

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

จิรพงศ์ กสิทธิชัยอำนวย. กลศาสตร์การแตกหัก. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2553.

### ภาษาต่างประเทศ

Al-Mahaidi R., Liu H.B. and Zhao X.L. The effect of fatigue loading on bond strength of cfrp bonded steel plate joints. Proceedings of the International Symposium on Bond Behavior of FRP in Structures (2005) : 451-455.

Al-Mahaidi R., Fawzia S. and Zhao X.L. Experimental and finite element analysis of a double strap joint between steel plates and normal modulus CFRP. Composite Structures 75 (2006) : 156-162.

American Association of State Highway Bridges (ASSHTO). Standard Specifications for Highway Bridges (1996) 16<sup>th</sup> Edition.

Anderson T.L. Fracture Mechanics : Fundamental and Applications (1991) CRC Press, ISBN 0-8493-4277-5.

Bogy D.B. and Wang K.C. Stress Singularities at Interface Corners in Bonded Dissimilar Isotropic Elastic Materials. International Journal of Solids and Structures 7 (1971) : 993-1005.

Carpenter W.C. Calculation of fracture mechanics parameters for a general corner. International Journal of Fracture 24 (1984) : 45-58.

Carpenter W.C. Mode I and mode II stress intensities for plates with cracks of finite opening. International Journal of Fracture 26 (1984) : 201-214

Carpenter W.C. and Byers C. A path independent integral for computing stress intensities for V-notched cracks in a bi-material. International Journal of Fracture 35 (1987) : 245-268.

Carpenter W.C. and Byers C. Insensitivity of the reciprocal work contour integral method to higher order eigenvectors. International Journal of Fracture 73 (1995) : 93-108

- Colombi P., Bocciarelli M., Fava G. and Poggi C. Prediction of Debonding strength of tensile steel/cfrp joints using fracture mechanics and stress based criteria. Engineering Fracture Mechanics 76 (2009) : 299-313.
- Colombi P., Bocciarelli M., Fava G. and Poggi C. Fatigue performance of tensile steel members strengthened with cfrp plates. Engineering Fracture Mechanics 87 (2009) : 334-343.
- Deng J. and Lee M.K. Fatigue performance of metallic beam strengthened with a bonded CFRP plate. Composite Structures 78 (2007) : 222-23.
- Ernesto P.F. Analysis of singular regions in bonded joints. International Journal of Fracture 105 (2000) : 1-25.
- Fisher J.W., Frank K.H., Hirt M.A. and McNamee B.M. Effect of weldments on the fatigue strength of steel beams. NCHRP Report no.102, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C. (1970)
- Fisher J.W., Albrecht P., Yen B.T., and Klingerman D.J. Fatigue strength of beams with stiffeners and attachments. NCHRP Report no.147, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C. (1974)
- Fisher J.W., Mertz D.R. and Zhong A. Steel bridge members under variable amplitude long life fatigue loading. NCHRP Report no.267, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C. (1983)
- Fisher J.W., Yen B.T. and Wang D. Fatigue and fracture evaluation for rating riveted Bridges. NCHRP Report no.302, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C. (1987)
- Gradin P.A. and Groth H.L. A fracture criterion for adhesive joints in terms of material induced singularities. Proceeding of the Third International Conference on Numerical Methods in Fracture Mechanics (1984) : 711-720.
- Green A.E. and Zirna W. Theoretical Elasticity Oxford University Press (1968)
- Groth H.L. A method to predict fracture in an adhesively bonded joint. International Journal of adhesion and adhesives 5 (1985) : 19-22.
- Hong C.C. and Stern M. The computation of stress intensity factors in dissimilar materials. Journal of Elasticity 8 (1978) : 21-34.

- Japanese Society of Steel Construction (JSSC). Fatigue Design Recommendations for steel structures. (English version) (1995)
- Lenwari A. and Thepchatrri T. Debonding Strength of Steel Beams Strengthened with CFRP Plates. ASCE Journal of Composites for Construction 10 (2006) : 69-78.
- Liechti K.M. and Mohammed I. The effect of corner angles in bimaterial structures. International Journal of Solids and Structures 38 (2001) : 4375-4394.
- Liu X.H., Suo Z. and Ma Q. Split singularities : stress field near the edge of silicon die on a polymer substrate. Acta mater. 47 (1999) : 67-76.
- Munz D. and Tang Y.Y. Stress singularities at the interface in bonded dissimilar material under mechanical and thermal loading. Journal of Applied Mechanics 59 (1992) : 857-861.
- Quaresimin M. and Ricotta M. Fatigue behavior and damage evolution of single lap bonded joints in composite material. Composites Sciences and Technology 66 (2005) : 176-187.
- Reedy Jr. E.D. Intensity of stress singularities at the interface corner between a bonded elastic and rigid layer. Engineering Fracture Mechanics. 36 (1990) : 575-583
- Schnerch D., Dawood M., Rizkalla S., Summer E. and Stanford K. Bond behavior of cfrp strengthened steel structures. Proceeding of the International Symposium on bond Behavior of FRP in Structures (BBFS2005) (2005) : 435-444.
- Shin K.C., Kim S.W. and Lee J.J. Application of stress intensity to design of anisotropic/isotropic bi-materials with a wedge. International Journal of Solids and Structures 44 (2007) : 7748-7766.
- Sills L.B. and Sherer A. A conservative integral for determining stress intensity factors of a bimaterial notch. International Journal of Fracture 115 (2002) : 1-26.
- Stern M., Becker E.B. and Dunham R.S. A contour integral computation of mixed-mode stress intensity factors. International Journal of Fracture 12 (1976) : 359
- Steel Structure Painting Council Specification 1991. Surface Preparation 2 : System and Specification 6<sup>th</sup> edition. Pittsburgh, P.A.
- Wang C.H. and Rose L.R.F. Compact solutions for corner singularity in bonded lap joints. International Journal of Adhesion and Adhesives 20 (2000) : 145-154.

ภาคผนวก



## ภาคผนวก ก.

### การสอบเทียบเครื่องมือ

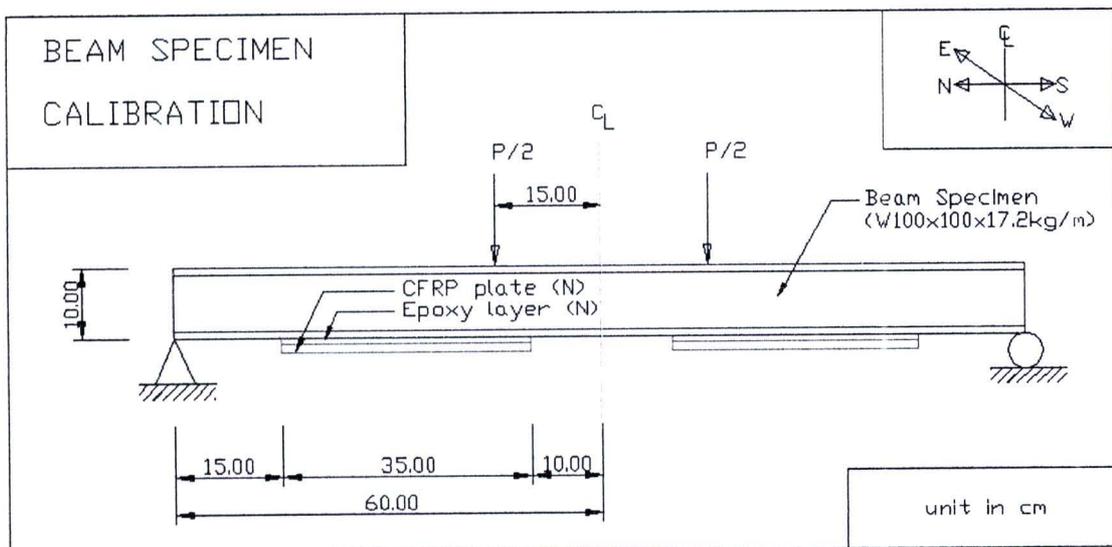
1. การสอบเทียบเครื่องทดสอบแรงแบบพลวัต (Servopulser) ด้วย Proving ring ภายใต้แรงสถิต โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อประมาณค่าแรงกระทำของเครื่องทดสอบแบบพลวัตโดยอ้างอิงขนาดของแรงกระทำจาก Proving ring

