บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการเสนอผลการวิจัยจะแยกออกเป็น 3 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 ผลการศึกษาระดับความสัมพันธ์ของปัจจัยต่าง ๆ กับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาคโดยแยกเป็น 3 กรณี คือ

- ผลการศึกษาระดับความสัมพันธ์ของสัดส่วนผลตอบสนอง กับค่า R^2_{adj}
- ผลการศึกษาระดับความสัมพันธ์ของระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับค่า R^2_{adj}
- ผลการศึกษาระดับความสัมพันธ์ของอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม กับค่า R^2_{adj}

ส่วนที่ 2 ผลการศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างปัจจัยต่าง ๆ กับเงื่อนไขของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาคโดยแยกเป็น 3 กรณี คือ

- ผลการศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างสัดส่วนผลตอบสนอง กับจำนวนตัวแปรอธิบาย ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง
- ผลการศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง
- ผลการศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม กับจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง

ส่วนที่ 3 ผลการศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาคโดยแยกเป็น 3 กรณี คือ

- ผลการศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของ R^2_{adj} ภายใต้สัดส่วนผลตอบสนองและเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj}
- ผลการศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของ R^2_{adj} ภายใต้ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายและเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj}
- ผลการศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของ R^2_{adj} ภายใต้อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามและเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj}

- สำหรับการนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปแบบตารางและรูปกราฟ เพื่อความสะดวกในการอธิบาย จึงใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้ เพื่อแทนความหมายต่างๆ

R^2_{true} หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงที่กำหนดในการวิจัยครั้งนี้

R^2_{adj} หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับค่า

$R^2_{O,adj,MS}$ หมายถึง สัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับค่าด้วยองศาเสรี จากการคำนวณโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญที่ศึกษาในงานของมิทเบิกค์และสเชมเปอร์

$R^2_{l,adj,MS}$ หมายถึง สัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับค่าด้วยสถิติดีเวียนซ์ จากการคำนวณโดยใช้วิธีความควรจะเป็นสูงสุด ที่ศึกษาในงานของมิทเบิกค์และสเชมเปอร์

$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ หมายถึง สัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับค่าด้วยหลักเกณฑ์สารสนเทศของ AIC จากการคำนวณโดยใช้วิธีความควรจะเป็นสูงสุดจาก PROC GENMOD ของโปรแกรม $SAS^{®}$

$R^2_{O,adj,LM}$ หมายถึง สัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับค่าของเลียโอะและแมคกี จากการคำนวณโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญ

$R^2_{l,adj,LM}$ หมายถึง สัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับค่าของเลียโอะและแมคกี จากการคำนวณ โดยใช้วิธีความควรจะเป็นสูงสุด

p หมายถึง จำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

π หมายถึง สัดส่วนผลตอบสนอง

γ หมายถึง ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย

α หมายถึง อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม

$R^2_{est,m}$ หมายถึง ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับค่าจากการคำนวณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุด สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาคที่ได้จากการทำซ้ำครั้งที่ m เมื่อ $m = 1,2,...,1000$

$\overline{R}^2_{est}$ หมายถึง ค่าเฉลี่ย (Mean) ของ $R^2_{est,m}$ จากการทำซ้ำจำนวน $1,000$ ครั้ง

MSE หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error, MSE) ของ $R^2_{est,m}$ จากการทำซ้ำจำนวน $1,000$ ครั้ง

4.1 การศึกษาระดับความสัมพันธ์ของปัจจัยต่าง ๆ กับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทำการศึกษาระดับความสัมพันธ์ของสัดส่วนผลตอบสนอง ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย และอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาคโดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่างปัจจัย 3 ปัจจัยข้างต้นกับค่า R^2_{adj}

4.1.1 กรณีศึกษาระดับความสัมพันธ์ของสัดส่วนผลตอบสนอง กับค่า R^2_{adj}

ตารางที่ 4.1 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	π	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{l,adj,MS}$	$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{l,adj,LM}$
π	1.0000					
$R^2_{O,adj,MS}$	0.8886	1.0000				
$R^2_{l,adj,MS}$	0.8923	0.9930	1.0000			
$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$	0.8951	0.9392	0.9697	1.0000		
$R^2_{O,adj,LM}$	0.8644	0.9976	0.9873	0.9224	1.0000	
$R^2_{l,adj,LM}$	0.9075	0.9956	0.9874	0.9190	0.9975	1.0000

จากตารางที่ 4.1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนอง กับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าค่าของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ดังกล่าวมีค่าค่อนข้างสูง (มีค่ามากกว่า 0.8) และพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.9075) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8951), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.8923), $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8886) และ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8644) นอกจากนี้จากตาราง 4.1 ยังพบว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง R^2_{adj} แต่ละคู่มีค่าสูง (มีค่ามากกว่า 0.9) นั่นแสดงว่าค่า R^2_{adj} ดังกล่าวมีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน

4.1.2 กรณีศึกษาระดับความสัมพันธ์ของระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับค่า R^2_{adj}

ตารางที่ 4.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	γ	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{l,adj,MS}$	$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{l,adj,LM}$
γ	1.0000					
$R^2_{O,adj,MS}$	0.9206	1.0000				
$R^2_{l,adj,MS}$	0.9305	0.9124	1.0000			
$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$	0.9343	0.8094	0.8178	1.0000		
$R^2_{O,adj,LM}$	0.9524	0.9976	0.8873	0.8052	1.0000	
$R^2_{l,adj,LM}$	0.9446	0.9973	0.8854	0.8014	0.9982	1.0000

จากตารางที่ 4.2 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าค่าของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ดังกล่าวมีค่าค่อนข้างสูง (มีค่ามากกว่า 0.9) และพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.9524) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.9446), $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.9343), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.9305) และ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.9206) นอกจากนี้จากตาราง 4.2 ยังพบว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง R^2_{adj} แต่ละคู่มีค่าสูง (มีค่ามากกว่า 0.8) นั่นแสดงว่าค่า R^2_{adj} ดังกล่าวมีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน

4.1.3 กรณีศึกษาระดับความสัมพันธ์ของอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับค่า R^2_{adj}

ตารางที่ 4.3 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

ขนาดสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	α	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{I,adj,LM}$
α	1.0000					
$R^2_{O,adj,MS}$	-0.8421	1.0000				
$R^2_{I,adj,MS}$	-0.8778	0.9805	1.0000			
$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	-0.8721	0.8792	0.8865	1.0000		
$R^2_{O,adj,LM}$	-0.8979	0.9938	0.9628	0.8786	1.0000	
$R^2_{I,adj,LM}$	-0.8130	0.9667	0.9413	0.8193	0.9820	1.0000

จากตารางที่ 4.3 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับค่า R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่ามีความสัมพันธ์ในเชิงลบค่อนข้างสูง (มีค่ามากกว่า 0.8) และพบว่าความสัมพันธ์เชิงลบระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8979) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{I,adj,MS}$ (0.8778), $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8721), $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8421) และ $R^2_{I,adj,LM}$ (0.8130) นอกจากนี้จากตาราง 4.3 ยังพบว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง R^2_{adj} แต่ละคู่มีความสัมพันธ์เชิงบวกที่มีค่าสูง (มีค่ามากกว่า 0.8) นั่นแสดงว่าค่า R^2_{adj} ดังกล่าวมีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน

4.2 การศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างปัจจัยต่าง ๆ กับเงื่อนไขของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค

การศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างสัดส่วนผลตอบสนอง ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับเงื่อนไขอื่นๆของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) และหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่างปัจจัยทั้ง 3 ข้างต้น กับเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj} ซึ่งผลการวิจัยสามารถสรุปแยกเป็นกรณีย่อยๆ ได้ดังต่อไปนี้

4.2.1 กรณีศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างสัดส่วนผลตอบสนอง กับจำนวนตัวแปรอธิบาย ขนาดตัวอย่าง และสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง

ตารางที่ 4.4 ค่าสถิติ F-test และ P-value (ในวงเล็บ) ที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนระหว่างสัดส่วนผลตอบสนอง กับเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

ปัจจัย	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{l,adj,MS}$	$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{l,adj,LM}$
p	292.40 (<.0001)*	333.81 (<.0001)*	146.90 (<.0001)*	283.90 (<.0001)*	302.54 (<.0001)*
n	9.24 (<.0001)*	5.90 (0.0055)*	16.62 (<.0001)*	15.43 (0.0055)*	19.44 (<.0001)*
R^2_{true}	974.08 (<.0001)*	1309.58 (<.0001)*	933.47 (<.0001)*	826.12 (<.0001)*	885.64 (<.0001)*
π	11.29 (<.0001)*	6.69 (<.0001)*	4.35 (0.0241)*	15.16 (<.0001)*	3.79 (0.0357)*
$p \bullet \pi$	5.26 (0.0005)*	4.12 (0.0011)*	3.35 (0.0033)*	6.57 (0.0003)*	2.21 (0.0053)*
$n \bullet \pi$	6.56 (0.0003)*	3.42 (0.0009)*	2.61 (0.0032)*	7.34 (<.0001)*	2.44 (<.0078)*
$R^2_{true} \bullet \pi$	7.19 (<.0001)*	5.07 (0.0003)*	3.99 (0.0035)*	7.45 (<.0001)*	3.11 (0.0047)*

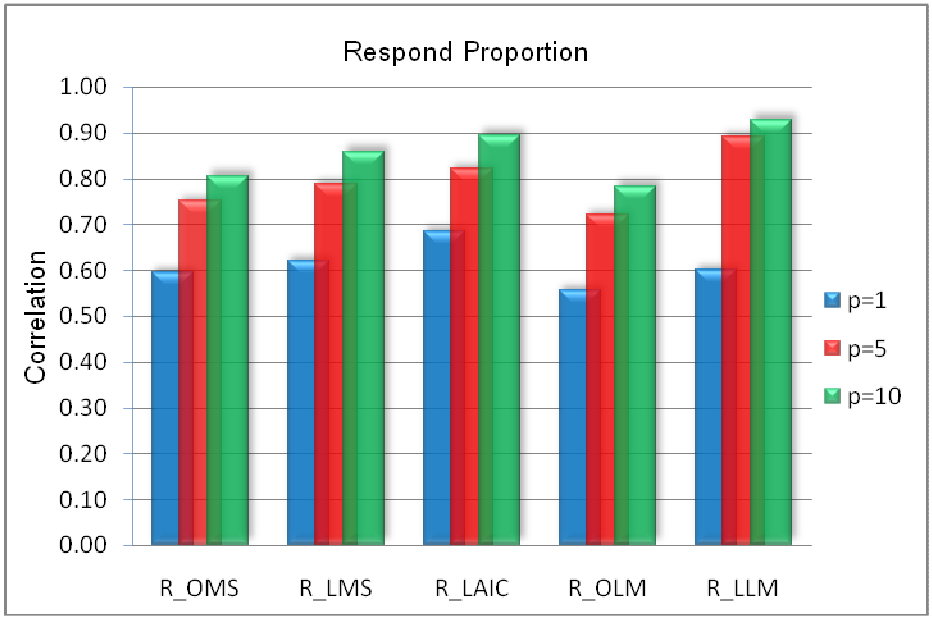
* หมายถึง ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อ R^2_{adj} อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ตารางที่ 4.5 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่าง R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กับสัดส่วนผลตอบสนองและเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	π	$p\bullet\pi$	$n\bullet\pi$	$R^2_{true}\bullet\pi$	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{I,adj,LM}$
π	1.0000								
$p\bullet\pi$		1.0000							
$n\bullet\pi$			1.0000						
$R^2_{true}\bullet\pi$				1.0000					
$R^2_{O,adj,MS}$	0.8886	0.8429	0.8652	0.8676	1.0000				
$R^2_{I,adj,MS}$	0.8923	0.8449	0.8748	0.8772	0.9930	1.0000			
$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	0.8951	0.8476	0.8767	0.8792	0.9392	0.9697	1.0000		
$R^2_{O,adj,LM}$	0.8644	0.8387	0.8549	0.8638	0.9976	0.9873	0.9224	1.0000	
$R^2_{I,adj,LM}$	0.9075	0.8591	0.8791	0.8847	0.9956	0.9874	0.9190	0.9975	1.0000

