



## บรรณานุกรม

- กนกทิพย์ บุญประคม. (2552). การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค43202 สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิจัยในชั้นเรียน โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ภาคเหนือ, พิษณุโลก.
- กนกวลี อุษณกรกุล และระนชัย มาเจริญทรัพย์. (2548). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์เดอะบุคส์.
- กรองกาญจน์ อรุณรัตน์. (2536). ชุดการเรียนรู้การสอน. เชียงใหม่: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- กัญชลิ จังสติดิกุล และศศิกานต์ โฆษิตตระกูล. (2544). การใช้ PowerPoint ในการเรียนการสอนวิชา 411229 ภาษาอังกฤษเทคนิคสำหรับวิทยาการจัดการ 2. รายงานการวิจัย มนุษย์ศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- จริยา เกตุเผือก. (2540). การใช้รูปแบบการสร้างความคิดรวบยอดในการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- จิตตวดี เตียตรงจิตรมัน. (ม.ป.ป.). ผลการใช้ชุดกิจกรรมที่เน้นกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2549). ทิวเข้่มตะลุมโยทย์ คณิตศาสตร์ ม. 6. กรุงเทพฯ: รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์.
- จ้านง พรายแ้มแฆ. (2536). เทคนิคและวิธีสอนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ชม ภูมิภาค. (2528). เทคโนโลยีการสอนและการศึกษา. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ประสานมิตร.
- ชัยงค์ พรหมวงศ์. (2526). เทคโนโลยีทางการสอนและการศึกษา. กรุงเทพฯ: ชุมชนสหกรณ์การเกษตร.
- ชัยงค์ พรหมวงศ์. (2537). เอกสารประกอบการสอน ชุดวิชาสื่อการสอน ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาราช.

- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2526). เทคโนโลยีทางการศึกษา : หลักการและแนวทางปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช.
- ธีรชัย ปุณณโชติ. (2532). การสร้างผลงานทางวิชาการเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีรศักดิ์ แสงสำฤทธิ์. (2537). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนสื่อประสมกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ปรินญาณิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- บุญเกื้อ ควรวาเวช. (2545). นวัตกรรมทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: เอสอาร์พรีนติ้ง.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2537). การพัฒนาการสอน. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. (2528). การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. กรุงเทพฯ: ประชาศึกษา.
- ประดิษฐ์ ฮวบเจริญ. (2520). เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: อักษรบัณฑิต.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2551). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์พิมพ์ดี.
- ปิยรัตน์ ขันการนาวิ. (2549). ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาช่วงชั้นที่ 2 ที่เรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนด้วยโปรแกรม PowerPoint เรื่องการใช้แลการดูแลรักษาคอมพิวเตอร์เบื้องต้น. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง,
- พ่องฉวี ไวยาวัจฉย์. (2554). การใช้ระเบียบวิธีแบบพหุทัศน์เพื่อศึกษาการแสดงแทนฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์ ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์. เอกสารอัดสำเนา.
- พรรณี ช. เจนจิต. (2538). จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: วรวิดิการพิมพ์.
- พีระพล ศิริวงศ์. (2525). การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการสรุปครอบคลุมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำเรื่องรูปเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากการที่สอนให้ตัวอย่างแตกต่างกันสองแบบ. ปรินญาณิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- เพ็ญศรี สร้อยเพชร. (2542). ชุดการเรียนการสอน. นครปฐม: คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏ นครปฐม.

- ยูพิน พิพิธกุล. (2536). เทคโนโลยีการผลิตสื่อการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ฝ่ายพิมพ์สำนักส่งเสริมและฝึกอบรม มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน.
- ยูพิน พิพิธกุล. (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วาสนา ชาวหา. (2533). เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: อักษรสยามการพิมพ์.
- วีณา วโรตมะวิชญ. (2535). กลวิธีการเรียนและการสอนในโรงเรียนประถมศึกษา. เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- วัลลภา อารีรัตน์. (2528). สอนให้ค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร. วารสาร คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 9(1) : 57 – 79.
- ศรีทอง มีทาทอง. (2534). การทดลองวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดในเรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2548). คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533). ทฤษฎีและการสอนวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. เอกสารอัดสำเนา.
- สุกิจ ศรีพรหม. (2541). ชุดการสอนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน. วิชาการ. 1(9) : 68 – 72.
- สุคน สินธพานนท์. (2552). นวัตกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาคุณภาพของเยาวชน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ 9119 เทคนิคพรินติ้ง.
- สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์. (2546). ชุดกิจกรรมสำหรับครูเพื่อพัฒนาศักยภาพการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช จำกัด.
- สุนันทา สุนทรประเสริฐ. (2545). การผลิตชุดการสอน. ชัยนาท: ชมรมพัฒนาความรู้ด้านระเบียบกฎหมาย.
- สุรัชย์ ขวัญเมือง. (2522). วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: เทพนิมิตการพิมพ์.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2548). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). 20 วิธีการจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และการเรียนรู้โดยการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมนทัศน์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2550). 21 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด.  
พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.
- เสริมศักดิ์ สุรวัดลก. (2533). เอกสารประกอบการสอนวิชา มย.311 : การมัธยมศึกษา.  
กรุงเทพฯ: องค์การค้ำครูสภา.
- หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา. (2527). โครงการติดตามและประเมินผลโครงการ  
พัฒนาการสอน. กรุงเทพฯ: หน่วยศึกษานิเทศก์.
- อนุกุล แซ่งกำเหนิด. (2553). การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่องลิมิตของฟังก์ชันและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา  
2553. วิจัยในชั้นเรียน โรงเรียนปากพูนัง, นครศรีธรรมราช.
- อเนก หิรัญ. (2536). คู่มือคณิตศาสตร์ ค 015. กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- ไอริน ชุ่มเมืองเย็น. (2551). การพัฒนาการเรียนรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อน โดยการนำเสนอโมเดล  
ผ่านกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนวมินทราชูทิศ พายัพ.  
วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว. (2524). การเปรียบเทียบมนทัศน์ขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อ  
การสอนและการบรรยาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์  
ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Bolton, N. (1977). **Concept Formation**. New York: Pergamon Press.
- Bruner, J. (1957). **A study of thinking**. New York: Wiley. (Reissued 1986 by Transaction  
Books, New Brunswick, NJ, as Citation Classic).
- De Cecco, J. P. (1997). **The psychology of learning and instruction : Education  
Psychology**. (4 th, ed.). Englewood Cliffs, N.J. : Prentice – Hall.
- Good, C. V. (1973). **Dictionary of Education**. New York: McGraw – Hill, Inc.
- Joyce, B. & Weil, M. (1996). **Model of teaching**. Boston : Allyn and Bacon.
- Kapfer, P. G. & Kapfer, B. M. (1972). **Learning Package in American  
Education**. Englewood Cliffs, N. T. : Education technology Publication.
- Russel, D. H. (1965). **Children's Thinking**. Boston : Ginnie and Company.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก  
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ  
การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด  
เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุวรรณดี นิมมานพิสุทธิ์ อาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
2. อาจารย์ พิมพา ตาหมี ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ (คณิตศาสตร์)  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเชียงรายเขต 1
3. อาจารย์ ธนารักษ์ ปั่นเทียน ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ (คณิตศาสตร์)  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเชียงรายเขต 1
4. อาจารย์ เอื้อพร กายสิทธิ์ อาจารย์ 2 ระดับ 7 โรงเรียนสามัคคีวิทยาคม  
(ข้าราชการบำนาญ) ปัจจุบันเป็นอาจารย์พิเศษ  
วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนเชียงรายวิทยาคม

ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแบบประเมินชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด  
เรื่อง ภูมิประเทศและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

แบบประเมินชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ชุดที่ 1 ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน

สำหรับผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

คำชี้แจง ขอให้ท่านประเมินคุณภาพของชุดกิจกรรมในแต่ละหน่วยตามรายการต่อไปนี้ โดย  
ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในตาราง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

รายการ	คุณภาพ ของชุดกิจกรรม		ข้อเสนอแนะ
	เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย	
1. การนำเสนอความคิดรวบยอดมีความ ถูกต้องชัดเจน			
2. เนื้อหาสาระสอดคล้องกับจุดประสงค์			
3. เนื้อหาสาระสอดคล้องกับกิจกรรม			
4. เวลาที่ใช้มีความเหมาะสม			
5. สื่อและแหล่งเรียนรู้มีความเหมาะสม			
6. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม			
7. กิจกรรมสอดคล้องกับจุดประสงค์			
8. กิจกรรมช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด			
9. วิธีการสรุปความคิดรวบยอดมีความเหมาะสม			
10. วิธีการวัดและประเมินผลมีความเหมาะสม			
11. การใช้ภาษามีความเหมาะสม			
12. ชุดกิจกรรมเหมาะสมกับความสามารถของ ผู้เรียน			
13. ชุดกิจกรรมมีความน่าสนใจ			



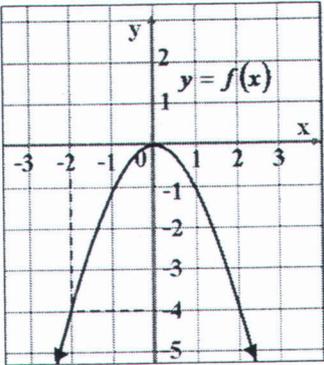
ภาคผนวก ก

แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

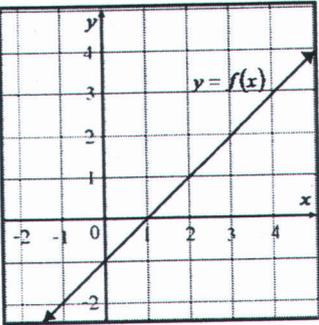
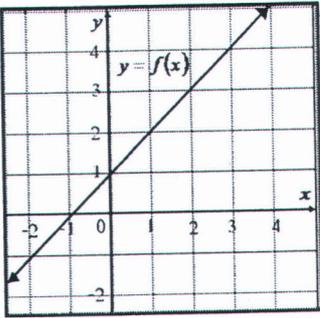
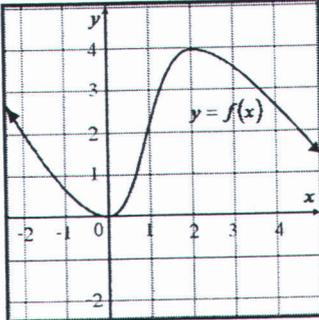
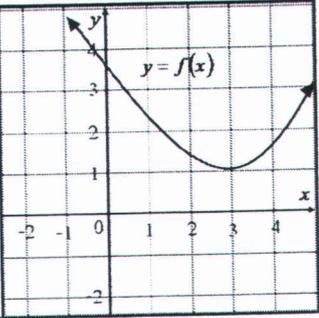
แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

