

บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ในการศึกษาลักษณะของข้อมูลใดๆนั้น ผู้วิจัยคาดหวังที่จะนำผลวิจัยที่ได้ไปใช้ในการวิเคราะห์ สรุปผล หรือหาแนวโน้มที่จะประมาณค่าต่างๆ เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการศึกษา เช่น รัฐบาลต้องการทราบว่าคนไทยมีรายได้เฉลี่ยต่อเดือนเป็นเท่าใด โรงงานแห่งหนึ่งต้องการทราบว่ายางรถยนต์ที่บริษัทผลิตมีอายุการใช้งานเท่ากับที่บริษัทคาดหวังไว้หรือไม่ เมื่อต้องการทราบลักษณะใดๆ ของประชากรนั้น ถ้าจำนวนของประชากรที่ทำการศึกษามีจำนวนไม่มากนัก สามารถทราบลักษณะต่างๆของประชากร โดยการพิจารณาข้อมูลจากประชากรทั้งหมดได้โดยตรง แต่ถ้าประชากรที่ศึกษามีขนาดใหญ่จะเป็นการยากที่จะทราบลักษณะของประชากรนั้นได้ ดังนั้นจึงนำการอนุมานเชิงสถิติ (Statistical inference) มาใช้ในการศึกษา

การอนุมานเชิงสถิติ เป็นวิธีการใช้ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่าง เพื่อสรุปผลเกี่ยวกับประชากร ซึ่งสามารถแยกได้เป็น 2 ลักษณะ คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter estimation) และการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ (Statistical hypothesis testing) แนวคิดเกี่ยวกับการอนุมานเชิงสถิติ สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 แนวคิด คือ การอนุมานแบบเดิม (Classical inference) และการอนุมานแบบเบย์ส์ (Bayes' inference) ข้อแตกต่างระหว่าง 2 แนวคิดนี้ คือ การอนุมานแบบเดิมจะถือว่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า แต่การอนุมานแบบเบย์ส์จะถือว่าพารามิเตอร์เป็นตัวแปรสุ่ม

การประมาณค่าพารามิเตอร์ในทางสถิติ มีแนวคิดโดยทั่วไปว่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า เนื่องจากจะหาค่าพารามิเตอร์ได้ต่อเมื่อทราบข้อมูลจากประชากรทั้งหมด จึงเป็นเรื่องยากที่จะรวบรวมข้อมูลทั้งหมดจากประชากร เพราะว่าโดยทั่วไปประชากรมีขนาดใหญ่ ดังนั้นจึงใช้ข้อมูลที่ได้จากการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งจะได้ตัวสถิติ เพื่อใช้อ้างอิงถึงพารามิเตอร์ในประชากร วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มี 2 ชนิด คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) การประมาณค่าแบบจุดเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรด้วยค่าๆ หนึ่ง โดยมีได้คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนจากการสุ่มตัวอย่าง ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรใน

ช่วงๆหนึ่งที่เราจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ ด้วยระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยใช้ค่าประมาณแบบจุดและการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวสถิติในการพิจารณาให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่ม และ θ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า พิจารณาฟังก์ชัน $L(X_1, X_2, \dots, X_n)$ และ $U(X_1, X_2, \dots, X_n)$ โดยที่ $L < U$ ถ้า $P(L < \theta < U) = 1 - \alpha$ เราเรียก L ว่าขีดจำกัดล่าง (Lower limit) และ U ว่าขีดจำกัดบน (Upper limit) ค่าพารามิเตอร์ θ จะมีค่าอยู่ในช่วง (L, U) ด้วยระดับความเชื่อมั่น (Confidence interval) $(1 - \alpha)100\%$ ความน่าจะเป็น $1 - \alpha$ คือ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence coefficient)

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง มีวิธีที่ใช้ในการพิจารณาหลากหลายวิธี โดยวิธีที่มีการนำเสนอในวิชาสถิติพื้นฐานหรือตำราเรียนทางด้านสถิติทั่วไป คือ วิธีวาลด์ (Wald method) เป็นวิธีที่มีสูตรนำไปใช้ได้ง่ายและสะดวกต่อการอธิบาย โดยอาศัยทฤษฎีการลู่เข้าสู่ส่วนกลาง (Central limit theorem) และวิธีเบย์ส (Bayes' method) เป็นวิธีที่นำความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์กับข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมมาใช้ประโยชน์ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ให้ดียิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามวิธีวาลด์จะเป็นวิธีการประมาณที่เหมาะสม เมื่อตัวอย่างที่ทำการศึกษามีขนาดใหญ่ เพราะจะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แต่ในทางปฏิบัติอาจจะไม่สามารถเก็บรวบรวมข้อมูลจำนวนมากได้ จึงมีผู้วิจัยได้พิจารณาการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงโดยวิธีการอื่น ดังนี้

