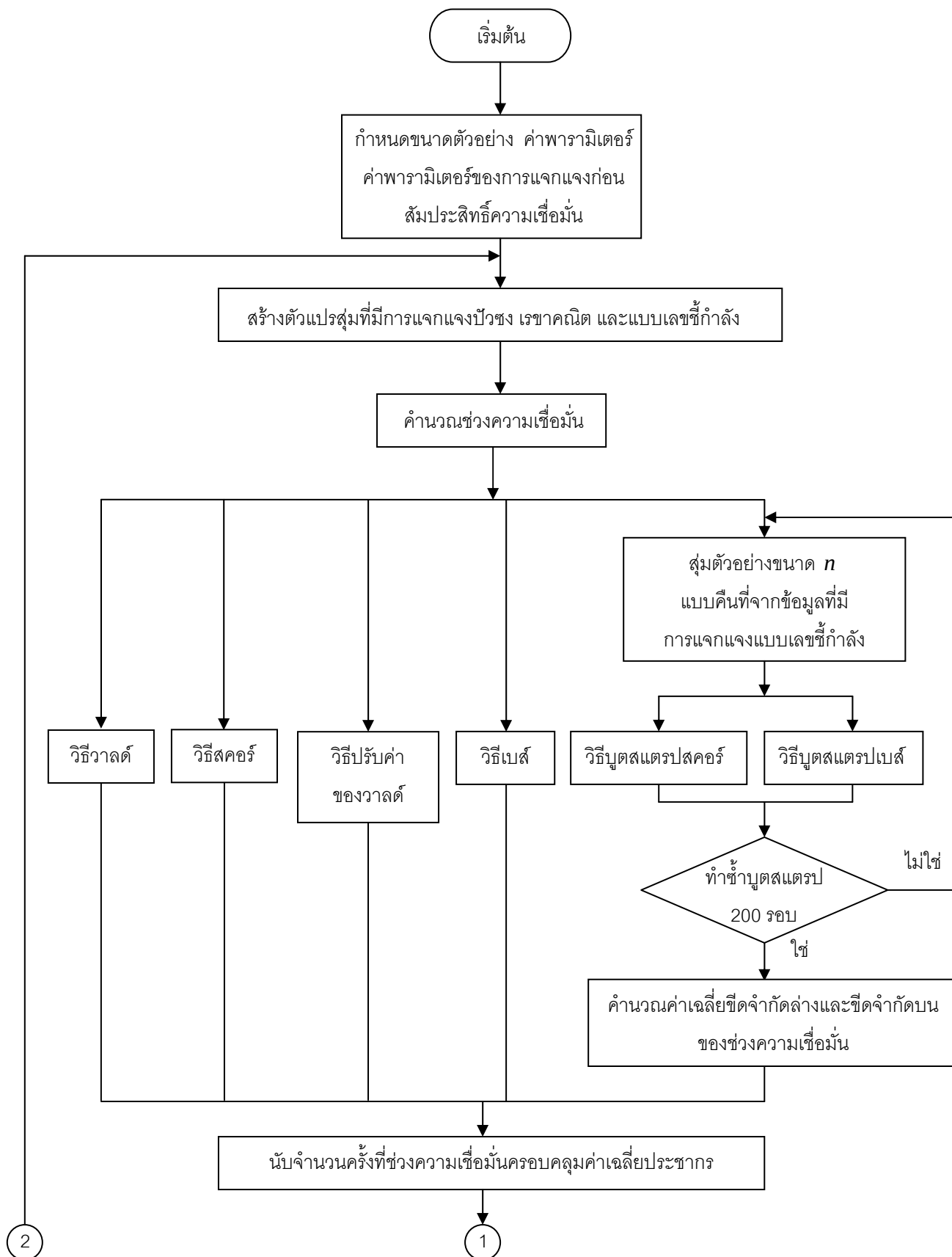
1. พิจารณาว่าค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ได้จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์ ถ้าค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.8878, 0.9387 และ 0.9827 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99% ตามลำดับ จะถือว่าวิธีนั้นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยจะนำเฉพาะวิธีที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่านั้น มาพิจารณาหาค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น