จากตารางที่ 4.4 แสดงค่าสถิติ F-test และ P-value (ในวงเล็บ) ที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนระหว่างสัดส่วนผลตอบสนอง กับจำนวนตัวแปรอธิบาย ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงซึ่งเป็นเงื่อนไขของค่า R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนอง กับจำนวนตัวแปรอธิบาย ($p\bullet\pi$) ขนาดตัวอย่าง ($n\bullet\pi$) และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง ($R^2_{true}\bullet\pi$) มีอิทธิพลต่อ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของปฏิสัมพันธ์ดังกล่าว (ตารางที่ 4.5) พบว่าค่าของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าค่อนข้างสูง (มีค่ามากกว่า 0.8) และมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันของ R^2_{adj} แต่ละตัว นั่นคือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับจำนวนตัวแปรอธิบาย ($p\bullet\pi$) จะมีค่าต่ำกว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับขนาดตัวอย่าง ($n\bullet\pi$) และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนอง กับค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง ($R^2_{true}\bullet\pi$) โดยที่สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับขนาดตัวอย่าง ($n\bullet\pi$) และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง ($R^2_{true}\bullet\pi$) จะมีค่าไม่แตกต่างกันมากนัก ซึ่งในทุกกรณีของปฏิสัมพันธ์ 2 ทาง $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$, $R^2_{l,adj,MS}$, $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$, และ $R^2_{l,adj,LM}$ นอกจากนี้ จากตาราง 4.5 ยังพบว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง R^2_{adj} แต่ละคู่ มีค่าสูงและมีความสัมพันธ์เชิงบวก นั่นแสดงว่าค่า R^2_{adj} ดังกล่าวมีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน

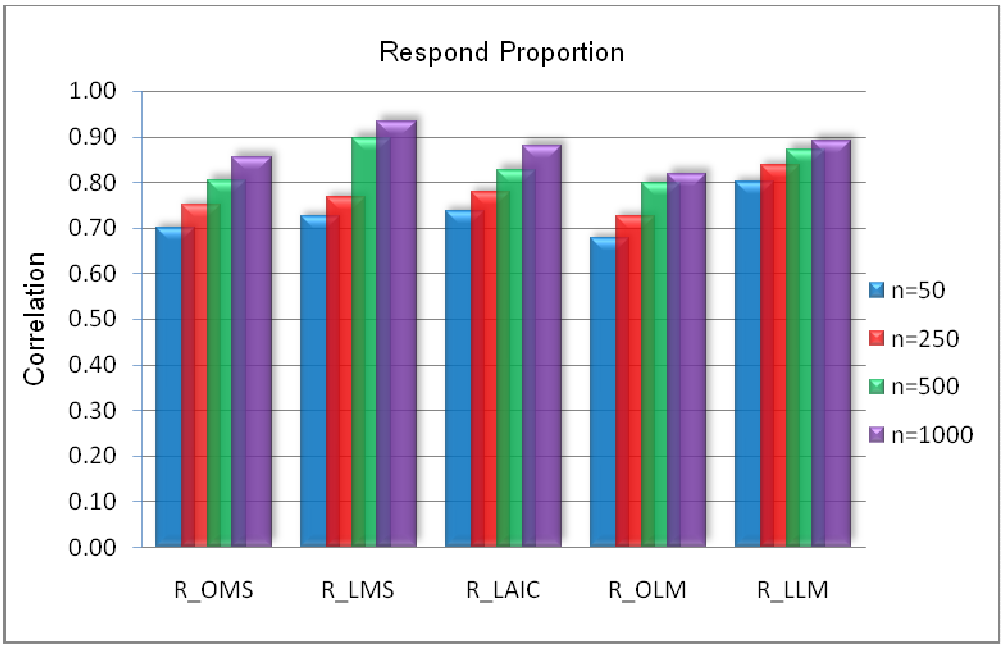


ภาพที่ 4.1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กรณีที่ตัวแบบประกอบด้วยจำนวนตัวแปรอธิบายเท่ากับ 1 5 และ 10 ตัว

จากภาพที่ 4.1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10 ตัว) ในตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ R^2_{adj} แต่ละค่าขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 1 ตัว ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.5565) มีค่าต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.5966), $R^2_{l,adj,LM}$ (0.6002), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.6204) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.6855) ตามลำดับ สำหรับในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 5 และ 10 ตัวจะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 5 ตัว พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.7226) มีค่าต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.7526), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.7895), $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8229) และ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.8910) ตามลำดับ และในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 10 ตัว พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.7876) มีค่าต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$

(0.8103), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.8642), $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.9015) และ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.9306) ตามลำดับ นอกจากนี้จากภาพที่ 4.1 ยังพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ R^2_{adj} แต่ละค่าจะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายที่กำหนด ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ เป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เนื่องจากมีความสัมพันธ์กับสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจน้อยกว่า R^2_{adj} ตัวอื่นๆ

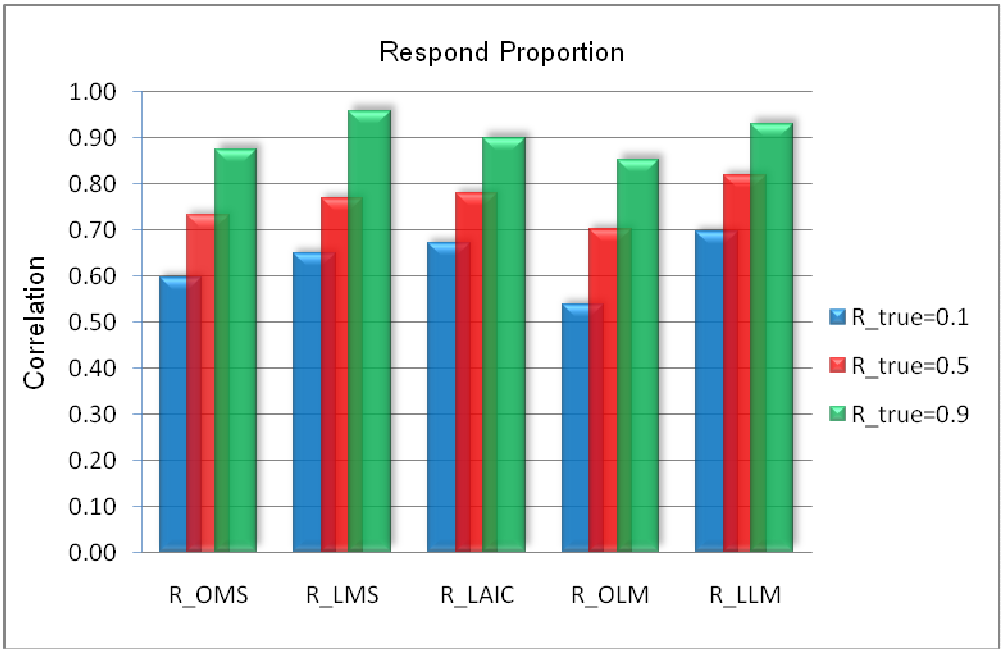


ภาพที่ 4.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 50 250 500 และ 1000

จากภาพที่ 4.2 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า ภายใต้ขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) ในตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ R^2_{adj} แต่ละค่าขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 50 และ 250 จะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 50 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.6766) มีค่าต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.7004), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.7255), $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.7366) และ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.8002) ตามลำดับ และในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 250 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ

$R^2_{O,adj,LM}$ (0.7257) มีค่าต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.7495), $R^2_{I,adj,MS}$ (0.7687) , $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.7779) และ $R^2_{I,adj,LM}$ (0.8379) ตามลำดับ สำหรับในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 500 และ 1000 จะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 500 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.7986) มีค่าต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8044), $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8251), $R^2_{I,adj,LM}$ (0.8708) และ $R^2_{I,adj,MS}$ (0.8953) ตามลำดับ และในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 1000 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8185) มีค่าต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8543), $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8801), $R^2_{I,adj,LM}$ (0.8921) และ $R^2_{I,adj,MS}$ (0.9331) ตามลำดับ นอกจากนี้จากภาพที่ 4.2 ยังพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับ R^2_{adj} แต่ละค่าจะแปรผันโดยตรงกับขนาดตัวอย่าง

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่กำหนด $R^2_{O,adj,LM}$ เป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เนื่องจากมีความสัมพันธ์กับสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจน้อยกว่า R^2_{adj} ตัวอื่นๆ



ภาพที่ 4.3 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงมีค่าเท่ากับ 0.1 0.5 และ 0.9

จากภาพที่ 4.3 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า ภายใต้ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง (0.1 0.5 และ 0.9) ในตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ R^2_{adj} แต่ละค่าขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงมีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.5 จะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงมีค่าเท่ากับ 0.1 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.5366) มีค่าต่ำสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.5966), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.6504), $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.6702) และ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.6955) ตามลำดับ และในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงมีค่าเท่ากับ 0.5 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.7025) มีค่าต่ำสุดรองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.7326), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.7695), $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.7810) และ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.8187)ตามลำดับ สำหรับในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงมีค่าเท่ากับ 0.9 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองที่สนใจกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8523) มีค่าต่ำสุด เช่นเดียวกับกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงมีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.5 รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8744), $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8985), $R^2_{l,adj,LM}$ (0.9286) และ $R^2_{l,adj,MS}$ (0.9575) ตามลำดับ

ดังนั้นจากตารางและกราฟข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ในการศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างสัดส่วนผลตอบสนองกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริงพบว่า มีปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างปัจจัยกับเงื่อนไขของ R^2_{adj} ดังที่กล่าวข้างต้นสำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค โดยระดับอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ 2 ทางนั้นแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง และพบว่าในทุกระดับของเงื่อนที่กำหนด $R^2_{O,adj,LM}$ เป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เนื่องจากมีความสัมพันธ์กับสัดส่วนผลตอบสนองน้อยกว่า R^2_{adj} ตัวอื่นๆ

4.2.2 กรณีศึกษาอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับจำนวนตัวแปรอธิบาย

ตารางที่ 4.6 ค่าสถิติ F-test และ P-value (ในวงเล็บ) ที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