วิลสัน (Wilson, 1927) เสนอวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับสัดส่วนประชากร โดยช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้น ได้จากการพิจารณาตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง โดยมีพื้นฐานจากทฤษฎีการลู่เข้าสู่ส่วนกลางและจัดให้อยู่ในรูปสมการกำลังสอง โดยเรียกวิธีการนี้ว่าวิธีสกอร์ อเกรสตี และ คูลล์ (Agresti and Coull, 1998) ศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าสัดส่วนประชากรในการแจกแจงทวินาม ระหว่างวิธีวาลด์ วิธีสกอร์ และวิธีปรับค่าของวาลด์ โดยที่วิธีปรับค่าของวาลด์ มีแนวคิดมาจากการพิจารณาค่าจุดศูนย์กลางของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีสกอร์ ผู้ศึกษาพบว่าวิธีสกอร์ และวิธีปรับค่าของวาลด์ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แม้ตัวอย่างที่ทำการศึกษามีขนาดเล็ก เอลเฟสซี และ ไรเนเก (Elfessi and Reineke, 2001) ศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังระหว่างวิธีตัวประมาณแบบเดิม (Classical estimator) กับตัวประมาณแบบเบย์ส (Bayes' estimator) ผู้ศึกษาพบว่าตัวประมาณแบบเบย์สมีความสัมพันธ์กับตัวประมาณแบบเดิม โดยตัวประมาณแบบเดิมที่ใช้ในการพิจารณามี 3 วิธี คือ ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (MLE) ตัวประมาณไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดสม่ำเสมอ (UMVUE) และตัว

ประมาณค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด นฤดี สมิทธิ์ปรีชา (2547) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง วิธีที่ใช้ในการวิจัย คือ วิธีรากของสมการกำลังสอง วิธีการประมาณโดยใช้ตัวอย่างขนาดใหญ่ วิธีการประมาณโดยใช้ตัวประมาณแบบจุด และวิธีการประมาณด้วยช่วงแบบเบส ผู้ศึกษาพบว่า เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 30$) วิธีการประมาณโดยใช้ตัวประมาณแบบจุด การประมาณแบบเบสโดยวิธีเจฟเฟอรี่จะมีประสิทธิภาพดีกว่าการประมาณแบบเบสโดยวิธีลาปลาซ เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 30$) การประมาณโดยวิธีรากของสมการกำลังสอง วิธีประมาณโดยใช้ตัวอย่างขนาดใหญ่ การประมาณแบบเบสโดยวิธีเจฟเฟอรี่ มีประสิทธิภาพดีกว่าการประมาณโดยใช้ตัวประมาณแบบจุด เพราะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่

นอกจากจะพิจารณาวิธีประมาณที่ได้กล่าวในข้างต้นแล้ว ยังมีผู้วิจัยหลายท่านได้พิจารณาข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา โดยการสุ่มซ้ำด้วยวิธีบูตสเตรป เช่น เคอส์ฮิด อกิล และ โลดี (Khurshid, Ageel and Lodhi, 2005) ศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบช่วง สำหรับพารามิเตอร์ p ของการแจกแจงทวินามลบ โดยแยกการเปรียบเทียบเป็น 2 ลักษณะ คือ วิธีการประมาณช่วงแบบเดิม (Classical interval estimation methods) 4 วิธี และวิธีบูตสเตรป (Bootstrap methods) 7 วิธี ผู้ศึกษาพบว่าวิธี Wild bootstrap จะให้ช่วงความเชื่อมั่นที่แคบที่สุดเมื่อเปรียบเทียบระหว่างวิธีการประมาณช่วงแบบเดิมและวิธีบูตสเตรป แต่ถ้าพิจารณาเฉพาะวิธีการประมาณช่วงแบบเดิม วิธี Large sample normal approximation without transformation จะให้ช่วงความเชื่อมั่นที่แคบที่สุด ฟองนวล วงศ์ตะวัน (2549) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัดส่วนในการแจกแจงทวินาม และค่าเฉลี่ยของการแจกแจงปัวซองด้วยวิธีประมาณ 5 วิธี คือ วิธีสคออร์ วิธีประมาณค่าต่ำที่สุด วิธีเบสโดยใช้การแจกแจงก่อนแบบเจฟเฟอรี่และคอนจูเกต และวิธีบูตสเตรปสคออร์ ผู้ศึกษาพบว่าวิธีสคออร์ วิธีประมาณค่าต่ำที่สุด วิธีเบสโดยใช้การแจกแจงก่อนแบบเจฟเฟอรี่และคอนจูเกต และวิธีบูตสเตรปสคออร์ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

