วิทยานิพนธ์

การจัดกำหนดการของระบบผลิตแบบโฟล์วชอป กรณีเวลางานไม่แน่นอน

FLOWSHOP SCHEDULING: UNCERTAIN PROCESSING TIME CASE

นายสวัสดิ์ ภาระราช

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

พ.ศ. 2550

ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมอุตสาหการ)

ปริญญา

วิศวกรรมอุตสาหการ	วิศวกรรมอุตสาหการ
สาขา	**ภาควิชา**

เรื่อง การจัดกำหนดการของระบบผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลางานไม่แน่นอน

Flowshop Scheduling: Uncertain Processing Time Case

นามผู้วิจัย นายสวัสดิ์ ภาระราช

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

ประธานกรรมการ _____

(รองศาสตราจารย์พิชิต สุขเจริญพงษ์, D.Eng.)

กรรมการ _____

(รองศาสตราจารย์อนันต์ มุ่งวัฒนา, Ph.D.)

กรรมการ _____

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เพียงใจ พานิชกุล, Ph.D.)

กรรมการ _____

(อาจารย์ณัฐพล ณัฏฐสมบูรณ์, Ph.D.)

กรรมการ _____

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์พันธ์ปิติ เปี่ยมสง่า, D.Sc.)

หัวหน้าภาควิชา _____

(รองศาสตราจารย์อนันต์ มุ่งวัฒนา, Ph.D.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

_____

(รองศาสตราจารย์วินัย อาจคงหาญ, M.A.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่_____ **เดือน**_____ **พ.ศ.**_____

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การจัดกำหนดการของระบบผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลางานไม่แน่นอน

Flowshop Scheduling: Uncertain Processing Time Case

โดย

นายสวัสดิ์ ภาระราช

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมอุตสาหการ)

พ.ศ. 2550

สวัสดิ์ ภาระราช 2550: การจัดกำหนดการของระบบผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลางานไม่แน่นอน ปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมอุตสาหการ) สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ ประธานกรรมการที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์พิชิต สุขเจริญพงษ์, D.Eng. 189 หน้า

งานวิจัยนี้เกี่ยวกับการจัดกำหนดการสำหรับระบบการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีที่เวลางานไม่แน่นอน ซึ่งแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่กำหนดเวลางานเป็นพิสัย และกรณีที่กำหนดเวลางานในแต่ละเครื่อง จักรเป็นค่าหลายค่าและมีความน่าจะเป็นของแต่ละค่า จุดประสงค์ในการจัดกำหนดการของสองกรณีแตกต่างกันคือ กรณีแรกเป็นการหากำหนดการที่มีค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด กรณีที่สองเป็นการหากำหนดการที่มีค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหวังของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด

กรณีแรก ได้เสนอวิธีแตกกิ่งและจำกัดเขตในการแก้ปัญหาโจทย์ 2 วิธี วิธีแรกมีการคำนวณขอบเขตล่างจากการประยุกต์วิธีการของ Ignall and Schrage, Reverse Johnson, และ CDS (BB_IRJCDS) ทางทฤษฎีวิธีการที่เสนอจะมีประสิทธิภาพในการลดจำนวนปมและเวลาการคำนวณ เมื่อเทียบกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ แต่ผลการทดลองจริง เนื่องจากความซับซ้อนของการคำนวณขอบเขตล่างและข้อจำกัดของคอมพิวเตอร์ไม่สามารถทดลองกับปัญหาที่มีจำนวนงานมากๆ ได้ ทำให้ผลทดลองในกรณีปัญหาขนาดเล็กพบว่าถึงแม้วิธีการ BB_IRJCDS สามารถลดจำนวนปมในการแตกกิ่งแต่ยังไม่มากพอที่จะเห็นว่า BB_IRJCDS ใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่า วิธีที่สองมีการคำนวณขอบเขตล่างแบบไม่พิจารณางานที่ยังไม่ถูกจัดลำดับ (BB_NUJA) วิธีที่สองสามารถลดความซับซ้อนการคำนวณขอบเขตล่างได้ ผลการทดลองสอดคล้องกับทฤษฎีคือมีประสิทธิภาพในการลดจำนวนปม และลดเวลาคำนวณได้มากเมื่อเทียบกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์และวิธีการ BB_IRJCDS ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของวิธีการ BB_IRJCDS เท่ากับ 1.69 และค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของวิธีการ BB_NUJA เท่ากับ 8.33 วิธี BB_IRJCDS และวิธี BB_NUJA สามารถหาคำตอบได้ในเวลาที่เหมาะสมเฉพาะปัญหาที่มีจำนวนงานไม่เกิน 13 งาน และ 14 งานตามลำดับ นอกจากนี้ ได้เสนอวิธี GA กับวิธี MNEH_GA ในการหาคำตอบของปัญหาขนาดใหญ่กว่าพบว่าวิธีทั้งสองสามารถหาคำตอบได้ดี ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของวิธีการ GA และ MNEH_GA เท่ากับ 2.31 และ 1.29 ตามลำดับ ปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพคำตอบและเวลาในการคำนวณของวิธี GA MNEH_GA ได้แก่จำนวนรุ่นที่สร้างใหม่ในกระบวนการ GA และ MNEH_GA กรณีที่สอง ได้มีการศึกษาโดย Barasubramanian และ Grossmann มาแล้ว โดยเขาทั้งสองได้เสนอวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตในการหาคำตอบ (B2002) งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตที่แตกต่างจากวิธีเดิม โดยได้เสนอการคำนวณของเขตล่าง 3 แบบ (P2006, S2006, และ M2006) จากการทดลองพบว่าวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตที่ใช้การหาขอบเขตล่างแบบใหม่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธีที่เสนอโดย Barasubramanian และ Grossmann แม้จะมีจำนวนปมมากกว่า

_____ _____ ___/___/_____

ลายมือชื่อนิสิต ลายมือชื่อประธานกรรมการ

Sawat Pararach 2007: Flowshop Scheduling: Uncertain Processing Time Case. Doctor of Engineering (Industrial Engineering), Major Field: Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering. Thesis Advisor: Associate Professor Pichit Sukchareonpong, D.Eng. 189 pages.

This study concerns a flowshop system with uncertain processing time, similar to real situations. This study considers the flowshop system under two cases of uncertainties. Firstly, processing times are in form of a range and the objective is to find a schedule which has the minimum ranging value between the maximum makespan and the minimum makespan value. Secondly, processing times are in form of a discrete probability function and the objective is to find a schedule which has the minimum expected makespan.

For the first case, the methods of finding the best solution, called " Branch and Bound", are investigated. The first method has a lower bound from partially scheduled jobs and unscheduled jobs, and application of Ignall and Schrage, Reverse Johnson and CDS (BB_IRJCDS). Theoretically, the proposed method will reduce the number of branching nodes and computation time when compared with the complete enumeration method (ENUMAP). Because of BB_IRJCDS has the complex calculation for a lower bound and has a limitation to solve the large size problems. However, the experimental results show that BB_IRJCDS can reduce the number of branching nodes, but requires more computation time. The second method has a lower bound from partially scheduled jobs and does not account for unscheduled jobs (BB_NUJA). This method can reduce the complexity for calculating the lower bound. The experimental results show that BB_NUJA has a smaller number of branching nodes and computation times compared with BB_IRJCDS and ENUMAP. The maximum percentages of deviation of BB_IRJCDS and BB_NUJA are 1.69 and 8.33, respectively. The maximum numbers of jobs of BB_IRJCDS and BB_NUJA are 13 and 14, respectively. Moreover, to solve the large problems, GA and MNEH_GA are proposed. The results show that both methods have performed well. The percentages of deviation of GA and MNEH_GA are 2.31 and 1.29, respectively. The factor affecting the performance and computation time is the amount of reproduction in GA and MNEH_GA.

For the second case, the solution has been proposed by Barasubramanian and Grossmann. They proposed the Branch and Bound (B2002) method. This study proposed three new lower bounds (P2006, S2006, and M2006). The experimental results show that the new lower bounds require less computation time than Barasubramanian and Grossmann's lower bound.

_____ _____ ___ / ___ / _____

Student's signature Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.พิชิต สุขเจริญพงษ์ ประธานกรรมการที่ปรึกษาที่ให้คำปรึกษาและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ และรองศาสตราจารย์ ดร.พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล ได้ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัยนี้ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ตามเป้าหมายที่วางไว้ ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อนันต์ มุ่งวัฒนา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพียงใจ พานิชกุล และอาจารย์ ดร.ณัฐพล ณัฐสมบูรณ์ กรรมการที่ปรึกษาวิชาเอก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธ์ปิติ เปี่ยมสง่า กรรมการที่ปรึกษาวิชารอง และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อภิรัตน์ เลาห์บุตรี อาจารย์ผู้แทนบัณฑิตวิทยาลัย ที่กรุณาสละเวลาเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้ให้คำแนะนำในการแก้ไขข้อบกพร่องจนทำให้วิทยานิพนธ์นี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณทบวงมหาวิทยาลัย ที่ได้ให้การสนับสนุนทุนการศึกษา รวมทั้งผู้บริหารของคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ซึ่งเป็นผู้มีส่วนเกี่ยวข้องกับการพิจารณาทุนพัฒนาอาจารย์สาขาขาดแคลน ทบวงมหาวิทยาลัย ปี พ.ศ. 2544 และให้โอกาสในการลาศึกษาของข้าพเจ้า และขอขอบคุณทุนสนับสนุนการเสนอผลงานวิจัยแบบปากเปล่า ในการประชุมวิชาการของนิสิตระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ พ.ศ. 2549 และทุนสนับสนุนงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ พ.ศ. 2549 มา ณ ที่นี้ด้วย

ขอขอบคุณเพื่อนๆ น้องๆ นักศึกษาบัณฑิตศึกษา สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ ที่ศึกษาในช่วงเวลาเดียวกัน โดยเฉพาะ ดร.ธีรพล อร่ามเกียรติสิริ ที่ช่วยแนะนำการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และขอขอบคุณอาจารย์ เจ้าหน้าที่ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ เจ้าหน้าที่ห้องสมุด เจ้าหน้าที่หน่วยสนับสนุนทุนการศึกษา และเจ้าหน้าที่บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน ที่ช่วยตรวจรูปฟอร์มวิทยานิพนธ์ ประสานงานรับคำร้องต่างๆ

ขอขอบคุณคณาจารย์คณะวิศวกรรมศาสตร์ โดยเฉพาะรองศาสตราจารย์ ดร.บุญทรัพย์ วิชญางกูร รองศาสตราจารย์นรินทร์ วัฒนกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์สมศักดิ์ เชื้อกิตติศักดิ์ และเจ้าหน้าที่ของภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ตลอดจนครอบครัวและญาติพี่น้องของข้าพเจ้าทุกคน ที่คอยให้ความช่วยเหลือสนับสนุน ให้กำลังใจอย่างไม่มีเงื่อนไข จนทำให้เกิดความสำเร็จในการศึกษาของข้าพเจ้าในครั้งนี้

สวัสดิ์ ภาระราช

พฤษภาคม 2550

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (1)
สารบัญตาราง (2)
สารบัญภาพ (3)
คำนำ 1
วัตถุประสงค์ 3
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 3
การตรวจเอกสาร 4
ข้อแตกต่างของคำว่า Sequencing และ Scheduling 4
สมมุติฐานเกี่ยวกับโฟล์วชอป 7
อุปกรณ์และวิธีการ 28
อุปกรณ์ 28
วิธีการ 28
ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตเป็นพิสัย 29
ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็น 45
ผลและวิจารณ์ 52
การทดลองปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตเป็นพิสัย 52
การทดลองปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตแบบมีโอกาส
ความน่าจะเป็น 77
สรุปและข้อเสนอแนะ 94
สรุป 94
ข้อเสนอแนะ 96
เอกสารและสิ่งอ้างอิง 97
ภาคผนวก 102
ก ตัวอย่างการคำนวณโดยวิธี BB_IRJCDS และวิธี BB_NUJA 103
ข การใช้งานโปรแกรม 156
ค ผลการทดลองเพิ่มเติม 165
ประวัติการศึกษาและการทำงาน

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

1	ตัวอย่างอัตราการเติบโตของฟังก์ชั่นความซับซ้อน	5
2	ตัวอย่างโจทย์ปัญหากรณีเวลาการผลิตเป็นพิสัย	23
3	เวลาการผลิตสูงสุดของงานบนเครื่องจักร	24
4	เวลาการผลิตต่ำสุดของงานบนเครื่องจักร	24
5	ตัวอย่างโจทย์ปัญหากรณีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็น	24
6	เปรียบเทียบวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตกับวิธีการแจงนับแบบสมบูรณ์	53
7	แสดงขอบเขตล่างและค่าที่ดีที่สุดโดยเฉลี่ย เมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องจักร	57
8	ผลการทดลองเปรียบเทียบวิธีการ GA, MNEH_GA, และ ENUMAP	60
9	ผลการเปรียบเทียบวิธีการ BB_NUJA กับวิธีการอื่น กรณีพิเศษ	63
10	ผลการทดลองเปรียบวิธีการต่างๆ จำนวนงานระหว่าง 11-15 งาน กรณีทั่วไป	67
11	ผลการทดลอเปรียบเทียบวิธีการ BB_NUJA, GA, และ MNEH_GA	70
12	ผลการทดลองเปรียบเทียบวิธีการต่างๆ จำนวนเครื่องจักรต่างกัน	74
13	เปรียบเทียบวิธีการที่เสนอกับวิธีการสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์	78
14	เปรียบเทียบวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบต่างๆ	80
15	ข้อมูลแสดงอัตราการประกอบ (Q) ความน่าจะเป็นในแต่ละหน่วยการผลิต (P) และความต้องการของแต่ละผลิตภัณฑ์ของกรณีศึกษา	91
16	แสดงค่า Wi ของแต่ละผลิตภัณฑ์	92
17	แสดงการแบ่งผลิตภัณฑ์ไปยังแต่ละสายการผลิตของกรณีศึกษา	93

ตารางผนวกที่

ค1	ผลการเปรียบเทียบวิธีการ BB_NUJA กับวิธีการอื่นกรณีทั่วไป	166
ค2	ผลการเปรียบเทียบวิธีการ BB_NUJA กับวิธีการอื่นกรณีพิเศษ	179
ค3	เปรียบเทียบวิธีการเสนอกับวิธีการสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์	180
ค4	เปรียบเทียบวิธีการ B2002, P2006, S2006 และ M2006	184

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	การจัดกำหนดการแบบฉบับโฟล์วชอป	5
2	แขนงเซตย่อยของวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขต	14
3	แสดงเวลาการผลิตไม่แน่นอนและโอกาสความน่าจะเป็น	20
4	แสดงข้อมูลเวลาการผลิตค่ามากและเวลาการผลิตค่าน้อย	29
5	เวลาการผลิตและเวลาเสร็จสิ้น	30
6	แสดงพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นของลำดับงาน 1-2-3	30
7	การท่องไปในทรีของวิธีการเรียงสับเปลี่ยน กรณีที่มีงาน 4 งาน	32
8	แผนผังแสดงโครงสร้างของขั้นตอนพันธุกรรม	44
9	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธีการต่างๆ	54
10	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีการต่างๆ	54
11	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธีการต่างๆ	55
12	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีการแตกกิ่งที่เสนอ	55
13	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA	56
14	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีการ BB_NUJA	57
15	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนงานกับเวลาในการคำนวณ (2 เครื่องจักร)	58
16	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีการ BB_NUJA (8 งาน)	58
17	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนเครื่องจักรจากคำตอบที่ดีที่สุด (8 งาน)	59
18	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนงานจากคำตอบที่ดีที่สุด (10 เครื่องจักร)	59
19	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาคำนวณกับจำนวนงาน ของวิธี ENUMAP, GA และ MNEH_GA (5 เครื่องจักร)	61
20	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างวลาคำนวณกับจำนวนงานจากคำตอบที่ดีที่สุดของวิธี GA MNEH_GA และ ENUMAP (10 งาน)	62
21	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนเกับจำนวนงานจากคำตอบที่ดีที่สุดของวิธี GA และ MNEH_GA (5 เครื่องจักร)	62

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
22	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนเครื่องจักร จากคำตอบที่ดีที่สุดของวิธี GA, MNEH_GA และ ENUMAP (10 งาน)	63
23	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธีต่างๆ (10 เครื่องจักร)	64
24	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนงานจากคำตอบที่ดีที่สุดของวิธีการต่างๆ (10 เครื่องจักร)	64
25	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA (10 เครื่องจักร)	65
26	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA (10 เครื่องจักร)	65
27	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA (2 เครื่องจักร)	69
28	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA (2 เครื่องจักร)	69
29	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าผลลัพธ์กับจำนวนรุ่นของประชากรในวิธี GA (กรณี18 งาน 12 เครื่องจักร)	71
30	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาคำนวณกับจำนวนรุ่นของประชากรในวิธี GA (กรณี18 งาน 12 เครื่องจักร)	72
31	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนเครื่องจักร (12 งาน)	72
32	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักร (12 งาน)	73
33	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกับจำนวนเครื่องจักร	76
34	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธีการต่างๆ (3 เครื่องจักร)	79
35	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธีต่างๆ (3 เครื่องจักร)	79
36	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบต่างๆ (7 งาน)	80
37	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีต่างๆ (7 งาน)	80

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
38	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธีต่างๆ (4 เครื่องจักร)	82
39	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีต่างๆ (12 งาน)	82
40	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนงานกับเวลาในการคำนวณของวิธีต่างๆ (12 งาน)	83
41	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธีแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบต่างๆ (4 เครื่องจักร)	83
42	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนทางเลือกรวมของวิธีต่างๆ (กรณี12 งาน 5 เครื่องจักร)	84
43	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนทางเลือกรวมของวิธีต่างๆ (กรณี12 งาน 5 เครื่องจักร)	84
44	อุปกรณ์ (ก) Axial Lead และ (ข) Radial Lead	86
45	อุปกรณ์ Dual-in-Line	86
46	เทปบันไดลิงของ Axial Lead	87
47	เทปบันไดลิงของ Radial Lead	87
48	เครื่องจักรวางอุปกรณ์แบบ Axial Lead	88
49	เครื่องจักรวางอุปกรณ์แบบ Radial Lead	88
50	เครื่องหยอดกาว	89
51	เครื่องวาง Chip	89
52	ฟีดเดอร์เครื่องวาง Chip	89
53	เครื่อง IC-Placer	90
54	ฟีดเดอร์ของเครื่อง IC-Placer	90

ภาพผนวกที่

ก1	แผนภูมิต้นไม้ของวิธี BB_IRJCDS กรณี 4 งาน 2 เครื่องจักร	116
ก2	แผนภูมิต้นไม้ของวิธี BB_IRJCDS กรณี 4 งาน 3 เครื่องจักร	132
ก3	แผนภูมิต้นไม้ของวิธี BB_NUJA กรณี 4 งาน 2 เครื่องจักร	144
ก4	แผนภูมิต้นไม้ของวิธี BB_NUJA กรณี 4 งาน 3 เครื่องจักร	155

การจัดกำหนดการของระบบผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลางานไม่แน่นอน

Flowshop Scheduling: Uncertain Processing Time Case

คำนำ

การวางแผนการจัดการทางด้านการผลิตในโรงงานอุตสาหกรรม โดยทั่วไปนับว่ามีความสำคัญมากเพราะถ้าโรงงานอุตสาหกรรมมีการจัดการและการวางแผนที่ดีจะทำให้ประสิทธิภาพในการบริหารสูงและทำให้ค่าใช้จ่ายในการผลิตต่ำลง การจัดกำหนดการ (Scheduling) ที่ดีจะทำให้เวลาที่ใช้การผลิตงานลดน้อยลง ทำให้มีความสามารถในการแข่งขันมากขึ้น โรงงานอุตสาหกรรมโดยทั่วไปมีระบบการผลิตแตกต่างกันขึ้นอยู่กับประเภทหรือลักษณะของผลิตภัณฑ์ที่โรงงานนั้นๆ ดำเนินการอยู่ ปัญหาการจัดกำหนดการแบบโฟล์วชอป (Flowshop Scheduling) เป็นการพิจารณาถึงการจัดทำกำหนดการสำหรับงานให้กับเครื่องจักรที่มีกระบวนการผลิตหลายขั้นตอน แต่ละงานต้องผ่านเครื่อง จักรทุกเครื่องครั้งเดียวและเรียงตามลำดับขั้นตอนที่เหมือนกัน โดยสมมุติว่างานจำนวนหนึ่งพร้อมมารอให้จัดลำดับงาน ณ จุดเริ่มกระบวนการที่เวลาศูนย์ เวลาติดตั้งคิดรวมแล้วในเวลาการผลิตและไม่ขึ้นกับลำดับของงานในตารางลำดับงาน แต่ละงานเมื่อลงมือผลิตจะต้องผลิตต่อจนเสร็จสิ้นไม่สามารถแยกย่อยผลิตได้ (Non-preemption) โดยทั่วไปปัญหาการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปที่ผ่านมามักตั้งสมมุติฐานให้เวลาทำงานสำหรับงานในแต่ละเครื่องจักรมีค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่ง เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ซึ่งไม่สอดคล้องกับลักษณะปัญหาที่เกิดขึ้นจริงในโรงงานอุตสาหกรรม ต่อมาได้มีการตั้งสมมุติ ฐานให้เวลาทำงานสำหรับงานในแต่ละเครื่องจักรมีค่าไม่แน่นอน งานวิจัยที่มีอยู่อาจกำหนด เวลาทำ งานเป็นแบบฟัซซี่ เช่น งานวิจัยของวันวิสาห์ (2544) Hong *et al.* (1998a และ 1998b)

ปัญหาการจัดกำหนดการแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอน (Flowshop Scheduling with Uncertain Processing Time) จะมีความแตกต่างจากปัญหาการจัดกำหนดการแบบโฟล์วชอปโดยทั่วไปตรงที่ เวลาการผลิตแต่ละงานแต่ละเครื่องจักรมีค่าหลากหลายแตกต่างกัน โดยงานวิจัยนี้จะแบ่งเป็นสองกรณีคือกรณีที่ไม่สามารถระบุความน่าจะเป็นของการเกิดเวลาการผลิตที่ต่างกัน แต่ทราบโดยการประมาณจากค่าน้อยที่สุดและค่ามากที่สุดได้ซึ่งกรณีนี้จะเรียกว่า “ตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตเป็นพิสัย” ซึ่งจะเป็นปัญหาหลักของงานวิจัยนี้ เนื่องจากเป็นลักษณะของปัญหาแรกเริ่ม (Original) ที่ไม่มีข้อมูลอ้างอิงมาก่อน กรณีที่สองเป็นการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่เวลาการผลิตสามารถระบุความน่าจะเป็นที่จะมีค่าเวลานั้นๆ ได้ ซึ่งต่อไปจะเรียกว่า “ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตแบบโอกาสความน่าจะเป็น” ถือว่าเป็นปัญหารองเนื่องจากปัญหากรณีที่สองนี้ได้เคยนำเสนอในงานวิจัยของ Balasubramanian and Grossmann เมื่อปี ค.ศ. 2002 แต่มีจุดที่สามารถนำมาพัฒนาต่อได้

จึงเป็นเหตุให้เกิดความสนใจการวิจัยนี้เพื่อขยายผลทางวิชาการ วัตถุประสงค์ของการจัดลำดับงานแบบโฟลว์ชอปโดยทั่วไปคือต้องการหากำหนดการหรือตารางงานที่มีค่าเวลาเสร็จสิ้นของงานทั้งหมดน้อยที่สุด แต่วัตถุประสงค์ของการจัดลำดับงานแบบโฟล์ว ชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอนที่จะเสนอในงานวิจัยนี้อาจแตกต่างจากเดิมเล็กน้อย โดยได้แบ่งจุดประสงค์ออกเป็น 2 แบบตามลักษณะของปัญหา ในกรณีแรกกรณีที่เวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย จุดประสงค์คือต้องการหากำหนดการที่มีพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด ส่วนกรณีที่เวลาการผลิตสามารถระบุความน่าจะเป็นได้ จุดประสงค์คือการจัดตารางการผลิตเพื่อให้ได้ตารางงานที่มีค่าคาดหวังเวลาเสร็จสิ้นของงานน้อยที่สุด การหาค่าพิสัยหรือค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น ซึ่งเป็นตัวชี้วัดหนึ่งทางสถิติที่บ่งชี้ถึงการกระจายของข้อมูล ประโยชน์ของตัวชี้วัดนี้ก็เพื่อสนับสนุนข้อมูลการตัดสินใจให้แผนดำเนินการมีความแม่นยำคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ในการคำนวณพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานใดๆ ในระบบการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตแบบเป็นพิสัยสามารถหาได้จากผลต่างระ หว่างเวลาเสร็จสิ้นของงาน (Makespan) ได้จากการแทนค่าเวลาการผลิตของงานต่างๆ บนเครื่องจักรต่างๆด้วยเวลาการผลิตที่มากที่สุด และเวลาเสร็จสิ้นของงานน้อยที่สุดได้จากการแทนค่าเวลาผลิตของงานต่างๆ บนเครื่อง จักรต่างๆ ด้วยเวลาทำงานที่น้อยที่สุด กรณีที่สองการหาเวลาเสร็จสิ้นเฉลี่ย (Expected Makespan) กรณีนี้เวลาการผลิตสามารถระบุเป็นค่าความน่าจะเป็น ซึ่งงานแต่ละงานจะมีค่าเวลาในการผลิตที่เครื่องจักรเครื่องหนึ่งหลากหลาย ตามค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิด หากพิจารณาแขนงทางเลือกทั้งหมด ที่เกิดจากความหลากหลายของเวลาการผลิตในแต่ละงาน แต่ละเครื่องจักรของตารางงานหรือลำดับการทำงานใดๆ ค่าเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานที่ลำดับเดียวกันของแต่ละแขนงทางเลือกมีค่าไม่เท่ากัน ซึ่งเมื่อนำผลรวมของค่าเวลาเสร็จสิ้นแต่ละแขนงคูณกับความน่าจะเป็นที่เกิดขึ้นของแต่ละแขนงทางเลือกนั้น ก็จะทำให้ได้ค่าคาดหวังหรือค่าเฉลี่ยของเวลาเสร็จสิ้นของตารางการผลิตนั้นๆ

การหาค่าตารางงานที่ดีที่สุดที่จะมีค่าคาดหวังของเวลาเสร็จสิ้นงานทั้งหมดรวมต่ำสุดเป็นงานที่หนัก เพราะมีทางเลือกมากมายให้พิจารณา การหาผลเฉลยของปัญหาการจัดงานแบบโฟล์วชอปเป็นปัญหาที่ใช้เวลาในการหาผลเฉลยที่ดีที่สุดไม่เป็นสัดส่วนโดยตรงกับขนาดของปัญหา โดยเฉพาะการหาผลเฉลยที่ดีที่สุดที่นำทุกค่าของเวลาการผลิตทุกค่าที่เป็นไปได้มาพิจารณา ซึ่งจะทำให้ทางเลือกของผลเฉลยมีจำนวนมากและยิ่งจำนวนงานเพิ่มขึ้นจำนวนทางเลือกของผลเฉลยยิ่งเพิ่มขึ้นมากแบบทวีคูณ โดยทั่วไปปัญหาจัดกำหนดการเมื่อเพิ่มงานในการพิจารณาขึ้นเพียงงานเดียวกลับใช้เวลาในการค้นหาผลเฉลยที่ดีที่สุดเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง (Exponential) ซึ่งมักเรียกปัญหาลักษณะนี้ว่า เอ็นพี-ฮาร์ด (NP-Hard) วิธีการหาผลเฉลยดีที่สุดแบบแม่นตรง (Exact Solution) ของปัญหาจัดกำหนดการแบบโฟล์วชอป วิธีการที่นิยมใช้ คือ กลวิธีขยายและจำกัดเขต (Branch and Bound) และวิธีการกำหนดการเชิงเส้น ตรงจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming) แต่สำหรับปัญหาการจัดกำหนดการแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอน มีงานวิจัยที่ระบุว่า กลวิธีขยายและจำกัดเขต มีความรวดเร็วกว่าวิธีการกำหนดการเชิงเส้นตรงจำนวนเต็ม (Integer Programming) (Balasubramanian and Grossman, 2002)

วัตถุประสงค์

1. นำเสนอวิธีการขยายและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) ในการแก้ปัญหาการจัดกำหนดการแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตไม่แน่นอน ในรูปแบบเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย และรูปแบบเวลาการผลิตที่มีโอกาสความน่าจะเป็น จากขอบเขตล่างที่เสนอขึ้นมาใหม่

2. ประเมินประสิทธิภาพในด้านเวลาการคำนวณ และจำนวนปมในการหาคำตอบเปรียบเทียบระหว่างวิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตในแต่ละวิธี ทั้งปัญหาโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัยและกรณีเวลาการผลิตที่มีความน่าจะเป็น

<u>ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ</u>

1. ในกรณีที่มีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย สามารถนำไปใช้ในการกำหนดเวลาส่งมอบ (Due Date) ในการส่งมอบสินค้า โดยใช้ค่าเวลาเสร็จสิ้นในกรณีเวลาการผลิตค่ามากจากตารางงานผลิตที่ให้ค่าพิสัยน้อยสุด ซึ่งจะ**มีความแม่นยำมากกว่า** การกำหนดเวลาส่งมอบจากการคำนวณจากการจัดตารางงานผลิตโดยเลือกใช้เวลาการผลิตค่าเดียว หรือ **มีความรวดเร็วในการคำนวณมากกว่า** การกำหนดเวลาส่งมอบจากเวลาเสร็จสิ้นกรณีเวลาการผลิตสูงสุดจากตารางงานผลิตที่ให้ค่าคาดหวังเวลาการผลิตต่ำสุด ดังนี้

1.1 การกำหนดเวลาส่งมอบโดยเลือกใช้เวลาการผลิตค่าเดียว ถ้ากำหนดเวลาส่งมอบเท่ากับค่าเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานที่มีเวลาเสร็จสิ้นกรณีค่ามากน้อยที่สุด อาจทำให้เวลาเสร็จสิ้นจริงน้อยกว่ากำหนดส่งมอบมากเกินไป และเนื่องจากพื้นที่จัดเก็บผลิตภัณฑ์สำเร็จมีจำกัด การที่ต้องเก็บสินค้าไว้เพื่อการส่งมอบเป็นจำนวนมากอาจเป็นสิ่งที่เป็นไปไม่ได้

1.2 ถ้าเวลาการผลิตมีการกระจายแบบจำนวนเต็มมีค่าความน่าจะเป็น การกำหนดเวลาส่งมอบจากค่าเวลาเสร็จสิ้นที่มากสุดจากตารางงานผลิตที่ให้ค่าคาดหวังเวลาการผลิตน้อยที่สุดจะมีความซับซ้อนในการแก้ปัญหามากกว่าการกำหนดส่งมอบจากค่าเวลาเสร็จสิ้นกรณีมากจากตารางงานผลิตที่ให้ค่าพิสัยน้อยสุดโดยพิจารณาเวลาการผลิตที่มีค่าเป็นพิสัย เนื่องจากการคำนวณค่าคาดหวังเวลาเสร็จสิ้นต้องคำนึงถึงทางเลือกที่มีเป็นจำนวนมากของทุกเวลาการผลิตที่เป็นไปได้ในแต่ละเครื่องจักร ขณะที่การพิจารณาเวลาการผลิตที่มีค่าเป็นพิสัย คำนึงถึงแต่ค่ามากสุดและค่าน้อยสุดของเวลาการผลิตเท่านั้น

2. ในกรณีที่มีเวลาการผลิตมีค่าความน่าจะเป็น วิธีการที่นำเสนอสามารถนำไปใช้ในปัญหาการผลิตในอุตสาหกรรม ตารางงานผลิตที่ได้จะให้ค่าความคาดหวังเวลาที่จะผลิตสินค้าเสร็จสิ้นน้อยที่สุด

การตรวจเอกสาร

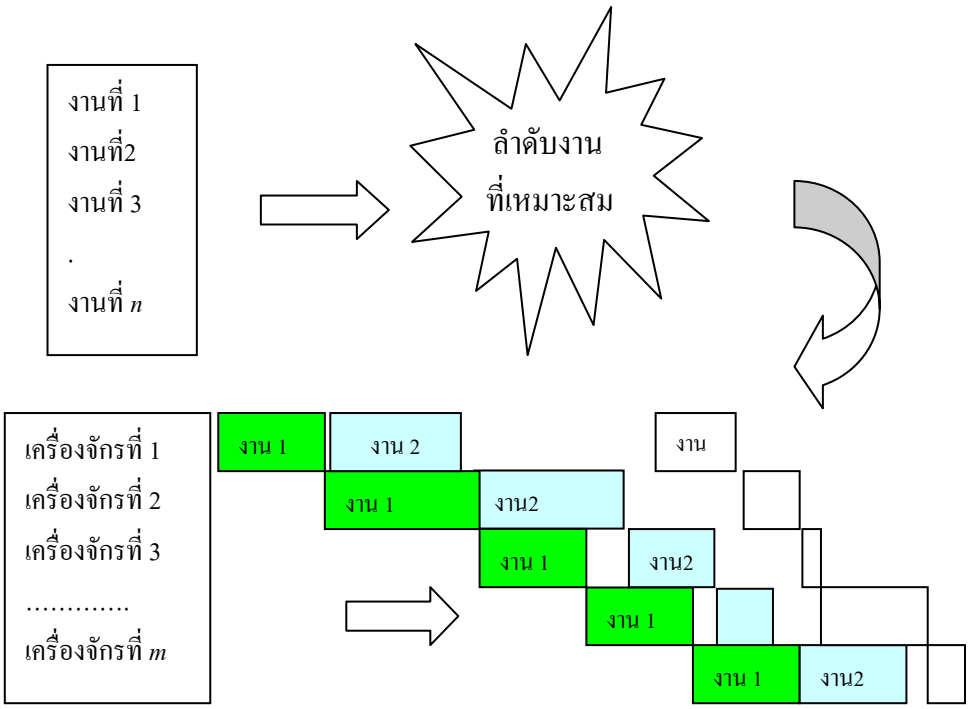
ข้อแตกต่างของคำว่า Sequencing และ Scheduling

อาจจะมีผู้สับสนว่า Sequencing และ Scheduling ต่างกันอย่างไร Sequence ตามพจนานุกรมของ สอ เสถบุตร แปลว่า การจัดลำดับของเหตุการณ์ ส่วน Scheduling แปลว่า หมายกำหนดการ และของ ราชบัณฑิตยสถาน Sequencing แปลว่า การจัดลำดับ ส่วน Scheduling แปลว่า การจัดกำหนดการ ซึ่งจะเห็นว่ายังมีความหมายไม่ได้แตกต่างกันชัดเจนเท่าใดนัก แต่ปัจจุบันผู้แต่งส่วนใหญ่จะใช้คำว่า Scheduling มากกว่า เนื่องมาจาก Scheduling มีความหมายกว้างกว่าไม่เพียงแต่การจัดลำดับแต่รวมถึงการลำดับกำหนดการของกิจกรรมภายใต้ข้อจำกัดต่างๆ เช่น ข้อจำกัดด้านทรัพยากร เวลาส่งมอบ หรือ เวลาการติดตั้ง เป็นต้น

ลักษณะพิเศษเฉพาะของการผลิตระบบโฟล์วชอป

งานวิจัยแรกที่เกี่ยวกับการผลิตแบบโฟล์วชอปเมื่อ 50 ปีที่ผ่านมา โดย Johnson (1954) ต่อมาได้มีบทความวิจัยที่เกี่ยวข้องอีกไม่ต่ำกว่า 1200 บทความกล่าวถึง (Gupta *et al*., 2006) ลักษณะพิเศษของการจัดกำหนดการตามแบบฉบับโฟล์วชอป (Classical Flowshop) คือการจัดลำดับงานจำนวน n งาน ($J_1, J_2, J_3,...,J_n$) ที่เข้ามาในระบบพร้อมกันเพื่อทำงานกับหน่วยผลิตหรือเครื่องจักรจำนวน m หน่วย ($I_1,I_2,...,I_m$) ที่วางในลักษณะเรียงกันแบบอนุกรม งานแต่ละงานจะต้องผ่านตามลำดับของเครื่องจักรที่จัดวางไว้ แต่ละงานจะมีขั้นตอนการทำงานเท่ากับจำนวนเครื่องจักรที่อยู่ในระบบ (Potts *et al.*, 1991) เซตของการจัดลำดับ (Sequence) $\prod (\prod_1, \prod_2...,\prod_m)$ อันดับของงานดำเนินการในแต่ละเครื่องจักรอาจไม่เหมือนกัน (Non-permutation)

หากอันดับของงานดำเนินการบนเครื่องจักร m เครื่อง อันดับของงานที่ผ่านแต่ละเครื่องจักรมีอันดับเหมือนกัน เรียกว่า Permutation flowshop ($\prod_1 = \prod_2,=...=,\prod_m$)โดยงานเมื่อเริ่มผลิตในหน่วยผลิตหรือเครื่องจักรใดๆ จะต้องผลิตจนครบจำนวนไม่สามารถเก็บไว้ผลิตตอนหลังหรือแบ่งแยกไปผลิตในเครื่องจักรอื่นได้ (Non preemptive) เวลาของกระบวนการ (Processing time) รู้ในลักษณะเป็นค่าตรึง (fixed) เวลาที่งานเริ่มต้นของงาน j เรียกว่าเวลาเริ่มของงาน j (r_j) เวลาที่งาน j เสร็จเรียกว่า เวลางานเสร็จของงาน j (C_j) เวลางานเสร็จของงานที่มีค่ามากที่สุดเรียกว่าเวลาเสร็จสิ้น (Makespan) ; C_{max} วัตถุประสงค์ส่วนใหญ่สนใจเวลางานเสร็จของงานสุดท้ายบนเครื่องจักรสุดท้ายน้อยที่สุด อนึ่งถ้ามีการพิจารณาเวลาการติดตั้ง (Setup Time) ที่เกิดขึ้นกรณีมีการเปลี่ยนการผลิตงาน j บนเครื่องจักร i เป็นงาน j+1 หรือกำหนดเวลาส่งมอบของงาน d_j จะทำให้ปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้น ดังแสดงใน ภาพที่ 1



ภาพที่ 1 การจัดกำหนดการแบบฉบับโฟล์วชอป

การวิเคราะห์เชิงเส้นกำกับของขั้นตอนวิธี

ดังได้กล่าวมาแล้วมีวิธีการแก้ปัญหามากมาย ถ้าปัญหาขนาดเล็กวิธีการหรือขั้นตอนวิธีใดๆ ก็ใช้ได้ไม่ต่างกัน ถ้าหากปัญหาขนาดใหญ่ขึ้นจำเป็นต้องวิเคราะห์ประสิทธิภาพของวิธีการนั้นว่าเหมาะสมกับการใช้งานหรือไม่ ก่อนจะทำการศึกษาความซับซ้อนของขั้นตอนวิธี พื้นฐานที่ต้องเข้าใจอันดับแรกคืออัตราการเติบโตของฟังก์ชั่นความซับซ้อน (Complexity Function, C(n)) ดังแสดงในตัวอย่างดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวอย่างอัตราการเติบโตของฟังก์ชั่นความซับซ้อน

n	$\text{Log}_2 n$	n	n^2	2^n	n!
2	1	2	4	4	2
4	2	4	16	16	24
8	3	8	64	256	40,320
16	4	16	256	65536	2.1×10^{13}
32	5	32	1024	4.3×10^{9}	2.6×10^{35}

เป็นที่ทราบกันดีว่าขั้นตอนวิธีใดมีจำนวนขั้นตอนในการแก้ปัญหาน้อยเป็นขั้นตอนวิธีที่ต้องการทางวิชาการ ฟังก์ชั่นความซับซ้อนโดยทั่วไป ถ้า $C(n)= \log n$ หมายถึงฟังก์ชั่นการเจริญเติบหรือฟังก์ชั่นความซับซ้อนเป็นฟังก์ชั่นของลอการิทึมจะมีการเติบโตน้อย แต่ถ้า $C(n)= n^2$ แสดงว่าเป็นฟังก์ชั่นของ

กำลังสอง (Quadratic) มาตรวัดฟังก์ชั่นความซับซ้อนอาศัยความสัมพันธ์ระหว่าง C(n) และ C(n+1) นำมาเป็นตัวชี้วัดที่เกี่ยวกับฟังก์ชั่นความซับซ้อนของคำตอบ เรียกว่า อัตราการเติบโต (Rate of Growth) ได้จาก $\frac{C(n+1)}{C(n)}$ ถ้าอัตราการเติบโตเป็นแบบพหุนาม (Polynomial) จะดีกว่า อัตราการเติบโตที่เป็นเลขยกกำลัง (Exponential) และแฟคตอเรียล (Factorial) การคำนวณหาอัตราการเติบโตมักจะวิเคราะห์จากฟังก์ชั่นความซับซ้อนในกรณีแย่ที่สุด(Worse Case Performance Analysis)

<u>สัญกรณ์โอตัวใหญ่ (Big O Notation)</u>

ในการประเมินค่าฟังก์ชั่นความซับซ้อนสำหรับค่า n มากๆ ได้จากการประมาณอัตราการเติบโตของฟังก์ชั่นไม่ใช่ได้จากอัตราการเติบโตจริง ดังนี้

- ถ้าอัตราการเติบโตคงที่ สัญกรณ์โอตัวใหญ่คือ O(1)
- ถ้าอัตราการเติบโตเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรง สัญกรณ์โอตัวใหญ่คือ O(n)
- ถ้าอัตราการเติบโตเพิ่มขึ้นแบบกำลังสอง สัญกรณ์โอตัวใหญ่คือ O(n^2)

นิยามทั่วไปกล่าวว่า ถ้าฟังก์ชั่นความซับซ้อน t(n) = O(f(n)) ณ ค่าคงที่ c ใดๆ และค่าของ n ใดๆ จะได้ว่า t(n) $\leq$ c * f(n) หรือ c*f(n) จะเป็นขอบเขตบนของฟังก์ชั่น t(n) เสมอ ณ ค่าคงที่ c และ n ใดๆ

ตัวอย่าง

$t(n) = 3*n^2 + 5 = O(n^2)$

ที่มาคือ ถ้า $t(n) = 3*n^2 + 5$ จะได้ว่า $t(n) = O(n^2)$ สมมุติ เลือก n =2 , c= 4

$t(n) = 3*2^2+5 \leq 4*2^2$ แสดงว่า $f(n) = n^2$ หรือ $t(n) = O(n^2)$

หมายเหตุ $t(n) \neq O(n)$ เพราะ ถ้าเลือก c= 4, n=2 จะได้ $t(n) = 3*2^2+5 \geq 4*2$ แสดงว่า $f(n) \neq n$ หรือ $t(n) \neq O(n)$

$f1(n) = 10\ n + 25\ n^2 = O(n^2)$

$f2(n) = 20\ n \log n + 5\ n = O(n \log n)$

$f3(n) = 12\ n \log n + 0.05\ n^2 = O(n^2)$

$f4(n) = n^{1/2} + 3\ n \log n = O(n \log n)$

$f1(n) = 10\ n + 25\ n^2 = O(n^2)$

$f2(n) = 20\ n \log n + 5\ n = O(n \log n)$

$f3(n) = 12\ n \log n + 0.05\ n^2 = O(n^2)$

$f4(n) = n^{1/2} + 3\ n \log n = O(n \log n)$

<u>ความหมายสัญกรณ์อื่น ที่เกี่ยวข้องมีดังนี้</u>

O อ่านว่า Big Oh คือ สัญกรณ์ที่แสดงขอบเขตบนของฟังก์ชั่น

Ω อ่านว่า Omega คือ สัญกรณ์ที่แสดงขอบเขตล่างของฟังก์ชั่น

Θ อ่านว่า Theta คือ สัญกรณ์ที่แสดงขอบเขตแน่นของฟังก์ชั่น

สัญกรณ์เหล่านี้ใช้สำหรับทำให้เราทราบขอบเขตของฟังก์ชั่นภายใต้ตัวแปรใดที่เลือก

ตัวอย่าง $f(n) = O(g(n))$ หมายถึง $c \times g(n)$ เป็นขอบเขตบนของ $f(n)$

$f(n) = \Omega(g(n))$ หมายถึง $c \times g(n)$ เป็นขอบเขตล่างของ $f(n)$

$f(n) = \Theta(g(n))$ หมายถึง $f(n)$ และ$g(n)$ มีอัตราการเติบโตเท่าๆ กัน

<u>ปัญหาเอ็นพี-ฮาร์ด (NP-hard)</u>

เอ็นพี-ฮาร์ด คือปัญหาที่หาผลเฉลยที่ดีที่สุดได้ยาก (Non-Polynomial Hardness, NP-hard) หรือปัญหาที่ใช้เวลาในการหาผลเฉลยยาวนานและเวลาในการหาผลเฉลยจะเพิ่มมากขึ้นเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียลเมื่อมีขนาดของปัญหาเพิ่มขึ้น (วันวิสาห์, 2544) ปัญหา NP-hard เป็นปัญหาโดยทั่วไปแล้วจะใช้วิธีฮิวริสติคในการแก้ปัญหา รายงานวิจัยของแกเรย์และคณะ (Garey *et al.*, 1976) พิสูจน์ไว้ว่าปัญหาโฟล์วชอปที่มีเครื่องจักรตั้งแต่สามเครื่องจักรขึ้นไปเป็นปัญหา NP-hard

<u>สมมุติฐานเกี่ยวกับโฟล์วชอป</u>

<u>สมมุติฐานเกี่ยวกับงาน</u>

ก. แต่ละงานพร้อมตั้งแต่เริ่มต้นของเวลาจัดกำหนดการ (J1)

ข. แต่ละงานอาจมีกำหนดส่งมอบที่แน่นอนและเปลี่ยนแปลงไม่ได้ (J2)

ค. แต่ละงานเป็นอิสระต่อกัน (J3)

ง. แต่ละงานมีการทำงานเฉพาะทำโดยเครื่องจักรเครื่องเดียว (J4)

จ. แต่ละงานกำหนดลำดับโดยทางเทคนิคที่เหมือนกันทุกงานและคงที่ (J5)

ฉ. แต่ละงานรู้เวลาการผลิตที่แน่นอนในการผลิตในแต่ละเครื่องจักร ซึ่งรวมเวลาขนส่งและเวลาในการติดตั้ง (ถ้ามี) แต่ละงานเป็นอิสระสำหรับในการมาก่อนหรือตามหลังก็ได้ (J6)

ช. แต่ละงานทำได้ไม่เกินครั้งเดียวในแต่ละเครื่องจักร (J7)

ซ. แต่ละงานสามารถรอระหว่างเครื่องจักร หรือยอมให้มีงานระหว่างกระบวนการ (J8)

<u>สมมุติฐานเกี่ยวกับเครื่องจักร</u>

ฌ. แต่ละชนิดของเครื่องจักรมีเครื่องจักรเดียว (M1)

ญ. แต่ละเครื่องจักรว่างตอนเริ่มต้นของการจัดกำหนดการ (M2)

ฎ. แต่ละเครื่องจักรทำงานอิสระต่อกัน และทำเต็มความสามารถ (M3)

ฏ. แต่ละเครื่องจักรทำได้ครั้งละงานเดียว ไม่ใช่เครื่องจักรที่ทำงานได้ทีละหลายงานพร้อมกัน (M4)

ฐ. แต่ละเครื่องจักรพร้อมเสมอแบบต่อเนื่องในการที่จะทำงานตลอดพิสัยของการทำงาน หรือไม่มีการคำนึงถึง เครื่องจักรชำรุด การบำรุงรักษา (M5)

<u>สมมุติฐานเกี่ยวกับนโยบายในการทำงาน</u>

ฑ. แต่ละงานทำในเวลาแรกที่สุดเท่าที่จะทำได้ หรือไม่มีงานหรือเครื่องจักรใดที่ตั้งใจให้มีเวลารอได้ (P1)

ฒ. แต่ละงานถูกพิจารณาให้เป็นชิ้นที่ไม่สามารถแบ่งย่อยได้ แม้ว่ามันอาจจะประกอบด้วยจำนวนชิ้นหลายๆ ชิ้น (P2)

ณ. แต่ละงานถ้าเริ่มผลิตแล้วไม่สามารถระงับหรือหยุดได้จนกว่าจะเสร็จสิ้น (P3)

ด. แต่ละงานหากเริ่มต้นในเครื่องจักรใดแล้ว จะต้องเสร็จก่อนงานอื่นจึงจะเริ่มทำได้ หรือ ไม่มีการแทรกงานอื่น (Non-preemptive priorities) (P4)

ต. แต่ละงานทำบนเครื่องจักรได้ครั้งละเครื่องจักร ผลสอดคล้องกับ (J5) และ (P2) (P5)

ถ. แต่ละเครื่องจักรถูกเตรียมพื้นที่เพียงพอต่อการเก็บงานที่รอคอยเครื่องจักรต่อไป (P6)

ท. แต่ละเครื่องจักร ถูกจัดสรรให้กับงานภายใต้การพิจารณาสำหรับจัดกำหนดการ (P7) หรือไม่ใช้เครื่องจักรในวัตถุประสงค์อื่นตลอดพิสัยเวลาการจัดกำหนดการ (P8)

ธ. แต่ละเครื่องจักรทำการผลิตงานตามลำดับที่เหมือนกันไม่มีการผ่านหรือแซงของงานใดๆ (P9)

งานวิจัยด้านโฟล์วชอป

จากสมมุติฐานทั้งหมดที่กล่าวมา หากมีการเปลี่ยนแปลงบางสมมุติฐาน ทำให้เกิดรูปแบบของปัญหาโฟล์วชอปที่แตกต่างกันออกไป เช่น โฟล์วชอปที่ไม่มีการคอยระหว่างกระบวนการ (No Intermediate Queues, NIQ) โฟล์วชอปที่มีเวลาการติดตั้ง (Sequence-Dependent Setup Time, SDST) โฟล์วชอปแบบยืดหยุ่น (Flexible Flowshop) หรือ โฟล์วชอปแบบผสม (Hybrid Flowshop) เป็นต้น นอกจากนั้นในส่วนของเวลาการผลิต เวลาการส่งมอบ ก็มีการพิจารณาแบบคงที่ (Deterministic) และความไม่แน่นอน (Uncertainty) ซึ่งทำให้ปัญหาโฟล์วชอปมีความหลากหลายรูปแบบ และมีการพัฒนางานวิจัยอย่างต่อเนื่องตลอดระยะเวลา 50 ปีที่ผ่านมาตามรายงานของ Gupta and Standford (2006)

ศัพท์เฉพาะของพารามิเตอร์สำหรับโฟล์วชอป

Papadimitriou and Steiglitz (1982) ได้แบ่งแยกประเภทของลักษณะพิเศษของปัญหาการจัดกำหนดการเพื่อป้องกันความสับสน ด้วยพารามิเตอร์รหัสสามตัว ได้แก่ $\alpha/\beta/\gamma$

α = สภาพแวดล้อมของเครื่องจักร พารามิเตอร์ที่ใช้แทน α ได้แก่

I = เครื่องจักรเดียวในระบบการผลิต (Single machine)

P_m = เครื่องที่วางขนานมีประสิทธิภาพเท่ากันจำนวน *m* เครื่องจักร (Identical machines in parallel)

Q_m = เครื่องที่วางขนานมีประสิทธิภาพ ไม่เท่ากัน จำนวน *m* เครื่องจักร (Machines in parallel with different speed)

R_m = เครื่องที่วางขนานไม่มีความสัมพันธ์กัน จำนวน *m* เครื่องจักร (Unrelated machines in parallel)

F_m = เครื่องจักรจำนวน *m* เครื่องวางเรียงแบบอนุกรมหรือโฟล์วชอป (Flowshop with *m* machines in series)

β หมายถึง เงื่อนไขหรือข้อจำกัดของการจัดกำหนดการ พารามิเตอร์ที่ใช้แทน β ได้แก่

S_{ijk} เวลาติดตั้งระหว่างงาน *j* และงาน *k* บนเครื่องจักร i

prmp การที่แต่ละงานสามารถหยุดให้งานอื่นแทรกขัดจังหวะขณะที่ยังไม่เสร็จสิ้นแล้วกลับทำต่อภายหลังได้ (Preemption)

prmu อันดับของงานที่ผ่านแต่ละเครื่องจักรมีลำดับเหมือนกัน (Permutation)

block การที่งานเสร็จแล้วแต่ยังส่งต่อไปยังหน่วยผลิตอื่นไม่ได้เนื่องจากข้อจำกัดพื้นที่เก็บของเครื่องจักรในขั้นตอนถัดไป

nwt ข้อจำกัดที่งานไม่สามารถเกิดการรอระหว่างเครื่องจักร (No wait)

recurc การที่งานสามารถหมุนเวียนกลับไปเริ่มขั้นตอนที่ผ่านมาได้

<u>γ หมายถึง ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ พารามิเตอร์ที่ใช้แทน γ ได้แก่</u>

C_j = เวลางานเสร็จของงาน *j* น้อยที่สุด

C_{max} = เวลางานเสร็จสิ้นสั้นที่สุด (Minimize makespan); $C_{max} = \max (C_1 , C_2 ,.., C_n)$

C_j-r_j = เวลางานอยู่ในระบบน้อยที่สุด (Minimize flow time)

$L_j = C_j – d_j$ จำนวนงานเสร็จช้ากว่ากำหนดส่งงานน้อยที่สุด (Minimize job lateness)

<u>กฎเกณฑ์ในการจัดงานพื้นฐาน</u>

กฎเกณฑ์ในการจัดงานโดยทั่วไป (Dispatching rules) ได้แก่

1. รับก่อนทำก่อน (First Come First Served, FCFS) หมายถึงงานที่เข้ามาก่อนได้รับบริการก่อน
2. ทำงานที่ใช้เวลาน้อยที่สุดก่อน (Shortest Processing Time, SPT) หมายถึง งานใดมีเวลาการทำน้อยที่สุดทำก่อน เรียงตามลำดับงานตามเวลาทำงานจากน้อยไปมาก
3. การทำงานที่ใช้เวลานานที่สุดก่อน (Longest Processing Time, LPT) หมายถึง งานใดที่ใช้เวลาในการทำงานมากทำก่อน และเรียงลำดับงานตามเวลางานจากมากไปน้อย
4. ทำงานที่จะถึงกำหนดส่งก่อน (Earliest Due Date, EDD) หมายถึง งานที่มีเวลากำหนดส่งน้อยทำก่อน และเรียงลำดับงานตามเวลาส่งงานจากน้อยไปมาก
5. ทำงานที่มีเวลาเหลือสำหรับทำน้อยที่สุดก่อน (Minimum Slack Time, MST) เหมาะกับกรณีที่งานผ่านหลายขั้นตอน เวลาเหลือคือผลต่างของเวลากำหนดส่งของงานนั้นกับเวลาที่ต้องใช้ในการผลิต
6. งานเข้าทีหลังทำก่อน (Last Come First Serve, LCFS) หมายถึง เข้ามาทีหลังที่สุดจะได้รับการบริการก่อน

<u>วิธีการหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุดแบบแม่นตรงของปัญหาโฟล์วชอป</u>

ได้มีการพยายามหาวิธีการหาผลเฉลยหลากหลายวิธี วิธีการง่ายที่สุดคือการค้นหาทุกทางเลือกที่เป็นไปได้ (Permutation) เป็นที่รู้กันว่าทางเลือกที่เป็นไปได้ สำหรับปัญหา 25 งาน คือ 25! หรือ $1.55*10^{25}$ ทางเลือก ซึ่งถ้าใช้เครื่องคำนวณที่มีความเร็วในการคำนวณ 10^{12} ทางเลือกต่อวินาทีจะใช้เวลาถึง 10^{13} วินาที หรือ 300,000 ปี ซึ่งทำให้ไม่สามารถหาผลเฉลยได้ในเวลาที่ยอมรับได้โดยเฉพาะเมื่อปัญหา

ขนาดใหญ่ขึ้น วิธีการที่นิยมใช้คือพยายามแตกปัญหาใหญ่ให้เป็นปัญหาย่อยๆ ทำการหาผลเฉลยในปัญหาย่อย แล้วเอาผลที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในขั้นตอนต่อๆไปจนได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด

สามารถแบ่งวิธีการหาผลเฉลยใหญ่ได้เป็น 2 ชนิด ได้แก่ วิธีการหาผลเฉลยแบบแม่นตรง (Exact solution method) และวิธีการหาผลเฉลยแบบไม่แม่นตรง (Non-exact solution method) วิธีการหาผลเฉลยแบบแม่นตรงมีข้อจำกัดเกี่ยวกับขนาดของปัญหา วิธีการหาผลเฉลยแบบไม่แม่นตรงจึงมีบทบาทมาก โดยเฉพาะปัญหาแบบเอ็นพีฮาร์ด วิธีการหาผลเฉลยแบบไม่แม่นตรงอาจแยกได้เป็นวิธีวิทยาการสำนึกหรือฮิวริสติค (Heuristic) และวิธีอภิวิทยาการสำนึก (Meta-heuristic) วิธีหาผลเฉลยแบบไม่แม่นตรงมีข้อจำกัดเกี่ยวกับคุณภาพของค่าผลเฉลยที่เหมาะสมแต่หากเพิ่มจำนวนรอบหรือเวลาในการหาผลเฉลยจะทำให้ค่าผลเฉลยเข้าใกล้ผลเฉลยที่เหมาะที่สุดได้

<u>กฎของจอห์นสัน (Johnson's rule, 1954)</u>

เป็นกฎที่ได้มีการกล่าวถึงและรู้จักกันมากที่สุด ตีพิมพ์ ใน ค.ศ. 1954 ซึ่งเป็นกฎแบบง่ายๆ แต่ได้มีประสิทธิภาพ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการจัดแผนกำหนดการแบบโฟล์วชอปสำหรับหน่วยผลิต 2 หน่วยที่มีจุดประสงค์เวลางานเสร็จของงานทั้งหมดสั้นที่สุด (Minimize Makespan) ได้ดีที่สุด มีทั้งหมด 3 ขั้นตอน

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> หาค่าที่น้อยที่สุดของ t_{i1} และ t_{i2} (t_{11} = เวลาการผลิตของงาน บนเครื่องจักร 1)
<u>ขั้นตอนที่ 2</u> ถ้า t_{i1} น้อยที่สุด จัดลำดับงาน *i* ไว้ตำแหน่งแรกสุดของแผนกำหนดการ แล้วข้ามไป
ขั้นตอนที่ 3 ถ้า t_{i2} น้อยที่สุด จัดลำดับงาน *i* ไว้ตำแหน่งสุดท้ายของแผนกำหนดการ แล้วข้ามไปขั้นตอนที่ 3
<u>ขั้นตอนที่ 3</u> ลบงานที่จัดแล้วออกจากรายการ งานที่เหลืออยู่ย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 1 จนกว่าทุกงานถูกจัดในกำหนดการ

<u>หมายเหตุ</u> t_{i1} เป็นเวลาปฏิบัติงานของงาน i บนหน่วยผลิตที่ 1 และ t_{i2} เป็นเวลาปฏิบัติงานของงาน i บนหน่วยผลิตที่ 2

<u>วิธีสมการเชิงเส้นตรงจำนวนเต็มของ Wagner (1959)</u>

Wagner (1959) เป็นผู้เสนอแนวคิดการนำสมการเส้นตรงจำนวนเต็มใช้กับการจัดกำหนดการโฟล์วชอปครั้งแรก โดยให้ตัวแปรบางตัวเป็นจำนวนเต็ม

<u>สมการเป้าหมาย</u> เวลาเสร็จสิ้นของงานทั้งหมดน้อยที่สุด

$$\text{Minimize} \quad \sum_{j=1}^{n}\left(T_{mj} + X_{mj}\right) \qquad (1)$$

ข้อจำกัด

$$X_{k,j+1} + T_{k,j+1} + Y_{k,j+1} - Y_{k,j} - T_{k+1,j} - X_{k+1,j+1} = 0$$
$$k = 1,..m-1,\ j = 1,..n-1 \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{n} (t_{i,k} * Z_{j,k}) - T_{i,j} = 0; i = 1,..,m,\ j = 1,..,n \quad (3)$$

$$T_{k,1} + X_{k,1} - X_{k+1,1} + Y_{k,1} = 0; k = 1,..,m-1 \quad (4)$$

$$X_{1,j} = 0,\ j = 1,..,n \quad (5)$$

$$Y_{i,1} = 0, (i = 1,..,m-1) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{n} Z_{ji} = 1, (j = 1,..,n) \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{n} Z_{ji} = 1, (i = 1,..,n) \quad (8)$$

$$X_{jk} \geq 0, Z_{ik} = \{1,0\}$$
$$Y_{jk} \geq 0 \quad (9)$$

โดย

$Z_{ji} = 1$ ถ้างาน i ถูกจัดในกำหนดการตำแหน่งที่ j หรือ 0 ถ้าไม่ใช่ ($i, j = 1,2,...,n$)

X_{kj}= เวลาว่างบนเครื่องจักร k ก่อนดำเนินการงานตำแหน่งที่ j ในกำหนดการ $(j = 1,2,...,n;\ k = 1,2,...,n)$;

Y_{kj}= เวลาว่างของงานตำแหน่งที่ j ในกำหนดการระหว่างเวลางานเสร็จบนเครื่องจักร k และเวลาที่มันเริ่มต้นบนเครื่องจักร k+1

t_{ki} = เวลาการผลิตของงาน i บนเครื่องจักร k

T_{kj} = เวลาการผลิตเสร็จสิ้นของงานลำดับที่ j กำหนดการบนเครื่องจักร k

สมการที่ (1) สมการเป้าหมายผลรวมของเวลาว่างก่อนหน้าและเวลาการผลิตของงานทุกงานบนเครื่องจักรสุดท้ายหรือเวลาเสร็จสิ้น (makespan) น้อยที่สุด

สมการที่ (2) มีทั้งหมด (m-1*n-1) สมการเป็นการกำหนดงานลำดับใดๆ จะต้องดำเนินการต่อจากเวลาเสร็จสิ้นของงานนั้นบนเครื่องจักรก่อนหน้า

สมการที่ (3) เวลาการผลิตของงานลำดับที่ j บนเครื่องจักร i สัมพันธ์กับตัวแปรตัดสินใจ Z_{ij}

สมการที่(4) จำนวน m-1 สมการ กำหนดให้งานลำดับแรกของเครื่องจักรถัดไปเริ่มต้นเร็วที่สุดหลังจากดำเนินการเสร็จสิ้นบนเครื่องจักรก่อนหน้า

สมการที่ (5) เวลาว่างก่อนหน้าของทุกงานบนเครื่องจักรที่ 1 ไม่มี

สมการที่ (6) เวลาว่างระหว่างเครื่องจักรก่อนและเครื่องจักรหลังของงานลำดับที่ 1 ไม่มี

สมการที่ (7) แต่ละตำแหน่งในตารางงานจะมีงานเดียวเท่านั้น

สมการที่ (8) แต่ละงานจะเลือกตำแหน่งในตารางงานได้เพียงตำแหน่งเดียวเท่านั้น

สมการที่ (9) แสดงชนิดของตัวแปรตัดสินใจ Z_{kj} เป็นตัวแปรไบนารี่ (1,0) เท่ากับ 1 เมื่องาน j ถูกเลือกให้อยู่ลำดับที่ k ในตารางงานหรือ เท่ากับ ศูนย์ ถ้าไม่ใช่

<u>วิธีสมการเชิงเส้นจำนวนเต็ม</u>

การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหา โดยสมการเชิงเส้นตรงจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming) จุดประสงค์เพื่อหาตารางงานที่มีเวลางานเสร็จของงานทั้งหมดน้อยที่สุด (Wilson ,1989)

สมการเป้าหมาย

$$Min = C_{m,n} \tag{10}$$

ข้อจำกัด

$$T_{ij} - \sum_{j=1}^{n}(t_{ij} * Z_{kj}) = 0 \quad \forall \text{i} = 1,2,\ldots\ldots,\text{m} \ \forall \text{k, j} = 1,2,\ldots,\text{n} \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{n} Z_{kj} = 1 \qquad \forall \text{ k} = 1,2,\ldots,\text{n} \tag{12}$$

$$\sum_{k=1}^{n} Z_{kj} = 1 \qquad \forall \text{ j} = 1,2,\ldots,\text{n} \tag{13}$$

$$C_{1,1} - T_{1,1} = 0 \tag{14}$$

$$C_{1,j} - C_{1,j-1} - T_{1,j} = 0 \qquad \forall \text{ j} = 2,3,\ldots,\text{n} \tag{15}$$

$$C_{i,1} - C_{i-1,1} - T_{i,1} = 0 \qquad \forall \text{ i} = 2,3,\ldots,\text{m} \tag{16}$$

$$C_{i,j} - D_{ij} - T_{i,j} = 0 \qquad \forall \ i = 2,..,m \ \ j = 2,..,n \tag{17}$$

$$D_{i,j} - C_{i-1,j} \geq 0 \tag{18}$$

$$D_{i,j} - C_{i,j-1} \geq 0 \tag{19}$$

$$Z_{kj} = \{1,0\} \tag{20}$$

สมการที่ (10) เป็นกำหนดวัตถุประสงค์หาค่าเวลาเสร็จสิ้นของงานทั้งหมดน้อยที่สุด

สมการที่ (11) เป็นการหาค่าเวลาการผลิตเมื่อมีการจัดลำดับงานตามค่าของตัวแปร Z_{kj}

สมการที่ (12) แต่ละตำแหน่งในตารางงานจะมีงานเดียวเท่านั้น

สมการที่ (13) แต่ละงานจะเลือกตำแหน่งในตารางงานได้เพียงตำแหน่งเดียวเท่านั้น

สมการที่ (14)-(19) เป็นการคำนวณหาเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานเมื่อทราบลำดับงานในโฟล์วชอป

