

## บทที่ 4

### ผลการศึกษา

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ และศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ เรื่องสมการและอสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคาราวิทยาลัย จังหวัดเชียงใหม่ จะนำเสนอผลของการศึกษาดังนี้

1. การสร้างหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ประกอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคาราวิทยาลัย
2. ผลของการศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ เรื่องสมการและอสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคาราวิทยาลัย

#### การสร้างหนังสืออิเล็กทรอนิกส์

จากผลการสร้างหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ เรื่องสมการและอสมการ ทำให้ได้หนังสืออิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหา 3 หน่วย ได้แก่

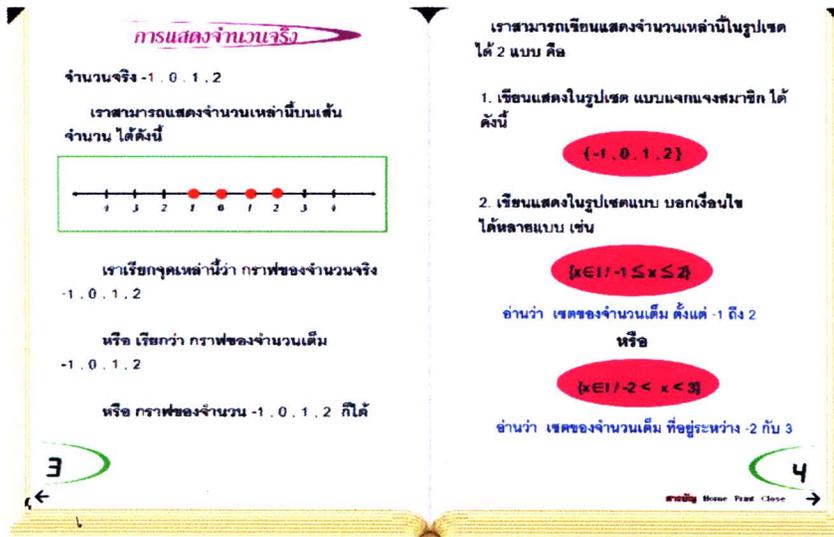
1. หน่วยที่ 1 เรื่อง การแสดงจำนวนจริง ประกอบด้วย เนื้อหาที่มีทั้งภาพเคลื่อนไหวและมีเสียงประกอบการบรรยาย และเนื้อหาที่เป็นภาพนิ่ง มีตัวอย่าง แบบฝึกทักษะ และเฉลยแบบฝึกทักษะ
2. หน่วยที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการและอสมการ เมื่อนักเรียนเลือกศึกษาในหน่วยนี้ นักเรียนจะพบการอธิบายความหมายของสมการ / อสมการ ต่อจากนั้นจะเป็นการอธิบายการหาคำตอบของสมการ / อสมการ ด้วยวิธีทัศน์ และในหน้าถัดไปจะพบกับสารบัญย่อซึ่งประกอบด้วย คำตอบของสมการและอสมการดิกรีหนึ่ง คำตอบของสมการและอสมการดิกรีสอง คำตอบของสมการและอสมการดิกรีสาม คำตอบของสมการและอสมการในรูปเศษส่วน ซึ่งเป็นการอธิบายการหาคำตอบของสมการและอสมการ ไปพร้อมๆกัน มีตัวอย่าง แบบฝึกทักษะ และเฉลยแบบฝึกทักษะ
3. หน่วยที่ 3 เรื่อง การแก้สมการและอสมการ ประกอบด้วย เนื้อหาที่มีทั้งภาพเคลื่อนไหวและมีเสียงประกอบการบรรยาย และเนื้อหาที่เป็นภาพนิ่ง มีตัวอย่าง และแบบฝึกทักษะ

ในการศึกษาหนังสืออิเล็กทรอนิกส์เรื่องสมการและอสมการ ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาเรื่อง การแสดงจำนวนจริง คำตอบของสมการและอสมการ และการแก้สมการและอสมการ รูปแบบ การศึกษาในแต่ละเนื้อหามีลักษณะคล้ายกัน คือ เมื่อนักเรียนเข้าสู่เนื้อหาแล้ว จะมีการอธิบายเนื้อหาโดย มีเสียงบรรยายประกอบพร้อมทั้งมีภาพเคลื่อนไหว จากนั้นในหน้าถัดไปจึงเป็นการอธิบายเนื้อหาโดย ภาพนิ่ง มีตัวอย่าง และมีแบบฝึกทักษะในบทเรียน พร้อมกับเฉลยแบบฝึกทักษะในแต่ละหน่วย ซึ่ง นักเรียนสามารถเลือกศึกษาในหน่วยใดก็ได้ตามความต้องการจากหน้าสารบัญ และสามารถยุติ การศึกษาในเรื่องนั้นๆ โดยไม่จำเป็นต้องศึกษาจนจบทั้งหมด โดยหนังสืออิเล็กทรอนิกส์เล่มนี้จะเริ่ม ด้วยหน้าสารบัญของบทเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกรายการเมนูตามที่นักเรียนต้องการ ดังภาพ 3