จากแนวคิดต่างๆเกี่ยวกับการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าพารามิเตอร์ ดังที่ได้กล่าวในข้างต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซอง เรขาคณิต และแบบเลขชี้กำลัง พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงปัวซองและเรขาคณิต จะพบว่าเมื่อทำการทดลองเรขาคณิตซ้ำๆ กัน จนเข้าสู่อนันต์ การทดลองซ้ำนี้สามารถประมาณได้ด้วยการทดลองปัวซอง ส่วนความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงปัวซองและแบบเลขชี้กำลัง พบว่าเมื่อพิจารณาจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดลักษณะ

ที่สนใจ ในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งหรือขอบเขตใดขอบเขตหนึ่ง จำนวนเหตุการณ์ที่เกิดเป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องที่มีการแจกแจงปัวซอง ไม่เพียงแต่จำนวนเหตุการณ์ที่เกิดลักษณะที่สนใจเป็นตัวแปรสุ่มเท่านั้น ช่วงเวลาของการรอคอยที่เกิดลักษณะที่สนใจก็เป็นตัวแปรสุ่มเช่นกัน ซึ่งก็คือตัวแปรสุ่มแบบเลขชี้กำลัง โดยค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง ที่นิยมใช้ในการศึกษา คือค่าพารามิเตอร์ที่มีค่าน้อย ดังนั้นในที่นี้ผู้วิจัยจึงพิจารณาค่าพารามิเตอร์ (λ) มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 และ 1 และเนื่องจากค่าเฉลี่ยของการแจกแจงปัวซอง (λ) กับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (β) คือส่วนผกผันกัน ผู้วิจัยจึงพิจารณาค่าพารามิเตอร์ (β) ตั้งแต่ค่าน้อยจนถึงค่ามาก โดยค่าพารามิเตอร์ β มีค่าเท่ากับ 1, 5, 10, 20 และ 30 ส่วนการพิจารณาค่าพารามิเตอร์ในการแจกแจงเรขาคณิต (p) เนื่องจากค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเรขาคณิต ก็คือ ค่าความน่าจะเป็นที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ดังนั้นจึงเลือกค่าพารามิเตอร์ p มีค่าเท่ากับ 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 และ 0.9 เพื่อจะได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ทั้งหมด

การพิจารณาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซอง เรขาคณิตและแบบเลขชี้กำลัง ด้วย 4 วิธี คือ วิธีวาลด์ วิธีสคอร์ วิธีปรับค่าของวาลด์ และวิธีเบส์ โดยสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ศึกษาการสุ่มซ้ำด้วยวิธีบูตสเตรป อีก 2 วิธี คือ วิธีบูตสเตรปสคอร์ และวิธีบูตสเตรปเบส์ เพื่อหาวิธีการประมาณที่เหมาะสมภายใต้ขอบเขตของการศึกษาเดียวกัน

จากการศึกษางานวิจัยที่ได้กล่าวในข้างต้น สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปัวซองและเรขาคณิต ผู้วิจัยคาดว่าวิธีวาลด์จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ วิธีปรับค่าของวาลด์ วิธีสคอร์ และวิธีเบส์ จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด อีกทั้งวิธีสคอร์และวิธีเบส์ ให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นแคบกว่าวิธีปรับค่าของวาลด์ ในสถานการณ์ที่ทำการศึกษาเป็นส่วนใหญ่ สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ผู้วิจัยคาดว่าวิธีวาลด์จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ เช่นเดียวกับการแจกแจงปัวซองและการแจกแจงเรขาคณิต วิธีสคอร์และวิธีเบส์ ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น ไม่แตกต่างกัน ในสถานการณ์ที่ทำการศึกษาเป็นส่วนใหญ่ อีกทั้งวิธีปรับค่าของวาลด์ วิธีบูตสเตรปสคอร์ และวิธีบูตสเตรปเบส์ จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด นอกจากนี้ วิธีบูตสเตรปสคอร์และวิธีบูตสเตรปเบส์ จะให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นแคบกว่าวิธีปรับค่าของวาลด์