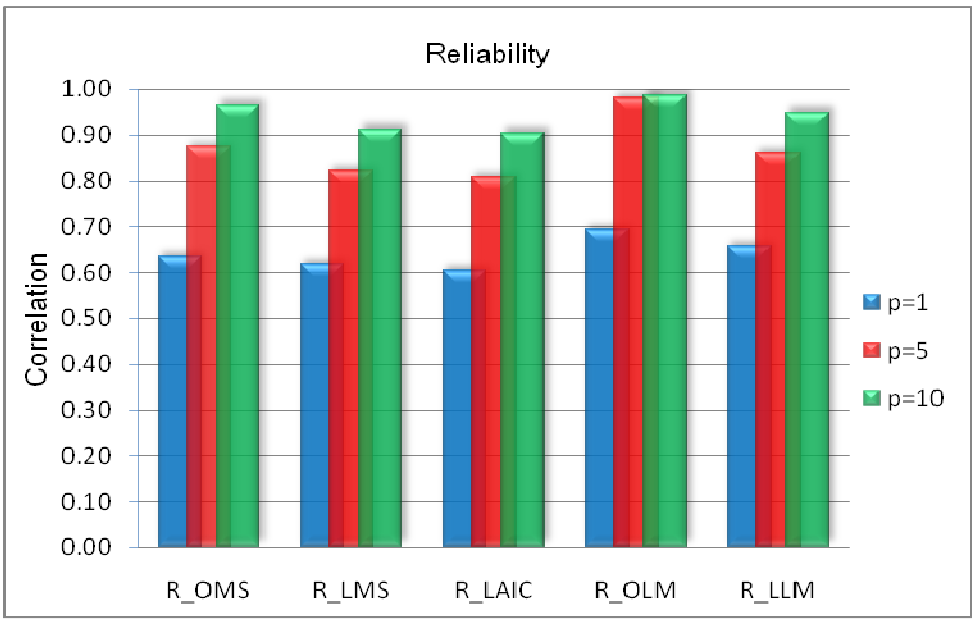
ปัจจัย	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{I,adj,LM}$
p	23.30 (<.0001)*	110.44 (<.0001)*	66.57 (<.0001)*	22.16 (<.0001)*	22.08 (<.0001)*
n	13.03 (<.0001)*	5.07 (0.0102)*	9.73 (0.0005)*	14.08 (<.0001)*	15.46 (<.0001)*
γ	68.28 (<.0001)*	122.17 (<.0001)*	40.50 (<.0001)*	54.86 (<.0001)*	57.20 (<.0001)*
$p \bullet \gamma$	11.47 (<.0001)*	9.14 (<.0001)*	8.17 (<.0001)*	17.45 (<.0001)*	7.30 (<.0001)*
$n \bullet \gamma$	10.28 (<.0001)*	8.62 (<.0001)*	7.26 (<.0001)*	12.50 (<.0001)*	6.33 (<.0001)*

* หมายถึง ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อ R^2_{adj} อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ตารางที่ 4.7 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่าง R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กับระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายและเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	γ	$p\bullet\gamma$	$n\bullet\gamma$	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{I,adj,LM}$
γ	1.0000							
$p\bullet\gamma$		1.0000						
$n\bullet\gamma$			1.0000					
$R^2_{O,adj,MS}$	0.9206	0.8249	0.8520	1.0000				
$R^2_{I,adj,MS}$	0.9305	0.8173	0.8449	0.9124	1.0000			
$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	0.9343	0.8057	0.8332	0.8094	0.8178	1.0000		
$R^2_{O,adj,LM}$	0.9524	0.8611	0.8966	0.9976	0.8873	0.8052	1.0000	
$R^2_{I,adj,LM}$	0.9446	0.8363	0.8726	0.9973	0.8854	0.8014	0.9982	1.0000

จากตารางที่ 4.6 แสดงค่าสถิติ F-test และ P-value (ในวงเล็บ) ที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนระหว่างค่าเฉลี่ยของค่าประมาณ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กับระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย จำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง ภายใต้ตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับจำนวนตัวแปรอธิบาย ($p\bullet\gamma$) และขนาดตัวอย่าง ($n\bullet\gamma$) มีอิทธิพลต่อ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเมื่อพิจารณาขนาดสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของปฏิสัมพันธ์ดังกล่าว (ตาราง 4.4) พบว่าขนาดของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าค่อนข้างสูง (มีค่ามากกว่า 0.8) และมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันของ R^2_{adj} แต่ละตัว นั่นคือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับจำนวนตัวแปรอธิบาย ($p\bullet\gamma$) จะมีค่าต่ำกว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับขนาดตัวอย่าง ($n\bullet\gamma$) ซึ่งในทุกกรณีของปฏิสัมพันธ์ $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{I,adj,LM}$, $R^2_{O,adj,MS}$, $R^2_{I,adj,MS}$, และ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ นอกจากนั้น จากตาราง 4.4 ยังพบว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง R^2_{adj} แต่ละคู่ มีค่าสูงและมีความสัมพันธ์เชิงบวก นั่นแสดงว่าค่า R^2_{adj} ดังกล่าวมีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน

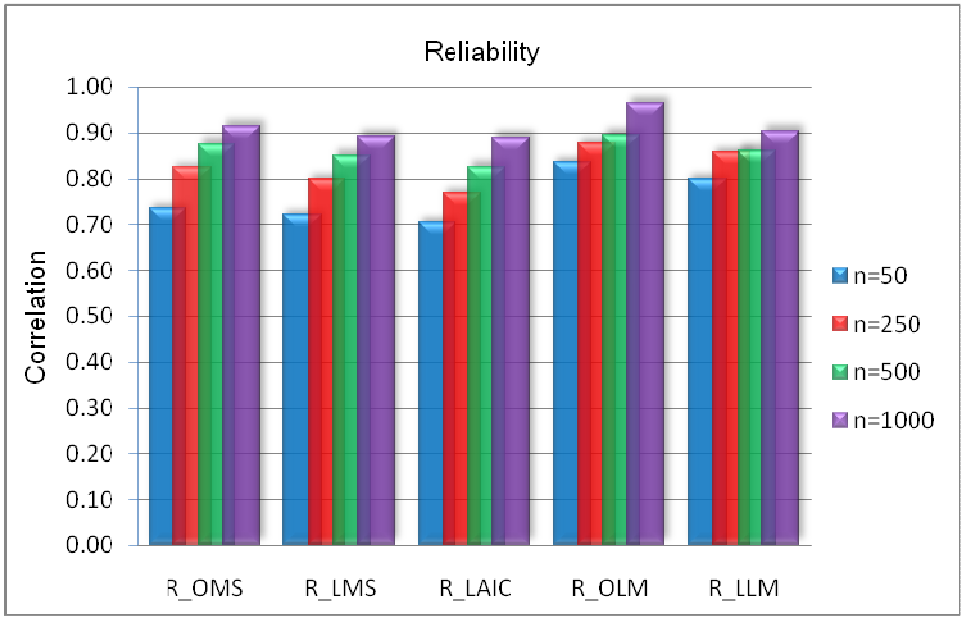


ภาพที่ 4.4 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กรณีที่ตัวแบบประกอบด้วยจำนวนตัวแปรอธิบายเท่ากับ 1 5 และ 10 ตัว

จากภาพที่ 4.4 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10 ตัว) ในตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ R^2_{adj} แต่ละค่าขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 1 ตัวค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.6945) มีค่าสูงสุดรองลงมาได้แก่ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.6575), $R^2_{O,adj,MS}$ (0.6362), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.6187) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.6054) ตามลำดับ สำหรับในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 5 และ 10 ตัวจะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 5 ตัว พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.9808) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8751), $R^2_{l,adj,LM}$ (0.8607) , $R^2_{l,adj,MS}$ (0.8211) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8082) ตามลำดับ และในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 10 ตัว พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.9879) มีค่าสูงสุดรองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.9636), $R^2_{l,adj,LM}$ (0.9479), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.9106) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.9032) ตามลำดับ นอกจากนี้จากภาพที่ 4.4 ยังพบว่าค่าสัมประสิทธิ์

สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับ R^2_{adj} แต่ละค่าจะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายที่กำหนดค่า $R^2_{O,adj,LM}$ เป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เนื่องจากมีความสัมพันธ์กับระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมากกว่า R^2_{adj} ตัวอื่นๆ



ภาพที่ 4.5 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 50 250 500 และ 1000

จากภาพที่ 4.5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า ภายใต้ขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) ในตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับ R^2_{adj} แต่ละค่าขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 50 และ 250 จะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8365) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{I,adj,LM}$ (0.8002), $R^2_{O,adj,MS}$ (0.7365), $R^2_{I,adj,MS}$ (0.7204) และ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.7054) ตามลำดับ และในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 250 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย กับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8778) มีค่าสูงสุด

รองลงมาได้แก่ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.8578), $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8257), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.7995) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.7687) ตามลำดับ สำหรับในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 500 และ 1000 จะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 500 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8953) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8743), $R^2_{l,adj,LM}$ (0.8607), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.8486) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8251) ตามลำดับ และในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 1000 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.9631) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.9144), $R^2_{l,adj,LM}$ (0.9021), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.8925) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8901) ตามลำดับ นอกจากนี้จากภาพที่ 4.5 ยังพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับ R^2_{adj} แต่ละค่าจะแปรผันโดยตรงกับขนาดตัวอย่าง

ดังนั้นจากตารางและกราฟข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ในการศึกษาปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง พบว่ามีปฏิสัมพันธ์ 2 ทางระหว่างปัจจัยกับเงื่อนไขของ R^2_{adj} ดังที่กล่าวข้างต้นสำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค โดยระดับอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ 2 ทางนั้นแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง และพบว่าในทุกระดับของเงื่อนที่กำหนด $R^2_{O,adj,LM}$ เป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

4.2.3 กรณีศึกษาอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.8 ค่าสถิติ F-test และ P-value (ในวงเล็บ) ที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

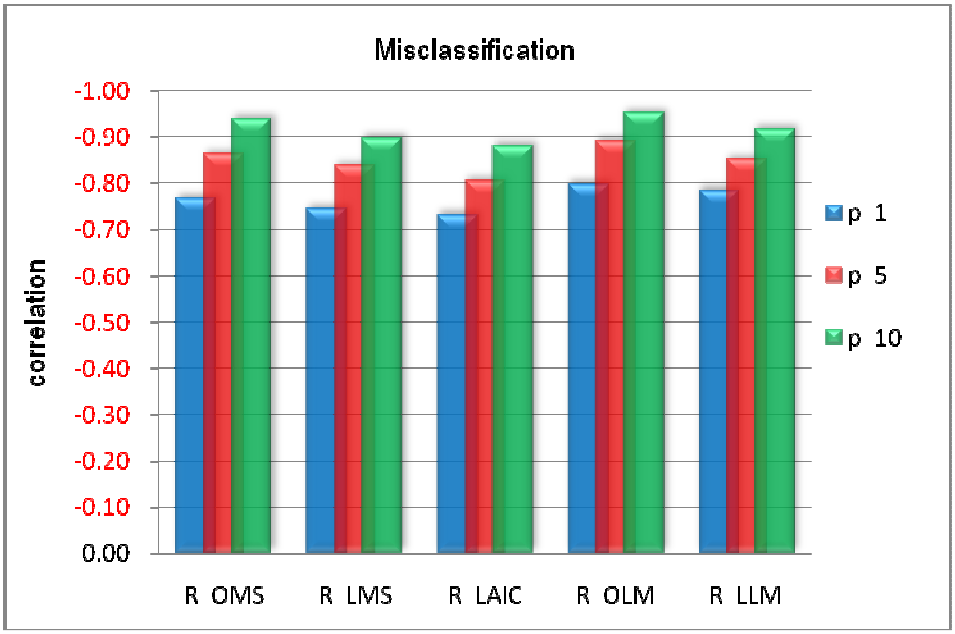
ปัจจัย	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{I,adj,LM}$
p	204.85 (<.0001)*	273.72 (<.0001)*	123.22 (<.0001)*	165.20 (<.0001)*	268.82 (<.0001)*
n	14.17 (<.0001)*	19.06 (<.0001)*	21.91 (<.0001)*	20.03 (<.0001)*	26.14 (<.0001)*
α	115.26 (<.0001)*	325.39 (<.0001)*	187.09 (<.0001)*	174.90 (<.0001)*	144.16 (<.0001)*
$p \bullet \alpha$	14.26 (0.0001)*	13.02 (0.0002)*	6.17 (0.0014)*	15.20 (<.0001)*	5.30 (0.0091)*
$n \bullet \alpha$	9.27 (<.0001)*	8.05 (<.0001)*	4.20 (0.0005)*	16.24 (<.0001)*	3.01 (0.0026)*