รายละเอียดการสอบเทียบเครื่องมือมีดังต่อไปนี้

- เครื่องทดสอบแรงแบบพลวัตขนาด 20 ตัน แสดงค่า %Indicator เป็นพารามิเตอร์ของแรงกระทำ

- Proving ring ขนาด 25 ตัน แสดงระยะจม (Penetration) 1 ช่อง (1 div) เท่ากับ 0.002 มม. หรือ 1 ช่องเท่ากับ 35.7 กิโลกรัม (อ้างอิงจาก Proving ring)

การติดตั้งการสอบเทียบเครื่องทดสอบแรงแบบพลวัตด้วย Proving ring ภายใต้แรงสถิต แสดงดังรูปที่ ก.1



รูปที่ ก.1 การติดตั้งการสอบเทียบเครื่องทดสอบแรงแบบพลวัต (Servopulser) ด้วย Proving ring ภายใต้แรงสถิต

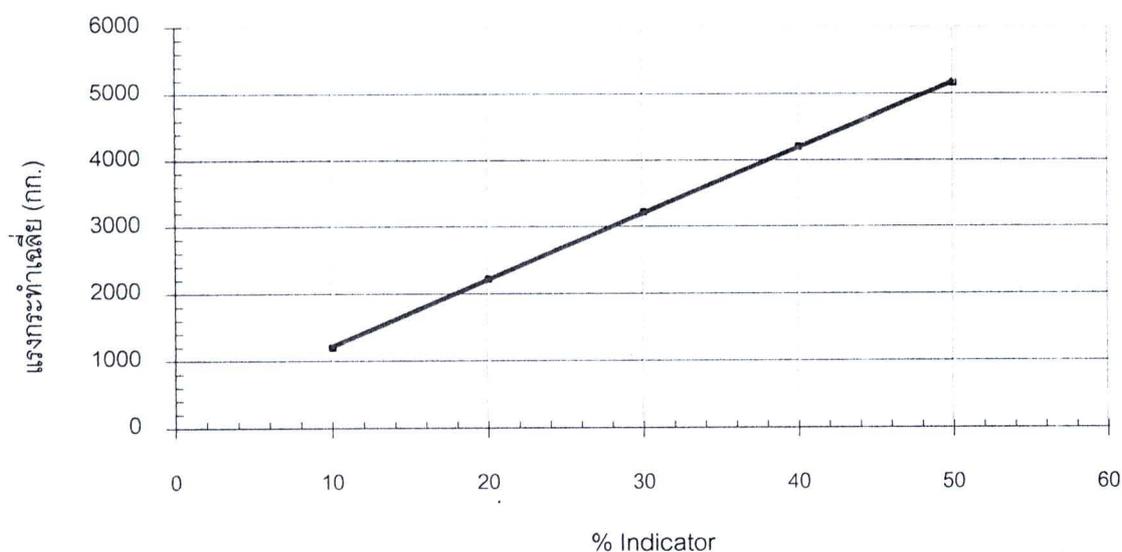
ในขณะที่สอบเทียบเครื่องมือเครื่องทดสอบแรงแบบพลวัตด้วย Proving ring ภายใต้แรงสถิต จะอ่านจำนวนช่องระยะจมของ Proving Ring กับค่า 10%, 20%, 30%, 40%, และ 50% Indicator ของเครื่องทดสอบแรงแบบพลวัต

ผลการสอบเทียบเครื่องมือเครื่องทดสอบแรงแบบพลวัตด้วย Proving ring ภายใต้แรงสถิต แสดงดังตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1 ผลการสอบเทียบเครื่องทดสอบแรงแบบพลวัตด้วย Proving ring ภายใต้แรงสถิต

Indicator (%)	จำนวนช่องระยะจมนี้อ่านได้จาก Proving Ring				ระยะจมนเฉลี่ย (มม.)	แรงกระทำเฉลี่ย (กก.)
	ครั้งที่1	ครั้งที่2	ครั้งที่3	ค่าเฉลี่ย		
10	34	34	33	33.7	0.067	1203.09
20	62	62.5	62	62.2	0.124	2220.54
30	90.5	90	90	90.2	0.180	3220.14
40	118	118	117.5	117.8	0.236	4205.46
50	144.5	145	144.5	144.7	0.289	5165.79

จากตารางที่ ก.1 สามารถนำมาสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง %Indicator กับแรงกระทำเฉลี่ย (อ่านจาก Proving Ring) เพื่อหาสมการของแรงกระทำของเครื่องทดสอบแรงแบบพลวัต ได้ดังรูปที่ ก.2



รูปที่ ก.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ (อ่านจาก Proving Ring) กับ %Indicator

จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ (อ่านจาก Proving Ring) กับ %Indicator สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการได้ดังต่อไปนี้

$$P = 99.139(\%Ind) + 227.77 \quad (ก.1)$$

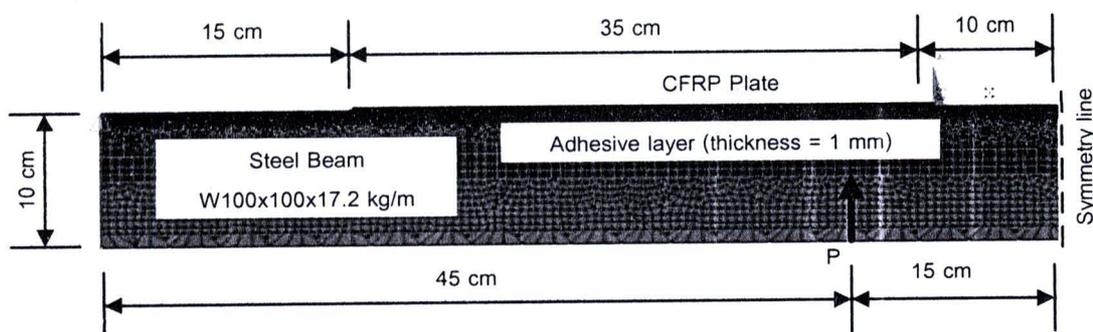
โดยที่  $P$  = แรงกระทำ (กิโลกรัม)



จากรูปที่ ก.3 แสดงตำแหน่งการติดเกจความเครียด (SG) โดยที่ SG1 คือเกจความเครียดในตำแหน่งกึ่งกลางของความยาวคาน (ท้องคาน), SG2 และ SG3 คือเกจความเครียดในตำแหน่งกึ่งกลางของความยาวแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอนในทิศเหนือและทิศใต้ ตามลำดับ และ Dial gauge ในตำแหน่งกึ่งกลางของความยาวคาน (ท้องคาน)