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซองและเรขาคณิต ด้วยวิธีดังต่อไปนี้

1. วิธีวาลด์ (Wald method)
2. วิธีสกอร์ (Score method)
3. วิธีปรับค่าของวาลด์ (Adjusted Wald method)
4. วิธีเบย์ (Bayes' method)

เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ด้วยวิธีดังต่อไปนี้

1. วิธีวาลด์ (Wald method)
2. วิธีสกอร์ (Score method)
3. วิธีปรับค่าของวาลด์ (Adjusted Wald method)
4. วิธีเบย์ (Bayes' method)
5. วิธีบูตสแตรปสกอร์ (Bootstrap Score method)
6. วิธีบูตสแตรปเบย์ (Bootstrap Bayes' method)

สมมติฐานของการวิจัย

กรณีตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซองและเรขาคณิต

1. การประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร โดยวิธีวาลด์จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่
2. การประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร โดยวิธีปรับค่าของวาลด์ วิธีสกอร์ และวิธีเบย์ จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในสถานการณ์ที่ทำการศึกษเป็นส่วนใหญ่
3. การประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร โดยวิธีสกอร์และวิธีเบย์ ให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นแคบกว่าวิธีปรับค่าของวาลด์

กรณีตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

1. การประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร โดยวิธีวาลด์จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่

2. การประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร โดยวิธีสคอ์และวิธีเบส์ ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น ไม่แตกต่างกัน ในสถานการณ์ที่ทำการศึกษเป็นส่วนใหญ่

3. การประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร โดยวิธีปรับค่าของวาลด์ วิธีบูตสเตรปสคอ์ และวิธีบูตสเตรปเบส์ จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในสถานการณ์ที่ทำการศึกษเป็นส่วนใหญ่

4. การประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร โดยวิธีบูตสเตรปสคอ์และวิธีบูตสเตรปเบส์ ให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นแคบกว่าวิธีปรับค่าของวาลด์

ขอบเขตของการวิจัย

สำหรับวิธีวาลด์ วิธีสคอ์ และวิธีปรับค่าของวาลด์ พิจารณาให้

1. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซองที่มีพารามิเตอร์ λ มีค่าเท่ากับ 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 และ 1
2. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเรขาคณิตที่มีพารามิเตอร์ p มีค่าเท่ากับ 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 และ 0.9
3. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังที่มีพารามิเตอร์ β มีค่าเท่ากับ 1, 5, 10, 20 และ 30 และสำหรับวิธีบูตสเตรปสคอ์มีค่าพารามิเตอร์ β ในทำนองเดียวกัน

สำหรับวิธีเบส์ พิจารณาให้

1. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซองที่มีพารามิเตอร์ λ โดย λ เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ ที่มีการแจกแจงแกมมาพารามิเตอร์ α_0, β_0 โดยกำหนดให้ $\lambda = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ และ 1 $(\alpha_0, \beta_0) = (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)$
2. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเรขาคณิตที่มีพารามิเตอร์ p โดย p เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ ที่มีการแจกแจงปัวซองพารามิเตอร์ α_0, β_0 โดยกำหนดให้ $p = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ และ 0.9 $(\alpha_0, \beta_0) = (0.5,2), (1,1), (1,2), (2,1)$
3. ตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังที่มีพารามิเตอร์ β โดย β เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ ที่มีการแจกแจงแกมมาพารามิเตอร์ α_0, β_0 โดยกำหนดให้ $\beta = 1, 5, 10, 20$ และ 30 $(\alpha_0, \beta_0) = (0.5,2), (0.5,3), (1,1), (1,2)$ และสำหรับวิธีบูตสเตรปเบส์มีค่าพารามิเตอร์ β และค่าพารามิเตอร์ α_0, β_0 ของการแจกแจงก่อนในทำนองเดียวกัน

กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ 5, 10, 25, 50 และ 100

กำหนดจำนวนรอบที่สุ่มซ้ำด้วยวิธีบูตสเตรป (B) เท่ากับ 200 รอบ

กำหนดระดับความเชื่อมั่น เท่ากับ 90%, 95% และ 99%

ข้อมูลที่ใช้ศึกษาได้จากการสร้างแบบจำลองโดยใช้วิธีการมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation Technique) เพื่อจำลองการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการศึกษา โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.9.1

เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา

เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา คือค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (Coverage probability) และค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วง (Average length) โดยพิจารณาวิธีการประมาณที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด วิธีใดที่ให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุดจะถือว่าวิธีนั้นเป็นวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่ดีที่สุดสำหรับสถานการณ์นั้น โดยการคำนวณค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วง สามารถหาได้ ดังนี้

การประมาณค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (Coverage Probability: CP) ของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณขึ้นจากการทำซ้ำ $M = 1,000$ ครั้ง พิจารณาจากช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ในแต่ละวิธี ทำการนับจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าเฉลี่ยประชากร θ หาด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำ ($M = 1,000$)

$$CP = \frac{\text{จำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าเฉลี่ยประชากร}}{M}$$

ค่าเฉลี่ยความกว้าง (Average length: AL) ของช่วงความเชื่อมั่น พิจารณาจากผลต่างระหว่างค่าขีดจำกัดบน (θ_U) และขีดจำกัดล่าง (θ_L) ของช่วงความเชื่อมั่น และนำผลต่างที่ได้แต่ละครั้งมาบวกกัน หาด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำ ($M = 1,000$)

$$\text{ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น} = \frac{\sum_{i=1}^M (\theta_{U_i} - \theta_{L_i})}{M}$$

โดยที่ θ_{U_i} แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ i

θ_{L_i} แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ i

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้จากการวิจัย

1. เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซอง เรขาคณิตและแบบเลขชี้กำลังให้เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์
2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงอื่นๆ

คำจำกัดความและสัญลักษณ์

λ_{LW}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีวาลด์
λ_{UW}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีวาลด์
$\frac{1}{p_{LW}}$	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงเรขาคณิตโดยวิธีวาลด์
$\frac{1}{p_{UW}}$	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงเรขาคณิตโดยวิธีวาลด์
β_{LW}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีวาลด์
β_{UW}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีวาลด์
λ_{LS}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีสคอร์
λ_{US}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีสคอร์
$\frac{1}{p_{LS}}$	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงเรขาคณิตโดยวิธีสคอร์
$\frac{1}{p_{US}}$	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงเรขาคณิตโดยวิธีสคอร์
β_{LS}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีสคอร์
β_{US}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีสคอร์
λ_{LAW}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีปรับค่าของวาลด์
λ_{UAW}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีปรับค่าของวาลด์
$\frac{1}{p_{LAW}}$	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงเรขาคณิตโดยวิธีปรับค่าของวาลด์
$\frac{1}{p_{UAW}}$	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงเรขาคณิตโดยวิธีปรับค่าของวาลด์
β_{LAW}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีปรับค่าของวาลด์

β_{UAW}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีปรับค่าของ วาลด์
λ_{LB}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีเบส์
λ_{UB}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีเบส์
$\frac{1}{p_{LB}}$	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงเรขาคณิตโดยวิธีเบส์
$\frac{1}{p_{UB}}$	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงเรขาคณิตโดยวิธีเบส์
β_{LB}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีเบส์
β_{UB}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีเบส์
β_{LBS}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธี บูตสเตรปสคอร์
β_{UBS}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธี บูตสเตรปสคอร์
β_{LBB}	แทน ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีบูตสเตรปเบส์
β_{UBB}	แทน ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยวิธีบูตสเตรปเบส์
$Z_{\frac{\alpha}{2}}$	แทน ควอนไทล์ที่ $1 - \frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน
$F_{1-\frac{\alpha}{2}, a, b}$	แทน ควอนไทล์ที่ $1 - \frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจงเอฟ ที่มีองศาอิสระเสรีเท่ากับ a และ b
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, 2(n+\alpha_0)}$	แทน ควอนไทล์ที่ $1 - \frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจงไคกำลังสอง ที่มีองศาอิสระเสรีเท่ากับ $2(n + \alpha_0)$