* หมายถึง ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อ R^2_{adj} อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ตารางที่ 4.9 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ระหว่าง R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กับอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามและเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	α	$p \bullet \alpha$	$n \bullet \alpha$	$R^2_{O,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,MS}$	$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	$R^2_{O,adj,LM}$	$R^2_{I,adj,LM}$
α	1.0000							
$p \bullet \alpha$		1.0000						
$n \bullet \alpha$			1.0000					
$R^2_{O,adj,MS}$	-0.8421	-0.8321	-0.8775	1.0000				
$R^2_{I,adj,MS}$	-0.8778	-0.8102	-0.8684	0.9805	1.0000			
$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$	-0.8721	-0.8004	-0.8346	0.8792	0.8865	1.0000		
$R^2_{O,adj,LM}$	-0.8979	-0.8847	-0.9392	0.9938	0.9628	0.8786	1.0000	
$R^2_{I,adj,LM}$	-0.8130	-0.8566	-0.9114	0.9667	0.9413	0.8193	0.9820	1.0000

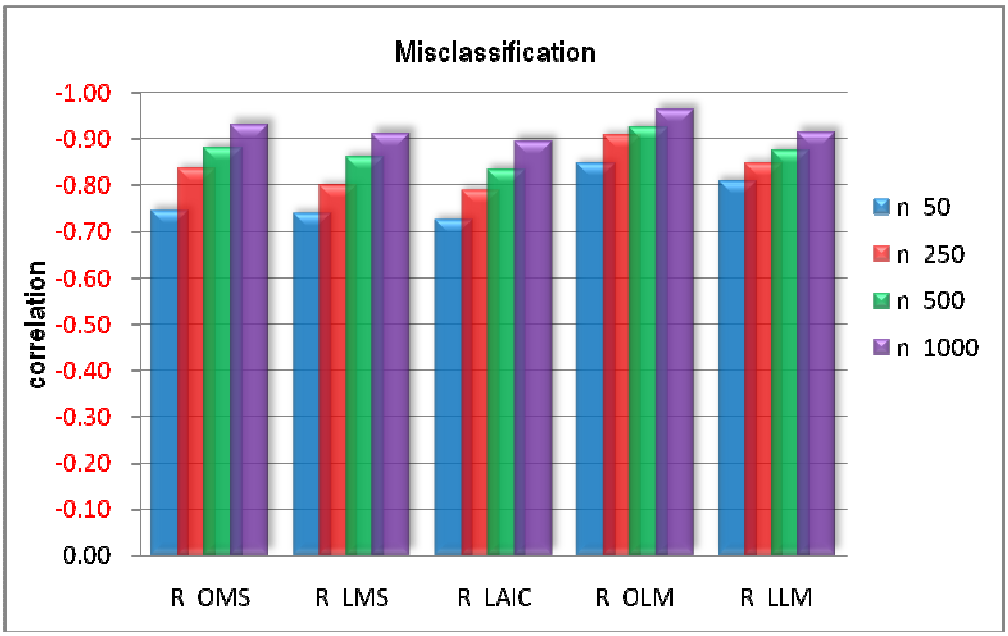
จากตารางที่ 4.8 แสดงค่าสถิติ F-test และ P-value (ในวงเล็บ) ที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนระหว่างค่าเฉลี่ยของค่าประมาณ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กับอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม จำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง ภายใต้ตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม กับจำนวนตัวแปรอธิบาย ($p \bullet \alpha$) และขนาดตัวอย่าง ($n \bullet \alpha$) มีอิทธิพลต่อ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเมื่อพิจารณาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของปฏิสัมพันธ์ดังกล่าว (ตาราง 4.9) พบว่ามีความสัมพันธ์กันในเชิงลบค่อนข้างสูง (มีค่ามากกว่า 0.8) และมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันของ R^2_{adj} แต่ละตัว นั่นคือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับจำนวนตัวแปรอธิบาย ($p \bullet \alpha$) จะมีค่าสูงกว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับขนาดตัวอย่าง ($n \bullet \alpha$) ซึ่งในทุกกรณีของปฏิสัมพันธ์ $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่าความสัมพันธ์สูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{I,adj,MS}$, $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$, $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{I,adj,LM}$ นอกจากนั้นจากตาราง 4.9 ยังพบว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง R^2_{adj} แต่ละคู่ มีค่าสูงและมีความสัมพันธ์เชิงบวก นั่นแสดงว่าค่า R^2_{adj} ดังกล่าวมีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน



ภาพที่ 4.6 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม กับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กรณีที่ตัวแบบประกอบด้วยจำนวนตัวแปรอธิบายเท่ากับ 1 5 และ 10 ตัว

จากภาพที่ 4.6 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10 ตัว) ในตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ R^2_{adj} แต่ละค่านั้นมีความสัมพันธ์ต่อกันในเชิงลบค่อนข้างสูง และในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 1 ตัว ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.7986) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{I,adj,LM}$ (0.7851), $R^2_{O,adj,MS}$ (0.7675), $R^2_{I,adj,MS}$ (0.7443) และ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.7323) ตามลำดับ สำหรับในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 5 และ 10 ตัวจะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 5 ตัว พบว่า ความสัมพันธ์เชิงลบระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8921) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8632), $R^2_{I,adj,LM}$ (0.8521), $R^2_{I,adj,MS}$ (0.8382) และ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8065) ตามลำดับ และในกรณีที่ตัวแบบมีจำนวนตัวแปรอธิบาย 10 ตัว พบว่า ความสัมพันธ์เชิงลบระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.9519) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.9396), $R^2_{I,adj,LM}$ (0.9176), $R^2_{I,adj,MS}$ (0.8983) และ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8814) ตามลำดับ นอกจากนี้จากภาพที่ 4.6 ยังพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ R^2_{adj} แต่ละค่าจะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายที่กำหนด ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ เป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เนื่องจากมีความสัมพันธ์กับอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามมากกว่า R^2_{adj} ตัวอื่นๆ และเป็นความสัมพันธ์เชิงลบ



ภาพที่ 4.7 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม กับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 50 250 500 และ 1000

จากภาพที่ 4.7 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม กับ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า ภายใต้ขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) ในตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่าอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ R^2_{adj} แต่ละค่านั้นมีความสัมพันธ์กันในเชิงลบ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 50 และ 250 จะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 50 พบว่า ความสัมพันธ์เชิงลบระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม กับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.8465) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.8102), $R^2_{O,adj,MS}$ (0.7465), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.7384) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.7254) ตามลำดับ และในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 250 พบว่าความสัมพันธ์เชิงลบระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.9078) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{l,adj,LM}$ (0.8479), $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8357), $R^2_{l,adj,MS}$ (0.7995) และ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ (0.7887) ตามลำดับ สำหรับในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 500 และ 1000 จะได้ผลสรุปที่เหมือนกัน นั่นคือ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมี

ค่าเท่ากับ 500 พบว่า ความสัมพันธ์เชิงลบระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.9253) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.8807), $R^2_{I,adj,LM}$ (0.8744), $R^2_{I,adj,MS}$ (0.8615) และ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8351) ตามลำดับ และในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 1000 พบว่า ความสัมพันธ์เชิงลบระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ $R^2_{O,adj,LM}$ (0.9635) มีค่าสูงสุด รองลงมาได้แก่ $R^2_{O,adj,MS}$ (0.9321), $R^2_{I,adj,LM}$ (0.9143), $R^2_{I,adj,MS}$ (0.9126) และ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ (0.8952) ตามลำดับ นอกจากนี้จากภาพที่ 4.7 ยังพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามกับ R^2_{adj} แต่ละค่าจะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ดังนั้นจากตารางและกราฟข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ในการศึกษาอิทธิพลของอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามที่มีต่อ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า ภายใต้เงื่อนไขต่าง ๆ ของ จำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง ในตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค พบว่า อิทธิพลของอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามที่มีต่อ R^2_{adj} ทั้ง 5 ค่า นั้นขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง โดยระดับของอิทธิพลของอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามที่มีต่อ R^2_{adj} แต่ละค่าจะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง นอกจากนี้ยังพบว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่างที่กำหนด ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ เป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เนื่องจากมีความสัมพันธ์กับอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามมากกว่า R^2_{adj} ตัวอื่นๆ และเป็นความสัมพันธ์เชิงลบ

4.3 การศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของ R^2_{adj} สำหรับตัวแบบตัวแปรแฝงของการถดถอยโลจิสติกทวิภาค

การศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่าภายใต้สัดส่วนผลตอบสนอง และระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย เพื่อเปรียบเทียบว่า R^2_{adj} ค่าใดมีความเอนเอียงจากค่า R^2_{true} น้อยที่สุดจึงถือเป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด แต่สำหรับอัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม จะพิจารณาว่า R^2_{adj} ค่าใดมีความเอนเอียงจากค่า R^2_{true} มากที่สุดจึงเป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยการศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงนั้น จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของค่าประมาณ (Mean, $\overline{R}^2_{est}$) ร่วมกับค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error, MSE) โดยจะแสดงในลักษณะของตารางการเปรียบเทียบค่า $\overline{R}^2_{est}$ และ MSE ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ปรับค่า $(R^2_{est,m})$ ที่คำนวณจากการทำซ้ำจำนวน $1,000$ ครั้ง เมื่อ $m = 1,2,...,1000$

4.3.1 การศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของ R^2_{adj} ภายใต้สัดส่วนผลตอบสนองและเงื่อนไขอื่น ๆ ของ R^2_{adj}