ในขณะที่สอบเทียบเกจความเครียดภายใต้แรงสถิตจะอ่านค่าความเครียดที่เกิดขึ้นทั้ง 3 ตำแหน่งกับแรงกระทำที่อ่านได้จาก Proving ring (14 ช่องเท่ากับ 500 กิโลกรัม) เท่ากับ 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500, 5000, 5500, และ 6000 กิโลกรัม ในขณะที่เพิ่มแรง ตามลำดับ และ 5500, 5000, 4500, 4000, 3500, 3000, 2500, 2000, 1500, 1000, และ 500 กิโลกรัม ในขณะที่ลดแรง ตามลำดับ และค่าความเค้นที่ได้จากการทดลองแสดงดังตารางที่ ก.2

การวิเคราะห์ค่าความเค้นจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้เอลิเมนต์ชนิด plane 82 (สี่เหลี่ยม/สามเหลี่ยม 8 จุด) ในความเค้นระนาบแบบมีความหนาแสดงดังรูปที่ ก.4 เพื่อใช้เปรียบเทียบค่าความเค้นที่ได้จากการทดลองแสดงดังตารางที่ ก.3 และ ก.4 ตามลำดับ



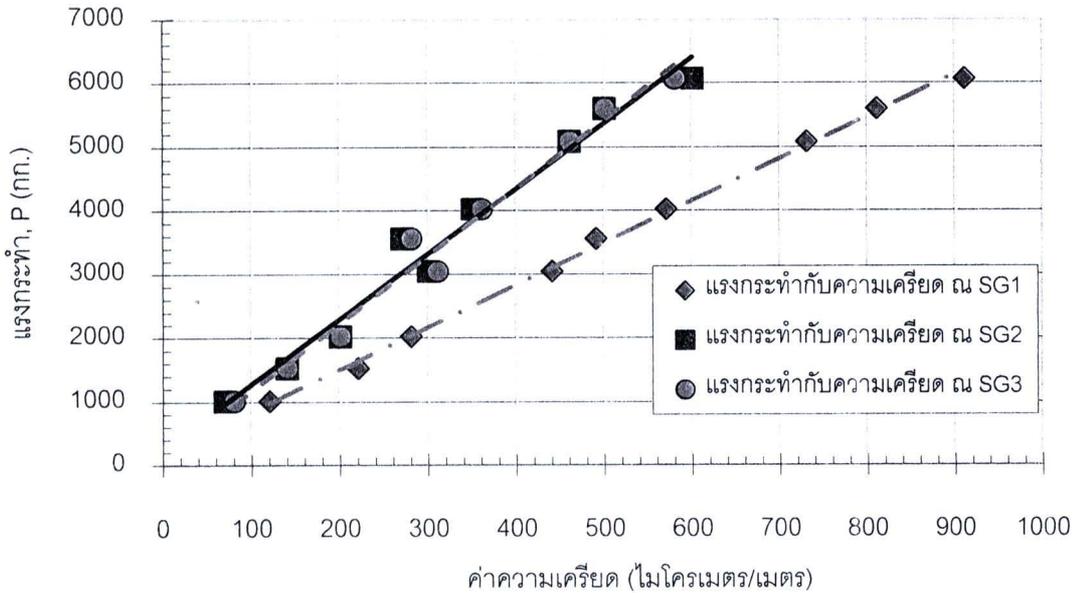
รูปที่ ก.4 โมเดลการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ตารางที่ ก.2 ผลการสอบเทียบผลจากการวัดค่าความเครียด ณ ตำแหน่งต่างๆ (DG = Dial Gauge (0.001 มม. / 1 ช่อง), และ % Ind = % Indicator)

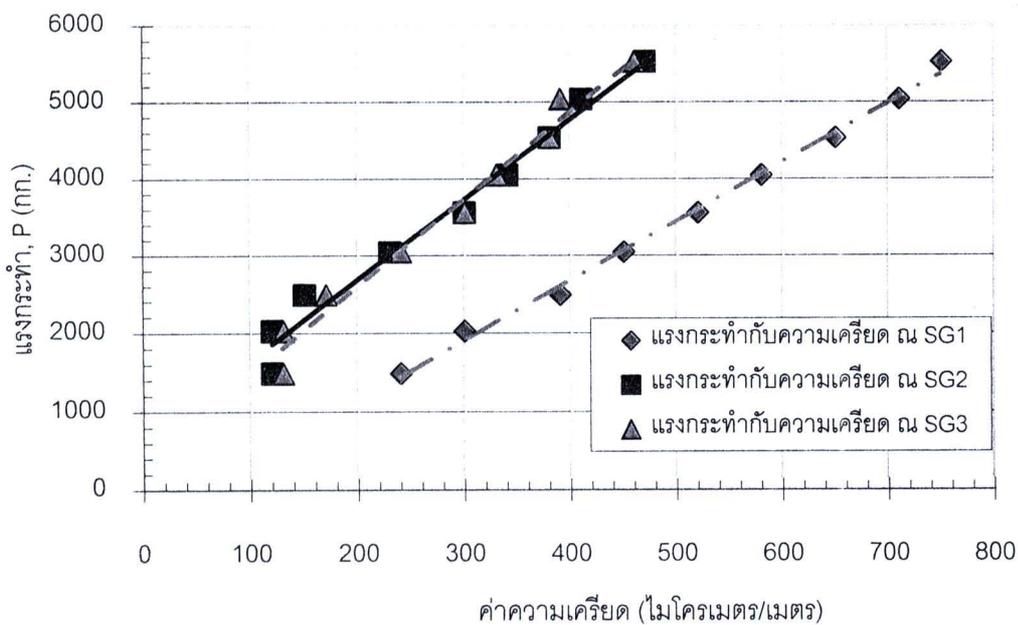
ลำดับ	ค่าจากการทดลองขณะเพิ่มแรง										ค่าจากการทดลองขณะลดแรง									
	% Ind	แรง กระทำ (กก.)	DG	ระยะ โก่งตัว (มม.)	ความเครียด ( $\mu m/m$ )			ความเค้น (กก./ตร.มม.)			% Ind	แรง กระทำ (กก.)	DG	ระยะ โก่งตัว (มม.)	ความเครียด ( $\mu m/m$ )			ความเค้น (กก./ตร.มม.)		
					SG1	SG2	SG3	$\sigma_{N/1}$	$\sigma_{N/2}$	$\sigma_{N/3}$					SG1	SG2	SG3	$\sigma_{N/1}$	$\sigma_{N/2}$	$\sigma_{N/3}$
1	7.9	1012.8	39	0.039	120	70	80	240	140	160	12.7	1488.5	55	0.055	240	120	130	480	240	260
2	13.1	1528.1	56	0.056	220	140	140	440	280	280	18.1	2023.6	78	0.078	300	120	130	600	240	260
3	18.1	2023.6	78	0.078	280	200	200	560	400	400	22.8	2489.4	93	0.093	390	150	170	780	300	340
4	28.4	3044.4	115	0.115	440	300	310	880	600	620	28.4	3044.4	114	0.114	450	230	240	900	460	480
5	33.6	3559.7	136	0.136	490	270	280	980	540	560	33.6	3559.7	135	0.135	520	300	300	1040	600	600
6	38.3	4025.4	154	0.154	570	350	360	1140	700	720	38.5	4045.3	152	0.152	580	340	330	1160	680	660
7	49.0	5085.8	189	0.189	730	460	460	1460	920	920	43.4	4530.9	171	0.171	650	380	380	1300	760	760
8	54.2	5601.1	210	0.210	810	500	500	1620	1000	1000	48.5	5036.3	187	0.187	710	410	390	1420	820	780
9	58.9	6066.9	229	0.229	910	600	580	1820	1200	1160	53.5	5531.8	209	0.209	750	470	460	1500	940	920

หมายเหตุแรงกระทำคำนวณจากสมการ ก.1 (กก.)