สมการที่ (20) แสดงชนิดของตัวแปรตัดสินใจ Z_{kj} เป็นตัวแปรไบนารี่ (1,0) เท่ากับ 1 เมื่องาน j ถูกเลือกให้อยู่ลำดับที่ k ในตารางงานหรือ เท่ากับ ศูนย์ ถ้าไม่ใช่

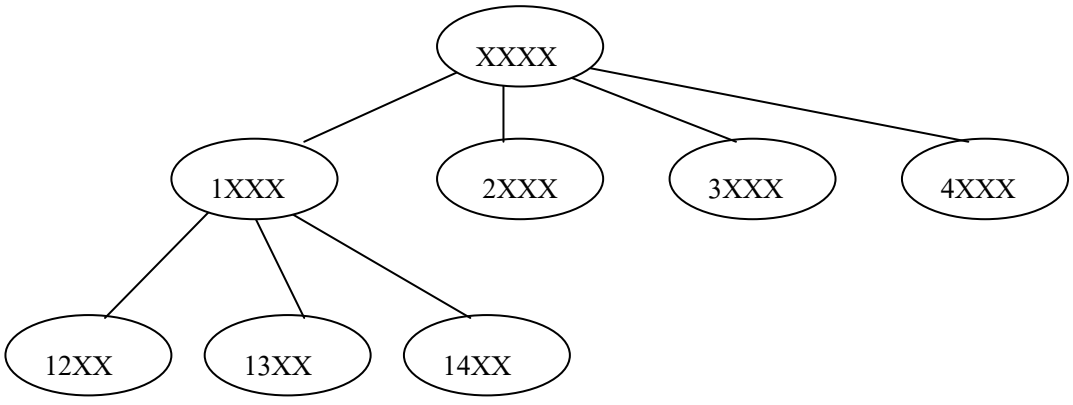
<u>วิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตผลเฉลย</u>

วิธีนี้ลำดับการผลิตที่เป็นไปได้ทั้งหมดจะถูกแบ่งเป็นเซตย่อย แต่ละปม (Node) ประกอบด้วยงานที่ได้จัดลำดับการผลิต (σ)หรือกำหนดตำแหน่งในกำหนดการแล้ว และงานที่ยังไม่ได้ทำการจัดลำดับการผลิต (σ') ของแต่ละเครื่องจักร การแตกกิ่งปัญหาครั้งแรกเรียกว่าระดับศูนย์สามารถทำได้เท่ากับ n ปัญหาย่อย ขั้นตอนที่สองเป็นขั้นตอนคำนวณหาค่าขอบเขตล่าง (Lower bound) ของเวลาแล้วเสร็จของงานทั้งหมด (Makespan) ของแต่ละปมของต้นไม้ โดยการพิจารณางานที่ได้จัดลำดับและงานที่ยังไม่ได้ทำการจัดลำดับของแต่ละเครื่องจักร ขั้นตอนนี้จะพิจารณาเลือกปมที่มีค่าพิกัดล่างที่มีค่าต่ำที่สุด ในการแตกแขนงต่อๆไป จนกว่าจะได้ผลเฉลยที่ดีที่สุด ดังแสดงใน ภาพที่ 2 (Ignall and Shrage, 1965)

แต่ละปมแทนลำดับงานตั้งแต่ 1 ถึง n งาน พิจารณา ตารางลำดับการผลิต σ เมื่อ σ เป็นเซตย่อยของงานที่ได้รับการจัดลำดับแล้วภายใต้งานทั้งหมด n งาน

กำหนดให้ timeA (σ) timeB (σ) และ timeC(σ) เป็นเวลางานเสร็จของงาน สุดท้ายในชุดของเซตย่อย σ แล้วเสร็จ บนเครื่องจักร A B และ C ตามลำดับ ดังนั้น ค่าขอบเขตล่าง (Lower bound) ของเวลางานเสร็จของงานทั้งหมด (Makespan) ที่เริ่มจาก เซตย่อย σ ซึ่งจัดลำดับไปแล้ว r งาน เป็นดังนี้

$$LB_{(\sigma)} = Max\begin{bmatrix} timeA(\sigma) + \sum_{i\in\sigma}^{n} a_i + \min_{i\in\sigma'}(b_i + c_i) \\ timeB(\sigma) + \sum_{i\in\sigma}^{n} b_i + \min_{i\in\sigma'}(c_i) \\ timeC(\sigma) + \sum_{i\in\sigma}^{n} c_i \end{bmatrix}$$



<u>ภาพที่ 2</u> แขนงเซตย่อยของวิธีแตกกิ่งและขอบเขตผลเฉลย
ที่มา: (พิชิต สุขเจริญพงษ์, 2521)

เมื่อ a_i b_i และ c_i เป็นเวลาผลิตของงานที่ i บนเครื่องจักร A B และ C ตามลำดับ และ σ' เป็นเซตของ n - r งาน ที่ยังไม่ได้ใส่ในตารางลำดับการผลิต ขั้นตอนของ Ignall และ Schrage สรุปได้ดังนี้

1. พิจารณาปมแรกจากรายการ

2. สร้างปมใหม่ โดยการใส่งานที่ยังไม่ได้จัดในตารางลำดับงานไว้ลำดับท้ายๆ ของตารางลำดับงาน

3. คำนวณขอบเขตล่างและลักษณะเฉพาะให้กับปมที่สร้างขึ้นใหม่เหล่านี้และใส่แทรกเรียงตามค่าของขอบเขตล่าง ใส่ไว้ในรายการ

4. กลับไปที่ขั้นตอนที่ 1 ถ้าปม ที่ทุกงานถูกจัดลำดับ อยู่ตำแหน่งแรกของรายการ ปมนั้นหมายถึงตารางลำดับงานที่เหมาะสมที่สุด (Optimal sequence)

การท่องไปในกราฟคือกระบวนการเข้าไปเยือนปมในกราฟโดยมีหลักการทำงานคือ แต่ละปมจะถูกเยือนเพียงครั้งเดียว สำหรับการท่องไปในทรีเพื่อเยือนแต่ละปมนั้นมีเส้นทางเดียว แต่ในกราฟระหว่างปมอาจจะมีหลายเส้นทาง การป้องกันการท่องไปในเส้นทางที่ซ้ำเดิมต้องทำเครื่องหมายมาร์คบิตบริเวณที่ได้เยือนเสร็จเรียบร้อยเพื่อไม่ให้เข้าไปเยือนอีก การท่องไปในกราฟมี 2 แบบคือ

<u>การท่องแบบกว้าง (Breadth First Travel)</u> เลือกปมที่เริ่มต้น ต่อมาให้เยือนปมอื่นๆ ที่ใกล้กับปมเริ่มต้นทีละระดับจนกระทั่งเยือนหมดทุกปมในกราฟ จึงเลือกปมที่ให้ขอบเขตล่างน้อยสุดเป็นปมแรกในการทำการค้นหาคำตอบลึกที่ระดับล่างต่อไป ข้อเสียของวิธีการท่องแบบกว้าง คือใช้หน่วย ความจำในโปรแกรมคำนวณค่อนข้างสูง เนื่องจากต้องเก็บลำดับการท่องแต่ละปมในแต่ละระดับไว้ เพื่อย้อนกลับมาค้นหาใหม่

<u>การท่องแบบลึก (Depth First Travel)</u> การทำงานคล้ายกับการท่องทีละระดับของทรี โดยกำหนดจุดเริ่มต้นที่ปมแรกและเยือนปมถัดไปตามแนววิถีนั้นในระดับที่ล่างกว่าจนกระทั่งนำไปสู่คำตอบนั้น จากนั้น ย้อนกลับ ตามแนววิถีเดิม จนกระทั่งดำเนินการต่อเนื่องเข้าสู่แนววิถีอื่นๆ ต่อไปจนครบทุกปม ข้อดีของวิธีการท่องแบบลึก คือ ใช้หน่วยความในโปรแกรมคำนวณน้อยกว่าการท่องแบบกว้าง

<u>วิธีกำหนดการเชิงพลวัต (Dynamic Programming)</u>

เป็นวิธีการหาผลเฉลยแบบแม่นตรงอีกวิธีหนึ่ง เสนอโดย Bellman (1957) โดยอาศัยหลักการแปลงปัญหาหลายขั้นตอนให้เป็นปัญหาตัดสินใจหนึ่งขั้นตอน ซึ่งมีตัวแปรตัดสินใจ 1 ถึง 2 ตัวแปร การคำนวณเริ่มด้วยการแก้ปัญหาตัดสินใจในขั้นตอนย่อย แต่ละขั้นตอนย่อยจะสามารถหาคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ การหาคำตอบที่เป็นไปได้ของแต่ละขั้นตอนย่อยจะต้องพิจารณาถึงผลกระทบขั้นตอนก่อน

หน้าด้วย เมื่อพิจารณาถึงผลกระทบทุกขั้นตอนที่เป็นไปได้จนถึงขั้นตอนย่อยสุดท้ายจะหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ ข้อดีของวิธีกำหนดการเชิงพลวัตคือพิจารณาทุกทางเลือก แต่มีข้อเสียด้านเวลาในการคำนวณ

Bautista *et al.*(1996) นำเสนอกำหนดการเชิงพลวัตแบบขอบเขต (Bounded Dynamic Programming, BDP) สำหรับปัญหาจัดลำดับงานในระบบการผลิตแบบทันเวลาพอดี

<u>งานวิจัยเกี่ยวกับการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปในประเทศไทย</u>

ยอดชาย (2537) ได้ศึกษาระบบการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอป โดยอาศัยการจำลองปัญหา โดยใช้กฎลำดับความสำคัญ (Priority rule) ในการจัดลำดับก่อนหลัง โดยพัฒนาโปรแกรมชื่อว่า “SimShop” แสดงภาพเคลื่อนไหวได้

จันทร์เพ็ญ (2539) ทำการศึกษาวิธีฮิวริสติคแบบต่างๆ สำหรับปัญหาโฟล์วชอป (*n* jobs *m* machines) เช่น NEH, CDS, GA (Genetic Algorithm) และ RCh (Rajendran and Chaudhuri) พบว่าถ้าไม่คำนึงถึงเวลาที่ใช้ในการคำนวณ วิธีที่ให้ผลลัพธ์ดีที่สุดตามลำดับคือ GA NEH RCh และ CDS

ปรีดี (2542) ศึกษาถึงผลกระทบของปัจจัยกฎการจัดลำดับ (Dispatching Rules) ที่มีต่อประสิทธิภาพของระบบการผลิตแบบโฟล์วชอป ด้วยเทคนิคการจำลองปัญหาทางคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Arena 2.2 สำหรับกรณีศึกษาโรงหล่อ ดัชนีที่ใช้วัดได้แก่ เวลางานที่อยู่ในระบบ เวลางานเสร็จที่ไม่ตรงกำหนด เวลางานเสร็จที่เกินกำหนดส่ง อัตราส่วนจำนวนงานที่เสร็จก่อนกำหนดกับจำนวนงานทั้งหมดและอัตราส่วนการใช้เครื่องจักร จากผลการทดลองพบว่ากฎการจัดลำดับที่มีประสิทธิภาพโดยรวมสูง คือ LWKR (Least Work Remaining) SMT (Smallest Value Obtained by Multiplying Processing by Total Process Time) และ SPT

ชนากานต์ (2543) ได้จัดลำดับการผลิตสารกึ่งตัวนำโดยสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ชื่อ MAP ภาษา Delphi สามารถจัดงานได้ 3 แบบ ได้แก่ การจัดลำดับงานโดยคำนึงถึงกำหนดเวลาส่งงานที่เร็วที่สุด (EDD) เวลาปฏิบัติงานสั้นที่สุด (SPT) และ การจัดลำดับงานโดยวิธีสุ่ม (Random Sequencing)

ชัชพล (2543) การจัดลำดับการผลิตและการจัดตารางงานแบบโต้ตอบ กรณีศึกษาอุตสาหกรรมชิ้นส่วนรถยนต์ ได้ทำการศึกษาปัจจัยที่มีผลกระทบกับเวลาในการผลิต พบว่าการเปลี่ยนจำนวนขั้นตอนในการผลิตมีผลกระทบต่อเวลาการผลิตรวมมากที่สุด

วันวิสาห์ (2544) ได้ประยุกต์ใช้ฟัซซี่เจนเนติกอัลกอริทึมในการจัดลำดับผลิตภัณฑ์เข้าสายประกอบแบบผลิตภัณฑ์ผสมที่มีเวลาการผลิตทำงานแบบฟัซซี่ โดยได้เปรียบเทียบกับวิธีฮิวริส ติค CDS พบว่าวิธีการฟัชชี่เจนเนติกอัลกอริทึมมีประสิทธิภาพในการหาคำตอบกว่า

ศิวพล (2544) ศึกษาการประยุกต์ใช้เจนเนติกอัลกอริทึมในการจัดตารางการผลิตที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องจักรแบบฟัซซี่ซึ่งขึ้นอยู่กับผลิตภัณฑ์ก่อนหน้า เพื่อให้เกิดเวลาปรับตั้งน้อยที่สุด สรุปว่าวิธีเจนเนติคอัลกอริทึมเป็นวิธีหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพและสามารถหาคำตอบที่ดีได้ภายในระยะเวลากำหนด

อิทธิพล (2545) ได้ศึกษาหาวิธีการฮิวริสติคที่เหมาะสมกับการลำดับการของกระบวนการผลิตแบบกระแสภายใต้ข้อจำกัดทางด้านทรัพยากร ได้ทำการทดสอบวิธีการฮิวริส ติค 6 วิธีได้แก่ CDS, Gupta, NEH, Rajendran and Chaudhudi, Sarin and Lefoka, และวิธีการของ Microsoft Project (SPARI) จากการเปรียบเทียบตามหลักการทางสถิติพบว่าวิธี NEH ให้คำตอบดีกว่าวิธีการอื่นๆ

มงคล (2546) วิธีทางฮิวริสติคในการจัดตารางเวลาการผลิตรายวันสำหรับงานปั๊มขึ้นรูปชิ้นงานโลหะแผ่นเพื่อให้ได้เวลารวมในการผลิตต่ำสุด ใช้วิธีการแบ่งการหาคำตอบออกเป็น 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกได้แก่การสร้างตารางงาน ได้จากกฎการจัดงานทั่วไปหลายวีธีเช่น SPT EDD ขั้นตอนที่ 2 เป็นการปรับปรุงคำตอบ ได้แก่ วิธีสลับคู่เปลี่ยนแบบสุ่ม (Random Pairwise Interchange) และ วีธีการสลับคู่เปลี่ยนแบบสลับทุกคู่ (Greedy Exhaustive Pairwise Interchange) วิธีการได้พัฒนาในรูปโปรแกรมคอมพิวเตอร์สามารถใช้ได้สะดวกรวดเร็ว และใช้ได้จริงในโรงงานอุตสาหกรรม

ศรินทิพย์ (2546) ทำการปรับปรุงประสิทธิภาพของวิธีแตกกิ่งและกำหนดขอบเขตของ Ignall and Schrage (1965) เพื่อแก้ปัญหาการจัดลำดับงานแบบโฟล์วชอป ใช้วิธีการจัดเรียงคำตอบเริ่มต้นและเพิ่มกฎในการตัดขั้นตอนการแตกกิ่ง จากการทดลองพบว่าวิธีการจัดเรียงงานก่อนและเพิ่มกฎในการแตกกิ่งสามารถลดเวลาในการหาคำตอบค่อนข้างมาก

อนิรุจน์ (2546) ได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาการจัดเรียงลำดับงานที่เป็นแบบ Multiple Machine-Multiple Job โดยใช้วิธี Genetic Algorithm จากการเปรียบกับวิธีการจัดงงานแบบ SPT และ Slack พบว่าวิธีการ GA มีสมรรถนะสูงและให้คำตอบที่ดีกว่า

กาญจนา และคณะ (2547) ทำการจัดลำดับงานของสายการผลิตต่อเนื่องแบบผสม (Hybrid flowshop) ในรูปแบบสมการเชิงเส้นแบบผสม (Mixed Integer Programming) สำหรับปัญหาขนาดเล็ก 5 งาน 9 เครื่องจักร และได้พัฒนาอัลกอริทึมสำหรับปัญหาขนาดใหญ่ ที่เร็วกว่าวิธีการสมการเชิงเส้นแบบผสม

Theerapon and Peerayuth (2002) ได้นำเสนอการประยุกต์ปัญหาการเดินทางของพนักงานขายแบบเกาะกลุ่มเรียงลำดับเพื่อแก้ปัญหาปัญหาการจัดงานรายวันแบบเกาะกลุ่มเรียงลำดับผ่านเครื่องจักรที่วางเรียงกันแบบอนุกรมโดยไม่เกิดเวลารอคอย (The Daily Order Cluster Flow Shop with No Intermediate Queues) จุดประสงค์ของงานวิจัยเพื่อตัดสินใจในการจัดลำดับการผลิตงานที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน โดยพิจารณาต้นทุนที่เกิดจากการทำงานล่วงเวลา และต้นทุนในการปรับตั้งเครื่องจักรใหม่ในแต่ละวัน

ปาริฉัตร (2548) ได้พัฒนาระบบการจัดตารางการผลิตในอุตสาหกรรมผลิตล้ออัลลอย ซึ่งมีรูปแบบของการผลิตแบบโฟล์วชอป วิธีการหาคำตอบได้ใช้หลักการศึกษาสำนึก 3 แบบ ได้แก่ วิธีของ Palmer วิธีของ Gupta และวิธีของ CDS พบว่าวิธีการของ Gupta สามารถจัดตารางงานที่มีจำนวนงานล่าช้าน้อยกว่าวิธีอื่น

<u>งานวิจัยเกี่ยวกับการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปในต่างประเทศ</u>

ในปี ค.ศ. 1959 แวกเนอร์ (Wagner, 1959) ได้เสนอวิธีสมการเชิงเส้นตรงจำนวนเต็มแบบผสมสำหรับปัญหาจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปโดยพิจารณาผลรวมเวลาว่างและเวลาการผลิตของทุกงานในเครื่องจักรสุดท้ายน้อยที่สุด

Ignall and Schrage (1965) ได้นำเสนอเทคนิคการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) ใช้กับแก้ปัญหาการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอป ทั้งสองเครื่องจักรและบางกรณีของปัญหาสามเครื่องจักร ในปัญหา 3 เครื่องจักร วัดเวลางานเสร็จของทุกงาน (Makespan) ที่ต่ำสุด โดยขั้นตอนแรกเป็นการแตกแขนง (Branching) มีลักษณะเป็นโครงสร้างต้นไม้ แต่ละปมที่เกิดขึ้นแทน การจัดตารางผลิตเริ่มจากกำหนดตำแหน่งแรกไปลำดับสุดท้าย (Forward direction) ของตารางงาน ซึ่งตรงข้ามกับวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ของ ปัญหาเครื่องจักรเดียว

Dudek and Teuton (1964) ได้เสนอหลักการขั้นตอนแบบแม่นตรงในการหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาโฟล์วชอปที่มีเครื่องจักรมากกว่าสามเครื่องจักรและเสนอกฎในการพิจารณาลำดับงานที่นำไปสู่คำตอบที่ดีที่สุดโดยไม่ต้องทำการค้นหาจากคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด แต่งานของเขาได้ถูกวิจารณ์โดย การัสฮ์ (Karush, 1965) ว่ามีบางกรณีตัวอย่างวิธีการของ Dudek และ Teuton ไม่สามารถได้คำตอบที่ดีที่สุด ต่อมา สมิทและดูเดค (Smith and Dudek, 1967) จึงได้ปรับปรุงวิธีการเพิ่มเติมจากงานวิจัยเดิมของ Dudek and Teuton ที่พิสูจน์ว่าอย่างน้อยจะได้ตารางงานที่ดีที่สุด 1 ตารางงาน โดยแก้ปัญหา n งาน m เครื่องจักรโฟล์วชอปจุดมุ่งหมายเวลางานเสร็จงานทั้งหมดต่ำสุด ในบทความนี้ได้พัฒนาการวิเคราะห์และพิสูจน์ทางทฤษฎีมากขึ้นจากเดิม

Lomnicki (1965) เสนอวิธีแตกกิ่งและจำกัดเขตของคำตอบกรณีปัญหาโฟล์วชอปสามเครื่องจักร พิจารณาค่าขอบเขตล่างจากค่าเวลาผลิตรวมของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับโดยนำเอาทฤษฎีของกราฟช่วยในการคำนวณ

Mahon and Burton (1966) ใช้เทคนิคบรานช์แอนบาวด์กับปัญหาโฟล์วชอปจุดประสงค์เวลางานเสร็จสั้นที่สุด ใช้วิธีการคำนวณค่าขอบเขตล่างโดยเลือกค่ามากที่สุดระหว่างค่าขอบเขตล่างที่อิงเครื่องจักรหรืออิงงานเป็นหลัก ซึ่งทำให้ได้ขอบเขตล่างที่ดีขึ้นทำให้ลดจำนวนปมที่ใช้การแตกกิ่ง ทำให้ประสิทธิภาพในการจัดตารางงานมากขึ้น

Baker (1975) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการกำหนดขอบเขต (Bound) แบบต่างๆ ได้แก่ขอบเขตบนพื้นฐานเครื่องจักรแบบง่าย (Simple Machine Based Bound) ขอบเขตบนพื้นฐานเครื่องจักรแบบสมบูรณ์ (Full Machine-Based Bound) ขอบเขตแบบไม่มีการอ้างอิง (Non Inference Bound) และขอบเขตพื้นฐานงาน (Job-Based Bound) และ แนะนำว่าขอบเขตที่ดีได้จากการผสมกันของขอบเขตแบบต่างๆ

Lenstra *et al*. (1975) ได้เสนอการแก้ปัญหาการจัดงานแบบโฟล์วชอปในกรณีที่ไม่ต้องการให้เกิดเวลารอคอยระหว่างงานในการจัดงานเข้าเครื่องจักร โดยการแปลงค่าระยะเวลาการเพิ่มขึ้นของเวลาเสร็จสิ้นระหว่างงาน 2 งาน เป็นระยะทางในปัญหาเส้นทางเดินพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem)

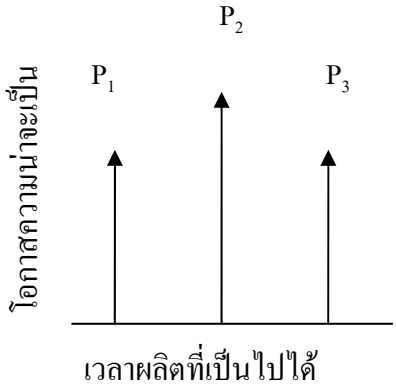
Moursli and Pochet (2000) ได้เสนอเทคนิคบรานช์แอนด์บาวด์สำหรับปัญหาโฟล์ว ชอปแบบผสม (Hybrid Flowshop) จุดประสงค์เวลางานเสร็จของงานทั้งหมด (Makespan) ต่ำสุด นอกจากนั้นได้มีการคำนวณหาขอบเขตบน ด้วยฮิวริสติค แบบต่างพบว่า ช่องว่างเริ่มของขอบเขตล่างและขอบเขตบนประมาณ 50 % วิธีของเขามีประสิทธิภาพเวลาในการคำนวณที่เหมาะสม

Allahverdi (2000) ได้ศึกษาปัญหาโฟล์วชอปแบบแยกเวลาติดตั้งไม่ขึ้นกับลำดับงาน โดยมีจุดประสงค์เวลาการไหลเฉลี่ย (Mean Flow Time) น้อยที่สุด โดยใช้เทคนิคขยายและจำกัดเขตสามารถจัดตารางงานจำนวนงานสูงสุด 35 งาน นอกจากนี้ Alllahverdi ยังได้นำเสนอวิธีทางฮิวริสติค 3 แบบซึ่งมีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อน 0.7% จากค่าที่ดีที่สุด (Optimal Value)

<u>ปัญหาโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอน</u>

ในอุตสาหกรรมบางประเภท เช่น อุตสาหกรรมเคมี มีงานหลายงานที่ต้องใช้กระบวนการผลิตเดียวกัน โดยเวลาในการทำงานของงานหนึ่งหนึ่งในขั้นตอนหนึ่งของกระบวนการมีค่าไม่แน่นอน ดังแสดงในภาพที่ 3 ทำให้การจัดลำดับงานต้องคำนึงถึงรูปแบบเวลาการผลิตที่จะเป็นไปได้ทั้งหมดที่จะ

เกิดขึ้น ปัญหานี้เรียกว่า ปัญหาการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปโดยเวลาการผลิตไม่แน่นอน (Flowshop Scheduling with Uncertain Processing Times, FSUPT) โดยในงานวิจัยนี้จะศึกษาในกรณีที่ยอมให้มีเวลารอคอยโดยมีพื้นที่จัดเก็บไม่จำกัดระหว่างขั้นการผลิต โดยจุดประสงค์เพื่อให้ค่าคาดหวังของเวลาเสร็จสิ้นน้อยสุด (Minimize Expected Makespan)



<u>ภาพที่ 3</u> แสดงเวลาการผลิตไม่แน่นอนและโอกาสความน่าจะเป็น

รูปแบบเวลาการผลิตที่จะเป็นไปได้ทั้งหมดจะมีจำนวนมากเป็นฟังก์ชั่นของเลขชี้กำลัง (Exponential) เมื่อจำนวนงาน หรือเวลาการผลิตที่เป็นไปได้มีมากขึ้น ซึ่งในส่วนการตรวจเอกสารจะแสดงรูปแบบคณิตศาสตร์ของการแก้ปัญหาโฟล์วชอปที่มีเวลาไม่แน่นอน และจากรูปแบบนั้นจะเห็นว่าการแก้ปัญหาจะมีความยากมาก เมื่อจำนวนงานเท่ากับ n จำนวนขั้นตอนการผลิตเท่ากับ m ถ้าให้จำนวนเวลาการผลิตที่เป็นไปได้แต่ละงาน i แต่ละขั้นตอน j มีค่าเท่ากับ V_{ij} จำนวนทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดคือ $\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{m} V$

<u>รูปแบบคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</u>

ภายใต้เงื่อนไขจะยอมให้มีเวลารอคอยงานโดยมีพื้นที่จัดเก็บไม่จำกัดในระหว่างขั้นการผลิต รูปแบบคณิตศาสตร์กำหนดการเชิงเส้นตรงจำนวนเต็ม ในการแก้ปัญหา FSUPT ให้ได้คำตอบที่ดีที่สุดสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\text{Minimize} = \sum_{a=1}^{\omega} p_a T_{n,m,a} \qquad (21)$$

Subject to

$$T_{k,j,a} \geq s_{k,j,a} + \sum_{i=1}^{n} t_{ija} * y_{ik} . \qquad \forall k, \forall j, \forall a, \qquad (22)$$

$$T_{k,j,a} \leq s_{k+1,j,a} . \qquad \forall k, \forall j, \forall a, \ k<n \qquad (23)$$

$$T_{k,j,a} \leq s_{k,j+1,a} . \qquad \forall k, \forall j, \forall a, \ j<m \qquad (24)$$

$$\sum_{k=1}^{n} y_{ik} = 1 \quad . \quad \forall \text{i}, \qquad (25)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ik} = 1 \quad . \quad \forall \text{k}, \qquad (26)$$

$$T_{k,j,a} \geq 0 \quad , \quad \forall \text{k}, \forall \text{j}, \forall \text{a}, \qquad (27)$$

$$\text{y}_{\text{ik}} \in \{0,1\} \quad , \quad \forall \text{k}, \forall \text{i} \qquad (28)$$

โดย ตัวแปรเสริมได้แก่

n คือ จำนวนงาน (Jobs)

m คือ จำนวนขั้นการผลิต (Stages) หรือเครื่องจักร (Machines)

ω คือ จำนวนรูปแบบทางเลือกของเวลาการผลิตที่เป็นไปได้ทั้งหมด ถ้าจำนวนเวลาการผลิตที่เป็นไปได้แต่ละงานแต่ละเครื่อง มีค่าเท่ากับ V ω จะเท่ากับ V^{n*m}

p_a คือ ความน่าจะเป็นของทางเลือกของเวลาการผลิตรูปแบบ a

t_{ija} คือ เวลาการทำงานของงาน i ที่ขั้นการผลิต j ที่รูปแบบทางเลือกเวลาการผลิต a

โดยตัวแปรตัดสินใจ ได้แก่

y_{ik} มีค่าเป็น 0 หรือ 1 ถ้ามีค่าเป็น 1 จะบอกว่าจะจัดงาน i อยู่ในลำดับที่ k

ตัวแปรตาม ได้แก่

$T_{k,j,a}$ คือเวลาสิ้นสุดของการทำงาน k ที่ทำเป็นลำดับที่ j ที่รูปแบบทางเลือกเวลาการผลิต a

$s_{k,j,a}$ คือ เวลาเริ่มต้นของการทำงาน k ที่ทำเป็นลำดับที่ j ที่รูปแบบทางเลือกเวลาการผลิต a

<u>ขั้นตอนการแตกกิ่งและจำกัดเขตของ Balasubramanian and Grossman</u>

เนื่องจากค่าเวลาเสร็จสิ้น (Makespan) = ผลรวมเวลาการทำงานทุกเครื่องจักรของงานที่จัดเป็นลำดับที่ 1 + (เวลาเสร็จสิ้นงานลำดับที่ 2 - เวลาเสร็จสิ้นงานลำดับที่ 1) + (เวลาเสร็จสิ้นงานลำดับที่ 3 - เวลาเสร็จสิ้นงานลำดับที่ 2)+...+(เวลาเสร็จสิ้นงานลำดับที่ n - เวลาเสร็จสิ้นงานลำดับที่ n-1) =

$$\sum_{j=1}^{m} t_{\sigma(1),j} + T_{\sigma(2),m} - T_{\sigma(1),m} + T_{\sigma(3),m} - T_{\sigma(2),m} + \ldots$$

$$+ T_{\sigma(n),m} - T_{\sigma(N-1),m}$$

โดย $t_{\sigma(1),j}$ คือเวลาการผลิตของงานลำดับที่ 1 ที่เครื่องจักร j

$T_{\sigma(i),j}$ คือเวลาเสร็จสิ้นของงานลำดับที่ i ที่เครื่องจักร j

ในกรณีที่เวลาการผลิตไม่แน่นอน จะได้ค่าคาดหวังของเวลาเสร็จสิ้น (Expected Makespan) =

$$E[\sum_{j=1}^{m} t_{\sigma(1),j} + T_{\sigma(2),m} - T_{\sigma(1),m} + T_{\sigma(3),m} - T_{\sigma(2),m} + \ldots + T_{\sigma(n),m} - T_{\sigma(n-1),m}]$$

จากความสัมพันธ์ที่ว่า

E[A+B-C] = E[A]+E[B]-E[C]

จะได้ว่า

$$E[\sum_{j=1}^{m} t_{\sigma(1),j} + T_{\sigma(2),m} - T_{\sigma(1),m} + T_{\sigma(3),m} - T_{\sigma(2),m} + \ldots$$

$$+T_{\sigma(n),m} - T_{\sigma(n-1),m}] = E[\sum_{j=1}^{m} t_{\sigma(1),j}] + E[T_{\sigma(2),m} - T_{\sigma(1),m}] + E[T_{\sigma(3),m} - T_{\sigma(2),m}] + \ldots$$

$$+E[T_{\sigma(n),m} - T_{\sigma(n-1),m}] \quad (29)$$

ถ้าใช้ค่าคาดหวังของเวลาการผลิต (Expected Processing Times) ในการคำนวณจะได้ว่า

$$\sum_{j=1}^{m} \bar{t}_{\sigma(1),j} \leq E[\sum_{j=1}^{m} t_{\sigma(1),j}] \quad (30)$$

$$\bar{T}_{\sigma(a),m} - \bar{T}_{\sigma(a-1),m} \leq E[T_{\sigma(a),m} - T_{\sigma(a-1),m}] \quad (31)$$

โดย $\bar{t}_{\sigma(1),j}$ คือค่าคาดหวังเวลาการผลิตของงานลำดับที่ 1 ที่เครื่องจักร j

$\bar{T}_{\sigma(i),j}$ คือเวลาสิ้นสุดของงานลำดับที่ i ที่เครื่องจักร j จากค่าคาดหวังเวลาการผลิตของงานลำดับที่ i

ขั้นตอนการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต เพื่อหาค่าคาดหวังเวลาเสร็จสิ้นจะอาศัยความสัมพันธ์จากสมการที่ (30) และ (31) โดยงานที่ได้รับการจัดเข้าปัญหาย่อยเป็นลำดับที่ 1 จะนำมาคำนวณหาค่า $E[\sum_{j=1}^{m} t_{\sigma(1),j}]$ ถ้าได้รับการจัดเข้าปัญหาย่อยเป็นลำดับที่ a จะนำมาคำนวณหาค่า $E[T_{\sigma(a),m} - T_{\sigma(a-1),m}]$ ส่วนงานที่ไม่ได้รับการจัดจะคำนวณหาค่า $\bar{T}_{\sigma(a),m} - \bar{T}_{\sigma(a-1),m}$ ดังนั้น ถ้าให้ งานลำดับที่ 1 ถึง h ได้รับการจัด ส่วนงานลำดับที่ h+1 ถึง n ยังไม่ได้รับการจัด จะสามารถคำนวณขอบเขตล่างจาก

$$LB = \sum_{j=1}^{m} \bar{t}_{\sigma(1),j} + \sum_{a=2}^{h} (\bar{T}_{\sigma(a),m} - \bar{T}_{\sigma(a-1),m})$$

$$+ \min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)} \{\sum_{b=h+1}^{n} (\bar{T}_{\sigma(b),m} - \bar{T}_{\sigma(b-1),m})\} \quad (32)$$

โดย $\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)} \{\sum_{b=h+1}^{n} (\bar{T}_{\sigma(b),n} - \bar{T}_{\sigma(b-1),n})\}$ เป็นการเรียงลำดับ (Permutation) σ(h+1) ,…, σ(n) ให้ได้ค่า $\sum_{b=h+1}^{n} (\bar{T}_{\sigma(b),m} - \bar{T}_{\sigma(b-1),m})$ ที่ น้อยสุด

การคำนวณค่า $E[T_{\sigma(a),m} - T_{\sigma(a-1),m}]$

ความยุ่งยากในการแก้ปัญหา FSUPT ให้ได้คำตอบที่ดีที่สุดอยู่ที่การคำนวณค่า $E[T_{\sigma(a),m} - T_{\sigma(a-1),m}]$ โดย

$$E[T_{\sigma(a),m} - T_{\sigma(a-1),m}] = \sum_{i=1}^{W_a} \sum_{j=1}^{W_{a-1}} q_i q_j (T_{\sigma(a),m,i} - T_{\sigma(a-1),m,j}) \quad (33)$$

ให้ W_a เป็นจำนวนความหลากหลายของเวลาสิ้นสุดที่มีค่าไม่เท่ากันของงาน $\sigma(a)$ จะได้ $T_{\sigma(a),m,w}$, w=1,…,W_a โดย $W_a \leq V^{a*m}$ คือค่าเวลาสิ้นสุดของงานลำดับที่ $\sigma(a)$ ที่เครื่องจักร m ภายใต้ทางเลือก w และ q_i คือ ค่าความน่าจะเป็นของทางเลือกของเวลาการผลิต i ของ งาน $\sigma(a)$

เนื่องจากการที่สามารถมีเวลารอคอยระหว่างการจัดงานเข้าเครื่องจักร ค่า $T_{\sigma(a),m}$ จึงขึ้นกับค่าเวลาสิ้นสุด T_{ij} ของงาน $\sigma(1)$,…, $\sigma(a-1)$ ในกรณีของเวลาการผลิตไม่แน่นอน จะทำให้ $T_{\sigma(a),M}$ มีค่าหลากหลาย แต่จะสามารถลดทางเลือกโดยรวมค่าความน่าจะเป็นเข้าด้วยกันได้ ถ้ามีค่า $T_{\sigma(a),M}$ ในแต่ละทางเลือกตรงกัน แต่ถ้าเป็นกรณีที่เป็นปัญหาการจัดตารางงานโฟลว์ชอปแบบไม่ให้เกิดเวลารอคอยที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอน (Flowshop with No-Intermediate Queue and Uncertain Processing Times, FSNQUPT) ค่า $T_{\sigma(a),m,i} - T_{\sigma(a-1),m,j}$ $\forall_{i,j}$ จะมีค่าโดยไม่ขึ้นกับงาน $\sigma(1)$,…, $\sigma(a-2)$ ก่อนหน้า (Lenstra *et al*., 1975)

$$E[T_{\sigma(a),m} - T_{\sigma(a-1),m}] = \sum_{i=1}^{V^m} \sum_{j=1}^{V^m} [q_i q_j \max_{1 \leq k \leq m} (\sum_{r=1}^{k} t_{\sigma(a),r,i} - \sum_{r=1}^{k-1} t_{\sigma(a-1),r,j})] \quad (34)$$

โดย $t_{\sigma(a),r,i}$ คือเวลาการผลิตที่ทางเลือก *i* ของงาน $\sigma(a)$ ที่เครื่องจักร *r*

<u>ตัวอย่างปัญหาโจทย์ปัญหากรณีเวลาการผลิตเป็นพิสัย</u>

เพื่อแสดงถึงรายละเอียดวิธีการแตกกิ่งและขอบเขตคำตอบสำหรับปัญหาการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปที่เวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย ขอยกตัวอย่างการจัดลำดับการผลิตของงานจำนวน 4 งาน บนเครื่องจักรจำนวน 3 เครื่องจักรแบบโฟล์วชอป เวลาการผลิตที่เป็นพิสัยแสดงใน ตารางที่ 2

<u>ตารางที่ 2</u> ตัวอย่างโจทย์ปัญหากรณีเวลาการผลิตเป็นพิสัย

	เครื่องจักร		
งาน	1	2	3
2	9±1	7±1	8±3
3	14±2	13±1	14±1
4	6±1	6±1	9±2

เวลาการผลิตในตารางที่ 2 สามารถแสดงเวลาการผลิตสูงสุดและต่ำสุดในตารางที่ 3 และ 4

ตารางที่ 3 เวลาการผลิตสูงสุดของงานบนเครื่องจักร

งาน	เครื่องจักร		
	1	2	3
1	8	16	16
2	10	8	11
3	16	14	15
4	7	7	11

ตารางที่ 4 เวลาการผลิตต่ำสุดของงานบนเครื่องจักร

งาน	เครื่องจักร		
	1	2	3
1	4	12	12
2	8	6	5
3	12	12	13
4	5	5	7

ตัวอย่างโจทย์ปัญหากรณีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็น

ตารางที่ 5 แสดงตัวอย่างปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็นกำกับ กรณี 4 งาน ทำการผลิตบน 3 เครื่องจักร การผลิตของแต่ละงานบนเครื่องจักรต่างๆ อาจมีค่าที่เป็นไปได้ 2 ค่าและโอกาสความน่าจะเป็นของโอกาสเหล่านั้นขึ้นกับจำนวนทางเลือก หากมี 2 ทางเลือก โอกาสความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.5 ถ้ามี 3 ทางเลือกโอกาสความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.33333

ถ้า ω คือ จำนวนรูปแบบทางเลือกของเวลาการผลิตที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Scenario) = $\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{m} V_{ij}$

หรือ = V^{n*m} กรณีที่ $V = V_{ij}$ ดังนั้นจากตารางจะได้ว่า $\omega = 2^{3*4} = 4096$

ตารางที่ 5 ตัวอย่างโจทย์ปัญหากรณีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็น

งาน	เครื่องจักรที่ 1				เครื่องจักรที่ 2				เครื่องจักรที่ 3			
	Alt.1		Alt.2		Alt.1		Alt.2		Alt.1		Alt.2	
	pt	prob.	pt	prob.	pt	prob.	pt	prob.	pt	prob.	pt	prob.
1	10	0.5	15	0.5	12	0.5	8	0.5	11	0.5	14	0.5
2	7	0.5	10	0.5	13	0.5	14	0.5	6	0.5	8	0.5
3	9	0.5	11	0.5	11	0.5	12	0.5	9	0.5	7	0.5
4	15	0.5	13	0.5	9	0.5	11	0.5	13	0.5	16	0.5

โดย pt. = เวลาการผลิต, prob.= คือโอกาสความน่าจะเป็นที่จะเกิดเวลาการผลิต

Alt. = ทางเลือก

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกำหนดการแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอน

วันวิสาห์ (2544) ศึกษาผลของการประยุกต์ใช้ฟัซซี่เจนเนติกอัลกอริทึม ในการแก้ปัญหาการจัดลำดับผลิตภัณฑ์เข้าสายการประกอบ แบบผลิตภัณฑ์ผสมที่มีเวลาการทำงานแบบฟัซซี่ เพื่อทำให้ได้ลำดับผลิตภัณฑ์ที่ใช้เวลา ในการประกอบเสร็จสิ้นน้อยที่สุด โดยวัดในรูปของค่าความพึงพอใจของผู้จัดลำดับผลิตภัณฑ์ การศึกษาแบ่งเป็น 3 กรณีศึกษา และเปรียบเทียบผลคำตอบกับวิธีฮิวริสติกของ CDS เนื่องจากประสิทธิภาพในการหาคำตอบ โดยกระบวนการฟัซซี่เจนเนติกอัลกอริทึมขึ้นกับพารามิเตอร์ต่างๆ ได้แก่ จำนวนประชากร ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ ความน่าจะเป็นในการมิวเตชั่น วิธีการคัดเลือกสตริง วิธีการครอสโอเวอร์ วิธีการมิวเตชั่น และจำนวนเจนเนอเรชั่นสูงสุด ผลจากการใช้วิธีการฟัซซี่เจนเนติกอัลกอริทึม ในการแก้ปัญหาการจัดลำดับผลิตภัณฑ์ในกรณีศึกษาตัวอย่างทั้ง 3 กรณี พบว่าวิธีฟัซซี่เจนเนติกอัลกอริทึม สามารถให้คำตอบที่ดีกว่าหรือเท่ากับวิธีการฮิวริสติกของ CDS ดังนั้นสรุปได้ว่า ฟัซซี่เจนเนติกอัลกอริทึมเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพ ในการหาคำตอบสำหรับปัญหาการจัดลำดับผลิตภัณฑ์เข้าสายการประกอบ แบบผลิตภัณฑ์ผสมที่มีเวลาการทำงานแบบฟัซซี่ โดยสามารถให้คำตอบที่ดีภายในระยะเวลาที่กำหนด

กาญจนาและคณะ (2547) ทำการจัดลำดับงานของสายการผลิตต่อเนื่องแบบผสม (Hybrid Flowshop) ในรูปแบบสมการเชิงเส้นแบบผสม (Mixed Integer Programming) สำหรับปัญหาขนาดเล็ก 5 งาน 9 เครื่องจักร และได้พัฒนาอัลกอริทึมสำหรับปัญหาขนาดใหญ่ ที่เร็วกว่าวิธีการสมการเชิงเส้นแบบผสม

Hong and Chuang (1998a) ได้พัฒนาปรับปรุงวิธีการของ McCahon and Lee ที่นำเสนอวิธีการฟัซซี่จอห์นสัน (Fuzzy Johnson Algorithm) ในกรณี 2 เครื่องจักร

Balasubramanian and Grossmann (2002, 2003) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาโฟล์ว ชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอนโดยใช้วิธีการบรานแอนบาวด์ และ วิธี MILP อาศัยหลักการของฟัซซี่เซตและพิสัยเลขคณิต(Interval Arithmetic) นอกจากนั้นได้ใช้วิธี Tabu Search ในการแก้ปัญหาขนาดใหญ่

วิธีการ CDS

Campbell *et al.* (1970) ได้นำหลักเกณฑ์ของจอห์นสันประยุกต์ใช้กับกรณีของ m หน่วยผลิต ขั้นตอนคือสร้างแผนกำหนดการจากการพิจารณาจากเวลาปฏิบัติงานเทียมทำให้มีชุดปฏิบัติงานเทียมที่เป็นไปได้จำนวน m-1 ชุด แต่ละชุดปฏิบัติงานเทียมที่ได้นำไปจัดกำหนดการโดยใช้หลักเกณฑ์ของจอห์นสัน ซึ่งจะได้กำหนดการจำนวนเท่ากับจำนวนชุดปฏิบัติการเทียม คำนวณหาค่าเวลาเสร็จสิ้นของ

กำหนดการที่ได้และเลือกกำหนดการที่มีเวลางานเสร็จสิ้นน้อยที่สุดมาดำเนินการ จะได้กำหนดการที่ให้เวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด (ในบางกรณียังไม่น้อยที่สุดแต่เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพพอสมควรมีงานวิจัยอื่นๆ อ้างอิงมากพอสมควร) ในแต่ละชุดปฏิบัติงานเทียมที่สร้างขึ้นประกอบด้วยเวลาปฏิบัติการเทียม 2 กลุ่ม คือ เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 ชุดเวลาปฏิบัติงานเทียมเขียนเป็นรูปแบบปัญหาได้ดังนี้

$$p_{j1}^{k} = \sum_{r=1}^{k} t_{rj} \quad , \qquad k = 1,..,.m\text{-}1 \ , j = 1,..,n$$

$$p_{j2}^{k} = \sum_{r=m-k+1}^{m} t_{rj} \ , \qquad k = 1,..,.m\text{-}1 \ , j = 1,..,n$$

โดย p_{j1}^{k} เป็นชุดเวลาปฏิบัติงานเทียมชุดที่ k ของงานที่ j บนเครื่องจักรเทียมที่ 1

p_{j2}^{k} เป็นชุดเวลาปฏิบัติงานเทียมชุดที่ k ของงานที่ j บนเครื่องจักรเทียมที่ 2

n = จำนวนงานทั้งหมด

m = จำนวนเครื่องจักรทั้งหมด

<u>วิธีการ NEH</u>

Nawaz *et al.* (1983) ได้ศึกษาถึงการจัดกำหนดการแบบโฟล์วชอป โดยให้ความสำคัญกับงานที่มีผลรวมของเวลาผลิตมากที่สุดก่อนเพื่อเป็นกำหนดการบางส่วนเริ่มต้นและใช้เทคนิคการสลับเพื่อหาลำดับที่เหมาะสม และทำการแทรกงานที่เหลือในตำแหน่งที่เหมาะสม ทำจนครบจำนวนงานทั้งหมดจะได้กำหนดการที่เหมาะสม ภายในเวลาที่เหมาะสม มีขั้นตอนการทำงานดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> สำหรับทุกๆงานให้คำนวณค่า T_i โดยที่

$$T_i = \sum_{j=1}^{m} t_{j,i}$$

เมื่อ $t_{i,j}$ คือเวลาในการปฏิบัติงานของงาน i บนเครื่องจักร j

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> เรียงลำดับค่า T_i โดยเรียงจากมากไปหาน้อย

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> เลือกงานจากลำดับที่ 1 และ 2 ของการเรียงในขั้นตอนที่ 2 และค่าลำดับที่ดีที่สุดจากการเรียงงานทั้งสองโดยค่าที่ดีที่สุดของพิสัยเวลาการทำงานของการเรียงลำดับทั้งสอง และเมื่อได้ค่าที่ดีที่สุดแล้วจะไม่มีการสลับลำดับของงานทั้งสองนี้อีก แล้วตั้งค่า i = 3

<u>ขั้นตอนที่ 4</u> ดึงงานลำดับที่ i มาจากการเรียงลำดับในขั้นตอนที่ 2 แล้วหาตำแหน่งที่ทำให้ค่าพิสัยเวลาการทำงานดีที่สุดจากทุก i ตำแหน่งที่สามารถเรียงได้ โดยที่จะไม่ทำการสลับลำดับของการจัดลำดับย่อยที่ทำการจัดลำดับไว้แล้ว

ขั้นตอนที่ 5 การจัดลำดับจะสิ้นสุดเมื่อค่า i = n สำหรับกรณีอื่นๆ ให้ตั้งค่า $i = i+1$ แล้วกลับไปทำขั้นตอนที่ 4

วิธีสลับคู่เปลี่ยนแบบสุ่ม (Random Pairwise Interchange)

วิธีการสลับคู่เปลี่ยนแบบสุ่ม เป็นการสลับตำแหน่งของคำตอบเริ่มต้น โดยทดลองเลือกสลับทีละคู่ ถ้าคู่ใด ให้คำตอบที่มีการปรับปรุงดีขึ้นมากที่สุด ก็จะยอมรับการสลับตำแหน่งนั้น และกลายเป็นคำตอบเริ่มต้นใหม่ และทำการสุ่มตำแหน่งคู่ใหม่ต่อๆไปจนกว่าไม่มีการปรับปรุงของผลลัพธ์ วิธีนี้ต้องกำหนดจำนวนการสุ่มไว้ เพื่อให้การสุ่มสิ้นสุดและสามารถสรุปผลเฉลยได้ ถ้าจำนวนรอบของการสุ่มมากจะทำให้ได้คำตอบเข้าใกล้คำตอบที่ดีที่สุดมากขึ้น

วิธีการอบผสานแบบเทียม (Simulated Annealing)

มาจากหลักการของกระบวนการอบอ่อนในงานโลหะ เพื่อปรับปรุงคุณสมบัติด้วยความร้อน โดยในพิสัยที่โลหะค่อยๆ เย็นตัวเพื่อกลับสู่สภาวะของแข็งการเย็นตัวของโครงสร้างขึ้นกับอัตราการเย็นตัว ถ้าเย็นตัวเร็วเกินไปจะทำให้ได้โครงสร้างไม่สวยงาม ต่อมา Kirkpatrick (1983) ได้ประยุกต์ใช้กับปัญหาหาผลเฉลยที่เหมาะที่สุด สามารถหาผลตอบที่เหมาะสมที่สุดวงกว้าง (Global Optimum) ไม่ใช่ผลตอบที่เป็นผลตอบที่เหมาะสมเฉพาะที่ (Local Optimum)

วิธีการเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm)

ศิวพล (2544) ได้ให้คำจำกัดความไว้ว่า เป็นวิธีการค้นหาผลตอบโดยมีพื้นฐานมาจากกระบวนการคัดเลือกทางธรรมชาติ (Natural Selection) และ กระบวนการคัดเลือกทางพันธุ์ศาสตร์ (Natural genetics selection) โดยการคัดเลือกสายพันธุ์หรือสตริง (String) ที่มีความเหมาะสมจากกลุ่มของสตริงทั้งหมดด้วยวิธีการสุ่ม จากการนำสตริงเหล่านี้ไปผ่านกระบวนการการคัดเลือกสตริงที่มีความเหมาะสมซึ่งสตริงที่มีความเหมาะสมนี้คือผลตอบที่เหมาะที่สุดหรือใกล้เคียง ต่อมา Baker and Ayeehew (2003) ได้ประยุกต์วิธีการ GA กับปัญหาเส้นทางรถขนส่ง หทัยทิพย์ (2547) ได้ประยุกต์ GA ในการหาคำตอบปัญหาการเดินทางของพนักงานขายที่เวลาการเดินทางไม่แน่นอนแบบคงตัว นอกจากนั้น Choi *et al.* (2003) นำเสนอเทคนิคการคัดเลือกสายพันธ์แบบใหม่โดยใช้ทดลองกับปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem)

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

วัสดุและอุปกรณ์ที่ใช้ในงานวิจัย มีดังนี้

1. คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล
   - หน่วยประมวลผลกลางชนิด Intel Pentium 4 ความเร็ว 2.80 GHz
   - หน่วยความจำ 512 MB
   - ความจุของฮาร์ดดิสก์ 40 GB
   - Windows XP 2002 SP2
2. โปรแกรมสำเร็จรูป C++ ใช้ในการเขียนโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตตามวิธีการต่าง ๆ ที่นำเสนอ

วิธีการ

วิธีการที่ใช้ในการทำวิจัยที่จะกล่าวต่อไปนี้เป็นการศึกษาและพัฒนาวิธีการจัดตารางการผลิตสำหรับการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอน โดยแบ่งกรณีศึกษาออกเป็น 2 กรณี

1. กรณีที่มีเวลาการผลิตเป็นพิสัย จุดประสงค์เพื่อหาตารางการผลิตสำหรับผลิตที่จะทำให้พิสัยเวลางานเสร็จสิ้นน้อยที่สุด (Minimize Makespan Range)
2. กรณีที่มีเวลาการผลิตแบบจำนวนเต็มและทราบโอกาสความน่าจะเป็นของแต่ละค่า จุดประสงค์เพื่อหาตารางการผลิตสำหรับผลิตที่จะทำให้ค่าคาดหวังเวลางานเสร็จสิ้นน้อยที่สุด (Expected Makespan)

วิธีการแก้ปัญหาจะใช้กลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound Technique) เพื่อให้ได้ผลเฉลยหรือคำตอบดีที่สุดแบบแม่นตรง (Exact Optimal Solution) การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอาศัยการเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากวิธีการเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) กลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตมีข้อจำกัดด้านหน่วยความจำจึงไม่เหมาะกับปัญหาขนาดใหญ่หรือมีจำนวนงานในการจัดลำดับมาก จึงเสนอวิธีการที่ให้ผลเฉลยโดยประมาณใกล้เคียงผลเฉลยที่ดีที่สุด (Approximated Optimal Solution) ด้วย เพื่อเป็นการเปรียบเทียบ วิธีการที่ให้ผลเฉลยโดยประมาณใกล้เคียงผลเฉลยที่ดีที่สุดมีข้อได้เปรียบด้านเวลาการหาคำตอบ ในงานวิจัยนี้ได้เสนอขั้นตอนวิธีเชิงพันธุศาสตร์ (Genetic Algorithm)

ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตเป็นค่าพิสัย

วัตถุประสงค์ของการจัดตารางการผลิตแบบนี้ ก็เพื่อให้ค่าพิสัย ระหว่างเวลาเสร็จสิ้นของการจัดตารางงานใน 2 กรณี ได้แก่ กรณีเวลาการผลิตค่าน้อย และกรณีเวลาการผลิตค่ามาก มีค่าน้อยที่สุด

พิสัยเวลาเสร็จสิ้นของจัดตารางการผลิต (Makespan Range)

ในการผลิตระบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย กรณีของการจัดงาน 3 งานบน 2 เครื่องจักร ดังข้อมูลในภาพที่ 4

		เครื่องจักร 1	เครื่องจักร 2	
งาน	1	4	5	เวลาการผลิตค่ามาก
	2	5	10	
	3	6	9	

		เครื่องจักร 1	เครื่องจักร 2	
งาน	1	3	4	เวลาการผลิตค่าน้อย
	2	3	1	
	3	5	9	

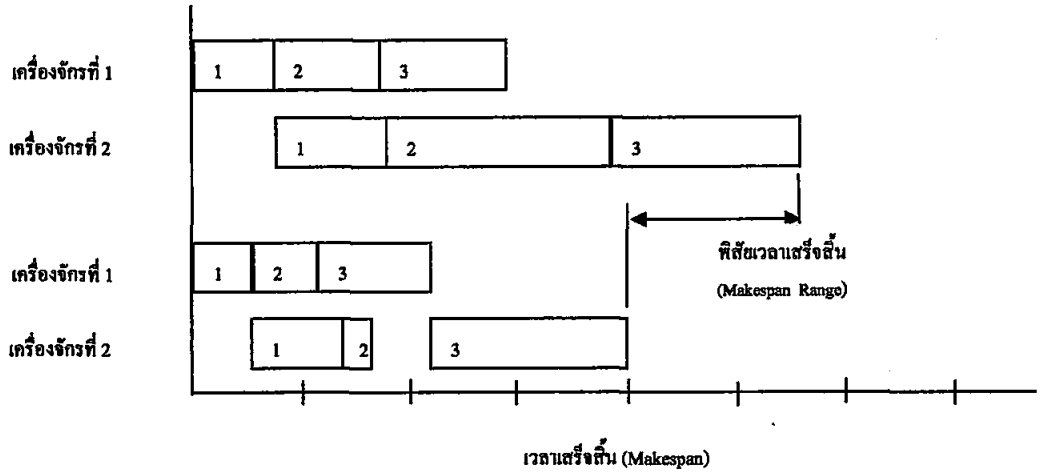
ภาพที่ 4 แสดงข้อมูลเวลาการผลิตค่ามากและเวลาการผลิตค่าน้อย

เนื่องจากการผลิตแบบโฟล์วชอป งานแต่ละงานจะต้องผ่านเครื่องจักรที่เรียงลำดับอนุกรมกันตามลำดับทีละงาน การรอคอยขึ้นได้ 2 กรณี คืองานเสร็จแล้วในเครื่องจักรที่ 1 แต่ทำต่อไม่ได้เพราะเครื่องจักรที่ 2 ยังไม่ว่าง และ เครื่องจักรที่ 2 ว่างแต่รองานจากเครื่องจักรที่ 1 ยังส่งให้ไม่ทัน หากนำงานทั้งหมดมาผลิตบน 2 เครื่องจักรตามลำดับ จะเกิดเวลาเสร็จสิ้นค่ามากและเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย ผลต่างค่าเวลางานเสร็จสิ้นค่ามากและเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย เรียกว่า "พิสัยของเวลางานเสร็จสิ้น (Makespan Range)" รายละเอียดแสดงในภาพที่ 5 และภาพที่ 6 พิสัยเวลาเสร็จสิ้นเป็นชี้วัดการกระจายของเวลาเสร็จสิ้น ความหมายคือหากตารางการผลิตใดมีพิสัยของเวลางานเสร็จสิ้นมาก แสดงว่ามีโอกาสเกิดความคลาดของเวลาเสร็จสิ้นของตารางการผลิตมากกว่าตารางการผลิตที่มีพิสัยของเวลางานเสร็จสิ้นน้อย

		เครื่องจักร 1	เครื่องจักร 2	
	1	4/4	5/9	
งาน	2	5/9	10/19	เวลาการผลิตค่ามาก/เวลาเสร็จสิ้นค่ามาก
	3	6/15	9/28	

		เครื่องจักร 1	เครื่องจักร 2	
	1	3/3	4/7	
งาน	2	3/6	1/8	เวลาการผลิตค่าน้อย/เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย
	3	5/11	9/20	

ภาพที่ 5 แสดงเวลาการผลิตและเวลาเสร็จสิ้น



ภาพที่ 6 แสดงพิสัยเวลาเสร็จสิ้นของลำดับงาน 1-2-3

กำหนดให้

$T_{i,j}^{max}$ = เวลางานเสร็จสิ้นของค่ามากที่สุดของตารางงานที่มีการจัดลำดับแล้ว j งานบนเครื่องจักร i

$T_{i,j}^{min}$ = เวลางานเสร็จสิ้นของค่าน้อยที่สุดของตารางงานที่มีการจัดลำดับแล้ว j งานบนเครื่องจักร i

$t_{i,j}^{max}$ = เวลาการผลิตค่ามากของงาน j บนเครื่องจักร i

$t_{i,j}^{min}$ = เวลาการผลิตน้อยที่สุดของงาน j บนเครื่องจักร i

$\sigma(n)$ = ตารางงานใด ๆ ที่มีการจัดลำดับแล้วจำนวน n งาน

เวลาเสร็จสิ้นของงาน (Makespan) ค่ามากได้จากการแทนค่าเวลาการผลิตของงานต่างๆ บนเครื่องจักรต่างๆด้วยเวลาการผลิตที่ค่ามาก และเวลาเสร็จสิ้นของงานน้อยที่สุดได้จากการแทนค่าเวลาผลิตของงานต่างๆ บนเครื่องจักรต่างๆ ด้วยเวลาทำงานที่น้อยที่สุด

ดังนั้น พิสัยของเวลางานเสร็จสิ้น (Makespan range) ของตารางงานใด ๆ คือผลต่างระหว่างเวลางานเสร็จสิ้นค่ามาก (Maximum Makespan) และเวลางานเสร็จสิ้นค่าน้อย (Minimum Makespan) ของตารางงานนั้น สมการที่ (35)

$$R_{(\sigma)} = \min \ C^{\max}_{m,\sigma(n)} - \min \ C^{\min}_{m,\sigma(n)} \qquad (35)$$

โดย $R_{(\sigma)}$ = คือค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น

การจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีที่มีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย จุดประสงค์เพื่อหาตารางการผลิตสำหรับผลิตที่จะทำให้พิสัยเวลางานเสร็จสิ้นน้อยที่สุด (Minimize Makespan Range) ตามวัตถุประสงค์ (Objective) ตามสมการที่ (36)

$$Obj = Min \left| \min \ C^{\max}_{m,\sigma(n)} - \min \ C^{\min}_{m,\sigma(n)} \right| \qquad (36)$$

จากวัตถุประสงค์ดังกล่าว จะเห็นว่า เป็นการยากที่จะแก้ปัญหานี้ด้วยรูปแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) สำหรับวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบในงานวิจัยนี้จะเสนอ 4 วิธี ซึ่งแต่ละวิธีมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกัน มีรายละเอียดดังนี้

1. วิธีการเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ (Complete Enumeration)

วิธีการเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ (Complete Enumeration) คือการเรียงสับเปลี่ยนลำดับงานแบบทุกทางเลือก เพื่อค้นหาตารางการผลิตที่ดีที่สุดจากการสับเปลี่ยนงานในลำดับต่างๆ ของตารางการผลิต การเรียงสับเปลี่ยนพิจารณาเฉพาะการเรียงสับเปลี่ยนลำดับของงาน เนื่องจากสมมุติฐานของการจัดตารางการผลิตคือลำดับงานในทุกเครื่องจักรมีลำดับเหมือนกัน (Permutation Flowshop) เพื่อความสะดวกจะเรียกวิธีการนี้ว่า "ENUMAP" (Enumeration And Permutation) การค้นหาคำตอบใช้วิธีการแตกกิ่งตามระดับแนวลึก (Depth Level) ในแต่ละระดับของความลึกในวิถีหนึ่งเป็นการจัดงานเพิ่มขึ้นทีละงาน จนกว่าจะครบจำนวนงานแล้วคำนวณหาค่าช่วงของเวลาเสร็จสิ้นซึ่งจะเรียกว่าการคำนวณขอบเขตบนของคำตอบ ทำการเก็บค่าช่วงเวลาเสร็จสิ้นหรือขอบเขตบนที่ดีที่สุดไว้ ทำการย้อนกลับเพื่อสับเปลี่ยนลำดับงานเพื่อให้ได้ลำดับงานใหม่และคำนวณค่าขอบเขตบนใหม่ หากพบว่าเป็นขอบเขตบนที่ดีกว่าจะทำการ

ปรับปรุงขอบเขตบนจนกว่าจะครบทุกทางเลือก ขอบเขตบนสุดท้ายเป็นคำตอบที่ดีที่สุด การท่องไปในทรีอาศัยวิธีการขยาย (Branching) แนวลึก ซึ่งเป็นการนำวิธีแจงนับสับเปลี่ยนมาใช้อย่างเป็นระบบ การจัดลำดับงาน n งาน จะเริ่มจากปมที่ยังไม่มีการจัดงาน เรียกว่า รากของทรี (Root of Tree) กำหนดค่าระดับความลึกเท่ากับ 0 ภาพที่ 7 แสดงการแตกกิ่งของวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์

การวิเคราะห์จำนวนปมหรือโหนดที่เกิดขึ้น สามารถหาจำนวนปมทั้งหมดดังนี้

กำหนดให้ h เป็นระดับของการแตกกิ่ง

ในระดับ h=0 รากของทรี จำนวนปมเท่ากับ 1 ปม

ในระดับที่ h=1 จำนวนปมที่เกิดขึ้นทั้งหมด จำนวน n ปม

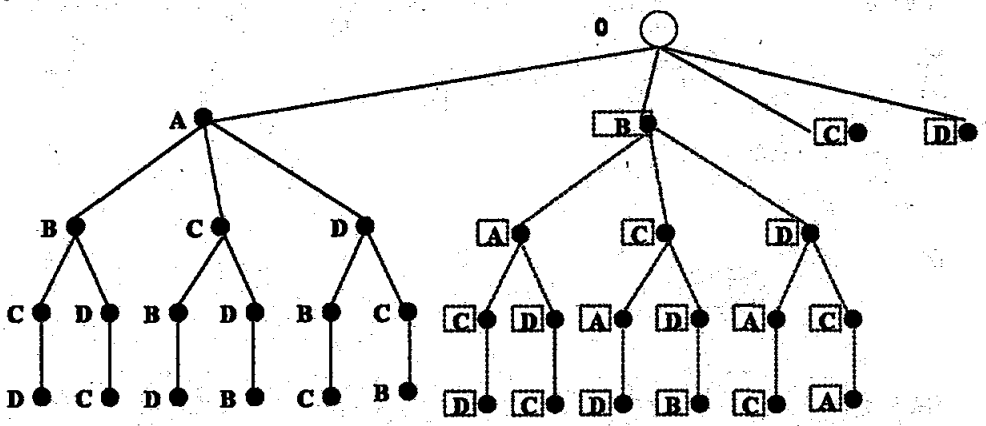
ในระดับที่ h = 2 จำนวนปมที่เกิดขึ้นทั้งหมด จำนวน $n(n-1)$ ปม

ในระดับที่ h = 3 จำนวนปมที่เกิดขึ้นทั้งหมด จำนวน $n(n-1)(n-2)$ ปม

,..,

ในระดับที่ $h = n-1$ จำนวนปมที่เกิดขึ้นทั้งหมด จำนวน n(n-1)(n-2),..,(n-(n-1)) ปม

ระดับสูงสุดของการแตกกิ่งที่เป็นไปได้ $h = n-1$ เท่านั้น



ภาพที่ 7 แสดงการท่องไปในทรีของวิธีการเรียงสับเปลี่ยน กรณีที่มีงาน 4 งาน

ดังนั้น จำนวนปมในแต่ละระดับ $\frac{n!}{(n-h)!}$

จำนวนปมทั้งหมด $= \sum_{h=1}^{n-1} \frac{n!}{(n-h)!}$

ตัวอย่าง การจัดลำดับงาน 4 งาน

ในระดับที่ h = 0 จำนวนปมที่เกิดขึ้นทั้งหมด จำนวน $\frac{4!}{(4-0)!} = 1$ ปม

ในระดับที่ h = 1 จำนวนปมที่เกิดขึ้นทั้งหมด จำนวน $\frac{4!}{(4-1)!} = 4$ ปม

ในระดับที่ h= 2 จำนวนปมที่เกิดขึ้นทั้งหมด จำนวน $\frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4\times3\times2\times1}{2\times1} = 4\times3 = 12$ ปม