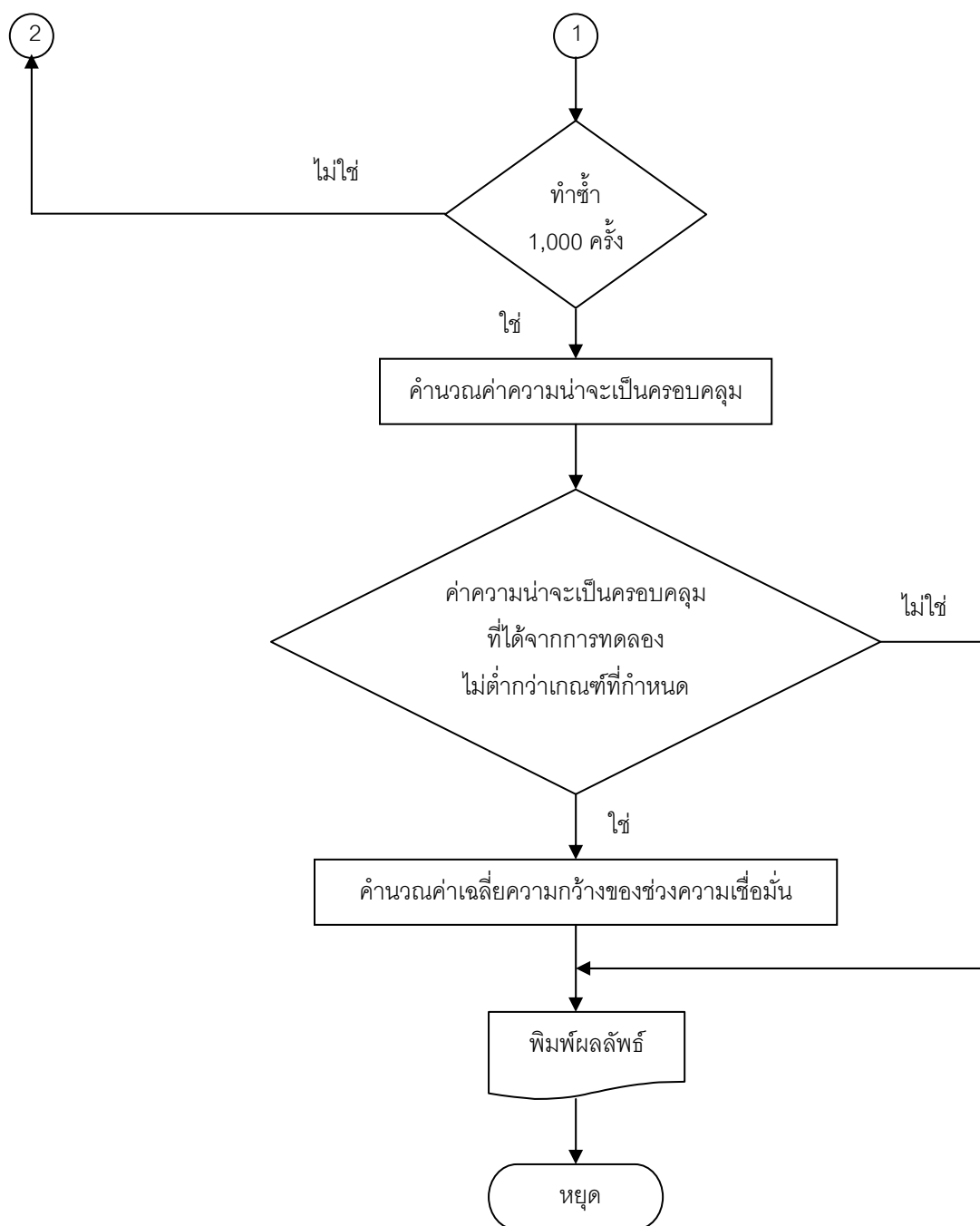
2. เมื่อทำการพิจารณาว่าวิธีใดที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว จึงนำวิธีเหล่านั้นมาเปรียบเทียบหาค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น วิธีใดที่ให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นที่แคบที่สุด ในแต่ละสถานการณ์ที่ทำการศึกษา จากนั้นทำการสรุปผลการทดลอง

ขั้นตอนของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

การประมวลผลของข้อมูลในการวิจัยนี้ จะใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.9.1 ซึ่งสามารถอธิบายเป็นลำดับได้ดังนี้

แผนภาพ 4 ลำดับการทำงานของโปรแกรม





แผนภาพ 4 (ต่อ)