แบบทดสอบย่อยที่ 1

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการพิจารณา																																						
		+1	0	-1																																				
1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของการเข้าใกล้ของ $x$ เมื่อ $x$ เข้าใกล้จำนวนใดจำนวนหนึ่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง	<p>1.ตารางที่กำหนดไว้ในข้อใดแสดงความหมายของค่า <math>x</math> เมื่อ <math>x</math> เข้าใกล้ <math>-3</math></p> <p>ก.</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>x</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3.5</td><td>-3.5</td></tr> <tr><td>-3.9</td><td>-3.1</td></tr> <tr><td>-3.99</td><td>-3.01</td></tr> <tr><td>-3.999</td><td>-3.001</td></tr> <tr><td>-3.9999</td><td>-3.0001</td></tr> </tbody> </table> <p>ข.</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>x</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3.5</td><td>-2.5</td></tr> <tr><td>-3.1</td><td>-2.9</td></tr> <tr><td>-3.01</td><td>-2.99</td></tr> <tr><td>-3.001</td><td>-2.999</td></tr> <tr><td>-3.0001</td><td>-2.9999</td></tr> </tbody> </table> <p>ค.</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3.5</td></tr> <tr><td>-3.1</td></tr> <tr><td>-3.01</td></tr> <tr><td>-3.001</td></tr> <tr><td>-3.0001</td></tr> </tbody> </table> <p>ง.</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-2.5</td></tr> <tr><td>-2.9</td></tr> <tr><td>-2.99</td></tr> <tr><td>-2.999</td></tr> <tr><td>-2.9999</td></tr> </tbody> </table>	$x$	$x$	-3.5	-3.5	-3.9	-3.1	-3.99	-3.01	-3.999	-3.001	-3.9999	-3.0001	$x$	$x$	-3.5	-2.5	-3.1	-2.9	-3.01	-2.99	-3.001	-2.999	-3.0001	-2.9999	$x$	-3.5	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0001	$x$	-2.5	-2.9	-2.99	-2.999	-2.9999			
$x$	$x$																																							
-3.5	-3.5																																							
-3.9	-3.1																																							
-3.99	-3.01																																							
-3.999	-3.001																																							
-3.9999	-3.0001																																							
$x$	$x$																																							
-3.5	-2.5																																							
-3.1	-2.9																																							
-3.01	-2.99																																							
-3.001	-2.999																																							
-3.0001	-2.9999																																							
$x$																																								
-3.5																																								
-3.1																																								
-3.01																																								
-3.001																																								
-3.0001																																								
$x$																																								
-2.5																																								
-2.9																																								
-2.99																																								
-2.999																																								
-2.9999																																								

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
2. นักเรียน สามารถสื่อสาร โดยเขียน สัญลักษณ์แทน ลิมิตของฟังก์ชัน $y = f(x)$ เมื่อ $x$ เข้าใกล้ $a$ เมื่อ $a$ เป็นจำนวน จริงใดๆ ได้อย่าง ถูกต้อง	2. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน “ค่าของ $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ 4 เมื่อ $x$ เข้าใกล้ 0” ตรงกับข้อใด ก. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$ ข. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3.9$ ค. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$ ง. $\lim_{x \rightarrow 0.1} f(x) = 3.9$			
3. นักเรียน สามารถให้เหตุผล ได้ว่าใช่หรือไม่ใช่ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ เมื่อ $a$ เป็น จำนวนจริงใดๆ	3. กำหนดให้กราฟ $y = f(x)$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง  ก. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$ ข. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$ ค. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -2$ ง. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4$			

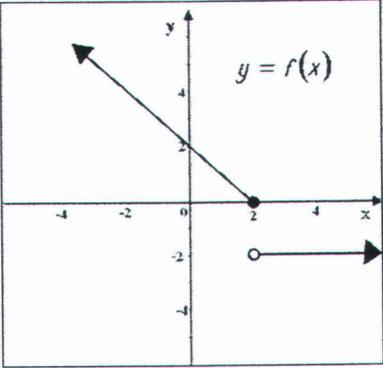


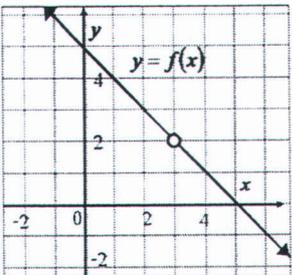
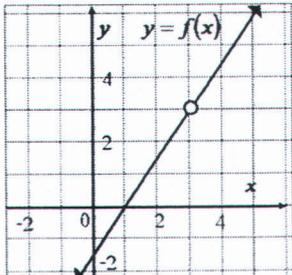
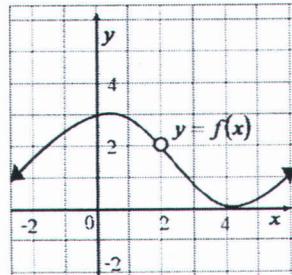
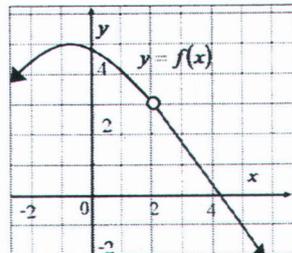
จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
<p>4. นักเรียน สามารถให้เหตุ ผลได้ว่าใช่หรือ ไม่ใช่ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L</math> เมื่อ <math>a</math> เป็น จำนวนจริงใดๆ</p>	<p>4.กราฟในข้อใดแสดงว่า <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3</math></p> <p>ก. </p> <p>ข. </p> <p>ค. </p> <p>ง. </p>			

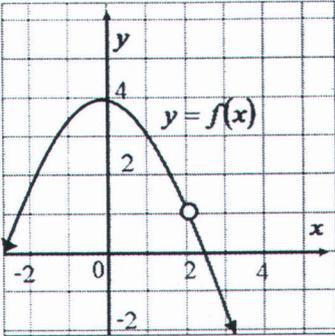
จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
5. นักเรียน สามารถสรุป นิยาม ลิมิตของ ฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ $x$ เข้าใกล้ $a$ แต่ $x \neq a$ ได้ ถูกต้อง	5.กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -1$ มีความหมายตรงกับข้อ ใด ก. $f(3) = -1$ ข. ค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้ 3 ขณะที่ $x$ เข้าใกล้ -1 ค. ค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้ -1 ขณะที่ $x$ เข้าใกล้ 3 ง. ถูกทุกข้อ			

ตารางสำหรับผู้เชี่ยวชาญ  
แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม  
แบบทดสอบย่อยที่ 2

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการพิจารณา		
		+1	0	-1
<p>1. นักเรียนสามารถเขียนและอ่าน ลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน <math>y = f(x)</math> เมื่อ <math>x</math> เข้าใกล้ <math>a</math> ได้ถูกต้อง</p> <p>2. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่าได้ และ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่าไม่ได้</p>	<p>จงใช้กราฟของฟังก์ชัน <math>y = f(x)</math> ที่กำหนดให้ ตอบคำถาม ข้อ 1 ถึง ข้อ 2</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>1. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง</p> <p>ก. <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0</math></p> <p>ข. <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0</math></p> <p>ค. <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2</math></p> <p>ง. <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)</math> หาค่าไม่ได้</p> <p>2. ค่าของ <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x)</math> ตรงกับข้อใด</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. -2</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. หาค่าไม่ได้</p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
<p>3. นักเรียน สามารถอธิบาย ความหมายของ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ได้ และ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ไม่ได้</p>	<p>3. จากกราฟของฟังก์ชัน <math>y = f(x)</math> ที่กำหนดข้อใด ต่อไปนี้ ผิด</p>  <p>ก. <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0</math> ข. <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -2</math> ค. <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0</math> ง. <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x)</math> หาค่าไม่ได้</p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
<p>4. นักเรียน สามารถอธิบาย ความหมายของ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ได้ และ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ไม่ได้</p>	<p>4. กราฟในข้อใดแสดงว่า <math>\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2</math></p> <p>ก. </p> <p>ข. </p> <p>ค. </p> <p>ง. </p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
5. นักเรียน สามารถอธิบาย ความหมายของ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่า ได้ และ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่า ไม่ได้	5. จากกราฟที่กำหนดให้ข้อใดต่อไปนี้ ถูกต้อง    ก. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$ ข. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$ ค. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$ ง. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ หาค่าไม่ได้			

ตารางสำหรับผู้เชี่ยวชาญ  
แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม  
แบบทดสอบย่อยที่ 3