จากตารางที่ ก.2 สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำกับค่าความเครียดในขณะเพิ่มแรงและลดแรงได้ดังรูปที่ ก.5 และ ก.6



รูปที่ ก.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำกับค่าความเครียด ณ ตำแหน่งใด ขณะเพิ่มแรง

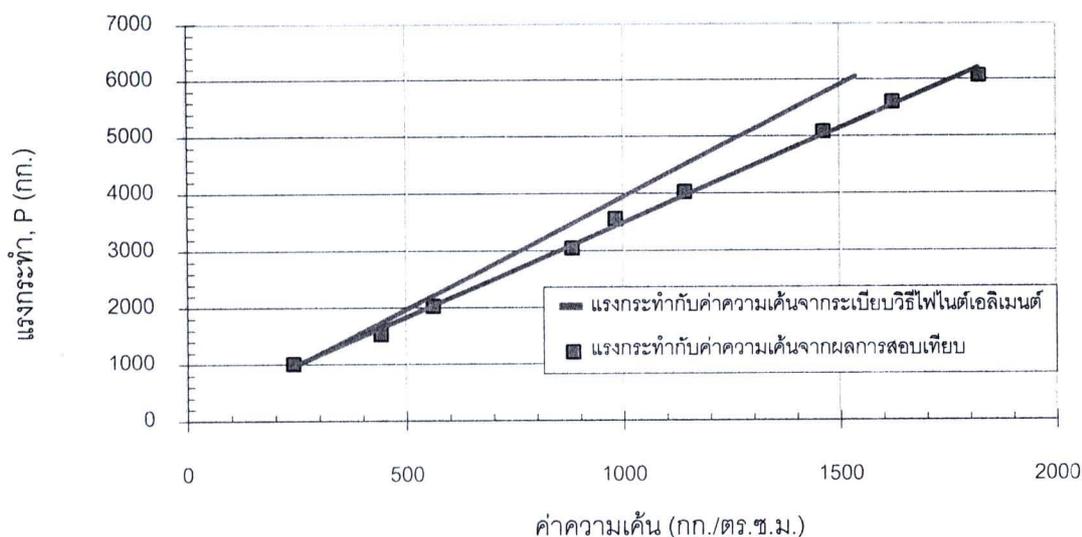


รูปที่ ก.6 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำกับค่าความเครียด ณ ตำแหน่งใด ขณะลดแรง

จากผลการวิเคราะห์ค่าความเค้นจากการทดลองในตารางที่ ก.2 สามารถเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ค่าความเค้นจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมได้ดังตารางที่ ก.3 และ ก.4 และผลการเปรียบเทียบระหว่างผลการวิเคราะห์จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลการสอบเทียบได้ดังรูปที่ ก.7 และ ก.8

ตารางที่ ก.3 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ค่าความเค้นจากระเบียบไฟไนต์เอลิเมนต์และการสอบเทียบเกจความเครียดในขณะเพิ่มแรง

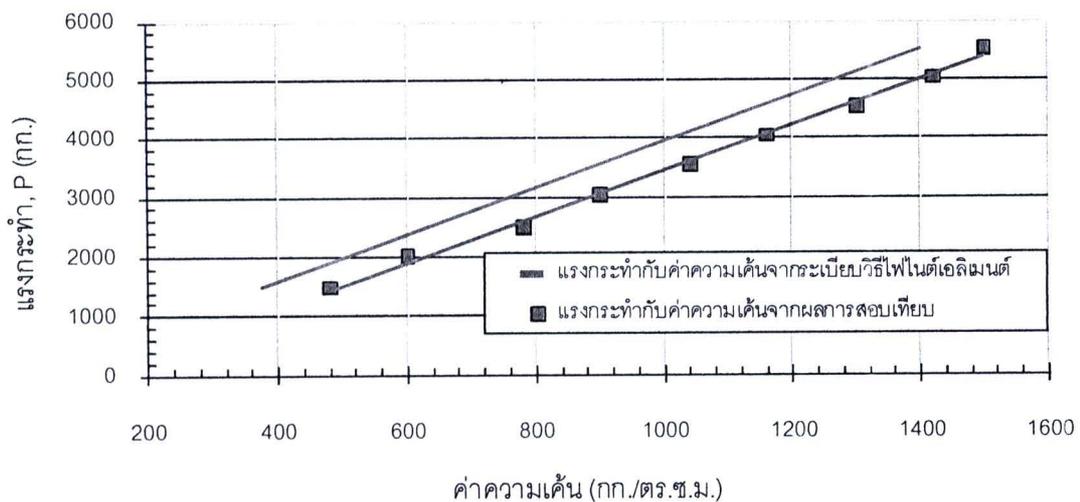
แรงกระทำ (กก.)	ค่าความเค้นจากระเบียบทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (กก./ตร.ซม.)			ค่าความเค้นจากการสอบเทียบขณะเพิ่มแรง (กก./ตร.ซม.)			% ความคลาดเคลื่อน		
	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_{SG1}$	$\sigma_{SG2}$	$\sigma_{SG3}$	SG1	SG2	SG3
1012.8	253.34	146.16	146.16	240.00	140.00	160.00	-5.27	-4.21	9.47
1528.1	387.13	223.35	223.35	440.00	280.00	280.00	13.66	25.36	25.36
2023.6	512.66	295.77	295.77	560.00	400.00	400.00	9.23	35.24	35.24
3044.4	771.26	444.96	444.96	880.00	600.00	620.00	14.10	34.84	39.34
3559.7	901.81	520.28	520.28	980.00	540.00	560.00	8.67	3.79	7.63
4025.4	1019.80	588.36	588.36	1140.00	700.00	720.00	11.79	18.98	22.37
5085.8	1288.44	743.34	743.34	1460.00	920.00	920.00	13.32	23.77	23.77
5601.1	1418.99	818.66	818.66	1620.00	1000.00	1000.00	14.17	22.15	22.15
6066.9	1536.99	886.74	886.74	1820.00	1200.00	1160.00	18.41	35.33	30.82
ค่าเฉลี่ยสัมบูรณ์ของ % ความคลาดเคลื่อน							9.05	16.97	18.01



รูปที่ ก.7 เปรียบเทียบค่าความเค้นจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับค่าความเค้นจากการสอบเทียบเกจความเครียดขณะเพิ่มแรง ณ จุด SG1

ตารางที่ ก.4 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ค่าความเค้นจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการ  
สอบเทียบเกจความเครียดในขณะลดแรง