ในระดับที่ h = 3 จำนวนปมที่เกิดขึ้นทั้งหมด จำนวน $\frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4\times3\times2\times1}{1} = 24$ ปม

รวมปมทั้งหมดทุกระดับ = 1+4+12+24 = 41 ปม

2. <u>กลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound Technique)</u>

หลักการทำงานคล้ายกับวิธีการวิธีการเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) ต่างกันที่ในแต่ละปมทุกระดับของแนววิถีหนึ่งของการแตกกิ่งมีการประเมินผลและตัดสินใจอยู่ด้วย โดยทั่วไปอาศัยค่าขอบเขตล่างของคำตอบที่ได้จากปมนั้นเทียบกับขอบเขตบนของคำตอบเพื่อตัดสินใจว่าจะทำการขยายผลหรือแตกกิ่งในแนววิถีนั้นต่อไปหรือไม่ ในกรณีต้องการคำตอบน้อยที่สุด เมื่อขอบเขตล่างมากกว่าหรือเท่ากับขอบเขตบนจะยุติการแตกกิ่งในแนววิถีนั้น แล้วเข้าสู่แนววิถีอื่นๆ ต่อไปจนครบทุกปม หากไม่มีปมใดที่มีขอบเขตล่างดีกว่าขอบเขตบนปัจจุบัน จะถือว่าค่าขอบเขตบนปัจจุบันดีที่สุด การหาจำนวนปมที่แน่นอนจะไม่สามารถหาได้ ขึ้นกับคุณภาพของขอบเขตล่าง หลักการสำคัญคือขอบเขตล่างจะต้องไม่มากกว่าค่าคำตอบที่ดีที่สุด หากมากกว่าคำตอบที่ดีที่สุด จะทำให้คำตอบที่ได้ไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด

จำนวนปมที่ได้จากกลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต น้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนปมที่ได้จากวิธีการเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)

กลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound Technique) ที่เสนอใช้หลักการจัดงานเป็นบางส่วน (Partial Schedule) ก่อน ซึ่งเรียกว่าปม แต่ละปมแทนการจัดงานบางส่วน เมื่อระดับของการแตกกิ่งเพิ่มขึ้นจำนวนงานที่ถูกจัดในปมนั้นก็มากขึ้นเรื่อย ๆ ตามลำดับ จนกระทั่งงานถูกจัดครบทุกงานในปลายวิถีนั้นนั้น จากนั้นจะมีการย้อนกลับตามแนววิถีเดิมเพื่อสับเปลี่ยนลำดับงานที่ถูกจัดใหม่ เมื่อครบหมดแล้วก็จะดำเนินการเข้าสู่แนววิถีใหม่ โดยจะมีขั้นตอนในการทำงานที่สำคัญ 2 ขั้นตอนคือ การแบ่งงานเป็นส่วนย่อย ๆ โดยใช้วิธีการแตกกิ่ง (Branching) และการคำนวณขอบเขตล่าง (Lower Bound) กำหนดให้

$LB1_{(\sigma)}$ = ขอบเขตล่างแบบที่ 1 ของพิสัยเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานที่มีการจัดลำดับบางส่วน (เซต σ)

$LB2_{(\sigma)}$ = ขอบเขตล่างแบบที่ 2 ของพิสัยเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานที่มีการจัดลำดับบางส่วน (เซต σ)

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ = ขอบเขตบนสำหรับเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุดของตารางงานที่มีการจัดลำดับบางส่วน_ (เซต σ) แล้ว

$LB^{\max}_{(\sigma)}$ = ขอบเขตล่างสำหรับเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานที่มีการจัดลำดับเซต σ

$q^{\min}_{i,(\sigma)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของเซต σ งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร i

$q^{\max}_{i,(\sigma)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่ามากของเซต σ งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร i

$C^{min}_{i,(\sigma+\sigma')}$ = เวลาเสร็จสิ้นต่ำน้อยของงานที่เริ่มต้นด้วยเซตที่ถูกจัด σ และตามด้วย เซต σ' ที่ไม่ได้จัดลำดับ บนเครื่องจักร i

ขั้นตอนกลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต

ขั้นตอนที่ 0 กำหนด BESTUB = ค่าอนันต์, $l = 1$

ขั้นตอนที่ 1 ให้ $\partial(h)$ เป็นเซตของปัญหาทั้งหมดในระดับการแตกกิ่งปัจจุบัน h $P_{g,h} \in \partial(h)$ แต่ละ $P_{g,h}$, g = 1,...,n-h+1 ทำการแตกเป็นปัญหาย่อยในระดับที่ h+1 โดยงานที่ยังไม่ได้รับการจัดลำดับที่ h+1,...,n จะจัดเข้าสู่ลำดับที่ h+1 เป็นปัญหาย่อย $P_{y,h+1}$ ให้ $P_{y,h+1} \in \partial(h+1)$, y =1,..,$n$-$h$ เลือกปัญหา $P_{y,h+1}$, $1 \le y \le n$-h ที่ยังไม่เคยคำนวณขอบเขตล่างไปทำในขั้นตอนที่ 2 ถ้าทุกปัญหาย่อยคำนวณค่าขอบเขตล่างครบแล้วให้ h=h-1 และทำขั้นตอนที่ 1 ซ้ำ ถ้า h =0 ให้ยุติ

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณขอบเขตล่างขอบเขตล่าง (LB) ของปัญหาย่อย $P_{y,h+1}$

ถ้า h+1 = n และ $LB < BESTUB$ ให้คำนวณ UB ใหม่ กลับไปขั้นตอนที่ 1

ถ้า h+1 < n และ $LB < BESTUB$ ให้ h=h+1 กลับไปขั้นตอนที่ 1

งานวิจัยนี้จะเน้นวิธีการคำนวณขอบเขตล่าง 2 แบบที่ต่างกัน ซึ่งจะเรียกวิธีการเป็น 2 แบบ ดังนี้

2.1. กลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตแบบประยุกต์หลักการร่วมของ Ignall CDS และ Johnson

เพื่อความสะดวกต่อไปจะเรียกกลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตแบบแบบประยุกต์หลักการร่วมของ Ignall, CDS และ Johnson ว่า **"BB_IRJCDS"** (Ignall Reverse Johnson และ CDS) ขอบเขตล่างได้แก่

$$LB1_{(\sigma)} = LB^{max}_{(\sigma)} - ML^{min}_{(\sigma)} \qquad (37)$$

$$LB1_{(\sigma)} = \max \begin{bmatrix} q^{max}_{1,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'} t^{max}_{1,j} + \min_{j\in\sigma'}(\sum_{k=2}^{m} t^{max}_{(k,j)}) \\ q^{max}_{2,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'} t^{max}_{2,j} + \min_{j\in\sigma'}(\sum_{k=3}^{m} t^{max}_{(k,j)}) \\ . \\ q^{max}_{m-1,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'} t^{max}_{m-1,j} + \min_{j\in\sigma'}(t^{max}_{m,j}) \\ q^{max}_{m,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'} t^{max}_{m,j} \end{bmatrix} - ML^{min}_{(\sigma)} \qquad (38)$$

สมการที่ (38) ขอบเขตล่างของปัญหาย่อยหรือปมที่ประกอบด้วยงานที่ถูกจัดตำแหน่ง (σ) และงานส่วนที่ยังไม่ได้จัดลำดับ (σ') เกิดจากผลต่างระหว่างขอบเขตล่างกรณีเวลาการผลิตค่ามากกับขอบเขตบนกรณีเวลาการผลิตค่าน้อย

$LB_{(\sigma)}^{\max}$ ได้จากการนำค่าเวลาการผลิตค่ามากมาหาค่าขอบเขตล่างตามหลักการของ Ignall and Schrage (1965) จะทำให้ได้ค่าเวลาเสร็จสิ้นค่ามากที่น้อย

$ML_{(\sigma)}^{\min} = \max(C_{m,(\sigma+\sigma')}^{\min})$ ได้จากการหาค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย ของตารางงานที่มีงานในกลุ่มที่จัดลำดับในตารางแล้ว (σ) ตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับในตาราง (σ') ลำดับของงานที่ไม่ได้จัดลำดับในตาราง (σ') มีการเรียงตามกฎของตรงข้ามกับจอห์นสัน (Reverse Johnson's)

Sayin and Karabati (1999) ได้กล่าวไว้ว่าการจัดลำดับงานตามกฎตรงข้ามกับจอห์นสัน ในกรณี 2 เครื่องจักร จะทำให้ได้ลำดับงานที่ให้ค่าเวลาเสร็จสิ้นมากที่สุด

ในกรณีที่เครื่องจักรมากกว่า 2 เครื่องจักร วิธีการของ Campbell *et al.* (1970) เป็นเทคนิคที่สามารถยุบปัญหาที่มีมากกว่า 2 เครื่องจักรให้อยู่ในรูปของปัญหา 2 เครื่องจักรเพื่อใช้หลักการตรงข้ามกับกฎจอห์นสันในการจัดลำดับงานและได้ค่า $\max(C_{m,(\sigma+\sigma')}^{\min})$ อีกวิธีหนึ่ง แต่วิธีการจัดงานแบบ CDS เป็นวิธีการที่ให้คำตอบโดยประมาณในทางวิชาการยังไม่มีบทพิสูจน์ว่าเป็นวิธีการที่ให้คำตอบที่ดีที่สุด แต่วิธีการ CDS เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพและมีการนำไปใช้ในการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปอยู่เสมอ (Hong and Chuang, 1998a)

ดังนั้น กรณีการจัดตารางการผลิตของงานบน m เครื่องจักร ต้องจัดตารางการผลิตจากการพิจารณาจากเวลาปฏิบัติงานเทียมทีละคู่ ตามหลักการของ CDS กำหนดให้มีชุดเวลาการผลิตเทียมตามจำนวนเครื่องจักร โดยจำนวนชุดเวลาการผลิตเทียมเท่ากับ m-1 คู่ แต่ละคู่ของเวลาการผลิตเทียมที่ได้นำไปจัดตารางการผลิตโดยใช้หลักเกณฑ์ตรงข้ามกฎของจอห์นสัน แต่ละคู่ที่ได้จะสร้างตารางการผลิต 1 ตารางการผลิต แต่ละตารางการผลิตที่จัดสามารถคำนวณหาค่าเวลาเสร็จสิ้นของมัน เลือกตารางการผลิตที่มีเวลางานเสร็จสิ้นมากที่สุดให้เป็นค่า $\max(C_{m,(\sigma+\sigma')}^{\min})$

การสร้างเวลาการผลิตเทียมแต่ละคู่ ประกอบด้วยเวลาการผลิตเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 และเวลาการผลิตเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 ชุดเวลาปฏิบัติงานเทียมเขียนเป็นรูปแบบปัญหาได้ดังนี้

$$A_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{rj}^{\min} \qquad k=1,..,m-1 \ , j=1,..,n \qquad (39)$$

$$B_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{m-r+1,j}^{\min} \qquad k=1,..,m-1 \ , j=1,..,n \qquad (40)$$

โดย $A_{j,k}^{\min}$ เป็นชุดเวลาปฏิบัติงานเทียมชุดที่ k ของงานที่ j บนเครื่องจักรเทียมที่ 1

$B_{j,k}^{\min}$ เป็นชุดเวลาปฏิบัติงานเทียมชุดที่ k ของงานที่ j บนเครื่องจักรเทียมที่ 2

เนื่องจากชุดเวลาการผลิตเทียมแปรตามจำนวนเครื่องจักร โดยจำนวนชุดเวลาการผลิตเทียม

เท่ากับ m-1 คู่ ในกรณี 2 เครื่องจักรสมการที่ (39) และ (40) ไม่มีผล จึงไม่ต้องนำไปหาชุดเวลาการผลิตเทียมในขั้นตอนการหาค่า $ML^{\min}_{(\sigma)}$ โดยสามารถใช้หลักการตรงข้ามของจอห์นสันได้โดยตรงกับปัญหาที่กำหนด ส่วนการหา $LB^{\max}_{(\sigma)}$ ได้จากการนำค่าเวลาการผลิตค่ามากมาหาค่าขอบเขตล่างตามหลักการของ Ignall and Schrage (1965) เช่นกัน เพียงแต่แทนค่า m =2 ในสมการที่ (38) จะทำให้ได้ค่าเวลาเสร็จสิ้นค่ามากที่น้อยที่สุด เช่นกัน สมการที่ (41) แสดงขอบเขตล่างกรณี 2 เครื่องจักร

$$LB1_{(\sigma)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} - ML^{\min}_{(\sigma)} \qquad (41)$$

ประพจน์ที่ 1 (Proposition 1)

ค่า $\max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{(1,j)}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{(2,j)}) \end{bmatrix} - \max(q^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$ ให้ค่าขอบเขตล่างของพิสัยเวลาเสร็จสิ้นการจัดงานในกรณี 2 เครื่องจักร

พิสูจน์ประพจน์ที่ 1

กำหนดให้ σ =1,2,..,k และ σ' =k+1, k+2,..,n

$LB^{\max}_{\sigma(k)}$ เป็นค่าขอบเขตล่างของงานที่จัดแล้วจำนวน k งานในกรณีมาก โดยคำนวณจากขอบเขตล่างของ Ignall-Schrage

$I^{\min}_{2,i}$ เป็นเวลาว่างของเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยก่อนหน้างานลำดับที่ i ($i\in\sigma$) บนเครื่องจักรที่ 2

$I^{\min}_{2,j}$ เป็นเวลาว่างของเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยก่อนหน้างานลำดับที่ j ($j\in\sigma'$) บนเครื่องจักรที่ 2 ของการจัดแบบตรงข้ามกับจอห์นสัน

$q^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')}$ เป็นเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของเครื่องจักรที่ 2 ของตารางงานที่มีทั้งส่วนที่จัดแล้วและยังไม่ได้จัด

$C^{\min}_{2,\sigma(n)}$ เป็นเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของเครื่องจักรที่ 2 ของตารางงานที่มีการจัดงานแล้วจำนวน n งาน ที่ได้จากการจัดตารางงานโดยวิธีอื่น ๆ

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ เป็นเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของตารางงานที่มีการจัดงานแล้วจำนวน σ งาน ได้จากการจัดงานที่ยังไม่ได้จัดต่อจากงานที่ถูกจัดก่อนหน้าตามกฎ Reverse Johnson

เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย ได้จากผลรวมของเวลาเวลาการผลิตกับเวลาว่างที่เกิดขึ้นบนเครื่องจักรที่ 2

$$q_{2,(\sigma+\sigma')}^{\min} = \sum_{i=1}^{k} I_{2,i}^{\min} + \sum_{i=1}^{k} t_{2,i}^{\min} + \sum_{j=k+1}^{n} I_{2,j}^{\min} + \sum_{j=k+1}^{n} t_{2,j}^{\min} \qquad (42)$$

การจัดงานที่ยังไม่ได้จัดต่อจากงานที่ถูกจัดก่อนหน้าตามกฎ Reverse Johnson จะทำให้ค่า

$\sum_{j=k+1}^{n} I_{2,j}^{\min} + \sum_{j=k+1}^{n} t_{2,j}^{\min}$ มากกว่า การจัดงานที่ยังไม่ได้ต่อจากงานที่ถูกจัดแล้วด้วยหลักการอื่น ซึ่งจะส่งผลให้ $q_{2,(\sigma+\sigma')}^{\min}$ มากที่สุด ($\max(q_{2,(\sigma+\sigma')}^{\min})$)

ถ้า $\max(q_{2,(\sigma+\sigma')}^{\min}) = ML_{(\sigma)}^{\max}$ จะได้ว่า

$$\max(q_{2,(\sigma+\sigma')}^{\min}) \geq C_{2,\sigma(n)}^{\min} \qquad (43)$$

เนื่องจาก $LB_{\sigma(k)}^{\max}$ เป็นขอบเขตล่าง อ้างอิงจากงานวิจัย ของ Ignall and Schrage (1965) จะได้ว่า

$$LB_{\sigma(k)}^{\max} \leq C_{2,\sigma(n)}^{\max} \qquad (44)$$

หรือ $$\max\begin{bmatrix} q_{1,(\sigma)}^{\max} + \sum_{j\in\sigma'}(t_{(1,j)}^{\max}) + \min_{j\in\sigma'}(t_{2,j}^{\max}) \\ q_{2,(\sigma)}^{\max} + \sum_{j\in\sigma'}(t_{(2,j)}^{\max}) \end{bmatrix} \leq C_{2,\sigma(n)}^{\max}$$

หากนำเครื่องหมายลบคูณสมการที่ (43) แล้วบวกกับสมการที่ (44) จะได้ว่า

$$\max\begin{bmatrix} q_{1,(\sigma)}^{\max} + \sum_{j\in\sigma'}(t_{(1,j)}^{\max}) + \min_{j\in\sigma'}(t_{2,j}^{\max}) \\ q_{2,(\sigma)}^{\max} + \sum_{j\in\sigma'}(t_{(2,j)}^{\max}) \end{bmatrix} - \max(q_{2,(\sigma+\sigma')}^{\min}) \leq C_{2,\sigma(n)}^{\max} - C_{2,\sigma(n)}^{\min}$$

นั่นคือ

$LBl_{(\sigma)} = \max\begin{bmatrix} q_{1,(\sigma)}^{\max} + \sum_{j\in\sigma'}(t_{(1,j)}^{\max}) + \min_{j\in\sigma'}(t_{2,j}^{\max}) \\ q_{2,(\sigma)}^{\max} + \sum_{j\in\sigma'}(t_{(2,j)}^{\max}) \end{bmatrix} - \max(q_{2,(\sigma+\sigma')}^{\min})$ เป็นขอบเขตล่างของพิสัยเวลาเสร็จ

สิ้นการจัดงานในกรณี 2 เครื่องจักร □

ตัวอย่างการคำนวณ 2.1 แสดงในภาคผนวก ก ตัวอย่างที่ ก1 และ ก2

2.2. <u>กลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตแบบไม่พิจารณางานที่ไม่ยังจัดลำดับ</u>

เนื่องจากกลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตแบบแบบประยุกต์หลักการร่วมของ Ignall, CDS และ Johnson มีความซับซ้อนในการคำนวณค่าขอบเขตล่าง ทำให้ต้องเสียเวลาในการคำนวณในแต่ละปม

นานเกินความจำเป็น การลดความซับซ้อนของการคำนวณทำได้โดยการตัดการพิจารณาในส่วนงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับทิ้งไป เพื่อความสะดวกต่อไปจะเรียกกลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตแบบไม่พิจารณางานที่ไม่ยังจัดลำดับว่า "**BB_NUJA**" (Non Unscheduled Job Account)

$$LB2_{\sigma} = C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)} \qquad (45)$$

โดย

$C^{\max}_{m,\sigma(k)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่ามากของเซต σ งาน k งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร m

$C^{\min}_{m,\sigma(k)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของเซต σ งาน k งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร m

ประพจน์ที่ 2 (Proposition 2)

ค่า $C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)}$ จะเป็นขอบเขตล่างของปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตเป็นค่าพิสัย (Minimize Makespan Range) ถ้า

$C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)} \le C^{\max}_{m,\sigma(k+a)} - C^{\min}_{m,\sigma(k+a)}$, $\forall\, a$=1,...,n-k

พิสูจน์ประพจน์ที่ 2

ให้ β เป็นค่าเวลาเสร็จสิ้นที่เพิ่มขึ้นจากการจัดงานจำนวน a งาน เพิ่มในกรณีเวลาการผลิตค่าน้อย α เป็นค่าเวลาเสร็จสิ้นที่เพิ่มขึ้นจากการจัดงานจำนวน a งาน เพิ่มในกรณีเวลาการผลิตค่ามาก กล่าวได้ว่า

$$C^{\max}_{m,\sigma(k)} + \alpha = C^{\max}_{m,\sigma(k+a)}$$
$$C^{\min}_{m,\sigma(k)} + \beta = C^{\min}_{m,\sigma(k+a)}$$

หรือ

$$C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)} + \alpha - \beta = C^{\max}_{m,\sigma(k+a)} - C^{\min}_{m,\sigma(k+a)} \qquad (46)$$

จากสมการที่ (46)

กรณีที่ 1 ถ้าการเพิ่มงาน a งานมีบางกรณีที่ทำให้ $\alpha - \beta > 0$ ดังนั้น

$$C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)} > C^{\max}_{m,\sigma(k+a)} - C^{\min}_{m,\sigma(k+a)}, \exists\, a$$=1,...,n-k

ถ้าจัดงานครบ ($a = n$-k) , จะได้ว่า $C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)} > C^{\max}_{m,\sigma(n)} - C^{\min}_{m,\sigma(n)}$

ดังนั้น $C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)}$ ไม่ใช่ขอบเขตล่าง

กรณีที่ 2 ถ้าการเพิ่มงาน a งานทำให้ $\alpha - \beta \le 0$ เสมอ จะได้

$C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)} \le C^{\max}_{m,\sigma(k+a)} - C^{\min}_{m,\sigma(k+a)} \le C^{\max}_{m,\sigma(n)} - C^{\min}_{m,\sigma(n)}$, $\forall$ a=1,...,n-k

ในกรณีนี้ $C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)}$ จะเป็นขอบเขตล่างเสมอ เพราะมีค่าน้อยกว่าค่าพิสัยจากการจัดงานครบ n งานเสมอ □

ให้ $\sigma(j)$ เป็นงานลำดับที่ j และ

ให้ $c_{i,j} = \max\{ 0, \max_{1\le r\le m}(\sum_{k=1}^{r} t_{k,i} - \sum_{k=1}^{r-1} t_{k,j}) \}$, $\forall$i=1,...,n, $\forall$j=1,...,n,

เป็นเวลารอคอยที่นานที่สุดที่งาน j รอที่จะผลิตต่อจากงาน i ในปัญหาโพล์วชอปทั่วไป และปัญหาโพล์วชอบแบบไม่ให้มีเวลารอคอย (Lenstra *et al.*, 1975)

จะได้ $\alpha_{i,j} = \sum_{k=1}^{m} t_{k,j} + c_{i,j} - \sum_{k=1}^{m} t_{k,i}$ เป็นเวลาเสร็จสิ้นที่เพิ่มขึ้นที่มากที่สุดในการจัดตารางงานกรณีเวลาค่าน้อย โดยให้งาน j ตามหลังงาน i

ประพจน์ที่ 3 (Proposition 3)

ถ้า $t_{m,j}^{\max} \ge \max_{1\le i\le n}\{\alpha_{i,j}^{\min}\}$, $\forall j$=1,...,n จะทำให้

$C_{m,\sigma(j)}^{\max} - C_{m,\sigma(j)}^{\min} \le C_{m,\sigma(j+a)}^{\max} - C_{m,\sigma(j+a)}^{\min}$, $\forall\, a$=1,...,n-j

พิสูจน์ประพจน์ที่ 3

$$\lambda_j^{\min} = C_{m,\sigma(j+a)}^{\min} - C_{m,\sigma(j)}^{\min} \ , \ \lambda_j^{\max} = C_{m,\sigma(j+a)}^{\max} - C_{m,\sigma(j)}^{\max}$$

ถ้า $t_{m,j}^{\max} \ge \max_{1\le i\le n}\{\alpha_{i,j}^{\min}\} \ge \lambda_j^{\min}$, $\forall j$=1,...,n และ $\lambda_j^{\max} \ge t_{m,j}^{\max}$, $\forall$i=1,...,n

ดังนั้น $\lambda_j^{\max} \ge t_{m,\sigma(j)}^{\max} \ge \lambda_j^{\min}$

หรือ $\lambda_j^{\min} \le \lambda_j^{\max}$, $\forall i$=1,...,n, $\forall$j=1,...,n

เมื่อแทนค่ากลับจะได้ว่า

$C_{m,\sigma(j)}^{\max} - C_{m,\sigma(j)}^{\min} \le C_{m,\sigma(j+a)}^{\max} - C_{m,\sigma(j+a)}^{\min}$ □

ตัวอย่างการคำนวณ 2.2 แสดงในภาคผนวก ก ตัวอย่างที่ ก3 และ ก4

3. ขั้นตอนวิธีพันธุกรรม (Genetic Algorithm, GA)

สำหรับปัญหาการจัดตารางการผลิตโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัยที่มีจำนวนงานมากขึ้น วิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตไม่สามารถหาคำตอบได้เพราะมีข้อจำกัดเกี่ยวกับเวลาในการหาคำตอบที่ดีที่สุด วิธีศึกษาสำนึกหรือฮิวริสติก (Heuristic) เป็นวิธีที่สามารถหาคำตอบได้ใกล้เคียงกับคำตอบที่ดีที่สุดภายในเวลาที่เหมาะสม ขั้นตอนวิธีพันธุกรรมเป็นกระบวนการค้นหาคำตอบโดยมีพื้นฐานมาจากกระบวนการคัดเลือกทางธรรมชาติ (Natural Selection) และกระบวนการคัดเลือกทางพันธุศาสตร์

(Natural Genetic Selection) โดยการคัดเลือกสตริง (String) ที่มีความเหมาะสมจากกลุ่มสตริงทั้งหมดด้วยวิธีสุ่ม (ศิวพล วุฒิพงศ์ประเสริฐ, 2544) กระบวนการคัดเลือกสตริงที่มีความเหมาะสมประกอบ ด้วยขั้นตอนย่อย ๆ คือ การสร้างพันธุ์ใหม่ (Reproduction) การตัดข้ามสายพันธุ์ (Crossover) และ การกลายพันธุ์ (Mutation) คำจำกัดความและตัวแปรที่เกี่ยวข้องมีดังนี้

ประชากร (Population) เป็นกลุ่มของคำตอบทั้งหมดที่เป็นไปได้ ซึ่งมีประชากรรุ่นพ่อแม่(Parent) เป็นโครโมโซมที่มีคำตอบที่ดีและจะถูกนำไปผสมแลกเปลี่ยนสายพันธ์จนเกิดประชากรรุ่นต่อไป (Offspring) ที่มีคุณสมบัติดีขึ้นเรื่อยๆ

ประชากรรุ่นใหม่ (Offspring) เป็นโครโมโซมใหม่ที่ถูกสร้างขึ้นภายหลังขั้นตอนการตัดข้ามสายพันธุ์ (Crossover)

ขั้นตอนวิธีพันธุศาสตร์มีรายละเอียดของขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำการเข้ารหัส (Coding)

กำหนดตัวเลขให้กับงานแต่ละชิ้นงาน ตัวอย่างเช่น มีงาน 10 งาน ก็กำหนดรหัสเป็น 1, 2, 3,..,10 ซึ่งหมายถึงงานที่ 1, 2, 3,..,10 เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 2 ทำการเลือกประชากรเริ่มต้น (Initial population)

เป็นการกำหนดประชากรรุ่นพ่อแม่ (Parent) ได้จากลำดับงานหรือตารางงานที่เป็นไปได้ จำนวนหนึ่ง เช่น จำนวน 10 ลำดับงาน เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 3 ทำการตัดข้ามสายพันธุ์ (Crossover)

อาศัยหลักการตัดข้ามสายพันธุ์บางส่วน (Partial Mapping Crossover: PMX) มาประยุกต์ใช้โดยมีรายละเอียดของขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

ก) ทำการสุ่ม ตำแหน่งแลกเปลี่ยนตำแหน่งของยีนขึ้นมา 1 ตำแหน่ง และจำนวนยีนที่ทำการข้ามสายพันธุ์จำนวนหนึ่ง ปกติกำหนดเป็นสัดส่วนของจำนวนยีนทั้งหมด สมมุติได้ตำแหน่งที่ 2 จำนวนยีนที่ทำการข้ามสายพันธุ์คือ 4 ยีนที่อยู่ระหว่างตำแหน่งที่ 2-6 จะเป็นยีนแลกเปลี่ยน

F 4 9 | 7 6 5 3 | 1 10 8 2 ยีน 7 6 5 3 เป็นยีนที่อยู่ระหว่างตำแหน่งแลกเปลี่ยนของประชากรรุ่นพ่อ (F)

M 5 2 | 3 8 4 7 | 1 10 6 9 ยีน 3 8 4 7 เป็นยีนที่อยู่ระหว่างตำแหน่งแลกเปลี่ยนของประชากรรุ่นแม่ (M)

ข) ทำการสลับกลุ่มของยีน ที่อยู่ระหว่างตำแหน่งทั้ง 2 ของโครโมโซมพ่อและแม่ ได้ยีนของลูกชายและลูกสาว (S และ D)

S 4 9 | 3 8 4 7 | 1 10 8 2 ยีนของลูกชายได้จากยีนบางส่วนของแม่และพ่อ

D 5 2 | 7 6 5 3 | 1 10 6 9 ยีนของลูกสาวได้จากยีนบางส่วนของแม่และพ่อ

หากยีนของลูกสาวใดซ้ำจะใช้ไม่ได้ จะต้องทำการสลับตำแหน่งยีนที่ซ้ำและอยู่นอกตำแหน่งแลกเปลี่ยนกับยีนลูกชายที่อยู่ตรงกับตำแหน่งยีนที่อยู่ในตำแหน่งแลกเปลี่ยน

พิจารณา S 4 9|3 8 4 7|1 10 8 2 ตำแหน่งที่ 1 ซ้ำกับตำแหน่งที่ 5 และ ตำแหน่งที่ 4 ซ้ำกับตำแหน่งที่ 9 จะต้องตัดยีนที่อยู่นอกตำแหน่งแลกเปลี่ยนออกจะได้

S - 9 |3 8 4 7|1 10 - 2

ยีนตำแหน่งแรก ของ S ที่ถูกตัดออก ตรงกับตำแหน่งที่ 5 ของ S ให้นำยีนที่อยู่ตำแหน่งที่ 5 ของ D มาแทนตำแหน่งแรก ของ S ที่ถูกตัดออก

ยีนตำแหน่งที่ 9 ของ S ที่ถูกตัดออก ตรงกับตำแหน่งที่ 4 ของ S ให้นำยีนที่อยู่ตำแหน่งที่ 4 ของ D มาแทนตำแหน่งที่ 9 ของ S ที่ถูกตัดออก ดังนั้น S จะเป็น

S 5 9 |3 8 4 7|1 10 6 2

พิจารณา D 5 2|7 6 5 3|1 10 6 9 ตำแหน่งที่ 1 ซ้ำกับตำแหน่งที่ 5 และ ตำแหน่งที่ 4 ซ้ำกับตำแหน่งที่ 9 จะต้องตัดยีนที่อยู่นอกตำแหน่งแลกเปลี่ยนออกจะได้

D - 2|7 6 5 3|1 10 - 9

ยีนตำแหน่งแรก ของ D ที่ถูกตัดออก ตรงกับตำแหน่งที่ 5 ของ D ให้นำยีนที่อยู่ตำแหน่งที่ 5 ของ S มาแทนตำแหน่งแรก ของ D ที่ถูกตัดออก

ยีนตำแหน่งที่ 9 ของ D ที่ถูกตัดออก ตรงกับตำแหน่งที่ 4 ของ D ให้นำยีนที่อยู่ตำแหน่งที่ 4 ของ S มาแทนตำแหน่งที่ 9 ของ D ที่ถูกตัดออก ดังนั้น D จะเป็น

D 4 2 |7 6 5 3|1 10 8 9

<u>ตัวอย่าง</u>

ในปัญหาขนาด 9*9 มีคำตอบเริ่มต้น 2 ชุด คือ

3 2 1 4 5 6 7 8 9 และ 4 5 2 1 8 7 6 9 3

กำหนดปริมาณที่จะทำการ Crossover ในที่นี้ให้เป็น 4

เลือกตำแหน่งที่จะทำการ Crossover แบบสุ่มได้เป็น

3 2 1 <u>4 5 6 7</u> 8 9

4 5 2 <u>1 8 7 6</u> 9 3

ทำการ Crossover

3 2 1 <u>1 8 7 6</u> 8 9

4 5 2 <u>4 5 6 7</u> 9 3

ค่าที่ซ้ำกัน คือ 1 4 5 8

จากคำตอบที่ 1 ตำแหน่งที่มีการซ้ำกันและอยู่นอกตำแหน่งแลกเปลี่ยนคือตำแหน่งที่ 3 และ 8

จัดค่า 4 และ 5 เป็นยีนคำตอบที่ 2 ที่ตรงกับตำแหน่งแลกเปลี่ยนของคำตอบที่ 1 ที่มีการซ้ำลงในตำแหน่งที่ซ้ำกันเหล่านั้น ได้เป็น 3 2 <u>4</u> 1 8 7 6 <u>5</u> 9

จากคำตอบที่ 2 ตำแหน่งที่มีการซ้ำกันและอยู่นอกตำแหน่งแลกเปลี่ยนคือตำแหน่งที่ 1 และ 2

จัดค่า 1 และ 8 เป็นยีนคำตอบที่ 1 ที่ตรงกับตำแหน่งแลกเปลี่ยนของคำตอบที่ 2 ที่มีการซ้ำลงในตำแหน่งที่ซ้ำกันเหล่านั้น ได้เป็น 1 8 2 4 5 6 7 9 3

ดังนั้น คำตอบที่ได้จากการ Crossover 2 คำตอบ คือ

3 2 4 1 8 7 6 5 9

1 8 2 4 5 6 7 9 3

ขั้นตอนที่ 4 การกลายพันธุ์ (Mutation)

มีอยู่ 2 ส่วน คือ การกลายพันธุ์จากประชากร (Mutation 1) กับ การกลายพันธุ์ภายหลังการตัดข้ามสายพันธุ์ (Mutation 2)

การกลายพันธุ์จากประชากร (Mutation 1) ใช้หลักการ Pairwise Exchanger โดยมีขั้นตอนดังนี้

สำหรับ Population แต่ละตัว

1) คำนวณค่า Interval Makespan ให้เป็นค่า MinInterval

2) สำหรับ k=1 ถึง n-1

นำลำดับที่ k สลับกับลำดับที่ k+1 คำนวณค่า Interval Makespan ถ้าค่าที่ได้ดีกว่าค่าในอดีตให้เก็บบันทึกไว้เป็นค่า MinInterval จากนั้นสลับลำดับกลับที่เดิม นำลำดับที่ n สลับกับลำดับที่ 1 คำนวณค่า Interval Makespan ถ้าค่าที่ได้ดีกว่าค่าในอดีตให้ เก็บบันทึกไว้เป็นค่า MinInterval จากนั้นสลับลำดับกลับที่เดิม

3) เลือกการสลับลำดับจากข้อ 1 ที่ให้ค่า MinInterval เป็นลำดับใหม่ ถ้าค่า MinInterval ที่บันทึกไว้ดีกว่าค่า MinInterval ที่บันทึกไว้จากรอบที่แล้ว ให้กลับไปทำข้อที่ 2 ซ้ำ ถ้าไม่พบค่า MinInterval ที่ดีกว่าค่า MinInterval จากรอบที่แล้ว ให้ยุติการหาคำตอบ

การกลายพันธุ์ภายหลังการกลายพันธุ์ (Mutation 2) เป็นการเปลี่ยนค่าในบางตำแหน่งของยีนเพื่อให้เกิดคำตอบใหม่ โดยทำการสุ่มตัวเลขของตำแหน่งของยีนที่จะทำการกลายพันธุ์ (Mutation) ขึ้นมา 1 ตำแหน่ง สมมุติเป็นตำแหน่งที่ a หลังจากนั้นทำการสุ่มตัวเลขระหว่างค่า 1 ถึง 10 ถ้าหากตัวเลขที่สุ่มขึ้นมา อยู่ในช่วง 1 ถึง 5ให้ทำการสลับตำแหน่งระหว่าง ยีน (a) กับ ยีน (a-1) ในทาง ตรงกันข้าม หากตัวเลขที่สุ่มขึ้นมาอยู่ในช่วง 6 ถึง 10 ให้ทำการสลับตำแหน่งระหว่าง ยีน (a) กับ ยีน (a+1) ดังแสดงในรูปข้างล่าง

ถ้าสุ่มครั้งแรกได้ 6 ยีนที่ 5 คือตำแหน่งที่ a ยีนที่ 3 คือตำแหน่งที่ a-1 และยีนที่ 1 คือลำดับที่ a+1

D 4 2 7 6 3 5 1 10 8 9

สมมุติว่าตัวเลขที่สุ่มครั้งที่ 2 คือ 5 (อยู่ระหว่าง 1 ถึง 5) ให้ทำการสลับตำแหน่งระหว่าง ยีน (a) กับ ยีน (a-1) หรือ ยีนที่ 5 กับยีนที่ 3 หลังจากการสลับตำแหน่ง (Mutation) จะได้โครโมโซมลูกสาว D ใหม่ดังนี้

D 4 2 7 6 5 3 1 10 8 9

ในทำนองเดียวกันโครโมโซมของลูกชาย S ก็มีการกลายพันธุ์ในวิธีเดียวกันกับโครโมโซมลูกสาว

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> การประเมินผล (Evaluation)

เป็นขั้นตอนคำนวณหาค่า Fitness ของโครโมโซมลูกๆ ที่ได้จากขั้นตอนที่ 4 ค่า Fitnessของโครโมโซมคือ $R_{m,\sigma(k)} = C^{\max}_{m,\sigma(k)} - C^{\min}_{m,\sigma(k)}$

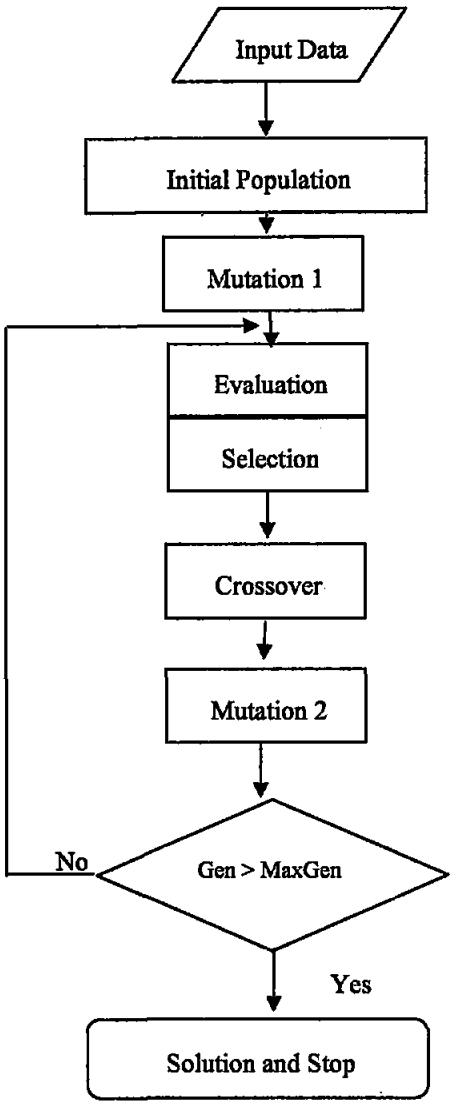
<u>ขั้นตอนที่ 6</u> การคัดเลือก (Selection)

ขั้นตอนนี้คือขั้นตอนของการคัดเลือกโครโมโซมลูกเพื่อนำไปใช้เป็นโครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่ของประชากรรุ่นต่อไป จากขั้นตอนที่ 5 โครโมโซมลูกแต่ละตัวก็จะมีค่า Fitness ของตัวเอง โครโมโซมที่ดีคือ โครโมโซมที่มีค่า Fitness สอดคล้องกับสมการวัตถุประสงค์ (Objective Function) และเงื่อนไขที่กำหนดขึ้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ต้องการหาค่าที่น้อยที่สุด (Minimize)ของพิสัยเวลาการเสร็จสิ้นและค่าเวลาการเสร็จสิ้นไม่มากกว่าเวลา T ที่กำหนดขึ้นจากผู้ทำการจัดตารางงาน ดังนั้นโครโมโซมที่ดี คือ โครโมโซมที่ให้ค่า Fitness ที่น้อยและได้เงื่อนไขดังกล่าวด้วย

โครโมโซมพ่อและโครโมโซมแม่ของประชากรรุ่นต่อไปจะประกอบไปด้วยโครโมโซม ที่ดีจำนวนหนึ่ง ส่วนที่เหลือจะได้จากการสุ่มจากกลุ่มของโครโมโซมลูก ทำซ้ำขั้นตอนที่ 3 การตัดข้ามสายพันธุ์ (Crossover) ถึง ขั้นตอนที่ 6 การคัดเลือก (Selection) จนกระทั่งได้จำนวนรุ่นของประชากรครบตามจำนวนที่ต้องการ ภาพที่ 8 แสดงโครงสร้างการทำงานของขั้นตอนวิธีพันธุกรรม

4. <u>ขั้นตอนวิธีพันธุกรรมแบบมีคำตอบเริ่มต้นจากวิธีการ MNEH (MNEH_GA)</u>

เนื่องจากวิธี GA ใช้หลักการ Crossover และ Mutation เพื่อสร้างคำตอบเริ่มต้นและปรับปรุงให้ดีขึ้นเป็นลำดับ ประชากรเริ่มต้นมีส่วนสำคัญในการหาคำตอบสุดท้าย วิธีการ MNEH (Modified NEH) ได้จากการประยุกต์หลักการของ NEH (Nawaz, *et al.*, 1983) เพื่อใช้สำหรับแก้ปัญหากรณีจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย เริ่มต้นจากการสร้างตารางการผลิตจากลำดับตามพิสัยเวลางานเสร็จสิ้นทั้งจากมากไปน้อยและจากน้อยไปมาก ขั้นตอนการเลือกงานแทรกเข้าไปในตารางการผลิตทีละงานในตำแหน่งต่าง ๆ ที่เป็นไปได้จนกว่าจะได้ตารางการผลิตที่ให้ค่าพิสัยของเวลางานเสร็จสิ้นน้อยพอประมาณใกล้เคียงกับค่าที่ดีที่สุด



ภาพที่ 8 แผนผังแสดงโครงสร้างของขั้นตอนวิธีพันธุกรรม

คำจำกัดความ

$C_\sigma^{\max}$ คือ เวลางานเสร็จสิ้นของค่ามากของตารางงานที่มีการจัดลำดับแล้วบางส่วน

$\sum_{j=1}^{m} t_{j,i}^{\max}$ คือผลรวมเวลาในการปฏิบัติงานกรณีมากของงาน i บนทุกเครื่องจักร

$\sum_{j=1}^{m} t_{j,i}^{\min}$ คือผลรวมเวลาในการปฏิบัติงานกรณีน้อยของงาน i บนทุกเครื่องจักร

R_j = ค่าพิสัยสัมพันธ์ของงาน j $(j = 1,\ldots,n)$

โดยสรุปขั้นตอนหลัก ๆ ของวิธี MNEH ได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สำหรับทุกๆ งานให้คำนวณค่าพิสัยของงาน j (R_j) โดยที่

$$R_j = \sum_{i=1}^{m} t_{i,j}^{\max} - \sum_{i=1}^{m} t_{i,j}^{\min} \qquad (47)$$

ขั้นตอนที่ 2 เรียงลำดับงานตามค่า R_j โดยเรียงจากมากไปหาน้อย

ขั้นตอนที่ 3 เลือกงานจากลำดับที่ 1 และ 2 ของการเรียงในขั้นตอนที่ 2 ทำการสลับค่าลำดับเพื่อหาลำดับที่ให้ค่า $C_{m,\sigma(k)}^{\max} - C_{m,\sigma(k)}^{\min}$ น้อยที่สุด และเมื่อได้ค่าที่ดีที่สุดให้บันทึกลำดับไว้ ลำดับที่ได้นี้จะไม่มีการสลับลำดับของงานทั้งสองนี้อีกแต่อาจจะมีงานที่เหลือมาแทรกได้ แล้วตั้งค่า $j = 3$

ขั้นตอนที่ 4 ดึงงานลำดับที่ j มาจากการเรียงลำดับในขั้นตอนที่ 2 มาแทรกตำแหน่งต่างๆ ของลำดับที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 แล้วหาตำแหน่งแทรกที่ทำให้ค่าพิสัยเวลาเสร็จสิ้นดีที่สุดจากทุก j ตำแหน่งที่สามารถเรียงได้ โดยที่จะไม่ทำการสลับลำดับของการจัดลำดับย่อยที่ทำการจัดลำดับไว้แล้ว เพิ่มค่า $j = j+1$ ทำขั้นตอนที่ 4 ซ้ำจนกระทั่งได้ ค่า $j = n$ ในขั้นตอนนี้จะได้ตารางงานที่มีพิสัยเวลาสิ้นสุดค่าหนึ่ง

ขั้นตอนที่ 5 ปรับปรุงตารางการผลิตที่ได้โดยทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 ถึง 4 แต่ขั้นตอนที่ 2 เรียงจากน้อยไปมาก แทนผลที่ได้เปรียบเทียบกันแล้วเลือกตารางการผลิตที่ให้พิสัยเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด

คำตอบที่ได้จากวิธีการ MNEH จะเป็นคำตอบที่ดีพอสมควร (อิทธิพล บุญญวิโรจน์ฤทธิ์, 2545) ข้อดีของวิธี MNEH คือ เป็นวิธีฮิวริสติคที่มีประสิทธิภาพ ได้ผลเฉลยที่ดีที่สุดหรือใกล้เคียง เหมาะที่จะใช้ในการหาคำตอบของปัญหาการจัดตารางงานขนาดใหญ่ภายในเวลาสั้นๆ ดังนั้นการนำวิธีการ MNEH กับวิธีพันธุศาสตร์ (GA) มาผสมกัน โดยนำผลเฉลยที่ได้จากวิธี MNEH เป็นผลเฉลยเริ่มต้นร่วมกับประชากรเริ่มต้นที่ได้จากการสุ่มจำนวนหนึ่งของวิธีการ GA ที่ได้กล่าวไปแล้ว เป็นวิธีการที่ทำให้ผลเฉลยเข้าใกล้ผลเฉลยที่ดีที่สุดได้เร็วกว่า

ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็น

จากการทบทวนเอกสารงานวิจัย ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัยไม่พบหลักฐานอ้างอิง งานวิจัยที่ใกล้เคียงกับปัญหาการจัดตารางผลิตที่มีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัยได้แก่งานวิจัยของ Balasubramanian and Grossmann (2002) เขาได้เสนอปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอนที่ประยุกต์ในกระบวนการผลิตที่เป็นอุตสาหกรรมเคมี จุดประสงค์ของการจัดตารางการผลิตคือหาตารางการผลิตของงานที่ให้ค่าคาดหวังเวลางานเสร็จสิ้นน้อยที่สุด วิธีการแก้ปัญหาใช้กลวิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) คุณลักษณะของปัญหาการจัดตารางการผลิตที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอนแตกต่างจากปัญหาการจัดตารางการผลิตที่มีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย ได้แก่ ข้อมูลของเวลาการผลิตข้อมูลของเวลาการผลิต เป็นข้อมูลหลักที่ใช้ในการวิจัย มีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่ม (Random variable) มีการกระจายอยู่ในรูปของการแจกแจงแบบจำนวนเต็ม (Discrete Distribution) การคำนวณใช้ค่าคาดหวัง (Expected value) หรือค่าเฉลี่ยของข้อมูล ในการ

พิจารณาค่ากลางของข้อมูล สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E[x] = \sum \{x * f(x)\} \qquad (48)$$

โดย f(x) เป็นค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ x โดยเหตุการณ์ x มีการแจกแจงแบบจำนวนเต็ม (Discrete Distribution) วิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต ในขั้นตอนจำกัดขอบเขตหรือตัดกิ่งคำตอบ (Bounding) เพื่อเพิ่มลดขอบเขตของคำตอบหรือลดการขยายในระดับต่อไป จะอาศัยการคำนวณหาค่าขอบเขตล่าง (Lower bound) ของคำตอบ ของแต่ละปมของทรี โดยการพิจารณางานที่ได้จัดลำดับและงานที่ยังไม่ได้ทำการจัดลำดับของแต่ละเครื่องจักร

เนื่องจากขอบเขตล่างของ Balasubramanian and Grossmann (2002) เสียเวลาในการเรียงลำดับ (Permutation) งานที่ไม่ได้รับการจัด ดังนั้นถ้ามีจำนวนงานมากกว่า 10 แต่จำนวนทางเลือกรวมทั้งหมดไม่มาก ในที่นี้จะเสนอวิธีการขยายและจำกัดขอบเขตโดยไม่ต้องทำการเรียงลำดับงาน (Permutation) โดยคำนวณขอบเขตล่าง (LB) ได้ดังนี้

1. <u>ขอบเขตล่างยึดเครื่องจักรเป็นหลัก (Machine Based Lower Bound)</u>

เพื่อความสะดวกจะเรียกกลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตที่คำนวณขอบเขตล่างแบบยึดเครื่องจักรเป็นหลักว่า "**P2006**" ได้จากการพัฒนาตามหลักการของ Ignall and Schrage (1965) โดยมีหลักการง่ายๆ คือ ขอบเขตล่างได้จากผลรวมเวลาการผลิตเฉลี่ยโดยไม่มีเวลาว่างบนเครื่องจักรหนึ่ง ผลรวมเวลาการผลิตเฉลี่ยใดมีค่ามากถือว่าเป็นเส้นทางวิกฤตที่นำมาเป็นขอบเขตล่าง ดังสมการที่ (49)

$$LB^{M}_{\sigma(h)} = \max_{1\le k\le m}\{\overline{T}_{k,\sigma(h)} + \sum_{b=h+1}^{n} \overline{t}_{k,\sigma(b)} + \min_{h+1\le r\le n}\{\sum_{g=k+1}^{m} \overline{t}_{g,\sigma(r)}\}\} \qquad (49)$$

โดย

$\overline{t}_{k,\sigma(b)}$ คือ เวลาการผลิตเฉลี่ยของงานลำดับที่ b ที่เครื่องจักร k โดย b>h

$\overline{T}_{j,\sigma(h)}$ คือ เวลาเสร็จสิ้นเฉลี่ยของงานลำดับที่ h ที่เครื่องจักร j

$\sum_{b=h+1}^{n} \overline{t}_{k,\sigma(b)} + \min_{h+1\le r\le n}\{\sum_{g=k+1}^{m} \overline{t}_{g,\sigma(r)}\}$ เป็นผลรวมค่าคาดหวังของเวลาการผลิตของเครื่องจักรที่ k ของงาน $\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)$ ที่ยังไม่ได้รับการจัด โดยเลือกเครื่องจักร k ที่ให้ค่าผลรวมมากที่สุด

<u>ประพจน์ที่ 4</u>

ขอบเขตล่างที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ มีค่าน้อยกว่า ขอบเขตล่างจากอ้างอิง

$$\max_{1\le k\le m}\{\overline{T}_{k,\sigma(h)}+\sum_{b=h+1}^{n}\overline{t}_{k,\sigma(b)}+\min_{h+1\le r\le n}\{\sum_{g=k+1}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(r)}\}\}$$

$$\le \overline{T}_{m,\sigma(h)}+\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\} \quad (50)$$

พิสูจน์ประพจน์ที่ 4

ให้ v เป็นเครื่องจักรที่ทำให้สมการ (50) มีค่ามากที่สุด จะได้ว่า

$$\overline{T}_{v,\sigma(h)}+\sum_{b=h+1}^{n}\overline{t}_{v,\sigma(b)}+\min_{h+1\le r\le n}\{\sum_{g=k+1}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(r)}\}$$

$$\le \overline{T}_{m,\sigma(h)}+\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\} \quad (51)$$

เนื่องจาก

$$\overline{T}_{g,\sigma(h)}=\overline{I}_{g,\sigma(h)}+\overline{t}_{g,\sigma(h)} \quad (52)$$

โดย $\overline{I}_{g,\sigma(h)}$ เป็นเวลารอคอยของงานลำดับที่ h ที่เครื่องจักร g โดยคำนวณจากค่าคาดหวังของเวลาการผลิต จะได้ว่า

$$\overline{T}_{m,\sigma(h)}=\overline{T}_{v,\sigma(h)}+\sum_{g=v+1}^{m}(\overline{I}_{g,\sigma(h)}+\overline{t}_{g,\sigma(h)}) \quad (53)$$

$$\overline{T}_{m,\sigma(h)}\ge \overline{T}_{v,\sigma(h)}+\min_{h+1\le r\le n}\sum_{g=v+1}^{m}(\overline{I}_{g,\sigma(r)}+\overline{t}_{g,\sigma(r)}) \quad (54)$$

นอกจากนั้น

$$\overline{T}_{m,\sigma(h)}\ge \overline{T}_{v,\sigma(h)}+\min_{h+1\le r\le n}\sum_{g=v+1}^{m}(\overline{t}_{g,\sigma(r)}) \quad (55)$$

$$\sum_{b=h+1}^{n}\overline{t}_{v,\sigma(b)}\le \min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{v,\sigma(b)}-\overline{T}_{v,\sigma(b-1)})\le \min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)}) \quad (56)$$

จากสมการที่ (55) และ (56) จะได้ว่า

$$\max_{1\le k\le m}\{\overline{T}_{k,\sigma(h)}+\sum_{b=h+1}^{n}\overline{t}_{k,\sigma(b)}+\min_{h+1\le r\le n}\{\sum_{g=k+1}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(r)}\}\}$$

$$\le \overline{T}_{m,\sigma(h)}+\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\}$$ เป็นจริง □

ประพจน์ที่ 5

ขอบเขตล่างที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ มีจำนวนขั้นตอนในการแก้ปัญหาในแต่ละกิ่งของการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) น้อยกว่า ขอบเขตล่างจากอ้างอิง

พิสูจน์ประพจน์ที่ 5

ขอบเขตล่าง $\max_{1\le k\le m}\{\overline{T}_{k,\sigma(h)} + \min_{h+1\le r\le n}\{\sum_{g=k+1}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(r)}\} + \sum_{b=h+1}^{n}\overline{t}_{k,\sigma(b)}\}$ มีเวลาการคำนวณไม่เกิน $m^*(1+n\,m+n)$ แต่ ขอบเขตล่าง $\overline{T}_{m,\sigma(h)} + \min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)} - \overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\}$ มีเวลาการคำนวณไม่เกิน n! จะเห็นว่า เวลาในการคำนวณขอบเขตล่างของวิธีที่นำเสนอ มีการเพิ่มขึ้นแบบพหุนาม ในขณะที่เวลาในการคำนวณขอบเขตล่างของวิธีการจากการอ้างอิง มีการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง ซึ่งทำให้เมื่อ N มีจำนวนมากแล้ว ค่า ขอบเขตล่างของวิธีการที่นำเสนอจะมีความรวดเร็วในคำนวณมากกว่า วิธีการจากการอ้างอิง □

2. ขอบเขตล่างยึดงานเป็นหลัก (Job Based Lower Bound)

เพื่อความสะดวกจะเรียกกลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตที่คำนวณขอบเขตล่างแบบยึดงานเป็นหลักว่า "S2006" ได้จากการพัฒนาตามหลักการของ Mahon and Burton (1966) ขอบเขตล่างได้จากการพิจารณาผลรวมเวลาการผลิตเฉลี่ยของงานหนึ่งที่ยังไม่ได้รับการจัดเป็นเส้นทางวิกฤต ดังแสดงในสมการที่ (57)

$$LB^{L}_{\sigma(h)} = \max_{1\le k\le m}\{\overline{T}_{k,\sigma(h)} + \max_{h+1\le l\le n}\left[\sum_{g=k}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(l)} + \sum_{b=h+1,b\neq l}^{n}\min(\overline{t}_{k,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)})\right]\} \qquad (57)$$

โดย

$\max_{h+1\le l\le n}\left[\sum_{g=k}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(l)} + \sum_{\substack{b=h+1\\ b\neq l}}^{n}\min(\overline{t}_{k,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)})\right]$ เป็นผลรวมค่าคาดหวังของเวลาการผลิตของงานหนึ่งภายใต้งาน $\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)$ ที่ทำการผลิตบนเครื่องจักร k ถึง m และ ค่าคาดหวังของเวลาการผลิตงานที่เหลือที่มีค่าน้อยบนเครื่องจักร k และ m ที่ยังไม่ได้รับการจัด โดยเลือกงาน i ที่ให้ค่าผลรวมมากที่สุด

ประพจน์ที่ 6

ขอบเขตล่างยึดงานเป็นหลักมีค่าน้อยกว่าขอบเขตล่างจากอ้างอิง

$$\max_{1\le k\le m}\{\overline{T}_{k,\sigma(h)} + \max_{h+1\le l\le n}\left[\sum_{g=k}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(l)} + \sum_{b=h+1,b\neq l}^{n}\min(\overline{t}_{k,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)})\right]\}$$

$$\le \overline{T}_{m,\sigma(h)} + \min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)} - \overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\} \qquad (58)$$

พิสูจน์ประพจน์ที่ 6

ให้ v ,u เป็นเครื่องจักรและงานที่ทำให้สมการที่ (58) มีค่ามากที่สุด จะได้ว่า

$$\overline{T}_{v,\sigma(h)}+\sum_{g=v}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(u)}+\sum_{b=h+1,b\neq u}^{n}\min(\overline{t}_{v,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)})$$

$$\leq \overline{T}_{m,\sigma(h)}+\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\} \quad (59)$$

สามารถสลับงานลำดับ u ไปเป็นลำดับที่ $h+1$ โดยไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่า ทำให้ได้

$$\overline{T}_{v,\sigma(h)}+\sum_{g=v}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(h+1)}+\sum_{b=h+2}^{n}\min(\overline{t}_{v,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)})$$

$$\leq \overline{T}_{m,\sigma(h)}+\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\} \quad (60)$$

จะได้ว่า

$$\overline{T}_{v,\sigma(h)}+\sum_{g=v}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(h+1)}\leq\overline{T}_{m,\sigma(h+1)} \quad (61)$$

และ $\sum_{b=h+2}^{n}\min\left(\overline{t}_{v,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)}\right)\leq\overline{T}_{m,\sigma(n)}-\overline{T}_{m,\sigma(h+1)}$ (62)

ผลรวมของสมการที่ (61) และ (62)

$$\overline{T}_{v,\sigma(h)}+\sum_{g=k}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(h+1)}+\sum_{b=h+2}^{n}\min\left(\overline{t}_{v,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)}\right)\leq\overline{T}_{m,\sigma(n)} \quad (63)$$

จาก $\overline{T}_{m,\sigma(n)}=\overline{T}_{m,\sigma(h)}+\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\}$

จะได้

$$\overline{T}_{v,\sigma(h)}+\sum_{g=k}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(h+1)}+\sum_{b=h+2}^{n}\min\left(\overline{t}_{v,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)}\right)$$

$$\leq\overline{T}_{m,\sigma(h)}+\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(N)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\} \quad (64)$$

สรุปได้ว่า ประพจน์ที่ 6 เป็นจริง□

ประพจน์ที่ 7

ขอบเขตล่างยึดงานเป็นหลัก มีจำนวนขั้นตอนในการแก้ปัญหาในแต่ละกิ่งของการขยายและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) น้อยกว่า ขอบเขตล่างจากอ้างอิง

พิสูจน์ประพจน์ที่ 7

$$\max_{1\le k\le m}\{\overline{T}_{k,\sigma(h)}+\max_{h+1\le i\le n}\left[\sum_{g=k}^{m}\overline{t}_{g,\sigma(i)}+\sum_{b=h+1,b\neq i}^{n}\min(\overline{t}_{k,\sigma(b)},\overline{t}_{m,\sigma(b)})\right]\}$$

มีเวลาการคำนวณมากสุด คือ $m^*(1+nm+2n^2)$ ซึ่งมีการเพิ่มขึ้นแบบพหุนาม เช่นเดียวกับขอบเขตล่างที่นำเสนอไปก่อนหน้านี้ □

3 ขอบเขตล่างแบบผสม (Global Lower Bound)

เพื่อความสะดวกจะเรียกกลวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตที่คำนวณขอบเขตล่างแบบผสมว่า **"M2006"** โดยค่ามากที่สุดของขอบเขตล่าง 2 แบบที่กล่าวมา ได้จากสมการที่ (50) หรือ สมการที่ (58) จะเป็นขอบเขตล่างที่ดีกว่า

$$GBL_{\sigma(h)}=\max\{LB^{M}_{\sigma(h)},LB^{L}_{\sigma(h)}\} \qquad (65)$$

ประพจน์ที่ 8

ขอบเขตล่างทั้งหมด สมการที่ (65) มีค่าน้อยกว่า ขอบเขตล่างจากอ้างอิง

$$GBL_{\sigma(h)}=\max\{LB^{M}_{\sigma(h)},LB^{L}_{\sigma(h)}\}\le\overline{T}_{m,\sigma(h)}+\min_{\sigma(h+1),\ldots,\sigma(n)}\{\sum_{b=h+1}^{n}(\overline{T}_{m,\sigma(b)}-\overline{T}_{m,\sigma(b-1)})\} \qquad (66)$$

พิสูจน์ประพจน์ที่ 8

เนื่องจากได้พิสูจน์แล้วว่า ประพจน์ที่ 4 และ ประพจน์ที่ 7 เป็นจริง ทำให้ ประพจน์ที่ 8 เป็นจริงเช่นกัน □

การออกแบบและเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์

เนื่องจากวิธีการต่างๆ ที่เสนอมีความซับซ้อนและเพื่อสะดวกในการทดลองกับปัญหาขนาดต่างๆ งานวิจัยนี้ได้นำวิธีการดังกล่าวเขียนอยู่ในรูปภาษา C++ การจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอน 2 กรณี กรณีแรกมีเป้าหมายคือหาตารางที่มีค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุดส่วนกรณีที่สองมีเป้าหมายคือหาตารางงานที่มีเวลางานเสร็จสิ้นเฉลี่ยน้อยที่สุด การตรวจสอบว่าวิธีการแตกกิ่งและจำกัด

ขอบเขตคำตอบให้คำตอบที่เป็นคำตอบที่ดีที่สุดหรือไม่ทำได้โดยการเปรียบเทียบวิธีการแจงนับแบบสมบูรณ์ว่าคำตอบตรงกันหรือไม่ นอกจากนั้นจะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมโดยการทดลองกับปัญหาขนาดเล็กและตรวจสอบคำตอบว่าตรงกันหรือไม่ หากตรงกันจึงจะสามารถไปทดลองกับปัญหาขนาดใหญ่

<u>การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์</u>

การตรวจสอบค่าคำตอบ จำนวนปม ด้วยปัญหาขนาดเล็ก ๆ ด้วยมือ ดังแสดงในภาคผนวก ก ตัวอย่างที่ ก1 ถึง ก4 เมื่อเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ตรงกันแสดงว่า โปรแกรมคอมพิวเตอร์ถูกต้อง

<u>การวัดประสิทธิภาพของวิธีการ</u>

การประเมินวิธีการที่เสนอของวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตจะใช้จำนวนปมในการแตกกิ่งก่อนจะพบคำตอบสุดท้าย เวลาในการคำนวณ (CPU time) ค่าของคำตอบที่ได้ ในปัญหานี้จุดประสงค์เพื่อหาค่าที่น้อยที่สุดเป็นคำตอบสุดท้าย วิธีการ ENUMAP จะให้ค่าคำตอบที่น้อยที่สุดเพราะเป็นวิธีการหาคำตอบแบบทุกทางเลือก จึงกำหนดเป็นวิธีการที่สามารถอ้างอิงในการเปรียบเทียบ ดังนั้นค่าคำตอบที่ได้จากวิธีการต่างๆ สามารถเทียบเคียงกับคำตอบที่ดีที่สุด ซึ่งจะเรียกว่าเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อน (Percentage Of Deviation, POD)

$$POD(ABC) = \frac{R_\sigma(ABC) - R_\sigma(ENUMAP)}{R_\sigma(ENUMAP)} * 100$$

โดย POD (ABC) = เปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนของวิธีการ ABC

R_σ (ABC) = ช่วงเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานที่ได้จากวิธีการ ABC

R_σ (ENUMAP) = ช่วงเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานที่ได้จากการหาผลเฉลยโดยวิธี ENUMAP

ตัวชี้วัดประสิทธิภาพของวิธีการได้แก่ ค่าที่ได้จากการคำนวณ เวลาในการคำนวณ (วินาที) จำนวนปมในการแตกกิ่ง และค่าเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อน (Percentage Of Deviation) ซึ่งรายละเอียดได้กล่าวไปแล้วข้างต้น

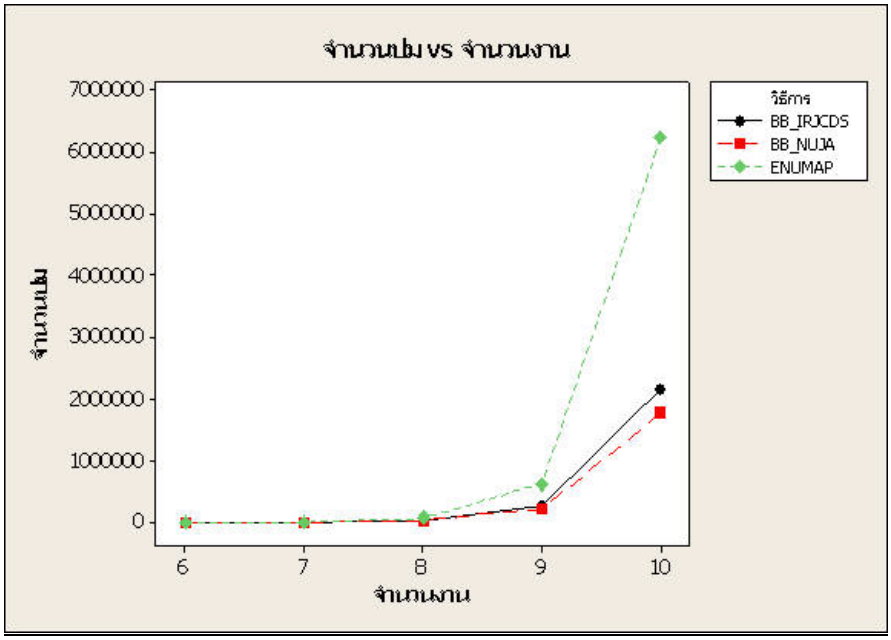
ตารางที่ 6 เปรียบเทียบวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตกับวิธีการแจงนับแบบสมบูรณ์