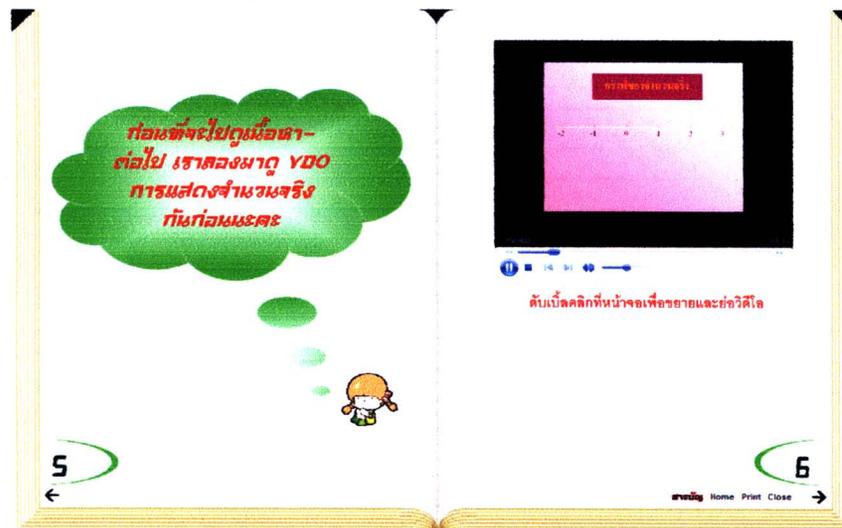
เนื้อหา	หน้า
1. การแสดงจำนวนจริง	1
แบบฝึกทักษะ 1.1	25
2. คำตอบของสมการและอสมการ	30
2.1 สมการและอสมการดีกรีหนึ่ง	37
แบบฝึกทักษะ 2.1	45
2.2 สมการและอสมการดีกรีสอง	47
แบบฝึกทักษะ 2.2	57
2.3 สมการและอสมการดีกรีสาม	59
แบบฝึกทักษะ 2.3	69
2.4 สมการและอสมการในรูปเศษส่วน	71
แบบฝึกทักษะ 2.4	79
3. การแก้สมการและอสมการ	81
แบบฝึกทักษะ 3.1	95

ภาพ 3 กรอบแสดงสารบัญของบทเรียน

ในหน้าต่อไปของหนังสือ เป็นเนื้อหาในหน่วยที่ 1 เรื่องการแสดงจำนวนจริง ประกอบด้วย เนื้อหาที่มีทั้งภาพเคลื่อนไหวและมีเสียงประกอบการบรรยาย และเนื้อหาที่เป็นภาพนิ่ง มีตัวอย่าง แบบ ฝึกทักษะ และเฉลยแบบฝึกทักษะ ดังภาพ 4 – 8



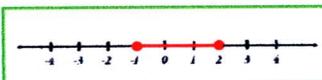
ภาพ 4 ตัวอย่างการแสดงจำนวนจริง



ภาพ 5 ตัวอย่างวีดิทัศน์การแสดงจำนวนจริง

**การแสดงจำนวนจริง**

จำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 2  
แสดงในรูปกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



รูปกราฟนี้ แสดงจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 2  
มีจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 2  
มากมาย ซึ่งเป็นจุดที่อยู่ติดกันจนเรามองเห็นเป็น  
ลักษณะเส้นทึบ จึงไม่สามารถเขียนแสดงในรูป  
เซตแบบแจกแจงสมาชิกได้

$\{-1, 0, 1, 2\}$

สัญลักษณ์ ● หมายถึง รวมจำนวน -1 และ 2 ด้วย

เราสามารถเขียนแสดงจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่  
-1 ถึง 2 ในรูปเซต แบบบอกเงื่อนไข ได้ดังนี้

$\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 2\}$

อ่านว่า เซตของจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 2

หรือ เขียนแสดงในรูปช่วง ได้ดังนี้

$[-1, 2]$

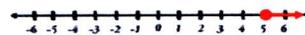
อ่านว่า ช่วงปิด -1 . 2

ภาพ 6 ตัวอย่างการแสดงจำนวนจริงในรูปกราฟ เซต และช่วง

**แบบฝึกทักษะ 1.1**

1. จงเขียนแสดงจำนวนจริงต่อไปนี้ในรูปกราฟ บนเส้นจำนวน รูปช่วง และเซต
  - 1.1 จำนวนจริง 2
  - 1.2 จำนวนจริงที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5
  - 1.3 จำนวนจริงที่มากกว่า 5
  - 1.4 จำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง -1 และ 2
  - 1.5 จำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ -5 แต่น้อยกว่า 3