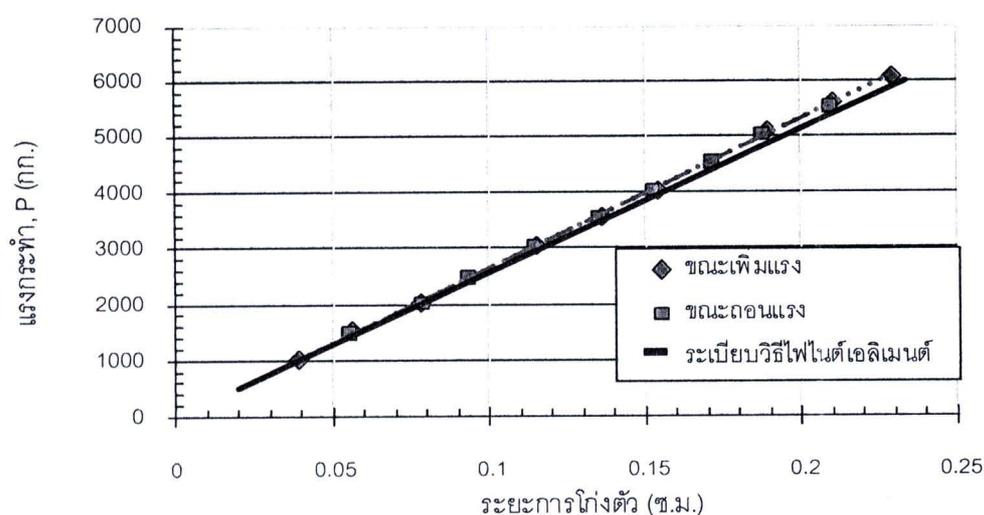
แรง กระทำ (กก.)	ค่าความเค้นจากระเบียบ ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (กก./ตร.ซม.)			ค่าความเค้นจากการสอบเทียบ ขณะลดแรง (กก./ตร.ซม.)			% ความคลาดเคลื่อน		
	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_{SG1}$	$\sigma_{SG2}$	$\sigma_{SG3}$	SG1	SG2	SG3
1488.5	377.09	217.56	217.56	480.00	240.00	260.00	27.29	10.32	19.51
2023.6	512.66	295.77	295.77	600.00	240.00	260.00	17.04	-18.86	-12.09
2489.4	630.66	363.85	363.85	780.00	300.00	340.00	23.68	-17.55	-6.55
3044.4	771.26	444.96	444.96	900.00	460.00	480.00	16.69	3.38	7.87
3559.7	901.81	520.28	520.28	1040.00	600.00	600.00	15.32	15.32	15.32
4045.3	1024.83	591.26	591.26	1160.00	680.00	660.00	13.19	15.01	11.63
4530.9	1147.85	662.23	662.23	1300.00	760.00	760.00	13.26	14.76	14.76
5036.3	1275.89	736.10	736.10	1420.00	820.00	780.00	11.30	11.40	5.96
5531.8	1401.42	808.52	808.52	1500.00	940.00	920.00	7.03	16.26	13.79
ค่าเฉลี่ยสัมบูรณ์ % ความคลาดเคลื่อน							16.09	13.65	11.94



รูปที่ ก.8 เปรียบเทียบค่าความเค้นจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับค่าความเค้นจากการสอบ  
เทียบเกจความเครียดขณะลดแรง ณ จุด SG1

เปรียบเทียบค่าระยะการโก่งตัวของคานเหล็กในตารางที่ ก.2 กับค่าระยะการโก่งตัวของคานเหล็กจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แสดงดังตารางที่ ก.5 และรูปที่ ก.9 ตารางที่ ก.5 เปรียบเทียบค่าระยะการโก่งตัวจากระเบียบไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลการสอบเทียบ

แรงกระทำ (กก.)		ระยะการโก่งตัวจากผล การสอบเทียบ (ซม.)		ระยะการโก่งตัวจาก ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิ เมนต์ (ซม.)		% ความคลาดเคลื่อน	
เพิ่มแรง	ลดแรง	เพิ่มแรง	ลดแรง	เพิ่มแรง	ลดแรง	เพิ่มแรง	ลดแรง
1012.8	1488.5	0.039	0.055	0.039	0.057	0.13	-3.92
1528.1	2023.6	0.056	0.078	0.059	0.078	-4.71	0.22
2023.6	2489.4	0.078	0.093	0.078	0.096	0.22	-2.86
3044.4	3044.4	0.115	0.114	0.117	0.117	-1.78	-2.63
3559.7	3559.7	0.136	0.135	0.137	0.137	-0.66	-1.39
4025.4	4045.3	0.154	0.152	0.155	0.156	-0.53	-2.30
5085.8	4530.9	0.189	0.171	0.196	0.174	-3.37	-1.87
5601.1	5036.3	0.210	0.187	0.215	0.194	-2.51	-3.45
6066.9	5531.8	0.229	0.209	0.233	0.213	-1.85	-1.76
ค่าเฉลี่ยสัมบูรณ์ % ความคลาดเคลื่อน							



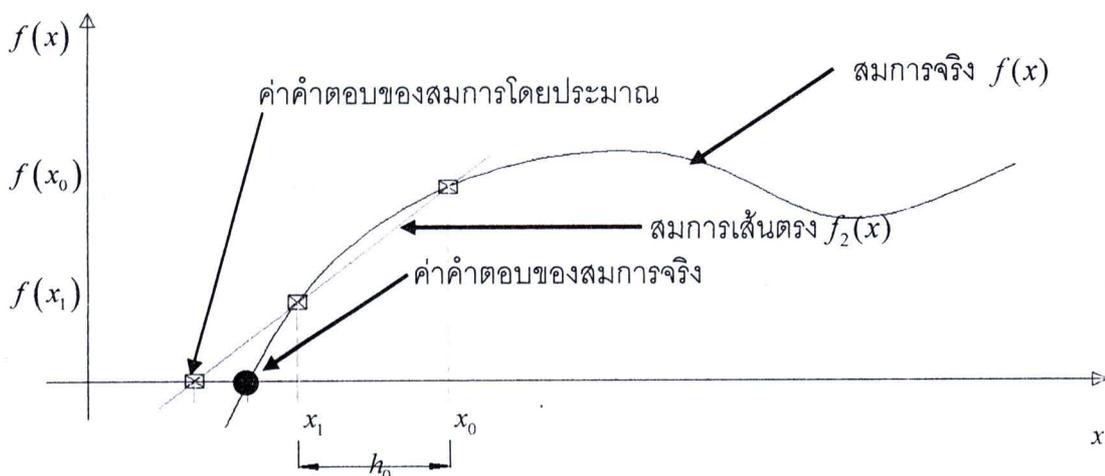
รูปที่ ก.9 เปรียบเทียบระยะการโก่งตัวจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับระยะการโก่งตัวจากการสอบเทียบ