ตารางที่ 4.10 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.1

p	n	R^2_{true}	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	0.1	0.08824	0.01113	0.09002	0.00997	0.08793	0.01137	0.08875	0.01087	0.08909	0.01026
		0.5	0.46406	0.01087	0.47938	0.00976	0.46011	0.01116	0.46590	0.01014	0.47911	0.00997
		0.9	0.86912	0.01015	0.88087	0.00954	0.85745	0.01057	0.87023	0.00998	0.87745	0.00975
	250	0.1	0.08898	0.01035	0.09013	0.00919	0.08826	0.01059	0.08909	0.01009	0.08926	0.00948
		0.5	0.47021	0.01009	0.47984	0.00898	0.46084	0.01038	0.47260	0.00936	0.47934	0.00919
		0.9	0.87035	0.00937	0.88160	0.00876	0.86894	0.00979	0.87154	0.00920	0.87894	0.00897
	500	0.1	0.08909	0.00957	0.09102	0.00839	0.09076	0.00841	0.08927	0.00931	0.08949	0.00870
		0.5	0.47170	0.00931	0.48077	0.00818	0.47995	0.00820	0.47342	0.00858	0.47950	0.00841
		0.9	0.87824	0.00859	0.88355	0.00789	0.88331	0.00798	0.88012	0.00842	0.88035	0.00819
	1000	0.1	0.09007	0.00879	0.09108	0.00754	0.09094	0.00763	0.09012	0.00853	0.09052	0.00792
		0.5	0.47226	0.00853	0.48125	0.00733	0.48001	0.00742	0.47516	0.00780	0.47960	0.00763
		0.9	0.88012	0.00781	0.88580	0.00694	0.88525	0.00720	0.88187	0.00764	0.88219	0.00741
5	50	0.1	0.08934	0.00801	0.09109	0.00627	0.09005	0.00685	0.08985	0.00716	0.08903	0.00775
		0.5	0.46916	0.00775	0.48231	0.00598	0.48028	0.00664	0.47200	0.00675	0.46611	0.00702
		0.9	0.87042	0.00703	0.88145	0.00576	0.88090	0.00642	0.87133	0.00616	0.87035	0.00686
	250	0.1	0.09008	0.00723	0.09126	0.00592	0.09020	0.00607	0.09019	0.00638	0.08936	0.00697
		0.5	0.47131	0.00697	0.48314	0.00563	0.48087	0.00586	0.47370	0.00597	0.47084	0.00624
		0.9	0.87145	0.00625	0.88294	0.00536	0.88163	0.00564	0.87264	0.00558	0.87038	0.00608

ตารางที่ 4.10 (ต่อ)

p	n	R^2_{true}	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
5	500	0.1	0.09019	0.00645	0.09202	0.00508	0.09186	0.00529	0.09037	0.00619	0.09159	0.00514
		0.5	0.47280	0.00619	0.48387	0.00477	0.48105	0.00508	0.47452	0.00546	0.48360	0.00485
		0.9	0.87934	0.00547	0.88465	0.00448	0.88441	0.00486	0.88122	0.00530	0.88315	0.00458
	1000	0.1	0.09117	0.00567	0.09211	0.00418	0.09204	0.00451	0.09122	0.00541	0.09162	0.00436
		0.5	0.47336	0.00541	0.48396	0.00397	0.48111	0.00430	0.47626	0.00468	0.48370	0.00407
		0.9	0.88122	0.00469	0.88690	0.00363	0.88635	0.00408	0.88297	0.00452	0.88429	0.00380
10	50	0.1	0.09044	0.00489	0.09359	0.00291	0.09213	0.00340	0.09115	0.00373	0.09095	0.00463
		0.5	0.47026	0.00463	0.48591	0.00262	0.48411	0.00319	0.48138	0.00352	0.47310	0.00390
		0.9	0.87132	0.00391	0.88745	0.00235	0.88705	0.00285	0.88200	0.00330	0.87243	0.00374
	250	0.1	0.09118	0.00411	0.09376	0.00213	0.09287	0.00262	0.09126	0.00295	0.09129	0.00385
		0.5	0.47241	0.00385	0.48594	0.00204	0.48534	0.00241	0.48197	0.00274	0.47480	0.00312
		0.9	0.87255	0.00313	0.88764	0.00177	0.88708	0.00207	0.88273	0.00252	0.87374	0.00296
	500	0.1	0.09139	0.00333	0.09430	0.00204	0.09396	0.00212	0.09147	0.00307	0.09409	0.00209
		0.5	0.47490	0.00307	0.48637	0.00183	0.48599	0.00196	0.47562	0.00234	0.48610	0.00190
		0.9	0.88044	0.00235	0.88775	0.00149	0.88771	0.00174	0.88232	0.00218	0.88773	0.00155
	1000	0.1	0.09227	0.00255	0.09461	0.00146	0.09404	0.00184	0.09232	0.00229	0.09412	0.00157
		0.5	0.47546	0.00229	0.48646	0.00115	0.48611	0.00168	0.47736	0.00156	0.48630	0.00148
		0.9	0.88232	0.00157	0.88840	0.00091	0.88778	0.00136	0.88407	0.00140	0.88779	0.00121

จากตารางที่ 4.10 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10) ขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง (0.1 0.5 และ 0.9) กรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.1 พบว่าความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่าขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และ

ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง โดยในกรณีที่ตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 1 ตัว เมื่อตัวอย่างมีขนาด 50 และ 250 พบว่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,LM}$, $R^2_{l,adj,MS}$ และ $R^2_{O,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 500 และ 1000 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$, $R^2_{l,adj,LM}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่ให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$

ในกรณีที่ตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 5 และ 10 ตัว จะให้ผลสรุปที่เหมือนกัน คือ เมื่อตัวอย่างมีขนาด 50 และ 250 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$, $R^2_{l,adj,MS}$ และ $R^2_{l,adj,LM}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$ และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 500 และ 1000 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,LM}$, $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่ให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$

นอกจากนี้ยังพบว่า ค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบาย ขนาดตัวอย่าง และค่า R^2_{true} มีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง

ตารางที่ 4.11 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.3

p	n	R^2_{true}	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	0.1	0.08924	0.01013	0.09012	0.00938	0.08896	0.01037	0.08975	0.00995	0.08993	0.00968
		0.5	0.47006	0.00997	0.47638	0.00915	0.47003	0.01026	0.47090	0.00942	0.47511	0.00932
		0.9	0.87412	0.00974	0.87587	0.00897	0.87186	0.00997	0.87423	0.00936	0.87445	0.00914
	250	0.1	0.09007	0.00935	0.09032	0.00860	0.08906	0.00959	0.09019	0.00917	0.09026	0.00890
		0.5	0.47012	0.00919	0.47784	0.00837	0.47005	0.00948	0.47026	0.00864	0.47684	0.00854
		0.9	0.87935	0.00896	0.88430	0.00819	0.87524	0.00919	0.87954	0.00858	0.88294	0.00836
	500	0.1	0.09019	0.00857	0.09102	0.00779	0.09094	0.00782	0.09067	0.00839	0.09086	0.00812
		0.5	0.47170	0.00841	0.48377	0.00748	0.48310	0.00759	0.47242	0.00786	0.48190	0.00776
		0.9	0.88124	0.00818	0.88550	0.00719	0.88531	0.00741	0.88312	0.00780	0.88404	0.00758
	1000	0.1	0.09037	0.00779	0.09105	0.00694	0.09104	0.00704	0.09084	0.00761	0.09100	0.00734
		0.5	0.47226	0.00763	0.48525	0.00663	0.48412	0.00681	0.47316	0.00708	0.48314	0.00698
		0.9	0.88552	0.00740	0.88680	0.00634	0.88602	0.00663	0.88587	0.00702	0.88421	0.00680
5	50	0.1	0.09006	0.00701	0.09193	0.00569	0.09085	0.00616	0.09034	0.00626	0.09015	0.00683
		0.5	0.47113	0.00685	0.48361	0.00533	0.47700	0.00585	0.47316	0.00603	0.47241	0.00630
		0.9	0.87496	0.00662	0.88445	0.00515	0.87933	0.00556	0.87722	0.00585	0.87590	0.00624
	250	0.1	0.09020	0.00623	0.09226	0.00534	0.09129	0.00538	0.09117	0.00548	0.09035	0.00605
		0.5	0.47215	0.00607	0.48384	0.00498	0.47936	0.00507	0.47512	0.00525	0.47287	0.00552
		0.9	0.88014	0.00584	0.88494	0.00475	0.88264	0.00498	0.88145	0.00507	0.88033	0.00546

ตารางที่ 4.11 (ต่อ)

p	n	R^2_{true}	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
5	500	0.1	0.09129	0.00545	0.09212	0.00428	0.09196	0.00456	0.09177	0.00527	0.09204	0.00450
		0.5	0.47680	0.00529	0.48487	0.00397	0.48390	0.00420	0.47952	0.00474	0.48420	0.00417
		0.9	0.88234	0.00506	0.88660	0.00388	0.88504	0.00397	0.88422	0.00468	0.88641	0.00389
	1000	0.1	0.09147	0.00467	0.09215	0.00318	0.09210	0.00378	0.09194	0.00449	0.09214	0.00362
		0.5	0.47936	0.00451	0.48635	0.00307	0.48424	0.00342	0.48026	0.00396	0.48522	0.00339
		0.9	0.88662	0.00428	0.88790	0.00303	0.88531	0.00319	0.88697	0.00390	0.88712	0.00311
10	50	0.1	0.09105	0.00371	0.09343	0.00233	0.09225	0.00239	0.09156	0.00250	0.09144	0.00339
		0.5	0.47310	0.00318	0.48521	0.00197	0.48351	0.00227	0.47823	0.00249	0.47426	0.00303
		0.9	0.87743	0.00312	0.88595	0.00174	0.88500	0.00223	0.88106	0.00235	0.87832	0.00297
	250	0.1	0.09139	0.00293	0.09376	0.00155	0.09245	0.00186	0.09239	0.00192	0.09147	0.00281
		0.5	0.47546	0.00240	0.48534	0.00139	0.48397	0.00173	0.47925	0.00181	0.47622	0.00235
		0.9	0.88074	0.00234	0.88644	0.00116	0.88543	0.00165	0.88344	0.00177	0.88155	0.00212
	500	0.1	0.09239	0.00233	0.09362	0.00104	0.09314	0.00158	0.09287	0.00215	0.09346	0.00127
		0.5	0.47790	0.00217	0.48637	0.00093	0.48535	0.00135	0.48062	0.00162	0.48550	0.00111
		0.9	0.88344	0.00194	0.88810	0.00089	0.88751	0.00117	0.88532	0.00156	0.88754	0.00088
	1000	0.1	0.09257	0.00155	0.09365	0.00046	0.09324	0.00080	0.09304	0.00137	0.09360	0.00079
		0.5	0.48046	0.00139	0.48785	0.00025	0.48632	0.00057	0.48136	0.00084	0.48674	0.00043
		0.9	0.88772	0.00116	0.88940	0.00031	0.88822	0.00049	0.88807	0.00078	0.88871	0.00040

จากตารางที่ 4.11 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10) ขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง (0.1 0.5 และ 0.9) กรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.3 ให้ผลสรุปที่เหมือนกรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.1 คือ ความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่าขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง โดย

ในกรณีที่ตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 1 ตัว เมื่อตัวอย่างมีขนาด 50 และ 250 พบว่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,LM}$, $R^2_{l,adj,MS}$ และ $R^2_{O,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 500 และ 1000 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$, $R^2_{l,adj,LM}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่ให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$