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการพิจารณา		
		+1	0	-1
1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = a$ เมื่อ $a \in R$ และฟังก์ชันที่ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = a$ เมื่อ $a \in R$ ได้อย่างถูกต้อง	1. กำหนดให้ $f$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = a$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ไม่ถูกต้อง ก. ถ้า $f(a) = L$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ ข. ฟังก์ชันนี้จะไม่สามารถหา $f(a)$ ได้ ค. ถ้านำฟังก์ชันนี้มาเขียนกราฟจะไม่ขาดตอนที่ $x = a$ ง. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$			
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องลิมิตของฟังก์ชันในการตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง	2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ พิจารณาข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ไม่ถูกต้อง ก. $f$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = -1$ ข. $f$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ ค. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \neq f(-1)$ ง. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
3. นักเรียน สามารถใช้ความรู้ เรื่องลิมิตของ ฟังก์ชันในการ ตรวจสอบความ ต่อเนื่องของ ฟังก์ชันได้อย่าง ถูกต้อง	3. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 1 \\ \frac{1}{x-1} & ; x > 1 \end{cases}$ ข้อใด ต่อไปนี้เป็นข้อถูกต้อง ก. $f$ ต่อเนื่องที่ $x=1$ ข. $f$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x=1$ เพราะ $f(1)$ หาค่า ไม่ได้ ค. $f$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x=1$ เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ หาค่าไม่ได้ ง. $f$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x=1$ เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ หาค่าไม่ได้			
4. นักเรียน สามารถใช้ความรู้ เรื่องลิมิตของ ฟังก์ชันในการ ตรวจสอบความ ต่อเนื่องของ ฟังก์ชันได้อย่าง ถูกต้อง	4. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 1 \\ 0 & ; x = 1 \\ 3x-2 & ; x > 1 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็น ข้อถูกต้อง ก. $f$ ต่อเนื่องที่ $x=1$ ข. $f$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x=1$ เพราะว่า $f(1)$ หาค่า ไม่ได้ ค. $f$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x=1$ เพราะว่า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ หาค่าไม่ได้ ง. $f$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x=1$ เพราะว่า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
5. นักเรียน สามารถใช้ความรู้ เรื่องลิมิตของ ฟังก์ชันในการ ตรวจสอบความ ต่อเนื่องของ ฟังก์ชันได้อย่าง ถูกต้อง	5. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & ; x \neq -2 \\ A & ; x = -2 \end{cases}$ ถ้า $A \in R$ แล้ว ค่า $A$ ที่ทำให้ $f$ ต่อเนื่องที่ $x = -2$ คือ ข้อใด ก. -1 ข. -8 ค. 11 ง. 13			

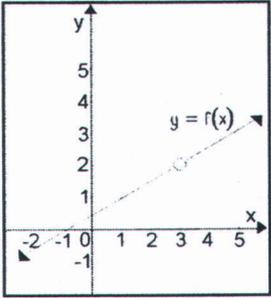
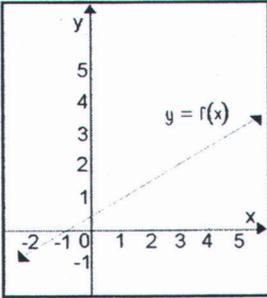
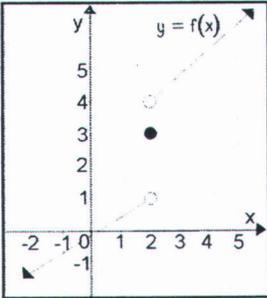
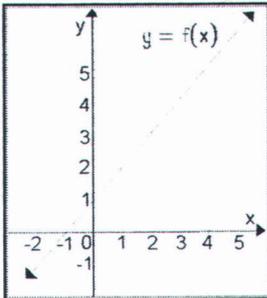
## แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

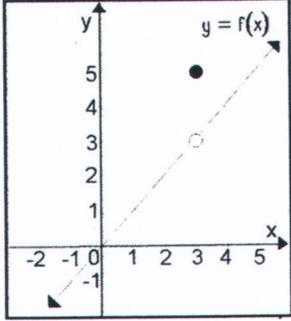
## แบบทดสอบหลังเรียน

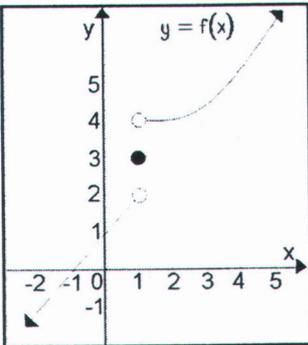
จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
1. นักเรียน สามารถสื่อสาร โดยเขียน สัญลักษณ์แทน ลิมิตของฟังก์ชัน $y = f(x)$ เมื่อ $x$ เข้าใกล้ $a$ เมื่อ $a$ เป็นจำนวน จริงใดๆ ได้อย่าง ถูกต้อง	1. ลิมิตของ $f(x)$ ขณะที่ $x$ เข้าใกล้ 2 มีค่าเท่ากับ 4 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด ก. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$ ข. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$ ค. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2$ ง. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
<p>2. นักเรียน สามารถอธิบาย ความหมายของ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ได้ และ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ไม่ได้</p>	<p>จากกราฟของฟังก์ชัน <math>y = f(x)</math> ที่กำหนด ใช้ตอบ คำถาม ข้อ 2 ถึง ข้อ 3</p> <p>2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อใด</p> <p>ก. <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)</math> หาค่าไม่ได้</p> <p>ข. <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0</math></p> <p>ค. <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2</math></p> <p>ง. <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x)</math> หาค่าไม่ได้</p>			
<p>3. นักเรียน สามารถเขียนและ อ่าน ลิมิตซ้าย และลิมิตขวาของ ฟังก์ชัน <math>y = f(x)</math> เมื่อ <math>x</math> เข้าใกล้ <math>a</math> ได้ ถูกต้อง</p>	<p>3. ค่าของ <math>\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)</math> ตรงกับข้อใด</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. -2</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. หาค่าไม่ได้</p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
<p>4. นักเรียน สามารถอธิบาย ความหมายของ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ได้ และ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ไม่ได้</p>	<div style="text-align: center;"> </div> <p>4. จากกราฟของฟังก์ชัน <math>y = f(x)</math> ที่กำหนดข้อใด ต่อไปนี้ผิด</p> <p>ก. <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0</math></p> <p>ข. <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -2</math></p> <p>ค. <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0</math></p> <p>ง. <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x)</math> หาค่าไม่ได้</p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
5. นักเรียน สามารถอธิบาย ความหมายของ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่า ได้ และ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่า ไม่ได้	5. กราฟในข้อใดแสดงว่า $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$  ก.   ข.   ค.   ง. 			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
<p>6. นักเรียน สามารถอธิบาย ความหมายของ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ได้ และ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ไม่ได้</p>	<p>6. จากกราฟที่กำหนดให้ <math>\lim_{x \rightarrow 3} f(x)</math> มีค่าเป็นเท่าใด</p>  <p>ก. <math>\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5</math>  ข. <math>\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3</math>  ค. <math>\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0</math>  ง. <math>\lim_{x \rightarrow 3} f(x)</math> หาค่าไม่ได้</p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
<p>7. นักเรียน สามารถอธิบาย ความหมายของ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ได้ และ <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math> หาค่า ไม่ได้</p>	<p>7. จากกราฟที่กำหนดให้ <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x)</math> มีค่าเป็นเท่าใด</p>  <p>ก. <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4</math> ข. <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3</math> ค. <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2</math> หรือ <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4</math> ง. <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x)</math> หาค่าไม่ได้</p>			
<p>8. นักเรียน สามารถอธิบาย ลักษณะของ ฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = a</math> เมื่อ <math>a \in R</math> และ ฟังก์ชันที่ไม่เป็น ฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = a</math> เมื่อ <math>a \in R</math> ได้อย่าง ถูกต้อง</p>	<p>8. กำหนดให้ <math>f</math> เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = 2</math> แล้ว ข้อ ใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง</p> <p>ก. ถ้า <math>f(2) = 3</math> แล้ว <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3</math> ข. ฟังก์ชัน <math>f</math> สามารถหา <math>f(2)</math> ได้ ค. ถ้านำฟังก์ชันนี้มาเขียนกราฟจะไม่มีกราฟขาด ตอนที่ <math>x = 2</math> ง. <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)</math></p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
<p>9. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = a</math> เมื่อ <math>a \in R</math> และฟังก์ชันที่ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = a</math> เมื่อ <math>a \in R</math> ได้อย่างถูกต้อง</p> <p>10. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องลิมิตของฟังก์ชันในการตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง</p>	<p>จากกราฟของฟังก์ชัน <math>y = f(x)</math> ที่กำหนด ให้อตอบคำถาม ข้อ 9 ถึง ข้อ 10</p> <p>9. จากราฟ <math>f</math> เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = 1</math> หรือไม่เพราะเหตุใด</p> <p>ก. <math>f</math> เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = 1</math> เพราะ <math>f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)</math></p> <p>ข. <math>f</math> เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = 1</math> เพราะ <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)</math></p> <p>ค. <math>f</math> ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = 1</math> เพราะ <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)</math></p> <p>ง. <math>f</math> ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = 1</math> เพราะ <math>f(1)</math> หาค่าไม่ได้</p> <p>10. จากกราฟข้อใดต่อไปนี้เป็น</p> <p>ก. <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 4</math></p> <p>ข. <math>f(3) = 4</math></p> <p>ค. <math>f</math> ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = 3</math></p> <p>ง. <math>f</math> เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ <math>x = 3</math></p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	คะแนนการ พิจารณา		
		+1	0	-1
11. นักเรียน สามารถใช้ความรู้ เรื่องลิมิตของ ฟังก์ชันในการ ตรวจสอบความ ต่อเนื่องของ ฟังก์ชันได้อย่าง ถูกต้อง	ตอนที่ 2 ให้นักเรียนเขียนอธิบายอย่างละเอียด 1. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 1 \\ 2x-1 & ; x \leq 1 \end{cases}$ จงพิจารณาว่า $f$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=1$ หรือไม่เพราะเหตุใด <u>วิธีทำ</u>			



ภาคผนวก ง  
แผนการสอนชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด เรื่อง ลิขิตและความต่อเนื่อง  
ของฟังก์ชัน

คำชี้แจงชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง  
ของฟังก์ชันระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ส่วนประกอบของชุดกิจกรรม มีดังนี้