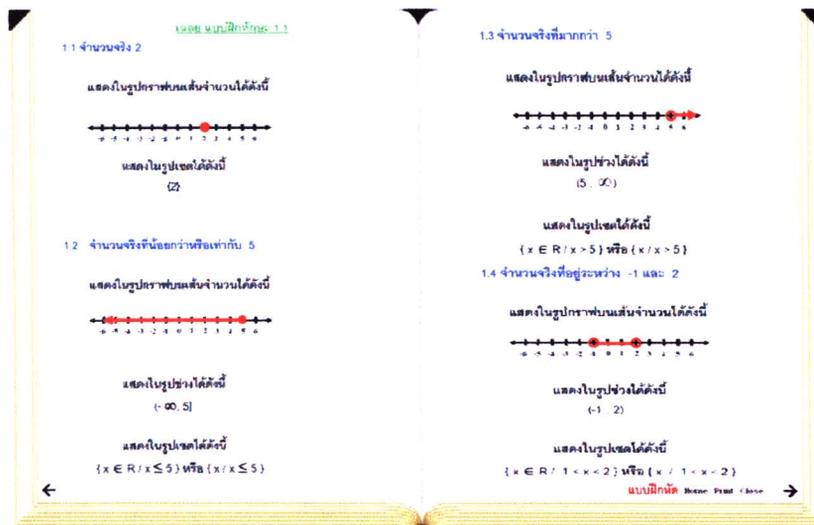
เฉลย

2. จากรูปต่อไปนี้แสดงจำนวนใด และเขียน ในรูปของช่วงและเซตได้อย่างไร
  - 2.1 
  - 2.2 
  - 2.3 

เฉลย

ภาพ 7 ตัวอย่างแบบฝึกทักษะ เรื่อง การแสดงจำนวนจริง



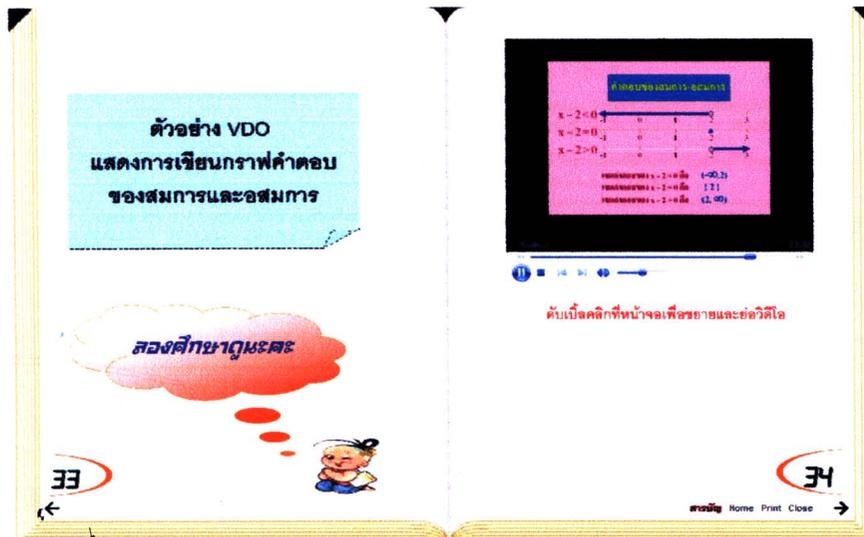


ภาพ 8 ตัวอย่างการเฉลยแบบฝึกทักษะ เรื่อง การแสดงจำนวนจริง

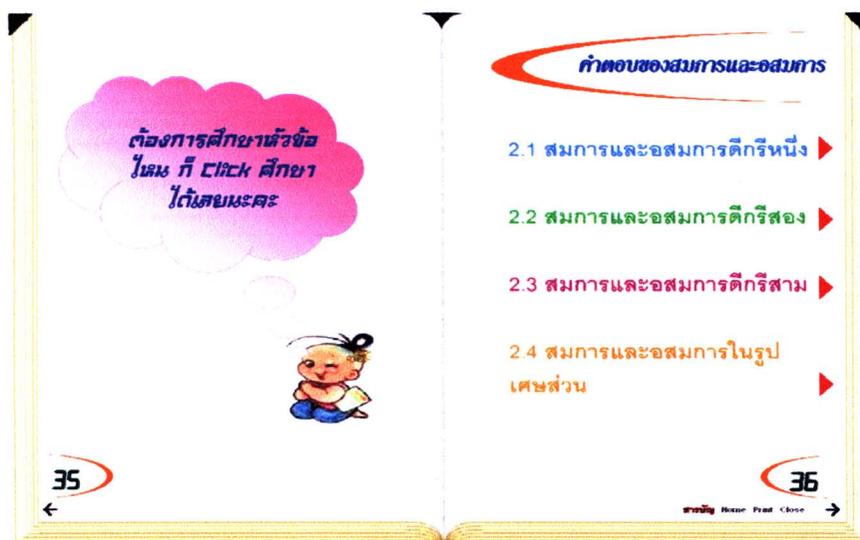
เนื้อหาหน่วยที่ 2 คำตอบของสมการและอสมการ เมื่อนักเรียนเลิกศึกษาในหน่วยนี้ นักเรียนจะพบการอธิบายความหมายของสมการ / อสมการ ต่อจากนั้นจะเป็นการอธิบายการหาคำตอบของสมการ / อสมการ ด้วยวิธีคิดค้น และในหน้าถัดไปจะพบกับสารบัญย่อซึ่งประกอบด้วย คำตอบของสมการและอสมการคิรีหนึ่ง คำตอบของสมการและอสมการคิรีสอง คำตอบของสมการและอสมการคิรีสาม คำตอบของสมการและอสมการในรูปแบบเศษส่วน ซึ่งเป็นการอธิบายการหาคำตอบของสมการและอสมการไปพร้อมๆกัน มีตัวอย่าง แบบฝึกทักษะ และเฉลยแบบฝึกทักษะ ดังภาพ 9 - 15