ตารางที่ 6 เปรียบเทียบวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตกับวิธีการแจงนับแบบสมบูรณ์ กรณีทั่วไป

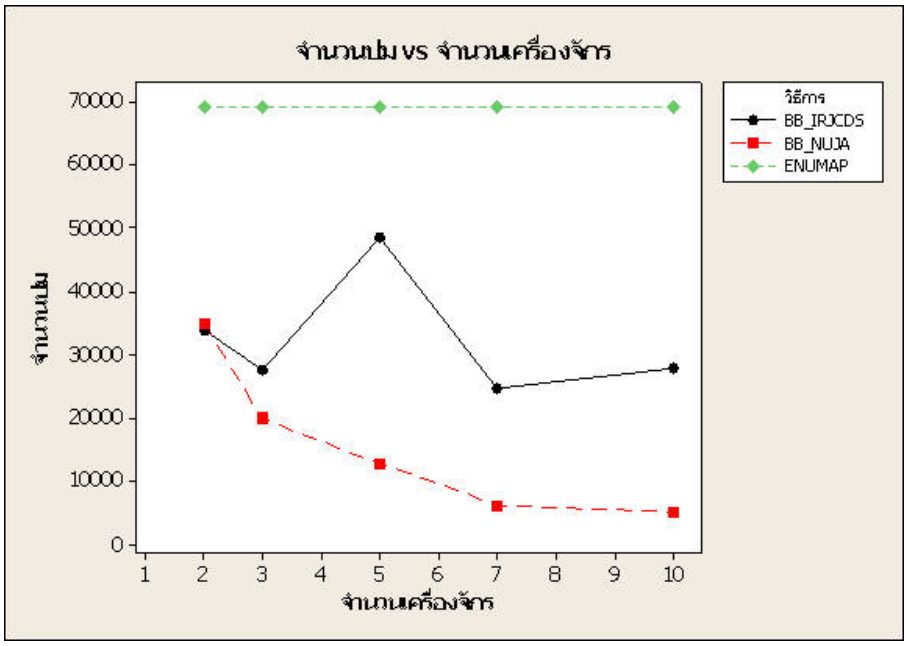
จำนวนงาน	จน. เครื่องจักร	ENUMAP ค่า	ENUMAP จำนวนปม	ENUMAP เวลา (Sec)	BB_IRJCDS ค่า	BB_IRJCDS จำนวนปม	BB_IRJCDS เวลา (Sec)	BB_IRJCDS POD	BB_NUJA ค่า	BB_NUJA จำนวนปม	BB_NUJA เวลา (Sec)	BB_NUJA POD
6	2	26	1237	0.008	26	883.8333	0.63	0	26	1041.7	0.008	0
7	2	27.6667	8660	0.008	27.667	5431.333	3.82	0	27.67	5718.5	0.008	0
8	2	29.8333	69281	0.016	29.833	33714.67	25.483	0	29.83	34870.0	0.016	0
9	2	31.1667	623530	0.1175	31.167	253352.3	196.92	0	31.17	213811	0.078	0
10	2	33.8333	6235301	0.9433	33.833	2158441	1718.9	0	33.83	1770128.3	0.437	0
6	3	25.6667	1237	0.0075	25.833	869.5	1.41	0.49	26	632	0.015	1
7	3	26.8333	8660	0.0075	27.167	4791.5	7.76	1.65	27	3603.7	0.008	0.5
8	3	29	69281	0.031	29.0	27666.33	69.278	0	29.17	19829.667	0.016	0.5
9	3	31.3333	623530	0.1198	31.333	259764.8	583.85	0	31.5	212206.5	0.125	0.4
10	3	33.3333	6235301	1.2033	33.333	543558.5	534.64	0	33.33	814189.67	0.318	0
6	5	31.3333	1237	0.008	31.333	1052.333	2.6893	0	31.5	585.16667	0.015	1.3
7	5	32.5	8660	0.008	32.5	6597.667	18.53	0	32.5	2553	0.008	0
8	5	34.6667	69281	0.0304	34.667	48507.5	148.94	0	34.83	12705.5	0.016	0.5
9	5	35.6667	623530	0.1833	35.667	391866.3	1349	0	35.67	55117	0.063	0
10	5	38.5	6235301	1.7833	38.5	818700.3	1641.4	0	38.5	356352.5	0.218	0
6	7	37.8333	1237	0.016	37.833	759.8333	3.0327	0	38.67	345.83333	0.016	1.8
7	7	39.8333	8660	0.016	39.833	3939.167	16.232	0	40.67	1314.6667	0.007	1.7
8	7	42	69281	0.0467	42.667	24715.33	108.25	3.57	43	6163.1667	0.015	2
9	7	44.3333	623530	0.2633	44.333	169750.3	882.98	0	44.33	26472.5	0.032	0
10	7	45.6667	6235301	2.4688	46.5	359223.2	2204.1	1.87	46.33	154099.17	0.158	1.8
6	10	49.5	1237	0.016	49.5	663.5	4.621	0	50.33	303	0.088	1.1
7	10	49.5	8660	0.016	49.833	3917.833	27.465	0.42	51.17	1243	0.016	2.8
8	10	49.6667	69281	0.06	51	27679.83	204.84	1.86	51	5082.1667	0.032	1.9
9	10	49.1667	623530	0.4013	50	192045.8	1500.7	1.44	49.83	19969.667	0.062	1
10	10	49.1667	6235301	3.613	49.667	1067059	3108.8	0.96	49.5	80283.167	0.153	0.6

POD = Percentage Of Deviation

ข้อมูลในตารางที่ 6 สามารถวิเคราะห์ในลักษณะกราฟเปรียบเทียบได้ดังภาพที่ 9 - 18



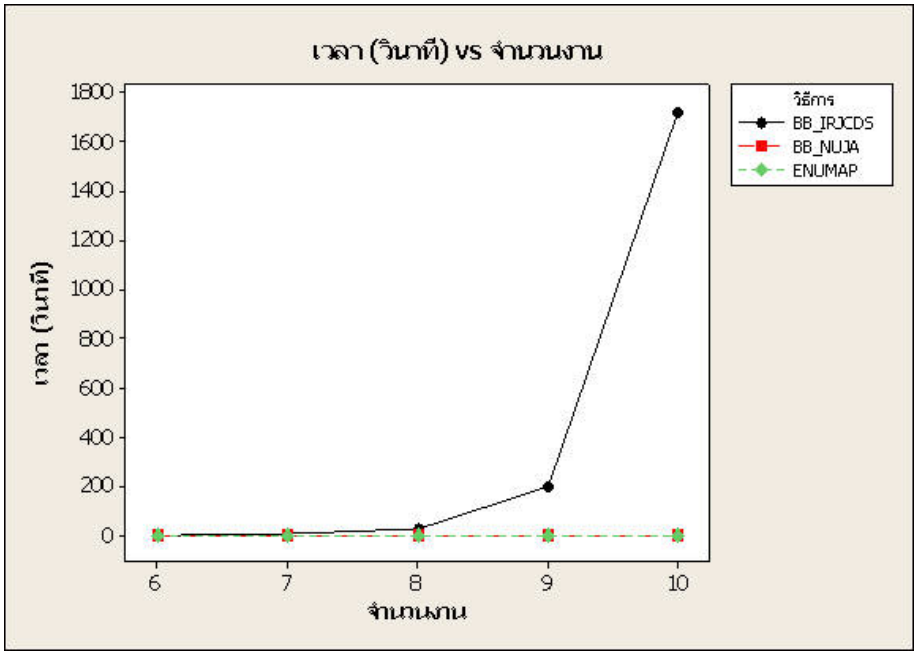
ภาพที่ 9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธีการต่างๆ (2 เครื่องจักร)



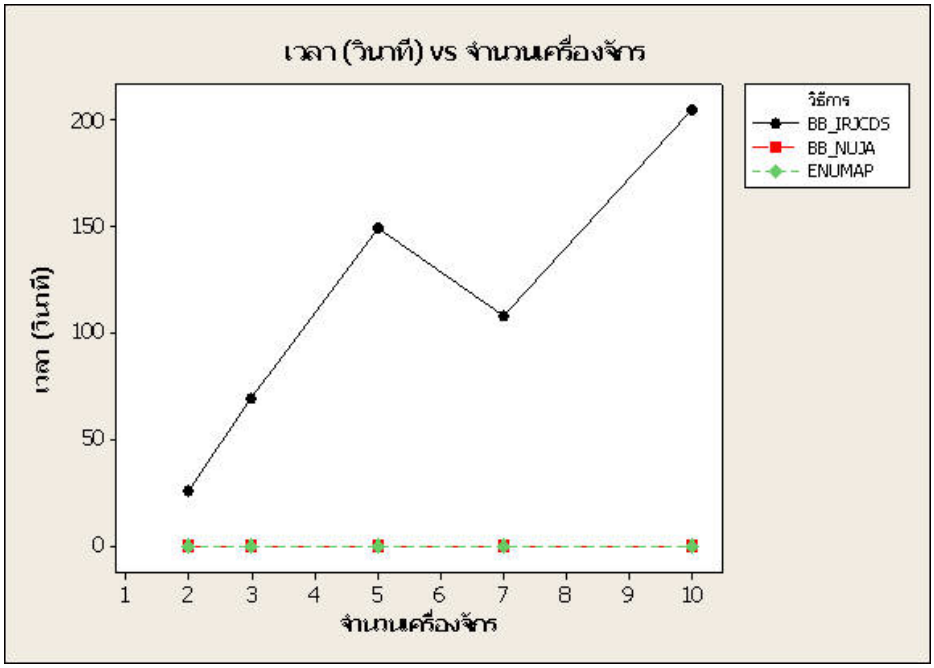
ภาพที่ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีการต่างๆ (8 งาน)

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ชัดเจนว่าจำนวนปมในการแตกกิ่งของวิธี ENUMAP เพิ่มขึ้นแบบทวีคูณเมื่อเพิ่มจำนวนงานในการจัดตารางการผลิต ทั้งนี้เพราะวิธีการ ENUMAP เป็นวิธีการค้นหาคำตอบแบบทุกทางเลือก เมื่อจำนวนงานมากขึ้นทางเลือกของคำตอบจะมาก จำนวนปมแตกกิ่งจะมากตามไปด้วย ซึ่งเป็นไปตามรายละเอียดจำนวนปมของวิธีการเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ที่กล่าวไปแล้วข้างต้น ภาพที่ 10 แสดงกรณีจำนวนงานเท่าเดิมคือ 8 งานเมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องจักร จะเห็นว่าจำนวนปมในการแตกกิ่งของ

วิธีการ BB_IRJCDS ไม่ได้เพิ่มตามจำนวนเครื่องจักรที่เพิ่มขึ้นและไม่มีนัยสำคัญที่จะบอกแนวโน้มได้ เพราะเวลาการผลิตที่ใช้ทดลองเป็นตัวเลขสุ่ม



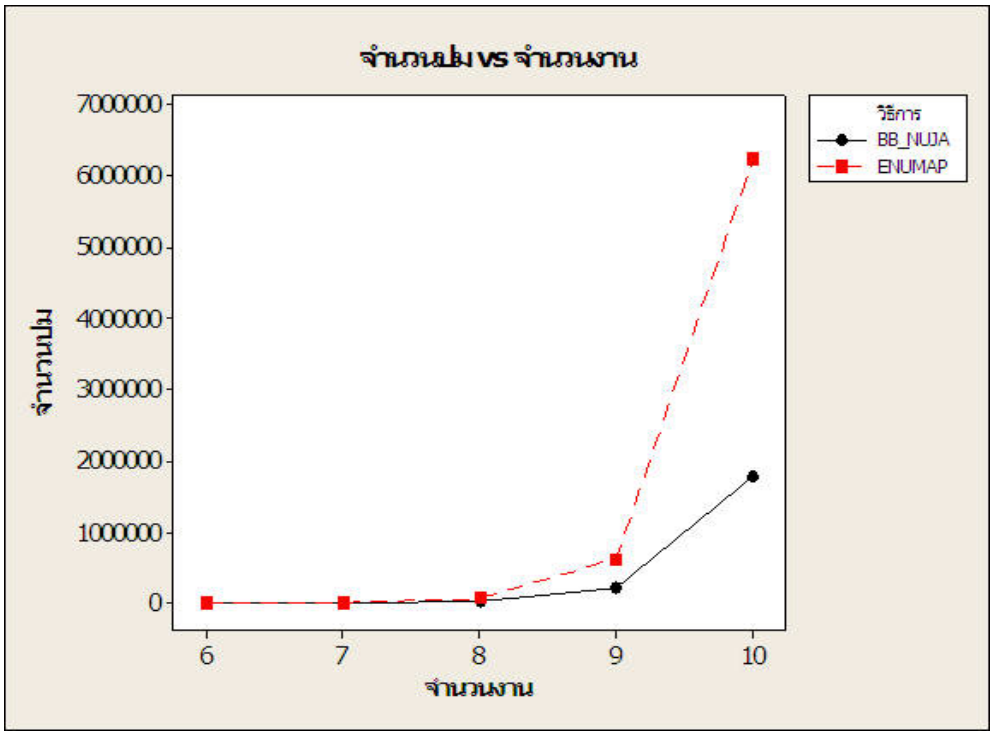
ภาพที่ 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธีการต่างๆ(2 เครื่องจักร)



ภาพที่ 12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีการแตกกิ่งที่เสนอ (8 งาน)

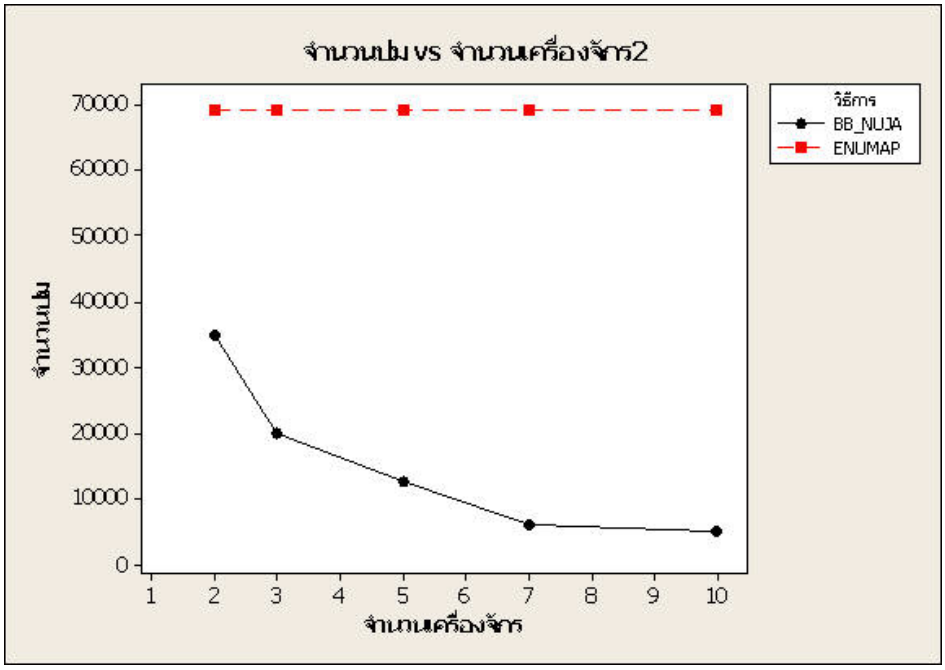
ประสิทธิภาพที่เกี่ยวกับเวลาคำนวณแสดงในภาพที่ 11 และภาพที่ 12 เมื่อจำนวนงานมากขึ้นเวลาในการคำนวณมากขึ้นแบบทวีคูณ ภาพที่ 11 พบว่าเวลาในการคำนวณของวิธี BB_IRJCDS ใช้เวลา

คำนวณมากกว่าวิธีการอื่นมาก ทั้งนี้เนื่องการคำนวณขอบเขตล่างของวิธี BB_IRJCDS ประกอบขั้นตอน 2 ส่วนได้แก่ ส่วนแรกเป็นการหาค่าเวลาเสร็จสิ้นค่ามากน้อยที่สุดโดยการใช้หลักการของ Ignall and Schrage มีเวลาคำนวณประมาณ $m*(1+nm+n)$ ส่วนที่ 2 เป็นการหาค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยมากที่สุดโดยวิธี CDS ร่วมกับ Reverse Johnson ซึ่งตามผลงานวิจัยของ Ruiz and Maroto (2005) กล่าวถึงความซับซ้อนของการคำนวณของ Johnson เท่ากับ $n*(\log n)$ และ CDS = $n^2 m + m*n*\log n$ เมื่อนำมาใช้ร่วมกันจะทำให้ความซับซ้อนของการคำนวณมาก ซึ่งทำให้เวลาคำนวณของวิธี BB_IRJCDS มาก



ภาพที่ 13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA (2 เครื่องจักร)

จากภาพที่ 13 แสดงจำนวนปมของวิธี BB_NUJA เทียบกับวิธี ENUMAP แสดงให้เห็นชัดเจนว่าจำนวนปมของวิธี ENUMAP มีการเพิ่มขึ้นแบบทวีคูณและมากกว่าวิธี BB_NUJA เมื่อจำนวนงานเพิ่มขึ้น นอกจากนั้นยังพบว่ากรณีที่มีเครื่องจักรมากกขึ้น วิธีการ BB_NUJA มีแนวโน้มที่จำนวนปมในการหาคำตอบจะน้อยลงขณะที่วิธีการ ENUMAP จำนวนปมในการแตกกิ่งแม้เพิ่มจำนวนเครื่องจักรยังคงที่ตามจำนวนงานที่คงที่ ดังแสดงในภาพที่ 14 วิธีการ BB_NUJA เมื่อเครื่องจักรมีแนวโน้มจำนวนปมลดลงหรือ สามารถตัดปมได้มากขึ้น อธิบายได้ดังนี้ อาศัยการพิจารณา ขอบเขตล่างของวิธีการ BB_NUJA การแตกปมระดับแรก จะมีจำนวนปมเท่ากับจำนวนงาน แต่ละปมหาค่าขอบเขตล่างได้ แล้วนำมาเฉลี่ย ดังแสดงในตารางที่ 7 เมื่อเพิ่มเครื่องจักร ค่าเวลาเสร็จสิ้นค่ามาก จะเพิ่มขึ้นในอัตราที่มาก เพราะเวลาการผลิตค่ามากมีค่ามากกว่าเวลาการผลิตค่าน้อย ตรงข้าม ค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย จะเพิ่มขึ้นในอัตราที่น้อยกว่า การคำนวณขอบเขตล่างแบบ BB_NUJA ในแต่ละกิ่งเป็นการนำเวลาสิ้นสุดทั้งสองกรณีมาหักลบกันหรือขอบเขตล่างของวิธี BB_NUJA คือผลต่างของค่าเวลาเสร็จสิ้นค่ามากกับเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย

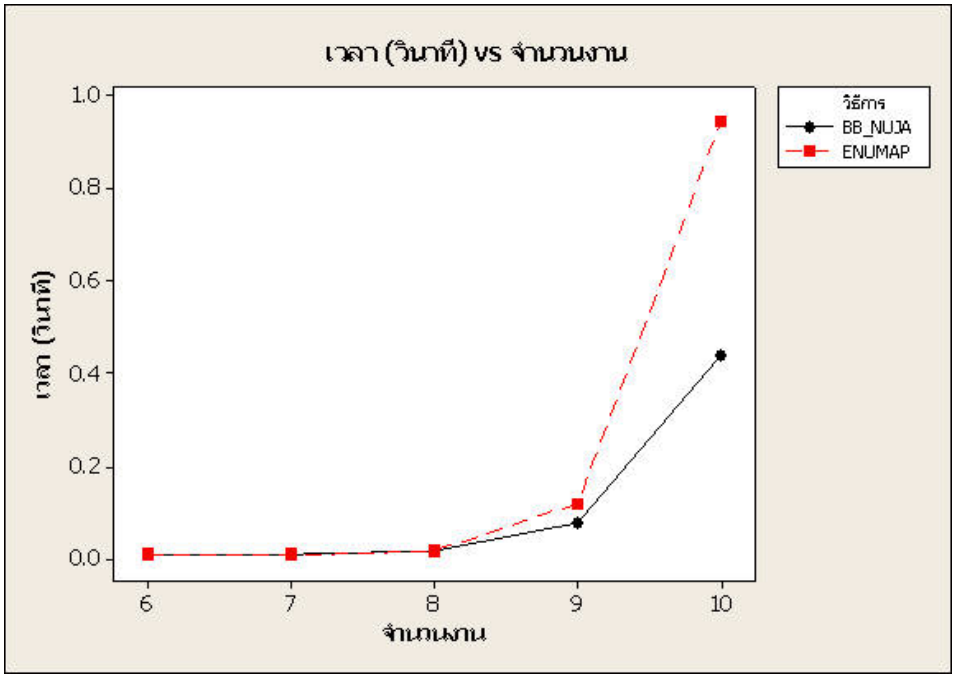


ภาพที่ 14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีการ BB_NUJA (8 งาน)

ตารางที่ 7 แสดงขอบเขตล่างและค่าที่ดีที่สุดโดยเฉลี่ย เมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องจักร โดยเวลาการผลิตเครื่องจักรก่อนหน้าใช้ค่าเดิม ในปัญหาจำนวนงาน 8 งาน โดยโปรแกรม BB_NUJA

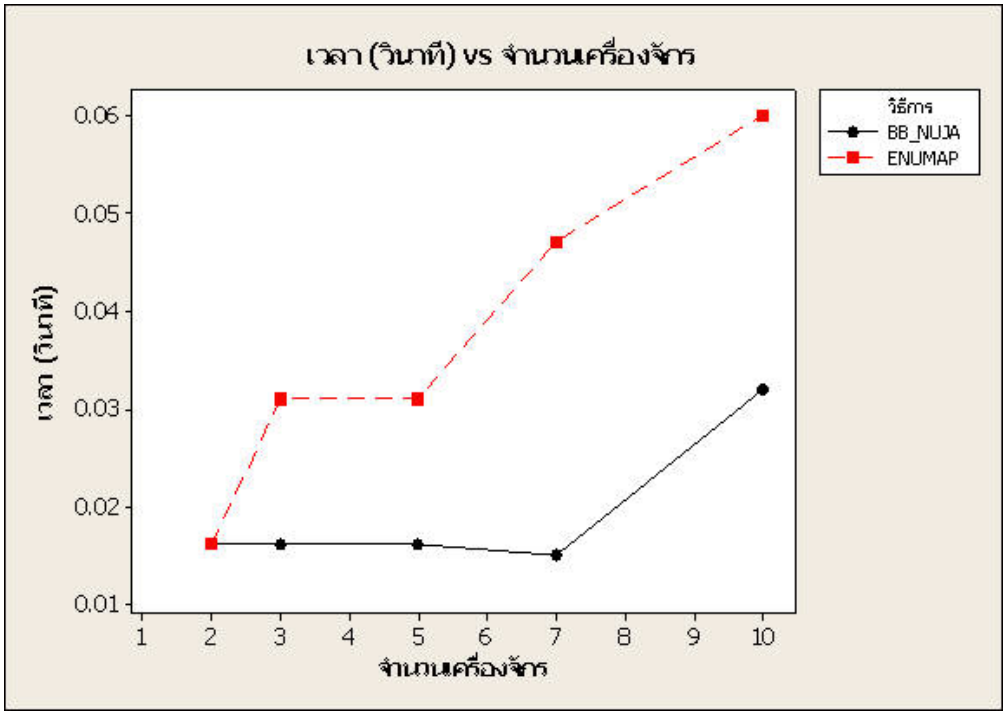
จำนวนเครื่องจักร	ขอบเขตล่างเฉลี่ย	ค่าที่ดีที่สุดเฉลี่ย	ร้อยละผลต่าง
2	8.3	29.8	72.3
3	11.7	29.2	60.0
5	19.6	34.8	43.7
7	28.4	43.0	33.9
10	42.0	51.0	17.6

ขอบเขตล่างของวิธี BB_NUJA มีการเพิ่มขึ้นในอัตราที่ค่อยข้างเร็ว เมื่อเพิ่มเครื่องจักรดังผลในตารางที่ 7 เมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องจักร ขอบเขตล่างเฉลี่ยของ BB_NUJA จะเพิ่มขึ้น จาก 8.3 เป็น 42.0 ตามลำดับ เมื่อนำวิธีการหาขอบเขตล่างนี้มาเปรียบเทียบกับค่าที่ดีที่สุดที่มาจากการเรียงลำดับงานครบ 8 งานทุกตำแหน่งแล้ว(ค่าที่ดีที่สุดได้จากการหาคำตอบที่มีทางเลือกในการหาคำตอบมากแล้ว) การเพิ่มขึ้นของค่าที่ดีที่สุดจึงไม่อาจเพิ่มขึ้นได้ทัดเทียมกับการเพิ่มขึ้นของขอบเขตล่าง ทำให้ค่าขอบเขตล่างมีแนวโน้มเข้าใกล้หรือมากกว่าค่าที่ดีสุดเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มเครื่องจักรขึ้นเรื่อยๆ หรือผลต่างระหว่างค่าที่ดีที่สุดกับขอบเขตล่างของวิธี BB_NUJA น้อยลงเรื่อยๆ เมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องจักร การที่ผลต่างน้อยจะทำให้มีการตัดปมหรือกิ่งได้มากกว่า จึงเป็นสาเหตุที่ทำให้จำนวนปมในการแตกกิ่งลดลงเมื่อจำนวนเครื่องจักรเพิ่มขึ้น



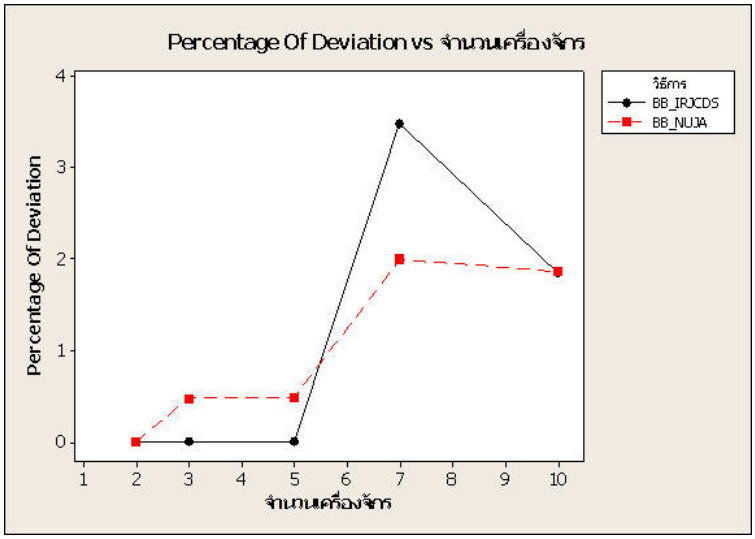
ภาพที่ 15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนงานกับเวลาในการคำนวณ (2 เครื่องจักร)

จากภาพที่ 15 แสดงเวลาที่ใช้ในการคำนวณของวิธี BB_NUJA เทียบกับวิธี ENUMAP แสดงให้เห็นชัดเจนว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณโดยวิธี ENUMAP มีการเพิ่มขึ้นแบบทวีคูณและมากกว่าวิธี BB_NUJA เมื่อจำนวนงานเพิ่มขึ้น นอกจากนั้นยังพบว่ากรณีที่มีการเพิ่มเครื่องจักร วิธีการ BB_NUJA มีความได้เปรียบด้านเวลาที่ใช้ในการคำนวณอีกด้วย ดังแสดงในภาพที่ 16



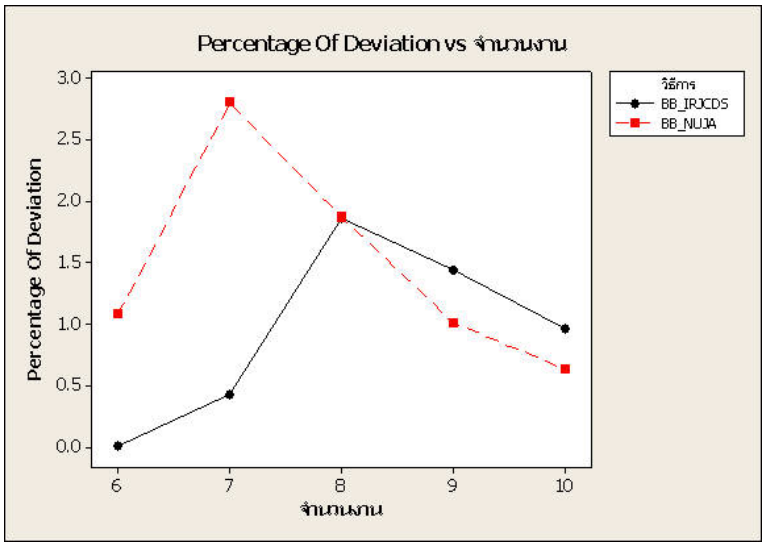
ภาพที่ 16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีการ BB_NUJA (8 งาน)

ภาพที่ 17 แสดงเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนจากคำตอบที่สุดของวิธี BB_IRJCD กับวิธีการ BB_NUJA ในกรณีเครื่องจักรน้อยๆ พบว่าทั้ง 2 วิธีมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนน้อย โดยเฉพาะวิธีการ BB_IRJCDS จะให้คำตอบที่ใกล้เคียงคำตอบที่ดีที่สุดมากกว่าวิธี BB_NUJA แต่เมื่อจำนวนเครื่องจักรมากขึ้น (มากกว่า 5 เครื่องจักร) เปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนของวิธีการ BB_IRJCDS ใช้ไม่ได้ผล



ภาพที่ 17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนเครื่องจักรจากคำตอบที่ดีที่สุด (8 งาน)

ภาพที่ 18 กรณีจำนวนงานน้อยกว่า 8 งานผลิตบนเครื่องจักร 10 เครื่องจักร ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของวิธี BB_IRJCDS น้อยกว่า วิธีการ BB_NUJA แต่กรณีที่จำนวนงานมากกว่า 8 งาน ค่าเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนไม่แตกต่างกันมากนัก โดยฌลี่ยแล้ว เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน อยู่ระหว่างร้อยละ 0.5 ถึง 1.2



ภาพที่ 18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนงานจากคำตอบที่ดีที่สุด (10 เครื่องจักร)

ตารางที่ 8 ผลการทดลองเปรียบเทียบวิธีการ GA, MNEH_GA, และ ENUMAP

จำนวนงาน	จน. เครื่องจักร	ENUMAP ค่า	ENUMAP จำนวนปม	ENUMAP เวลา (Sec)	No.of Reprod	GA ค่า	GA เวลา (Sec)	GA POD	MNEH_GA ค่า	MNEH_GA เวลา (Sec)	MNEH_GA POD
6	2	26	1237	0.01	200	26	5.89	0	26	6.05	0
7	2	27.67	8660	0.01	200	27.67	6.11	0	27.67	6.01667	0
8	2	29.83	69281	0.02	200	29.83	6.22	0	29.83	6.20667	0
9	2	31.17	623530	0.12	200	31.33	6.19	0.30	31.17	6.19	0
10	2	33.83	6235301	0.94	200	34.17	6.25	0.61	34.17	6.23667	0.61
6	3	25.67	1237	0.01	200	25.83	5.64	0.49	25.67	5.74667	0
7	3	26.83	8660	0.01	200	26.83	6.06	0	26.83	6.07167	0
8	3	29	69281	0.03	200	29.00	6.32	0	29	6.34833	0
9	3	31.33	623530	0.12	200	31.33	6.30	0	31.33	6.47667	0
10	3	33.33	6235301	1.20	200	33.67	6.13	0.88	33.33	6.205	0
6	5	31.33	1237	0.01	200	31.33	5.91	0	31.33	6.04	0
7	5	32.5	8660	0.01	200	32.50	5.95	0	32.5	6.06	0
8	5	34.67	69281	0.03	200	34.67	5.91	0	34.67	6.00	0
9	5	35.67	623530	0.18	200	35.67	5.94	0	35.67	5.99	0
10	5	38.5	6235301	1.78	200	38.67	6.16	0.36	38.83	6.18	0.75
6	7	37.83	1237	0.02	200	37.83	5.92	0	37.83	6.04	0
7	7	39.83	8660	0.02	200	39.83	5.99	0	39.83	6.05	0
8	7	42	69281	0.05	200	42.00	6.06	0	42	6.14	0
9	7	44.33	623530	0.26	200	44.67	6.03	0.62	44.67	6.11	0.62
10	7	45.67	6235301	2.47	200	45.83	6.17	0.35	46.33	6.19	1.00
6	10	49.5	1237	0.02	200	49.5	5.96	0	49.5	6.02	0
7	10	49.5	8660	0.02	200	49.5	5.98	0	49.5	5.98	0
8	10	49.67	69281	0.06	200	50	6.08	0.51	49.67	6.13	0
9	10	49.17	623530	0.40	200	49.67	6.09	1.22	49.67	6.15	1.12
10	10	49.17	6235301	3.61	200	50.5	6.36	2.63	50	6.44	1.74

POD = Percentage Of Deviation ทั้งหมดเป็นค่าเฉลี่ยของการทดลอง 6 ตัวอย่าง

ข้อมูลในตารางที่ 8 สามารถวิเคราะห์ในลักษณะกราฟเปรียบเทียบได้ดังภาพที่ 19 – 22

ตารางที่ 8 เป็นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการพันธุกรรม (Genetic Algorithm, GA) วิธีการพันธุกรรมแบบมีคำตอบเริ่มต้นจากวิธีการ MNEH (MNEH_GA) และวิธีการ ENUMAP การป้อนข้อมูลเพื่อสร้างโจทย์

จำนวนงาน = 6 , 7, 8, 9 และ 10

จำนวนเครื่องจักร = 2, 3, 5, 7 และ 10

ชุดเลขสุ่มเริ่มต้น1(Seed 1) : 1234, 1324

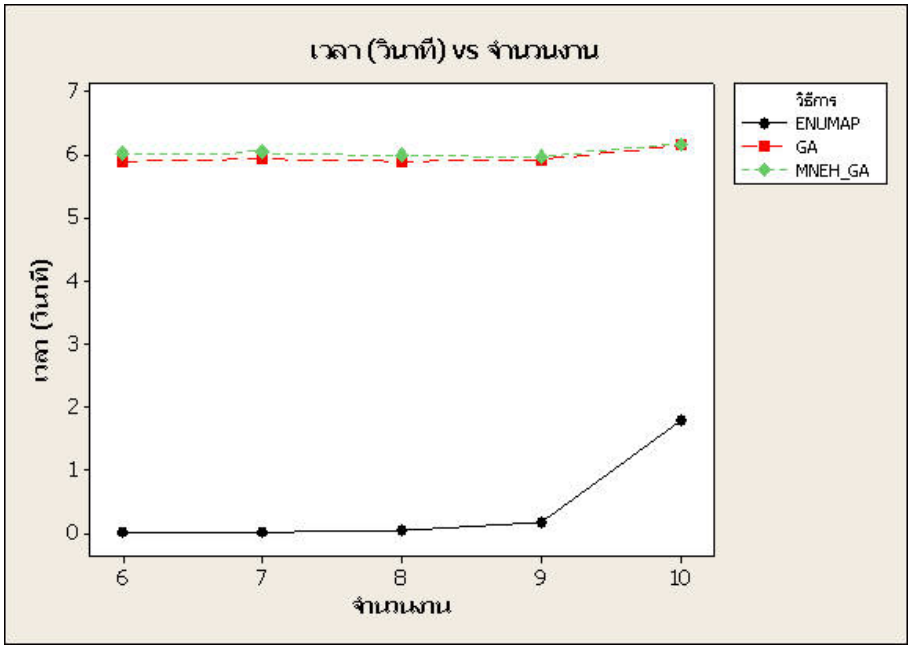
ชุดเลขสุ่มเริ่มต้น2 (Seed 2) : 1234, 1324

ค่าสูงสุดของเวลาการผลิตแบบสุ่ม ระหว่าง 10-50

ค่าสูงสุดของค่าพิกัด (Tolerance) แบบสุ่ม: 3, 7, 10

กำหนดให้จำนวนรุ่นของประชากร (Number of Reproduction) เท่ากับ 200 จำนวนประชากรเริ่มต้นเป็น 10 จำนวนยีนส์ในการทำสลับสายพันธุ์และกลายพันธุ์ได้แก่ร้อยละ 10

ความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณและจำนวนงาน ในภาพที่ 19 ความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงาน

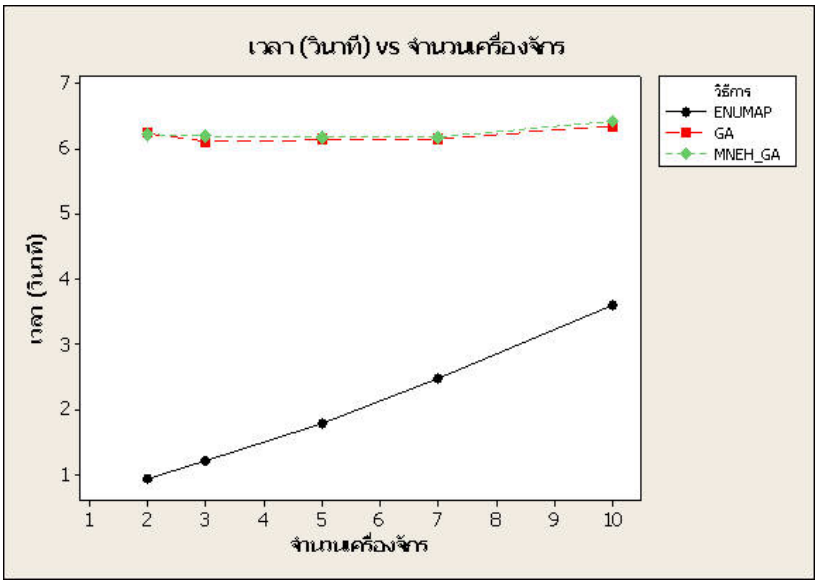


ภาพที่ 19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาคำนวณกับจำนวนงาน ของวิธี ENUMAP, GA และ MNEH_GA (5 เครื่องจักร)

จะเห็นว่า เวลาคำนวณของวิธี GA และ MNEH_GA ขึ้นกับจำนวนรุ่นของประชากรหรือจำนวนรอบของการสร้างสายพันธุ์ เนื่องจากการกำหนดจำนวนรุ่นของประชากรเท่ากับ 200 รุ่น ต้องใช้เวลาคำนวณประมาณ 6 วินาทีเท่ากัน แต่เวลาคำนวณของวิธีการ ENUMAP เวลาคำนวณแปรผันแบบทวีคูณตามจำนวนงานที่เพิ่มขึ้น

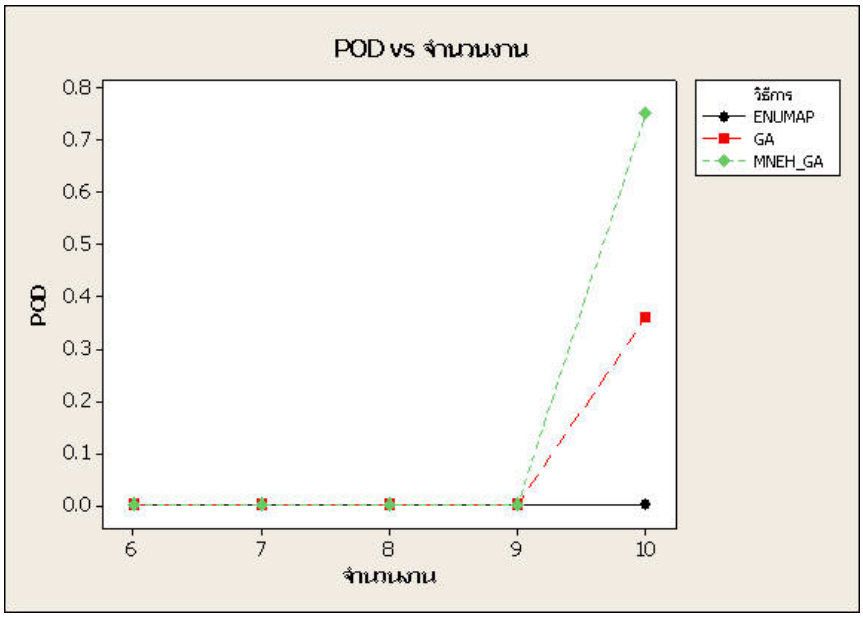
ในกรณีที่เพิ่มจำนวนเครื่องจักรก็เช่นเดียวกัน เวลาในการคำนวณของวิธีการ ENUMAP จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนเครื่องจักรเพิ่มขึ้นดังแสดงในภาพที่ 20 แต่ก็ยังน้อยกว่าวิธี GA และ MNEH_GA

เนื่องจากไม่ได้ทำการทดลองกรณีที่เครื่องจักรมากๆ พิจารณาอัตราการเพิ่มของเวลาคำนวณเมื่อเพิ่มจำนวณเครื่องจักรจะพบว่า วิธีการ ENUMAP จะมีอัตราการเพิ่มของเวลาคำนวณสูงกว่าวิธี GA และ MNEH_GA ดังนั้น หากเราทดลองเพิ่มจำนวนเครื่องจักรมากกว่านี้ เวลาการคำนวณของวิธี GA และ MNEH_GA จะน้อยกว่าวิธีการ ENUMAP



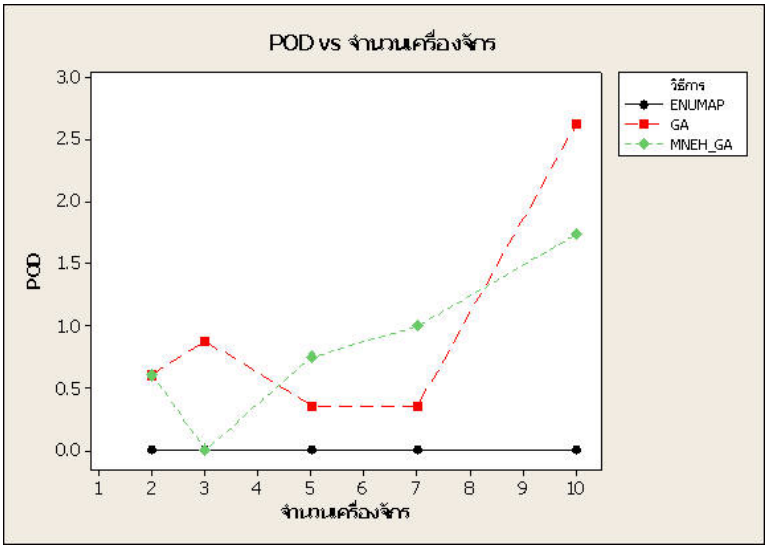
ภาพที่ 20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาคำนวณกับจำนวนเครื่องจักร ของวิธี GA, MNEH_GA และ ENUMAP (10 งาน)

กรณีที่เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการ GA และ MNEH_GA จากเปอร์เซ็นต์ของความคลาดเคลื่อน ภาพที่ 21 เมื่อเพิ่มจำนวนงานจะทำให้เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงขึ้นตามลำดับ



ภาพที่ 21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนงานจากคำตอบที่ดีที่สุดของวิธี GA และ MNEH_GA (5 เครื่องจักร)

ภาพที่ 22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ได้ผลการทดลองขัดแย้งกันเล็กน้อย หากพิจารณาโดยเฉลี่ยจะพบว่าวิธีการ MNEH_GA มีเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนเครื่องจักร พบว่าวิธี GA และ MNEH_GA มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนสูงขึ้นเรื่อยๆ



ภาพที่ 22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนเครื่องจักร จากคำตอบที่ดีที่สุดของวิธี GA, MNEH_GA และ ENUMAP (10 งาน)

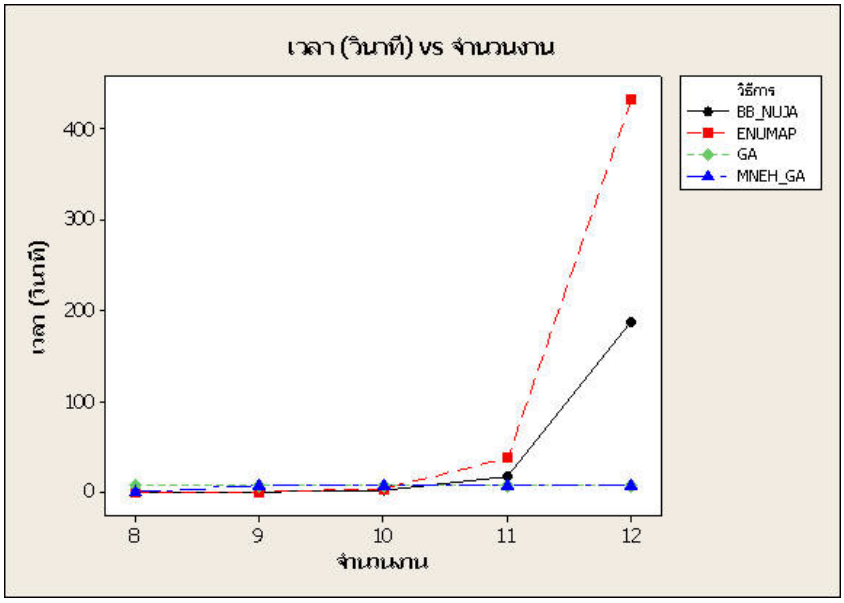
การทดลองในตารางที่ 9 ได้จากการทดลองวิธีการ BB_NUJA ด้วยข้อมูลที่สอดคล้องกับประพจน์ที่ 3 แสดงให้เห็นชัดว่า วิธีการ BB_NUJA ให้ค่าคำตอบที่ดีที่สุด สังเกตจากค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน (POD) มีค่าเป็นศูนย์ นอกจากนั้นข้อสังเกตจากตารางที่ 9 เพิ่มเติมได้แก่ วิธีการ MNEH_GA มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนน้อยกว่าวิธีการ GA อย่างชัดเจน

ตารางที่ 9 ผลการเปรียบเทียบวิธีการ BB_NUJA กับวิธีการอื่น กรณีพิเศษ

จำนวนงาน	จน.เครื่องจักร	ENUMAP ค่า	ENUMAP จำนวนปม	ENUMAP เวลา (Sec)	BB_NUJA ค่า	BB_NUJA จำนวนปม	BB_NUJA เวลา (Sec)	BB_NUJA POD	BB_NUJA No.of Reprod	GA ค่า	GA เวลา (Sec)	GA POD	MNEH_GA ค่า	MNEH_GA เวลา (Sec)	MNEH_GA POD
8	10	406.5	69281	0.09	406.5	33513.33	0.08	0	200	406.5	6.16	0	406.5	6.24	0
9	10	450.7	623530	0.42	450.67	247615.7	0.28	0	200	452.667	0.34	0.43	450.67	6.29	0
10	10	494.7	6235301	3.54	494.67	2035833	1.88	0	200	503.667	6.44	1.82	495.67	6.56	0.20
11	10	546.3	68588312	36.67	546.33	17871667	15.93	0	200	559.167	6.44	2.31	553.33	6.47	1.29
12	10	731.3	8.23E+08	432.40	731.33	2.26E+08	186.4	0	200	741.5	6.53	1.31	735.67	6.52	0.60

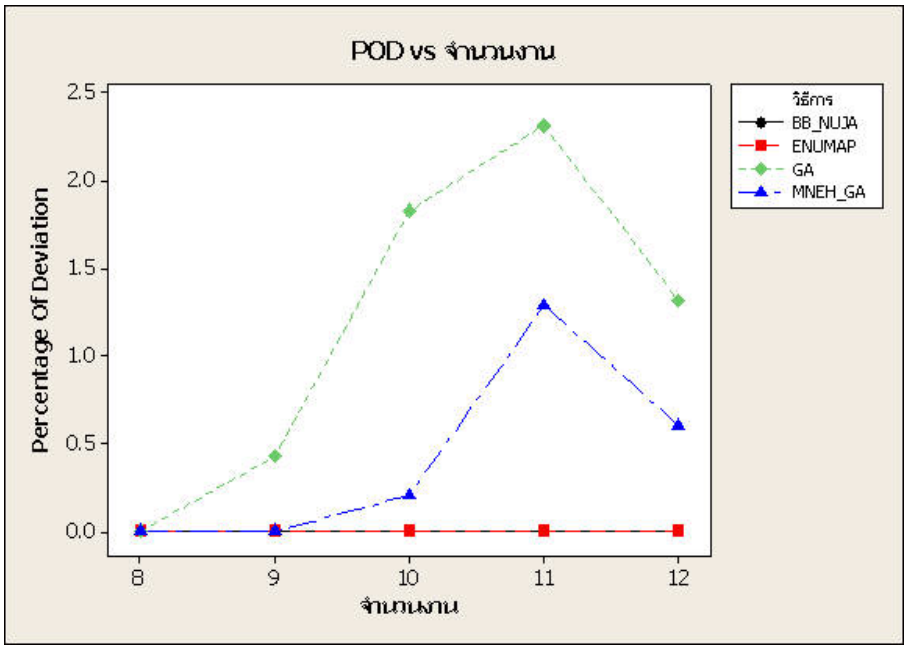
POD = Percentage Of Deviation ทั้งหมดเป็นค่าเฉลี่ยของการทดลอง 6 ตัวอย่าง

ข้อมูลในตารางที่ 9 สามารถวิเคราะห์ในลักษณะกราฟเปรียบเทียบได้ดังภาพที่ 23 - 26

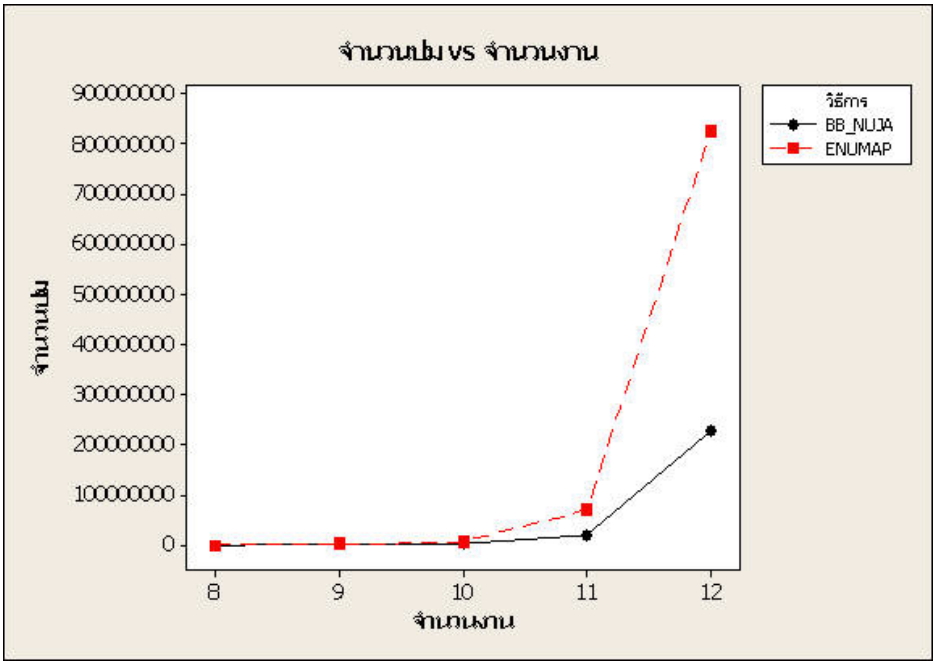


ภาพที่ 23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธีต่างๆ (10 เครื่องจักร)

จากภาพที่ 23 จะเห็นว่าเมื่อปัญหาขนาดใหญ่ขึ้นคือจำนวนงานมากกว่า 10 ขึ้นไป วิธีการ BB_NUJA GA และ MNEH_GA ได้เปรียบด้านเวลาคำนวณอย่างเห็นได้ชัด โดยเฉพาะวิธีการ GA และ MNEH_GA ใช้เวลาในการคำนวณน้อยมากเมื่อเทียบกับวิธีการ ENUMAP อย่างไรก็ตามหากพิจารณาเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนของวิธีการ GA และMNEH_GA พบว่า วิธีการ MNEH_GA เด่นกว่าวิธีการ GA ดังแสดงในภาพที่ 24

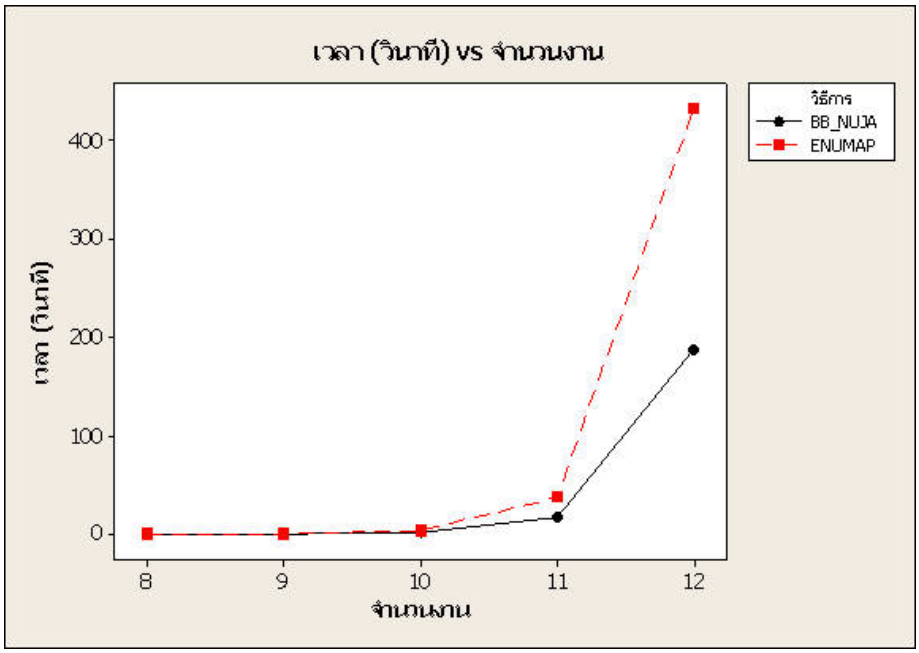


ภาพที่ 24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อนกับจำนวนงานจากคำตอบที่ดีที่สุดของวิธีการต่างๆ (10 เครื่องจักร)



ภาพที่ 25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA(10 เครื่องจักร)

การวัดประสิทธิภาพของวิธีการ BB_NUJA เทียบกับ ENUMAP กรณีที่มีจำนวนงานระหว่าง 8 ถึง 12 งาน จะพบว่า วิธีการ BB_NUJA มีจำนวนปมในการแตกกิ่งน้อยกว่าอย่างเห็นได้ชัดในภาพที่ 25 ซึ่งจะส่งผลให้วิธีการ BB_NUJA ใช้เวลาคำนวณน้อยกว่าอย่างเห็นได้ชัดในภาพที่ 26



ภาพที่ 26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA(10 เครื่องจักร)

กรณีที่จำนวนงานระหว่าง 11 ถึง 15 งาน ผลการทดลองแสดงในตารางที่ 10 การป้อนข้อมูลเพื่อสร้างโจทย์เป็นดังนี้

จำนวนงาน = 11 , 12, 13, 14 และ 15
จำนวนเครื่องจักร = 2 และ 5
ชุดเลขสุ่มเริ่มต้น1(Seed 1) : 1234
ชุดเลขสุ่มเริ่มต้น2 (Seed 2) : 1234
ค่าสูงสุดของเวลาการผลิตแบบสุ่ม ระหว่าง 10-60
ค่าสูงสุดของค่าพิกัด (Tolerance) แบบสุ่ม: 3 และ 10

จากตารางที่ 10 สรุปได้ว่า กรณีการจัดงานสำหรับผลิตบน 2 เครื่องจักร วิธีการ ENUMAP สามารถจัดงานได้ค่าที่ดีที่สุดได้ถึง 14 งาน ถ้ามากกว่า 14 งานโปรแกรมไม่สามารถรองรับหน่วย ความจำที่ต้องใช้ได้ แต่โปรแกรมสามารถบอกสถานะของจำนวนปมและเวลาคำนวณก่อนการหยุดทำงานได้ ซึ่งในตารางจะระบุเครื่องหมาย “*” กำกับไว้

ตารางที่ 10 ผลการทดลองเปรียบเทียบวิธีการต่างๆ จำนวนงานระหว่าง 11-15 งาน กรณีทั่วไป

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA					GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	POD	ค่า	ปม	เวลา	POD	No.of	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)			(Sec)			(Sec)				(Sec)		Reprod		(Sec)			(Sec)	
11	2	1234	3	15	6.86E+07	9.625	15	435481	838.55	0	15	2.14E+07	4.453	0	200	15	6.24	0	15	6.36	0
			10	57	6.86E+07	9.593	57	31597	348.2	0	57	2.30E+07	4.266	0	200	57	6.19	0	57	6.28	0
เฉลี่ย				36	68588312	9.609	36	233539	593.374	0	36	22169900	4.3595	0	200	36	6.215	0	36	6.32	0
12	2	1234	3	17	8.23E+08	112.77	17	1.22E+06	1395.5	0	17	2.21E+08	46.39	0	200	17	6.33	0	17	6.61	0
			10	59	8.23E+08	114.56	**60**	239886	1245.2	1.695	59	2.05E+08	44.016	0	200	59	6.47	0	59	6.48	0
เฉลี่ย				38	823059745	113.66	38.5	729943	1320.35	1.316	38	213117000	45.203	0	200	38	6.4	0	38	6.545	0
13	2	1234	3	18	1.07E+10	1603.3	18	1.02E+06	3293.2	0	18	2.30E+09	576.64	0	200	18	6.48	0	18	6.63	0
			10	66	1.07E+10	1624	66	1.95E+06	2548.1	0	66	2.36	642.57	0	200	66	6.55	0	66	6.7	0
เฉลี่ย				42	1.07E+10	1613.7	42	1485000	2920.65	0	42	1.15E+09	609.61	0	200	42	6.515	0	42	6.665	0
14	2	1234	3	19	1.50E+11	23438	**20***	481101	481.5	U	19	2.12E+10	5507	0	200	19	6.73	0	19	6.55	0
			10	70	1.50E+11	24578	71*	1.95E+06	2548.1	U	70	3.13E+10	8252.1	0	200	70	6.66	0	70	6.58	0
เฉลี่ย				44.5	1.498E+11	24008	U	1215551	1514.8	U	44.5	2.623E+10	6879.6	0	200	44.5	6.695	0	44.5	6.565	0
15	2	1234	3	20*	8.94E+07	13.46	**20***	330500	214.87	U	20*	2.40E+07	60	U	200	20	6.61	U	20	6.75	U
			10	74*	2.34E+10	4013	**75***	277563	198.76	U	74*	5.50E+09	1280	U	200	73	6.81	U	73	6.82	U
เฉลี่ย				U	U	U	U	304031.5	206.815	U	U	2.762E+09	670	U	200	46.5	6.71	U	46.5	6.785	U

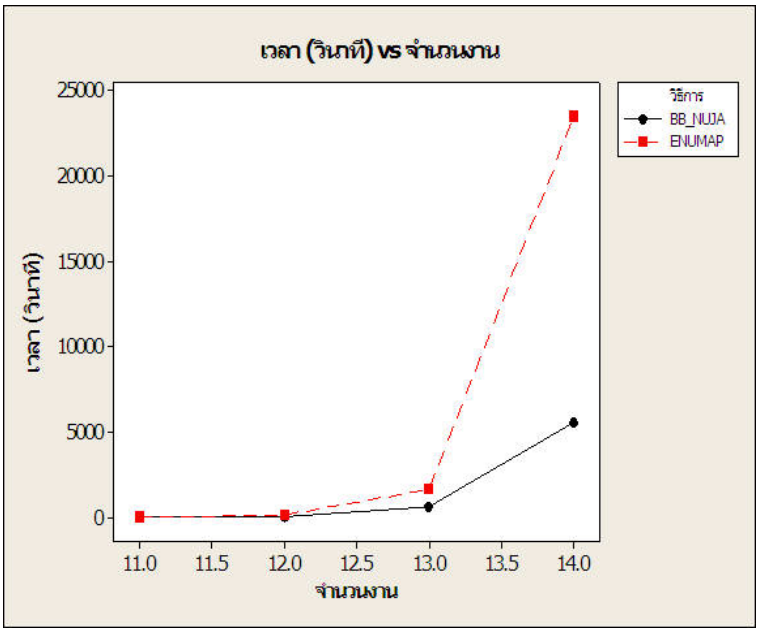
* โปรแกรมหยุดก่อนค่าที่ดีที่สุด U = ไม่ทราบค่า (Unknow)

ตารางที่ 10 (ต่อ)

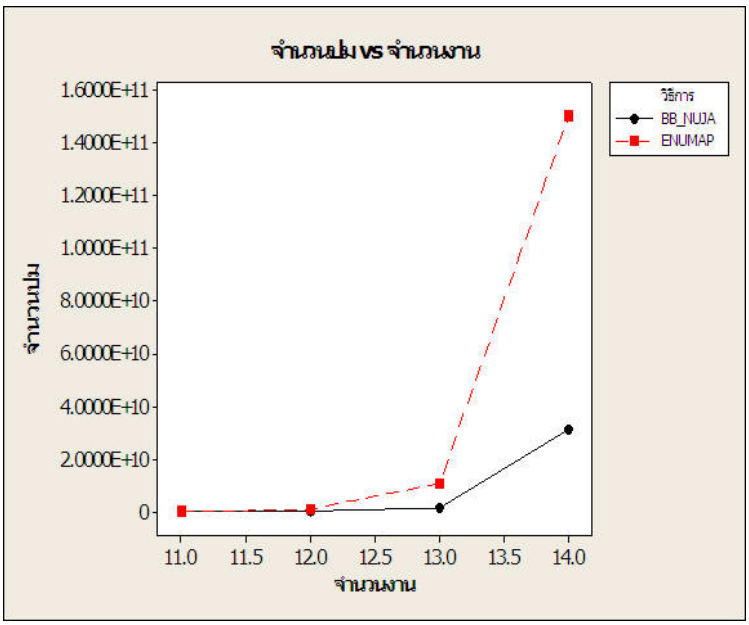
จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA					GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	POD	ค่า	ปม	เวลา	POD	No.of	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)			(Sec)			(Sec)				(Sec)		Reprod		(Sec)			(Sec)	
11	5	1234	3	19	6.86E+07	20.1	21*	167542	576	U	19	9.25E+06	4.6	0	200	19	6.29	0	19	6.2	0
			10	62	6.86E+07	20.422	64*	980490	3428.1	U	**63**	1.00E+06	0.69	**1.61**	200	63	6.37	1.61	63	6.18	1.6
เฉลี่ย				41	68588312	20.261	U	574016	2002.05	U	41	5125000	2.645	0	200	41	6.33	0.00	41	6.19	0
12	5	1234	3	19	8.23E+08	244.58	23*	1.63E+06	3387	U	19	8.23E+08	244.58	0	200	**20**	6.2	**5.26**	**20**	6.32	5.3
			10	68	8.23E+08	248.58	**71***	6.54E+05	2628.5	U	68	7.60E+06	52.9	0	200	**71**	6.21	4.41	69	6.29	1.5
เฉลี่ย				43.5	823059745	246.58	U	1142184	3007.75	U	43.5	415300000	148.74	0	200	45.5	6.205	4.60	44.5	6.305	2.3
13	5	1234	3	20*	5.90E+09	1537.7	25*	1.03E+06	2330	U	20	1.53E+08	93.57	U	200	22	6.51	U	22	6.4	U
			10	**67***	1.86E+08	179.87	**73***	1.69E+03	8.86	U	**68**	2.21E+07	17.4	U	200	70	6.51	U	70	6.48	U
เฉลี่ย				U	3.043E+09	858.79	U	515845	1169.43	U	44	87550000	55.485	U	200	46	6.51	U	46	6.44	U
14	5	1234	3	22*	4.96E+08	128.75	28*	24683	90.109	U	21	7.72E+08	538.2	U	200	**23**	6.54	U	21	6.7	U
			10	67*	6.31E+09	1669	86*	2211	11.469	U	67	6.20E+07	54.3	U	200	**73**	6.46	U	70	6.48	U
เฉลี่ย				U	3.405E+09	898.88	U	13447	50.789	U	44	417000000	296.25	U	200	48	6.5	U	45.5	6.59	U
15	5	1234	3	23*	4.96E+08	178.39	27*	204389	666.07	U	23*	1.79E+07	9.812	U	200	**25**	6.65	U	24	6.812	U
			10	75*	1.37E+09	361.4	90*	704627	2632.1	U	68	3.35E+08	293.96	U	200	**80**	6.56	U	78	6.71	U
				U	U	U	U	454508	1649.09	U	U	176450000	U	U	200	52.5	6.605	U	51	6.761	U

* โปรแกรมหยุดก่อนค่าที่ดีที่สุด U = ไม่ทราบค่า (Unknow)

จะเห็นว่าวิธีการ BB_IRJCDS ไม่สามารถจัดงานได้มากกว่า 13 งาน กรณีปัญหา 2 เครื่องจักร กรณีการจัดงานสำหรับผลิตบน 5 เครื่องจักร วิธีการ ENUMAP สามารถจัดงานได้ค่าที่ดีที่สุดได้เพียง 12 งาน ขณะที่วิธีการ BB_IRJCDS ไม่สามารถจัดงานได้ค่าคำตอบที่ดีที่สุด วิธีการ BB_NUJA สามารถหาคำตอบได้ 14 งานเช่นกัน แต่ได้เปรียบจำนวนปมและเวลาการคำนวณมากกว่าวิธี ENUMAP อย่างเห็นได้ชัดดังภาพที่ 27 และ ภาพที่ 28



ภาพที่ 27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA (2 เครื่องจักร)



ภาพที่ 28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธี BB_NUJA (2 เครื่องจักร)