ในกรณีที่ตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 5 และ 10 ตัว จะให้ผลสรุปที่เหมือนกัน คือ เมื่อตัวอย่างมีขนาด 50 และ 250 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$, $R^2_{l,adj,MS}$ และ $R^2_{l,adj,LM}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$ และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 500 และ 1000 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,LM}$, $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่ให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$

นอกจากนี้ยังพบว่า ค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบาย ขนาดตัวอย่าง และค่า R^2_{true} มีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง และจะเห็นได้ว่าในกรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.3 ค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัวจะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่ากรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.1 ในทุกเงื่อนไขของการศึกษา

ตารางที่ 4.12 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.5

p	n	R^2	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	0.1	0.08942	0.00987	0.09045	0.00912	0.08906	0.00995	0.08981	0.00964	0.08995	0.00936
		0.5	0.47115	0.00965	0.48320	0.00897	0.47011	0.00978	0.47599	0.00927	0.48285	0.00908
		0.9	0.87681	0.00924	0.88399	0.00874	0.87498	0.00932	0.87864	0.00911	0.88279	0.00895
	250	0.1	0.09012	0.00909	0.09083	0.00834	0.08910	0.00917	0.09021	0.00886	0.09076	0.00858
		0.5	0.47428	0.00887	0.48395	0.00819	0.47261	0.00900	0.47768	0.00849	0.48286	0.00830
		0.9	0.87961	0.00846	0.88476	0.00796	0.87592	0.00854	0.88187	0.00833	0.88301	0.00817
	500	0.1	0.09021	0.00831	0.09112	0.00747	0.09110	0.00756	0.09098	0.00808	0.09108	0.00780
		0.5	0.47612	0.00809	0.48482	0.00735	0.48476	0.00741	0.47876	0.00771	0.48296	0.00752
		0.9	0.88176	0.00768	0.88974	0.00694	0.88551	0.00718	0.88359	0.00755	0.88392	0.00739
	1000	0.1	0.09099	0.00753	0.09125	0.00669	0.09120	0.00678	0.09108	0.00730	0.09117	0.00702
		0.5	0.47878	0.00731	0.48596	0.00657	0.48496	0.00663	0.47956	0.00693	0.48338	0.00674
		0.9	0.88587	0.00690	0.89092	0.00616	0.88695	0.00640	0.88596	0.00677	0.88621	0.00661
5	50	0.1	0.09001	0.00652	0.09195	0.00537	0.09098	0.00550	0.09016	0.00591	0.09010	0.00645
		0.5	0.48109	0.00615	0.48835	0.00509	0.48720	0.00535	0.48621	0.00579	0.48525	0.00603
		0.9	0.87874	0.00599	0.88479	0.00496	0.88402	0.00522	0.87898	0.00538	0.87887	0.00587
	250	0.1	0.09101	0.00584	0.09276	0.00502	0.09186	0.00512	0.09220	0.00513	0.09122	0.00577
		0.5	0.48178	0.00537	0.48896	0.00474	0.48798	0.00498	0.48771	0.00501	0.48538	0.00525
		0.9	0.88197	0.00521	0.88501	0.00456	0.88479	0.00476	0.88302	0.00480	0.88271	0.00514

ตารางที่ 4.12 (ต่อ)

p	n	R^2	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
5	500	0.1	0.09131	0.00519	0.09222	0.00403	0.09218	0.00424	0.09208	0.00496	0.09220	0.00414
		0.5	0.48722	0.00497	0.49022	0.00391	0.48806	0.00396	0.48786	0.00459	0.48816	0.00389
		0.9	0.88286	0.00456	0.89084	0.00370	0.88592	0.00378	0.88469	0.00443	0.88661	0.00376
	1000	0.1	0.09209	0.00441	0.09235	0.00293	0.09227	0.00346	0.09218	0.00418	0.09230	0.00336
		0.5	0.48788	0.00419	0.49106	0.00301	0.48848	0.00318	0.48796	0.00381	0.48876	0.00311
		0.9	0.88697	0.00378	0.89202	0.00285	0.88731	0.00300	0.88706	0.00365	0.88805	0.00298
10	50	0.1	0.09201	0.00340	0.09345	0.00201	0.09158	0.00208	0.09126	0.00215	0.09102	0.00333
		0.5	0.48219	0.00303	0.49215	0.00173	0.49150	0.00213	0.49131	0.00223	0.48535	0.00301
		0.9	0.88084	0.00287	0.88629	0.00155	0.88512	0.00200	0.88218	0.00207	0.87901	0.00280
	250	0.1	0.09241	0.00262	0.09426	0.00123	0.09296	0.00130	0.09230	0.00137	0.09132	0.00255
		0.5	0.48288	0.00225	0.49346	0.00115	0.49308	0.00125	0.49281	0.00135	0.48648	0.00213
		0.9	0.88407	0.00209	0.88651	0.00097	0.88589	0.00122	0.88312	0.00129	0.88181	0.00202
	500	0.1	0.09241	0.00207	0.09672	0.00079	0.09448	0.00095	0.09318	0.00184	0.09460	0.00082
		0.5	0.48732	0.00185	0.49572	0.00087	0.49456	0.00091	0.48896	0.00147	0.49496	0.00080
		0.9	0.88296	0.00144	0.89234	0.00071	0.88742	0.00089	0.88579	0.00131	0.88771	0.00078
	1000	0.1	0.09319	0.00129	0.09785	0.00021	0.09477	0.00067	0.09328	0.00106	0.09580	0.00054
		0.5	0.48898	0.00107	0.49656	0.00019	0.49568	0.00059	0.49176	0.00069	0.49596	0.00039
		0.9	0.88807	0.00066	0.89352	0.00013	0.88881	0.00041	0.88816	0.00053	0.88915	0.00026

จากตารางที่ 4.12 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10) ขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง (0.1 0.5 และ 0.9) กรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.5 ให้ ผลสรุปที่เหมือนกรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.3 คือ ความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า

ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง โดยในกรณีที่ตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 1 ตัว เมื่อตัวอย่างมีขนาด 50 และ 250 พบว่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,LM}$, $R^2_{l,adj,MS}$ และ $R^2_{O,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่ เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 500 และ 1000 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$, $R^2_{l,adj,LM}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่ให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$

ในกรณีที่ตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 5 และ 10 ตัว จะให้ผลสรุปที่เหมือนกัน คือ เมื่อตัวอย่างมีขนาด 50 และ 250 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$, $R^2_{l,adj,MS}$ และ $R^2_{l,adj,LM}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$ และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 500 และ 1000 ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด ในทุกระดับของ R^2_{true} รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,LM}$, $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่ให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{O,adj,MS}$

นอกจากนี้ยังพบว่า ค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบาย ขนาดตัวอย่าง และค่า R^2_{true} มีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่แท้จริง และจะเห็นได้ว่าในกรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.5 ค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัวจะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่ากรณีที่สัดส่วนผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.3 ในทุกเงื่อนไขของการศึกษา

4.3.2 การศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของ R^2_{adj} ภายใต้ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายและเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj}

ตารางที่ 4.13 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย มีค่าเท่ากับ 0.3

p	n	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
		$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	0.55526	0.01206	0.56738	0.00961	0.54047	0.01339	0.54357	0.01317	0.56057	0.01116
	250	0.55772	0.01182	0.56977	0.00943	0.54399	0.01321	0.54837	0.01222	0.56623	0.01101
	500	0.56187	0.01092	0.57231	0.00874	0.55310	0.01320	0.55629	0.01131	0.56730	0.01063
	1000	0.56614	0.01058	0.57358	0.00802	0.55556	0.01243	0.55791	0.01113	0.56884	0.01035
5	50	0.58075	0.01126	0.59288	0.00881	0.55499	0.01254	0.57906	0.01234	0.58606	0.01031
	250	0.58320	0.01103	0.59530	0.00864	0.56151	0.01242	0.58190	0.01141	0.59166	0.01025
	500	0.58939	0.01012	0.59778	0.00790	0.56862	0.01240	0.58578	0.01053	0.59281	0.00982
	1000	0.59157	0.00977	0.59909	0.00728	0.57110	0.01161	0.58937	0.01037	0.59432	0.00954
10	50	0.60630	0.01041	0.61836	0.00803	0.58047	0.01173	0.59858	0.01152	0.61162	0.00953
	250	0.60868	0.01022	0.62079	0.00785	0.58503	0.01168	0.59937	0.01060	0.61721	0.00944
	500	0.61286	0.00935	0.62333	0.00712	0.59011	0.01160	0.61028	0.00976	0.61827	0.00901
	1000	0.61709	0.00898	0.62458	0.00649	0.60660	0.01089	0.61594	0.00955	0.61978	0.00876

จากตารางที่ 4.13 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10) และขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) เมื่อกำหนดค่า R^2_{true} มีค่าเท่ากับ 0.9 ในกรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.3 พบว่าความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง และพบว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,LM}$, $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่ให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$

และในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่างพบว่าค่า R^2_{adj} ที่เสนอโดยมิทเบิกค์และสเชมเปอร์ และเลียโอะและแมคกี ที่คำนวณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญจะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่า และค่า MSE น้อยกว่า วิธีความควรจะเป็นสูงสุด และในกรณีที่ตัวแปรอธิบายมีจำนวน 1 ตัว พบว่าค่า $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ กับค่า $R^2_{l,adj,MS}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ และ MSE ที่ไม่แตกต่างกันมากนัก แต่เมื่อตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 5 และ 10 ตัว พบว่าค่า $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ จะมีความเอนเอียงมากกว่าค่า $R^2_{l,adj,MS}$ ค่อนข้างมาก แต่พบว่าค่า $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ ไม่ค่อยแตกต่างกัน

นอกจากนี้ยังพบว่าค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบายและขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.14 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย มีค่าเท่ากับ 0.5

p	n	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
		$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	0.67871	0.01083	0.69083	0.00838	0.65292	0.01216	0.65702	0.01194	0.68402	0.00993
	250	0.68117	0.01059	0.69322	0.00818	0.66444	0.01202	0.67182	0.01102	0.68968	0.00977
	500	0.68532	0.00969	0.69576	0.00748	0.67655	0.01197	0.67974	0.01016	0.69075	0.00937
	1000	0.68959	0.00935	0.69703	0.00686	0.67901	0.01126	0.68036	0.00994	0.69229	0.00912

ตารางที่ 4.14 (ต่อ)

p	n	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
		$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
5	50	0.70420	0.01003	0.71633	0.00758	0.67844	0.01136	0.68951	0.01114	0.70951	0.00913
	250	0.70665	0.00979	0.71875	0.00738	0.68996	0.01122	0.70435	0.01022	0.71511	0.00897
	500	0.71084	0.00889	0.72123	0.00668	0.70207	0.01117	0.70923	0.00936	0.71626	0.00857
	1000	0.71502	0.00855	0.72254	0.00606	0.70455	0.01046	0.71282	0.00914	0.71777	0.00832
10	50	0.72975	0.00923	0.74181	0.00678	0.70392	0.01056	0.72503	0.01034	0.73507	0.00833
	250	0.73213	0.00899	0.74424	0.00658	0.71548	0.01042	0.73082	0.00942	0.74066	0.00817
	500	0.73631	0.00809	0.74678	0.00588	0.72756	0.01037	0.73473	0.00856	0.74172	0.00777
	1000	0.74054	0.00775	0.74803	0.00526	0.72905	0.00966	0.73939	0.00834	0.74323	0.00752