1. ชุดกิจกรรมจำนวน 3 ชุด ประกอบด้วย
  - 1) ชุดกิจกรรมที่ 1 ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน
  - 2) ชุดกิจกรรมที่ 2 ลิมิตทางซ้ายและลิมิตทางขวาของฟังก์ชัน
  - 3) ชุดกิจกรรมที่ 3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
2. เอกสารประกอบการสอน จำนวน 3 ชุด ได้แก่
  - 1) เอกสารประกอบการสอนเรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน
  - 2) เอกสารประกอบการสอนเรื่อง ลิมิตทางซ้ายและลิมิตทางขวาของฟังก์ชัน
  - 3) เอกสารประกอบการสอนเรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
3. CD ประกอบการสอนสไลด์ภาพนิ่ง (Power Point) จำนวน 3 แผ่น ได้แก่
  - 1) CD ประกอบการสอน แผ่นที่ 1 เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน
  - 2) CD ประกอบการสอน แผ่นที่ 2 เรื่อง ลิมิตทางซ้ายและลิมิตทางขวาของฟังก์ชัน
  - 3) CD ประกอบการสอน แผ่นที่ 3 เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
4. ใบกิจกรรม ประกอบด้วย
  - 1) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน
  - 2) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ลิมิตทางซ้ายและลิมิตทางขวาของฟังก์ชัน(ตอนที่1)  
เรื่อง ลิมิตทางซ้ายและลิมิตทางขวาของฟังก์ชัน(ตอนที่2)
  - 3) ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
5. แบบทดสอบย่อยชุดกิจกรรม จำนวน 3 ฉบับ ได้แก่
  - 1) แบบทดสอบย่อยชุดกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน
  - 2) แบบทดสอบย่อยชุดกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ลิมิตทางซ้ายและลิมิตทางขวาของฟังก์ชัน
  - 3) แบบทดสอบย่อยชุดกิจกรรมที่ 3 เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
6. แบบทดสอบหลังเรียน จำนวน 1 ฉบับ

### การใช้ชุดกิจกรรม มีดังนี้

1. ครูผู้สอนควรศึกษาขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรมทั้ง 3 ชุดในแต่ละชุดกิจกรรมจะมีคำชี้แจงในการใช้ชุดกิจกรรมซึ่ง มีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียมการสอน ควรเตรียมการสอนและศึกษารายละเอียดจากเอกสาร ดังนี้

- 1) ศึกษาแผนการสอน
- 2) ศึกษาชุดกิจกรรม ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรม
- 3) จัดเตรียมอุปกรณ์ สื่อ และเทคโนโลยีที่เกี่ยวข้อง
- 4) ดำเนินการสอนตามกิจกรรม
- 5) สรุปและประเมินผล

2. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมควรดำเนินการดังนี้

1) ครูผู้สอนศึกษาแผนการสอน เตรียมสื่อการสอน คือ CD ประกอบการสอน คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการควบคุม ซึ่งสามารถใช้โปรแกรมPowerPointได้ เตรียมใบกิจกรรม และแบบทดสอบย่อยให้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน

2) แจกจุดประสงค์การเรียนรู้

3) ในขั้นดำเนินการกิจกรรม ครูทำหน้าที่เป็นผู้แนะนำ ควบคุมดูแลนักเรียน ทำกิจกรรม ยกตัวอย่าง ชักถาม อภิปราย สรุป และควบคุมการใช้ CD

4) หลังจากทำกิจกรรมจบแล้วให้นักเรียนทำใบกิจกรรม และคอย ควบคุมดูแลการเฉลยใบกิจกรรม

5) นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยเป็นรายบุคคล ตรวจสอบแบบทดสอบย่อย นำผลที่ได้มาใช้ในการแก้ไขปัญหาในคาบต่อไป

6) ในระหว่างการสอนครูประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยครู บันทึกลงในแบบบันทึกพฤติกรรม โดยบันทึกพฤติกรรมที่พึงประสงค์และพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์เพื่อใช้ในการปรับเปลี่ยนพฤติกรรม

2. ตรวจสอบและจัดเตรียม เอกสารประกอบการสอน ใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบหลังเรียนให้เท่ากับจำนวนนักเรียน รวมถึง ตรวจสอบอุปกรณ์ที่จะใช้ในการสอนคือ คอมพิวเตอร์ เครื่องฉายสไลด์ แผ่น CD ประกอบการสอน ให้อยู่ในสภาพที่ใช้งานได้

ชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด  
เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน  
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชุดที่ 1

ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน

### คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรม ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน

ชุดกิจกรรม ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน จัดทำขึ้นเพื่อสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง

#### ส่วนประกอบของชุด

1. ชุดกิจกรรม เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชันซึ่งเป็นการนำเสนอความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ การหาลิมิตของฟังก์ชัน  $f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  แต่  $x \neq a$  เนื้อหาใน CD ได้จัดทำในรูปแบบสไลด์ภาพนิ่ง (Power Point)
2. ใบกิจกรรม เรื่องความหมายลิมิตของฟังก์ชัน เป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้ตรวจสอบความเข้าใจและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน โดยให้นักเรียนปฏิบัติเป็นกลุ่ม
3. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 1 เรื่องความหมายลิมิตของฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบที่ใช้ประเมินความรู้เกี่ยวกับความหมายลิมิตของฟังก์ชันโดยทำเป็นรายบุคคล

#### ขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรม

1. ขั้นตอนการเตรียมการสอน ผู้ใช้ควรเตรียมการสอนและศึกษารายละเอียดจากเอกสาร ดังนี้
  1. ศึกษาแผนการสอน
  2. ศึกษาชุดกิจกรรม ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรม
  3. จัดเตรียมอุปกรณ์ สื่อ และเทคโนโลยีที่เกี่ยวข้อง
  4. ดำเนินการสอนตามกิจกรรม
  5. สรุปและประเมินผล
2. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมควรดำเนินการดังนี้
  - 2.1 ครูผู้สอนศึกษาแผนการสอนที่ 1 เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน เตรียมสื่อการสอน คือ CD ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน เตรียมใบกิจกรรมที่ 1 และแบบทดสอบประจำหน่วยให้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน จากนั้นแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยในการทำกิจกรรมจะแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน ครูทำหน้าที่เป็นผู้แนะนำควบคุมดูแลนักเรียนทำกิจกรรม ยกตัวอย่าง ชักถาม อภิปราย สรุป และควบคุมการใช้ CD เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน และหลังจากทำกิจกรรมจบแล้วให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 เป็นกลุ่ม และคอยควบคุมดูแลการเฉลยใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยเป็นรายบุคคล ตรวจสอบแบบทดสอบย่อย นำผลที่ได้มาใช้ในการแก้ไขปัญหาคาบต่อไป

2.2 ในระหว่างการสอนครูประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยครูบันทึกลงในแบบบันทึกพฤติกรรม โดยบันทึกพฤติกรรมที่พึงประสงค์และพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์เพื่อใช้ในการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์และส่งเสริมพฤติกรรมที่พึงประสงค์ ดังนี้

- การทำงานเป็นระบบ รอบคอบ
- มีระเบียบวินัย ซื่อสัตย์
- มีความรับผิดชอบ
- มีวิจาร์ณญาณ ตรวจสอบการทำงานของตนเอง และค้นหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง
- มีความเชื่อมั่นในตนเองร่วมตอบคำถามและทำกิจกรรม
- ตระหนักในคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สนใจเรียนและเรียนอย่างมีความสุข

# แผนการสอนที่ 1

เรื่อง

ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน

จำนวน 1 คาบ

## แผนการสอนที่ 1 เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน

เวลา 1 คาบ

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้ (K)

1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของการเข้าใกล้ของ  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้จำนวนใดจำนวนหนึ่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถสรุปนิยาม ลิมิตของฟังก์ชัน  $f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  แต่  $x \neq a$  ได้ถูกต้อง

#### ด้านทักษะกระบวนการ (P)

1. นักเรียนสามารถสื่อสารโดยเขียนสัญลักษณ์แทนลิมิตของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงใดๆ ได้อย่างถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ว่าใช่หรือไม่ใช่  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

#### ด้านคุณลักษณะ (A)

1. การทำงานเป็นระบบ รอบคอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. มีความรับผิดชอบ
4. มีวิจรรณญาณ
5. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
6. ตระหนักในคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

### ความคิดรวบยอด

ลิมิตของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  เป็นการพิจารณาค่าของฟังก์ชัน  $f(x)$  ว่าเข้าใกล้จำนวนจริงใดๆ ขณะที่  $x$  เข้าใกล้  $a$  แต่  $x \neq a$

### สื่อการสอน

1. คอมพิวเตอร์ เครื่องฉายภาพสไลด์และจอร์รับภาพ
2. CD เรื่องความหมายลิมิตของฟังก์ชัน

3. ไบกิจกรรม เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน
4. เอกสารประกอบการสอนจำนวน 19 กรอบ
5. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 1 เรื่องความหมายลิมิตของฟังก์ชัน ปรนัย 4 ตัวเลือก 5 ข้อ 5 คะแนน
6. กระดาษบรูฟ, สีไม้

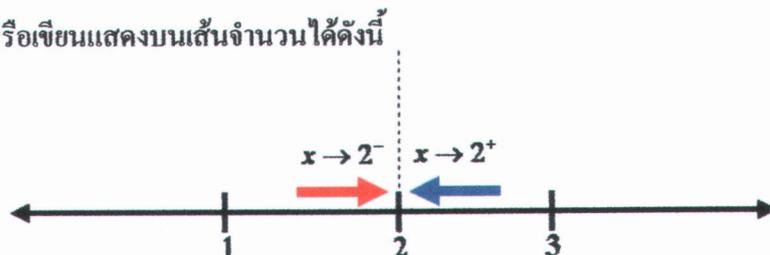
### เนื้อหาสาระ

1. เมื่อกำหนดจำนวน  $a$  หนึ่ง ค่าที่เข้าใกล้จำนวนนี้จะมี 2 ลักษณะ คือ เข้าใกล้ทางมากกว่าและเข้าใกล้ทางน้อยกว่า เช่น เมื่อกำหนดค่า  $a$  ซึ่ง  $a$  เป็นจำนวนจริงใดๆ จะกล่าวได้ว่า เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ จำนวนจริง  $a$  มีดังนี้ คือ เข้าใกล้  $a$  ทางมากกว่า สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ  $x \rightarrow a^+$  อ่านว่า “ $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางขวา” และ  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางน้อยกว่า สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ  $x \rightarrow a^-$  อ่านว่า “ $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางซ้าย”