ในการทดลองจำนวนงานตั้งแต่ 15 ถึง 50 งาน ผลการทดลองพบว่าวิธีการ BB_NUJA ไม่เหมาะในการนำไปใช้งาน วิธีการพันธุศาสตร์ สามารถนำมาใช้ได้ ผลการทดลองดังแสดงในตารางที่ 11

ตารางที่ 11 ผลการทดลองเปรียบเทียบวิธีการ BB_NUJA, GA และ MNEH_GA กรณีทั่วไป

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	BB_NUJA				GA		MNEH_GA	
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	No.of	ค่า	เวลา	ค่า	เวลา
งาน	จักร	seed	(Tor.)			(Sec)	Reprod		(Sec)		(Sec)
16	12	1234	3	32*	1.53E+10	3017.5	200	36	7.203	34	7.312
							500	35	18.016	34	18.407
							1000	35	35.797	34	36.31
							1500	35	54.079	35	54.89
17	12	1234	3	34*	1.53E+10	37590	200	35	7.39	36	7.45
							500	35	18.25	36	18.43
							1000	35	36.454	36	37.03
							1500	35	55.62	35	55.81
18	12	1234	3	37*	1.28E+09	9935.2	200	43	7.61	43	7.61
							500	42	18.95	42	19.03
							1000	42	37.79	41	38.43
							1500	41	59.96	39	57.609
20	12	1234	3	42*	2.94E+05	9756.88	200	42	8	42	8.031
							500	40	19.79	40	19.98
							1000	39	39.76	40	40.06
							1500	39	59.89	40	59.81
25	12	1234	3	44*	1.17E+07	30209	200	48	8.84	47	8.96
							500	46	22.06	47	22.21
							1000	46	44.21	47	44.54
							1500	45	891	47	67.75
30	12	1234	3	56*	6.67E+09	15302	200	57	9.95	55	9.89
							500	55	24.45	55	24.71
							1000	55	48.57	55	49.25
							1500	55	72.76	53	73.89

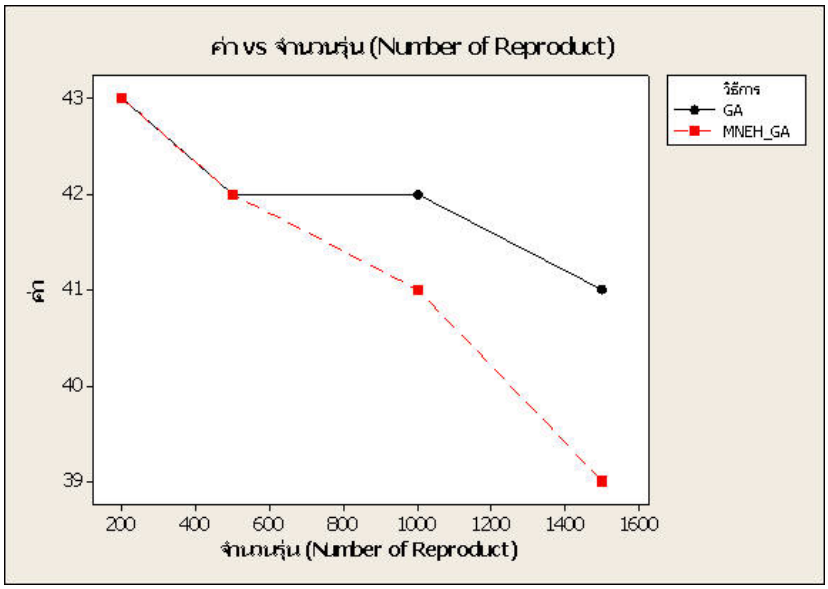
* โปรแกรมหยุดก่อนค่าที่ดีที่สุด

ตารางที่ 11 (ต่อ)

จำนวนงาน	จน. เครื่องจักร	ชุดสุ่ม seed	พิสัยเวลา (Tor.)	BB_NUJA ค่า	ปม	เวลา (Sec)	No.of Reprod	GA ค่า	เวลา (Sec)	MNEH_GA ค่า	เวลา (Sec)
35	12	1234	3	65*	6.60E+06	169647	200	65	11	64	11
							500	65	27.14	64	27.76
							1000	65	54.31	64	54.82
							1500	64	81.32	63	82.37
40	12	1234	3	74*	7.70E+07	16806	200	83	13.06	79	13.45
							500	80	32.76	79	33.04
							1000	80	65.5	79	66.68
							1500	80	98.46	79	101.31
50	12	1234	3	86*	1.30E+09	2726.5	200	89	14.48	88	14.703
							500	89	35.76	88	36.42
							1000	89	71.32	87	72.59
							1500	89	107	87	109.37

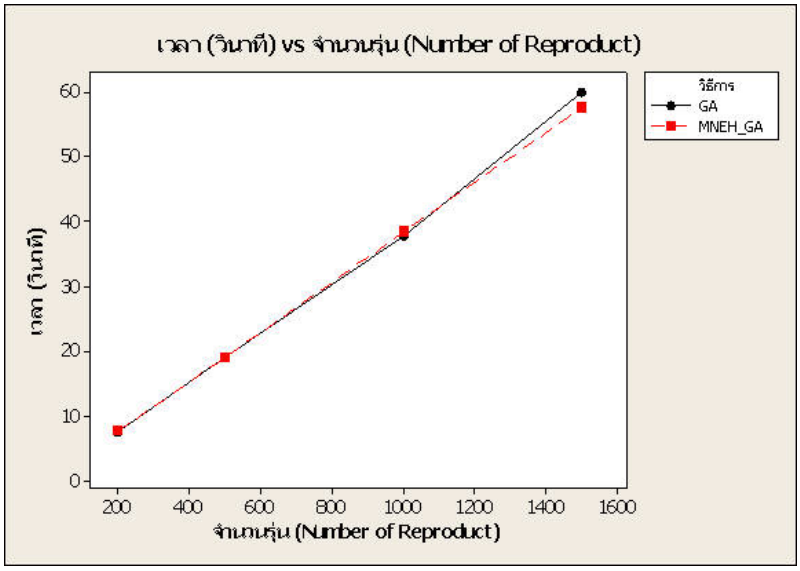
* โปรแกรมหยุดก่อนค่าที่ดีที่สุด

ค่าคำตอบจะปรับให้ดีขึ้นตามจำนวนรุ่นประชากรหรือจำนวนรอบในการสร้างประชากรใหม่ ภาพที่ 29 แสดงให้เห็นว่า การกำหนดจำนวนรุ่นของประชากรมากจะทำให้ค่าคำตอบมีการปรับปรุงมากกว่า

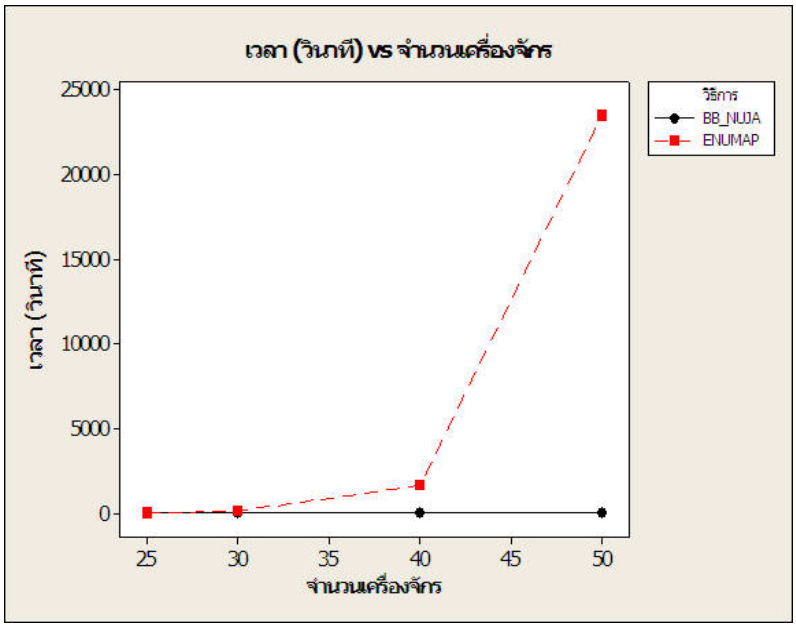


ภาพที่ 29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าผลลัพธ์กับจำนวนรุ่นของประชากรในวิธี GA (กรณี18 งาน 12 เครื่องจักร)

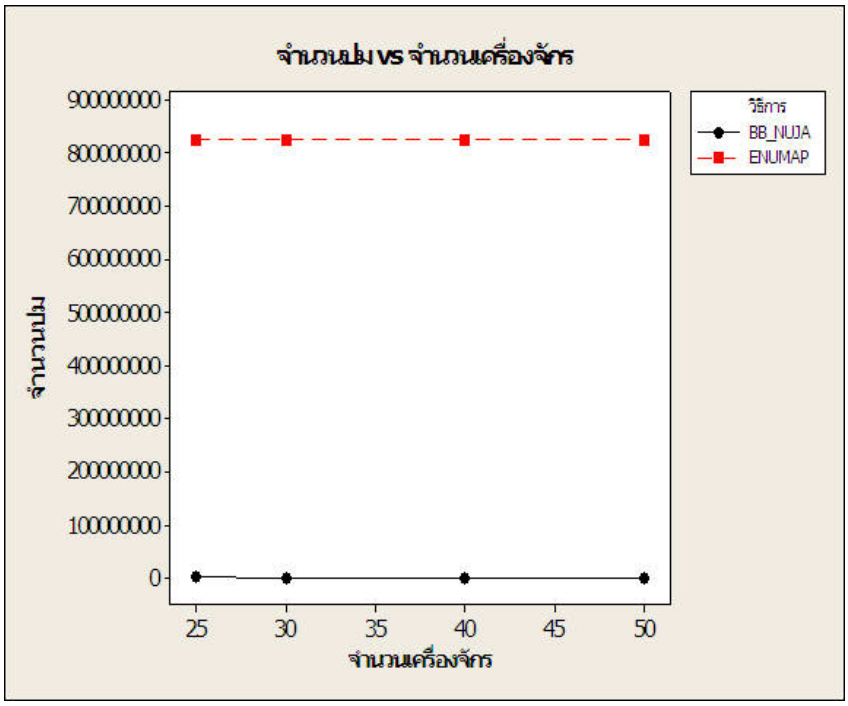
การกำหนดจำนวนรุ่นประชากร (Number of Reproduction) จะส่งผลโดยตรงกับเวลาคำนวณ ดังแสดงในภาพที่ 30 ดังนั้นการเพิ่มจำนวนรุ่นประชากรในการหาคำตอบเป็นการเพิ่มเวลาในการค้นหาและเพิ่มประสิทธิภาพของคำตอบด้วย



ภาพที่ 30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาคำนวณกับจำนวนรุ่นของประชากรในวิธี GA (กรณี18 งาน 12 เครื่องจักร)



ภาพที่ 31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนเครื่องจักร (12 งาน)



ภาพที่ 32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักร (12 งาน)

ตารางที่ 12 เป็นผลการทดลองเมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องจักรโดยให้จำนวนงานคงที่เท่ากับ 12 งาน พบว่าเมื่อจำนวนเครื่องจักรมากกว่า 2 เครื่องจักรวิธีการ BB_IRJCDS ไม่เหมาะที่จะนำไปใช้งานเนื่องจากโปรแกรมมักจะหยุดก่อนค่าที่ดีที่สุด เป็นวิธีการที่ใช้หน่วยความจำมากเกินไป

ตารางที่ 12 ผลการทดลองเปรียบเทียบวิธีการต่างๆ จำนวนเครื่องจักรต่างกัน กรณีทั่วไป

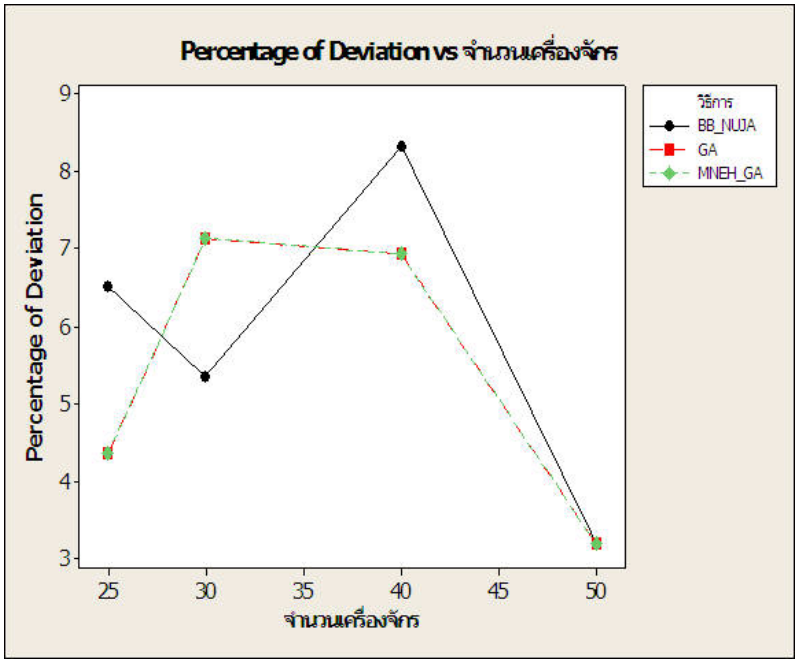
จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	POD	ค่า	ปม	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)			(Sec)			(Sec)				(Sec)		500		(Sec)			(Sec)	
12	2	1234	3	17	8.23E+08	114.97	17	1.22E+06	1395.5	0	17	2.21E+08	50.63	0	500	17	16.2	0	17	16.1	0
		1324	3	21	8.23E+08	114.49	21	1.71E+06	3018.9	0	21	2.49E+08	55.56	0	500	21	16.15	0	21	15.89	0
12	3	1234	3	15	8.23E+08	155	20*	2122	154.14	U	15	5.81E+07	20.92	0	500	**16**	16.28	6.67	15	16.5	0
		1324	3	21	8.23E+08	156.5	25*	43318	69.7	U	21	5.18E+07	21.58	0	500	**22**	15.95	4.76	22	16.12	4.76
12	5	1234	3	19	8.23E+08	217.61	23*	1.63E+06	3387	U	19	3.12E+06	16.98	0	500	**20**	16.42	5.26	20	16.2	5.26
		1324	3	24	8.23E+08	217.33	24*	20864	53.7	U	24	1.43E+07	9.17	0	500	24	16.06	0	24	16.21	0
12	7	1234	3	20	8.23E+08	322.97	26*	244928	1473.8	U	20	4.07E+06	5.8	0	500	20	16.67	0	20	16.84	0
		1324	3	26	8.23E+08	304.16	28*	1.30E+06	4589.4	U	26	1.14E+06	10.11	0	500	**27**	16.53	3.846	**27**	16.87	3.8462
12	10	1234	3	25	8.23E+08	471.55	31*	167340	783.4	U	25	1.40E+06	2.22	0	500	**26**	16.39	4	25	16.57	0
		1324	3	29	8.23E+08	473.36	29*	129030	764.7	U	29	2.87E+06	4.72	0	500	**31**	16.34	**6.90**	**30**	16.54	3.45
12	12	1234	3	28	8.23E+08	533.88	32*	958478	6265.9	U	28	1.85E+06	3.1	0	500	**29**	16.59	3.57	**29**	16.82	3.57
		1324	3	32	8.23E+08	577.02	36*	5347	37.8	U	33	5.42E+06	9.13	**3.125**	500	34	16.65	6.25	**35**	16.87	**9.38**
12	14	1234	3	30	8.23E+08	683.31	38*	478873	5190.4	U	**32**	6.44E+05	1	**6.667**	500	32	16.96	6.67	31	17.14	3.33
		1324	3	37	8.23E+08	669.24	41*	5166	57.9	U	37	3.61E+06	7.27	0	500	38	16.89	2.70	38	17.01	2.70
12	20	1234	3	41	8.23E+08	1022	44*	60990	547.5	U	**42**	293868	1.01	**2.439**	500	43	17.12	4.88	43	17.28	4.88
		1324	3	43	8.23E+08	974.5	45*	590596	4271.8	U	**44**	7.90E+05	2.4	**2.326**	500	**45**	17.15	4.65	44	17.37	2.33

* โปรแกรมหยุดก่อนค่าที่ดีที่สุด U = ไม่ทราบค่า (Unknow)

ตารางที่ 12 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	ค่า	ปม	เวลา	POD	ค่า	ปม	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)			(Sec)			(Sec)				(Sec)		500		(Sec)			(Sec)	
12	25	1234	3	46	8.23E+08	1038.78	51*	277156	3933.4	U	**49**	253817	0.93	6.522	500	48	17.46	4.35	48	17.68	4.35
		1324	3	53	8.23E+08	1211.50	61*	110268	1075.6	U	54	1.96E+06	6.7	1.887	500	**55**	17.48	3.77	53	17.703	0.00
12	30	1234	3	56	8.23E+08	1495.6	64*	58234	1160.8	U	59	41769	0.23	5.357	500	60	17.62	**7.14**	60	17.98	**7.14**
		1324	3	60	8.23E+08	1332.7	67*	65404	1209	U	62	184297	0.92	3.333	500	62	17.67	3.33	62	18	3.33
12	40	1234	3	72	8.23E+08	2002.4	83*	210625	3529.17	U	**78**	31526	0.219	**8.333**	500	77	18.35	6.94	77	18.76	6.94
		1324	3	80	8.23E+08	2002.8	89*	207199	3819.69	U	**85**	556256	3.17	6.25	500	81	18.40	1.25	**82**	18.76	2.50
12	50	1234	3	94	8.23E+08	2307.8	105*	143247	3232.7	U	**97**	10281	0.09	3.191	500	97	19.01	3.19	97	19.57	3.19
		1324	3	96	8.23E+08	2429.7	106*	39191	534.6	U	**99**	63767	0.5	3.125	500	97	19.57	1.04	**99**	19.76	**3.13**

* โปรแกรมหยุดก่อนค่าที่ดีที่สุด U = ไม่ทราบค่า (Unknow)



ภาพที่ 33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนกับจำนวนเครื่องจักร (12 งาน)

ภาพที่ 33 แสดงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของวิธีการ BB_NUJA GA และ วิธีการ MNEH_GA กรณี 12 งาน เครื่องจักรระหว่าง เครื่องจักร 25 ถึง 50 เครื่องจักร โดยสรุปวิธีการ BB_NUJA มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนอยู่ระหว่าง 3.19 ถึง 8.33 ส่วนวิธีการ GA และ MNEH_GA มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนอยู่ระหว่าง 3.19 ถึง 7.14

<u>การทดลองปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็น</u>

ในส่วนนี้เป็นการนำเอาการหาขอบเขตล่างต่างๆ ที่การจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็น มาทดลองกับปัญหาที่ได้จากการสุ่มขึ้นมา การทดลองโดยทำการเปลี่ยนพารามิเตอร์บางอย่างเช่น จำนวนงานต่างกัน เวลาการผลิตระดับต่างกัน จำนวนรูปแบบทางเลือกต่างกัน รวมทั้งจำนวนเครื่องจักรต่างกัน โดยนำเอาวิธีการที่เสนอทดสอบประสิทธิภาพในการหาคำตอบ ในแง่เวลาที่ใช้ในการคำนวณและจำนวนปมที่ใช้ในการแตกกิ่ง การทดลองรูปแบบต่างๆ

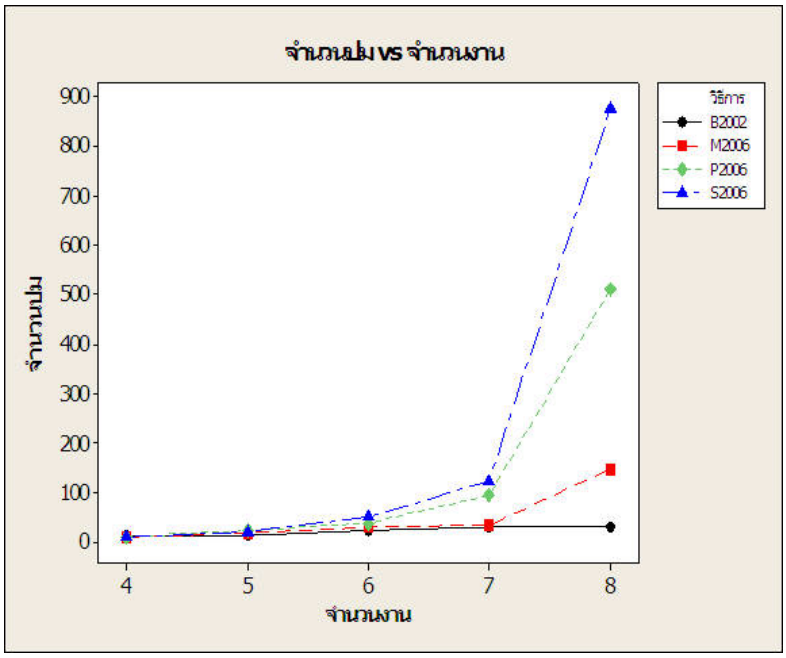
วิธี B2002 หมายถึงวิธีแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตตามวิธีการหาขอบเขตล่างที่เสนอโดย Balasubramanian and Grossmann (2002) สมการที่ 32 (หน้า 22) วิธี ENUMST หมายถึงวิธีการเรียงสลับแบบสมบูรณ์ (Complete Enumeration) วิธี P2006 หมายถึงวิธีแตกกิ่งและจำกัดเขต โดยขอบเขตล่างยึดเครื่องจักรเป็นหลัก (ประพจน์ที่ 4) วิธีการ วิธี S2006 หมายถึงวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขต โดยขอบเขตล่างยึดงานเป็นหลัก (ประพจน์ที่ 6) และ วิธีการ M2006 หมายถึงวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขต โดยขอบเขตล่างแบบผสม (สมการที่ 65)

การป้อนข้อมูลสำหรับโปรแกรมมีดังนี้
จำนวนงาน = 4, 5, 6, 7, และ 8
จำนวนเครื่องจักร = 3, 5, 7, 9, 11
จำนวนรูปแบบทางเลือกแต่ละเครื่องจักร = 2
ค่าสูงสุดของเวลาการผลิตแบบสุ่ม =50
และ จำนวนรูปแบบทางเลือกรวม= 1024ค่าเปอร์เซ็นต์ความคาดเคลื่อน

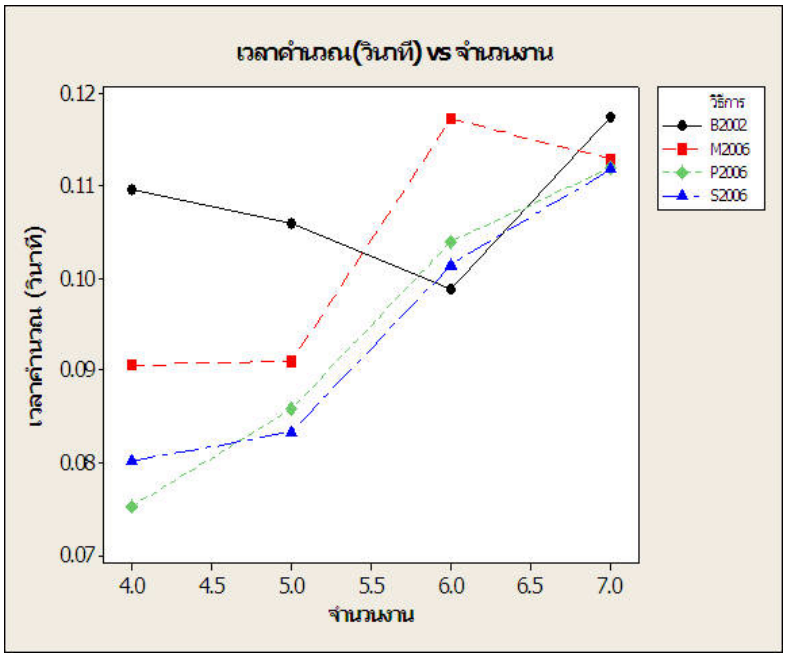
ตารางที่ 13 เปรียบเทียบวิธีการที่เสนอกับวิธีการสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ (เฉลี่ยจากการทดลอง 6 ครั้ง)

จำนวนงาน	จน. เครื่องจักร	จน. ทางเลือกรวม	ENUMST ค่า	ENUMST จำนวนปม	ENUMST เวลา (Sec)	B2002 ค่า	B2002 จำนวนปม	B2002 เวลา (Sec)	P2006 ค่า	P2006 จำนวนปม	P2006 เวลา (Sec)	S2006 ค่า	S2006 จำนวนปม	S2006 เวลา (Sec)	M2006 ค่า	M2006 จำนวนปม	M2006 เวลา (Sec)
4	3	1024	150.20	41	0.31	150.20	12.60	0.11	150.20	11.00	0.08	150.20	10.80	0.08	150.20	10.40	0.09
5	3	1024	150.67	206	1.19	150.67	14.33	0.11	150.67	22.50	0.09	150.67	20.00	0.08	150.67	18.17	0.09
6	3	1024	179.33	1237	6.89	179.33	21.67	0.10	179.33	38.17	0.10	179.33	50.67	0.10	179.33	29.83	0.12
7	3	1024	179.33	8660	47.17	179.33	29.83	0.12	179.33	93.83	0.11	179.33	123.00	0.11	179.33	33.50	0.11
8	3	1024	211.50	69281	558.50	211.50	30.67	0.09	211.50	509.17	0.09	211.50	874.33	0.11	211.50	146.67	0.10
7	3	1024	200.00	8660	47.30	200.00	28.17	0.12	200.00	82.83	0.12	200.00	166.00	0.12	200.00	53.00	0.12
7	5	1024	249.33	8660	51.78	249.33	37.00	0.16	249.33	178.67	0.16	249.33	277.00	0.15	249.33	90.33	0.16
7	7	1024	305.50	8660	60.09	305.50	45.50	0.24	305.50	311.83	0.24	305.50	155.17	0.22	315.20	144.83	0.20
7	9	1024	348.50	8660	71.49	348.50	55.50	0.25	348.50	283.50	0.25	348.50	212.83	0.26	348.50	154.50	0.24
7	11	1024	411.83	8660	71.21	411.83	69.83	0.28	421.83	14956.50	0.53	411.83	181.00	0.26	421.83	4510.50	0.62

ข้อมูลในตารางที่ 12 สามารถวิเคราะห์ในลักษณะกราฟเปรียบเทียบได้ดังภาพที่ 34 - 37

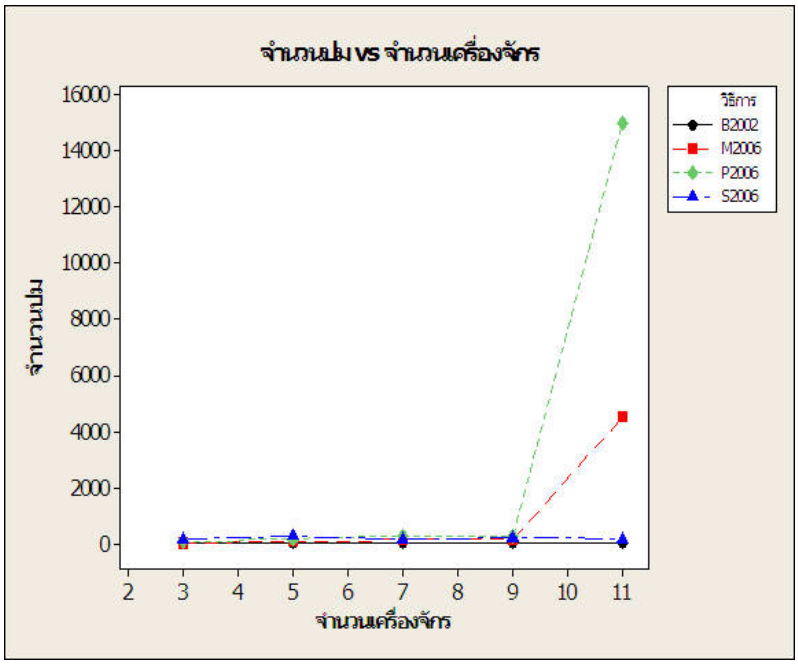


ภาพที่ 34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธีการต่างๆ (3 เครื่องจักร)



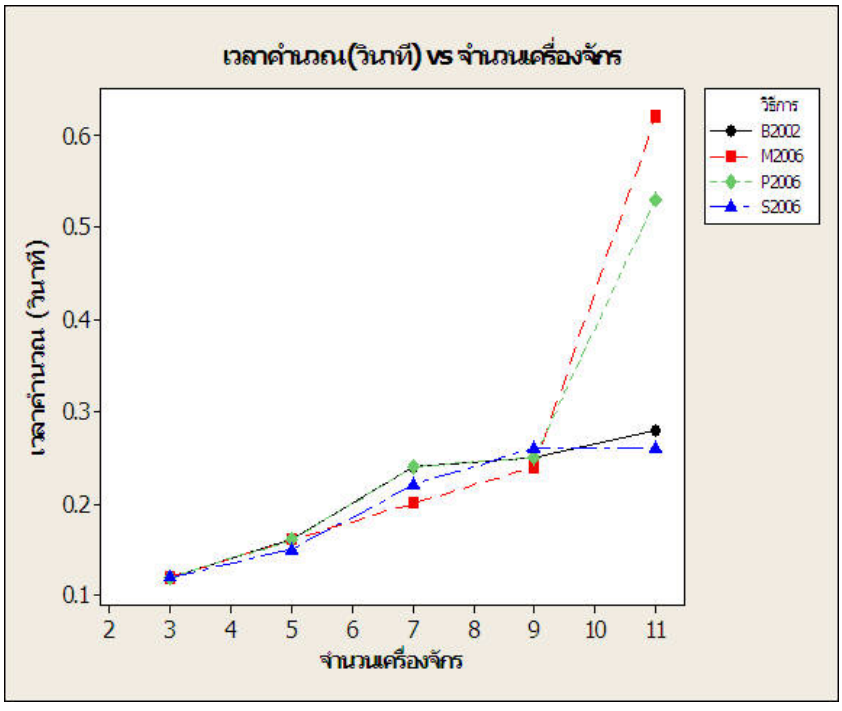
ภาพที่ 35 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธีต่างๆ (3 เครื่องจักร)

จากภาพที่ 34 แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนปมในการแตกกิ่งเมื่อขนาดของปัญหาใหญ่ขึ้น เมื่อจำนวนงานเพิ่มขึ้นการหาคำตอบที่ดีที่สุดจากทางเลือกที่มากขึ้นจะต้องใช้ปมในการค้นหามากขึ้น ในการที่มีจำนวนปมในการค้นหาคำตอบมากขึ้นจะทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณหาคำตอบจะมากตามไปด้วย ดังปรากฏในภาพที่ 35



ภาพที่ 36 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบต่างๆ (7 งาน)

ภาพที่ 36 แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนปมกับการเพิ่มของเครื่องจักร เมื่อจำนวนเครื่องจักรมากกว่า 9 เครื่องจักรจะพบว่าจำนวนปมที่ใช้ในการคำนวณมากขึ้นในอัตราที่สูง ซึ่งจะทำให้เวลาในการคำนวณเพิ่มขึ้นดังแสดงในภาพที่ 37



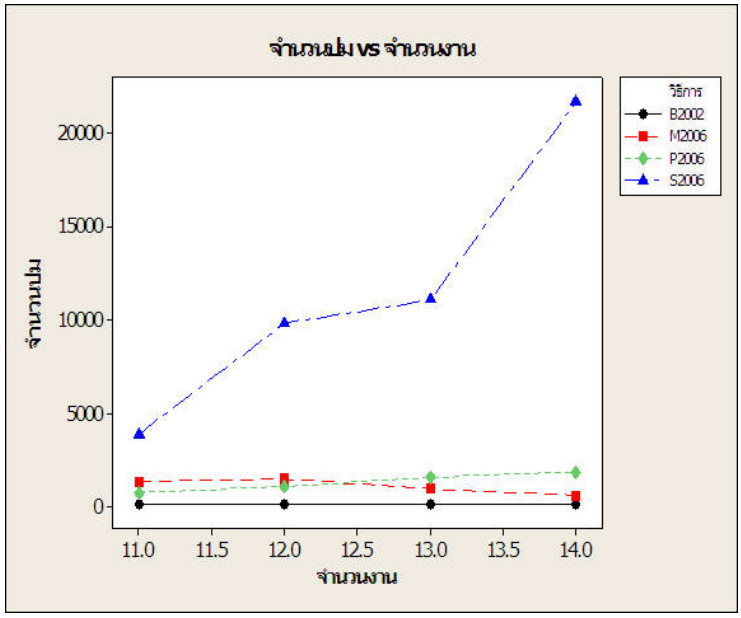
ภาพที่ 37 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีต่างๆ (7 งาน)

ตารางที่ 14 เปรียบเทียบวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบต่างๆ (เฉลี่ยจากการทดลอง 6 ตัวอย่าง)

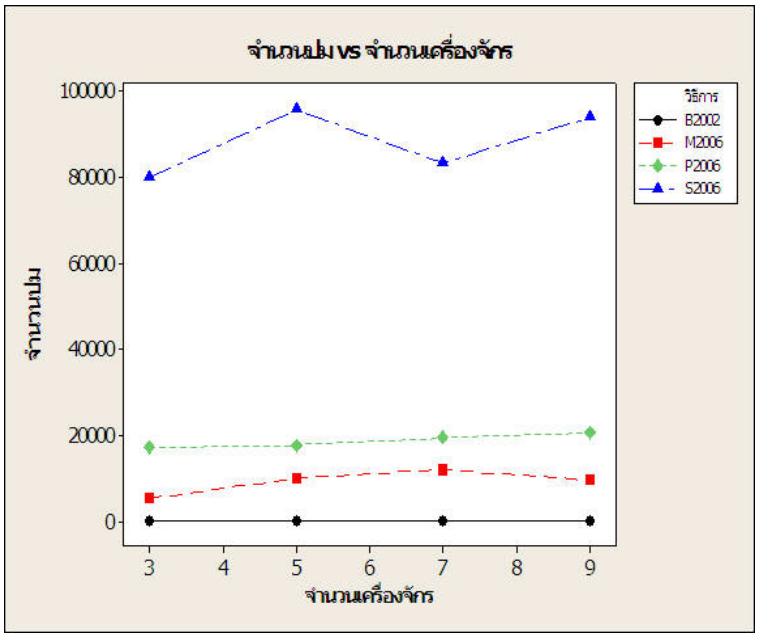
จำนวนงาน	จน. เครื่องจักร	จน. ทางเลือกรวม	B2002			P2006			S2006			M2006		
			ค่าเฉลี่ย	จำนวนปม	เวลาเฉลี่ย (Sec)	ค่าเฉลี่ย	จำนวนปม	เวลาเฉลี่ย (Sec)	ค่าเฉลี่ย	จำนวนปม	เวลาเฉลี่ย (Sec)	ค่าเฉลี่ย	จำนวนปม	เวลาเฉลี่ย (Sec)
11	4	1024	316.167	168.000	17.744	316.167	761.000	0.453	316.167	3892.833	0.526	316.167	1323.500	0.438
12	4	1024	334.500	164.833	202.925	334.500	1073.333	0.466	334.500	9796.500	0.713	334.500	1479.667	0.412
13	4	1024	368.500	159.333	2041.635	368.500	1568.000	0.362	368.500	11037.667	0.695	368.500	954.333	0.391
14	4	1024	327.833	157.000	31713.600	360.333	1859.500	0.435	360.333	41627.833	0.760	360.333	601.167	0.422
12	3	1024	283.667	110.833	147.422	283.667	17170.667	0.365	283.667	79830.167	0.703	283.667	5230.667	0.557
12	5	1024	364	206.17	237.480833	364	17695.5	0.695	364.00	95659.667	1.37	364.00	9922.5	0.885
12	7	1024	392.500	217.000	308.947	392.500	19368.500	0.882	392.500	83148.500	1.748	393.333	11974.500	0.975
12	9	1024	434.667	174.333	360.174	434.667	20592.333	0.683	431.667	93821.833	1.513	434.667	9411.000	1.087
12	5	512	342.333	175.667	204.091	342.333	12363.667	0.464	342.333	36418.333	1.190	342.333	3664.333	0.476
12	5	1024	356.000	248.000	249.871	356.000	15541.833	0.707	356.000	32827.167	0.977	356.000	6187.500	0.755
12	5	2048	353.833	200.833	231.753	354.833	10941.167	0.814	354.833	55668.667	1.129	353.833	5538.333	0.836
12	5	4096	339.500	167.667	250.321	336.167	5532.833	0.883	339.500	14078.833	1.008	339.500	844.333	0.896

ข้อมูลในตารางที่ 14 สามารถวิเคราะห์ในลักษณะกราฟเปรียบเทียบได้ดังภาพที่ 38 – 43

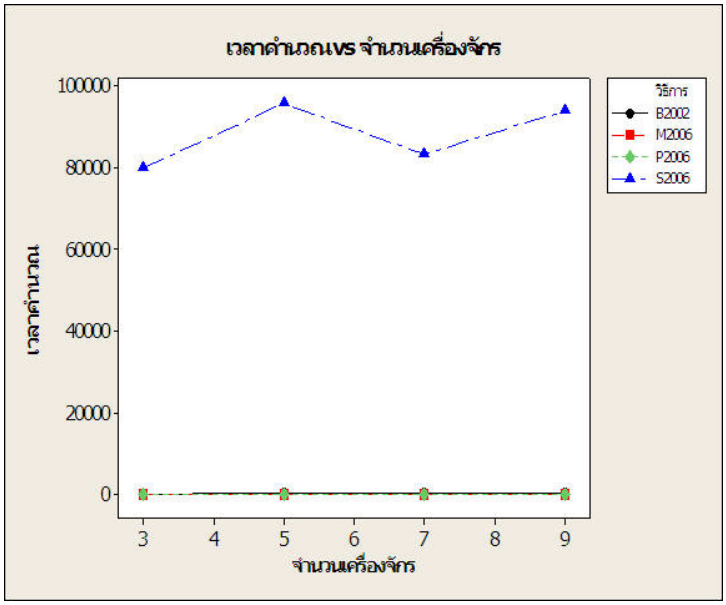
การทดลองปัญหาที่มีขนาดใหญ่ขึ้น แสดงในตารางที่ 14 จำนวนงานมากกว่า 11 งาน วิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ในเวลาที่เหมาะสม จากภาพที่ 38 และ ภาพที่ 39 จะเห็นว่า วิธีการ B2002 มีจำนวนปมที่น้อยกว่าวิธีการอื่นๆ แสดงให้เห็นว่าขอบเขตล่างของวิธีการ B2002 สามารถตัดจำนวนปมในการแตกกิ่งได้ดีกว่า



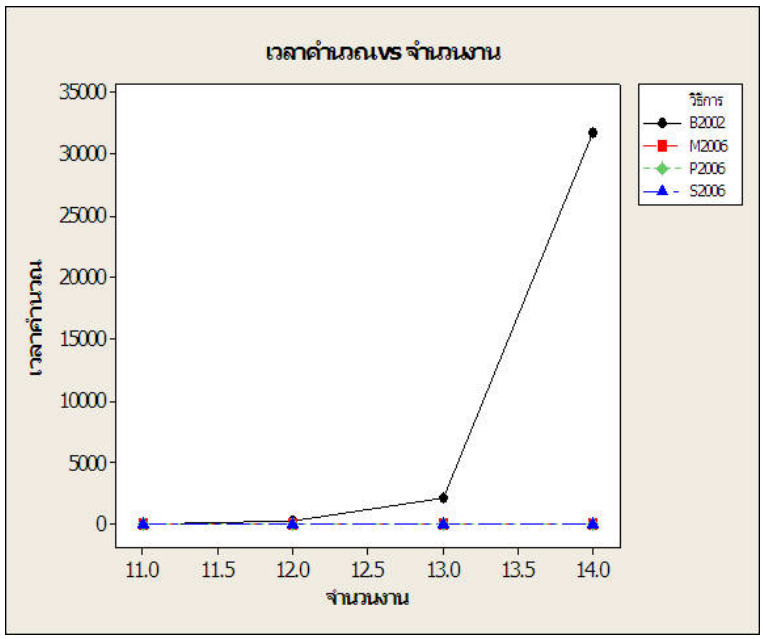
ภาพที่ 38 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนงานของวิธีต่างๆ (4 เครื่องจักร)



ภาพที่ 39 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปมกับจำนวนเครื่องจักรของวิธีต่างๆ (12 งาน)

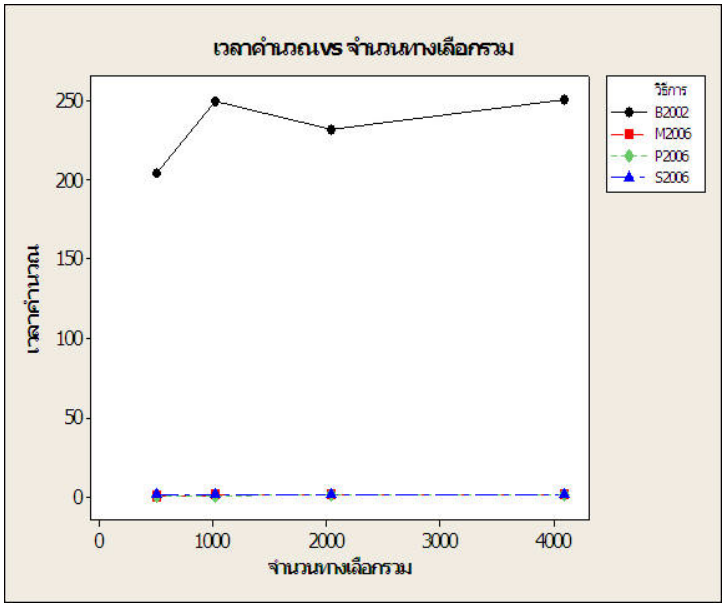


ภาพที่ 40 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนงานกับเวลาในการคำนวณของวิธีต่างๆ (12 งาน)



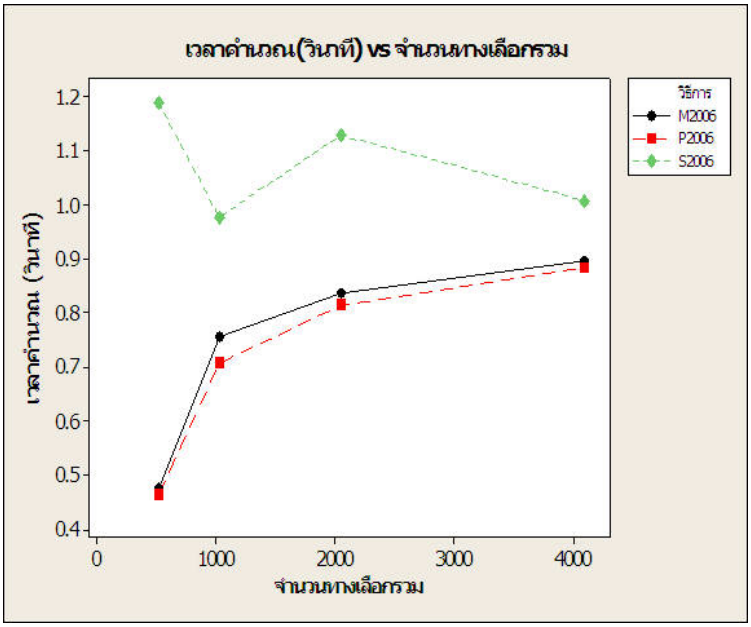
ภาพที่ 41 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนงานของวิธีแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบต่างๆ (4 เครื่องจักร)

อย่างไรก็ตาม แม้ว่าวิธีการ B2002 มีการแตกกิ่งน้อยกว่าวิธีอื่น แต่หากพิจารณาในแง่เวลาการคำนวณแล้วพบว่าวิธีการ B2002 ใช้เวลาในการหาคำตอบมากกว่าวิธีอื่น ดังแสดงในภาพที่ 40 และ ภาพที่ 41 แสดงว่าการคำนวณในแต่ละปมของวิธีการ B2002 มีความซับซ้อนมากกว่าวิธีที่เสนอ ในกรณีที่ต้องการทราบผลกระทบของจำนวนทางเลือกรวม ผลการทดลองเพิ่มจำนวนทางเลือกรวม จำนวน 512, 1024, 2048, และ 4096 ตามลำดับ ผลทดลองดังแสดงในภาพที่ 42 และ 43



<u>ภาพที่ 42</u> แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการคำนวณกับจำนวนทางเลือกรวมของวิธีต่างๆ (กรณี12 งาน 5 เครื่องจักร)

ภาพที่ 42 แสดงเวลาคำนวณของวิธีการต่างๆ กรณีเพิ่มจำนวนทางเลือกรวม พบว่าวิธีการที่เสนอมีเวลาคำนวณน้อยมากเมื่อเทียบกับวิธี B2002



<u>ภาพที่ 43</u> แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาคำนวณกับจำนวนทางเลือกรวมของวิธีต่างๆ (กรณี12 งาน 5 เครื่องจักร)

ภาพที่ 43 แสดงการเปรียบเทียบเวลาคำนวณของวิธีการ P2006 S2006 และ M2006 กรณีเพิ่มจำนวนทางเลือกรวม พบว่าเมื่อเพิ่มจำนวนทางเลือกรวมจะทำให้การคำนวณซับซ้อนมากขึ้น

กรณีศึกษา: การวางแผนสายการผลิตแผงวงจร

การประกอบแผงวงจรอิเล็กทรอนิกส์ (Printed Circuit Board Assembly) ประกอบด้วยการวางอุปกรณ์ทางอิเล็กทรอนิกส์ เช่น ตัวต้านทาน ตัวเก็บประจุ วงจรรวม และการวางอุปกรณ์ทางกล เช่น ฮีทซิงค์ ในการประกอบแผงวงจรชนิดที่มี 2 ด้าน ในการประกอบแผงวงจรแต่ละด้านจะเป็นแบบสายการผลิตแบบต่อเนื่อง เมื่อประกอบด้านหนึ่งเสร็จสิ้นจะส่งมอบไปประกอบในอีกด้านต่อไป กระบวนการขั้นตอนการประกอบแผงวงจรอิเล็กทรอนิกส์จะอธิบายในส่วนถัดไป

การจัดลำดับงานที่จะเข้าสู่สายงานการประกอบแผงวงจร 2 ด้าน จะมีลักษณะเป็น ปัญหาการจัดงานโฟล์วชอปที่มีจำนวนเครื่องจักรเท่ากับ 2 โดยถือเสมือนว่าสายการประกอบแผงวงจรใน 1 ด้านเป็น 1 เครื่องจักร การแก้ปัญหาในกรณีที่เวลาการผลิตแต่ละเครื่องจักรแน่นอน สามารถใช้วิธีการวิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch-and-Bound) หรือ วิธีการเชิงเส้นตรงจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming) ได้โดยตรง แต่ในกรณีเวลาการผลิตแต่ละเครื่องจักรไม่แน่นอน การแก้ปัญหาจะมีความซับซ้อนมากกว่า (Balasubramanian and Grossman, 2002) การหาค่าเวลาในการผลิตและขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหามีรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นตอนการประกอบแผงวงจร

ในการประกอบแผงวงจรจะแบ่งได้ 2 ประเภท คือ การประกอบแผงวงจรแบบ Surface Mount Technology (SMT) และ การประกอบแผงวงจรแบบ Plated-Through-Hole (PTH) โดยการประกอบแบบ SMT จะใช้การวางอุปกรณ์ลงบนพื้นที่ที่มี สารเกาะยึดหรือกาวที่ทำให้อุปกรณ์ถูกยึดติดกับแผงวงจร ส่วนการประกอบแผงวงจรแบบ PTH จะใช้การวางอุปกรณ์ที่มีขายึด ลงบนพื้นที่ที่มีการเจาะช่องสำหรับจับยึดขาอุปกรณ์ที่เรียกว่า Through-Hole โดยขั้นตอนการประกอบแผงวงจรทั้งสองชนิด จะมีขั้นตอนเหมือนกัน คือ

1) ทำการแทรกอุปกรณ์ (Component Insertion or Onsertion) ถ้าเป็นการประกอบแผงวงจรแบบ PTH จะใช้คำว่า Insertion ถ้าเป็นแบบ SMT จะใช้คำว่า Onsertion

2) ทำการบัดกรี (Soldering)

3) ทำความสะอาด (Cleaning)

4) ทดสอบ(Testing)

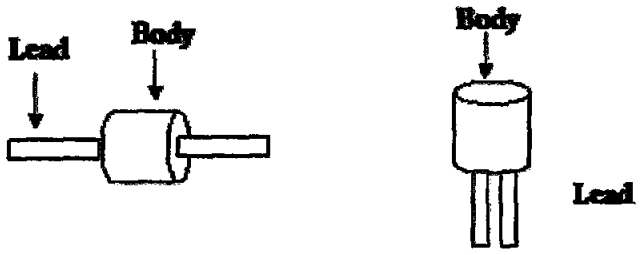
การแทรกอุปกรณ์สำหรับ SMT (Component Insertion)

ชิ้นส่วนที่จะทำการประกอบแบบ PTH สามารถแบ่งได้ 3 ประเภทดังนี้คือ

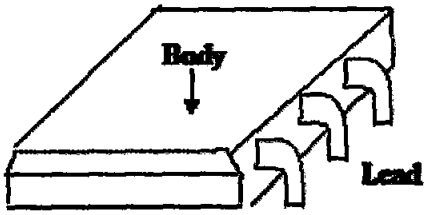
1) Axial Lead ดังภาพที่ 44 (ก)

2) Radial Lead ดังภาพที่ 44 (ข)

3) Dual-in-Line Package ดังภาพที่ 45



ภาพที่ 44 อุปกรณ์ (ก) Axial Lead และ (ข) Radial Lead



ภาพที่ 45 อุปกรณ์ Dual-in-Line

อุปกรณ์ที่ทำการประกอบแบบแผงวงจรแบบ PTH มากกว่าร้อยละ 90 จะประกอบด้วยเครื่องจักรอัตโนมัติที่เรียกว่า Automatic Insertion Machine (AIM) โดยชิ้นส่วนที่จะทำการประกอบจะทำการป้อนเข้าสู่เครื่องจักรในรูปของเทปบันไดลิง (Bandolier Tape) ดังภาพที่ 46 และ 47

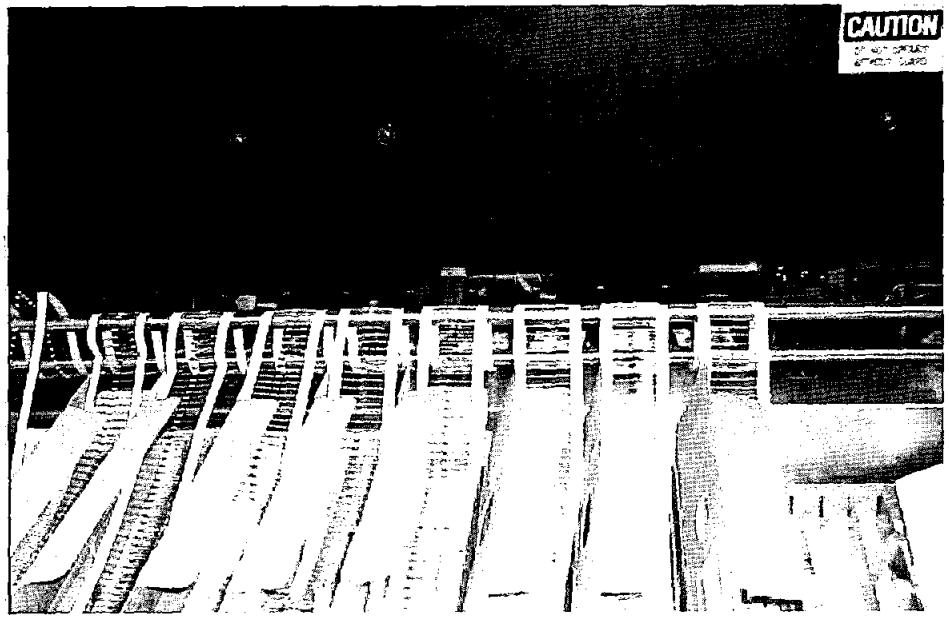
กระบวนการทำงานของเครื่อง AIM จะประกอบไปด้วย

1) การจัดรูปขาตะกั่วของอุปกรณ์ที่จะวาง

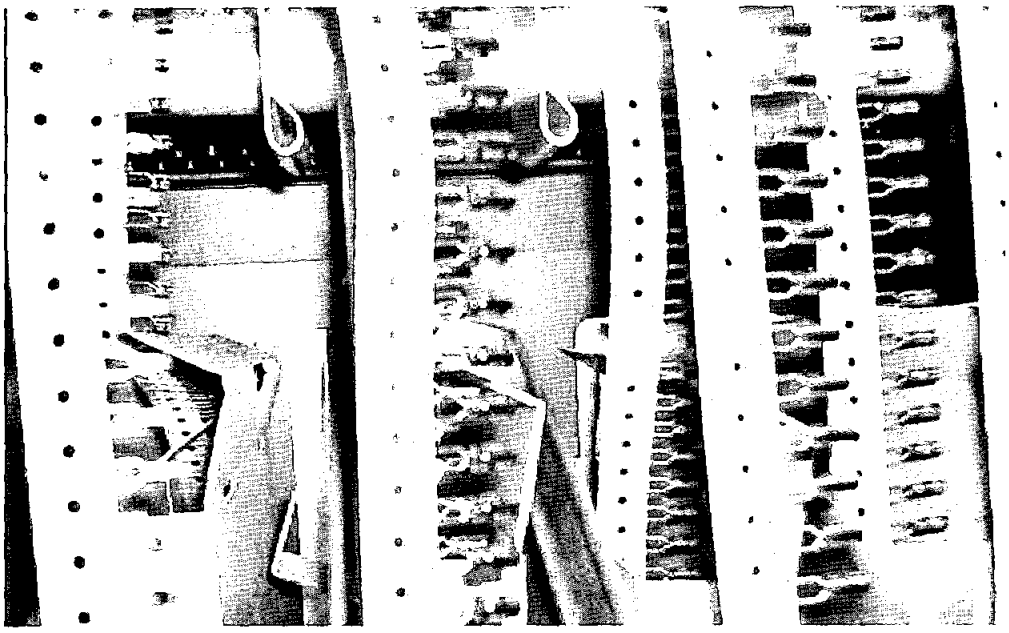
2) การแทรกขาตะกั่วของอุปกรณ์ลงในแผงวงจร

3) การเชื่อมขาตะกั่วให้ยึดกับแผงวงจร

เนื่องจากข้อจำกัดของอุปกรณ์แบบ PTH ที่วางอุปกรณ์ได้เพียง 1 ด้านของแผงวงจรและ ช่วงห่างระหว่างขาตะกั่วที่มากกว่า 1 มิลลิเมตร ทำให้การออกแบบแผงวงจรสมัยใหม่มีการเปลี่ยนแปลงเป็นแบบ SMT มากขึ้น แต่ในสินค้าบางชนิดที่อยู่ในสภาวะแวดล้อมที่ไม่เหมาะสมยังจำเป็นต้องมีการวางอุปกรณ์แบบ PTH อยู่เนื่องจาก อุปกรณ์แบบ PTH มีความทนทานต่อสภาวะแวดล้อมมากกว่า SMT เช่น เครื่องเสียงรถยนต์ และจานรับสัญญาณดาวเทียมที่ได้รับไอน้ำและฝุ่นละอองอยู่เสมอ จะมีการวางอุปกรณ์แบบ SMT และ PTH ร่วมกันใน 1 ด้าน

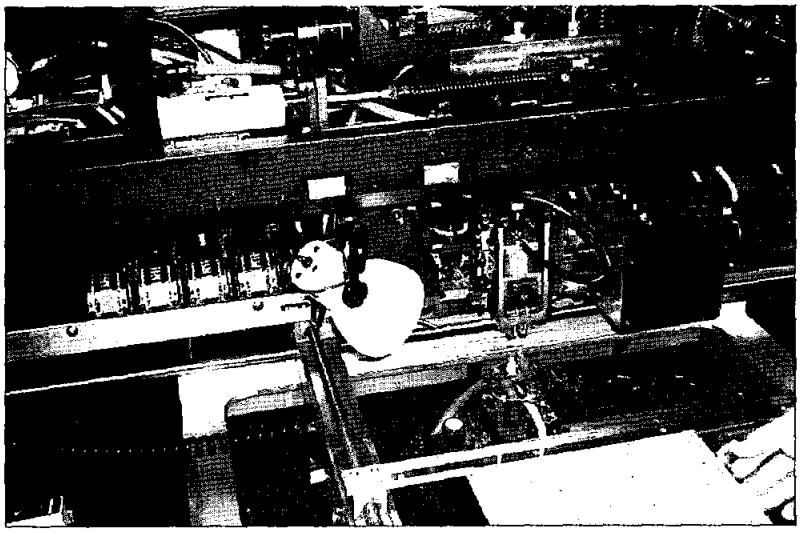


ภาพที่ 46 เทปบันไดลิงของ Axial Lead

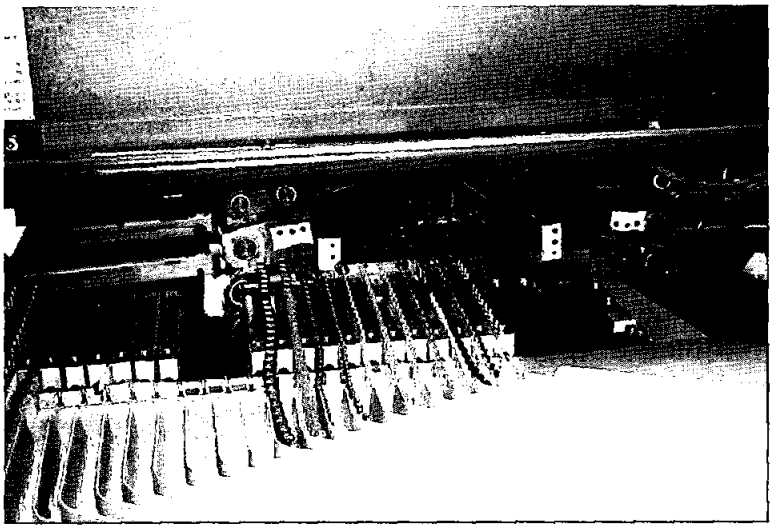


ภาพที่ 47 เทปบันไดลิงของ Radial Lead

โดยตัวอย่างเครื่องจักรที่วางอุปกรณ์แบบ PTH แสดงดังภาพที่ 48 และ ภาพที่ 49



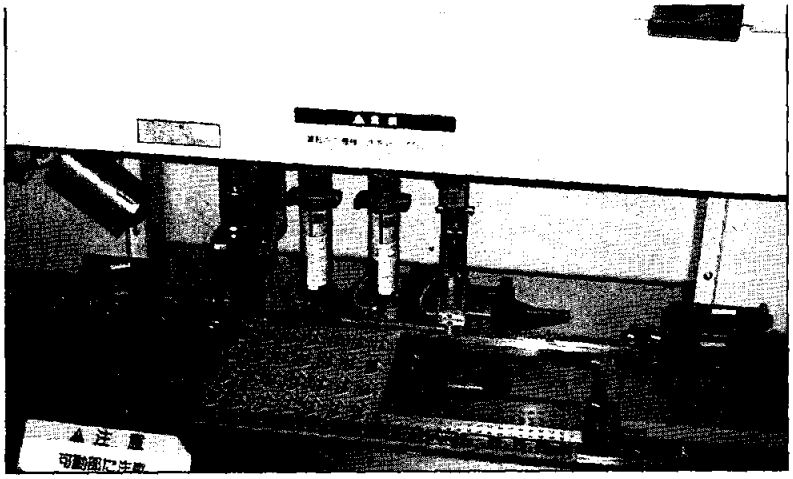
ภาพที่ 48 เครื่องจักรวางอุปกรณ์แบบ Axial Lead



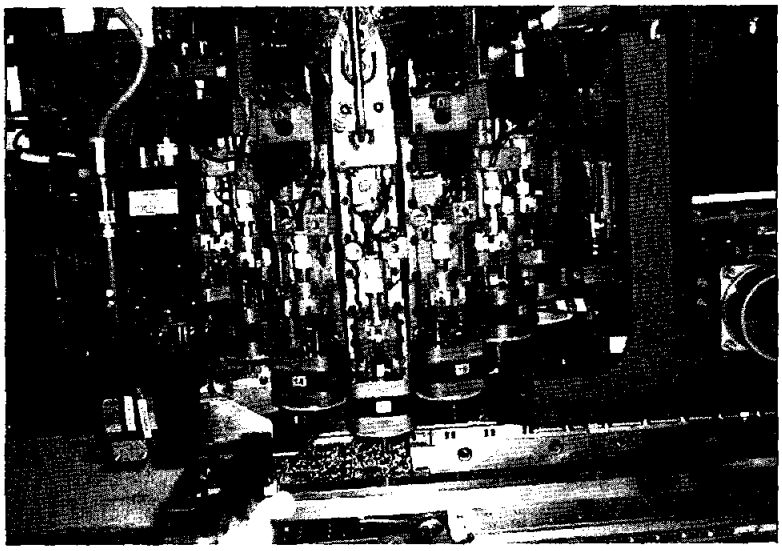
ภาพที่ 49 เครื่องจักรวางอุปกรณ์แบบ Radial Lead

การแทรกอุปกรณ์สำหรับ PTM (Component Onsertion)

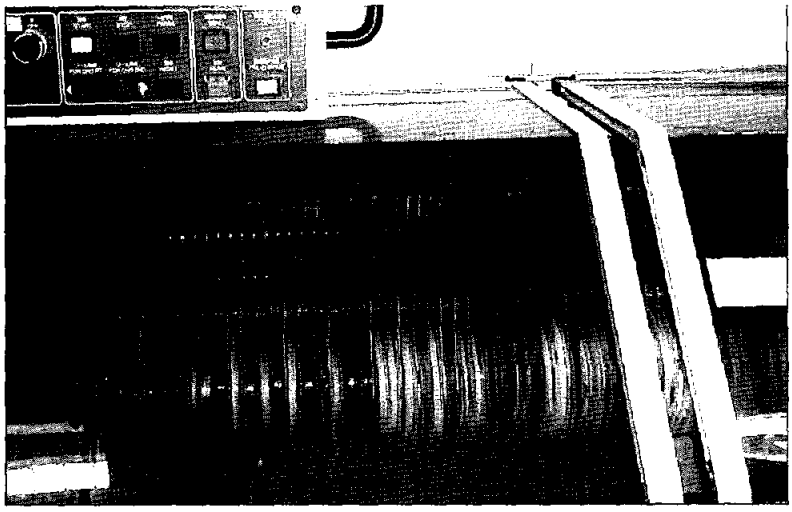
อุปกรณ์ที่วางแบบ SMT จะมี 2 ชนิดคือ Chip และ IC-Package โดยในขั้นตอนการวาง การวางอุปกรณ์แบบ SMT จะใช้กาวช่วยในการจับยึด ซึ่งจะต้องมีเครื่องหยอดกาวก่อนที่จะนำแผงวงจรเข้าไปวางอุปกรณ์ ขั้นตอนนี้จะเรียกว่า Solder Paste โดยเครื่องหยอดกาวแสดงดังภาพที่ 50 โดยเมื่อผ่านเครื่องหยอดกาวจะเข้าสู่เครื่องวาง Chip ที่เรียกว่า Chip Shooter ดังแสดงดังภาพที่ 51 โดย Chip ที่จะวางจะถูกบรรจุอยู่ใน Feeder ด้านหลังดังภาพที่ 52 ซึ่งถูกบรรจุอยู่ในม้วน ซึ่งจะต้องมีการหยุดเครื่องจักรเพื่อใส่เพิ่มเข้าไปเมื่อใช้หมด



ภาพที่ 50 เครื่องหยอดกาว



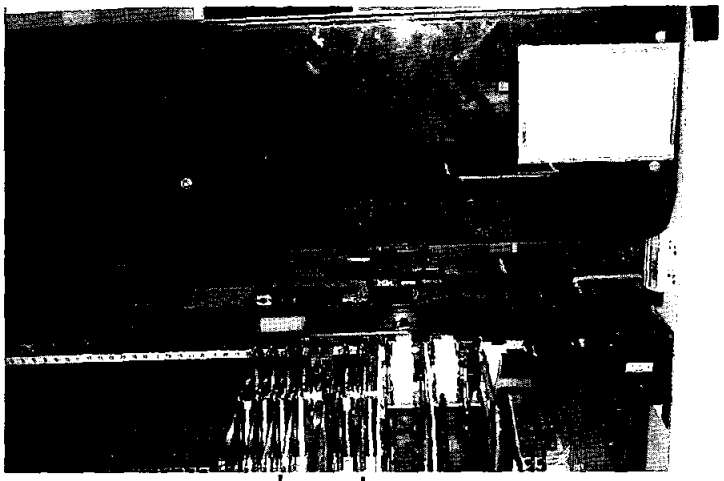
ภาพที่ 51 เครื่องวาง Chip



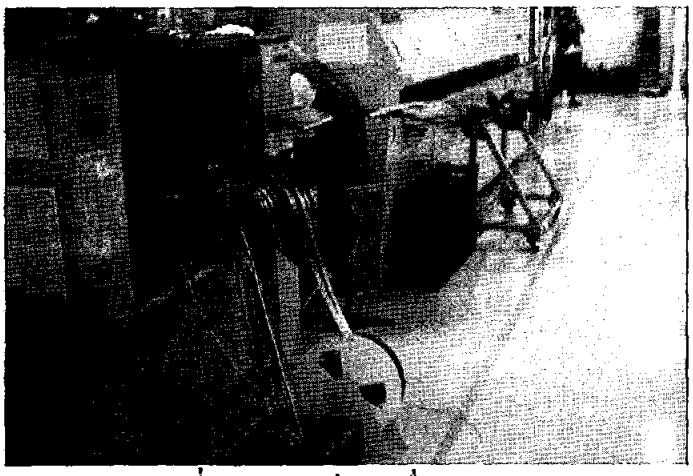
ภาพที่ 52 ฟีดเดอร์เครื่องวาง Chip

ในการวาง Chip ถ้าเครื่องวางวางอุปกรณ์คลาดเคลื่อนจากตำแหน่ง จะเสียเวลาในการกลับมาวางอุปกรณ์ใหม่อีกครั้งโดยจัดอุปกรณ์ที่วางพลาดไว้ในลำดับสุดท้าย