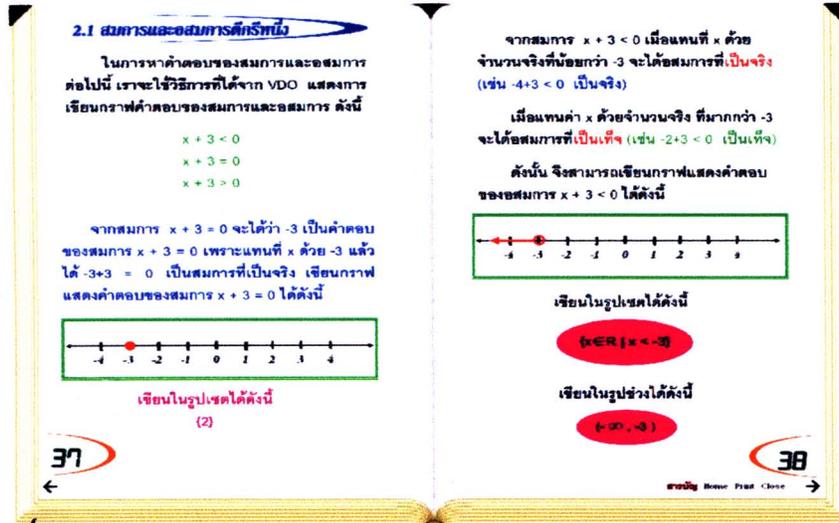
ภาพ 9 ตัวอย่างการอธิบายความหมายของคำตอบของสมการและอสมการ



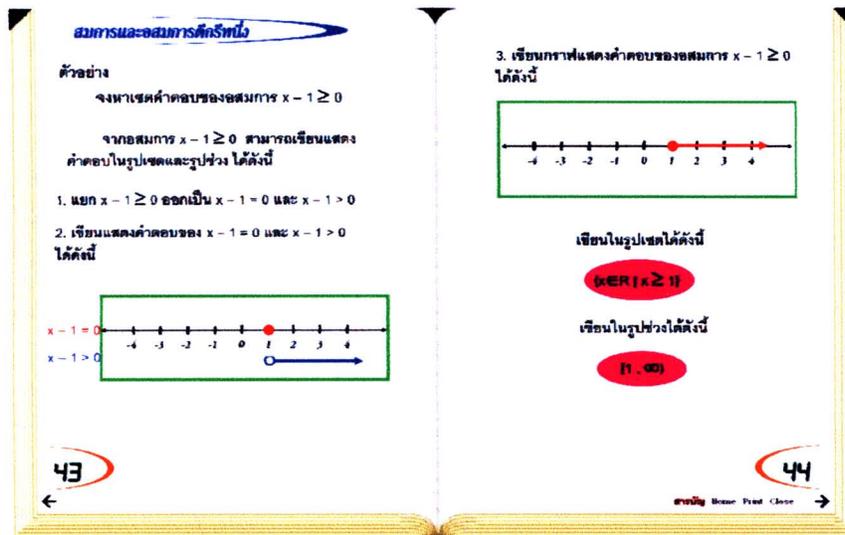
ภาพ 10 ตัวอย่างวีดิทัศน์การหาคำตอบของสมการและอสมการ