เช่น การเขียนแสดงจำนวนจริง  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 สามารถเขียนแสดงได้โดยตารางดังนี้

$x \rightarrow 2^+$	$x \rightarrow 2^-$
2.5	1.5
2.1	1.9
2.01	1.99
2.001	1.999
2.0001	1.9999

หรือเขียนแสดงบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



2. ลิมิตของฟังก์ชัน  $f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  แต่  $x \neq a$  หมายถึง การพิจารณาค่าของฟังก์ชัน  $f(x)$  ว่าเข้าใกล้จำนวนจริงใด ขณะที่  $x$  มีค่าเข้าใกล้  $a$  แต่  $x \neq a$

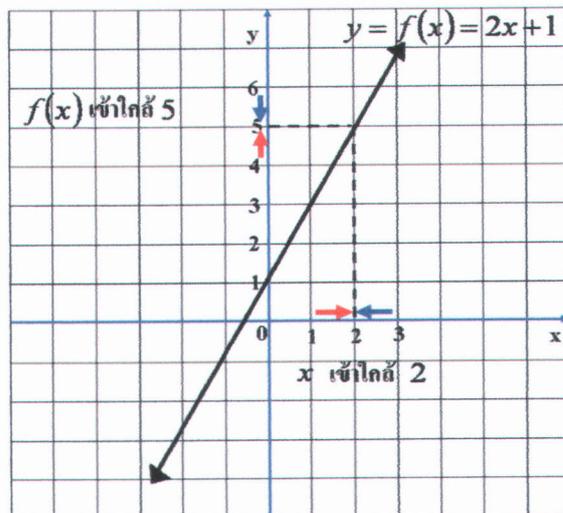
โดยทั่วไป สำหรับฟังก์ชัน  $f$  ใดๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตจำนวนจริง จะได้ว่า ถ้าค่าของ  $f(x)$  เข้าใกล้จำนวนจริง  $L$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  เรียก  $L$  ว่าลิมิตของ  $f$  ที่  $a$  และเขียนแทนด้วย สัญลักษณ์  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

แต่ถ้าไม่มีจำนวนจริง  $L$  ที่  $f(x)$  เข้าใกล้ เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้  $a$  แล้ว จะกล่าวว่า  $f$  ไม่มีลิมิตที่  $a$  และเขียนแทนว่า  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  หาค่าไม่ได้

เช่น กำหนดให้  $f(x) = 2x + 1$  ลิมิตของฟังก์ชัน  $f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 แต่  $x \neq 2$  หาได้โดยพิจารณาค่าของฟังก์ชัน  $f(x)$  ว่าเข้าใกล้ค่าใด จากตารางดังนี้

$x \rightarrow 2^+$	$f(x)$	$x \rightarrow 2^-$	$f(x)$
2.5	6	1.5	4
2.1	5.2	1.9	4.8
2.01	5.02	1.99	4.98
2.001	5.002	1.999	4.998
2.0001	5.0002	1.9999	4.9998

หรือแสดงกราฟของฟังก์ชัน  $f(x) = 2x + 1$  ได้ดังรูป



จากตาราง และกราฟของฟังก์ชัน  $f$  จะเห็นว่าขณะที่  $x$  เข้าใกล้ 2 นั้นคือ  $x \rightarrow 2^-$  และ  $x \rightarrow 2^+$  ค่าของ  $f(x)$  จะเข้าใกล้ 5 ในกรณีนี้จะกล่าวได้ว่า “ลิมิตของฟังก์ชัน  $f(x) = 2x + 1$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 มีค่าเท่ากับ 5”

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  หรือ  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 1) = 5$

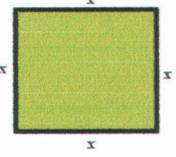
### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนโดยละความสามารถกลุ่มละ 5 คน
2. ครูแสดงสไลด์ที่ 1 ดังภาพแล้วให้นักเรียนทุกคนเขียนคำตอบลงในเอกสารประกอบการสอนกรอบที่ 1 โดยใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณค่าของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส จากนั้นครูเลือกตัวแทนนักเรียน 2 คน ตอบคำถาม

สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้าน ด้านละ  $x$  หน่วย

ถ้า  $x$  มีค่าดังตารางต่อไปนี้ แล้วพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส นี้จะมีค่าเท่าใด?



$x$	พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส	$x$	พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส
3		5	
2.5		4.5	
3.9		4.9	
3.99		4.99	
3.999		4.999	

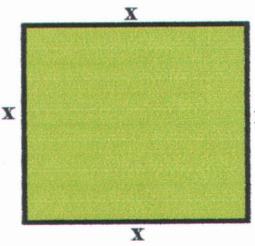
ชั้นสอน (35 นาที)

1. ครูแสดงสไลด์ที่ 2 ดังภาพ ให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายและเขียนคำตอบลงในกระดาษบรูฟ จากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียน 2 กลุ่ม ออกมานำเสนอผลงาน โดยนักเรียนคนอื่น ๆ เป็นผู้ซักถามเมื่อเกิดข้อสงสัย

2

สี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้าน ด้านละ  $x$  หน่วย

ถ้า  $x$  มีค่าเข้าใกล้ 2 พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส นี้จะมีค่าเป็นอย่างไร?



2. ครูให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปราย เกี่ยวกับความหมายของค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 สามารถอธิบายได้อย่างไรบ้าง ครูเลือกตัวแทนนักเรียนจาก 2 กลุ่ม นำเสนอผลการอภิปราย
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยเปิดสไลด์ที่ 3 เลือกตัวแทนนักเรียนตอบคำถาม พร้อมทั้งอธิบายเพิ่มเติมเมื่อนักเรียนซักถาม

ตัวอย่างที่ 1 3

จากตารางเป็นการเขียนแสดง ค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 3 ize หรือไม่ เพราะเหตุใด

$x$	$x$	<b>ตอบ</b>
2.5	3.5	<b>เพราะ</b>
2.9	3.1	
2.99	3.01	
2.999	3.001	
2.9999	3.0001	

4. ครูให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในเอกสารประกอบการสอนกรอบที่ 4-9 ข้อ 1-6 จากนั้นครูเลือกตัวแทนนักเรียน 6 คนตอบคำถามที่ละข้อ โดยครูเป็นผู้อธิบายเพิ่มเติมเมื่อเกิดข้อสงสัย

5. ครูเปิดสไลด์ที่ 10 ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันให้ความหมายของค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  สัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  และให้นักเรียนทุกคนเขียนคำตอบลงในเอกสารประกอบการสอนกรอบที่ 10

10

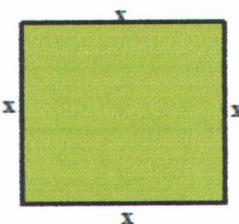
ความหมายของค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  เป็นการเขียนแสดงให้เห็นว่า  
การที่  $x$  เข้าใกล้  $a$  มีสองทางคือ

.....

1. ค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$   
สัญลักษณ์ที่ใช้คือ.....
2.  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางมากกว่าหรือ  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางขวา  
สัญลักษณ์ที่ใช้คือ.....
3.  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางน้อยกว่าหรือ  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางซ้าย  
สัญลักษณ์ที่ใช้คือ.....

6. ครูเปิดสไลด์ที่ 11 เลือกตัวแทนนักเรียน 1 คนเขียนฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งเท่ากับ  $x$  หน่วย กับ พื้นที่ให้เป็น  $f(x)$  ตารางหน่วยบนกระดาน จากนั้น ให้นักเรียนในกลุ่มพิจารณาค่าของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2

11



ให้นักเรียนเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้าน  
ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส ( $x$  หน่วย) กับ พื้นที่ ( $f(x)$ ) และพิจารณาค่าของ  
 $f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2



7. ครูให้ตัวแทนนักเรียน 2 คนตอบคำถามจากสไลด์ที่ 11

8. ครูอธิบายคำตอบที่ได้ในการตอบคำถามสไลด์ที่ 11 ให้นักเรียนทราบว่าค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้ เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 นั้นจะถูกเรียกว่า “ลิมิตของฟังก์ชัน  $f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2” และเขียนสัญลักษณ์แทนด้วย  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  โดยครูเปิดสไลด์ที่ 12

12

จากการพิจารณาของ  $f(x)$  มีค่าเข้าใกล้ 4 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2

กล่าวได้ว่าลิมิตของฟังก์ชัน  $f(x)$  มีค่าเท่ากับ 4 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ คือ  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

9. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นการเขียนสัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้ เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยเปิดสไลด์ที่ 13 และให้ตัวแทนนักเรียน 5 คน ที่สมัครใจตอบคำถามบนกระดาน โดยนักเรียนคนอื่นๆ บันทึกคำตอบลงในเอกสารประกอบการสอน กรอบที่ 13

13

ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ที่ใช้แทนข้อความต่อไปนี้

1. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ 3 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 5 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....
2. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ 6 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ -2 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....
3. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ -2 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 4 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....
4. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ -1 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 8 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....
5. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ 4 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 4 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....