ในส่วนของอุปกรณ์ IC-Package จะใช้เครื่อง IC-Placer ซึ่งจะมีลักษณะเป็นแขนกลหยิบอุปกรณ์ที่บรรจุใน Package ดังภาพที่ 53 และ 54



ภาพที่ 53 เครื่อง IC-Placer



ภาพที่ 54 ฟีดเดอร์ของเครื่อง IC-Placer

จากข้อมูลฝ่ายผลิตโรงงานประกอบแผงวงจรอิเล็คโทรนิกส์ ได้คำนวณ อัตราการผลิตและความเป็นไปได้ของแผงวงจร 16 แบบ ผ่านสายการผลิต SMT1 SMT2 และ PTH ได้ดังตารางที่ 15

กำหนดให้ Q คือ อัตราการผลิต (แผ่นต่อชั่วโมง) P คือ ความน่าจะเป็นของอัตราการผลิตที่เกิดขึ้น เมื่อทราบอัตราการผลิตและจำนวนที่ต้องการ (D) สามารถคำนวณหาเวลาการผลิตโดยประมาณดังนี้

$$t_{ijk} = \frac{D}{Q_k}$$

โดย t_{ijk} คือเวลาการผลิตงาน j บนเครื่องจักร i ณ อัตราการผลิต k

ตารางที่ 15 ข้อมูลแสดงอัตราการประกอบ (Q) และความน่าจะเป็นในแต่ละหน่วยการผลิต และความต้องการของแต่ละผลิตภัณฑ์ของกรณีศึกษา (P)

ผลิตภัณฑ์	สายการผลิต						ความต้องการ (D)
	SMT1		SMT2		PTH		(แผ่น)
	Q	P	Q	P	Q	P	
S477_R01	100	0.5	80	0.5	60	0.5	2000
	95	0.5	75	0.5	50	0.5	
S597AR00	100	0.5	80	0.5	60	0.5	1200
	95	0.5	75	0.5	50	0.5	
S597BR00	90	0.5	70	0.5	45	0.5	1500
	85	0.5	65	0.5	40	0.5	
S644AR00	120	0.5	90	0.5	50	0.5	1500
	115	0.5	85	0.5	40	0.5	
S644BR00	100	0.5	80	0.5	60	0.5	1200
	95	0.5	75	0.5	50	0.5	
S675_R00	110	0.5	90	0.5	40	0.5	1500
	105	0.5	85	0.5	30	0.5	
S699_R_1	70	0.5	60	0.5	35	0.5	1000
	60	0.5	50	0.5	25	0.5	
S699R00	90	0.5	70	0.5	60	0.5	2000
	85	0.5	65	0.5	50	0.5	
S752BR00	110	0.5	85	0.5	30	0.5	1500
	105	0.5	80	0.5	20	0.5	
S755_R00	80	0.5	60	0.5	40	0.5	1000
	75	0.5	55	0.5	30	0.5	
S758BR00	95	0.5	70	0.5	50	0.5	2000
	90	0.5	65	0.5	40	0.5	
S2084R00	80	0.5	60	0.5	40	0.5	2500
	75	0.5	55	0.5	35	0.5	
T612_R_1	60	0.5	50	0.5	0	1	1500
	50	0.5	40	0.5			
T637AR00	70	0.5	60	0.5	0	1	1000
	60	0.5	50	0.5			
T637BR00	60	0.5	50	0.5	0	1	2000
	50	0.5	40	0.5			
T660_R00	80	0.5	70	0.5	0	1	1500
	75	0.5	65	0.5			

ตารางที่ 16 แสดงค่า w_i ของแต่ละผลิตภัณฑ์

ผลิตภัณฑ์	ค่า w_i
S477_R01	83.0263
S597AR00	49.815
S597BR00	74.826
S644AR00	63.678
S644BR00	49.815
S675_R00	74.867
S699_R_1	68.095
S699R00	89.212
S752BR00	94.659
S755_R00	59.507
S758BR00	96.307
S2084R00	142.816
T612_R_1	61.25
T637AR00	33.809
T637BR00	81.666
T660_R00	41.627

ในการจัดงานจะจัดเข้าสายการผลิต 3 สายการผลิต ก่อนที่จะคำนวณหาลำดับการผลิตแบบโฟลว์ชอปต่อไป โดยจะคำนวณค่าน้ำหนักของแต่ละผลิตภัณฑ์เพื่อทำการจัดแบ่งเข้าสายการผลิตทั้งสามด้วยวิธีการต่อไปนี้

ขั้นตอนการจัดแบ่งงานเข้าสายการผลิต

1. แต่ละผลิตภัณฑ์ หาผลรวมของค่าเวลาคูณความน่าจะเป็นในสายการผลิต SMT1 SMT2 และ PTH กำหนดให้เป็นค่าน้ำหนักผลิตภัณฑ์ ให้มีค่า เป็น w_i (i=1,2,3,..,n)

$$w_i = \sum_k \sum_j P_k t_{ijk}$$ (รายละเอียดในตารางที่ 16)

2. เรียงผลิตภัณฑ์ ตามค่าน้ำหนัก w_i จากน้อยไปมาก
3. ให้แต่ละสายการผลิตมีน้ำหนัก $F_j = 0$ (j =1,2,3)
4. จัดผลิตภัณฑ์ที่มีค่าน้ำหนัก w_i น้อยที่สุด และยังไม่เคยได้รับการจัดเข้าสายการผลิตใด ให้มีค่าเท่ากับ w^* จัดเข้าสายการผลิตที่มีค่าน้ำหนักสายการผลิต F_j น้อยที่สุด
5. ให้ $F_j = F_j + w^*$
6. ถ้าไม่มีผลิตภัณฑ์ที่ยังไม่ได้รับการจัด ไปขั้นตอนที่ 7 ถ้ายังมีผลิตภัณฑ์ที่ยังไม่ได้รับการจัดอยู่ ให้กลับไปขั้นตอนที่ 4

7. สลับงานที่มีค่า w_i มากสุด กับงานที่ที่มีค่า w_i น้อยสุดและอยู่ในสายการผลิตที่มีค่า F_j น้อยสุด และได้แผงวงจรในแต่ละสายการผลิตดังตารางที่ 17

ตารางที่ 16 แสดงการแบ่งผลิตภัณฑ์ไปยังแต่ละสายการผลิตของกรณีศึกษา

สายการผลิตที่ 1		สายการผลิตที่ 2		สายการผลิตที่ 3	
ผลิตภัณฑ์	ค่า w_i	ผลิตภัณฑ์	ค่า w_i	ผลิตภัณฑ์	ค่า w_i
T637AR00	33.809	S2084R00	142.816	S597AR00	49.815
S644BR00	49.815	S755_R00	59.507	T612_R_1	61.25
S644AR00	63.678	S699_R_1	68.095	S597BR00	74.826
S597BR00	74.826	T637BR00	81.666	S477_R01	83.0263
S699R00	89.212	S752BR00	94.659	S758BR00	96.307
T660_R00	41.627				

การหาคำตอบ

การหาคำตอบทำได้โดยการนำงานที่แบ่งในแต่ละสายการผลิตมาจัดลำดับใหม่ ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธีการที่เสนอข้างต้น ในที่นี้จะยกตัวอย่างการจัดลำดับงานกรณีรูปแบบเวลาการผลิตเป็นค่าพิสัยใช้ BB_NUJA และกรณีรูปแบบเวลาการผลิตเป็นค่าความน่าจะเป็น ใช้ P2006

ผลการคำนวณจากกรณีศึกษารูปแบบเวลาผลิตเป็นค่าพิสัย

สายการผลิตที่ 1 ได้ ค่าพิสัยน้อยสุด 620-580 = 40 โดยจัดงานตามลำดับดังนี้ 1 2 5 4 3 6
สายการผลิตที่ 2 ได้ค่าพิสัยน้อยสุด 535-495 = 40 โดยจัดงานตามลำดับดังนี้ 2 5 4 3 1
สายการผลิตที่ 3 ได้ค่าพิสัยน้อยสุด 490-450 = 40 โดยจัดงานตามลำดับดังนี้ 1 5 4 3 2

ผลการคำนวณจากกรณีศึกษารูปแบบเวลาผลิตเป็นค่าความน่าจะเป็น

สายการผลิตที่ 1 ได้เวลาเสร็จสิ้นโดยประมาณ 591.214 โดยจัดงานตามลำดับ 2 3 5 4 6 1
สายการผลิตที่ 2 ได้เวลาเสร็จสิ้นโดยประมาณ 505 โดยจัดงานตามลำดับ 1 4 5 2 3
สายการผลิตที่ 3 ได้เวลาเสร็จสิ้นโดยประมาณ 470.312 โดยจัดงานตามลำดับ 1 5 4 3 2
เวลาที่ผลิตสินค้าเสร็จสิ้น คือ ชั่วโมงที่ 591.214

หมายเหตุ ขอขอบคุณ คุณเสกสรร บัญญัติศิลป์ บริษัท ฟอร์ท คอร์ปอเรชั่น จำกัด (มหาชน) ที่ให้ข้อมูลการผลิตมา ณ ที่นี้ (http://www.forth.co.th)

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอนได้ถูกนำมาเป็นโจทย์ในการทำวิจัย เนื่องจากอุตสาหกรรมจริงในกระบวนการผลิตบางประเภทมีเวลาการผลิตไม่แน่นอนซึ่งความไม่แน่นอนเกิดขึ้นได้หลายสาเหตุ เช่น ปฏิกิริยาทางเคมี หรือปัจจัยการผลิตอื่นๆ ที่ไม่สามารถควบคุมได้ เวลาการผลิตแต่ละงานแต่ละเครื่องจักรมีค่าหลากหลายแตกต่างกัน โดยในการวิจัยนี้ได้สนใจปัญหาที่มีการแจกแจงเวลาการผลิตแต่ละเครื่องจักรเป็นจำนวนเต็ม โดยในการวิเคราะห์แบ่งเป็น 2 กรณีคือ กรณีที่ต้องการหากำหนดการหรือตารางงานที่มีผลต่างเวลาเสร็จสิ้นในกรณีเวลาการผลิตของแต่ละงานมากที่สุดกับ เวลาการผลิตของแต่ละงานน้อยที่สุด (Minimized Makespan Range) โดยเรียกว่า **"ปัญหาการจัดการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย"** กรณีที่ต้องการหากำหนดการหรือตารางงานที่มีค่าคาดหวังเวลาเสร็จสิ้นของงานน้อยที่สุด(Minimized Expected Makespan) โดยเรียกว่า **"ปัญหาการจัดการผลิตแบบโฟล์วชอปที่เวลาการผลิตมีโอกาสความน่าจะเป็น"**

ปัญหาการจัดการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตมีค่าเป็นพิสัย

1. ได้นำเสนอวิธีการ BB_IRJCDS เป็นวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขต ที่มีการคำนวณขอบเขตล่างจากการประยุกต์วิธีการของ Ignall and Schrage, Reverse Johnson, และ CDS ในทางทฤษฎีได้พิสูจน์ประพจน์ที่ 1 แสดงให้เห็นว่ากรณี 2 เครื่องจักร วิธีการ BB_IRJCDS จะให้คำตอบที่ดีที่สุด ในทางปฏิบัติวิธีการนี้ได้เขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ภาษา C++ และทดลองกับปัญหาขนาดต่าง ๆ ผลการทดลองในตารางที่ 6 มีจำนวนงานเท่ากับ 6, 7, 8, 9 และ 10 งาน ตามลำดับ และจำนวนเครื่องจักรเท่ากับ 2, 3, 5 และ 10 ตามลำดับ ผลการทดลองสอดคล้องกับทฤษฎีคือมีประสิทธิภาพในการลดจำนวนปม แต่ใช้เวลาการคำนวณมากกว่าเมื่อเทียบกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ (Complete Enumeration) ทั้งนี้เนื่องจากความซับซ้อนของการคำนวณขอบเขตล่าง การทดลองจำนวนงานที่มากขึ้นแสดงในตารางที่ 9 พบว่า กรณีปัญหา 2 เครื่องจักร วิธีการ BB_IRJCDS สามารถหาคำตอบได้ในเวลาที่เหมาะสมเฉพาะปัญหาที่มีจำนวนงานไม่เกิน 13 งาน ในกรณีปัญหาที่มีจำนวนมากกว่า 13 งานก็หาคำตอบได้แต่โปรแกรมจะหยุดก่อนค่าที่ดีที่สุด เนื่องจากหน่วยความจำในคอมพิวเตอร์ไม่เพียงพอ ผลการทดลองเพิ่มเครื่องจักรแสดงในตารางที่ 11 โดยกำหนดจำนวนงานเท่ากับ 12 งาน จำนวนเครื่องจักร 2, 3, 5, 7,10, 12, 14, 20, 25, 30, 40, และ 50 ตามลำดับ สรุปได้ว่าปัญหาขนาด 12 งาน วิธีการ BB_IRJCDS ไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้เกิน 3 เครื่องจักร ถ้ามากกว่านี้โปรแกรมจะหยุดก่อนคำตอบที่ได้เป็นเพียงขอบเขตบนเท่านั้น ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของวิธีการ BB_IRJCDS เท่ากับ 1.69 แสดงในตารางที่ 9

2. ได้นำเสนอวิธีการหาคำตอบ BB_NUJA เป็นวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขต ที่มีการคำนวณขอบเขตล่างแบบไม่พิจารณางานที่ยังไม่ถูกจัดลำดับ เพื่อลดความซับซ้อนการคำนวณเมื่อเทียบกับวิธีการ BB_IRJCDS ในทางทฤษฎีได้พิสูจน์ประพจน์ที่ 2 แสดงให้เห็นว่ากรณีทั่วไป วิธีการ BB_NUJA จะไม่ให้คำตอบที่ดีที่สุด ถ้าการเพิ่มขึ้นของเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยมากกว่าการเพิ่มขึ้นของเวลาเสร็จสิ้นค่ามาก ประพจน์ที่ 3 พิสูจน์ให้เห็นว่าในกรณีพิเศษ วิธีการ BB_NUJA จะให้คำตอบที่ดีที่สุด ในทางปฏิบัติวิธีการนี้ได้เขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ภาษา C++ และทดลองกับปัญหาขนาดต่าง ๆ ผลการทดลองในตารางที่ 6 มีจำนวนงานเท่ากับ 6, 7, 8, 9 และ 10 งาน ตามลำดับ และจำนวนเครื่องจักรเท่ากับ 2, 3, 5 และ 10 ตามลำดับ ผลการทดลองสอดคล้องกับทฤษฎีคือมีประสิทธิภาพในการลดจำนวนปม และลดเวลาคำนวณได้มากเมื่อเทียบกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ ผลการทดลองในตารางที่ 8 แสดงให้เห็นว่าวิธีการ BB_NUJA มีประสิทธิภาพในการลดจำนวนปมและเวลาในการคำนวณและให้คำตอบที่ดีที่สุด (ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเท่ากับศูนย์) การทดลองเพื่อหาจำนวนงานสูงสุดที่วิธีการ BB_NUJA ทำได้คือ จำนวนงานเท่ากับ 14 งาน แสดงในตารางที่ 9 ในกรณีจำนวนงาน 12 เครื่องจักรและเพิ่มจำนวนเครื่องจักรพบว่า วิธีการ BB_NUJA ไม่มีข้อจำกัดในการเพิ่มจำนวนเครื่องจักร แต่ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของคำตอบมากขึ้น ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของวิธีการ BB_NUJA เท่ากับ 8.33 แสดงในตารางที่ 11

3. ได้นำเสนอวิธีการหาคำตอบแบบขั้นตอนวิธีพันธุกรรม (Genetic Algorithm, GA) ซึ่งเป็นวิธีการหาคำตอบแบบอภิศึกษาสำนึก (Meta Heuristic) วิธีหนึ่งที่มีกระบวนการขั้นตอนเป็นระบบและเข้าใจง่าย เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาการจัดตารางการผลิตได้เป็นอย่างดี ข้อได้เปรียบของวิธีการนี้ได้แก่เวลาการคำนวณ เวลาการคำนวณขึ้นกับจำนวนรุ่นของประชากร ผู้วางแผนสามารถกำหนดได้ ข้อด้อยของวิธีนี้คือ ค่าคำตอบ เนื่องจากขั้นตอนต่างๆผ่านการสุ่มค่า คำตอบที่ได้เป็นคำตอบอาจจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดหรือคำตอบที่ใกล้เคียงกับคำตอบที่ดีที่สุด ในงานวิจัยนี้ได้นำมาศึกษาเปรียบเทียบกับทุกการทดลอง ดังแสดงในตารางที่ 7 มีจำนวนงานเท่ากับ 6, 7, 8, 9 และ 10 งาน ตามลำดับ และจำนวนเครื่องจักรเท่ากับ 2, 3, 5 และ 10 ตามลำดับ ผลการทดลองหากพิจารณาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของวิธีการ GA เท่ากับ 2.63

4. ได้เสนอขั้นตอนวิธีพันธุกรรมแบบมีคำตอบเริ่มต้นจากวิธีการ MNEH จากหลักการของขั้นตอนวิธีทางพันธุกรรมที่ว่า ประชากรที่มีคุณภาพจะสามารถไปผสมแลกเปลี่ยนได้ประชากรรุ่นใหม่ที่มีประสิทธิภาพขึ้นเรื่อยๆ ดังนั้นตารางงานที่ได้จากวิธี MNEH จะช่วยให้ขั้นตอนวิธีพันธุกรรมพบคำตอบที่ดีที่สุดเร็วขึ้น ซึ่งผลทดลองสอดคล้องกับหลักการดังแสดงในตารางที่ 7 ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของวิธีการ MNEH_GA เท่ากับ 1.74 ซึ่งดีกว่าวิธีการ GA ในตารางที่ 8 ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดของวิธีการ MNEH_GA เท่ากับ 1.29 ขณะที่ GA ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดเท่ากับ 2.31

ข้อได้เปรียบที่เห็นได้ชัดเจนที่สุดเมื่อปัญหาขนาดใหญ่ได้แก่การทดลองในตารางที่ 9, 10 และ 11 เมื่อจำนวนงานและจำนวนเครื่องจักรมากขึ้น วิธีการ GA และ MNEH_GA สามารถให้คำตอบที่เหมาะสม

และในเวลาที่เหมาะสม ปัจจัยที่มีผลต่อเวลาคำนวณและค่าคำตอบได้แก่การกำหนดจำนวนรุ่นของประชากรในการทำพันธุกรรม เมื่อกำหนดจำนวนรุ่นของประชากรมากจะทำให้ได้คำตอบที่ดีกว่าแต่ต้องใช้เวลาในการคำนวณมากกว่า

<u>ปัญหาการจัดการผลิตแบบโฟล์วชอปที่เวลาการผลิตมีโอกาสความน่าจะเป็น</u>

1. ในส่วนของการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีที่เวลาการผลิตมีโอกาสความน่าจะเป็นได้นำเสนอขอบเขตล่างใหม่ 3 แบบ (P2006, S2006 และ M2006) เทียบกับขอบเขตล่างของวิธีการของ Balasubramanian and Grossman (B2002) ในทางทฤษฎีได้พิสูจน์ว่าขอบเขตล่างที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ มีจำนวนขั้นตอนในการแก้ปัญหาในแต่ละกิ่งของการแตกกิ่งและจำกัดเขต (Branch and Bound) น้อยกว่าขอบเขตล่างจากอ้างอิง โดยขอบเขตล่างใหม่มีเวลาการคำนวณในแต่ละปมไม่เกิน $(n*m)^2$ ขณะที่ขอบเขตล่างอ้างอิงมีเวลาการคำนวณในแต่ละปมไม่เกิน (n)!

2. ในทางปฏิบัติ ขอบเขตล่างที่เสนอได้เขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ภาษา C++ และทดลองกับปัญหาขนาดต่าง ๆ และทดสอบประสิทธิภาพของวิธีการที่เสนอเปรียบเทียบกับวิธีการอ้างอิง โดยพิจารณาจำนวนปมที่ใช้ในการแตกกิ่งและเวลาที่ใช้ในการคำนวณพบว่า ขอบเขตล่างที่นำเสนอทั้ง 3 วิธี ส่วนใหญ่ทำให้ขั้นตอนการแตกกิ่งมีจำนวนปมโดยเฉลี่ยมากกว่าวิธีการอ้างอิง แต่ขอบเขตล่างที่นำเสนอใหม่ได้เปรียบที่มีเวลาในการคำนวณโดยเฉลี่ยน้อยกว่าวิธีการอ้างอิง

3. การจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีที่เวลาการผลิตมีโอกาสความน่าจะเป็นการวิเคราะห์ความไว (Sensitive analysis) กรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์เช่น จำนวนงาน จำนวนเครื่องจักร เวลาการผลิตค่ามากสุดในการสุ่ม และจำนวนรูปแบบทางเลือกทั้งหมด พบว่าพารามิเตอร์ที่มีผลจำนวนปมและเวลาคำนวณเพิ่มขึ้นมากที่สุดคือการเพิ่มจำนวนงานและจำนวนรูปแบบทางเลือกทั้งหมด

<u>ข้อเสนอแนะ</u>

1. งานวิจัยนี้ไม่ได้ศึกษากรณีที่พิจารณาเวลาเตรียมเครื่องจักร(Setup time)แยกออกจากเวลาการผลิต หรือการกำหนดเวลาส่งมอบ (Due date) งานวิจัยต่อจากนี้อาจจะนำมาพิจารณาร่วมด้วยสามารถทำได้เช่นกัน

2. งานวิจัยนี้เป็นปัญหาโฟล์วชอปที่แต่ละงานมีการรอคอยเนื่องจากเครื่องจักรไม่ว่างได้ งานวิจัยที่สามารถศึกษาต่อคือกรณีที่ไม่ยอมให้แต่ละงานมีการรอคอยระหว่างเครื่องจักร หรือ ปัญหาการจัดตารางงานโฟลว์ชอปแบบไม่ให้เกิดเวลารอคอยที่มีเวลาการผลิตไม่แน่นอน (Flowshop with No-Intermediate Queue and Uncertain Processing Times, FSNQUPT)

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กาญจนา เศรษฐนันท์ และกฉิกนันท์ ทิพยศรี. 2547. Scheduling Hybrid Flowshops under Machine Eligibility Constraints**. วิศวกรรมสาร ม.ข**. ปีที่ 31(3): 239-256.

จันทร์เพ็ญ อักกะวิเนต. 2539. **เทคนิคฮิวริสติคเชิงรวมสำหรับการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอป**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ชนากานต์ สันตยานนท์. 2543. **การปรับปรุงกระบวนการจัดลำดับงานที่เหมาะสมให้กับเครื่องจักรของโรงงานผลิตสารกึ่งตัวนำ**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ชัชพล มงคลิก. 2543. **การจัดลำดับการผลิตและการจัดตารางการผลิตแบบโต้ตอบ กรณีศึกษาอุตสาหกรรมชิ้นส่วนรถยนต์**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรีดี ตันติประภาส. 2542. **การจัดลำดับการผลิตสำหรับระบบโฟล์วชอป กรณีศึกษาโรงหล่อ**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยอดชาย ฤิตตวรรณโณเนตร์. 2537. **การประยุกต์แบบจำลองปัญหาแบบโต้ตอบในลักษณะภาพเคลื่อนไหวสำหรับการกำหนดการชนิดโฟล์วชอป**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศรินทิพย์ รุ่งโรจน์ธีระ. 2546. **การปรับปรุงประสิทธิภาพของวิธีแตกกิ่งและกำหนดขอบเขตของ Ignall และ Schrage เพื่อแก้ปัญหาการจัดลำดับงานแบบโฟล์วชอป**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วันวิสาห์ นิ่มมะโน. 2544. **การประยุกต์ใช้ฟัซซี่เจนเนติกอัลกอริทึมในการจัดลำดับผลิตภัณฑ์เข้าสายประกอบแบบผลิตภัณฑ์ผสมที่มีเวลาการผลิตทำงานแบบฟัซซี่**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศิวพล วุฒิพงศ์ประเสริฐ 2544. **การประยุกต์ใช้เจนเนติกอัลกอริทึมในการจัดตารางการผลิตที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องจักรแบบฟัซซี่ซึ่งขึ้นอยู่กับผลิตภัณฑ์ก่อนหน้า.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

หทัยทิพย์ ภุชงควาริน. 2547. **ปัญหาการเดินของพนักงานขายที่มีระยะเวลาการเดินทางไม่แน่นอนแบบคงตัว.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อนิรุจน์ ตันเทอดทิตย์. 2546. **การศึกษาวิธีการแก้ปัญหาการจัดเรียงลำดับงานที่เป็นแบบ Multiple Machine-Multiple Job โดยใช้วิธี Genetic Algorithm.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

อิทธิพล บุญญวิโรจน์ฤทธิ์.2545. **การหาวิธีการที่ฮิวริสติกที่เหมาะสมกับการลำดับการของกระบวนการผลิตแบบกระแสภายใต้ข้อจำกัดทางด้านทรัพยากร.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

มงคล แสงวณิช. 2546. **วิธีทางฮิวริสติควิทยานิพนธ์ในการจัดตารางเวลาการผลิตรายวันสำหรับงานปั๊มขึ้นรูปชิ้นงานโลหะแผ่นเพื่อให้ได้เวลารวมในการผลิตต่ำสุด.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

พิชิต สุขเจริญพงษ์. 2521. **การจัดการวิศวกรรมการผลิต.** บริษัทซีเอ็ดยูเคชั่น, กรุงเทพฯ.

ปารเมศ ชุติมา. 2546. **เทคนิคการจัดตารางดำเนินงาน.** สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์วิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

ปาริฉัตร ปั้นทอง. 2548. การพัฒนาระบบการจัดตารางการผลิตในอุตสาหกรรมการผลิตล้ออัลลอย. **การประชุมวิชาการ การวิจัยดำเนินการ** (2548): 130-140.

สวัสดิ์ ภาระราช พิชิตสุขเจริญพงษ์ และ พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล. 2547. การประยุกต์วิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตสำหรับปัญหาการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปที่เวลาการผลิตมีค่าเป็นช่วง. **การประชุมวิชาการข่ายงานวิศวกรรมอุตสาหการ** (2547): 1131-1139.

สวัสดิ์ ภาระราช และ พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล. 2549. การปรับปรุงวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตสำหรับปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปกรณีเวลาการผลิตมีค่าไม่แน่นอน. **การประชุมวิชาการด้านการวิจัยดำเนินงาน** (2549): 256-263.

วนิดา รัตนมณี และ ศุภชัย ปทุมนากุล. 2546. การหาคำตอบที่น่าพึงพอใจโดยเทคนิคเจเนติกอัลกอริทึม. **วิศวกรรมสาร ม.ช.** ปีที่ 30 (4): 319-330.

Allahverdi. A. 2000. Minimizing mean flow time in a two-machine flowshop with sequence-independent setup times. **Computer & Operations Research** 27: 111-127.

Balasubramanian J., and Grossmann I.E. 2002. A novel branch and bound algorithm for scheduling flowshop plants with uncertain processing times. **Computers and Chemical Engineering** 26: 41-57.

_____and Grossmann I.E. 2003. Scheduling Optimization under Uncertainty, An Alternative Approach. **Computers and Chemical Engineering** 27: 469-490.

Baker K.R. 1975. A comparative Study of Flow-Shop Algorithm. **Operations Research** 23(1): 62-73.

Baker, B.M. and M.A. Ayeehew. 2003. A genetic algorithm for the vehicle routing problem. **Computer and Operations Research** 30: 787-800.

Bautista, J., Companys, R., and Corominas, A. 1996. Heuristics and exact algorithms for solving the modern problem. **European Journal of operation research** 88 (1): 101-113.

Bellman, R. 1957. **Dynamic Programming.** Princeton University Press.

Campbell H.G., Dudek R.A. and Smith M.L.1970. A heuristic algorithm for the n-job M-machine sequencing problem. **Management Science** 16/B: 630-637.

Choi, I.C. , S.I. Kim and H.S. Kim. 2003. A genetic algorithm with a mixed region search for the asymmetric travelling salesman problem. **Computer and Operations Research** 30: 773-786.

Dudek R.A. and Teuton O.F. 1964. Development of M-stage Decision Rule for Scheduling n Jobs through M Machines. **Operations Research** 12: 471-497.

Garey M.R., Johnson D.S, and Sethi R. 1976. The complexity of flowshop and jobshop scheduling. **Mathematics of Operations research** 1: 117-129.

Gupta J.N.D., and Stafford E.F. 2006. Flowshop scheduling research after five decades. **European Journal of Operational Research** 169 (3): 669-711.

Hong T-P., Wang Ch L., and Wang S. L. 2001. Solving flexible flowshop problems by combining LPT and GUPTA scheduling algorithms. **Hybrid Methods in Engineering** 3(1): 75-87.

_____. Chuang T.N. 1998a. Fuzzy scheduling on two-machine flowshop. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems** 6: 471-481.

_____ Chuang T.N. 1998b. Fuzzy CDS scheduling for flow shop with more than two machines. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems** 6: 483-494.

Ignall E., and Schrage L. 1965. Application of the branch and bound technique to some flow shop scheduling problems. **Operations Research** 13: 400-412.

Johnson S.M. 1954. Optimal two- and three-stage production schedules with set-up times included. **Naval Research Logistics Quarterly** 1: 61–68.

Karush W. 1965. A Counter Example to a Proposed Algorithm for Optimal Sequencing of Jobs. **Operations Research** 13: 323-325.

Kirkpatrick, S., Gelatt Jr.C., and Vecchi, M. 1983. Optimization by simulated annealing. **Science** 220(4598): 671-680.

Lenstra, J.K. and A.H.G. Rinnooy, Kan.1975. Some Simple Application of the Traveling Salesman Problem. **Operational Research Quarterly** 26: 717-733.

Lominicki Z.A. 1965. A Branch-and-Bound" Algorithm for the Exact Solution of the Three-machine Scheduling Problem. **Operational Research Quarterly** 16: 89-100.

Mahon G.M.B., and Burton P.G. 1967. Flow-Shop Scheduling with the Branch and Bound Method. **Operations Research** 15(3): 473-481.

Moursli O., and Pochet Y. 2000. A branch and bound algorithm for hybrid flowshop. **International Production Economics** 64: 113-125.

Nawaz M., Enscore E. and Ham I. 1983. A heuristic algorithm for the m-machine n job flow shop sequence problem. **OMEGA** 11 (1): 91-95.

Papadimitriou, C.H. and K. Steiglitz. 1982 . **Combinatorial Optimization : Algorithm and Complexity.** Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

Potts, C.N., Shmoys, and Williamson. 1991. Permutation vs. non-permutation flowshop schedules. **Operations research Letters** 10 (2):281-284.

Ruiz R. and Maroto C. 2005. A comprehensive review and evaluation of permutation flowshop heuristics. **European Journal of Operational Research** 165: 479-494.

Sayin S. and S. Karabati. 1999. A bicriteria approach to the two-machine flow shop scheduling problem. **European Journal of Operational Research** 113: 435-449.

Smith R.D. and Dudek R.A. 1967. A General Algorithm for solution of the n-job, m-machine sequencing problem of the flow shop. **Operations Research** 38: 70-82.

Theerapon Aramgiatsitris and Peerayuth Charnsethikul. 2002. The Daily Order Cluster Flow Shop with No Intermediate Queues. **7th International Pacific Conference on Manufacturing and Management** (November): 27-29.

Wagner H.M. 1959. An Integer Linear-programming Model for Machine Scheduling. **Naval Research Logistics Quarterly** 6: 131-140.

Wilson. J.M. 1989. Alternative Formulations of a Flowshop Scheduling Problem. **Journal of the Operational Research Society** 40: 395-399.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
ตัวอย่างการคำนวณโดยวิธี BB_IRJCDS และวิธี BB_NUJA

<u>ตัวอย่างที่ ก1</u> ต้องการหาตารางงานที่ให้ช่วงเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด ของงาน 4 งาน สำหรับ 2 เครื่องจักร โดยมีข้อมูลดังแสดงในตาราง เวลา

เวลาการผลิตค่าน้อย

	เครื่องจักร	
งาน	1	2
1	3	4
2	3	1
3	5	9
4	10	4

เวลาการผลิตค่ามาก

	เครื่องจักร	
งาน	1	2
1	4	5
2	5	10
3	6	9
4	10	5

จากเวลาการผลิตค่ามากและค่าน้อย ต้องการจัดลำดับงานที่ให้ค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด โดยใช้กลวิธีขยายและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound Technique) ที่เสนอทั้งสองแบบดังนี้

กำหนดให้

$LB1_{2,(\sigma)}$ = ขอบเขตล่างแบบที่ 1 ของช่วงเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานที่มีการจัดลำดับบางส่วน(เซต σ) กรณี 2 เครื่องจักร

$LB2_{2,(\sigma)}$ = ขอบเขตล่างแบบที่ 2 ของช่วงเวลาเสร็จสิ้นของตารางงานที่มีการจัดลำดับบางส่วน(เซต σ) กรณี 2 เครื่องจักร

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ = ขอบเขตบนสำหรับเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุดของตารางงานที่มีการจัดลำดับบางส่วน_(เซต σ) แล้ว

$LB^{\max}_{(\sigma)}$ = ขอบเขตล่างสำหรับเวลาเสร็จสิ้นมากที่สุดของตารางงานที่มีการจัดลำดับเซต σ

$q^{\min}_{i,(\sigma)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของเซต σ งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร i

$q^{\max}_{i,(\sigma)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่ามากของเซต σ งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร i

$C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของงานที่เริ่มต้นด้วยเซตที่ถูกจัด σ และตามด้วย เซต σ' ที่ไม่ได้จัดลำดับ บนเครื่องจักร 2

<u>แบบที่ 1</u> กลวิธีขยายและจำกัดขอบเขตแบบ BB_RCDS (Reverse CDS)

วิธีนี้การหาค่าขอบเขตล่างได้แก่

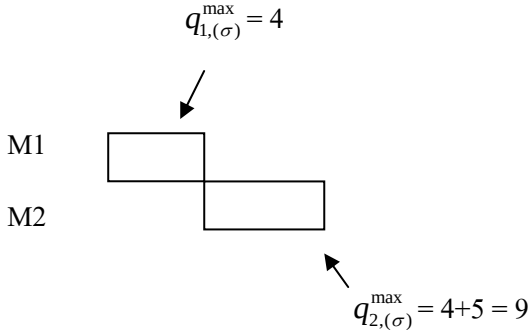
$$LB1_{2,\sigma} = LB^{\max}_{(\sigma)} - ML^{\min}_{(\sigma)}$$

$$LB1_{2,\sigma} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(\sigma)}$$

$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$ ได้จากการหาค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย ของตารางงานที่มีงานในกลุ่มที่จัดลำดับในตารางแล้ว (σ) ตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับในตาราง (σ') ลำดับของงานที่ไม่ได้จัดลำดับในตาราง (σ') มีการเรียงตามกฎของ Reverse Johnson's

ปมที่ไม่มีงานถูกจัด LB=0, LB<BESTUB, ทำการขยายกิ่ง<u>ปมที่ 1</u>

คำนวณหาหาขอบเขตล่างของเซตย่อย 1xxx (σ=1xxx)



$$LB1^{\max}_{,(1xxx)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j,}) \end{bmatrix} = \max\begin{bmatrix} 4+(5+6+10)+5 \\ (4+5)+(10+9+5) \end{bmatrix} = 33$$

$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

Job	M1	M2
2	3	5
3	5	9
4	10	4

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 4-3-2 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้วคืองานที่ 1 จะได้ลำดับรวมเป็น 1-4-3-2 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 32

1	3/3	4/7	
4	10/13	1/17	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
3	5/18	9/27	
2	3/21	5/30	$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =30

จะได้

ปมที่ 1 $LB1_{2,\,(1xxx)}$ = 33-30 = 3

ค่า $LB1 < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 3$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 2

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 2 เซตของงานบางส่วน σ=14

$$LB1_{,(14)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(14)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(14)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(14)}$$

$$LB1_{,(14)} = \max\begin{bmatrix} 14+(5+6)+\min(10,9) \\ 19+(10+9) \end{bmatrix} = 38$$

$$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

Job	M1	M2
2	3	1
3	5	9

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 2-3 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้วคืองานที่ 1-4 จะได้ลำดับรวมเป็น 1-4-2-3 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 30

1	3/3	4/7	
4	10/13	4/17	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	3/16	1/18	
3	5/21	9/30	

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =30

จะได้

ปมที่ 2 $LB1_{(14xx)}$ = 38-30 = 8

ค่า $LB1 < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 3

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 3 เซตของงานบางส่วน σ=143

$$LB1_{(143)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(143)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(143)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(143)}$$

$$LB1_{(143)} = \max\begin{bmatrix} 20+(5)+\min(10) \\ 29+(10) \end{bmatrix} = 39$$

$$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 2 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้วคืองานที่ 1-4 -3 จะได้ลำดับรวมเป็น 1-4-3-2 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 28

1	3/3	4/7
4	10/13	4/17
3	5/18	9/27
2	3/21	1/28

(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =28

จะได้

ปมที่ 3 $LB1_{(143x)}$ = 39-28 = 11

ค่า $LB1 < BESTUB$, ระดับ $t = 1$, คำนวณขอบเขตบนใหม่ งานที่จัด σ=1432

$C^{\max}_{2,(\sigma+\sigma')}$=39

1	4/4	5/9
4	10/14	5/19
3	6/20	9/29
2	5/25	10/39

(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)

$C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')}$ =28

1	3/3	4/7	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
4	10/13	4/17	
3	5/18	9/27	
2	3/21	1/28	

จะได้ UB ใหม่ = 11

ค่า UB ใหม่ < *BESTUB*

ทำการปรับปรุงค่า *BESTUB* = 11

ย้อนวิถี, t=2, $LB1_{(14)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึก, t = 3, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 4

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 4 เซตของงานบางส่วน σ =142

$$LB1_{(142)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(142)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(142)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(142)}$$

$$LB1_{(142)} = \max\begin{bmatrix} 19+(6)\min(9) \\ 29+(9) \end{bmatrix} = 38$$

$$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 3 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้วคืองานที่ 1-4-2 จะได้ลำดับรวมเป็น 1-4-2-3 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 30

1	3/3	4/7	
4	10/13	4/17	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	3/16	1/18	
3	5/21	9/30	

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =30

จะได้

ปมที่ 4 $LB1_{(142x)}$ = 38-30 = 8

ค่า $LB1_{(142)} < BESTUB$, ระดับ $t = 1$, คำนวณขอบเขตบน งานที่จัด σ =1423

$C^{\max}_{2,(\sigma+\sigma')}$ =38

1	4/4	5/9	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
4	10/14	5/19	
2	5/19	10/29	
3	6/25	9/38	

$C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')}$ =30

1	3/3	4/7	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
4	10/13	4/17	
2	3/16	1/18	
3	5/21	9/30	

จะได้

ค่า UB ใหม่ =BESTUB =8

ย้อนวิถี, ระดับ t = 4, $LB1_{(1)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก , $t = 3$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 5

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 5 เซตของงานบางส่วน σ =12

$$LB1_{(12)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(12)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(12)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(12)}$$

$$LB1_{(12)} = \max\begin{bmatrix} 9+(6+10)+\min(9,5) \\ 19+(9+5) \end{bmatrix} = 33$$

$$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

Job	M1	M2
3	5	9
4	10	4

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 3 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้ว คืองานที่ 1-2 จะได้ลำดับรวมเป็น 1-2-4-3 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 30

1	3/3	4/7 (เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	3/6	1/8
4	10/16	4/20
3	5/21	9/30

$ML_{(\sigma)}^{\min}$ =30

จะได้

ปมที่6 $LB1_{(12xx)}$ = 33-30 = 3

ค่า $LB1_{(12)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ t = 3, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 6

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 6 เซตของงานบางส่วน σ =124

$$LB1_{(124)} = \max\begin{bmatrix} q_{1,(124)}^{\max} + \sum_{j\in\sigma'}(t_{1,j}^{\max}) + \min_{j\in\sigma'}(t_{2,j}^{\max}) \\ q_{2,(124)}^{\max} + \sum_{j\in\sigma'}(t_{2,j}^{\max}) \end{bmatrix} - ML_{(124)}^{\min}$$

$$LB1_{(124)} = \max\begin{bmatrix} 19+(6)+\min(9) \\ 24+(9) \end{bmatrix} = 33$$

$$ML_{(\sigma)}^{\min} = \max(C_{2,(\sigma+\sigma')}^{\min})$$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 3 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้วคืองานที่ 1-2-4 จะได้ลำดับรวมเป็น 1-2-4-3 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 30

1	3/3	4/7 (เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	3/6	1/8
4	10/16	4/20
3	5/21	9/30

$ML_{(\sigma)}^{\min}$ =30

จะได้

ปมที่ 7 $LB1_{(124x)}$ = 33-30 = 3

ค่า $LB1_{(124)} < BESTUB$, ระดับ t = 1, คำนวณขอบเขตบนงานที่จัด σ =1243

$C_{2,(\sigma+\sigma')}^{\max}$ =34

1	4/4	5/9	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	5/9	10/19	
4	10/19	5/24	
3	6/25	9/34	

$C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')}$ =30

1	3/3	4/7	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	3/6	1/8	
4	10/16	4/20	
3	5/21	9/30	

จะได้ UB ใหม่ = 4

ค่า UB ใหม่ <BESTUB

ทำการปรับปรุงค่า BESTUB ได้ BESTUB = 4

ย้อนวิถี t = 3, $LB1_{(12)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 7

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 7 เซตของงานบางส่วน σ =123

$$LB1_{(123)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(123)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(123)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(123)}$$

$$LB1_{(123)} = \max\begin{bmatrix} 15+(10)+\min(5) \\ 28+(5) \end{bmatrix} = 33$$

$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัด ลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 4 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้ว คืองานที่ 1-2-3 จะได้ลำดับรวมเป็น 1-2-3-4 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 25

1	3/3	4/7	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	3/6	1/8	
3	5/11	9/20	
4	10/21	4/25	

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =25

จะได้

ปมที่ 7 $LB1_{(123x)} = 33\text{-}25 = 8$

ค่า $LB1_{(123)} > BESTUB$, ระดับ $t = 1$, คำนวณขอบเขตบนงานที่จัด σ =1234

$C^{\max}_{2,(\sigma+\sigma')}$ =33

1	4/4	5/9	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	5/9	10/19	
3	6/15	9/28	
4	10/25	5/33	

$C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')}$ =25

1	3/3	4/7	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
2	3/6	1/8	
3	5/11	9/20	
4	10/21	4/25	

จะได้ UB ใหม่ = 8

ค่า UB ใหม่ > BESTUB ไม่มีการปรับค่า BESTUB, BESTUB = 4

ย้อนวิถี $t = 4$, $LB1_{(1)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 3$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 8

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 8 เซตของงานบางส่วน σ =13

$$LB1_{(13)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(13)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(13)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(13)}$$

$$LB1_{(13)} = \max\begin{bmatrix} 10+(5+10)+\min(10,5) \\ 19+(10+5) \end{bmatrix} = 34$$

$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

Job	M1	M2
2	3	1
4	10	4

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 2-4 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้วคืองานที่ 1-3-2-4 จะได้ลำดับรวมเป็น 1-3-2-4 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 25

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =30 จะได้

1	3/3	4/7	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
3	5/8	9/17	
2	3/11	1/18	
4	10/21	4/25	

ปมที่ 8 $LB1_{(13xx)} = 34\text{-}25 = 9$

ค่า $LB1_{(13)} > BESTUB$ หยุดการค้นหา

ย้อนวถี, t=4, $LB1_{(0)} > BESTUB$, เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 3$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 9

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 9 เซตของงานบางส่วน σ =2

$$LB1_{(2)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(2)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(2)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(2)}$$

$$LB1_{(2)} = \max\begin{bmatrix} 5+(4+6+10)+\min(5,9,5) \\ 15+(5+9+5) \end{bmatrix} = 34$$

$$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

Job	M1	M2
1	3	4
3	5	9
4	10	4

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 1-3-4 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้วคืองานที่ 2 จะได้ลำดับรวมเป็น 2-4-3-1 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 31

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =31

จะได้ 2	3/3	1/4	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
4	10/13	4/17	
3	5/18	9/27	
1	3/21	4/31	

ปมที่ 9 $LB1_{(2xxx)} = 34\text{-}31 = 3$

ค่า $LB1_{(2)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 3$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 10

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 10 เซตของงานบางส่วน σ =21

$$LB1_{(21)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(21)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(21)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(21)}$$

$$LB1_{(21)} = \max\begin{bmatrix} 9+(6+10)+\min(9,5) \\ 20+(9+5) \end{bmatrix} = 34$$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

Job	M1	M2
3	5	9
4	10	4

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 4-3 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้ว คืองานที่ 2-1 จะได้ลำดับรวมเป็น 2-1-4-3 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 30

$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =30

จะได้

2	3/3	1/4 (เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
1	3/6	4/10
4	10/16	4/20
3	5/21	9/30

ปมที่ 10 $LB1_{(21xx)}$ = 34-30 = 4

$LB1_{(21)} = BESTUB$ หยุดการค้นหา

ย้อนวิถี, t = 3, $LB1_{(2)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ t = 2, ทำการขยายกิ่งเป็น ปมที่ 11

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 11 เซตของงานบางส่วน σ =24

$$LB1_{(24)} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(24)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{1,j}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \\ q^{\max}_{2,(24)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j}) \end{bmatrix} \quad - \quad ML^{\min}_{(214)}$$

$$LB1_{(24)} = \max\begin{bmatrix} 15+(10)+\min(9,5) \\ 20+(9+5) \end{bmatrix} = 34$$

$$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{2,(\sigma+\sigma')})$$

หาเวลาเสร็จมากที่สุดของการผลิตด้วยเวลาการผลิตค่าน้อย ของตารางงานที่ประกอบด้วยงานที่จัดลำดับแล้วตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับที่เรียงตามกฎย้อนกลับของจอห์นสัน

ลำดับของงานที่ยังไม่ได้จัดลำดับตามกฎตรงข้ามของจอห์นสัน คือ 3-1 เมื่อนำไปรวมกับงานที่จัดไปแล้วคืองานที่ 2-4 จะได้ลำดับรวมเป็น 2-4-3-1 ซึ่งค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยได้แก่ 31

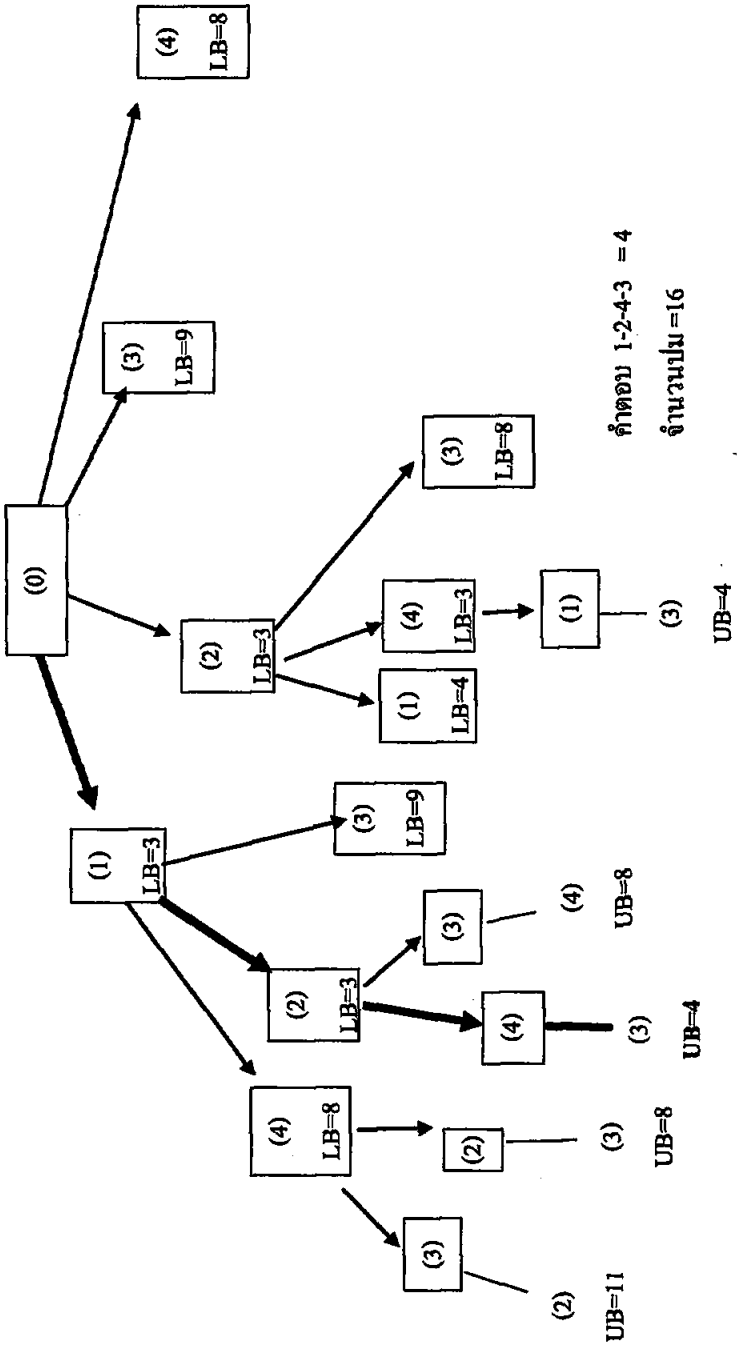
$ML^{\min}_{(\sigma)}$ =31

จะได้	2	3/3	1/4	(เวลาการผลิต/เวลาเสร็จสิ้น)
	4	10/13	4/17	
	3	5/18	9/27	
	1	3/21	4/31	

ปมที่ 11 $LB1_{(24xx)}$ = 34-31 = 3

ค่า $LB1_{(24)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$ ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 12

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 12 เซตของงานบางส่วน σ =241, $UB_{(2413)}$ = 4, ไม่มีการปรับปรุง BESTUB, ทำการย้อนวิธี, ขยายปม ไปจนกว่าจะครบทุกทางเลือก ไม่มีการขยายกิ่งเพิ่มและไม่มีการปรับปรุงค่า ดังแสดงใน**ภาพผนวกที่ ก1** คำตอบคือ ทางเลือกที่พบ BESTUB ตัวที่ดีที่สุด ลำดับงานได้แก่ 1-2-4-3 ค่า =4 จำนวนปมที่แตกกิ่งทั้งหมด =16 ปม เทียบกับการค้นหาแบบเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ จำนวนกิ่งทั้งหมด 41 ปม วิธีการ BB_IRJCDS ได้เปรียบที่จำนวนปมน้อยกว่า



ภาพผนวกที่ ก1 แผนภูมิต้นไม้ของวิธี BB_IRJCDS กรณี 4 งาน 2 เครื่องจักร

ตัวอย่างที่ ก2 ต้องการหาตารางงานที่ให้ค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด ของงาน 4 งาน สำหรับ 3 เครื่องจักร โดยมีข้อมูลดังแสดงในตารางเวลาการผลิตค่ามากและเวลาการผลิตค่าน้อย

เวลาการผลิตค่ามาก

	เครื่องจักร		
งาน	1	2	3
1	8	16	16
2	10	8	11
3	16	14	15
4	7	7	11

เวลาการผลิตค่าน้อย

	เครื่องจักร		
งาน	1	2	3
1	4	12	12
2	8	6	5
3	12	12	13
4	5	5	7

จากเวลาการผลิตค่ามากและค่าน้อย ต้องการจัดลำดับงานที่ให้ค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด สามารถใช้กลวิธีขยายและจำกัดเขตที่เสนอทั้งสองแบบดังนี้

แบบที่ 1 กลวิธีขยายและจำกัดขอบเขตแบบ BB_IRJCDS

ขอบเขตล่างได้แก่

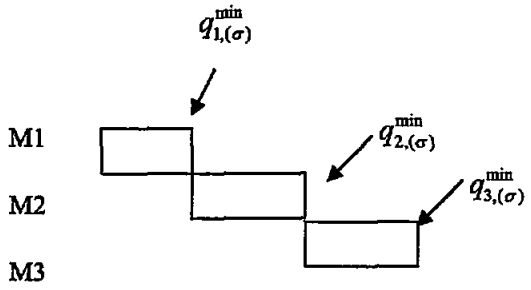
$$LB1_{\sigma} = LB^{\max}_{(\sigma)} - ML^{\min}_{(\sigma)}$$

$$LB^{\max}_{\sigma} = \max\begin{bmatrix} q^{\max}_{1,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{(1,j)}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{2,j} + t^{\max}_{3,j}) \\ q^{\max}_{2,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{(2,j)}) + \min_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{(3,j)}) \\ q^{\max}_{3,(\sigma)} + \sum_{j\in\sigma'}(t^{\max}_{(3,j)}) \end{bmatrix} - ML^{\min}_{(\sigma)}$$

$ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{(\sigma+\sigma')})$ ได้จากการหาค่าเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อย ของตารางงานที่มีงานในกลุ่มที่จัดลำดับในตารางแล้ว (σ) ตามด้วยงานที่ไม่ได้จัดลำดับในตาราง (σ') ลำดับของงานที่ไม่ได้จัดลำดับในตาราง (σ') มีการเรียงตามกฎของ Reverse Johnson's

ปมที่ยังไม่มีงานใดๆ ถูกจัดลำดับ $LB1_{(0xx)}$=0<BESTUB=∞, เพิ่มแนวลึก, ระดับt=4, ปมที่ 1

คำนวณหาหาขอบเขตล่างของปมที่ 1 เซตย่อย 1xxx (σ=1)



หาขอบเขตล่างของเซตย่อย 1xxx (σ=1)

กำหนด $1 \in \sigma, 2,3,4 \in \sigma'$

$$LB^{\max}_{\sigma} = \max \begin{bmatrix} (8)+(10+16+7)+\min(8+11,14+15,7+11) \\ (24)+(8+14+7)+\min(11,15,11) \\ (40)+(11+15+11) \end{bmatrix}$$

= max[59,64,77] =77 $\qquad LB^{\max}_{(\sigma)} = 77$

หา $ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{3,(\sigma+\sigma')})$

$1 \in \sigma, 2,3,4 \in \sigma'$

ในส่วนงานที่ยังไม่ได้จัด เนื่องจากมี 3 เครื่องจักรต้องใช้ CDS ร่วมกับกฎ Reverse Johnson rule ตามหลักการของ CDS จะต้องมีการแบ่งเป็นปัญหาย่อยตามจำนวนเครื่องจักร ถ้ากรณี 3 เครื่องจักร จำนวน ปัญหาย่อย (k)= m-1 = 3-1 = 2 ปัญหาย่อย

ปัญหาย่อยที่ 1 (k = 1) คำนวณหาเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM1) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM1) ดังนี้

จาก $A^{\min}_{j,k} = \sum_{r=1}^{k} t^{\min}_{rj}$ ถ้า k =1, j= 1,..,3 $j \in \sigma'$ จะได้

$A^{\min}_{j,1} = \sum_{r=1}^{1} t^{\min}_{rj}$, $A^{\min}_{11} = 8, A^{\min}_{21} = 12, A^{\min}_{31} = 5$

$B^{\min}_{j,k} = \sum_{r=1}^{k} t^{\min}_{m-r+1,j}$ ถ้า k =1, j= 1,..,3 $j \in \sigma'$ จะได้

$B^{\min}_{j,1} = \sum_{r=1}^{1} t^{\min}_{m-r+1,j}$, $B^{\min}_{1,1} = 5, B^{\min}_{2,1} = 13, B^{\min}_{31} = 7$

กรณีที่ $k = 1$, เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM1) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM1) สามารถแสดงในตาราง

เวลาปฏิบัติงานเทียมปัญหาย่อยที่ 1

งาน	AM1	BM1
2	8	5
3	12	13
4	5	7

ใช้ Reverse Johnson ได้ลำดับ 2-3-4

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 1xxx จะได้ 1-2-3-4

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 1-2-3-4

<u>ปัญหาย่อยที่ 2</u> (k = 2) คำนวณหาเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM2) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM2) ดังนี้

จาก $A_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{rj}^{\min}$ ถ้า k=2, j= 1,..,3 $j \in \sigma'$ จะได้

$A_{j,2}^{\min} = \sum_{r=1}^{2} t_{rj}^{\min}$, $A_{1,2}^{\min} = 8, A_{2,2}^{\min} = 24, A_{3,2}^{\min} = 10$

$B_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{m-r+1,j}^{\min}$ ถ้า k=2, j= 1,..,3 $j \in \sigma'$ จะได้

$B_{j,2}^{\min} = \sum_{r=1}^{2} t_{m-r+1,j}^{\min}$, $B_{1,2}^{\min} = 11, B_{2,2}^{\min} = 25, B_{3,2}^{\min} = 12$

กรณีที่ $k = 2$, เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM2) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM2)สามารถแสดงในตาราง

เวลาปฏิบัติงานเทียมปัญหาย่อยที่ 2

งาน	AM2	BM2
2	14	11
3	24	25
4	10	12

ใช้ Reverse Johnson ได้ลำดับ 2-3-4

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 1xxx จะได้ 1-2-3-4

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 1-2-3-4 และ 1-2-3-4

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1234	4	12	12	/4	/16	/28
	8	6	5	/12	/22	/33
	12	12	13	/24	/36	/49
	5	5	7	/29	/41	/56
1243	4	12	12	/4	/16	/28
	8	6	5	/12	/22	/33
	5	5	7	/17	/27	/40
	12	12	13	/29	/41	/54

เลือกค่ามากที่สุด ได้แก่ 56

ดังนั้นขอบเขตล่างของค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น $LB^{\max}_{(\sigma)} - ML^{\min}_{(\sigma+\sigma')}$ จะได้

ปมที่ 1 $LB1_{(1xxx)}$ = 77-56 = 21

ค่า$LB1_{(1xxx)}$<BESTUB, เพิ่มแนวลึก, ระดับ t=3, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 2

คำนวณหาหาขอบเขตล่างของปมที่ 2 เซตย่อย 14xx (σ=14)

กำหนด $1,4 \in \sigma 2,3 \in \sigma'$

$$LB^{\max}_{\sigma} = \max \begin{bmatrix} (15)+(10+16)+\min(8+11,14+15) \\ (31)+(8+14)+\min(11,15) \\ (51)+(11+15) \end{bmatrix}$$

= max[60,64,77] =77 $\qquad LB^{\max}_{(\sigma)} = 77$

หา $ML^{\min}_{(\sigma)}$ = $\max(C^{\min}_{3,(\sigma+\sigma')})$

$1,4 \in \sigma 2,3 \in \sigma'$

ในส่วนงานที่ยังไม่ได้จัด เนื่องจากมี 3 เครื่องจักรต้องใช้ CDS ร่วมกับกฎ Reverse Johnson rule ตามหลักการของ CDS ต้องมีการแบ่งเป็นปัญหาย่อย = 2 ปัญหาย่อย

ปัญหาย่อยที่ 1 (k = 1) คำนวณหาเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM1) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM1) ดังนี้

จาก $A^{\min}_{j,k} = \sum_{r=1}^{k} t^{\min}_{rj}$ ถ้า k =1, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$A^{\min}_{j,1} = \sum_{r=1}^{1} t^{\min}_{rj}$, $A^{\min}_{11} = 8, A^{\min}_{21} = 12$

$B^{\min}_{j,k} = \sum_{r=1}^{k} t^{\min}_{m-r+1,j}$ ถ้า k =1, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$$B_{j,1}^{\min} = \sum_{r=1}^{1} t_{m-r+1,j}^{\min}, \quad B_{1,1}^{\min} = 5, \; B_{2,1}^{\min} = 13$$

กรณีที่ $k = 1$, เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM1) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM1) สามารถแสดงในตาราง

เวลาปฏิบัติงานเทียมปัญหาย่อยที่ 1

งาน	AM1	BM1
2	8	5
3	12	13

ใช้ Reverse Johnson ได้ลำดับ 2-3

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 14xx จะได้ 1-4-2-3

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 1-4-2-3

<u>ปัญหาย่อยที่ 2</u> (k = 2) คำนวณหาเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM2) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM2) ดังนี้

จาก $A_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{rj}^{\min}$ ถ้า k=2, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$$A_{j,2}^{\min} = \sum_{r=1}^{2} t_{rj}^{\min}, \quad A_{1,2}^{\min} = 8, A_{2,2}^{\min} = 24$$

$B_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{m-r+1,j}^{\min}$ ถ้า k=2, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$$B_{j,2}^{\min} = \sum_{r=1}^{2} t_{m-r+1,j}^{\min}, \quad B_{1,2}^{\min} = 11, B_{2,2}^{\min} = 25$$

กรณีที่ $k = 2$,เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM2) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM2)สามารถแสดงในตารางเวลาปฏิบัติงานเทียมปัญหาย่อยที่ 2

งาน	AM2	BM2
2	14	11
3	24	25

ใช้ Reverse Johnson ได้ลำดับ 2-3

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 14xx จะได้ 1-4-2-3

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 1-4-2-3

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1	4	12	12	/4	/16	/28
4	5	5	7	/9	/21	/35
2	8	6	5	/17	/27	/40
3	12	12	13	/29	/41	/54

เลือกค่ามากที่สุด ได้แก่ 54

ดังนั้นขอบเขตล่างของค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น $LB^{max}_{(\sigma)} - ML^{min}_{(\sigma+\sigma')}$ จะได้

ปมที่ 2 $LB1_{(14xx)} = 77\text{-}54 = 23$

ค่า $LB4_{(14)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึกระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 3

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 3 เซตของงานบางส่วน σ=143

กำหนด $1,4,3 \in \sigma, 2 \in \sigma'$

$$LB^{max}_{\sigma} = \max\begin{bmatrix} (24)+(10)+\min(8+12) \\ (38)+(10)+\min(12) \\ (55)+(12) \end{bmatrix}$$

$= \max[54,60,67] = 67$ $\qquad LB^{max}_{(\sigma)} = 67$

หา $ML^{min}_{(\sigma)} = \max(C^{min}_{3,(\sigma+\sigma')})$

$1,4,3 \in \sigma, 2 \in \sigma'$

โดย

$q^{max}_{3,(143)} = 63$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=143

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1432	8	16	16	/8	/24	/40
	7	7	11	/15	/31	/51
	16	14	15	/31	/45	/66
	10	8	11	/41	/53	/77

$q^{min}_{3,(143)} = 53$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=143

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1432	4	12	12	/4	/16	/28
	5	5	7	/9	/21	/35
	12	12	13	/21	/33	/48
	8	6	5	/29	/39	/53

ปมที่ 3 $LB2_{(143)} = q^{max}_{3,(143)} - q^{min}_{3,(143)} = 77\text{-}53 = 24$

ค่า $LB1_{(143)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบน (UB) ของเซตของงานเต็มส่วน σ=1432

$1,4,3,2 \in \sigma$

$UB = C^{\max}_{3,(\sigma+\sigma')} - C^{\min}_{3,(\sigma+\sigma')}$

$UB_{(1432)}$ = 77-53 =24

ค่าUBใหม่ < BESTUB

BESTUB = 24

ย้อนวิถี, ระดับ t=3, $LB_{(14)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึก, t=2, ขยายกิ่งเป็นปมที่ 4

คำนวณหาหาขอบเขตล่างของปมที่ 4 เซตย่อย 142x (σ=142)

กำหนด $1,4,2 \in \sigma, 3 \in \sigma'$

$$LB^{\max}_{\sigma} = \max \begin{bmatrix} (25)+(16)+\min(14+15) \\ (39)+(14)+\min(15) \\ (62)+(15) \end{bmatrix}$$

= max[70,68,77] =77 $\qquad LB^{\max}_{(\sigma)} = 77$

หา $ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(C^{\min}_{3,(\sigma+\sigma')})$

$1,4,2 \in \sigma 3 \in \sigma'$

1423	4	10	15	/4	/14	/29
	5	5	7	/9	/19	/36
	8	6	5	/17	/25	/41
	12	12	13	/29	/41	/54

ขอบเขตล่างของค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น $LB^{\max}_{(\sigma)} - ML^{\min}_{(\sigma+\sigma')}$ จะได้

ปมที่ 4 $LB1_{(142x)}$ = 77-54 = 23

ค่า$LB1_{(142x)}$<BESTUB, เพิ่มแนวลึก, ระดับ t=1, ทำการคำนวณขอบเขตบน (UB) ของเซตของงานเต็มส่วน σ=1423

$1,4,3,2 \in \sigma$

$UB = C^{\max}_{3,(\sigma+\sigma')} - C^{\min}_{3,(\sigma+\sigma')}$

$UB_{(1432)}$ = 77-54 =23

ค่าUBใหม่ < BESTUB

BESTUB = 23

ย้อนวิถี, ระดับ t=4, $LB_{(1)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึก, t=3, ขยายกิ่งเป็นปมที่ 5

คำนวณหาหาขอบเขตล่างของปมที่ 5 เซตย่อย 12x (σ=12)

กำหนด $1,2 \in \sigma, 3,4 \in \sigma'$

$$LB_{\sigma}^{\max} = \max\begin{bmatrix} (18)+(16+17)+\min(14+15,7+11) \\ (32)+(14+17)+\min(11,15) \\ (51)+(11+15) \end{bmatrix}$$

$= \max[70,68,77] = 77$ $\qquad LB_{(\sigma)}^{\max} = 77$

หา $ML_{(\sigma)}^{\min} = \max(C_{3,(\sigma+\sigma')}^{\min})$

$1,2 \in \sigma, 3,4 \in \sigma'$

ในส่วนงานที่ยังไม่ได้จัด เนื่องจากมี 3 เครื่องจักรต้องใช้ CDS ร่วมกับกฎ Reverse Johnson rule ตามหลักการของ CDS ต้องมีการแบ่งเป็นปัญหาย่อย = 2 ปัญหาย่อย