## ภาคผนวก ข.

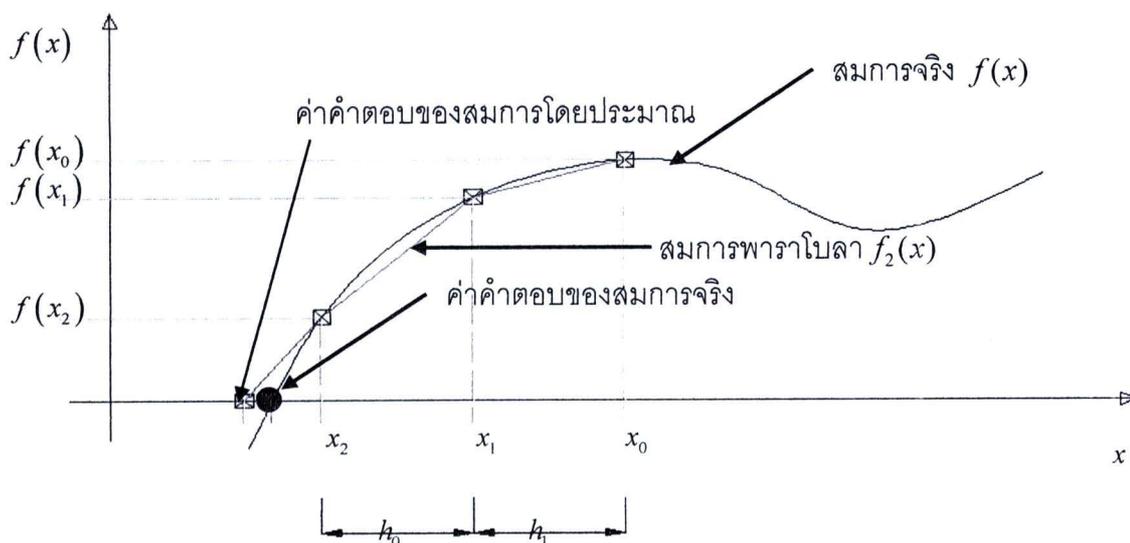
## 1. วิธีประมาณค่าลักษณะเฉพาะด้วยวิธีมุลเลอร์

เนื่องจากค่า  $\text{Det}(D) = 0$  ในสมการที่ 3.5 สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการทั่วไปได้ ดังนั้นคำตอบของสมการสามารถประมาณค่าได้จากวิธีดังต่อไปนี้

วิธีมุลเลอร์เป็นวิธีการประมาณคำตอบของสมการโดยพัฒนามาจากวิธี Secant แสดงดังรูปที่ ข.1 โดยที่วิธีมุลเลอร์จะสร้างจุดตัดสมการ 3 จุดเพื่อสร้างสมการพาราโบลาในการประมาณค่าถัดไป ดังแสดงตามรูปที่ ข.2



รูปที่ ข.1 วิธีประมาณคำตอบโดยวิธี Secant



รูปที่ ข.2 วิธีประมาณคำตอบโดยวิธีมุลเลอร์

วิธีมุลเลอร์เริ่มต้นจากกำหนดสมการพาราโบลาเพื่อใช้ในการหาคำตอบของสมการจริงดังสมการที่

$$f_2(x) = a(x-x_2)^2 + b(x-x_2) + c \quad (ข.1)$$

จากนั้นสมมติตัวแปร  $x_0$ ,  $x_1$ , และ  $x_2$  และแทนลงในสมการจริง  $f(x)$  ซึ่งจะได้  $f(x_0)$ ,  $f(x_1)$ , และ  $f(x_2)$  ช่วงผลต่างระหว่างจุด 0 กับ 1 และ 1 กับ 2 จะได้

$$h_0 = x_1 - x_0 \quad (ข.2ก)$$

$$h_1 = x_2 - x_1 \quad (ข.2ข)$$

ความชันระหว่างจุด 0 กับ 1 และ 1 กับ 2 จะได้

$$\delta_0 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (ข.3ก)$$

$$\delta_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (ข.3ข)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ในสมการพาราโบลา

$$a = \frac{\delta_1 - \delta_0}{h_1 + h_0}$$

$$b = ah_1 + \delta_1$$

$$c = f(x_2) \quad (ข.4)$$

ค่าคำตอบของสมการโดยประมาณ

$$x_3 = x_2 - \frac{2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (ข.5)$$

โดยที่  $x_3$  ค่าคำตอบของสมการโดยประมาณหรือค่าถัดไปในการหาคำคำตอบ

ของสมการโดยประมาณ

ค่าความคลาดเคลื่อน

$$\%error = 100 \times \left( \frac{x_3 - x_2}{x_3} \right) \quad (ข.6)$$

จากนั้นทำวนซ้ำจากสมการที่ ข.1-ข.6 จนกว่าค่าความคลาดเคลื่อนจะอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้หรือค่าคำตอบของสมการโดยประมาณมีค่าเข้าใกล้ศูนย์

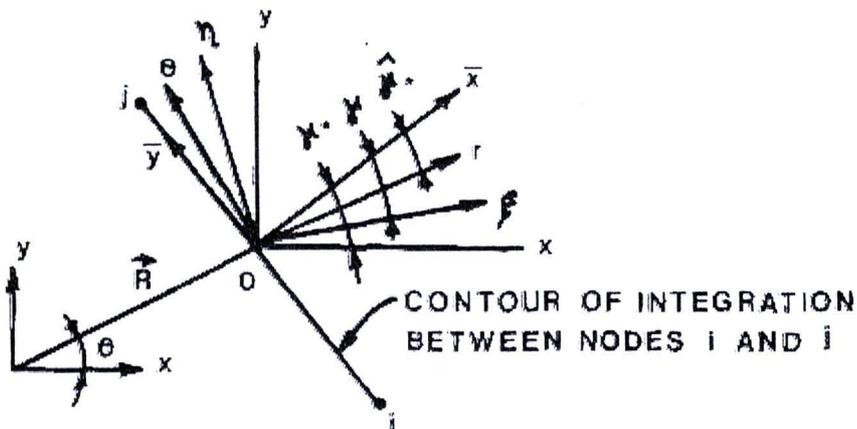
## 2. วิธีการแปลงพิกัดของค่าความเค้นและการขจัด

ในการแปลงผลของค่าความเค้นและการขจัดแสดงอยู่ในพิกัด  $x-y$  หรือ  $r-\theta$  ให้อยู่ในพิกัดตั้งฉาก  $m-s$  นั้น จำเป็นต้องใช้เมทริกซ์แปลงพิกัด (transformation matrix) เป็นตัวคูณ

เพื่อให้ได้ผลของค่าความเค้นและการขจัดอยู่ในพิกัด  $n-s$  และเมทริกซ์แปลงพิกัดประกอบด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติดังแสดงในสมการที่ (ข.7) โดยอ้างอิงจากสมการที่ 3.37

$$a = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2(\gamma) & 2\cos(\gamma)\sin(\gamma) & \sin^2(\gamma) \\ 0 & 0 & -\sin(\gamma)\cos(\gamma) & (\cos^2(\gamma) - \sin^2(\gamma)) & \sin(\gamma)\cos(\gamma) \end{bmatrix} \dots(\text{ข.7})$$

ค่ามุมแกรมมา  $\gamma$  ในสมการ ข.7 จะสามารถหาได้จากรูปที่ ข-1 เวกเตอร์  $ij$  ที่เกิดจากจุด  $i$  และ  $j$  (พิกัด  $x-y$ ) บนวิถีภายนอกของค่าความเค้นและการขจัด (หมุนในทิศทวนเข็มนาฬิกา) โดยที่ตำแหน่งของจุดกลางของเวกเตอร์จะเป็นจุดอ้างอิงทำให้เกิดมุม  $\theta$  ในพิกัด  $x-y$  และทิศทางของเวกเตอร์นี้จะทำให้เกิดพิกัดที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์ (ระนาบ  $\bar{x}-\bar{y}$ ) และมุม  $\theta$  ในพิกัด  $x-y$  และพิกัด  $\bar{x}-\bar{y}$  จะถูกใช้อ้างอิงในการหาค่ามุมแกรมมาได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ ข.3 พิกัดใดๆ (Carpenter, 1984)