10. ครูแสดงตัวอย่างที่ 3–4 เป็นตารางค่าของ  $f(x)$  เข้าใกล้ เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงใดๆ ให้นักเรียนทุกคนช่วยกันตอบคำถามและบันทึกคำตอบลงในเอกสารประกอบการสอนกรอบที่ 14–15 ว่าจากตารางค่าของ  $f(x)$  ใช่หรือไม่ใช่  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  เพราะเหตุใด โดยครูเปิดสไลด์ที่ 14 และ สไลด์ที่ 15 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 3 จากตาราง  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 5$  ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด 14

$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
3.5	4.5	4.5	5.5
3.9	4.9	4.1	5.1
3.99	4.99	4.01	5.01
3.999	4.999	4.001	5.001
3.9999	4.9999	4.0001	5.0001

ตอบ

เพราะ

ตัวอย่างที่ 4 จากตาราง  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$  ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด 15

$x$	$y = f(x)$	$x$	$y = f(x)$
3.5	หาค่าไม่ได้	4.5	0.7071
3.9	หาค่าไม่ได้	4.1	0.3162
3.99	หาค่าไม่ได้	4.01	0.1000
3.999	หาค่าไม่ได้	4.001	0.0316
3.9999	หาค่าไม่ได้	4.0001	0.0100

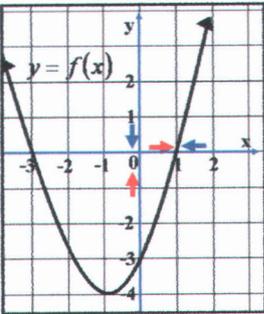
ตอบ

เพราะ

11. ครูแสดงตัวอย่างที่ 5-6 เป็นกราฟของ  $y = f(x)$  ให้นักเรียนทุกคนช่วยกันตอบคำถามและบันทึกคำตอบลงในเอกสารประกอบการสอนกรอบที่ 16-17 ว่าจากกราฟ  $y = f(x)$  ใช้หรือไม่ใช้  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  เพราะเหตุใด โดยครูเปิดสไลด์ที่ 16 และ สไลด์ที่ 17 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดกราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  แล้ว  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$  <sup>16</sup>

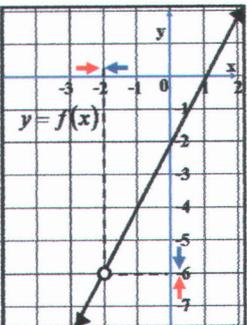
ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด



ตอบ

เพราะ

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดกราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  แล้ว  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -6$  <sup>17</sup>



ตอบ

เพราะ

12. ครูให้นักเรียนทุกคนเขียนกราฟแสดงค่าของ  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  เข้าใกล้ เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงใดๆ ลงในเอกสารประกอบการสอนกรอบที่ 18 โดยครูกำหนดโจทย์ในสไลด์ที่

18

ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงค่าของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดให้ฟังก์ชัน $y = f(x)$	
1. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$	2. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

13. ครูแจกใบกิจกรรม เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน ให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มร่วมกันปฏิบัติกิจกรรม แล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

### ขั้นสรุป (5 นาที)

1. นักเรียนทุกคนช่วยกันสรุปและบันทึกลงในเอกสารประกอบการสอนกรอบที่ 19 ดังนี้
  1. นิยามลิมิตของฟังก์ชัน
  2. สัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนลิมิตของฟังก์ชันใกล้  $f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงใดๆ
  3. วิธีอ่าน  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

โดยครูเปิดสไลด์ที่ 19

19
<div style="border: 2px solid red; display: inline-block; padding: 5px 15px; margin: 0 auto;">สรุป</div>
นิยาม ลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ $x$ เข้าใกล้ $a$
สัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ $x$ เข้าใกล้ $a$
สัญลักษณ์อ่านว่า _____

### ขั้นวัดผลและประเมินผล (5 นาที)

1. ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 1 เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน
2. การตอบคำถามในใบกิจกรรม โดยความถูกต้องผ่านเกณฑ์ 60%
3. ความร่วมมือขณะดำเนินกิจกรรม โดยบันทึกตามแบบบันทึกพฤติกรรม/ผลการทำงาน/อุปนิสัย

**ใบกิจกรรมที่ 1**  
**เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน**

คำชี้แจง ให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มช่วยกันอภิปรายและตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากตารางและกราฟที่กำหนดให้จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1

$x$	$x$
4.5	5.5
4.9	5.1
4.99	5.01
4.999	5.001
4.9999	5.0001

1. จากตารางสามารถสรุปความหมายของ  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ.....

เพราะ.....

2. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 คือ.....

3. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 น้อยกว่า คือ.....

4. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 มากกว่า คือ.....

1.2



จากการเขียนเส้นจำนวนสามารถสรุปได้ว่า ค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ.....

เพราะ.....

1.3 ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนประโยคต่อไปนี้

1.3.1 ค่าของ  $f(x)$  มีค่าเข้าใกล้ 2 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ -2.....

1.3.2 ค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ -4 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5.....

1.4 กำหนดให้ตาราง

$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
1.5	3.25	2.5	7.25
1.9	4.61	2.1	5.41
1.99	4.9601	2.01	5.0401
1.999	4.996001	2.001	5.004001
1.9999	4.9996	2.0001	5.0004

จากตารางสามารถสรุปได้ว่า  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ.....

เพราะ.....

1.5 กำหนดให้ตาราง

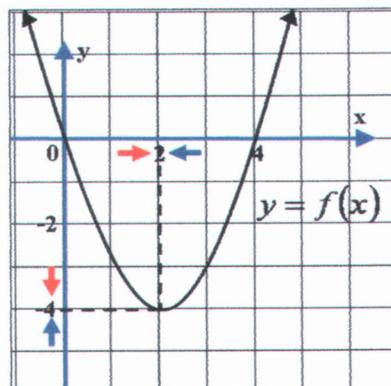
$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
-4.5	-8	-3.5	-8
-4.1	-7.2	-3.9	-8.8
-4.01	-7.02	-3.99	-8.98
-4.001	-7.002	-3.999	-8.998
-4.0001	-7.0002	-3.9999	-8.9998

จากตารางสามารถสรุปได้ว่า  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -8$  ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ.....

เพราะ.....

1.6 กำหนดให้กราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$



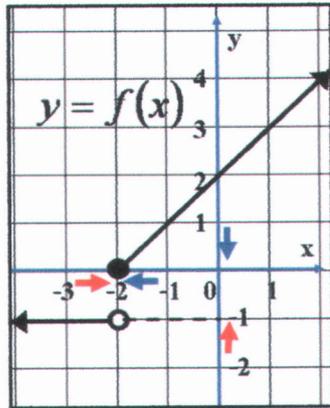
จากกราฟสามารถสรุปได้ว่า  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$

ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ.....

เพราะ.....

1.7 กำหนดให้กราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$



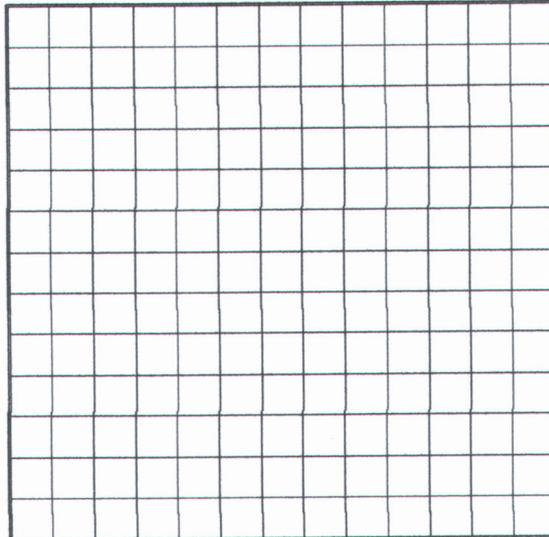
จากกราฟสามารถสรุปได้ว่า  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$

ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

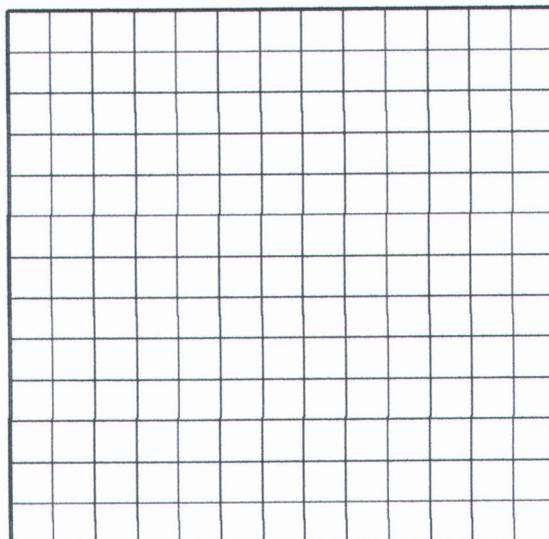
ตอบ.....

เพราะ.....

2. ให้นักเรียนเขียนยกตัวอย่างกราฟ  $y = f(x)$  ที่แสดงค่า  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 3$



3. ให้นักเรียนเขียนยกตัวอย่างกราฟ  $y = f(x)$  ที่แสดงค่า  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$



แบบทดสอบย่อยชุดที่ 1  
เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ตารางที่กำหนดให้ในข้อใดแสดงความหมายของค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $-3$

ก.

$x$	$x$
-3.5	-3.5
-3.9	-3.1
-3.99	-3.01
-3.999	-3.001
-3.9999	-3.0001

ข.

$x$	$x$
-3.5	-2.5
-3.1	-2.9
-3.01	-2.99
-3.001	-2.999
-3.0001	-2.9999

ค.

$x$
-3.5
-3.1
-3.01
-3.001
-3.0001

ง.