ปัญหาย่อยที่ 1 (k = 1) คำนวณหาเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM1) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM1) ดังนี้

จาก $A_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{rj}^{\min}$ ถ้า k =1, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$$A_{j,1}^{\min} = \sum_{r=1}^{1} t_{rj}^{\min} \quad , \quad A_{11}^{\min} = 12, A_{21}^{\min} = 5$$

$B_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{m-r+1,j}^{\min}$ ถ้า k =1, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$$B_{j,1}^{\min} = \sum_{r=1}^{1} t_{m-r+1,j}^{\min}, \quad B_{1,1}^{\min} = 13, \; B_{2,1}^{\min} = 7$$

กรณีที่ $k = 1$, เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM1) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM1) สามารถแสดงในตาราง เวลาปฏิบัติงานเทียมปัญหาย่อยที่ 1

งาน	AM1	BM1
3	12	13
4	5	7

ใช้ Reverse Johnson ได้ลำดับ 3-4

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 12xx จะได้ 1-2-3-4

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นต่ำน้อยของ 1-2-3-4

<u>ปัญหาย่อยที่ 2</u> (k = 2) คำนวณหาเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM2) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM2) ดังนี้

จาก $A_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{rj}^{\min}$ ถ้า k=2, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$A_{j,2}^{\min} = \sum_{r=1}^{2} t_{rj}^{\min}$, $A_{1,2}^{\min} = 24, A_{2,2}^{\min} = 10$

$B_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{m-r+1,j}^{\min}$ ถ้า k=2, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$B_{j,2}^{\min} = \sum_{r=1}^{2} t_{m-r+1,j}^{\min}$, $B_{1,2}^{\min} = 25, B_{2,2}^{\min} = 12$

กรณีที่ $k = 2$,เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM2) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM2)สามารถแสดงในตารางเวลาปฏิบัติงานเทียมปัญหาย่อยที่ 2

งาน	AM2	BM2
3	24	25
4	10	12

ใช้ Reverse Johnson ได้ลำดับ 2-3

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 12xx จะได้ 1-2-3-4

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 1-2-3-4

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1234	4	12	12	/4	/16	/28
	8	6	5	/12	/22	/33
	12	12	13	/24	/36	/49
	5	5	7	/29	/41	/56

เลือกค่ามากที่สุด ได้แก่ 54

ดังนั้นขอบเขตล่างของค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น $LB_{(\sigma)}^{\max} - ML_{(\sigma+\sigma')}^{\min}$ จะได้

ปมที่ 5 $LB1_{(12xx)}$ = 77-56 = 21

ค่า$LB1_{(12x)}$<BESTUB, เพิ่มแนวลึก, ระดับ t=3,ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 6

หาขอบเขตล่างของ 124x

$1,2,4 \in \sigma, 3 \in \sigma'$

เนื่องจากมีงานที่เหลืองานเดียวไม่จำเป็นต้อง แตกเป็นปัญหาย่อย สามารถหาขอบเขตบนของ ลำดับ1-2-4-3 เลย

$UB = C_{3,(\sigma+\sigma')}^{\max} - C_{3,(\sigma+\sigma')}^{\min}$

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1243	8	16	16	/8	/24	/40
	10	8	11	/18	/32	/51
	7	7	11	/25	/39	/62
	16	14	15	/41	/55	/77

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1243	4	12	12	/4	/16	/28
	8	6	5	/12	/22	/33
	5	5	7	/17	/27	/40
	12	12	13	/29	/41	/54

$UB_{(1234)}$ = 77-54 =23

ค่าUBใหม่ > BESTUB ไม่มีการปรับปรุง BESTUB

BESTUB = 23

ย้อนวิถี t=3, ค่า $LB1_{(12)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึกระดับ t = 2, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 7

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 7 เซตของงานบางส่วน σ=123

$1,2,3 \in \sigma, 4 \in \sigma'$

เนื่องจากมีงานที่เหลืองานเดียวไม่จำเป็นต้อง แตกเป็นปัญหาย่อย สามารถหาขอบเขตบนของ ลำดับ1-2-3-4 เลย

$UB = C^{\max}_{3,(\sigma+\sigma')} - C^{\min}_{3,(\sigma+\sigma')}$

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1234	8	16	16	/8	/24	/40
	10	8	11	/18	/32	/51
	16	14	15	/34	/48	/66
	7	7	11	/41	/55	/77

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1234	4	12	12	/4	/16	/28
	8	6	5	/12	/22	/33
	12	12	13	/24	/36	/49
	5	5	7	/29	/41	/56

$UB_{(1234)}$ = 77-56 =21

ค่าUBใหม่ < BESTUB

BESTUB = 21

ย้อนวิถี, ระดับt=4, $LB_{(1)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึก, t=3, ขยายกิ่งเป็นปมที่ 8

คำนวณหาหาขอบเขตล่างของปมที่ 7 เซตย่อย 13xx (σ=13)

กำหนด $1,3 \in \sigma 2,4 \in \sigma'$

$$LB_{\sigma}^{\max} = \max \begin{bmatrix} (24)+(10+7)+\min(8+11,7+11) \\ (38)+(8+7)+\min(11,11) \\ (55)+(11+11) \end{bmatrix}$$

$= \max[60,64,77] = 77 \qquad LB_{(\sigma)}^{\max} = 77$

หา $ML_{(\sigma)}^{\min} = \max(C_{3,(\sigma+\sigma')}^{\min})$

$1,3 \in \sigma 2,4 \in \sigma'$

ในส่วนงานที่ยังไม่ได้จัด เนื่องจากมี 3 เครื่องจักรต้องใช้ CDS ร่วมกับกฎ Reverse Johnson rule ตามหลักการของ CDS จะต้องมีการแบ่งเป็นปัญหาย่อยตามจำนวนเครื่องจักร ถ้ากรณี 3 เครื่องจักร จำนวน ปัญหาย่อย (k)= m-1 = 3-1 = 2 ปัญหาย่อย

<u>ปัญหาย่อยที่ 1</u> (k = 1) คำนวณหาเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM1) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM1) ดังนี้

จาก $A_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{rj}^{\min}$ ถ้า k =1, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$A_{j,1}^{\min} = \sum_{r=1}^{1} t_{rj}^{\min}$, $A_{11}^{\min} = 8, A_{21}^{\min} = 5$

$B_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{m-r+1,j}^{\min}$ ถ้า k =1, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$B_{j,1}^{\min} = \sum_{r=1}^{1} t_{m-r+1,j}^{\min}$, $B_{1,1}^{\min} = 5, B_{2,1}^{\min} = 7$

กรณีที่ $k = 1$, เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM1) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM1) สามารถแสดงในตารางเวลาปฏิบัติงานเทียมปัญหาย่อยที่ 1

งาน	AM1	BM1
2	8	5
4	5	7

ใช้ Reverse Johnson ได้ลำดับ 2-4

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 13xx จะได้ 1-3-2-4

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 1-3-2-4

<u>ปัญหาย่อยที่ 2</u> (k = 2) คำนวณหาเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM2) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM2) ดังนี้

จาก $A_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{rj}^{\min}$ ถ้า k=2, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$A_{j,2}^{\min} = \sum_{r=1}^{2} t_{rj}^{\min}$, $A_{1,2}^{\min} = 14, A_{2,2}^{\min} = 10$

$B_{j,k}^{\min} = \sum_{r=1}^{k} t_{m-r+1,j}^{\min}$ ถ้า k=2, j= 1,2 $j \in \sigma'$ จะได้

$B_{j,2}^{\min} = \sum_{r=1}^{2} t_{m-r+1,j}^{\min}$, $B_{1,2}^{\min} = 11, B_{2,2}^{\min} = 12$

กรณีที่ $k = 2$,เวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 1 (AM2) และเวลาปฏิบัติงานเทียมสำหรับหน่วยผลิตที่ 2 (BM2)สามารถแสดงในตาราง เวลาปฏิบัติงานเทียมปัญหาย่อยที่ 2

งาน	AM2	BM2
2	14	11
4	10	12

ใช้ Reverse Johnson ได้ลำดับ 2-4

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 13xx จะได้ 1-3-2-4

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 1-3-2-4

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
1324	4	12	12	/4	/16	/28
	12	12	13	/16	/28	/41
	8	6	5	/24	/34	/46
	5	5	7	/29	/39	/53

เลือกค่ามากที่สุด ได้แก่ 53

ดังนั้นขอบเขตล่างของค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น $LB_{(\sigma)}^{\max} - ML_{(\sigma+\sigma')}^{\min}$ จะได้

ปมที่ 8 $LB1_{(13xx)}$ = 77-53 = 24

$LB_{(13)} > BESTUB$ หยุดการค้นหาในวิถีนี้

ย้อนวิถี, ระดับ t=5 , $LB_{(0)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึก, t=4 , ขยายกิ่งเป็นปมที่ 9

$2 \in \sigma, 1,3,4 \in \sigma'$

แทนค่า

$$LB_{\sigma}^{\max} = \max\begin{bmatrix}(10)+(8+16+7)+\min(16+16,14+15,7+11)\\(10+8)+(16+14+7)+\min(16,15,11)\\(10+8+11)+16+15+11\end{bmatrix}$$

$= \max[59,66,71] = 71$ $\qquad LB_{(\sigma)}^{\max} = 71$

$ML_{(2xx)}^{\min} = \max(q_{(\sigma+\sigma')})$

ปัญหาย่อย 1

งาน	AM1	BM1
1	4	12
3	12	13
4	5	7

ได้ลำดับ 3-4-1

ปัญหาย่อย 2

งาน	AM2	BM2
1	16	24
3	24	25
4	10	12

ลำดับ 3-1-4

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 2xx จะได้ 2-3-4-1 และ2-3-1-4

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 2-3-4-1 และ2-3-1-4

	เวลาผลิต			/เวลาเสร็จสิ้น		
2341	8	6	5	/8	/14	/19
	12	12	13	/20	/32	/45
	5	5	7	/25	/37	/52
	4	12	12	/29	/49	/64
2314	8	6	5	/8	/14	/19
	12	12	13	/20	/32	/45
	4	12	12	/24	/44	/57
	5	5	7	/29	/49	/64

ดังนั้นขอบเขตล่างของค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น $LB_{(\sigma)}^{\max} - ML_{(\sigma+\sigma')}^{\min}$ จะได้

ปมที่ 9 $LB1_{(2xxx)} = 71\text{-}64 = 7$

ค่าLB1$_{(2xxx)}$<BESTUB, เพิ่มแนวลึก, ระดับt=3, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 10

➔พิจารณาแตกกิ่งจากปม 21xx

$2,1 \in \sigma, 3,4 \in \sigma'$

$$= \max \begin{bmatrix} (18)+(16+7)+\min(14+15,7+11) \\ (34)+(14+7)+\min(15,11) \\ (50)+15+11 \end{bmatrix}$$

$= \max[59,66,76] = 76 \qquad LB^{\max}_{(\sigma)} = 76$

$ML^{\min}_{(21xx)} = \max(q_{(\sigma+\sigma')})$

ปัญหาย่อย 1

งาน	AM1	BM1
3	12	13
4	5	7

ได้ลำดับ 2-1-4-3

ปัญหาย่อย 2

งาน	AM2	BM2
3	24	25
4	10	12

ลำดับ 2-1-3-4

นำเอาลำดับงานที่ได้ไปต่อกับ 21xx จะได้ 2-1-4-3 และ2-1-3-4

ทำการหา เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของ 2-1-4-3 และ2-1-3-4

		เวลาผลิต		/เวลาเสร็จสิ้น		
2143	10	8	11	/10	/18	/29
	8	16	16	/18	/34	/50
	7	7	11	/25	/41	/61
	16	14	15	/41	/55	/76
2134	8	6	5	/8	/14	/19
	4	12	12	/12	/26	/38
	12	12	13	/24	/38	/51
	5	5	7	/29	/43	/58

ดังนั้นขอบเขตล่างของค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น $LB^{\max}_{(\sigma)} - ML^{\min}_{(\sigma+\sigma')}$ จะได้

ปมที่ 10 $LB1_{3,(21xx)} = 76\text{-}58 = 18$

ค่า $LB1_{(21xx)}$<BESTUB, เพิ่มแนวลึก, ระดับt=3, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 10

หาขอบเขตล่างปม 213x

$2,1,3 \in \sigma, 4 \in \sigma'$

$q^{\max}_{i,(213x)}$ คือเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของตารางงาน 2, 1, และ3 ถูกจัดลำดับแล้ว ได้จาก

213	10	8	11	/10	/18	/29
	8	16	16	/18	/34	/50
	16	14	15	/34	/48	/65

$$= \max\begin{bmatrix}(34)+7+(7+11)\\(48)+7+11\\(65)+11\end{bmatrix}$$

$= \max[59,66,76] = 76$

หา $ML^{\min}_{(\sigma)} = \max(q_{(\sigma+\sigma')})$

เนื่องจากมีงานที่เหลืองานเดียวไม่จำเป็นต้อง แตกเป็นปัญหาย่อย สามารถหาขอบเขตของ ลำดับ 2-1-3-4 เลย ได้ $\max(q_{(\sigma+\sigma')}) = 58$

ดังนั้นขอบเขตล่างของค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้น $LB^{\max}_{(\sigma)} - ML^{\min}_{(\sigma+\sigma')}$ จะได้

ปมที่ 11 $LB1_{(213x)} = 76\text{-}58 = 18$

$2,1,3,4 \in \sigma$

$UB = C^{\max}_{3,(\sigma+\sigma')} - C^{\min}_{3,(\sigma+\sigma')}$

$UB_{(1432)} = 76\text{-}58 = 18$

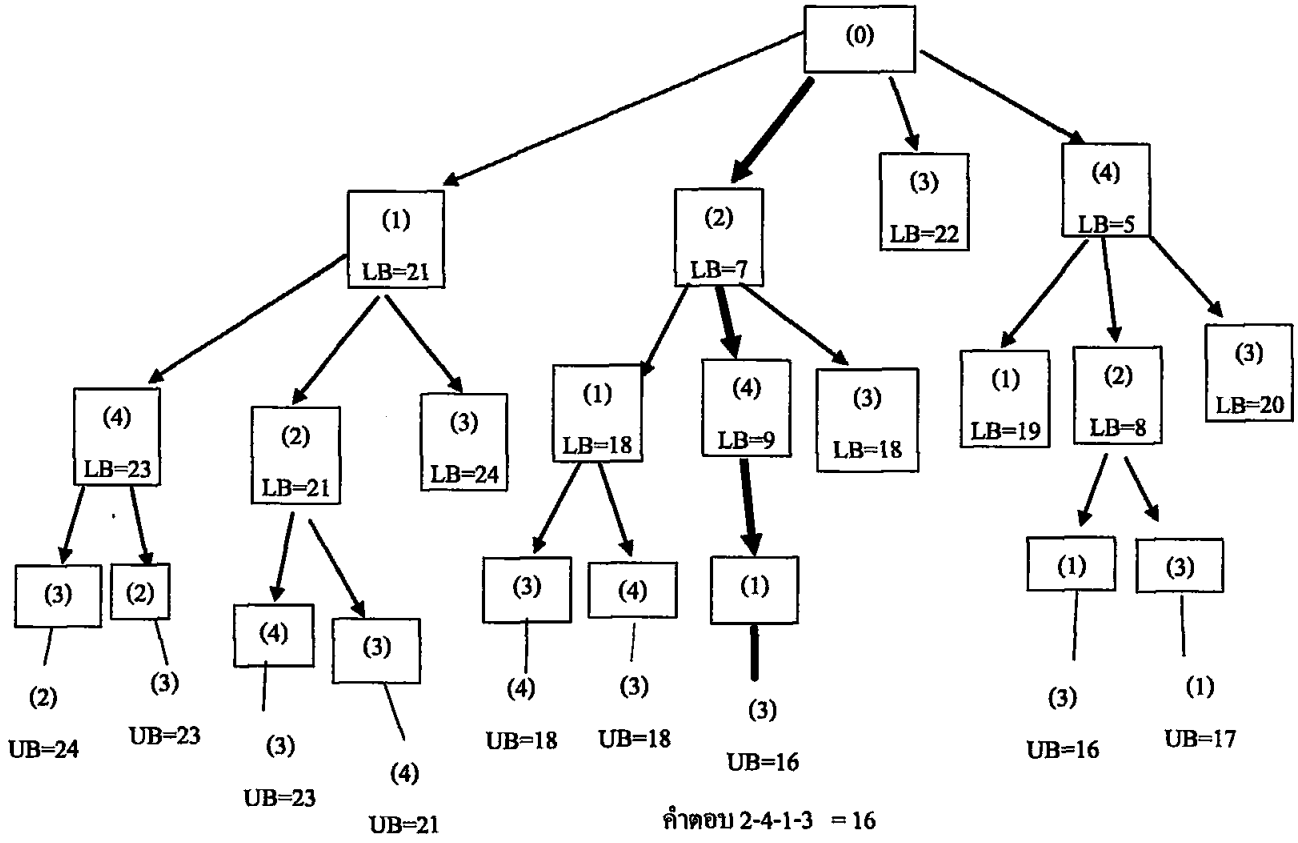
ค่าUBใหม่ < BESTUB

BESTUB = 18

ย้อนวิถี, t=3, $LB1_{(21)} < BESTUB$, เพิ่มระดับ t = 2, $UB_{(2143)} = 18$, ไม่มีการปรับปรุง BESTUB, ทำการย้อยวิธี, ขยายปม ไปจนกว่าจะครบทุกทางเลือก ไม่มีการขยายกิ่งเพิ่ม และไม่มีการปรับปรุงค่า ดังแสดงใน**ภาพผนวกที่ ก2** คำตอบคือ ทางเลือกที่พบ BESTUB ที่ดีที่สุดตัวแรก ลำดับงานได้แก่ 2-4-1-3

BESTUB=16

จำนวนปมที่แตกกิ่งทั้งหมด = 23 ปม เทียบกับการค้นหาแบบเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์จำนวนกิ่งทั้งหมด 41 ปม วิธีการ BB_IRJCDS ได้เปรียบที่จำนวนปมน้อยกว่า



คำตอบ 2-4-1-3 = 16

จำนวนปม =23

<u>ภาพผนวกที่ ก2</u> แผนภูมิต้นไม้ของวิธี BB_IRJCDS กรณี 4 งาน 3 เครื่องจักร

ตัวอย่างที่ ก3 ต้องการหาตารางงานที่ให้ช่วงเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด ของงาน 4 งาน สำหรับ 2 เครื่องจักร โดยมีข้อมูลดังแสดงในตารางเวลาการผลิตค่าน้อยและเวลาการผลิตค่ามาก

เวลาการผลิตค่าน้อย

	เครื่องจักร	
งาน	1	2
1	3	4
2	3	1
3	5	9
4	10	4

เวลาการผลิตค่ามาก

	เครื่องจักร	
งาน	1	2
1	4	5
2	5	10
3	6	9
4	10	5

จากเวลาการผลิตค่ามากและค่าน้อย ต้องการจัดลำดับงานที่ให้ค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด สามโดยใช้กลวิธีขยายและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound Technique) ที่เสนอทั้งสองแบบดังนี้

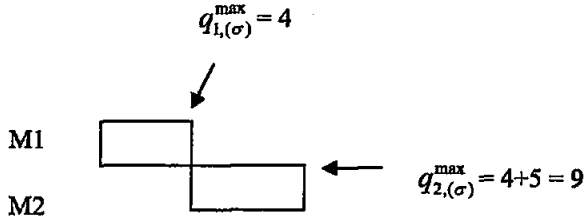
แบบที่ 2 กลวิธีขยายและจำกัดขอบเขต แบบ BB_NUSA (Non Unscheduled Account)

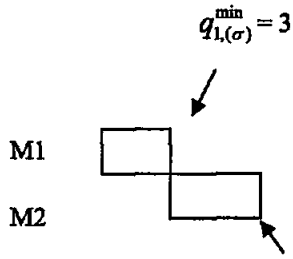
$$LB2_{2,\sigma} = q^{\max}_{2,(\sigma)} - q^{\min}_{2,(\sigma)}$$

$q^{\max}_{2,(\sigma)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่ามากของเซต σ งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร 2

$q^{\min}_{2,(\sigma)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของเซต σ งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร 2

ปมที่ยังไม่มีงานใดๆถูกจัดลำดับ $LB2_{(0xxx)}$<BESTUB = ∞ เพิ่มแนวลึกระดับ t=4, ปมที่ 1 คำนวณหาหาขอบเขตล่างของเซตย่อย 1xxx (σ=1)





$q^{min}_{2,(\sigma)} = 3+4 = 7$

ปมที่ 1 $LB2_{2,(1xxx)} = 9-7 = 2$

ค่า $LB2_{(1)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 3$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 2

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 2 เซตของงานบางส่วน σ =14

$LB_{(14)} = q^{max}_{2,(14)} - q^{min}_{2,(14)}$

โดย

$q^{max}_{2,(14)} = 19$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =14

4/4	5/9	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/14	5/19	

และ

$q^{min}_{2,(14)} = 17$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =14

3/3	4/7	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/13	4/17	

ปมที่3 $LB2_{(14)} = q^{max}_{2,(14)} - q^{min}_{2,(14)} = 19-17 = 2$

ค่า $LB_{(14)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ t = 2, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 3

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่4 เซตของงานบางส่วน σ =143

$LB2_{(143)} = q^{max}_{2,(143)} - q^{min}_{2,(143)}$

โดย

$q^{max}_{2,(143)} = 29$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=143

4/4	5/9	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/14	5/19	
6/20	9/29	

และ

$q^{min}_{2,(143)}$ = 52

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=143

3/3	4/7	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/13	4/17	
5/18	9/27	

<u>ปมที่ 3</u> $LB2_{(143)} = q^{max}_{2,(143)} - q^{min}_{2,(143)}$ = 29-27 =2

ค่า $LB2_{(143)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบนของเซตของงานเติมส่วน σ=1432

$UB_{(1432)} = q^{max}_{2,(1432)} - q^{min}_{2,(1432)}$

โดย

$q^{max}_{2,(1432)}$ = 39

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=1432

4/5	5/9	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/14	5/19	
6/20	9/29	
5/25	10/39	

และ

$q^{min}_{3,(1432)}$ = 28

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเติมส่วน σ=1432

3/3	4/7	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/13	4/17	
5/18	9/24	
3/21	1/28	

$UB_{(1432)} = q^{max}_{2,(1432)} - q^{min}_{2,(1432)}$ = 39-28 =11

ค่า UB ใหม่ < BESTUB

ทำการปรับปรุงค่า BESTUB ได้ BESTUB = 11

ย้อนวิถี, $t = 3$, $LB2_{(14)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, t=2, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 4

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 4 เซตของงานบางส่วน σ=142

$$LB2_{(142)} = q^{\max}_{2,(142)} - q^{\min}_{2,(142)}$$

โดย

$q^{\max}_{2,(142)}$ = 29

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=142

4/4	5/9	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/14	5/19	
5/19	10/29	

และ

$q^{\min}_{2,(142)}$ = 50

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=142

3/3	4/7	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/13	4/17	
3/16	1/18	

ปมที่ 4 $LB2_{(142)} = q^{\max}_{2,(142)} - q^{\min}_{2,(142)}$ = 29-18 =11

ค่า $LB_{(142)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 5

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 5 เซตของงานบางส่วน σ=12

$$LB2_{(12)} = q^{\max}_{2,(12)} - q^{\min}_{2,(12)}$$

โดย

$q^{\max}_{2,(12)}$ = 19

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=12

4/4	5/9	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/9	10/19	

และ

$q^{\min}_{2,(12)}$ = 40

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=12

3/3 4/7 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

3/6 1/8

ปมที่ 5 $LB2_{(12)} = q^{max}_{2,(12)} - q^{min}_{2,(12)}$ = 19-8=11

ค่า $LB2_{(12)} < BESTUB$, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 6

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 6 เซตของงานบางส่วน σ=13

$LB2_{(13)} = q^{max}_{2,(13)} - q^{min}_{2,(13)}$

โดย

$q^{max}_{2,(13)}$ = 19

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=13

4/4 5/9 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

6/10 9/19

และ

$q^{min}_{2,(13)}$ = 17

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=13

3/3 4/7 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

5/8 9/17

ปมที่ 6 $LB2_{(13)} = q^{max}_{2,(13)} - q^{min}_{2,(13)}$ = 19-17=2

ย้อนวิถี, $t = 3$, $LB2_{(13)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก t=2, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 7

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 7 เซตของงานบางส่วน σ=134

$LB2_{(134)} = q^{max}_{2,(134)} - q^{min}_{2,(134)}$

โดย

$q^{max}_{2,(134)}$ = 25

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=134

4/4 5/9 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

6/10 9/19

10/20 5/25

และ

$q^{min}_{2,(134)}$ = 22

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=134

3/3 4/7 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

5/8 9/17

10/18 4/22

<u>ปมที่ 7</u> $LB2_{(134)} = q^{max}_{2,(134)} - q^{min}_{2,(134)}$ = 25-22=3

ค่า $LB2_{(134)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบนของเซตของงานเต็ม

ส่วน σ =1342

$UB_{(1342)} = q^{max}_{2,(1342)} - q^{min}_{2,(1342)}$

โดย

$q^{max}_{2,(1342)}$ = 35

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =1342

4/4 5/9 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

6/10 9/19

10/20 5/25

5/25 10/35

และ

$q^{min}_{2,(1342)}$ = 23

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเต็มส่วน σ =1342

3/3 4/7 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

5/8 9/17

10/18 4/22

3/21 1/23

$UB_{(1342)} = q^{max}_{2,(1342)} - q^{min}_{2,(1342)}$ = 35-23 =12

ค่า UB ใหม่ > BESTUB ไม่มีการปรับปรุงค่า

ย้อนวิถี, t = 4, ค่า $LB2_{(134)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึก, t=3 ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 8

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 8 เซตของงานบางส่วน σ =2

$LB2_{(2)} = q^{max}_{2,(2)} - q^{min}_{2,(2)}$

โดย

$q^{max}_{2,(2)}$ = 15

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =2

5/5 10/15 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

และ

$q^{\min}_{2,(2)} = 4$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=2

3 /3 1/4 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

<u>ปมที่ 8</u> $LB2_{(2)} = q^{\max}_{2,(2)} - q^{\min}_{2,(2)}$ = 15-4=11

$LB2_{(2)} = BESTUB$ หยุดค้นในวิถีเดิม

ย้อนวิถี, t=5, ค่า $LB2_{(0)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 4$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 9

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 9 เซตของงานบางส่วน σ=3

$LB2_{(3)} = q^{\max}_{2,(3)} - q^{\min}_{2,(3)}$

โดย

$q^{\max}_{2,(3)} = 15$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=3

6/6 9/15 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

และ

$q^{\min}_{2,(3)} = 14$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=3

5/5 9/14 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

ปมที่ 9 $LB2_{(3)} = q^{\max}_{2,(3)} - q^{\min}_{2,(3)}$ = 15-14=1

ค่า $LB2_{(3)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 3$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 10

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 10 เซตของงานบางส่วน σ=31

$LB2_{(31)} = q^{\max}_{2,(31)} - q^{\min}_{2,(31)}$

โดย

$q^{\max}_{2,(31)} = 20$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=31

6/6 9/15 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

4/10 5/20

และ

$q^{\min}_{2,(31)} = 18$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=31

5/5 9/14 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

3/8 4/18

<u>ปมที่ 10</u> $LB2_{(31)} = q^{max}_{2,(31)} - q^{min}_{2,(31)}$ = 20-18=2

ค่า $LB2_{(31)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 11

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 11 เซตของงานบางส่วน σ =314

$LB2_{(314)} = q^{max}_{2,(314)} - q^{min}_{2,(314)}$

โดย

$q^{max}_{2,(314)} = 25$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =314

6/6 9/15 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

4/10 5/20

10/20 5/25

และ

$q^{min}_{2,(314)} = 22$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =314

5/5 9/14 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

3/8 4/18

10/18 4/22

<u>ปมที่ 11</u> $LB2_{(314)} = q^{max}_{2,(314)} - q^{min}_{2,(314)}$ = 25-22=3

ค่า $LB_{(314)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึกระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบนของเซตของงานเต็มส่วน σ =3142

$UB_{(3142)} = q^{max}_{2,(3142)} - q^{min}_{2,(3142)}$

โดย

$q^{max}_{2,(3142)} = 35$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =3142

6/9 9/15 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

4/10 5/20

10/20 5/25

5/25 10/35

และ

$q^{min}_{2,(3142)} = 23$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเต็มส่วน σ=3142

5/5	9/14	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
3/8	4/18	
10/18	4/22	
3/21	1/23	

$UB_{(3142)} = q^{max}_{2,(3142)} - q^{min}_{2,(3142)} = 35\text{-}23 = 12$

ค่า UB ใหม่ > BESTUB

ย้อนวิถี, t=3 $LB2_{(312)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 12

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 12 เซตของงานบางส่วน σ=312

$LB2_{(312)} = q^{max}_{2,(312)} - q^{min}_{2,(312)}$

โดย

$q^{max}_{2,(312)} = 30$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=312

6/6	9/15	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
4/10	5/20	
5/15	10/30	

และ

$q^{min}_{2,(312)} = 19$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=312

5/5	9/14	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
3/8	4/18	
3/11	1/19	

<u>ปมที่ 12</u> $LB2_{(312)} = q^{max}_{2,(312)} - q^{min}_{2,(312)} = 30\text{-}19 = 11$

$LB2_{(312)} = BESTUB$ หยุดการค้นหา

ย้อนวิถี, ระดับ $t = 4$, $LB2_{(3)} = BESTUB$ ทำการขยายกิ่ง t=3, ปมที่ 13

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 13 เซตของงานบางส่วน σ=32

$LB2_{(32)} = q^{max}_{2,(32)} - q^{min}_{2,(32)}$

โดย

$q^{max}_{2,(32)} = 25$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=32

6/6	9/15	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/11	10/25	

และ

$q^{min}_{2,(32)} = 15$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=32

5/5	9/14	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
3/8	1/15	

<u>ปมที่ 13</u> $LB2_{(32)} = q^{max}_{2,(32)} - q^{min}_{2,(32)}$ = 25-15=10

$LB2_{(32)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 14

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 14 เซตของงานบางส่วน σ=321

$LB2_{(321)} = q^{max}_{2,(321)} - q^{min}_{2,(321)}$

โดย

$q^{max}_{2,(321)} = 30$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=321

6/6	9/15	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/11	10/25	
4/15	5/30	

และ

$q^{min}_{2,(321)} = 19$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=321

5/5	9/14	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
3/8	1/15	
3/11	4/19	

<u>ปมที่ 14</u> $LB2_{(321)} = q^{max}_{2,(321)} - q^{min}_{2,(321)}$ = 30-19=11 หยุดค้น

ย้อนวิถี t=3, ค่า $LB2_{(32)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 15

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 15 เซตของงานบางส่วน σ=324

$LB2_{(324)} = q^{max}_{2,(324)} - q^{min}_{2,(324)}$

โดย

$q^{max}_{2,(324)} = 30$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =324

6/6	9/15	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/11	10/25	
10/21	5/30	

$q^{min}_{2,(324)} = 22$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =324

5/5	9/14	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
3/8	1/15	
10/18	4/22	

<u>ปมที่ 15</u> $LB2_{(324)} = q^{max}_{2,(324)} - q^{min}_{2,(324)}$ = 30-22=8

ค่า $LB2_{(324)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึกระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบนของเซตของงานเต็มส่วน σ =3241

$UB_{(3241)} = q^{max}_{2,(3241)} - q^{min}_{2,(3241)}$

โดย

$q^{max}_{2,(3241)} = 35$

$q^{min}_{2,(3241)} = 26$

$UB_{(3241)} = q^{max}_{2,(3241)} - q^{min}_{2,(3241)}$ = 35-26 =9

ค่า UB ใหม่ < BESTUB ,

ทำการปรับปรุงค่า BESTUB ได้ BESTUB = 9

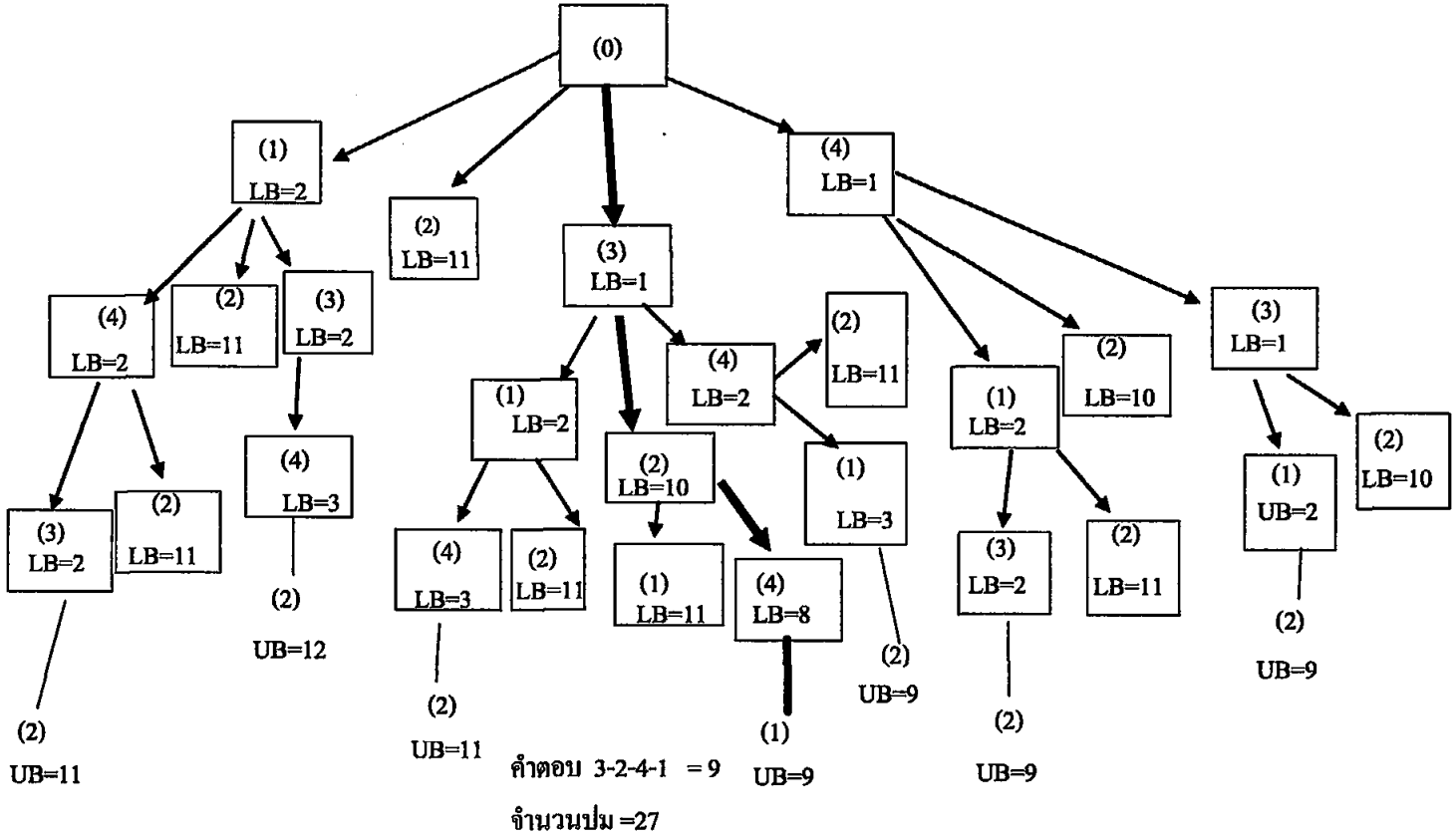
ย้อนวิถี, $t = 4$, $LB2_{(3)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, t=3, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 16

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 16 เซตของงานบางส่วน σ =34

$LB2_{(34)} = q^{max}_{2,(34)} - q^{min}_{2,(34)}$

ปมที่ 16 = 21-19 =2

ขยายปมไปจนกว่าจะครบทุกทางเลือก ไม่มีการขยายกิ่งเพิ่ม และไม่มีการปรับปรุงค่า ดังแสดงในภาพ**ผนวกที่ ก3** คำตอบคือ ทางเลือกที่พบ BESTUB สุดท้าย ลำดับงานได้แก่ 3-2-4-1 ค่า =9



ภาพผนวกที่ ก3 แผนภูมิต้นไม้ของวิธี BB_NUJA กรณี 4 งาน 2 เครื่องจักร

<u>ตัวอย่างที่ ก4</u> ต้องการหาตารางงานที่ให้ช่วงเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด ของงาน 4 งาน สำหรับ 3 เครื่องจักร โดยมีข้อมูลดังแสดงในตารางข้างล่าง

เวลาการผลิตค่ามาก

	เครื่องจักร		
งาน	1	2	3
1	4	10	15
2	2	6	11
3	12	12	13
4	5	6	10

เวลาการผลิตค่าน้อย

	เครื่องจักร		
งาน	1	2	3
1	8	16	16
2	10	8	12
3	16	14	15
4	7	7	11

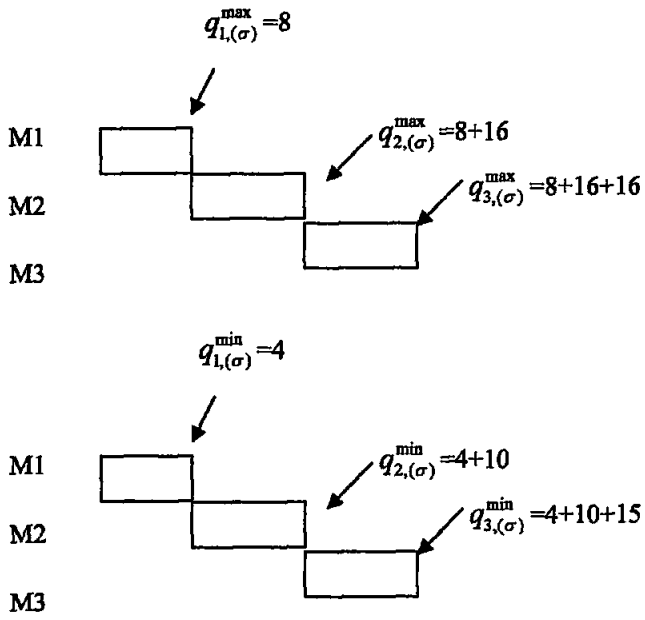
จากเวลาการผลิตค่ามากและค่าน้อย ต้องการจัดลำดับงานที่ให้ค่าพิสัยของเวลาเสร็จสิ้นน้อยที่สุด สามารถใช้กลวิธีขยายและจำกัดขอบเขตที่เสนอทั้งสองแบบดังนี้

<u>แบบที่ 2</u> กลวิธีขยายและจำกัดขอบเขต แบบ BB_NUSA (Non Unscheduled Account)
ขอบเขตล่างได้แก่

$$LB2_{3,\sigma} = q^{\max}_{3,(\sigma)} - q^{\min}_{3,(\sigma)}$$

$q^{\max}_{3,(\sigma)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่ามากของเซต σ งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร 3
$q^{\min}_{3,(\sigma)}$ = เวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของเซต σ งานที่จัดลำดับในตารางแล้ว บนเครื่องจักร 3

กำหนดให้ BESTUB = ∞
ปมที่ยังไม่มีงานใดๆถูกจัดลำดับ $LB2_{(0xxx)}$=0, $LB2_{(0xxx)}$<BESTUB เพิ่มแนวลึก, ระดับ t=4,
คำนวณหาหาขอบเขตล่างของเซตย่อย 1xxx (σ=1) ปมที่ 1



ปมที่ 1 $LB2_{(1xxx)} = q^{max}_{3,(\sigma)} - q^{min}_{3,(\sigma)}$=40-29 = 11

ค่า $LB2_{(1xxx)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 3$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 2

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 2 เซตของงานบางส่วน σ=14

$LB_{(14)} = q^{max}_{3,(14)} - q^{min}_{3,(14)}$

โดย

$q^{max}_{3,(14)}$ = 51

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=14

8/8	16/24	16/40	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
7/15	7/31	11/51	

และ

$q^{min}_{3,(14)}$ = 39

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=14

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/9	6/20	10/39	

ปมที่ 2 $LB2_{(14)} = q^{max}_{3,(14)} - q^{min}_{3,(14)}$ = 51-39 =12

ค่า $LB2_{(14)} < BESTUB$, เพิ่มแนวลึกระดับ t = 2, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 3

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 3 เซตของงานบางส่วน σ=143

$LB2_{(143)} = q^{max}_{3,(143)} - q^{min}_{3,(143)}$

โดย

$q^{max}_{3,(143)}$ = 66

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=14

8/8	16/24	16/40	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
7/15	7/31	11/51	
16/31	14/45	15/66	

และ

$q^{min}_{3,(143)}$ = 52

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=143

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/9	6/20	10/39	
12/21	12/33	13/52	

ปมที่ 3 $LB2_{(143)} = q^{max}_{3,(143)} - q^{min}_{3,(143)}$ = 66-52 =14

ค่า $LB2_{(143)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบน(UB)ของเซตของงานเต็มส่วน σ=1432

$UB_{(1432)} = q^{max}_{3,(1432)} - q^{min}_{3,(1432)}$

โดย

$q^{max}_{3,(1432)}$ = 78

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=14

8/8	16/24	16/40	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
7/15	7/31	11/51	
16/31	14/45	15/66	
10/41	8/53	12/78	

และ

$q^{min}_{3,(1432)}$ = 63

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเต็มส่วน σ=1432

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/9	6/20	10/39	
12/21	12/33	13/52	
2/23	6/39	11/63	

$UB_{(1432)} = q^{max}_{3,(1432)} - q^{min}_{3,(1432)}$ = 78-63 =15

ค่า UB ใหม่ < BESTUB

ทำการปรับปรุงค่า BESTUB ได้ BESTUB = 15

ย้อนวิถี, t=3, $LB2_{(14)}$<BESTUB, เพิ่มแนวลึก, t=2, ขยายกิ่งเป็นปมที่ 4,

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 4 σ=142

$LB_{(142)} = q^{max}_{3,(142)} - q^{min}_{3,(142)}$

โดย

$q^{max}_{3,(142)}$ = 63

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=142

8/8	16/24	16/40	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
7/15	7/31	11/51	
10/25	8/39	12/63	

และ

$q^{min}_{3,(142)}$ = 50

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=142

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/9	6/20	10/39	
2/11	6/26	11/50	

ปมที่ 4 $LB2_{(142)} = q^{max}_{3,(142)} - q^{min}_{3,(142)}$ = 63-50 =13

ค่า $LB2_{(142)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบนของเซตของงานเต็มส่วน σ=1423

$UB_{(1423)} = q^{max}_{3,(1423)} - q^{min}_{3,(1423)}$

โดย

$q^{max}_{3,(1423)}$ = 78

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=1423

เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น			
8/8	16/24	16/40	
7/15	7/31	11/51	
10/25	8/39	12/63	
16/41	14/55	15/78	

และ

$q^{min}_{3,(1423)}$ = 63

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเต็มส่วน σ=1432

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
5/9	6/20	10/39	
2/11	6/26	11/50	

12/23 12/38 13/63

$UB_{(1432)} = q^{max}_{3,(1432)} - q^{min}_{3,(1432)}$ = 78-63 =15

ค่า UB ใหม่ < BESTUB

ไม่มีการปรับปรุง BESTUB=15

ย้อนวิถี, ระดับ t=4, $LB2_{(1xxx)}$<BESTUB, เพิ่มแนวลึก, t=3 ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 5

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 5 เซตของงานบางส่วน σ=12

$LB2_{(12)} = q^{max}_{3,(12)} - q^{min}_{3,(12)}$

โดย

$q^{max}_{3,(12)}$ = 52

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=12

8/8 16/24 16/40 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

10/18 8/32 12/52

และ

$q^{min}_{3,(12)}$ = 40

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=12

4/4 10/14 15/29 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

2/6 6/20 11/40

ปมที่ 5 $LB2_{(12)} = q^{max}_{3,(12)} - q^{min}_{3,(12)}$ = 52-40=12

ค่า $LB2_{(12)} < UB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 6

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 6 เซตของงานบางส่วน σ=124

$LB_{(124)} = q^{max}_{3,(124)} - q^{min}_{3,(124)}$

โดย

$q^{max}_{3,(124)}$ = 63

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=124

8/8 16/24 16/40 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

10/18 8/32 12/52

7/25 7/39 11/63

และ

$q^{min}_{3,(124)}$ = 50

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=12

4/4 10/14 15/29 เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

2/6 6/20 11/40

5/11 6/26 10/50

ปมที่ 6 $LB2_{(124)} = q^{max}_{3,(124)} - q^{min}_{3,(124)}$ = 63-50=13

ค่า $LB2_{(124)} < BESTUB$ ระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบนของเซตของงานเต็มส่วน σ =1243

$UB_{(1243)} = q^{max}_{3,(1243)} - q^{min}_{3,(1243)}$

โดย

$q^{max}_{3,(1243)}$ = 78

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =1243

เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น

8/8	16/24	16/40
10/18	8/32	12/52
7/25	7/39	11/63
16/41	14/55	15/78

และ

$q^{min}_{3,(1243)}$ = 63

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเต็มส่วน σ =1243

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
2/6	6/20	11/40	
5/11	6/26	1050	
12/23	12/38	13/63	

$UB_{(1243)} = q^{max}_{3,(1243)} - q^{min}_{3,(1243)}$ = 78-63 =15

ค่า UB ใหม่ < BESTUB

ไม่ปรับปรุงค่า BESTUB , BESTUB = 15

ย้อนวิถี, t = 3, $LB2_{(12)}$ <BESTUB, เพิ่มแนวลึก t=2, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 7

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 7 เซตของงานบางส่วน σ =123

$LB2_{(123)} = q^{max}_{3,(123)} - q^{min}_{3,(123)}$

โดย

$q^{max}_{3,(123)}$ = 67

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =123

8/8	16/24	16/40	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
10/18	8/32	12/52	
16/34	14/48	15/67	

และ

$q^{min}_{3,(123)}$ = 40

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=123

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
2/6	6/20	11/40	
12/18	12/32	13/53	

ปมที่ 7 $LB2_{(123)} = q^{max}_{3,(123)} - q^{min}_{3,(123)}$ = 67-53=14

ค่า $LB2_{(123)} < UB$,เพิ่มแนวลึก ระดับ t= 1 ทำการคำนวณขอบเขตบนของเซตของงานเต็มส่วน σ=1234

$UB_{(1234)} = q^{max}_{3,(1234)} - q^{min}_{3,(1234)}$

โดย

$q^{max}_{3,(1234)}$ = 78

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=1234

			เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
8/8	16/24	16/40	
10/18	8/32	12/52	
16/34	14/48	15/67	
7/41	7/55	11/78	

และ

$q^{min}_{3,(1234)}$ = 63

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเต็มส่วน σ=1234

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
2/6	6/20	11/40	
12/18	12/32	13/53	
5/23	6/38	10/63	

$UB_{(1234)} = q^{max}_{3,(1234)} - q^{min}_{3,(1234)}$ = 78-63 =15

ค่า UB ใหม่ =BESTUB =15

ย้อนวิถี, t = 4, $LB2_{(1)}$ <BESTUB, เพิ่มแนวลึก t=3, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 8

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 8 เซตของงานบางส่วน σ=13

$LB_{(13)} = q^{max}_{3,(13)} - q^{min}_{3,(13)}$

โดย

$q^{max}_{3,(13)}$ = 55

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=13

8/8	16/24	16/40	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
16/24	14/38	15/55	

และ

$q^{min}_{3,(13)} = 42$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=13

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
12/16	12/28	13/42	

ปมที่ 8 $LB2_{(13)} = q^{max}_{3,(13)} - q^{min}_{3,(13)}$ = 55-42=13

ค่า $UB2_{(13)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก, ระดับ $t = 2$, ทำการขยายกิ่งเป็นปมที่ 9

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่ 9 เซตของงานบางส่วน σ=134

$LB2_{(134)} = q^{max}_{3,(134)} - q^{min}_{3,(134)}$

โดย

$q^{max}_{3,(134)} = 66$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=134

8/8	16/24	16/40	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
16/24	14/38	15/55	
7/7	7/45	11/66	

และ

$q^{min}_{3,(134)} = 52$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=134

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
12/16	12/28	13/42	
5/21	6/34	10/52	

ปมที่ 9 $LB2_{(134)} = q^{max}_{3,(134)} - q^{min}_{3,(134)}$ = 66-52=14

ค่า $LB2_{(134)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึก ระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตบนของเซตของงานเต็มส่วน

σ=1342

$UB_{(1342)} = q^{max}_{3,(1342)} - q^{min}_{3,(1342)}$

โดย

$q^{max}_{3,(1342)} = 78$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=1342

			เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
8/8	16/24	16/40	
16/24	14/38	15/55	
7/31	7/45	11/66	
10/41	8/53	12/78	

และ

$q^{min}_{3,(1342)} = 63$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเต็มส่วน σ=1342

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
12/16	12/28	13/42	
5/21	6/34	10/52	
2/23	6/40	11/63	

$UB_{(1342)} = q^{max}_{3,(1342)} - q^{min}_{3,(1342)}$ = 78-63 =15

ค่า UB ใหม่ < BESTUB

ไม่มีการปรับปรุง BESTUB, BESTUB=15

ย้อนวิถี, t = 3, $LB2_{(132)}$<BESTUB, เพิ่มแนวลึกt=2, ทำการขยายกิ่งเป็นปม 10

คำนวณขอบเขตล่างของปมที่10 เซตของงานบางส่วน σ=132

$LB2_{(132)} = q^{max}_{3,(132)} - q^{min}_{3,(132)}$

โดย

$q^{max}_{3,(132)} = 67$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=132

8/8	16/24	16/40	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
16/24	14/38	15/55	
10/34	8/46	12/67	

และ

$q^{min}_{3,(132)} = 53$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานบางส่วน σ=132

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
12/16	12/28	13/42	
2/18	6/34	11/53	

ปมที่ 10 $LB2_{(132)} = q^{max}_{3,(132)} - q^{min}_{3,(132)}$ = 67-53=14

ค่า $LB_{(134)} < BESTUB$ เพิ่มแนวลึกระดับ t = 1 ทำการคำนวณขอบเขตล่างของเซตของงานเต็มส่วน σ=1324

$UB_{(1324)} = q^{max}_{3,(1324)} - q^{min}_{3,(1324)}$

โดย

$q^{max}_{3,(1324)} = 78$

มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่ามากของการจัดลำดับงานบางส่วน σ =1324

เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น		
8/8	16/24	16/40
16/24	14/38	15/55
10/34	8/46	12/67
7/41	7/53	11/78

และ

$q^{\min}_{3,(1324)}$ = 63

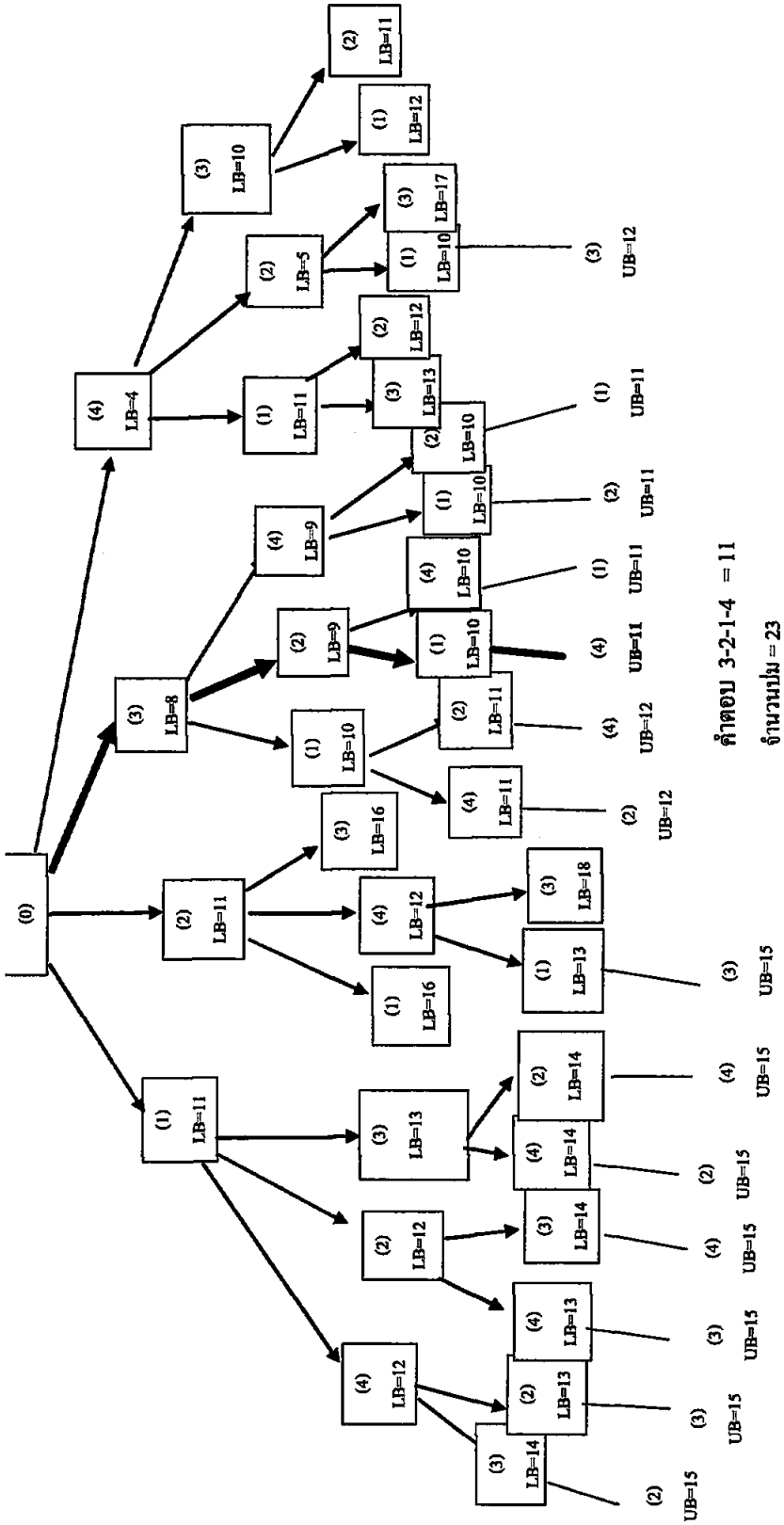
มาจากเวลาเสร็จสิ้นค่าน้อยของการจัดลำดับงานเต็มส่วน σ =1324

4/4	10/14	15/29	เวลาผลิต/เวลาเสร็จสิ้น
12/16	12/28	13/42	
2/18	6/34	11/53	
5/23	6/40	10/63	

$UB_{(1324)} = q^{\max}_{3,(1324)} - q^{\min}_{3,(1324)}$ = 78-63 =15

ค่า UB ใหม่ =BESTUB =15 ไม่ต้องปรับค่า BESTUB

ต่อจากนั้น ทำซ้ำ, การย้อนวิธี, ขยายปม ไปจนกว่าจะครบทุกทางเลือก ไม่มีการขยายกิ่งเพิ่มและไม่มีการปรับปรุงค่า ดังแสดงใน**ภาพผนวกที่ ก4** คำตอบคือ ทางเลือกที่พบ BESTUB ตัวแรก ลำดับงานได้แก่ 3-2-1-4 ค่า =11 จำนวนปมที่แตกกิ่งทั้งหมด =23 ปม เทียบกับการค้นหาแบบเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์จำนวนกิ่งทั้งหมด 41 ปม วิธีการ BB_IRJCDS ได้เปรียบที่จำนวนปมน้อยกว่า

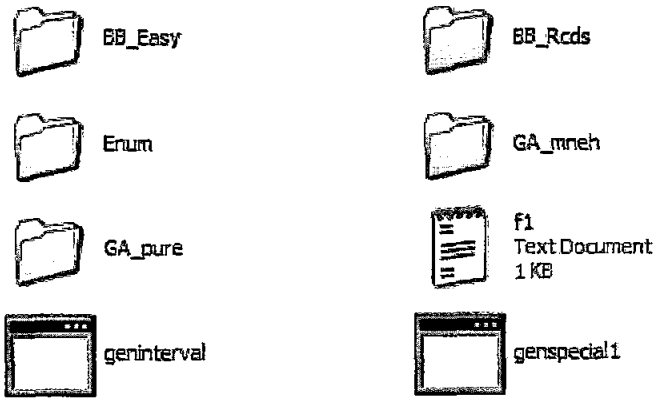


ภาพผนวกที่ ก4 แผนภูมิต้นไม้ของวิธี BB_NUJA กรณี 4 งาน 3 เครื่องจักร

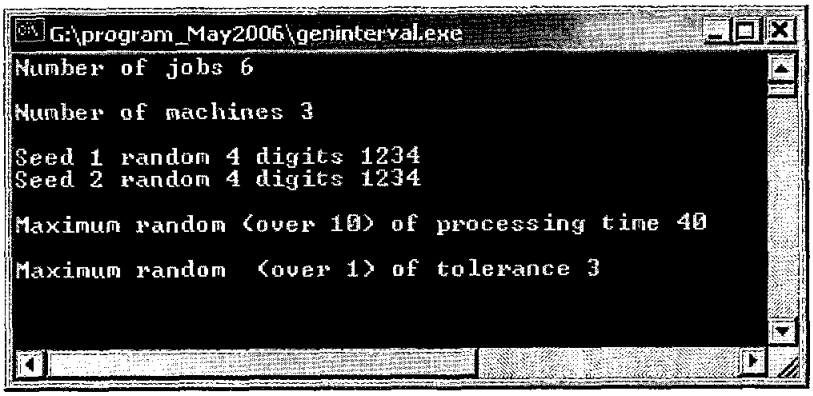
ภาคผนวก ข
การใช้งานโปรแกรม

การจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตเป็นพิสัย

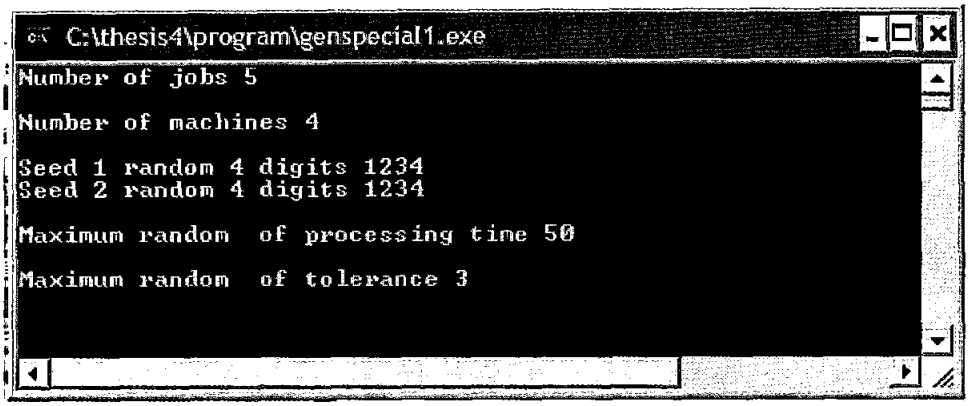
โปรแกรมที่ใช้หาคำตอบประกอบด้วยโปรแกรมต่างๆ ที่เก็บไว้ในโฟลดเดอร์ดังนี้



โปรแกรมการสร้างโจทย์กรณีทั่วไป ชื่อว่า geninterval.exe



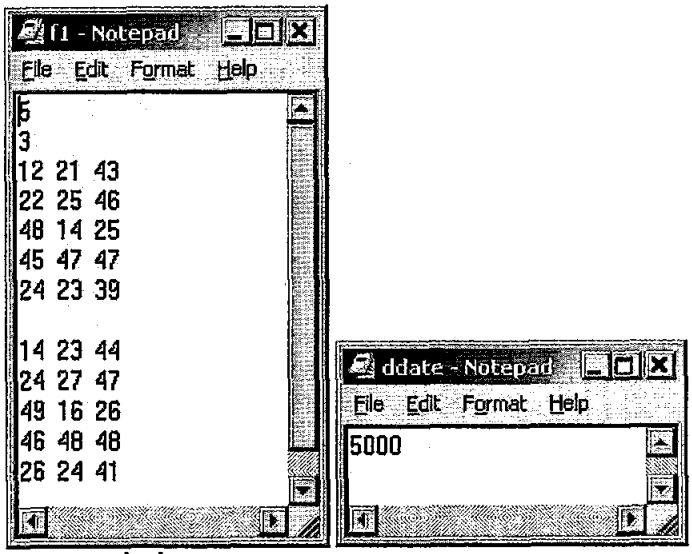
โปรแกรมการสร้างโจทย์กรณีพิเศษ ชื่อ genspecial1.exe



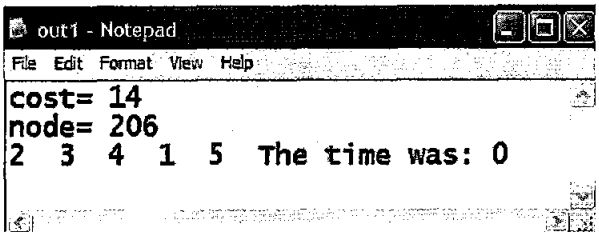
ผลลัพธ์โปรแกรม geninterval.exe หรือ genspecial1.exe จะได้ file f1.txt ซึ่งจะเป็น Input สำหรับโปรแกรมอื่นๆ

ในโฟลดเดอร์ Enum มีโปรแกรมย่อย enumura1.ddate2.exe และ ddate.txt สำหรับรันโปรแกรมการเรียงสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์ (ENUMAP)

การรันโปรแกรม enumura1-ddate2.exe จะต้องมีข้อมูลนำเข้าได้แก่จำนวนงาน จำนวนเครื่องจักรและเวลาการผลิตค่าน้อยที่อยู่ใน f1.txt และข้อมูลของเวลาส่งมอบที่อยู่ใน ddate.txt ด้วย การกำหนดค่า ddate มีผลต่อคำตอบหากกำหนดน้อยเกินไปอาจจะไม่มีคำตอบก็ได้ ตัวอย่างข้อมูลใน f1.txt และ ddate.txt ดังนี้

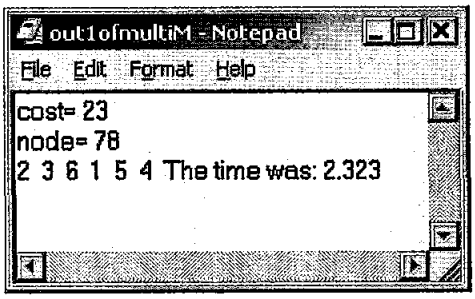


ผลลัพธ์แสดงค่า จำนวนปม ลำดับของงานที่ดีที่สุดและเวลาการคำนวณมีหน่วยเป็นวินาที ใน out1.txt

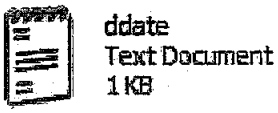


โฟลดเดอร์ BB_Rcds มีโปรแกรมย่อยชื่อ MULTIM11.exe และ ddate.txt สำหรับรันโปรแกรมการแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบประยุกต์หลักการร่วมของ Ignall, CDS และ Johnson (BB_IRJCDS)

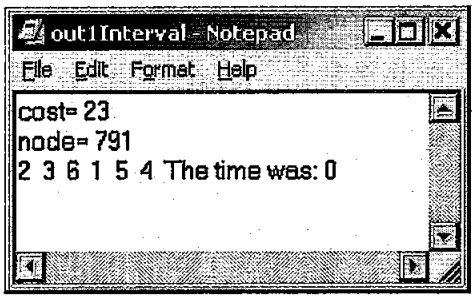
การรันโปรแกรม MULTIM111.exe จะต้องมีข้อมูลนำเข้าได้แก่จำนวนงาน จำนวนเครื่องจักร และเวลาการผลิตค่าน้อยที่อยู่ใน f1.txt และข้อมูลของเวลาส่งมอบที่อยู่ใน ddate.txt ด้วย ผลลัพธ์แสดงค่าจำนวนปม ลำดับของงานที่ดีที่สุดและเวลาการคำนวณมีหน่วยเป็นวินาที ใน out1multiM.txt



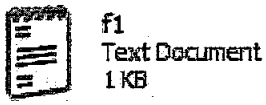
โฟลดเดอร์ BB_Easy มีโปรแกรมย่อยชื่อ BB_Interval_dd1.exe และ ddate.txt สำหรับรันโปรแกรมการแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบไม่พิจารณางานที่ไม่ได้จัดลำดับ (NUJA)

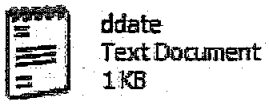


การรันโปรแกรม BB_Interval_dd1.exe จะต้องมีข้อมูลนำเข้าได้แก่จำนวนงาน จำนวนเครื่องจักร และเวลาการผลิตค่าน้อยที่อยู่ใน f1.txt และข้อมูลของเวลาส่งมอบที่อยู่ใน ddate.txt ด้วย ผลลัพธ์แสดงค่าจำนวนปม ลำดับของงานที่ดีที่สุดและเวลาการคำนวณมีหน่วยเป็นวินาที ใน out1Interval.txt



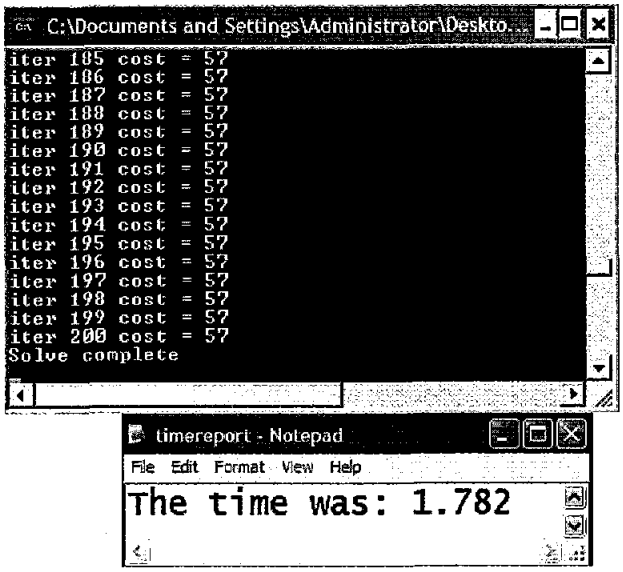
โฟลดเดอร์ GA_pure มีโปรแกรมย่อยชื่อ GA_pure.exe, Gadata.txt, f1.txt และ ddate.txt สำหรับรันโปรแกรมขั้นตอนวิธีทางพันธุกรรม (GA)