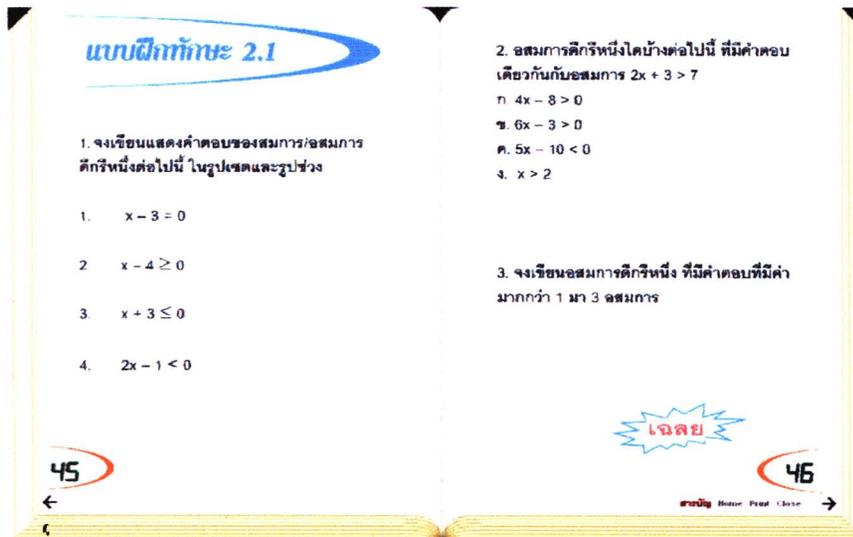
ภาพ 11 หน้าสารบัญในหน่วยที่ 2



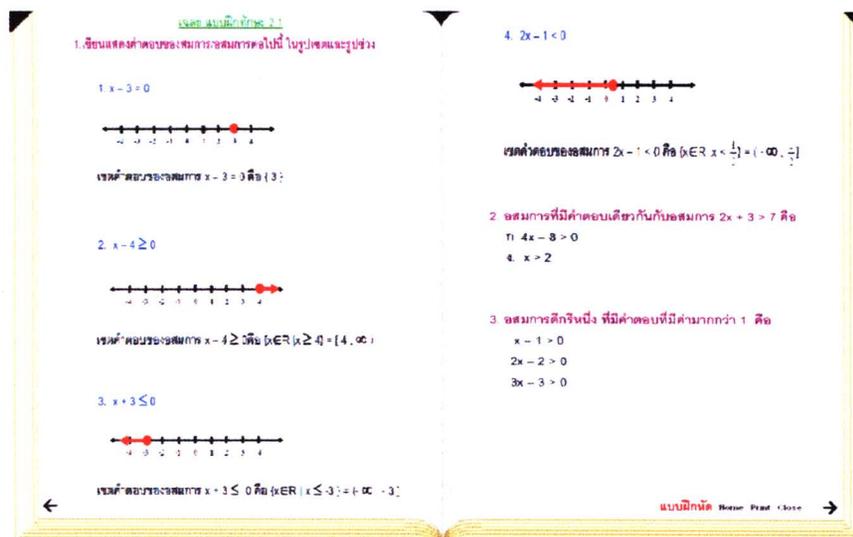
ภาพ 12 ตัวอย่างการหาคำตอบของสมการและอสมการ