สำหรับกรณีแปลงค่าความเค้นและระยะการขจัดในพิกัด  $x-y$  เป็นพิกัด  $n-s$

ค่ามุมแกรมมาสำหรับกรณีแปลงพิกัดค่าความเค้นและการขจัดในพิกัด  $x-y$  เป็นพิกัด  $n-s$  ซึ่งหาได้จากการลากเส้นตัดระหว่างเส้นของแกน  $x$  ในพิกัด  $x-y$  กับเส้นของแกน  $\bar{x}$  ในพิกัด  $\bar{x}-\bar{y}$  เกิดเป็นมุม  $\hat{x}o\bar{x}$  หรือมุม  $\gamma^*$  แสดงดังรูปที่ ข.3 ดังนั้นค่าความเค้นและการขจัดจากผลการวิเคราะห์จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในพิกัดตั้งฉาก,  $[Y_{FEM}^{n-s}]$  จะสามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้

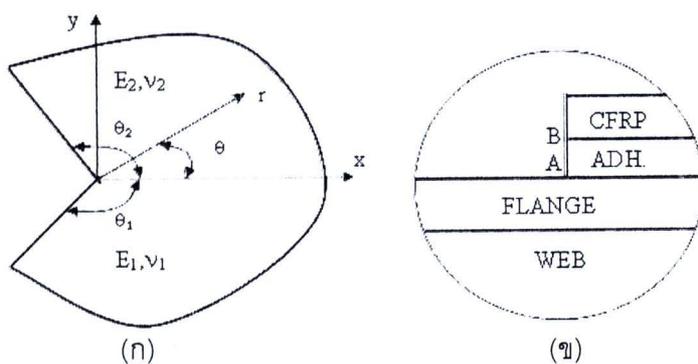
$$[Y_{FEM}^{n-s}] = \begin{bmatrix} \cos(\gamma^*) & \sin(\gamma^*) & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\gamma^*) & \cos(\gamma^*) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2(\gamma^*) & 2\cos(\gamma^*)\sin(\gamma^*) & \sin^2(\gamma^*) \\ 0 & 0 & -\sin(\gamma^*)\cos(\gamma^*) & (\cos^2(\gamma^*) - \sin^2(\gamma^*)) & \sin(\gamma^*)\cos(\gamma^*) \end{bmatrix} [Y_{FEM}] \quad (ข.8)$$

สำหรับกรณีแปลงค่าความเค้นและการขจัดในพิกัด  $r-\theta$  เป็นพิกัด  $n-s$

ค่ามุมแกนมาสำหรับกรณีแปลงพิกัดค่าความเค้นและการขจัดในพิกัด  $r-\theta$  เป็นพิกัด  $n-s$  ซึ่งหาได้จากการลากเส้นตัดระหว่างเส้นของแกน  $r$  ในพิกัด  $r-\theta$  (โดยที่พิกัด  $r-\theta$  จะหมุนในทิศทวนเข็มนาฬิกาจากพิกัด  $x-y$  เป็นมุม  $\frac{\pi}{2}-\theta$ ) กับเส้นของแกน  $\bar{x}$  ในพิกัด  $\bar{x}-\bar{y}$  เกิดเป็นมุม  $r\hat{o}\bar{x}$  หรือมุม  $\hat{\gamma}^*$  แสดงดังรูปที่ ข.3 ดังนั้นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (eigenvector,  $V_j(\lambda_j)$ ) ในพิกัดตั้งฉาก,  $[Y_{eig}^{n-s}]$  จะสามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้

$$[Y_{eig}^{n-s}] = \begin{bmatrix} \cos(\hat{\gamma}^*) & \sin(\hat{\gamma}^*) & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\hat{\gamma}^*) & \cos(\hat{\gamma}^*) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2(\hat{\gamma}^*) & 2\cos(\hat{\gamma}^*)\sin(\hat{\gamma}^*) & \sin^2(\hat{\gamma}^*) \\ 0 & 0 & -\sin(\hat{\gamma}^*)\cos(\hat{\gamma}^*) & (\cos^2(\hat{\gamma}^*) - \sin^2(\hat{\gamma}^*)) & \sin(\hat{\gamma}^*)\cos(\hat{\gamma}^*) \end{bmatrix} (V_j(+\lambda_j))c_k \quad (ข.9)$$

### 3. การคำนวณค่าความเข้มของความเค้นด้วยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้เอลิเมนต์ขนาดละเอียดรอบจุดเอกฐาน



รูปที่ ข.4 พิจารณาบริเวณปลายรูปลิ่มของสองวัสดุในงานวิจัยนี้ (ก) ลิ่มของสองวัสดุ และ (ข) ภาพแสดงความเค้นเอกฐานที่ปลายแผ่นจุด A และจุด B (อัครวัชร เล่นวาริ, 2002)

เมื่อสองวัสดุที่มีคุณสมบัติต่างกันยึดติดกันคล้ายรูปลิ่มนั้นคือลิ่มของสองวัสดุดังแสดงในรูปที่ ข.4(ก) โดยจุดกำเนิดของแกน  $x$  และแกน  $y$  ในรูปที่ ข.4(ก) หรือจุด A และ B ในรูปที่ ข.4(ข)

นั่นคือจุดเอกฐานของลิ้มของสองวัสดุ ดังนั้นความเค้นที่จุดเอกฐานจะเรียกว่า "ความเค้นเอกฐาน"  
ความเค้นเอกฐานที่เกิดขึ้นภายใต้แรงกระทำใดๆ และอยู่ในเงื่อนไขของสมมติฐานความ  
ยืดหยุ่นเชิงเส้นจะเขียนสมการสนามความเค้นรอบจุดเอกฐาน

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{k=1}^N \frac{K}{r^{1-\lambda_k}} \cdot f_{ijk}(\theta) + \sigma_{ij0}(\theta) \quad (\text{ข.10})$$

โดยที่  $r, \theta$  คือรัศมีรอยร้าวและมุมที่ทำกับระนาบของรอยร้าวในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$\sigma_{ij}(r, \theta)$  คือค่าความเค้นตามแนวของรัศมีรอยร้าวกับมุมที่ทำกับระนาบของรอยร้าว

$K$  คือค่าความเข้มของความเค้น

$N$  คือจำนวนของค่าลักษณะเฉพาะ

$f_{ijk}(\theta)$  คือฟังก์ชันไร้หน่วยที่ขึ้นกับมุมที่ทำกับระนาบของรอยร้าว

$\sigma_{ij0}(\theta)$  คือความเค้น

พิจารณาค่ามุมที่ทำกับระนาบของรอยร้าวเท่ากับ  $0^\circ$  และ  $N=1$  สนามความเค้นรอบจุด  
เอกฐาน A จะถูกเขียนใหม่เป็น

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{Q_{ij}}{r^{1-\lambda_k}} \quad (\text{ข.11})$$

