

บทที่ 6

การพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์

บทนี้จะกล่าวถึงการพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวแบบที่ได้พัฒนาขึ้นนั้นมีวัตถุประสงค์ในการหาช่วงเวลาในการสั่งซื้อที่เหมาะสมหรือที่เกิดความประหยัดที่สุด โดยพัฒนาด้านของต้นทุนในการสั่งซื้อสินค้า (Ordering cost) ต้นทุนในการเก็บรักษาสินค้าคงคลัง (Holding cost) และต้นทุนในการขนส่งสินค้า (Transportation cost) ซึ่งจะอธิบายในรายละเอียดต่อไปในส่วนของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ แต่ก่อนที่จะพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ จะต้องมีส่วนที่เกี่ยวข้องหรือที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะอธิบายในส่วนถัดไป

6.1 การพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์ของงานวิจัยนี้ได้ศึกษาถึงช่วงเวลาในการสั่งซื้อที่เหมาะสม ต้นทุนที่พิจารณามี 3 ประเภท คือ ต้นทุนการสั่งซื้อ ต้นทุนการเก็บรักษา และต้นทุนการขนส่ง สมการมุ่งหมายของตัวแบบที่จะพัฒนาขึ้นนี้ จึงเป็นดังต่อไปนี้

$$\text{ต้นทุนรวม} = \text{ต้นทุนการสั่งซื้อ} + \text{ต้นทุนการเก็บรักษา} + \text{ต้นทุนการขนส่ง}$$

6.1.1 ต้นทุนการสั่งซื้อ

จากการคำนวณข้อมูลก่อนหน้า ต้นทุนในการสั่งซื้อจะทำการคำนวณมาจากกิจกรรมของผู้ทำการสั่งซื้อ ซึ่งประกอบด้วย ต้นทุน 2 ชนิด คือ ต้นทุนการสั่งซื้อต่อครั้ง และต้นทุนการสั่งซื้อสินค้าแต่ละชนิดการสั่งซื้อ

ตารางที่ 6.1

ตัวแปรของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของต้นทุนการสั่งซื้อ

ตัวแปร	คำนิยาม
FOC	ต้นทุนการสั่งซื้อสินค้าต่อหนึ่งครั้งการซื้อ
VOC_i	ต้นทุนการสั่งซื้อสินค้าต่อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i
Z_t	การตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ต่อครั้ง ในช่วงเวลา t $Z_t = \{0,1\}$ 0 หมายความว่า ไม่มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ในช่วงเวลา t 1 หมายความว่า มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ในช่วงเวลา t
Y_{it}	การตัดสินใจการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t $Y_{it} = \{0,1\}$ 0 หมายความว่า ไม่มีการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t 1 หมายความว่า มีการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ ชนิด i ในช่วงเวลา t
X_{it}	การตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t $X_{it} = \{0,1\}$ 0 หมายความว่า ไม่มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ชนิด i ในช่วงเวลา t 1 หมายความว่า มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ชนิด i ในช่วงเวลา t
M	ค่าที่มีค่ามาก (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)
Q_{it}	ปริมาณการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)

ต้นทุนการสั่งซื้อ จะคำนวณจาก ผลรวมของต้นทุนการสั่งซื้อสินค้าต่อหนึ่งครั้งการซื้อ คูณด้วยการตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t โดย $X_t = \{0,1\}$, 0 หมายความว่า ไม่มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ชนิด i ในช่วงเวลา t และ 1 หมายความว่า มีการ

จัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ชนิด i ในช่วงเวลา t บวกด้วย ผลรวมของต้นทุนการสั่งซื้อสินค้าต่อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i คูณด้วยการตัดสินใจการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t และข้อจำกัดในสมการนี้ คือปริมาณการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับการตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t คูณด้วย M และปริมาณการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t จะต้องมีค่ามากกว่าปริมาณการตัดสินใจการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t เพื่อป้องกันการขาดแคลนของสินค้า และผลรวมของปริมาณการตัดสินใจสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t ต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับปริมาณการตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t ดังแสดงในสมการที่ 1 ถึงสมการที่ 6