จากตารางที่ 4.14 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10) และขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) เมื่อกำหนดค่า R^2_{true} มีค่าเท่ากับ 0.9 ในกรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.5 พบว่าความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง และพบว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,LM}$, $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$

และในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง พบว่าค่า R^2_{adj} ที่เสนอโดย มิทเบิกค์และสเชมเปอร์ และเลียโอะและแมคกี ที่คำนวณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญจะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่า และค่า MSE น้อยกว่า วิธีความควรจะเป็นสูงสุด และในกรณีที่ตัวแปรอธิบายมีจำนวน 1 ตัว พบว่าค่า $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ กับค่า $R^2_{l,adj,MS}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ และค่า MSE ที่ไม่แตกต่างกันมากนัก แต่เมื่อตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 5 และ 10 ตัว พบว่า ค่า $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ กับค่า $R^2_{l,adj,MS}$ ค่อนข้างแตกต่างกัน โดยที่ค่า $R^2_{l,adj,MS}$ จะให้

ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่า และค่า MSE น้อยกว่า ค่า $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ ตามลำดับ และพบว่าค่า $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{I,adj,MS}$ ไม่ค่อยแตกต่างกัน

นอกจากนี้ยังพบว่าค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบายและขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบและขนาดตัวอย่าง และจะเห็นได้ว่าในกรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.5 ค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัวจะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่ากรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.3 ในทุกเงื่อนไขของการศึกษา

ตารางที่ 4.15 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย มีค่าเท่ากับ 0.7

p	n	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{I,adj,MS}$		$R^2_{I,adj,LM}$	
		$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	0.75520	0.00843	0.76733	0.00598	0.74042	0.00976	0.74353	0.00954	0.76057	0.00753
	250	0.75767	0.00819	0.76979	0.00578	0.74398	0.00962	0.74832	0.00862	0.76618	0.00737
	500	0.76184	0.00729	0.77223	0.00508	0.75306	0.00957	0.75623	0.00776	0.76726	0.00697
	1000	0.76609	0.00695	0.77353	0.00446	0.75555	0.00886	0.75789	0.00754	0.76876	0.00672
5	50	0.78070	0.00763	0.79283	0.00518	0.76492	0.00896	0.77903	0.00874	0.78607	0.00673
	250	0.78317	0.00739	0.79529	0.00498	0.77048	0.00882	0.78182	0.00782	0.79168	0.00657
	500	0.78734	0.00649	0.79773	0.00428	0.77956	0.00877	0.78573	0.00696	0.79276	0.00617
	1000	0.79159	0.00615	0.79903	0.00366	0.78105	0.00806	0.79039	0.00674	0.79426	0.00592
10	50	0.80620	0.00683	0.81833	0.00438	0.79042	0.00816	0.79853	0.00794	0.81157	0.00593
	250	0.80867	0.00659	0.82079	0.00418	0.79598	0.00802	0.80232	0.00702	0.81718	0.00577
	500	0.81284	0.00569	0.82323	0.00348	0.80406	0.00797	0.81123	0.00616	0.81826	0.00537
	1000	0.81709	0.00535	0.82453	0.00286	0.80655	0.00726	0.81689	0.00594	0.81976	0.00512

จากตารางที่ 4.15 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 , 5 และ 10) และขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) เมื่อกำหนดค่า R^2_{true} มีค่าเท่ากับ 0.9 ในกรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.7 พบว่าความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง และพบว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ $R^2_{I,adj,LM}$, $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{I,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$

และในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง พบว่าค่า R^2_{adj} ที่เสนอโดย มิทเบิกค์และสเชมเปอร์ และเลียโอะและแมคกี ที่คำนวณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญจะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่า และให้ค่า MSE น้อยกว่า วิธีความควรจะเป็นสูงสุด แต่ในกรณีที่ ตัวแปรอธิบายมีจำนวน 1 ตัว พบว่าค่า $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ กับค่า $R^2_{I,adj,MS}$ นั้นไม่แตกต่างกันมากนัก แต่เมื่อตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 5 และ 10 ตัว พบว่าค่า $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ กับค่า $R^2_{I,adj,MS}$ จะแตกต่างกันค่อนข้างมาก โดยที่ค่า $R^2_{I,adj,MS}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่าและให้ค่า MSE น้อยกว่า ค่า $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$ ตามลำดับ และพบว่าค่า $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{I,adj,MS}$ ไม่ค่อยแตกต่างกัน

นอกจากนี้ยังพบว่าค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบายและขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง และจะเห็นได้ว่าในกรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.5 ค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัวจะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่ากรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.3 และ 0.5 ในทุกเงื่อนไขของการศึกษา

ตารางที่ 4.16 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบาย มีค่าเท่ากับ 0.9

p	n	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{I,adj,MS}$		$R^2_{I,adj,LM}$	
		$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	0.83170	0.00603	0.84383	0.00358	0.81992	0.00736	0.82003	0.00714	0.83707	0.00513
	250	0.83417	0.00579	0.84629	0.00338	0.82248	0.00722	0.82482	0.00622	0.84268	0.00497
	500	0.83834	0.00489	0.84873	0.00268	0.83056	0.00717	0.83273	0.00536	0.84376	0.00457
	1000	0.84259	0.00455	0.85003	0.00206	0.83305	0.00646	0.83439	0.00514	0.84526	0.00432
5	50	0.85720	0.00523	0.86933	0.00278	0.84142	0.00656	0.85553	0.00634	0.86257	0.00433
	250	0.85967	0.00499	0.87179	0.00258	0.84898	0.00642	0.85832	0.00542	0.86818	0.00417
	500	0.86384	0.00409	0.87423	0.00188	0.85606	0.00637	0.86123	0.00456	0.86926	0.00377
	1000	0.86809	0.00375	0.87553	0.00126	0.85955	0.00566	0.86689	0.00434	0.87076	0.00352
10	50	0.88270	0.00443	0.89483	0.00198	0.86992	0.00576	0.88103	0.00554	0.88807	0.00353
	250	0.88517	0.00419	0.89729	0.00178	0.87148	0.00562	0.88382	0.00462	0.89368	0.00337
	500	0.88934	0.00329	0.89973	0.00108	0.88056	0.00557	0.88773	0.00406	0.89476	0.00297
	1000	0.89359	0.00295	0.89982	0.00046	0.88305	0.00486	0.89139	0.00394	0.89626	0.00272

จากตารางที่ 4.16 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10) และขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) เมื่อกำหนดค่า R^2_{true} มีค่าเท่ากับ 0.9 ในกรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.9 พบว่าความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง และพบว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ $R^2_{I,adj,LM}$, $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{I,adj,MS}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุดคือ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$

และในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง พบว่าค่า R^2_{adj} ที่เสนอโดย มิทเบิกค์และสเชมเปอร์ และเลียโอะและแมคกี ที่คำนวณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญจะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่า และให้ค่า MSE น้อยกว่า วิธีความควรจะเป็นสูงสุด และในกรณีที่ ตัวแปรอธิบายมีจำนวน 1 ตัว พบว่าค่า $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ กับค่า $R^2_{l,adj,MS}$ นั้น ไม่ค่อยแตกต่างกัน แต่เมื่อตัวแปรอธิบายในตัวแบบมีจำนวน 5 และ 10 ตัว พบว่า ค่า $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ กับค่า $R^2_{l,adj,MS}$ จะแตกต่างกันค่อนข้างมาก โดยที่ค่า $R^2_{l,adj,MS}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ ที่ใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่าและให้ค่า MSE น้อยกว่าค่า $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$ ตามลำดับ และพบว่าค่า $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{l,adj,MS}$ ไม่ค่อยแตกต่างกัน

นอกจากนี้ยังพบว่าค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบายและขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบและขนาดตัวอย่าง และจะเห็นได้ว่าในกรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.5 ค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัวจะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากกว่ากรณีที่ระดับความเชื่อถือได้ในตัวแปรอธิบายมีค่าเท่ากับ 0.3 0.5 และ 0.7 ในทุกเงื่อนไขของการศึกษา

4.3.3 การศึกษาเปรียบเทียบความเอนเอียงของ R^2_{adj} ภายใต้อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามและเงื่อนไขอื่นๆ ของ R^2_{adj}

ตารางที่ 4.17 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม มีค่าเท่ากับ 2%

p	n	ประเภทการจำแนกผิด	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	a	0.65750	0.01152	0.58080	0.01403	0.66549	0.01066	0.58129	0.01396	0.66060	0.01106
		b	0.65985	0.01036	0.58304	0.01204	0.66679	0.00984	0.58356	0.01198	0.66541	0.01014
		c	0.65701	0.01254	0.57582	0.01454	0.66401	0.01172	0.57621	0.01413	0.65914	0.01207

ตารางที่ 4.17 (ต่อ)

p	n	ประเภทการจำแนกผิด	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	250	a	0.67600	0.01072	0.59930	0.01323	0.68399	0.00986	0.59979	0.01316	0.67910	0.01026
		b	0.67835	0.00956	0.60154	0.01124	0.68529	0.00904	0.60206	0.01118	0.68391	0.00934
		c	0.67551	0.01174	0.59432	0.01374	0.68251	0.01092	0.59471	0.01333	0.67764	0.01127
	500	a	0.69450	0.00992	0.61780	0.01243	0.70249	0.00906	0.61829	0.01236	0.69760	0.00946
		b	0.69685	0.00876	0.62004	0.01044	0.70379	0.00824	0.62056	0.01038	0.70241	0.00854
		c	0.69401	0.01094	0.61282	0.01294	0.70101	0.01012	0.61321	0.01253	0.69614	0.01047
	1000	a	0.71300	0.00912	0.63630	0.01163	0.72099	0.00826	0.63679	0.01156	0.71610	0.00866
		b	0.71535	0.00796	0.63854	0.00964	0.72229	0.00744	0.63906	0.00958	0.72091	0.00774
		c	0.71251	0.01014	0.63132	0.01214	0.71951	0.00932	0.63171	0.01173	0.71464	0.00967
5	50	a	0.73150	0.00832	0.63180	0.01083	0.73949	0.00746	0.73129	0.01076	0.73460	0.00786
		b	0.73385	0.00716	0.63404	0.00884	0.74079	0.00664	0.73356	0.00878	0.73941	0.00694
		c	0.73101	0.00934	0.62682	0.01134	0.73801	0.00852	0.73021	0.01093	0.73314	0.00887
	250	a	0.75000	0.00752	0.65030	0.01003	0.75799	0.00666	0.74979	0.00996	0.75310	0.00706
		b	0.75235	0.00636	0.65254	0.00804	0.75929	0.00584	0.75206	0.00798	0.75791	0.00614
		c	0.74951	0.00854	0.64532	0.01054	0.75651	0.00772	0.74871	0.01013	0.75164	0.00807
	500	a	0.76850	0.00672	0.66880	0.00923	0.77649	0.00586	0.75229	0.00916	0.77160	0.00626
		b	0.77085	0.00556	0.67104	0.00724	0.77779	0.00504	0.75856	0.00718	0.77641	0.00534
		c	0.76801	0.00774	0.66382	0.00974	0.77501	0.00692	0.75021	0.00933	0.77014	0.00727
	1000	a	0.78700	0.00592	0.68730	0.00843	0.79499	0.00506	0.75579	0.00836	0.79010	0.00546
		b	0.78935	0.00476	0.68954	0.00644	0.79629	0.00424	0.76306	0.00638	0.79491	0.00454
		c	0.78651	0.00694	0.68232	0.00894	0.79351	0.00612	0.75171	0.00853	0.78864	0.00647

