

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมปฐพี ในปัจจุบันเกี่ยวข้องกับการนำระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) มาใช้เป็นอย่างมากเนื่องจากปัญหาทางวิศวกรรมปฐพีเป็นปัญหาที่ความซับซ้อนสูงทั้งในรูปแบบของโครงสร้าง ชั้นดิน แรงภายนอกที่กระทำ แบบจำลองพฤติกรรมของดิน (Soil Model) และขอบเขตของปัญหา การวิเคราะห์ปัญหาโดยละเอียดซึ่งให้ผลคำตอบอย่างถูกต้องแม่นยำตามทฤษฎี จึงยุ่งยากเกินกว่าจะใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพในทางปฏิบัติแนวทางในการวิเคราะห์ปัญหาที่ใช้ในปัจจุบัน เพื่อความสะดวกจึงมักใช้วิธีการอย่างง่ายต่างๆ เช่น ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) และวิธีวิเคราะห์โดยใช้ผลการทดสอบและประสบการณ์ (Empirical Method) เป็นต้น และเนื่องจากความก้าวหน้าของเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันส่งผลให้วิธีเชิงตัวเลขเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้น และได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ซึ่งระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) เป็นรูปแบบหนึ่งของการวิเคราะห์ปัญหาที่มีการประยุกต์ใช้งานอย่างกว้างขวาง

ในปัจจุบันการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เริ่มได้รับความสนใจเป็นอย่างมาก เนื่องจากเป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยลดเวลาและต้นทุนในการออกแบบ ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนั้นมีอยู่หลายวิธี แต่วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันในปัจจุบัน ก็คือระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เนื่องจากระเบียบวิธีดังกล่าวสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้เป็นอย่างดี

ในการวิเคราะห์ปัญหาคด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) เป็นการวิเคราะห์โดยสมมุติปัญหาที่ต่อเนื่องให้มีลักษณะชิ้นส่วนย่อยๆ ประกอบกัน (Discretization) และใช้สมการคณิตศาสตร์จำลองพฤติกรรมชิ้นส่วนย่อยเหล่านั้น ร่วมกับการวิเคราะห์พฤติกรรมของชิ้นส่วนทั้งหมดรวมกัน เราสามารถหาค่าประมาณของผลเฉลยของปัญหาที่ต่อเนื่องได้ โดยความแม่นยำของผลเฉลยนั้นขึ้นอยู่กับแบบจำลองคณิตศาสตร์ และขนาดของชิ้นส่วนที่ประกอบกันขึ้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมของชิ้นส่วนมากเท่าไร ความแม่นยำในการเป็นตัวแทนของชิ้นส่วนก็จะดีมากขึ้นเท่านั้น ในขณะที่การเพิ่มจำนวนชิ้นส่วนซึ่งเป็นการลดขนาดของช่วงการประมาณก็จะลดความคลาดเคลื่อน ที่เกิดจากการประมาณปัญหาต่อเนื่องด้วยชิ้นส่วน

ในการเพิ่มความแม่นยำของผลเฉลย ทำได้โดยการเพิ่มความซับซ้อนของสมการคณิตศาสตร์เพื่อให้สอดคล้องกับพฤติกรรมมากขึ้น หรือโดยการเพิ่มจำนวนชิ้นส่วน จากทั้งสองวิธีนี้ การเพิ่มความสอดคล้องของสมการคณิตศาสตร์นั้นทำได้ยาก ทั้งในด้านการวิเคราะห์หาสมการคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม และการนำมาเขียนรหัสการคำนวณ ดังนั้นจึงใช้สมการคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนเฉพาะ

ในปัญหาที่ต้องการความแม่นยำของคำตอบมากๆ เท่านั้น ในงานวิจัยต่างๆ ไปนิยมใช้สมการคณิตศาสตร์ที่ไม่ซับซ้อนมากนัก แต่ใช้ชิ้นส่วนจำนวนมากแทน