สมการของต้นทุนการสั่งซื้อ

$$\text{Ordering Cost} = \sum_t FOC \cdot Z_t + \sum_t \sum_i VOC_i \cdot Y_{it} \quad (1)$$

Constraints

$$Q_{it} \leq Y_{it} \cdot M \quad \forall i, \forall t \quad (2)$$

$$Q_{it} > -M \cdot (1 - Y_{it}) \quad \forall i, \forall t \quad (3)$$

$$\sum_i Y_{it} \geq Z_t \quad \forall t \quad (4)$$

$$Z_t \leq \sum_t \sum_i X_{it} M \quad \forall i, \forall t \quad (5)$$

$$MZ_t \geq \sum_t \sum_i X_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (6)$$

6.1.2 ต้นทุนการเก็บรักษา

ทางฝ่ายบัญชีจะทำการคำนวณต้นทุนในการเก็บรักษารวมทั้งสามแผนกทั้งแผนก LSI, MCR และ แผนก MCH โดยคิดรวมกันและทำการเฉลี่ยออกมาได้ค่าต้นทุนการเก็บรักษา ต่อหนึ่งหน่วยของการจัดเก็บ

ตารางที่ 6.2

ตัวแปรของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของต้นทุนการเก็บรักษา

ตัวแปร	คำนิยาม
h	ต้นทุนในการจัดเก็บสินค้า ต่อหน่วย
I_{it}	คงคลังกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)
D_{it}	ปริมาณการใช้กล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)
FP	จำนวนช่วงเวลา (Fix Ordering Period)
Z_t	การตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ต่อครั้ง ในช่วงเวลา t $Z_t = \{0,1\}$ 0 หมายความว่า ไม่มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ในช่วงเวลา t 1 หมายความว่า มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ในช่วงเวลา t
Q_{it}	ปริมาณการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)

ต้นทุนการเก็บรักษา จะคำนวณจาก ผลรวมคงคลังกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t คูณด้วยต้นทุนในการจัดเก็บสินค้า ต่อหน่วย และข้อจำกัดในสมการนี้คือคงคลังของกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t จะต้องมีความเท่ากับผลรวมระหว่างของคงคลังของกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา $t-1$ และปริมาณการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t ลบด้วยปริมาณการใช้กล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t และการตัดสินใจในการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดใด ช่วงเวลาใด จะต้องมีความเท่ากับหนึ่งครั้งต่อหนึ่งวัน ดังแสดงในสมการที่ 7 สมการที่ 9

สมการของต้นทุนการเก็บรักษา

$$\text{Holding Cost} = \sum_t \sum_i h \cdot I_{it} \quad (7)$$

Constraints

$$I_{it} = I_{i,t-1} + Q_{it} - D_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (8)$$

$$Z_t + Z_{t-1} + \dots + Z_{t-(FP-1)} = 1 \quad \forall t \quad (9)$$

6.1.3 ต้นทุนการขนส่ง

ต้นทุนการขนส่งสินค้าเป็นต้นทุนคงที่คิดเป็นต่อครั้งการขนส่ง มีค่าเท่ากับ 800 บาท ต่อการขนส่งต่อหนึ่งครั้ง

ตารางที่ 6.3

ตัวแปรของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของต้นทุนการขนส่ง

ตัวแปร	คำนิยาม
Q_{it}	ปริมาณการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t
W_i	ตัวถ่วงน้ำหนักของกล่องแต่ละชนิด
C	ความสามารถในการขนส่งสินค้าต่อครั้งในช่วงเวลา t
Z_t	การตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ต่อครั้ง ในช่วงเวลา t $Z_t = \{0,1\}$ 0 หมายความว่า ไม่มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ในช่วงเวลา t 1 หมายความว่า มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ในช่วงเวลา t
T	ต้นทุนการขนส่งสินค้าต่อครั้งการขนส่ง มีค่าเท่ากับ 800 บาท