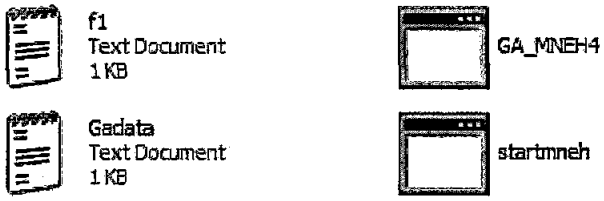


การรันโปรแกรม GA_pure นอกจากข้อมูล f1.txt และ ddate.txt แล้วจะต้องมี gadata.txt ด้วย ทั้งนี้จะเป็นข้อมูลกำหนดจำนวนรอบหรือรุ่นประชากรใหม่ จำนวนประชากรเริ่มต้นและร้อยละในการทำ

Mutation ด้วยผลลัพธ์ที่ได้จะแสดงทางจอโดยตรงเมื่อครบจำนวนรุ่นที่กำหนดใน Gadata.txt เวลาการคำนวณมีหน่วยเป็นวินาที แสดงในไฟล์ timereport.txt

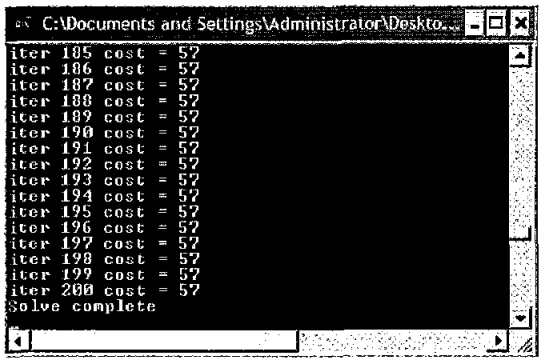


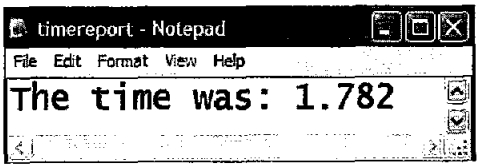
โฟลดเดอร์ GA_mneh มีโปรแกรมย่อยชื่อ GA_MNEH4.exe และ startmneh.exe, ข้อมูลใน Gadata.txt, f1.txt และ ddate.txt สำหรับรันโปรแกรมขั้นตอนวิธีทางพันธุกรรมแบบมีคำตอบเริ่มต้นจากวิธีการ MNEH (MNEH_GA)



การรันโปรแกรม GA_MNEH4.exe จะต้องประกอบด้วยโปรแกรม startmneh.exe ด้วยจึงจะรันได้ ข้อมูลอื่นที่จำเป็นเช่นเดียวกับโปรแกรม GA_pure.exe

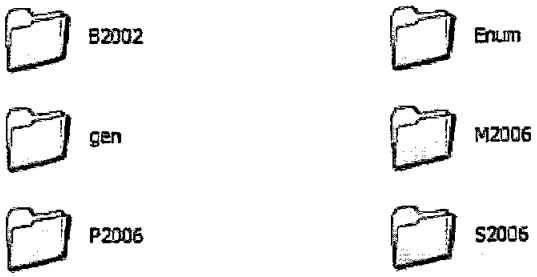
ผลลัพธ์ที่ได้จะแสดงทางจอโดยตรงเมื่อครบจำนวนรุ่นที่กำหนดใน Gadata.txt เวลาการคำนวณมีหน่วยเป็นวินาที แสดงในไฟล์ timereport.txt



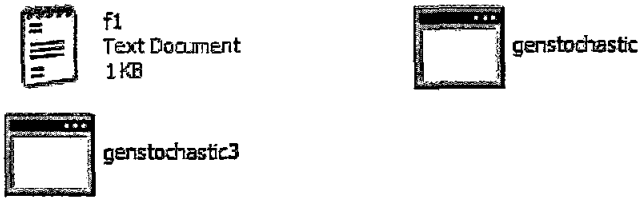


การจัดตารางการผลิตแบบโฟล์วชอปที่มีเวลาการผลิตแบบมีโอกาสความน่าจะเป็น

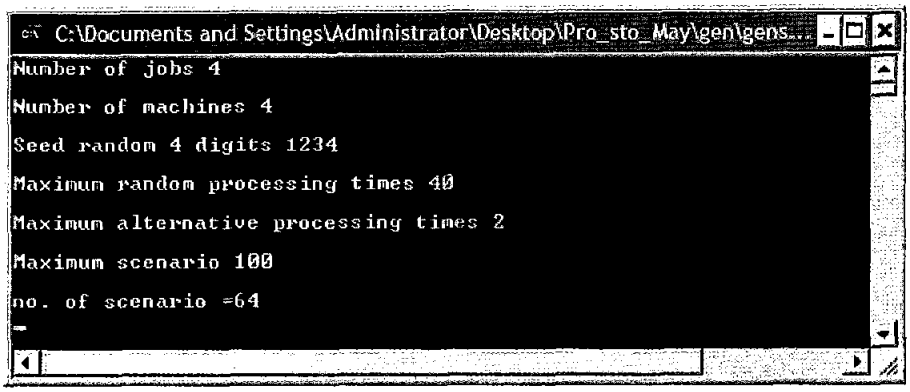
โปรแกรมที่ใช้หาคำตอบประกอบด้วยโปรแกรมต่างๆ ที่เก็บไว้ในโฟลดเดอร์ดังนี้



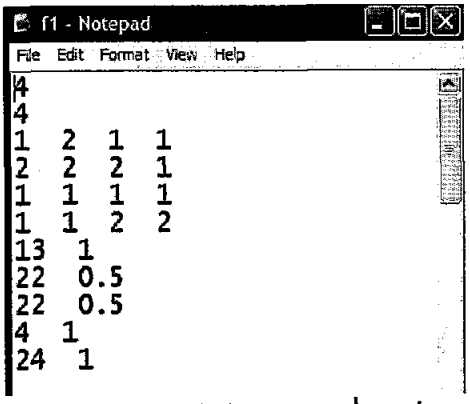
โฟลดเดอร์ gen มีโปรแกรมย่อยเพื่อสร้างโจทย์ได้แก่



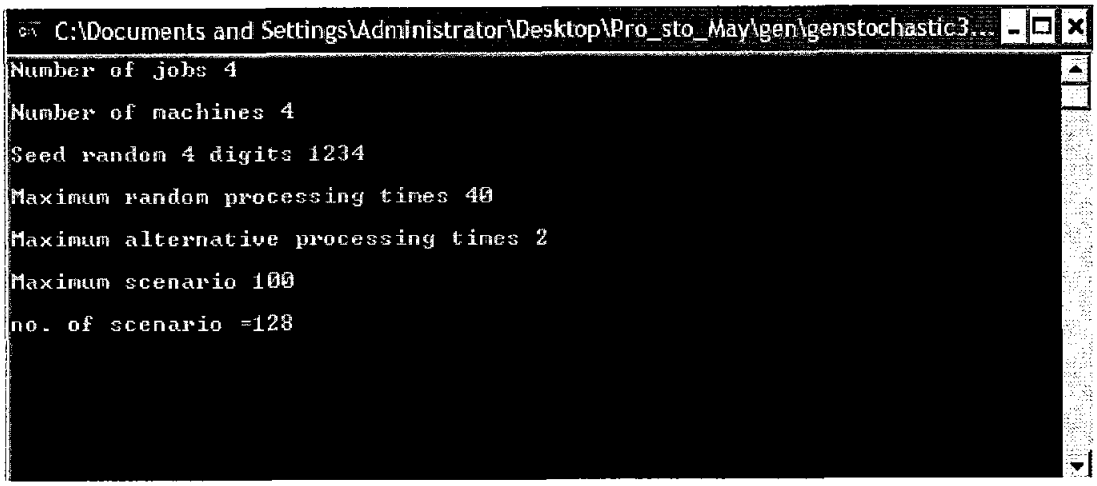
โปรแกรมการสร้างโจทย์มี 2 แบบ ได้แก่ genstochastic.exe และ genstochastic3.exe

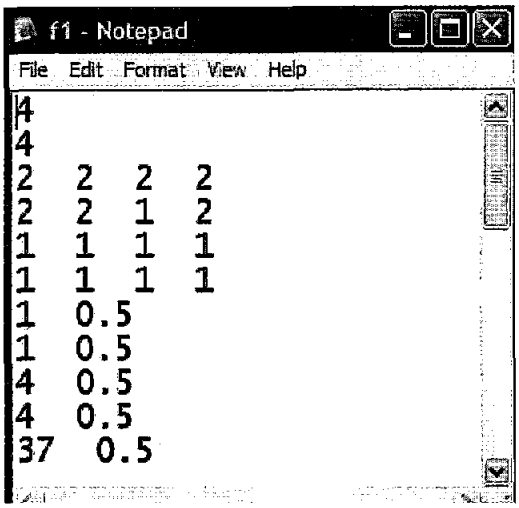


ผลลัพธ์โปรแกรม genstochastic.exe จะได้ file f1.txt ซึ่งจะเป็น Input สำหรับโปรแกรมอื่นๆ จำนวนทางเลือกของเวลาการผลิตมีลักษณะสุ่มกระจายตามค่าสูงสุดของจำนวนทางเลือกของเวลาการผลิต (Maximum alternative processing time) จนกว่าจำนวนทางเลือกรวมที่ได้ไม่เกินจำนวนทางเลือกสูงสุดที่กำหนดไว้ (Maximum scenario)



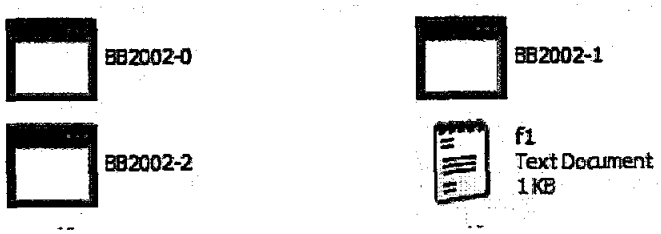
ผลลัพธ์โปรแกรม genstochastic3.exe จะได้ file f1.txt ซึ่งจะเป็น Input สำหรับโปรแกรมอื่นๆ จำนวนทางเลือกของเวลาการผลิตมีลักษณะตามค่าสูงสุดของจำนวนทางเลือกของเวลาการผลิต (Maximum alternative processing time) ในช่วงแรก จนกว่าจำนวนทางเลือกรวมที่ได้เกินจำนวนทางเลือกสูงสุดที่กำหนดไว้ (Maximum scenario) จำนวนทางเลือกของเวลาการผลิตจะเป็นทางเลือกเดียว





งานวิจัยได้เสนอวิธีการแตกกิ่งและจำกัดเขตแบบต่างๆ ซึ่งมีวิธีการคำนวณขอบเขตล่างต่างกัน วิธีการ BB2002 เป็นการคำนวณขอบเขตล่างอ้างอิงตามงานวิจัยของ Balasubramanian and Grossmann (2002) ส่วนแบบอื่นๆ ได้แก่ ขอบเขตล่างยึดเครื่องจักรเป็นหลัก (P2006) ขอบเขตล่างยึดงานเป็นหลัก (S2006) และขอบเขตล่างแบบผสม (M2006) โดยมีรายละเอียดดังนี้

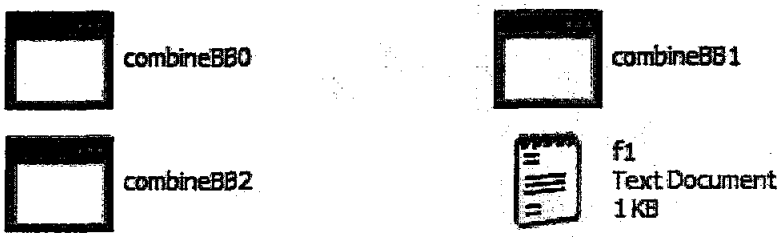
โฟลดเดอร์ B2002 ประกอบด้วย BB2002-0.exe, BB20002-1.exe, และ BB2002-2.exe



โฟลดเดอร์ P2006 ประกอบด้วย BB0.exe, BB1.exe, และ BB2.exe

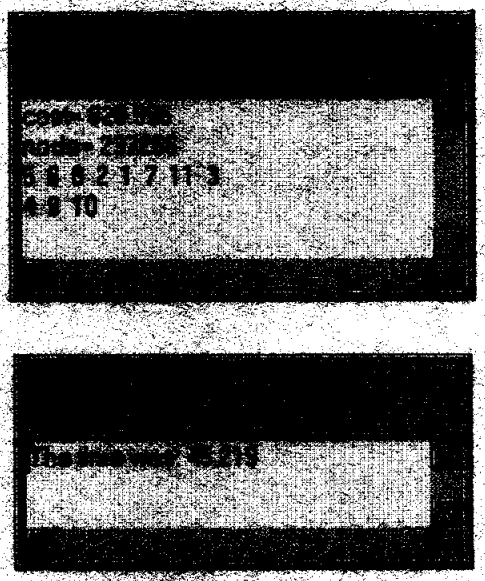
โฟลดเดอร์ S2006 ประกอบด้วย newBB0.exe, newBB1.exe, และ newBB2.exe

โฟลดเดอร์ M2006 ประกอบด้วย combineBB0.exe, combineBB1.exe, และ combineBB2.exe



การรันโปรแกรม B2002 จะทำการรันโปรแกรมย่อย BB2002-0.exe เท่านั้น โปรแกรมจะทำการเรียกโปรแกรมย่อยอื่นๆ เอง ทำนองเดียวกันกับโปรแกรม P2006, S2006, และ M2006

ผลลัพธ์ที่ได้จะอยู่ใน Out1.txt ซึ่งจะบอกถึงค่า จำนวนปม และลำดับของงานที่ดีที่สุด เวลาการคำนวณอยู่ใน showtime.txt มีหน่วยเป็นวินาที



ภาคผนวก ค
ผลการทดลองเพิ่มเติม

ตารางผนวกที่ ค1 ผลการทดลองเปรียบเทียบวิธีการ BB_NUJA กับวิธีการอื่นกรณีทั่วไป

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
6	2	1234	3	8	1237	0.016	8	815	0.641	0	8	1092	0.015	0	200	8	6.03	0	8	6.1	0
			7	29	1237	0.016	29	687	0.547	0	29	805	0.015	0	200	29	5.7	0	29	6.2	0
			10	45	1237	0.016	45	649	0.562	0	45	1061	0.015	0	200	45	5.57	0	45	6	0
		1324	3	16	1237	0	16	1188	0.687	0	16	1237	0	0	200	16	5.76	0	16	6.3	0
			7	25	1237	0	25	1116	0.672	0	25	1011	0	0	200	25	6.15	0	25	5.8	0
			10	33	1237	0	33	848	0.688	0	33	1044	0	0	200	33	6.15	0	33	5.9	0
เฉลี่ย				26	1237	0.008	26	883.83	0.63	0	26	1041.67	0.01	0	200	26	5.89	0	26	6.05	0
7	2	1234	3	9	8660	0.016	9	5040	3.55	0	9	6341	0	0	200	9	6.15	0	9	6.2	0
			7	28	8660	0.016	28	3908	3.2	0	28	3913	0	0	200	28	5.95	0	28	5.9	0
			10	50	8660	0.016	50	3664	2.92	0	50	6733	0	0	200	50	6.08	0	50	5.7	0
		1324	3	17	8660	0	17	8119	4.43	0	17	8660	0.015	0	200	17	5.9	0	17	6.3	0
			7	27	8660	0	27	5824	4.37	0	27	3919	0.015	0	200	27	6.4	0	27	6.1	0
			10	35	8660	0	35	6033	4.42	0	35	4745	0.015	0	200	35	6.2	0	35	5.9	0
เฉลี่ย				27.67	8660	0.008	27.67	5431.33	3.82	0.00	27.67	5718.50	0.01	0.00	200.00	27.67	6.11	0.00	27.67	6.02	0.00

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tar.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
8	2	1234	3	11	69281	0.016	11	30826	23.82	0	11	35816	0.016	0	200	11	6.125	0	11	6.34	0
			7	30	69281	0.016	30	19416	18.06	0	30	19859	0.016	0	200	30	6.34	0	30	6.1	0
			10	55	69281	0.016	55	23435	20.73	0	55	48581	0.016	0	200	55	6.1	0	55	6.2	0
		1324	3	17	69281	0.016	17	60880	35.87	0	17	61693	0.016	0	200	17	6.2	0	17	6.2	0
			7	30	69281	0.016	30	39135	29.25	0	30	26047	0.016	0	200	30	6.2	0	30	6.1	0
			10	36	69281	0.016	36	28596	25.17	0	36	17224	0.016	0	200	36	6.34	0	36	6.3	0
เฉลี่ย				29.83	69281.00	0.02	29.83	33714.67	25.48	0.00	29.83	34870.00	0.02	0.00	200.00	29.83	6.22	0.00	29.83	6.21	0.00
9	2	1234	3	12	623530	0.125	12	293735	216.9	0	12	195757	0.062	0	200	12	6.1	0	12	6.2	0
			7	34	623530	0.125	34	182286	156.6	0	34	141150	0.062	0	200	34	6.2	0	34	6.2	0
			10	55	623530	0.125	55	231508	177.31	0	55	340550	0.062	0	200	56	6.2	1.8182	55	6.1	0
		1324	3	18	623530	0.11	18	400045	271.04	0	18	409191	0.094	0	200	18	6.31	0	18	6.04	0
			7	31	623530	0.11	31	248501	202.84	0	31	123942	0.094	0	200	31	6.2	0	31	6.4	0
			10	37	623530	0.11	37	164039	156.84	0	37	72276	0.094	0	200	37	6.1	0	37	6.2	0
เฉลี่ย				31.17	623530.00	0.12	31.17	253352.33	196.92	0.00	31.17	213811.00	0.08	0.00	200.00	31.33	6.19	0.30	31.17	6.19	0.00

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tar.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
10	2	1234	3	13	6.24E+06	0.96	13	3.42E+06	2089.4	0	13	1.49E+06	0.39	0	200	13	6.04	0	13	6.14	0
			7	39	6.24E+06	1	39	2.21E+06	1864	0	39	1.00E+06	0.31	0	200	39	6.17	0	39	6.26	0
			10	55	6.24E+06	0.96	55	2.90E+06	2222.7	0	55	2.50E+06	0.59	0	200	57	6.14	3.6364	57	6.18	3.636
		1324	3	20	6.24E+06	0.9	20	2.29E+06	1949.4	0	20	4.27E+06	0.81	0	200	20	6.15	0	20	6.14	0
			7	35	6.24E+06	0.92	35	1.33E+06	1301.3	0	35	789054	0.25	0	200	35	6.12	0	35	6.25	0
			10	41	6.24E+06	0.92	41	793546	886.29	0	41	576416	0.27	0	200	41	6.9	0	41	6.45	0
เฉลี่ย				33.83	6235301	0.94333	33.83	2158441	1718.9	0	33.83	1770128.3	0.437	0	200	34.17	6.2533	0.61	34.17	6.24	0.606
6	3	1234	3	9	1237	0	9	752	1.14	0	9	847	0.015	0	200	9	5.6	0	9	5.7	0
			7	30	1237	0	30	678	1.34	0	30	531	0.015	0	200	30	5.6	0	30	5.76	0
			10	41	1237	0	41	764	1.1	0	41	507	0.015	0	200	41	5.6	0	41	5.8	0
		1324	3	14	1237	0.015	14	1138	1.46	0	14	809	0.015	0	200	14	5.7	0	14	5.63	0
			7	26	1237	0.015	26	1011	1.53	0	26	637	0.015	0	200	26	5.57	0	26	5.76	0
			10	34	1237	0.015	35	874	1.87	2.94	36	461	0.015	5.882	200	35	5.76	2.9412	34	5.83	0
เฉลี่ย				25.67	1237	0.0075	25.83	869.5	1.41	0.49	26	632	0.015	0.98	200	25.83	5.64	0.49	25.67	5.7467	0

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
7	3	1234	3	10	8660	0.015	10	4274	6.297	0	10	4783	0	0	200	10	6.15	0	10	6.02	0
			7	33	8660	0.015	33	3574	6.2	0	33	3163	0	0	200	33	6.15	0	33	6.15	0
			10	42	8660	0.015	42	3752	6.12	0	42	3162	0	0	200	42	6.15	0	42	6.08	0
		1324	3	15	8660	0	16	6965	9.578	6.67	15	5401	0.016	0	200	15	5.95	0	15	6.08	0
			7	30	8660	0	30	5880	9.23	0	30	3582	0.016	0	200	30	6.08	0	30	6.02	0
			10	31	8660	0	32	4304	9.12	3.23	32	1531	0.016	3.226	200	31	5.9	0	31	6.08	0
เฉลี่ย				26.83	8660	0.0075	27.17	4791.5	7.7575	1.65	27	3603.67	0.008	0.54	200	26.83	6.06	0	26.83	6.07	0
8	3	1234	3	12	69281	0.031	12	3971	61.71	0	12	31188	0.016	0	200	12	6.5	0	12	6.59	0
			7	32	69281	0.031	32	30358	73.9	0	32	13439	0.016	0	200	32	6.4	0	32	6.72	0
			10	43	69281	0.031	43	24428	65.2	0	43	14554	0.016	0	200	43	6.3	0	43	6.21	0
		1324	3	16	69281	0.031	16	42728	70.26	0	16	24981	0.016	0	200	16	6.2	0	16	6.28	0
			7	36	69281	0.031	36	42651	72.5	0	36	27726	0.016	0	200	36	6.2	0	36	6.08	0
			10	35	69281	0.031	35	21862	72.1	0	36	7090	0.016	2.857	200	35	6.3	0	35	6.21	0
เฉลี่ย				29	69281	0.031	29	27666.33	69.28	0	29.17	19829.667	0.016	0.48	200	29	6.32	0	29	6.35	0

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
9	3	1234	3	13	623530	0.125	13	353799	517.5	0	13	257642	<0.1	0	200	13	6.3	0	13	6.46	0
			7	35	623530	0.126	35	225632	512.9	0	35	623530	0.125	0	200	35	6.21	0	35	6.59	0
			10	47	623530	0.125	47	174236	522.7	0	47	104765	<0.1	0	200	47	6.34	0	47	6.28	0
		1324	3	18	623530	0.109	18	353802	651.4	0	18	140649	<0.1	0	200	18	6.21	0	18	6.6	0
			7	36	623530	0.125	36	312715	654.9	0	36	120403	<0.1	0	200	36	6.33	0	36	6.4	0
			10	39	623530	0.109	39	138405	643.7	0	40	26250	<0.1	2.564	200	39	6.4	0	39	6.53	0
เฉลี่ย				31.33	623530	0.120	31.33	259764.8	583.85	0	31.5	212206.5	0.125	0.427	200	31.33	6.30	0	31.33	6.48	0
10	3	1234	3	14	6.24E+06	1.23	14	1.39E+06	1178.1	0	14	2.19E+06	0.61	0	200	14	6.07	0	14	6.25	0
			7	38	6.24E+06	1.23	38	868565	689.14	0	38	785584	0.29	0	200	38	6.17	0	38	6.21	0
			10	48	6.24E+06	1.23	48	235644	295.28	0	48	702240	0.25	0	200	48	6.15	0	48	6.25	0
		1324	3	19	6.24E+06	1.17	19	466057	299.86	0	19	961130	0.35	0	200	19	6.18	0	19	6.25	0
			7	38	6.24E+06	1.18	38	229696	681.22	0	38	84469	0.32	0	200	40	6.17	5.26	38	6.15	0
			10	43	6.24E+06	1.18	43	69589	64.25	0	43	159815	0.09	0	200	43	6.06	0	43	6.12	0
เฉลี่ย				33.33	6235301	1.20333	33.33	543558.5	534.64	0	33.33	814189.67	0.318	0	200	33.67	6.13	0.88	33.33	6.205	0

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
6	5	1234	3	13	1237	0.016	13	1222	2.875	0	14	713	0.015	7.692	200	13	6.00	0	13	6.05	0
			7	34	1237	0.016	34	1159	2.875	0	34	653	0.015	0	200	34	5.80	0	34	6.05	0
			10	42	1237	0.016	42	1069	2.797	0	42	267	0.015	0	200	42	5.90	0	42	6.04	0
		1324	3	15	1237	0	15	1080	2.547	0	15	541	0.015	0	200	15	6.08	0	15	6.10	0
			7	36	1237	0	36	892	2.526	0	36	694	0.015	0	200	36	5.80	0	36	5.96	0
			10	48	1237	0	48	892	2.516	0	48	643	0.015	0	200	48	5.86	0	48	6.01	0
เฉลี่ย				31.33	1237	0.008	31.33	1052.33	2.69	0	31.5	585.17	0.015	1.282	200	31.33	5.91	0	31.33	6.035	0
7	5	1234	3	14	8660	0.016	14	8289	19.547	0	14	3083	0	0	200	14	5.97	0	14	6.01	0
			7	37	8660	0.016	37	7591	19.875	0	37	2948	0	0	200	37	5.95	0	37	6.08	0
			10	43	8660	0.016	43	5967	18.735	0	43	1183	0	0	200	43	6.08	0	43	6.10	0
		1324	3	17	8660	0	17	6706	17.594	0	17	3113	0.016	0	200	17	5.80	0	17	6.04	0
			7	36	8660	0	36	5858	16.89	0	36	3011	0.016	0	200	36	6.01	0	36	6.09	0
			10	48	8660	0	48	5175	18.54	0	48	1980	0.016	0	200	48	5.90	0	48	6.01	0
เฉลี่ย				32.5	8660	0.008	32.5	6597.667	18.53	0	32.5	2553	0.008	0	200	32.5	5.95	0	32.5	6.055	0

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
8	5	1234	3	15	69281	0.032	15	65449	155.98	0	15	18895	0.016	0	200	15	5.90	0	15	5.94	0
			7	34	69281	0..031	34	44784	132.98	0	35	9497	0.016	2.941	200	34	5.87	0	34	5.90	0
			10	47	69281	0.03	47	42863	154.89	0	47	5497	0.02	0	200	47	5.70	0	47	5.93	0
		1324	3	19	69281	0.03	19	54703	146.37	0	19	19101	0.015	0	200	19	5.90	0	19	6.03	0
			7	43	69281	0.03	43	46729	167.54	0	43	17587	0.015	0	200	43	6.03	0	43	6.08	0
			10	50	69281	0.03	50	36517	135.89	0	50	5656	0.015	0	200	50	6.06	0	50	6.10	0
เฉลี่ย				34.67	69281	0.0304	34.67	48507.5	148.94	0	34.83	12705.5	0.016	0.49	200	34.67	5.91	0	34.67	5.9967	0
9	5	1234	3	17	623530	0.17	17	566355	1425.8	0	17	95412	0.047	0	200	17	5.95	0	17	6.02	0
			7	39	623530	0.19	39	416197	1245.7	0	39	35659	0.047	0	200	39	5.90	0	39	6.07	0
			10	48	623530	0.19	48	234899	1478.3	0	48	16064	0.047	0	200	48	5.94	0	48	6.00	0
		1324	3	20	623530	0.17	20	463142	1319.1	0	20	88603	0.078	0	200	20	6.02	0	20	6.05	0
			7	39	623530	0.19	39	374372	1345.9	0	39	61108	0.078	0	200	39	5.86	0	39	5.90	0
			10	51	623530	0.19	51	296233	1279	0	51	33856	0.078	0	200	51	5.95	0	51	5.90	0
เฉลี่ย				35.67	623530	0.18	35.67	391866.3	1349	0	35.67	55117	0.063	0	200	35.67	5.94	0	35.67	5.99	0

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
10	5	1234	3	18	6.24E+06	1.79	18	1.20E+06	1848.5	0	18	663902	0.36	0	200	18	6.14	0	18	6.17	0
			7	44	6.24E+06	1.82	44	52658	1198.7	0	44	442601	0.23	0	200	44	6.14	0	45	6.17	2.273
			10	57	6.24E+06	1.86	57	889911	1824.3	0	57	140770	0.12	0	200	57	6.14	0	57	6.21	0
		1324	3	21	6.24E+06	1.68	21	613747	1249.6	0	21	439085	0.28	0	200	21	6.1	0	21	6.16	0
			7	45	6.24E+06	1.75	45	1.03E+06	1900.2	0	45	385122	0.23	0	200	45	6.26	0	46	6.25	2.222
			10	46	6.24E+06	1.8	46	1.13E+06	1827.4	0	46	66635	0.09	0	200	47	6.15	2.174	46	6.12	0
เฉลี่ย				38.5	6235301	1.78333	38.5	818700.3	1641.4	0	38.5	356352.5	0.218	0	200	38.67	6.155	0.362	38.83	6.18	0.749
6	7	1234	3	13	1237	0.016	13	865	3.13	0	13	263	0.016	0	200	13	5.937	0	13	6.06	0
			7	38	1237	0.016	38	668	2.719	0	40	277	0.016	5.263	200	38	5.969	0	38	6.01	0
			10	60	1237	0.016	60	667	2.75	0	60	322	0.016	0	200	60	5.96	0	60	6.04	0
		1324	3	21	1237	0.016	21	971	3.657	0	21	546	0.016	0	200	21	5.89	0	21	6.04	0
			7	42	1237	0.016	42	778	3.23	0	42	339	0.016	0	200	42	5.89	0	42	6.04	0
			10	53	1237	0.016	53	610	2.71	0	56	328	0.016	5.66	200	53	5.89	0	53	6.04	0
เฉลี่ย				37.83	1237	0.016	37.83	759.83	3.03	0	38.67	345.83	0.016	1.821	200	37.83	5.92	0	37.83	6.04	0

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
7	7	1234	3	14	8660	0.016	14	4970	18.625	0	14	1187	0	0	200	14	5.969	0	14	6.031	0
			7	44	8660	0.016	44	3892	15.7	0	44	1256	0	0	200	44	6.03	0	44	6.06	0
			10	65	8660	0.016	65	3144	14.094	0	65	1315	0	0	200	65	6	0	65	6.06	0
		1324	3	21	8660	0.016	21	5394	20.76	0	21	1802	0.012	0	200	21	6	0	64	6.05	204.8
			7	42	8660	0.016	42	3773	16.76	0	43	1217	0.012	2.381	200	42	5.984	0	42	6.04	0
			10	53	8660	0.016	53	2462	11.453	0	57	1111	0.015	7.547	200	53	5.968	0	53	6.03	0
เฉลี่ย				39.83	8660	0.016	39.83	3939.167	16.232	0	40.67	1314.6667	0.007	1.655	200	39.83	5.9918	0	47	6.0452	34.13
8	7	1234	3	15	69281	0.045	18	12331	53.328	20	15	5289	0.012	0	200	15	6.031	0	15	6.156	0
			7	48	69281	0.047	48	24069	105.94	0	48	7598	0.015	0	200	48	6.094	0	48	6.157	0
			10	69	69281	0.046	70	15493	76.7	1.45	74	9211	0.015	7.246	200	69	6.094	0	69	6.125	0
		1324	3	21	69281	0.047	21	44360	172.25	0	22	6729	0.015	4.762	200	21	6.047	0	21	6.125	0
			7	46	69281	0.048	46	29454	132.81	0	46	4007	0.016	0	200	46	6.063	0	46	6.141	0
			10	53	69281	0.047	53	22585	108.5	0	53	4145	0.017	0	200	53	6.031	0	53	6.125	0
เฉลี่ย				42	69281	0.04667	42.67	24715.33	108.25	3.57	43	6163.1667	0.015	2.001	200	42	6.06	0	42	6.14	0

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
9	7	1234	3	16	623530	0.27	16	106199	752.3	0	16	28861	0.032	0	200	16	6.031	0	16	6.05	0
			7	49	623530	0.27	49	160709	747.73	0	49	34949	0.034	0	200	49	6.031	0	49	6.125	0
			10	76	623530	0.27	76	10329	525.22	0	76	37077	0.032	0	200	76	6.031	0	76	6.125	0
		1324	3	22	623530	0.27	22	402137	1611	0	22	18483	0.031	0	200	22	6.031	0	22	6.125	0
			7	49	623530	0.25	49	160709	750.08	0	49	24194	0.033	0	200	49	6.031	0	49	6.125	0
			10	54	623530	0.25	54	178419	911.6	0	54	15271	0.031	0	200	56	6.031	3.7037	56	6.125	3.704
เฉลี่ย				44.33	623530	0.26333	44.33	169750.3	882.98	0	44.33	26472.5	0.032	0	200	44.67	6.031	0.6173	44.67	6.1125	0.617
10	7	1234	3	17	6.24E+06	2.453	17	506733	2143.3	0	17	146435	0.14	0	200	17	6.15	0	17	6.25	0
			7	47	6.24E+06	2.46	48	796120	4483.8	2.13	50	180143	0.18	6.383	200	48	6.17	2.1277	48	6.21	2.128
			10	78	6.24E+06	2.5	80	463629	2464.8	2.56	78	229331	0.23	0	200	78	6.18	0	81	6.18	3.846
		1324	3	22	6.24E+06	2.46	23	118187	1479.1	4.55	23	154679	0.15	4.545	200	22	6.17	0	22	6.21	0
			7	50	6.24E+06	2.46	51	73610	1420.9	2	50	133026	0.15	0	200	50	6.17	0	50	6.18	0
			10	60	6.24E+06	2.48	60	197060	1232.5	0	60	80981	0.1	0	200	60	6.18	0	60	6.12	0
เฉลี่ย				45.67	6235301	2.46883	46.5	359223.2	2204.1	1.87	46.33	154099.17	0.158	1.821	200	45.83	6.17	0.35	46.33	6.192	0.996

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRICDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
6	10	1234	3	21	1237	0.016	21	1023	6.1	0	21	249	0.015	0	200	21	6.047	0	21	6.125	0
			7	50	1237	0.016	50	921	5.57	0	50	283	0.015	0	200	50	6.031	0	50	6.047	0
			10	77	1237	0.016	77	528	4.34	0	82	212	0.015	6.494	200	77	5.938	0	77	6.141	0
		1324	3	27	1237	0.016	27	603	4.45	0	27	522	0.16	0	200	27	5.922	0	27	5.984	0
			7	50	1237	0.016	50	479	3.672	0	50	310	0.16	0	200	50	5.843	0	50	5.849	0
			10	72	1237	0.016	72	427	3.594	0	72	242	0.16	0	200	72	5.953	0	72	6	0
เฉลี่ย				49.5	1237	0.016	49.5	663.5	4.621	0	50.33	303	0.088	1.082	200	49.5	5.9557	0	49.5	6.0243	0
7	10	1234	3	22	8660	0.016	22	6455	38.07	0	23	1442	0.016	4.545	200	22	5.969	0	22	5.953	0
			7	47	8660	0.016	47	4637	32.2	0	47	712	0.016	0	200	47	5.985	0	47	6.015	0
			10	80	8660	0.016	82	3773	28.25	2.5	86	1176	0.016	7.5	200	80	5.984	0	80	5.953	0
		1324	3	26	8660	0.016	26	3520	25.78	0	26	1939	0.016	0	200	26	5.953	0	26	6.016	0
			7	51	8660	0.016	51	2786	21.32	0	52	1428	0.016	1.961	200	51	6	0	51	5.985	0
			10	71	8660	0.016	71	2336	19.17	0	73	761	0.016	2.817	200	71	5.968	0	71	5.938	0
เฉลี่ย				49.5	8660	0.016	49.83	3917.83	27.465	0.42	51.17	1243	0.016	2.804	200	49.5	5.98	0	49.5	5.98	0

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
8	10	1234	3	23	69281	0.046	23	46761	290.85	0	23	5901	0.032	0	200	23	6.031	0	23	6.016	0
			7	50	69281	0.063	50	31739	233.65	0	50	3342	0.032	0	200	50	6.031	0	50	6.094	0
			10	80	69281	0.062	84	23386	188.98	5	85	3156	0.032	6.25	200	80	6.125	0	80	6.125	0
		1324	3	27	69281	0.063	27	27275	207.14	0	27	8226	0.032	0	200	27	6.078	0	27	6.141	0
			7	53	69281	0.063	53	21085	169.64	0	54	7820	0.031	1.887	200	53	6.078	0	53	6.172	0
			10	65	69281	0.063	69	15833	138.79	6.15	67	2048	0.032	3.077	200	67	6.14	3.0769	65	6.218	0
เฉลี่ย				49.67	69281	0.06	51	27679.83	204.84	1.86	51	5082.1667	0.032	1.869	200	50	6.08	0.5128	49.67	6.13	0
9	10	1234	3	25	623530	0.391	25	402726	2414.1	0	25	34961	0.057	0	200	25	6.203	0	25	6.266	0
			7	50	623530	0.391	50	239886	2115.1	0	50	19961	0.063	0	200	51	6.187	2	50	6.125	0
			10	81	623530	0.391	81	121889	1169.4	0	83	9542	0.063	2.469	200	81	6.031	0	82	6.125	1.235
		1324	3	28	623530	0.422	28	206006	1664.2	0	28	27978	0.063	0	200	29	6.031	3.57	29	6.125	3.571
			7	53	623530	0.407	53	131944	1136.1	0	54	24777	0.063	1.887	200	53	6.031	0	54	6.125	1.887
			10	58	623530	0.406	63	49824	505.45	8.62	59	2599	0.063	1.724	200	59	6.031	1.72	58	6.125	0
เฉลี่ย				49.17	623530	0.40133	50	192045.8	1500.7	1.44	49.83	19969.667	0.062	1.013	200	49.67	6.09	1.22	49.67	6.149	1.115

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค1 (ต่อ)

จำ	จน.	ชุด	พิสัย	ENUMAP			BB_IRJCDS				BB_NUJA				No.of	GA			MNEH_GA		
นวน	เครื่อง	สุ่ม	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	ค่า	จำนวน	เวลา	POD	Reprod	ค่า	เวลา	POD	ค่า	เวลา	POD
งาน	จักร	seed	(Tor.)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)			ปม	(Sec)				(Sec)			(Sec)	
10	10	1234	3	26	6.24E+06	3.453	26	1.29E+06	1456.8	0	26	157982	0.219	0	200	26	6.313	0	26	6.375	0
			7	49	6.24E+06	3.5	51	1.25E+06	5767.8	4.08	49	106267	0.156	0	200	52	6.375	6.1224	50	6.453	2.041
			10	79	6.24E+06	3.5	79	7.92E+05	2549.9	0	79	35430	0.093	0	200	81	6.312	2.5316	80	6.5	1.266
		1324	3	28	6.24E+06	3.88	28	1.02E+06	1948.5	0	28	82760	0.157	0	200	29	6.406	3.5714	29	6.438	3.571
			7	53	6.24E+06	3.641	53	8.25E+05	4073.8	0	55	95195	0.172	3.774	200	54	6.375	1.8868	54	6.422	1.887
			10	60	6.24E+06	3.704	61	1.23E+06	2855.8	1.67	60	4065	0.12	0	200	61	6.375	1.6667	61	6.422	1.667
เฉลี่ย				49.17	6235301	3.613	49.67	1067059	3108.8	0.96	49.5	80283.167	0.153	0.629	200	50.5	6.36	2.630	50	6.435	1.739

POD = Percentage Of Deviation

ตารางผนวกที่ ค2 ผลการทดลองเปรียบเทียบวิธีการ BB_NUJA กับวิธีการอื่น กรณีพิเศษ

จำนวนงาน	จน.เครื่องจักร	ชุดสุ่ม seed	พิสัยเวลา (Tor.)	ENUMAP ค่า	ENUMAP จำนวนปม	ENUMAP เวลา (Sec)	BB_NUJA ค่า	BB_NUJA จำนวนปม	BB_NUJA เวลา (Sec)	No.of POD	No.of Reprod	GA ค่า	GA เวลา (Sec)	GA POD	MNEH_GA ค่า	MNEH_GA เวลา (Sec)	MNEH_GA POD
8	10	1234	3	396	69281	0.11	396	32401	0.09	0	200	396	6.21	0	396	6.25	0
			7	421	69281	0.1	421	33051	0.1	0	200	421	6.26	0	421	6.43	0
			10	444	69281	0.09	444	33890	0.07	0	200	444	6.17	0	444	6.25	0
		1324	3	376	69281	0.09	376	33797	0.07	0	200	376	6.18	0	376	6.26	0
			7	398	69281	0.07	398	34347	0.06	0	200	398	6.12	0	398	6.1	0
			10	404	69281	0.09	404	33594	0.06	0	200	404	6.02	0	404	6.14	0
เฉลี่ย				406.5	69281	0.09167	406.5	33513.33	0.075	0	200	406.5	6.16	0	406.5	6.24	0
9	10	1234	3	437	623530	0.4	437	232696	0.25	0	200	437	6.73	0	437	6.28	0
			7	462	623530	0.42	462	242646	0.28	0	200	462	6.17	0	462	6.26	0
			10	485	623530	0.41	485	249391	0.28	0	200	493	6.25	1.6495	485	6.25	0
		1324	3	424	623530	0.4	424	249989	0.28	0	200	425	6.31	0.2358	424	6.32	0
			7	445	623530	0.43	445	254057	0.29	0	200	448	6.25	0.6742	445	6.29	0
			10	451	623530	0.45	451	256915	0.28	0	200	451	6.35	0	451	6.32	0
เฉลี่ย				450.667	623530	0.41833	450.67	247615.7	0.277	0	200	452.67	6.343	0.427	450.667	6.287	0
10	10	1234	3	466	6.24E+06	3.48	466	1.85E+06	1.67	0	200	481	6.5	3.2189	468	6.64	0.4292
			7	491	6.24E+06	3.48	491	1.94E+06	1.7	0	200	500	6.51	1.833	493	6.56	0.4073
			10	507	6.24E+06	3.46	507	1.60E+06	1.75	0	200	512	6.43	0.9862	507	6.67	0

ตารางผนวกที่ ค2 (ต่อ)

จำนวนงาน	จน.เครื่องจักร	ชุดสุ่ม seed	พิสัยเวลา (Tor.)	ENUMAP ค่า	ENUMAP จำนวนปม	ENUMAP เวลา (Sec)	BB_NUJA ค่า	BB_NUJA จำนวนปม	BB_NUJA เวลา (Sec)	No.of POD	No.of Reprod	GA ค่า	GA เวลา (Sec)	GA POD	MNEH_GA ค่า	MNEH_GA เวลา (Sec)	MNEH_GA POD
10	10	1324	3	485	6.24E+06	3.59	485	2.23E+06	2.04	0	200	485	6.42	0	485	6.57	0
			7	507	6.24E+06	3.59	507	2.33E+06	2.07	0	200	521	6.37	2.76	507	6.39	0
			10	512	6.24E+06	3.62	512	2.26E+06	2.02	0	200	523	6.39	2.15	514	6.54	0.3906
เฉลี่ย				494.667	6235301	3.53667	494.67	2035833	1.875	0	200	503.67	6.436667	1.82	495.667	6.562	0.205
11	10	1234	3	539	6.86E+07	36.4	539	1.92E+07	16.375	0	200	563	6.48	4.45	549	6.62	1.8553
			7	564	6.86E+07	35.92	564	2.02E+07	17	0	200	573	6.52	1.60	573	6.56	1.5957
			10	580	6.86E+07	35.9	580	2.08E+07	17.29	0	200	609	6.51	5.00	585	6.46	0.8621
		1324	3	515	6.86E+07	37.37	515	1.54E+07	15.07	0	200	520	6.31	0.97	525	6.45	1.9417
			7	540	6.86E+07	37.26	540	1.68E+07	15.7	0	200	547	6.42	1.30	545	6.31	0.9259
			10	540	6.86E+07	37.18	540	1.48E+07	14.17	0	200	543	6.39	0.56	543	6.4	0.5556
เฉลี่ย				546.333	68588312	36.6717	546.33	17871667	15.9342	0	200	559.17	6.438333	2.31	553.333	6.467	1.2894
12	10	1234	3	865	8.23E+08	426.8	865	2.82E+08	221.6	0	200	889	6.52	2.77	867	6.6	0.2312
			7	884	8.23E+08	425.75	884	2.84E+08	221.98	0	200	903	6.51	2.15	891	6.56	0.7919
			10	910	8.23E+08	424.82	910	2.97E+08	229.7	0	200	913	6.71	0.33	915	6.53	0.5495
		1324	3	560	8.23E+08	441.56	560	1.53E+08	148.07	0	200	566	6.46	1.07	560	6.5	0
			7	584	8.23E+08	438.28	584	1.64E+08	155.81	0	200	589	6.45	0.86	588	6.46	0.6849
			10	585	8.23E+08	437.2	585	1.75E+08	141.35	0	200	589	6.51	0.68	593	6.48	1.3675
เฉลี่ย				731.333	823059745	432.402	731.33	2.26E+08	186.418	0	200	741.5	6.527	1.31	735.667	6.522	0.604

ตารางผนวกที่ ค3 เปรียบเทียบวิธีการที่เสนอกับวิธีการสับเปลี่ยนแบบสมบูรณ์

จำ	จน.	ชุดสุ่ม	จน.	ENUMST			B2002			P2006			S2006			M2006		
นวน	เครื่อง	(seed)	ทาง	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา	ค่า	จำนวน	เวลา
งาน	จักร		เลือกรวม		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)		ปม	(Sec)
4	3	1234	1024	175	41	0.312	175	9	0.078	175	12	0.125	175	14	0.11	175	14	0.11
4	3	1235	1024	177	41	0.422	177	7	0.11	177	11	0.063	177	7	0.078	177	7	0.109
4	3	1236	1024	118	41	0.266	118	20	0.172	118	21	0.11	118	21	0.15	118	21	0.172
4	3	1237	1024	135	41	0.266	135	21	0.141	135	5	0.031	135	4	0.016	135	4	0.015
4	3	1238	1024	146	41	0.266	146	6	0.047	146	6	0.047	146	8	0.047	146	6	0.047
เฉลี่ย			1024	150.2	41	0.306	150.2	12.6	0.110	150.2	11	0.075	150.2	10.8	0.080	150.2	10.4	0.091
5	3	1234	1024	162	206	1.313	162	8	0.125	162	11	0.078	162	16	0.109	162	16	0.109
5	3	1235	1024	129	206	1.157	129	14	0.109	129	24	0.063	129	31	0.063	129	21	0.078
5	3	1236	1024	139	206	1.156	139	24	0.172	139	31	0.156	139	24	0.141	139	24	0.109
5	3	1237	1024	149	206	1.156	149	14	0.094	149	14	0.093	149	14	0.062	149	14	0.093
5	3	1238	1024	145	206	1.172	145	16	0.074	145	32	0.063	145	19	0.062	145	18	0.094
5	3	1239	1024	180	206	1.157	180	10	0.062	180	23	0.062	180	16	0.063	180	16	0.063
เฉลี่ย			1024	150.67	206	1.185	150.6667	14.3333	0.106	150.6667	22.5	0.086	150.6667	20	0.083	150.6667	18.1667	0.091
6	3	1234	1024	197	1237	7.23	197	17	0.14	197	49	0.141	197	31	0.156	197	31	0.157
6	3	1235	1024	182	1237	6.82	182	26	0.094	182	51	0.11	182	121	0.094	182	48	0.11
6	3	1236	1024	179	1237	6.82	179	18	0.062	179	18	0.078	179	18	0.078	179	18	0.094

ตารางผนวกที่ ค3 (ต่อ)

จำนวนงาน	จน.เครื่องจักร	ชุดสุ่ม (seed)	จน.ทางเลือกรวม	ENUMST ค่า	ENUMST จำนวนปม	ENUMST เวลา (Sec)	B2002 ค่า	B2002 จำนวนปม	B2002 เวลา (Sec)	P2006 ค่า	P2006 จำนวนปม	P2006 เวลา (Sec)	S2006 ค่า	S2006 จำนวนปม	S2006 เวลา (Sec)	M2006 ค่า	M2006 จำนวนปม	M2006 เวลา (Sec)
6	3	1237	1024	142	1237	6.87	142	18	0.062	142	33	0.062	142	27	0.063	142	19	0.078
6	3	1238	1024	183	1237	6.79	183	33	0.141	183	33	0.14	183	76	0.14	183	33	0.141
6	3	1239	1024	193	1237	6.82	193	18	0.094	193	45	0.093	193	31	0.078	193	30	0.124
เฉลี่ย			1024	179.33	1237	6.892	179.3333	21.6667	0.099	179.3333	38.1667	0.104	179.3333	50.667	0.102	179.3333	29.8333	0.1173
7	3	1243	1024	135	8660	43.11	135	17	0.078	135	23	0.078	135	89	0.063	135	19	0.079
7	3	1244	1024	179	8660	43.844	179	14	0.063	179	15	0.063	179	382	0.062	179	15	0.062
7	3	1245	1024	141	8660	48.797	141	16	0.078	141	24	0.078	141	29	0.078	141	16	0.078
7	3	1246	1024	159	8660	48.625	159	48	0.172	159	340	0.188	159	49	0.171	159	48	0.156
7	3	1247	1024	218	8660	49.25	218	50	0.189	218	126	0.172	218	68	0.172	218	68	0.178
7	3	1248	1024	244	8660	49.406	244	34	0.125	244	35	0.093	244	121	0.125	244	35	0.125
เฉลี่ย			1024	179.33	8660	47.172	179.3333	29.8333	0.118	179.3333	93.83	0.112	179.33	123	0.112	179.3333	33.5	0.113
8	3	1243	1024	183	69281	634.953	183	22	0.141	183	22	0.062	183	2578	0.125	183	20	0.109
8	3	1244	1024	191	69281	459.141	191	38	0.125	191	759	0.125	191	132	0.125	191	130	0.109
8	3	1245	1024	225	69281	437.75	225	9	0.062	225	529	0.046	225	1991	0.047	225	255	0.047
8	3	1246	1024	187	69281	606.656	187	73	0.025	187	1198	0.171	187	300	0.235	187	230	0.219
8	3	1247	1024	235	69281	739.672	235	18	0.078	235	522	0.063	235	220	0.047	235	220	0.062
8	3	1248	1024	248	69281	472.843	248	24	0.094	248	25	0.078	248	25	0.094	248	25	0.079
เฉลี่ย			1024	211.5	69281	558.503	211.5	30.6667	0.088	211.5	509.167	0.091	211.5	874.33	0.112	211.5	146.667	0.104

ตารางผนวกที่ ค4 เปรียบเทียบวิธีการ B2002, P2006, S2006, และ M2006

จำนวนงาน	จน. เครื่องจักร	ชุดสุ่ม (seed)	จน. ทางเลือกรวม	B2002			P2006			S2006			M2006		
				ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)
11	4	2222	1024	293	170	18.51	293	2677	0.407	293	322	0.422	293	1350	0.438
11	4	1235	1024	332	201	19.016	332	700	0.484	332	2828	0.531	332	547	0.453
11	4	1236	1024	319	108	16.015	319	323	0.36	319	13658	0.75	319	2266	0.343
11	4	1237	1024	322	216	15.75	322	310	0.484	322	4937	0.469	322	2534	0.438
11	4	1122	1024	321	147	18.25	321	265	0.531	321	179	0.563	321	177	0.484
11	4	1239	1024	310	166	18.922	310	291	0.453	310	1433	0.422	310	1067	0.469
เฉลี่ย			1024	316.167	168	17.74	316.167	761	0.453	316.1667	3892.83	0.53	316.167	1323.5	0.44
12	4	1122	1024	333	78	214.461	333	153	0.328	333	107	0.344	333	105	0.282
12	4	1235	1024	377	195	215.562	377	746	0.406	377	830	0.406	377	532	0.391
12	4	2222	1024	308	305	225.359	308	1938	0.61	308	35675	2	308	6479	0.609
12	4	1237	1024	344	178	197.36	344	1414	0.422	344	514	0.484	344	482	0.343
12	4	1133	1024	348	88	181.45	348	91	0.64	348	115	0.45	348	115	0.469
12	4	1239	1024	297	145	183.359	297	2098	0.39	297	21538	0.594	297	1165	0.375
เฉลี่ย			1024	334.5	164.833	202.925	334.5	1073.33	0.466	334.5	9796.5	0.713	334.5	1479.7	0.412
13	4	1235	1024	402	285	2483.8	402	380	0.532	402	958	0.578	402	339	0.578
13	4	1111	1024	353	151	2225.9	353	1461	0.5	353	63788	2.391	353	1172	0.594
13	4	1236	1024	338	68	1714.67	338	462	0.203	338	958	0.203	338	152	0.172

ตารางผนวกที่ ค4 (ต่อ)

จำนวนงาน	จน.เครื่องจักร	ชุดสุ่ม (seed)	จน.ทางเลือกรวม	B2002			P2006			S2006			M2006		
				ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)
13	4	1237	1024	334	272	1874.5	334	6829	0.578	334	232	0.609	334	3787	0.609
13	4	1313	1024	393	125	1800.88	393	158	0.218	393	172	0.219	393	158	0.25
13	4	2222	1024	391	55	2150.06	391	118	0.141	391	118	0.172	391	118	0.141
เฉลี่ย			1024	368.5	159.33	2041.635	368.5	1568.00	0.362	368.50	11037.667	0.695	368.50	954.33	0.391
14	4	1111	1024	373	133	33972.8	373	174	0.328	373	120140	2.344	373	1647	0.391
14	4	4321	1024	132	147	33668.7	327	269	0.437	327	298	0.407	327	288	0.438
14	4	1236	1024	357	152	32451.9	357	242	0.468	357	5668	0.5	357	229	0.438
14	4	1237	1024	359	231	31432.6	359	5092	0.468	359	949	0.562	359	878	0.578
14	4	1238	1024	349	123	28956.9	349	2620	0.563	349	286	0.39	349	286	0.344
14	4	2222	1024	397	156	29798.7	397	2760	0.344	397	2422	0.359	397	279	0.344
เฉลี่ย			1024	327.83	157	31713.6	360.33	1859.5	0.435	360.33	21627.167	0.76	360.333	601.17	0.422
12	3	1111	1024	283	154	167.094	283	85944	0.625	283	443650	2.062	283	6425	0.766
12	3	1235	1024	302	126	153.735	302	15509	0.328	302	13605	0.359	302	24422	1.312
12	3	1122	1024	305	169	147.642	305	303	0.516	305	267	0.547	305	267	0.531
12	3	2222	1024	244	59	140.34	244	68	0.11	244	108	0.141	244	68	0.094
12	3	1144	1024	332	52	125.594	332	63	0.265	332	73	0.281	332	73	0.297
12	3	1155	1024	236	105	150.125	236	1137	0.344	236	21278	0.829	236	129	0.343
เฉลี่ย			1024	283.67	110.83	147.422	283.667	17170.667	0.365	283.6667	79830.167	0.703	283.667	5230.7	0.557

ตารางผนวกที่ ค4 (ต่อ)

จำนวนงาน	จน.เครื่องจักร	ชุดสุ่ม (seed)	จน.ทางเลือกรวม	B2002			P2006			S2006			M2006		
				ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)	ค่า	จำนวนปม	เวลา (Sec)
12	5	1111	1024	392	118	240.125	392	144	0.406	392	90989	0.797	392	154	0.406
12	5	1235	1024	381	245	298.391	381	876	0.547	381	18696	0.578	381	458	0.562
12	5	1122	1024	369	123	210	369	38227	0.625	369	12663	1.9	369	12277	0.766
12	5	1221	1024	358	360	220.063	358	27224	0.86	358	85837	1.797	358	13127	0.922
12	5	1010	1024	334	220	237.906	334	33791	1.234	334	361304	2.641	334	33087	2.156
12	5	1414	1024	350	171	218.4	350	5911	0.5	350	4469	0.532	350	432	0.5
เฉลี่ย			1024	364	206.167	237.481	364	17695.5	0.695	364.00	95659.667	1.37	364.00	9922.5	0.885
12	7	1234	1024	387	235	283.03	387	12844	0.84	387	80140	1.87	387	4734	0.859
12	7	1235	1024	384	234	337.141	384	5246	0.703	384	18953	0.844	384	2528	0.734
12	7	1414	1024	374	194	332.63	374	10689	1.219	374	377904	4.407	379	56930	1.922
12	7	1237	1024	399	269	280.67	399	44837	0.891	399	2439	0.781	399	2288	0.76
12	7	1122	1024	399	210	292.56	399	9957	0.89	399	2313	0.906	399	1649	0.953
12	7	1239	1024	412	160	327.65	412	32638	0.75	412	17142	1.68	412	3718	0.62
เฉลี่ย			1024	392.5	217	308.947	392.5	19368.5	0.882	392.5	83148.5	1.75	393.33	11975	0.975
12	9	1234	1024	463	199	326.620	463	2057	0.35	463	8251	0.719	463	1468	0.687
12	9	1233	1024	374	216	290.315	374	14545	0.953	374	439537	2.875	374	19447	1.773
12	9	1236	1024	451	158	378.5	451	24014	0.656	451	37040	1.734	451	7925	0.907

ตารางผนวกที่ ค4 (ต่อ)

จำนวนงาน	จน. เครื่องจักร	ชุดสุ่ม (seed)	จน. ทางเลือกรวม	B2002 ค่า	B2002 จำนวนปม	B2002 เวลา (Sec)	P2006 ค่า	P2006 จำนวนปม	P2006 เวลา (Sec)	S2006 ค่า	S2006 จำนวนปม	S2006 เวลา (Sec)	M2006 ค่า	M2006 จำนวนปม	M2006 เวลา (Sec)
12	9	1237	1024	457	171	362.87	457	18956	0.75	457	12025	0.875	457	5696	0.765
12	9	1238	1024	432	159	392.35	432	17084	0.625	432	62601	2.297	432	19731	1.828
12	9	1239	1024	431	143	410.39	431	46898	0.765	413	3477	0.578	431	2199	0.563
เฉลี่ย			1024	434.67	174.33	360.174	434.67	20592.333	0.683	431.6667	93821.833	1.513	434.667	9411	1.09
12	5	1234	512	322	139	210.547	322	280	0.328	322	187	0.329	322	186	0.296
12	5	1235	512	389	186	196.094	389	14103	0.5	389	68945	0.937	389	8368	0.578
12	5	1233	512	315	256	268.09	315	8549	0.828	315	86455	2.265	315	3557	0.859
12	5	1237	512	369	135	165.406	369	46130	0.36	369	39390	2.688	369	5741	0.344
12	5	1238	512	316	208	179.688	316	4153	0.453	316	21673	0.594	316	3637	0.469
12	5	1111	512	343	130	204.719	343	967	0.313	343	1860	0.328	343	497	0.312
เฉลี่ย			512	342.333	175.667	204.091	342.333	12363.667	0.464	342.3333	36418.333	1.190	342.333	3664.3	0.476
12	5	1223	1024	348	184	273.03	348	6473	0.68	348	28809	0.921	348	3154	0.735
12	5	1235	1024	381	245	244.203	381	876	0.532	381	18696	0.609	381	458	0.532
12	5	1233	1024	318	283	245.14	318	51891	1.125	318	40456	1.422	318	19496	1.28
12	5	1221	1024	358	360	220.063	358	27224	0.86	358	85837	1.797	358	13127	0.922
12	5	1236	1024	381	245	298.391	381	876	0.547	381	18696	0.578	381	458	0.562
12	5	1414	1024	350	171	218.4	350	5911	0.5	350	4469	0.532	350	432	0.5
เฉลี่ย			1024	356	248	249.87	356	15541.83	0.707	356	32827.167	0.9765	356	6187.5	0.755

ตารางผนวกที่ ค4 (ต่อ)

จำนวนงาน	จน.เครื่องจักร	ชุดสุ่ม (seed)	จน.ทางเลือกรวม	B2002 ค่า	B2002 จำนวนปม	B2002 เวลา (Sec)	P2006 ค่า	P2006 จำนวนปม	P2006 เวลา (Sec)	S2006 ค่า	S2006 จำนวนปม	S2006 เวลา (Sec)	M2006 ค่า	M2006 จำนวนปม	M2006 เวลา (Sec)
12	5	1110	2048	350	103	210.875	350	58995	0.719	350	116427	1.25	350	27918	0.719
12	5	1414	2048	344	330	217.037	344	1283	1.141	344	20737	1.141	344	1233	1.141
12	5	1515	2048	323	176	231.235	323	203	0.546	323	927	0.531	323	187	0.578
12	5	1237	2048	403	206	213.17	403	623	0.843	403	537	0.843	403	537	0.875
12	5	1133	2048	351	163	239.56	357	3313	0.98	357	194923	2.37	351	2990	1.047
12	5	1239	2048	352	227	278.64	352	1230	0.656	352	461	0.641	352	365	0.656
เฉลี่ย			2048	353.83	200.83	231.753	354.83	10941.167	0.814	354.8333	55668.667	1.129	353.833	5538.3	0.836
12	5	1234	4096	295	205	288.063	295	3318	1.234	295	11296	1.235	295	1810	1.062
12	5	1235	4096	374	151	268.984	374	192	0.828	374	60338	1.313	374	166	0.86
12	5	1122	4096	365	157	221.75	365	25870	1.031	365	1.11E+03	0.937	365	857	0.969
12	5	1237	4096	295	205	239.96	295	3318	0.938	295	11296	1.203	295	1810	1.172
12	5	1238	4096	355	144	233.67	335	282	0.688	355	251	0.75	355	249	0.703
12	5	1239	4096	353	144	249.5	353	217	0.578	353	179	0.61	353	174	0.61
เฉลี่ย			4096	339.5	167.67	250.321	336.17	5532.833	0.88	339.5	14078.83	1.008	339.5	844.33	0.896

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

นาย สวัสดิ์ ภาระราช
เกิดวันที่ 18 ธันวาคม

ที่อยู่ปัจจุบัน 19/54 ม.18 ตำบลคลองหนึ่ง อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี

ประวัติการศึกษา

ปริญญาตรี อุตสาหกรรมศาสตร์บัณฑิต (สาขาเทคโนโลยีการผลิต) สถาบันพระจอมเกล้าพระนครเหนือ พ.ศ. 2535

ปริญญาโท วิศวกรรมศาสตร์มหาบัณฑิต (วิศวกรรมระบบการผลิต) สถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย พ.ศ. 2540

ตำแหน่งปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์

สถานที่ทำงานปัจจุบัน ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี

ทุนที่ได้รับ 1. ทุนพัฒนาอาจารย์ สาขาขาดแคลน ทบวงมหาวิทยาลัย ปี พ.ศ. 2544

2. ทุนสนับสนุนการเสนอผลงานวิจัยแบบปากเปล่า ในการประชุมวิชาการของนิสิตระดับบัณฑิตศึกษา พ.ศ.2549 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. ทุนสนับสนุนงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา พ.ศ.2549 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

<u>ผลงานวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์</u>

Sawat Pararach, Peerayuth Charnsethikul, and Pichit Sukchareonpong. 2006. An Improvement of Lower Bound in Flowshop Scheduling with Uncertain Processing Times. **Thammasat International Journal of Science and Technology**, Vol. 11 No.4: 27-36.

Sawat Pararach and Pichit Sukchareonpong. 2006. A Combination of GA and NEH on an Uncertain Flowshop Scheduling Problem. **7th APIEMS 2006**. BKK, Thailand: 1361-1365.

Pararach S. , Charnsethikul P., and Sukchareonpong P. 2006. Improvement on Branch and Bound in Flowshop Scheduling: Probabilistic Processing Time Case. **IMECS 2006**. Hong Kong: 784-789

Sukchareonpong P., Charnsethikul P., and Pararach S. 2006. Branch and Bound on Flowshop Scheduling: Ranged Processing Time Case. **IMECS 2006**. Hong Kong: 665-670.

สวัสดิ์ ภาระราช และ พิชิต สุขเจริญพงษ์. 2548. การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการหาผลเฉลยแบบลงตัวสำหรับปัญหาการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอป. **การประชุมวิชาการข่ายงานวิศวกรรมอุตสาหการประจำปี 2548** (กรุงเทพฯ).

สวัสดิ์ ภาระราช. 2548. ขั้นตอนการจัดตารางงานสำหรับโครงการเพื่อลดจำนวนคนงานสูงสุดในโครงการก่อสร้าง. **การประชุมวิชาการข่ายงานวิศวกรรมอุตสาหการ ประจำปี 2548** (กรุงเทพฯ).

สมศักดิ์ เชื้อกิตติศักดิ์ และ สวัสดิ์ ภาระราช. 2548. การพัฒนาอุปกรณ์กัดลอกลายและลอกแบบสำหรับเครื่องกัด. **การประชุมวิชาการข่ายงานวิศวกรรมอุตสาหการ ประจำปี 2548** (กรุงเทพฯ).

สวัสดิ์ ภาระราช พิชิต สุขเจริญพงษ์ และ พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล. 2547. การประยุกต์วิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขตสำหรับปัญหาการจัดตารางงานแบบโฟล์วชอปที่เวลาการผลิตมีค่าเป็นช่วง. **การประชุมวิชาการข่ายงานวิศวกรรมอุตสาหการ ประจำปี 2547** (เชียงใหม่).

Sawat Pararach, Pichit Sukchareonpong, and Peerayuth Chansethikul**.** 2004. Different Cases of MILP Model for Flowshop Scheduling Problems. **Proceeding of Operations Research Cooperative Research Network in Thailand** 1: 257-265.

Totsasaset C., Nuttapol R., Supharerk P., Sawat P., 2003, Semi-Automatic Silk Screen Printing Machine with PLC Control (in Thai). **IE-Network Conference 2003**. Pitsanulok. Thailand: 131-138.

Sawat Pararach, 2002, Application of Industrial Robot in Material Inspection (in Thai), **IE-Network Conference 2002**, Kanjanaburi, Thailand: 434-440.