ในปัญหาหนึ่งๆ จะมีค่าของผลเฉลยแตกต่างกันไปตามโดเมน (Domain) ของปัญหา ในบริเวณใดที่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงของผลเฉลยต่อพื้นที่มาก ก็จะมี ความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยอยู่มากเช่นกัน ดังนั้นในการที่จะวิเคราะห์ปัญหาให้มีประสิทธิภาพที่สุด จำเป็นต้องกระจายความคลาดเคลื่อนเหล่านี้ให้มีค่าใกล้เคียงตลอดทั้งโดเมนของปัญหาซึ่งทำได้โดยการใช้ชิ้นส่วนที่มีขนาดเหมาะสมกับพื้นที่ของปัญหา โดยใช้ชิ้นส่วนที่มีขนาดเล็กในพื้นที่ที่มีความคลาดเคลื่อนมาก และใช้ชิ้นส่วนขนาดใหญ่ในบริเวณที่มีความคลาดเคลื่อนน้อย การที่จะสร้างชิ้นส่วนให้ได้ดังที่กล่าวมานี้ จำเป็นต้องมีการเตรียมข้อมูลและทำการคำนวณหลายรอบ ซึ่งต้องใช้แรงงานและเวลาจำนวนมาก

วิทยานิพนธ์นี้มุ่งพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการหาค่าการทรุดตัวของเสาเข็ม โดยจะมีการประมาณค่าคลาดเคลื่อนของผลเฉลย และทำการเพิ่มจำนวนชิ้นส่วนในบริเวณที่มีความคลาดเคลื่อนมากให้โดยอัตโนมัติ มีผลให้ลดปริมาณการเตรียมข้อมูลลงได้มาก และได้คำตอบที่รวดเร็ว มีความคลาดเคลื่อนในขนาดที่ยอมรับได้

1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Babuska และคณะ (1975-1983) ได้คิดค้นและพัฒนากการประมาณค่าคลาดเคลื่อนโดยวิธีแยกตัวประกอบของแรง ซึ่งเป็นการประมาณค่าคลาดเคลื่อนจากการอินทิเกรตค่ากำลังสองของแยกตัวประกอบของหน่วยแรงในสมการอนุพันธ์ และกำลังสองของผลต่างของหน่วยแรงระหว่างชิ้นส่วน ซึ่งวิธีของ Babuska นี้ต้องใช้คณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากในการพิสูจน์และคำนวณค่าคลาดเคลื่อน จึงไม่สะดวกในการใช้งาน

Zienkiewicz และ Zhu (1987) ได้พัฒนากการประมาณค่าหน่วยแรงที่ดีขึ้นจากหน่วยแรงที่ได้จากไฟไนต์เอลิเมนต์ และประมาณค่าคลาดเคลื่อนจากการเปรียบเทียบหน่วยแรงทั้งสอง หลักการของวิธีนี้คือ ค่าหน่วยแรงที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะมีค่าไม่ต่อเนื่องกันระหว่างชิ้นส่วน ดังนั้นถ้ามีการปรับเรียบให้หน่วยแรงมีความต่อเนื่องกันก็จะได้คำตอบที่ดีขึ้น การปรับเรียบใช้กำลังสองน้อยที่สุด (Least Square) วิธีนี้ใช้หลักการง่ายๆ และมีการคำนวณที่ไม่ยุ่งยาก เหมาะสำหรับการเขียนรหัสในการคำนวณ อย่างไรก็ตามค่าประมาณของหน่วยแรงที่ได้จากวิธีนี้มีความถูกต้องน้อย และมีการลู่เข้าสู่คำตอบช้า โดยเฉพาะในแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีระดับชั้นของพหุนามสูง

Zienkiewicz และ Zhu (1987) เสนอว่าให้วัดค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยค่าเปลี่ยนตำแหน่งไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยนอร์มพลังงาน โดยเสนอให้สร้างฟังก์ชันหน่วยแรงปรับเรียบ (Smoothed Stress) เพื่อใช้แทนหน่วยแรงแม่นยำตรงในการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนในนอร์มพลังงาน