จากข้อมูลก่อนหน้าสามารถได้สมการของต้นทุนการขนส่ง โดยมีค่าเท่ากับผลรวม ต้นทุนการขนส่งสินค้าต่อครั้งการขนส่งมีค่าเท่ากับ 800 บาท คูณด้วยการตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t โดย $Z_t = \{0,1\}$, 0 หมายความว่า ไม่มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ในช่วงเวลา t และ 1 หมายความว่า มีการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ ในช่วงเวลา t และข้อจำกัดใน สมการนี้คือ ผลรวมของปริมาณการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์แต่ละชนิด ต้องมีค่าน้อยกว่า ความสามารถในการส่งสินค้าในช่วงเวลานั้น ดังแสดงในสมการที่ 10 ถึงสมการที่ 11

สมการของต้นทุนการเก็บรักษา

$$\text{Transportation Cost} = \sum_t T \cdot Z_t \quad (10)$$

Constraints

$$\sum_i Q_{it} \cdot W_i \leq C \quad \forall t \quad (11)$$

6.3 สรุปตัวแบบทางคณิตศาสตร์

ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ต้นทุนรวมต่ำสุด (Minimize Total Cost, Min TC) มีค่าเท่ากับ ผลรวมของต้นทุนการสั่งซื้อ ต้นทุนการเก็บรักษา และต้นทุนการขนส่ง

$$\text{ต้นทุนรวม} = \text{ต้นทุนการสั่งซื้อ} + \text{ต้นทุนการเก็บรักษา} + \text{ต้นทุนการขนส่ง}$$

ตารางที่ 6.4

ตัวแปรของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของต้นทุนรวม

ตัวแปร	คำนิยาม
FOC	ต้นทุนการสั่งซื้อสินค้าต่อหนึ่งครั้งการซื้อ
VOC_i	ต้นทุนการสั่งซื้อสินค้าต่อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i
Y_{it}	การตัดสินใจการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t
M	ค่าที่มีค่ามาก (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)
h	ต้นทุนในการจัดเก็บสินค้า ต่อหน่วย
I_{it}	คงคลังกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)
D_{it}	ปริมาณการใช้กล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t
Q_{it}	ปริมาณการสั่งซื้อกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิดที่ i ในช่วงเวลา t (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)
W_i	ตัวถ่วงน้ำหนักของกล่องแต่ละชนิด

ตารางที่ 6.4 (ต่อ)

ตัวแปรของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของต้นทุนรวมต่ำสุด

ตัวแปร	คำนิยาม
C	ความสามารถในการขนส่งสินค้า ในช่วงเวลา t
Z_t	การตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ต่อครั้ง ในช่วงเวลา t
X_{it}	การตัดสินใจการจัดส่งกล่องบรรจุภัณฑ์ชนิด i ในช่วงเวลา t
FP	จำนวนช่วงเวลา (Fix Ordering Period) (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์)
T	ต้นทุนการขนส่งสินค้าต่อการสั่งการขนส่ง มีค่าเท่ากับ 800 บาท

$$\text{Min TC} = \sum_t FOC \cdot Z_t + \sum_t \sum_i VOC_i \cdot Y_{it} + \sum_t \sum_i h \cdot I_{it} + \sum_t T \cdot Z_t \quad (6.1)$$

Constraints

$$\sum_i Q_{it} \cdot W_i \leq C \quad \forall t \quad (6.2)$$

$$Q_{it} \leq Y_{it} \cdot M \quad \forall i, \forall t \quad (6.3)$$

$$Q_{it} > -M \cdot (1 - Y_{it}) \quad \forall i, \forall t \quad (6.4)$$

$$\sum_i Y_{it} \geq Z_t \quad \forall t \quad (6.5)$$

$$I_{it} = I_{i,t-1} + Q_{it} - D_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (6.6)$$

$$Z_t + Z_{t-1} + \dots + Z_{t-(FP-1)} = 1 \quad \forall t \quad (6.7)$$

$$Z_t \leq \sum_i X_{it} M \quad \forall i, \forall t \quad (6.8)$$

$$MZ_t \geq \sum_i X_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (6.9)$$