ภาพ 13 ตัวอย่างการหาคำตอบของอสมการ

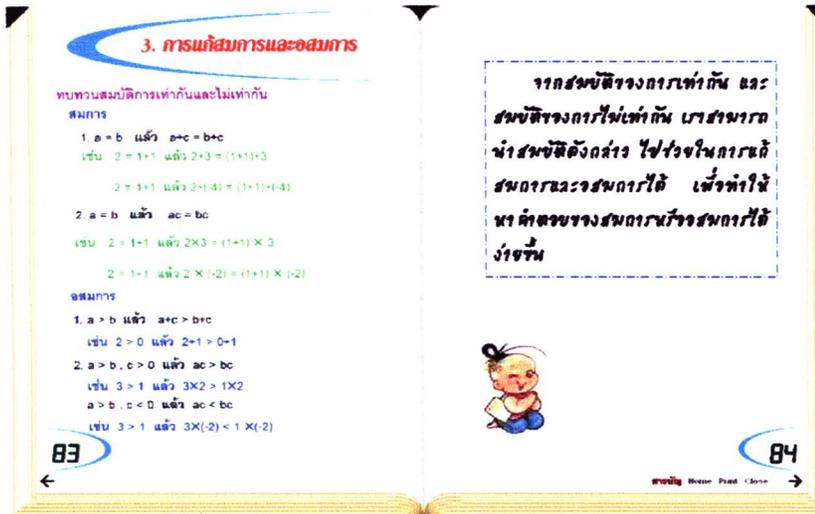


ภาพ 14 ตัวอย่างแบบฝึกทักษะ เรื่อง การหาคำตอบของสมการและอสมการ

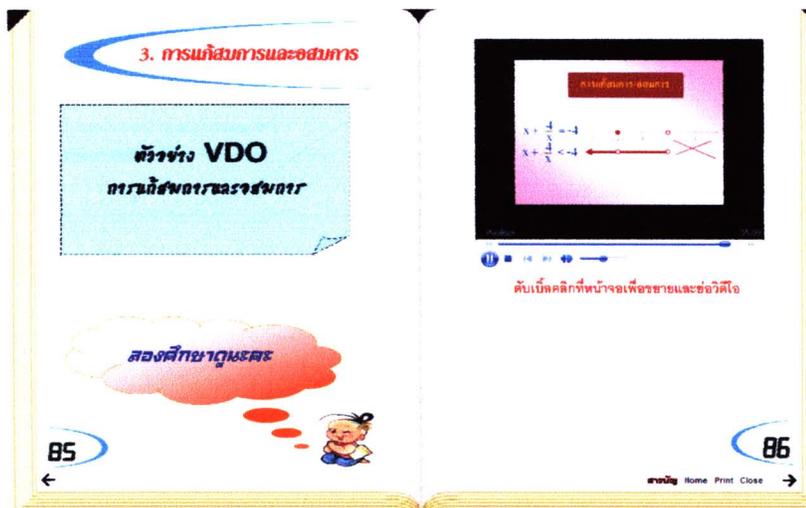


ภาพ 15 ตัวอย่างการเฉลยแบบฝึกทักษะ เรื่อง การหาคำตอบของสมการและอสมการ

เนื้อหาหน่วยที่ 3 การแก้สมการและอสมการ ประกอบด้วย เนื้อหาที่มีทั้งภาพเคลื่อนไหว และมีเสียงประกอบการบรรยาย และเนื้อหาที่เป็นภาพนิ่ง มีตัวอย่าง และแบบฝึกทักษะ ดังภาพ 16 - 20



ภาพ 16 การทบทวนสมบัติการเท่ากันและ ไม่เท่ากัน



ภาพ 17 ตัวอย่างวีดิทัศน์การแก้สมการและอสมการ

**การแก้สมการและอสมการ**

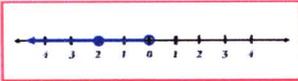
จงหาเซตคำตอบของสมการ  $x + \frac{4}{x} \leq -4$

คูณ  $x^2$  ทั้งสองข้างของสมการ โดยจะไม่นำ  $x$  คูณ เพราะเราไม่ทราบว่า  $x$  มีค่าเป็นบวกหรือลบ เมื่อคูณไปอาจทำให้คำตอบของสมการผิดได้

$$x + \frac{4}{x} \leq -4$$

คูณด้วย  $x^2$  ได้  $x^3 + 4x \leq -4x^2 ; x \neq 0$   
 $x^3 + 4x^2 + 4x \leq 0 ; x \neq 0$   
 $x(x^2 + 4x + 4) \leq 0 ; x \neq 0$   
 $x(x+2)^2 \leq 0 ; x \neq 0$