$x$
-2.5
-2.9
-2.99
-2.999
-2.9999

2. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน “ค่าของ  $f(x)$  มีค่าเข้าใกล้ 4 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 0” ตรงกับข้อใด

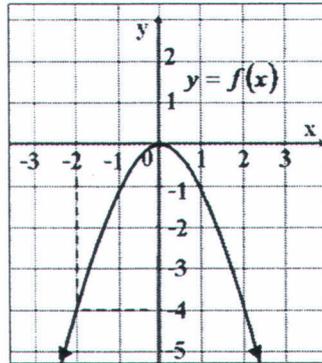
ก.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$

ข.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3.9$

ค.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$

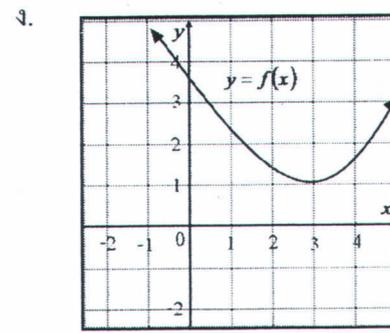
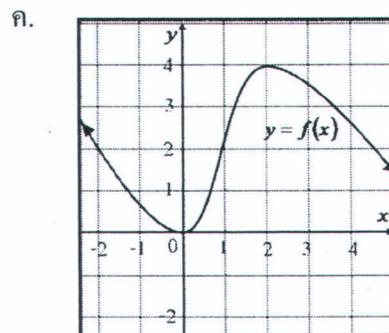
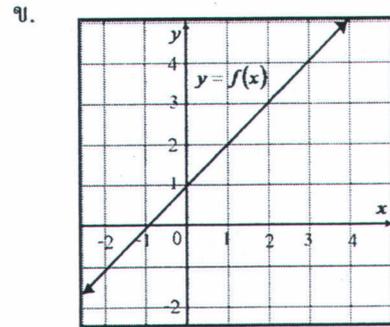
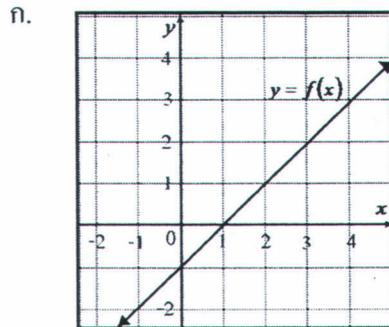
ง.  $\lim_{x \rightarrow 0.1} f(x) = 3.9$

3. กำหนดให้กราฟ  $y = f(x)$  ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง



- ก.  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$   
 ข.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$   
 ค.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -2$   
 ง.  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4$

4. กราฟในข้อใดแสดงว่า  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$



5. กำหนดให้  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -1$  มีความหมายตรงกับข้อใด

- ก.  $f(3) = -1$   
 ข. ค่าของ  $f(x)$  เข้าใกล้ 3 ขณะที่  $x$  เข้าใกล้ -1  
 ค. ค่าของ  $f(x)$  เข้าใกล้ -1 ขณะที่  $x$  เข้าใกล้ 3  
 ง. ถูกทุกข้อ

**เฉลยใบกิจกรรมที่ 1**  
**เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน**

คำชี้แจง ให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มช่วยกันอภิปรายและตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากตารางและกราฟที่กำหนดให้จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1

$x$	$f(x)$
4.5	5.5
4.9	5.1
4.99	5.01
4.999	5.001
4.9999	5.0001

1. จากตารางสามารถสรุปความหมายของ  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ ใช่

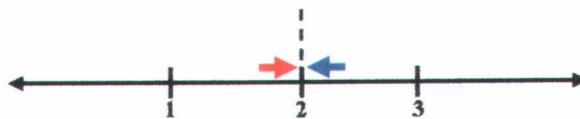
เพราะ ตารางแสดงว่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 ทั้งทางมากกว่าและทางน้อยกว่า

2. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 คือ  $x \rightarrow 5$

3. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 น้อยกว่า คือ  $x \rightarrow 5^-$

4. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 มากกว่า คือ  $x \rightarrow 5^+$

1.2



จากการเขียนเส้นจำนวนสามารถสรุปได้ว่า ค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 ใช่หรือไม่

เพราะเหตุใด

ตอบ ใช่

เพราะ เส้นจำนวนแสดงว่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 ทั้งทางมากกว่าและทางน้อยกว่า

1.3 ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์และคำอ่านแทนประโยคต่อไปนี้

1.3.3 ค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 2 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ -2 ตอบ  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2$

1.3.4 ค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ -4 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 5 ตอบ  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -4$

## 1.4 กำหนดให้ตาราง

$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
1.5	3.25	2.5	7.25
1.9	4.61	2.1	5.41
1.99	4.9601	2.01	5.0401
1.999	4.996001	2.001	5.004001
1.9999	4.9996	2.0001	5.0004

จากตารางสามารถสรุปได้ว่า  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ ใช่

เพราะ จากตารางพิจารณาค่าของ  $f(x)$  มีค่าเข้าใกล้ 5 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2 ทั้งทางมากกว่าและทางน้อยกว่า

## 1.5 กำหนดให้ตาราง

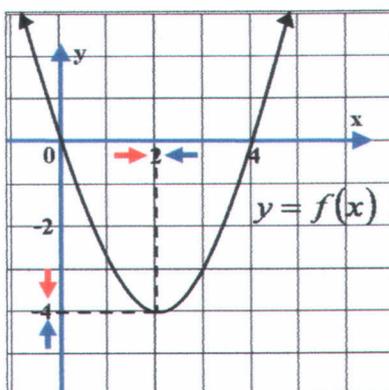
$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
-4.5	-8	-3.5	-8
-4.1	-7.2	-3.9	-8.8
-4.01	-7.02	-3.99	-8.98
-4.001	-7.002	-3.999	-8.998
-4.0001	-7.0002	-3.9999	-8.9998

จากตารางสามารถสรุปได้ว่า  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -8$  ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ ไม่ใช่

เพราะ จากตารางพิจารณาค่าของ  $f(x)$  มีค่าไม่เข้าใกล้ -8 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ -4 ทั้งทางมากกว่าและทางน้อยกว่า

1.6 กำหนดให้กราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$



จากกราฟสามารถสรุปได้ว่า

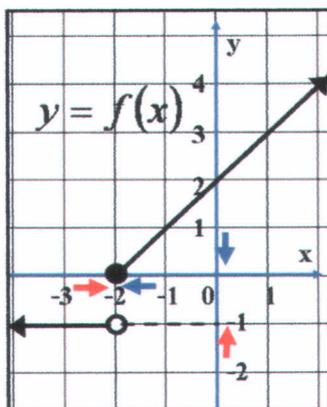
$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$$

ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ ใช่

ตอบ เพราะ จากกราฟพิจารณาค่าของ  $f(x)$  มีค่าเข้าใกล้  $-4$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $2$  ทั้งทางมากกว่าและทางน้อยกว่า

1.7 กำหนดให้กราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$



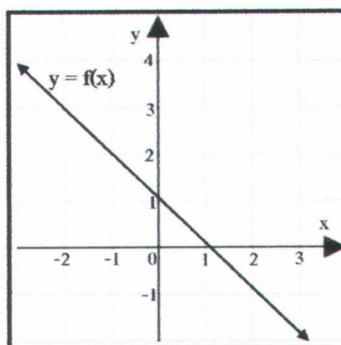
จากกราฟสามารถสรุปได้ว่า  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$

ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

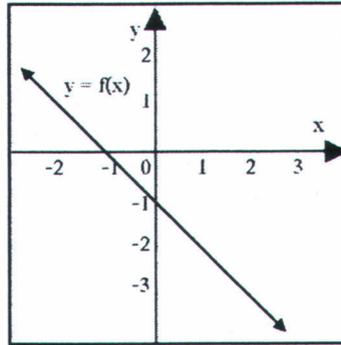
ตอบ ไม่ใช่

ตอบ เพราะ จากกราฟพิจารณาค่าของ  $f(x)$  มีค่าไม่เข้าใกล้  $0$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $-2$  ทั้งทางมากกว่าและทางน้อยกว่า

2. ให้นักเรียนเขียนตัวอย่างกราฟ  $y = f(x)$  ที่แสดงค่า  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 3$



3. ให้นักเรียนเขียนตัวอย่างกราฟ  $y = f(x)$  ที่แสดงค่า  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$



เฉลยแบบทดสอบย่อยชุดที่ 1  
เรื่อง ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน

1. ข
2. ก
3. ง
4. ข
5. ก

**แบบบันทึกพฤติกรรม**

คาบที่.....เรื่อง.....

**ให้ครูบันทึกพฤติกรรมที่พึงประสงค์และไม่พึงประสงค์ของนักเรียนในชั้นเรียน**

**- การทำงานเป็นระบบ รอบคอบ**

**ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์**

.....  
.....  
.....

**ผู้เรียนแสดงไม่พฤติกรรมที่พึงประสงค์**

.....  
.....  
.....

**- มีระเบียบวินัย**

**ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์**

.....  
.....  
.....

**ผู้เรียนแสดงไม่พฤติกรรมที่พึงประสงค์**

.....  
.....  
.....

**- มีความรับผิดชอบ**

**ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์**

.....  
.....  
.....

ผู้เรียนแสดงไม่พฤติกรรมที่พึงประสงค์

.....

.....

.....

- มีวิจารณ์งาน ตรวจสอบการทำงานของตนเอง และค้นหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์

.....

.....

.....

ผู้เรียนแสดงไม่พฤติกรรมที่พึงประสงค์

.....

.....

.....

- มีความเชื่อมั่นในตนเองร่วมตอบคำถามและทำกิจกรรม

ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์

.....

.....

.....

ผู้เรียนแสดงไม่พฤติกรรมที่พึงประสงค์

.....

.....

.....

- ตระหนักในคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สนใจเรียนและเรียนอย่างมีความสุข

ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์

.....

.....

.....

ผู้เรียนแสดงไม่พฤติกรรมที่พึงประสงค์

.....

.....

.....