Zienkiewicz และ Zhu (1990) ยังคงพัฒนาการประมาณค่าหน่วยแรงให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น และมีอัตราลู่เข้าสู่คำตอบเร็วขึ้น โดยใช้หลักการของตำแหน่งลู่เข้ายิ่งยวด (Superconvergent Points) หรือตำแหน่งเกาส์ (Gauss Point) ในแต่ละชิ้นส่วน ซึ่งมีค่าหน่วยแรงซึ่งมีความแม่นยำกว่าในตำแหน่งอื่นๆ และมีอัตราลู่เข้าสู่คำตอบมากกว่าระดับขั้นของพหุนามในสมการคณิตศาสตร์ 1 ระดับ ($O(h^{p+1})$) โดยวิธีนี้การประมาณค่าหน่วยแรงที่ตำแหน่งใดๆ ก็ได้จากการประมาณจากหน่วยแรงที่ตำแหน่งเกาส์รอบ ตำแหน่งที่ต้องการประมาณนั้น โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีนี้มีหลักการที่สามารถเข้าใจง่ายและความแม่นยำพอสมควร ประกอบใช้การคำนวณไม่มากนัก จึงเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายจนกระทั่งถึงปัจจุบัน

Szabo (1986) ได้เสนอวิธีการวัดค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยของปัญหาที่เกิดจากการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ จากการวัดค่าความคลาดเคลื่อนของพลังงานความเครียด (Error of Strain Energy) ซึ่งก็เป็นการเทียบหาความแตกต่างระหว่างพลังงานความเครียดแม่นยำกับพลังงานความเครียดโดยประมาณของปัญหาที่ได้จากการวิเคราะห์ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Demkowicz และคณะ ได้เสนอหลักการวิธีเอชพีอะแดปทีฟ กล่าวคือหลังจากทำให้โครงข่ายเอลิเมนต์ละเอียดขึ้น จนได้ค่าความคลาดเคลื่อนของปัญหาประมาณร้อยละ 5 ต่อจากนั้นก็เพิ่มระดับขั้นพหุนามให้กับเอลิเมนต์ที่ยังมีความคลาดเคลื่อนเกินค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนด การทำเช่นนี้จะทำให้ประหยัดจำนวนระดับขั้นความละเอียดได้มาก

1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

- 1.3.1 พัฒนาโปรแกรมอะแดปทีฟไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์การทรุดตัวของเสาเข็มเดี่ยว
- 1.3.2 ศึกษาการประมาณค่าหน่วยแรงจากผลเฉลยไฟไนต์เอลิเมนต์
- 1.3.3 ศึกษาการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
- 1.3.4 ศึกษาวิธีการปรับปรุงผลเฉลยจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
- 1.3.5 พัฒนาโปรแกรมอะแดปทีฟไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรับขนาดของชิ้นส่วน

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

- 1.4.1 เอลิเมนต์ที่ใช้คือ เฮกซะฮีดรอน (Hexahedron) ชนิด 8 จุดต่อ ในลักษณะ 3 มิติ
- 1.4.2 วิเคราะห์ปัญหาในเชิงสถิตยศาสตร์ (Static Analysis)
- 1.4.3 เสาเข็มรับแรงในแนวดิ่ง (Vertical Loading) เท่านั้น และเสาเข็มเป็นเสาเข็มในแนวดิ่ง (Vertical Piles)
- 1.4.4 เสาเข็มและดินมีคุณสมบัติเหมือนกันในทุกทิศทาง (Isotropic Material)
- 1.4.5 เสาเข็มและดินเป็นวัสดุยืดหยุ่นแบบเชิงเส้นตรง (Linear Elastic Material)
- 1.4.6 แค็ปหัวเสาเข็ม (Pile Cap) มีคุณสมบัติยืดหยุ่นสมบูรณ์ (Perfectly Flexible)
- 1.4.7 ไม่เกิดการเลื่อนไถลระหว่างผิวสัมผัสระหว่างเสาเข็มกับดิน

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัย

- 1.5.1 มีความเข้าใจพฤติกรรมของเสาเข็มเดี่ยว ภายใต้แรงกระทำในแนวดิ่งมากยิ่งขึ้น
- 1.5.2 มีความเข้าใจระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
- 1.5.3 มีความเข้าใจในหลักการประมาณค่าหน่วยแรงและค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
- 1.5.4 มีความเข้าใจวิธีการทำให้โครงข่ายเอลิเมนต์ละเอียดขึ้นโดยวิธีเอชอะแดพทีฟไฟไนต์เอลิเมนต์
- 1.5.5 สามารถนำหลักการการวิเคราะห์และผลการศึกษาของวิทยานิพนธ์ ใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาและพัฒนาต่อไปในอนาคต