เมื่อตรวจสอบแล้ว จะได้กราฟคำตอบของสมการดังนี้



ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ

$$x - \frac{4}{x} \leq -4$$

คือ  $(-\infty, 0)$

หากไม่เข้าใจวิธีการคิดให้กลับไปดูที่ video ใหม่นะ

89
90

ภาพ 18 ตัวอย่างการแก้สมการและอสมการ

**แบบฝึกทักษะ 3.1**

1. จงหาเซตคำตอบของสมการ / อสมการต่อไปนี้

1.  $\frac{x-2}{x-1} < 1$

2.  $\frac{x+6}{x(x+1)} \geq 0$

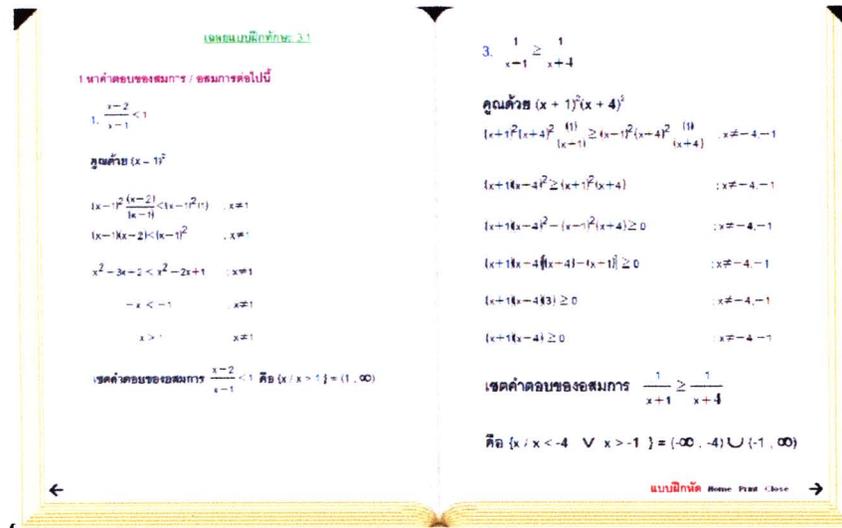
3.  $\frac{1}{x+1} \geq \frac{1}{x+4}$

ลองทำแบบฝึกทักษะนี้เพื่อทดสอบความเข้าใจของตนเอง

เจ๋งเลย

95
96

ภาพ 19 ตัวอย่างแบบฝึกทักษะ เรื่อง การแก้สมการและอสมการ



ภาพ 20 ตัวอย่างการเฉลยแบบฝึกทักษะ เรื่อง การแก้สมการและอสมการ

ในการศึกษาหนังสืออิเล็กทรอนิกส์เรื่องสมการและอสมการ ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาเรื่อง การแสดงจำนวนจริง คำตอบของสมการและอสมการ และการแก้สมการและอสมการ รูปแบบ การศึกษาในแต่ละเนื้อหามีลักษณะคล้ายกัน คือ เมื่อนักเรียนเข้าสู่เนื้อหาแล้ว จะมีการอธิบายเนื้อหาโดย มีเสียงบรรยายประกอบพร้อมทั้งมีภาพเคลื่อนไหว จากนั้นในหน้าถัดไปจึงเป็นการอธิบายเนื้อหาโดย ภาพนิ่ง มีตัวอย่าง และมีแบบฝึกทักษะ

### ผลของการศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อหนังสืออิเล็กทรอนิกส์

จากการศึกษาหนังสืออิเล็กทรอนิกส์เรื่องสมการและอสมการ พบว่านักเรียนมีความพึงพอใจกับเนื้อหาในบทเรียนที่น่าเสนอในระดับมาก ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกศึกษาในหน่วยใดหน่วย หนึ่งก่อนหรือหลังก็ได้ตามที่ต้องการ นักเรียนสามารถศึกษาบทเรียนได้อย่างอิสระตามต้องการ โดยไม่ จำกัดเวลา อีกทั้งยังสามารถทราบถึงพัฒนาการของตนเองได้จากการทำแบบฝึกทักษะ และสามารถ ตรวจสอบคำตอบได้จากเฉลยแบบฝึกทักษะในแต่ละหน่วยได้ทันที โดยผลของการศึกษาความพึงพอใจที่มี ต่อหนังสืออิเล็กทรอนิกส์แสดงดังตาราง 6

ตาราง 6 ผลความพึงพอใจที่มีต่อหนังสืออิเล็กทรอนิกส์วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการ

รายการประเมิน	คะแนนเฉลี่ย	S.D.	อยู่ในระดับ
1. เนื้อหาอ่านแล้วเข้าใจง่าย ไม่สับสน	4.33	0.59	มาก
2. ผู้เรียนเรียนแล้วสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้	4.53	0.49	มากที่สุด
3. มีความสัมพันธ์ต่อเนื้องกันของเนื้อหา	4.93	0.24	มากที่สุด
4. ระดับความยากง่ายเหมาะสมกับผู้เรียน	4.33	0.59	มาก
5. ใช้ภาษาถูกต้อง สื่อความหมายได้ชัดเจน เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	4.67	0.47	มากที่สุด
6. การใช้ภาษาสื่อความหมายชัดเจนตรงไปตรงมาและอธิบายความได้กะทัดรัด	4.60	0.61	มากที่สุด
7. กลยุทธ์ในการถ่ายทอดเนื้อหา การเน้นส่วนสำคัญต่างๆที่น่าสนใจ	4.20	0.54	มาก
8. ลักษณะของขนาด สี ตัวอักษรชัดเจน สวยงาม อ่านง่าย	3.80	0.40	มาก
9. ออกแบบปฏิสัมพันธ์ให้โปรแกรมใช้งานได้ง่าย สะดวก	4.87	0.33	มากที่สุด
10. เนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ทำให้เข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น	4.47	0.49	มาก
11. เนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์มีสาระประโยชน์เหมาะที่จะใช้เป็นหนังสือประกอบการสอน เรื่องสมการและอสมการได้	4.73	0.57	มากที่สุด
12. เนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์เป็นแหล่งข้อมูลช่วยให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้และศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง	4.53	0.61	มากที่สุด
13. เนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์	4.27	0.77	มาก
รวมเฉลี่ย	4.48	0.37	มาก