ตารางที่ 4.17 (ต่อ)

p	n	ประเภทการจำแนกผิด	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
10	50	a	0.80550	0.00512	0.70580	0.00763	0.81349	0.00426	0.80529	0.00756	0.80860	0.00466
		b	0.80785	0.00396	0.70804	0.00564	0.81479	0.00344	0.80756	0.00558	0.81341	0.00374
		c	0.80501	0.00614	0.70082	0.00814	0.81201	0.00532	0.80491	0.00773	0.80714	0.00567
	250	a	0.82400	0.00432	0.72430	0.00683	0.83199	0.00346	0.82379	0.00676	0.82710	0.00386
		b	0.82635	0.00316	0.72654	0.00484	0.83329	0.00264	0.82606	0.00478	0.83191	0.00294
		c	0.82351	0.00534	0.71932	0.00734	0.83051	0.00452	0.82271	0.00693	0.82564	0.00487
	500	a	0.84250	0.00352	0.74280	0.00603	0.85049	0.00266	0.82629	0.00596	0.84560	0.00306
		b	0.84485	0.00236	0.74504	0.00404	0.85179	0.00184	0.82856	0.00398	0.85041	0.00214
		c	0.84201	0.00454	0.73782	0.00654	0.84901	0.00372	0.82121	0.00613	0.84414	0.00407
	1000	a	0.86100	0.00272	0.76130	0.00523	0.86899	0.00186	0.83479	0.00516	0.86410	0.00226
		b	0.86335	0.00156	0.76354	0.00324	0.87029	0.00104	0.83706	0.00318	0.86891	0.00134
		c	0.86051	0.00374	0.75632	0.00574	0.86751	0.00292	0.82971	0.00533	0.86264	0.00327

a หมายถึง การจำแนกค่า 0 ผิดทั้งหมด

b หมายถึง การจำแนกค่า 1 ผิดทั้งหมด

c หมายถึง การจำแนกค่า 0 และ 1 ผิดอย่างละครึ่ง

จากตารางที่ 4.17 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10 ตัว) และขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) เมื่อกำหนดค่า R^2_{true} มีค่าเท่ากับ 0.9 ในกรณีที่อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม มีค่าเท่ากับ 2% พบว่าความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง และพบว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ จะให้ค่า $\overline{R}^2_{est}$ เป็นค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE สูงที่สุด รองลงมาคือ $R^2_{l,adj,MS}$, $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{l,adj,LM}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} น้อยที่สุดคือ $R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$

และในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง พบว่า เมื่อกำหนดประเภทการจำแนกผิดในตัวแปรตาม โดยที่จำแนกค่า 0 และ 1 ผิดอย่างละครึ่ง จะมีความเอนเอียงมากกว่าการจำแนกค่า 0 ผิดทั้งหมด และจำแนกค่า 1 ผิดทั้งหมดตามลำดับ

นอกจากนี้ยังพบว่าค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบและขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4.18 ค่าสถิติของสัมประสิทธิ์การตัดสินใจแบบต่างๆ ของตัวแบบตัวแปรแฝงที่ได้จากการทำซ้ำ $1,000$ ครั้ง กรณีที่อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม มีค่าเท่ากับ 10%

p	n	ประเภทการจำแนกผิด	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
1	50	a	0.53523	0.01552	0.44969	0.01603	0.55471	0.01466	0.45055	0.01596	0.55097	0.01506
		b	0.54205	0.01506	0.45589	0.01584	0.56139	0.01424	0.45651	0.01528	0.55145	0.01494
		c	0.52997	0.01584	0.44167	0.01654	0.55035	0.01522	0.44218	0.01613	0.53493	0.01575
	250	a	0.55373	0.01472	0.46819	0.01523	0.57321	0.01386	0.46905	0.01516	0.56947	0.01426
		b	0.56055	0.01426	0.47496	0.01504	0.57989	0.01344	0.47501	0.01448	0.56995	0.01414
		c	0.54847	0.01504	0.46017	0.01574	0.56885	0.01442	0.46068	0.01533	0.55343	0.01495
	500	a	0.57223	0.01392	0.48669	0.01443	0.59171	0.01306	0.48755	0.01436	0.58797	0.01346
		b	0.57905	0.01346	0.49259	0.01424	0.59839	0.01264	0.49351	0.01368	0.58845	0.01334
		c	0.56697	0.01424	0.47867	0.01494	0.58735	0.01362	0.47918	0.01453	0.57193	0.01415
	1000	a	0.59073	0.01312	0.50579	0.01363	0.61021	0.01226	0.50605	0.01356	0.60647	0.01266
		b	0.59755	0.01266	0.51178	0.01344	0.61689	0.01184	0.51201	0.01288	0.60695	0.01254
		c	0.58547	0.01344	0.49717	0.01414	0.60585	0.01282	0.49768	0.01373	0.59043	0.01335

ตารางที่ 4.18 (ต่อ)

p	n	ประเภทการจำแนกผิด	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{l,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{l,adj,MS}$		$R^2_{l,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
5	50	a	0.60923	0.01232	0.50269	0.01283	0.62871	0.01146	0.60855	0.01276	0.62497	0.01186
		b	0.61605	0.01186	0.50859	0.01264	0.63539	0.01104	0.61591	0.01208	0.62545	0.01174
		c	0.60397	0.01264	0.49467	0.01334	0.62435	0.01202	0.60318	0.01293	0.60893	0.01255
	250	a	0.62773	0.01152	0.52119	0.01203	0.64721	0.01066	0.62705	0.01196	0.64347	0.01106
		b	0.63455	0.01106	0.52709	0.01184	0.65389	0.01024	0.63401	0.01128	0.64395	0.01094
		c	0.62247	0.01184	0.51317	0.01254	0.64285	0.01122	0.62168	0.01213	0.62743	0.01175
	500	a	0.64623	0.01072	0.53969	0.01123	0.66571	0.00986	0.63155	0.01116	0.66197	0.01026
		b	0.65305	0.01026	0.54559	0.01104	0.67239	0.00944	0.63751	0.01048	0.66245	0.01014
		c	0.64097	0.01104	0.53167	0.01174	0.66135	0.01042	0.62618	0.01133	0.64593	0.01095
	1000	a	0.66473	0.00992	0.55819	0.01043	0.68421	0.00906	0.64005	0.01036	0.68047	0.00946
		b	0.67155	0.00946	0.56409	0.01024	0.69089	0.00864	0.64601	0.00968	0.68095	0.00934
		c	0.65947	0.01024	0.55017	0.01094	0.67985	0.00962	0.63168	0.01053	0.66443	0.01015
10	500	a	0.68323	0.00912	0.57669	0.00963	0.70271	0.00826	0.68295	0.00956	0.69897	0.00866
		b	0.69005	0.00866	0.58259	0.00944	0.70939	0.00784	0.68951	0.00888	0.69945	0.00854
		c	0.67797	0.00944	0.56867	0.01014	0.69835	0.00882	0.67718	0.00973	0.68293	0.00935
	1000	a	0.70173	0.00832	0.59519	0.00883	0.72121	0.00746	0.70105	0.00876	0.71747	0.00786
		b	0.70855	0.00786	0.60109	0.00864	0.72789	0.00704	0.70801	0.00808	0.71795	0.00774
		c	0.69647	0.00864	0.58717	0.00934	0.71685	0.00802	0.69568	0.00893	0.70143	0.00855

ตารางที่ 4.18 (ต่อ)

p	n	ประเภทการจำแนกผิด	$R^2_{O,adj,MS}$		$R^2_{O,adj,LM}$		$R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$		$R^2_{I,adj,MS}$		$R^2_{I,adj,LM}$	
			$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE	$\overline{R}^2_{est}$	MSE
10	50	a	0.72023	0.00752	0.61369	0.00803	0.73971	0.00666	0.70855	0.00796	0.73597	0.00706
		b	0.72705	0.00706	0.61959	0.00784	0.74639	0.00624	0.71051	0.00728	0.73645	0.00694
		c	0.71497	0.00784	0.60567	0.00854	0.73535	0.00722	0.70018	0.00813	0.71993	0.00775
	250	a	0.73873	0.00672	0.63219	0.00723	0.75821	0.00586	0.71005	0.00716	0.75447	0.00626
		b	0.74555	0.00626	0.63809	0.00704	0.76489	0.00544	0.71201	0.00648	0.75495	0.00614
		c	0.73347	0.00704	0.62417	0.00774	0.75385	0.00642	0.70568	0.00733	0.73843	0.00695

a หมายถึง การจำแนกค่า 0 ผิดทั้งหมด

b หมายถึง การจำแนกค่า 1 ผิดทั้งหมด

c หมายถึง การจำแนกค่า 0 และ 1 ผิดอย่างละครึ่ง

จากตารางที่ 4.18 เมื่อพิจารณาความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ภายใต้จำนวนตัวแปรอธิบาย (1 5 และ 10 ตัว) และขนาดตัวอย่าง (50 250 500 และ 1000) เมื่อกำหนดค่า R^2_{true} มีค่าเท่ากับ 0.9 ในกรณีที่อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตาม มีค่าเท่ากับ 10% พบว่าพบว่าความเอนเอียงของ R^2_{adj} แต่ละค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง และพบว่าในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง ค่า $R^2_{O,adj,LM}$ เป็นค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} มากที่สุด และให้ค่า MSE สูงที่สุด รองลงมาคือ $R^2_{I,adj,MS}$, $R^2_{O,adj,MS}$ และ $R^2_{I,adj,LM}$ และค่า R^2_{adj} ที่เอนเอียงจาก R^2_{true} น้อยที่สุดคือ $R^2_{I,adj,SAS_{AIC}}$

และในทุกระดับของจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่าง พบว่า เมื่อกำหนดประเภทการจำแนกผิดในตัวแปรตาม โดยที่จำแนกค่า 0 และ 1 ผิดอย่างละครึ่ง จะมีความเอนเอียงมากกว่าการจำแนกค่า 0 ผิดทั้งหมด และจำแนกค่า 1 ผิดทั้งหมดตามลำดับ

นอกจากนี้ยังพบว่าค่าประมาณของ R^2_{adj} ทุกตัว จะมีค่าต่ำกว่าค่า R^2_{true} โดยที่ค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า R^2_{true} มากขึ้น และค่า MSE จะมีค่าลดลง เมื่อจำนวนตัวแปรอธิบาย และขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าค่า $\overline{R}^2_{est}$ จะแปรผันโดยตรงกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบ และขนาดตัวอย่าง แต่ค่า MSE จะแปรผกผันกับจำนวนตัวแปรอธิบายในตัวแบบและขนาดตัวอย่าง และจะเห็นได้ว่าในกรณีที่อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามมีค่าเท่ากับ 10% จะมีความเอนเอียงมากกว่ากรณีที่อัตราการจำแนกผิดในตัวแปรตามมีค่าเท่ากับ 2% ในทุกเงื่อนไขของการศึกษา