ภาคผนวก จ

แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ลิขิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน



แบบทดสอบหลังเรียน  
เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

คำชี้แจง แบบทดสอบหลังเรียนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันประกอบด้วย 2 ตอน

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัยแสดงวิธีทำ 1 ข้อ 5 คะแนน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ลิมิตของ  $f(x)$  ขณะที่  $x$  เข้าใกล้ 2 มีค่าเท่ากับ 4 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด

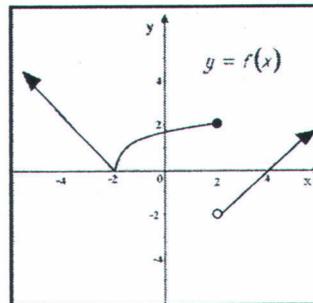
i.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$

ข.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$

ค.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2$

ง.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

จากกราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ที่กำหนด ใช้ตอบคำถาม ข้อ 2 ถึง ข้อ 3



2. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  หาค่าไม่ได้

ข.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$

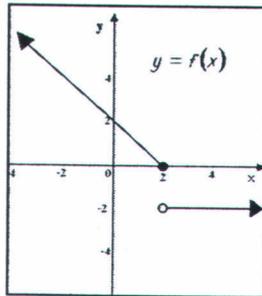
ค.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$

ง.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  หาค่าไม่ได้

3. ค่าของ  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$  ตรงกับข้อใด

- ก. 0
- ข. -2
- ค. 2
- ง. หาค่าไม่ได้

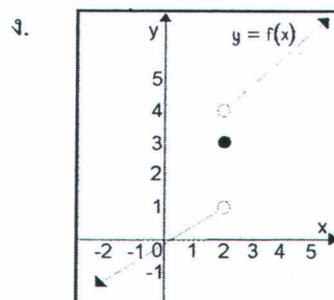
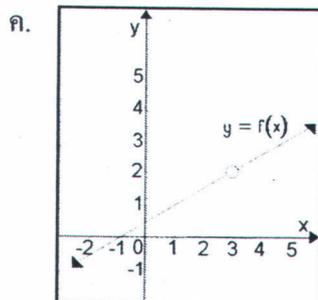
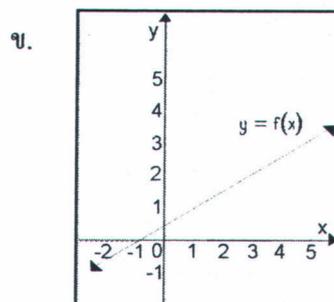
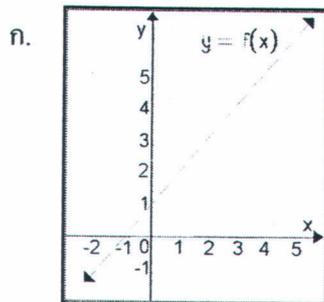
4.



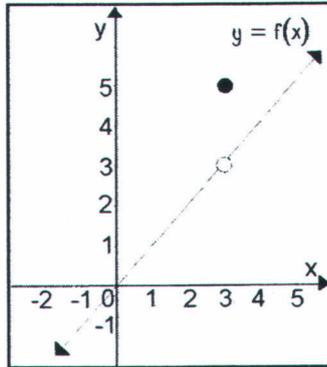
จากกราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ที่กำหนดข้อใดต่อไปนี้เป็นผิด

- ก.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$
- ข.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -2$
- ค.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$
- ง.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  หาค่าไม่ได้

5. กราฟในข้อใดแสดงว่า  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$

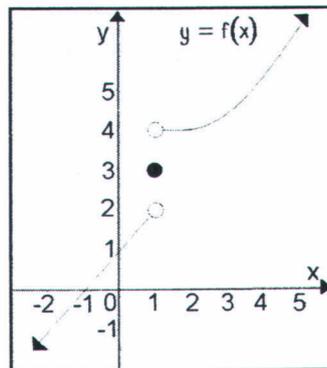


6. จากกราฟที่กำหนดให้  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  มีค่าเป็นเท่าใด



- ก.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$   
 ข.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$   
 ค.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$   
 ง.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  หาค่าไม่ได้

7. จากกราฟที่กำหนดให้  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  มีค่าเป็นเท่าใด



- ก.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$   
 ข.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$   
 ค.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  หรือ  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$   
 ง.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  หาค่าไม่ได้

8. กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 2$  แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

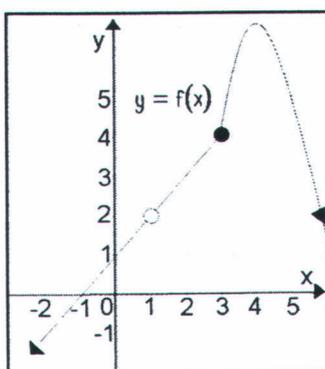
ก. ถ้า  $f(2) = 3$  แล้ว  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$

ข. ฟังก์ชัน  $f$  สามารถหา  $f(2)$  ได้

ค. ถ้านำฟังก์ชันนี้มาเขียนกราฟจะไม่มีจุดขาดตอนที่  $x = 2$

ง.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$

จากกราฟของฟังก์ชัน  $y = f(x)$  ที่กำหนด ใช้ตอบคำถาม ข้อ 9 ถึง ข้อ 10



9. จากกราฟ  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 1$  หรือไม่เพราะเหตุใด

ก.  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 1$  เพราะ  $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ข.  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 1$  เพราะ  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ค.  $f$  ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 1$  เพราะ  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ง.  $f$  ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 1$  เพราะ  $f(1)$  หาค่าไม่ได้

10. จากกราฟข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 4$

ข.  $f(3) = 4$

ค.  $f$  ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 3$

ง.  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 3$

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนเขียนอธิบายอย่างละเอียด

1. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 1 \\ 2x-1 & ; x \leq 1 \end{cases}$  จงพิจารณาว่า  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x=1$  หรือไม่เพราะเหตุใด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน  
เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ตอนที่ 1

- |      |       |
|------|-------|
| 1. ง | 6. ข  |
| 2. ง | 7. ง  |
| 3. ก | 8. ง  |
| 4. ค | 9. ง  |
| 5. ก | 10. ค |

ตอนที่ 2

วิธีทำ

- $f(1) = 2(1) - 1 = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2(1) - 1 = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = (1)^2 = 1$

ดังนั้น  $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  หรือ  $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  นั่นคือ  $f$  เป็นฟังก์ชัน

ต่อเนื่องที่  $x = 1$

เกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน	พฤติกรรมที่นักเรียนตอบคำถาม
1	นักเรียนสามารถเขียนการหาค่าของ $f(1)$ ได้ถูกต้อง
2	นักเรียนสามารถเขียนการหาค่าของ $f(1)$ และ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ได้ถูกต้อง
3	นักเรียนสามารถเขียนการหาค่าของ $f(1)$ , $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ได้ถูกต้อง
4	นักเรียนสามารถเขียนการหาค่าของ $f(1)$ , $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ , $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ และแสดงว่า $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ได้อย่างถูกต้อง
5	นักเรียนสามารถเขียนการหาค่าของ $f(1)$ , $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ , $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ และแสดงว่า $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ทำให้ฟังก์ชัน $f$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ อย่างถูกต้อง

ภาคผนวก ฉ  
เอกสารประกอบการสอน

## **เอกสารประกอบการสอน**

### **ชุดที่ 1**

## **ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน**



4

1. จากตารางเป็นการเขียนแสดง ค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 4 ไข่หรือไม่ เพราะเหตุใด

$x$
4.5
4.1
4.01
4.001
4.0001

**ตอบ**  
**เพราะ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5

2. จากตารางเป็นการเขียนแสดง ค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ -3 ไข่หรือไม่ เพราะเหตุใด

$x$	$x$
-2.5	-3.5
-2.9	-3.1
-2.99	-3.01
-2.999	-3.001
-2.9999	-3.0001

**ตอบ**  
**เพราะ**

.....

.....

.....

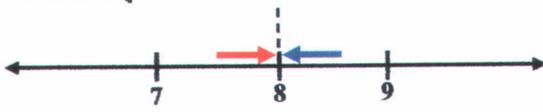
.....

.....

.....

6

3. จากเส้นจำนวนเป็นการเขียนแสดง ค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 8 ไข่หรือไม่ เพราะเหตุใด



**ตอบ**  
**เพราะ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....



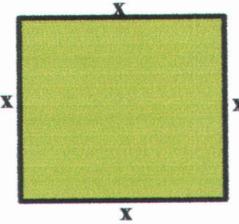
10

ความหมายของค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$  เป็นการเขียนแสดงให้เห็นว่า  
 การที่  $x$  เข้าใกล้  $a$  มีสองทางคือ

.....

1. ค่า  $x$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้  $a$   
 สัญลักษณ์ที่ใช้คือ.....
2.  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางมากกว่าหรือ  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางขวา  
 สัญลักษณ์ที่ใช้คือ.....
3.  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางน้อยกว่าหรือ  $x$  เข้าใกล้  $a$  ทางซ้าย  
 สัญลักษณ์ที่ใช้คือ.....

11



ให้นักเรียนเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้าน  
 ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส ( $x$  หน่วย) กับ พื้นที่ ( $f(x)$ ) และพิจารณาค่าของ  
 $f(x)$  เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2

12

จากการพิจารณาค่าของ  $f(x)$  มีค่าเข้าใกล้ 4 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2

กล่าวได้ว่า ลิมิตของฟังก์ชัน  $f(x)$  มีค่าเท่ากับ 4 เมื่อ  $x$  เข้าใกล้ 2

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ คือ  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ที่แทนข้อความต่อไปนี้ 13

1. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ 3 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 5 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....
2. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ 6 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ -2 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....
3. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ -2 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 4 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....
4. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ -1 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 8 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....
5. เมื่อ  $x$  มีค่าเข้าใกล้ 4 แล้วค่าที่  $f(x)$  เข้าใกล้คือ 4 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์.....

ตัวอย่างที่ 3 จากตาราง  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 5$  ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด 14

$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
3.5	4.5	4.5	5.5
3.9	4.9	4.1	5.1
3.99	4.99	4.01	5.01
3.999	4.999	4.001	5.001
3.9999	4.9999	4.0001	5.0001

ตอบ

เพราะ

ตัวอย่างที่ 4 จากตาราง  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$  ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด 15

$x$	$y = f(x)$	$x$	$y = f(x)$
3.5	หาค่าไม่ได้	4.5	0.7071
3.9	หาค่าไม่ได้	4.1	0.3162
3.99	หาค่าไม่ได้	4.01	0.1000
3.999	หาค่าไม่ได้	4.001	0.0316
3.9999	หาค่าไม่ได้	4.0001	0.0100

ตอบ

เพราะ





## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล

นายวิทยา พูลสวัสดิ์

วัน เดือน ปีเกิด

21 กรกฎาคม 2519

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2537

มัธยมศึกษาปีที่ 6 (วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์)

โรงเรียนสามัคคีวิทยาคม

พ.ศ. 2541

ครุศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) สถาบันราชภัฏเชียงราย

ประวัติการทำงาน

พ.ศ. 2543

โรงเรียนเชียงรายวิทยาคม อำเภอเมืองเชียงราย

จังหวัดเชียงราย