จากตาราง 6 จะเห็นว่านักเรียนมีความพึงพอใจในเรื่อง ผู้เรียนเรียนแล้วสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ มีความสัมพันธ์ต่อกันของเนื้อหา ใช้ภาษาถูกต้อง สื่อความหมายได้ชัดเจน เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน ใช้ภาษาถูกต้อง สื่อความหมายได้ชัดเจน เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน การใช้ภาษาสื่อความหมายชัดเจนตรงไปตรงมาและอธิบายความได้กะทัดรัด ออกแบบปฏิสัมพันธ์ให้โปรแกรมใช้งานได้ง่าย สะดวก เนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์มีสารประโยชน์ เหมาะที่จะใช้เป็นหนังสือประกอบการสอน เรื่องสมการและอสมการได้ และเนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์เป็นแหล่งข้อมูล ช่วยให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้และศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง อยู่ในระดับมากที่สุด และมีความพึงพอใจในเรื่อง เนื้อหาอ่านแล้วเข้าใจง่าย ไม่สับสน ระดับความยากง่ายเหมาะสมกับผู้เรียน กลยุทธ์ในการถ่ายทอดเนื้อหา การเน้นส่วนสำคัญต่างๆที่น่าสนใจ ลักษณะของขนาด สี ตัวอักษรชัดเจน สวยงาม อ่านง่าย เนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ ทำให้เข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น และเนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับมาก

นักเรียนได้เขียนแสดงความพึงพอใจที่มีต่อหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ ดังนี้

1. หนังสือนี้สามารถนำไปศึกษาได้ด้วยตัวเอง ซึ่งเนื้อหาในหนังสือได้มีคำอธิบายที่ชัดเจน โดยการอธิบายเป็นไปอย่างช้าๆ โดยผู้ที่ศึกษาต้องมีสมาธิในการศึกษาด้วย ตัวอย่างการเขียนแสดงความพึงพอใจของนักเรียน ดังภาพ 21

**นักเรียนมี ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมอะไรบ้าง**

.....หนังสือที่มีคำอธิบายที่เข้าใจง่าย มีการอธิบายแบบเห็นภาพทำให้ไม่ลืมนึกเรื่องเข้าใจ

.....ใจเนื้อหา จึงสามารถนำไปศึกษาได้ด้วยตนเอง

ภาพ 21 ตัวอย่างการเขียนแสดงความพึงพอใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการอธิบายเนื้อหาในหนังสืออิเล็กทรอนิกส์

2. การที่ให้ศึกษาการหาคำตอบของสมการและอสมการไปพร้อมๆกันทำให้ไม่สับสนต่อการหาคำตอบของสมการและอสมการ ว่าจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการหรือคำตอบใดเป็นคำตอบของอสมการ ตัวอย่างการเขียนแสดงความพึงพอใจของนักเรียน ดังภาพ 22

**นักเรียนมี ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมอะไรบ้าง**

จากการที่หนู ได้ศึกษานางนึ่งสื่อเล่มนี้ ทำให้หนูมีความเข้าใจ ในเนื้อหา เรื่อง สโมสรและ  
 สโมสรภักดิ์กัน อีกทั้ง หนูยัง ไม่มีความสับสน ในการ แก้อัศจรรย์และสโมสร สามารถ  
 คำตอบไปพร้อมๆกัน ได้ โดยรู้ว่า คำตอบไหน เป็น คำตอบของสโมสรหรือ คำตอบของ  
 สโมสร หนูอยากได้ ดัชนีครมสร้างหนังสือในลักษณะนี้ ในเนื้อหาอื่นๆ ที่  
 จะได้เรียน เพราะ สื่อเนื้อหาสื่อตัว หนูได้เข้าใจ และ สามารถไปศึกษาเอง ต่อที่อื่น ได้  
 นอกเหนือจากคุณครูสอนเอง

ภาพ 22 ตัวอย่างการเขียนแสดงความพึงพอใจของนักเรียนเกี่ยวกับ การอธิบายการหาคำตอบของ  
 สโมสรและสโมสร ไปพร้อมๆกันของหนังสืออิเล็กทรอนิกส์

2. อยากให้ครูสร้างหนังสือในลักษณะนี้ในหลายๆเนื้อหา เพราะจะได้นำไปศึกษาเองต่อที่  
 บ้านนอกเหนือจากที่ครูสอนในห้อง ตัวอย่างการเขียนแสดงความพึงพอใจของนักเรียน ดังภาพ 23

**ตัวอย่างที่ 1**

อยากให้นักเรียนสร้าง E-book แบบนี้นานๆ ให้อ่าน  
 ง่ายไปทบทวนที่บ้าน

**ตัวอย่างที่ 2**

อยากให้นักเรียนสร้างหนังสือในลักษณะนี้ ในหลายๆเนื้อหา เพราะสะดวกสะดวก คือ  
 เราสามารถหาคำตอบได้ทั้งวัน และในเวลาใดก็ได้

**ตัวอย่างที่ 3**

อยากให้นักเรียนสร้างหนังสือแบบนี้ ในหลายๆเรื่อง จะได้นำไปศึกษา ดูที่บ้าน  
 นอกจากที่ครูสอน

ภาพ 23 ตัวอย่างการเขียนแสดงความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ในเรื่อง  
 ความต้องการให้ครูสร้างหนังสืออิเล็กทรอนิกส์กับเนื้อหาอื่นๆ