ให้  $Q_{ij} = K \cdot f_{ijk}(0^\circ)$

ดังนั้นค่าความเข้มของความเค้นตามแนวผิวสัมผัสของสองวัสดุเป็น

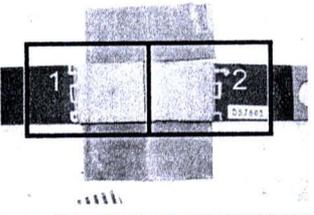
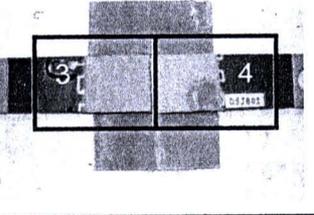
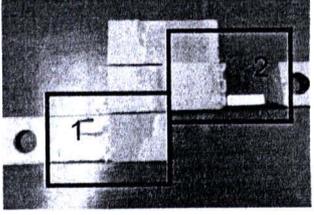
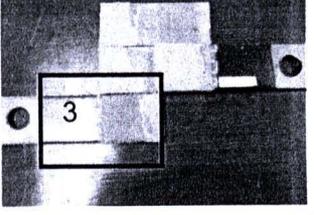
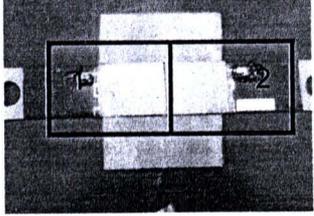
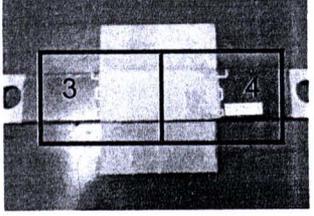
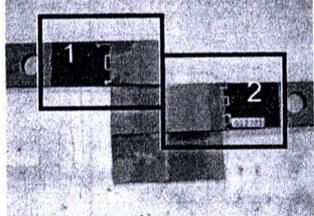
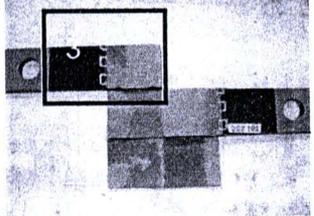
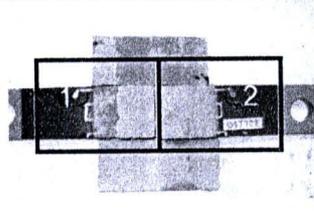
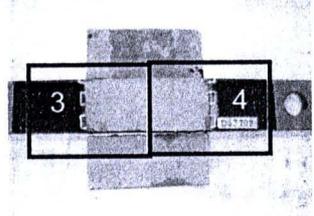
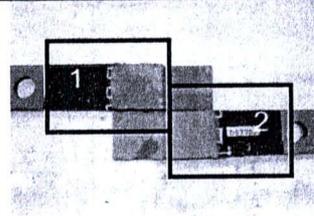
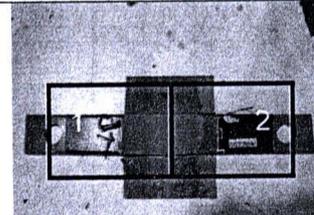
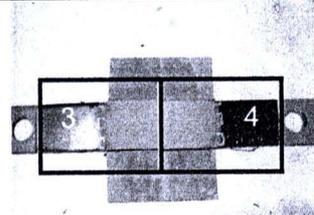
$$Q_{ij} = \lim_{r \rightarrow \infty} (\sigma_{ij}(r, \theta) r^{1-\lambda_k}) \quad (\text{ข.12})$$

จากผลการวิเคราะห์โมเดลชนิดเอลิเมนต์ขนาดเล็กด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะได้  
ค่าความเค้นบนระนาบเชิงขั้ว ( $\sigma_{rr}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{\theta\theta}$ ) ที่เกิดขึ้นในระยะของผิวสัมผัสระหว่างผิวเหล็กกับ  
ชั้นวัสดุประสาน ( $r$ ) จากนั้นนำค่าที่ได้มาพล็อตในกราฟชนิด log-log scale แล้วเลือกช่วงของกราฟ  
ที่เป็นเส้นตรงมากที่สุดหรือเป็นบริเวณเอกฐานเด่น (singularity dominated-zone) เพื่อหาค่า  
ความชันของเส้นตรง ( $\alpha_1 = 1 - \lambda_1$ ) และคำนวณค่าความเข้มของความเค้น ( $Q_{rr}, Q_{r\theta}, Q_{\theta\theta}$ ) จาก  
สมการที่ ข.11 หรือใช้ทฤษฎีลิมิตตั้งสมการที่ ข.12

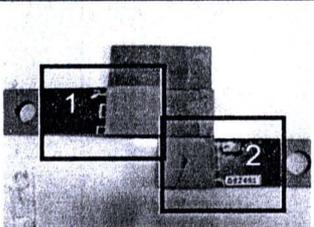
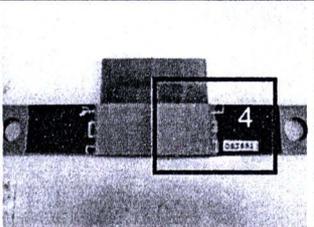
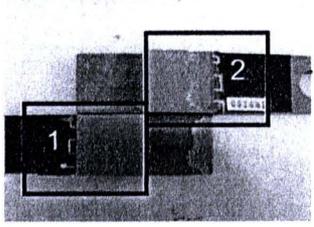
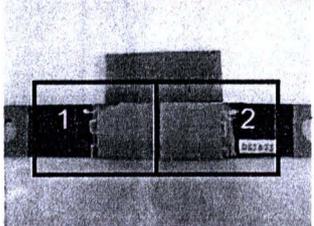
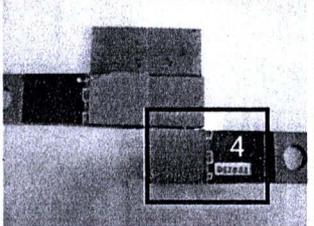
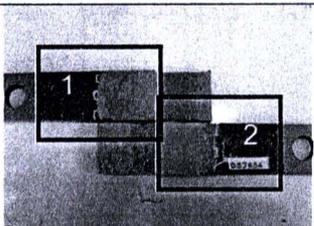
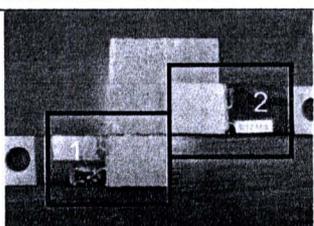
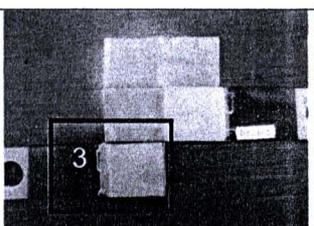
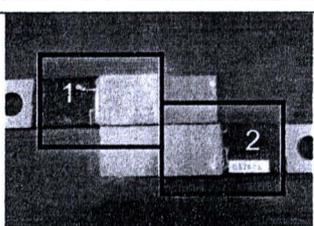
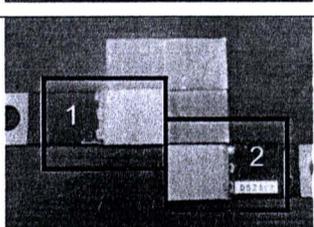
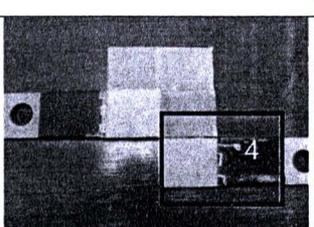
#### 4. ลักษณะรูปแบบความเสียหายของรอยต่อแผ่นเหล็กประกบคู่แบบสมมาตรภายใต้แรง กระทำเป็นรอบแอมพลิจูดคงที่

ลักษณะรูปการความเสียหายของการทดลองแผ่นเหล็กประกบคู่แบบสมมาตรภายใต้แรง  
กระทำเป็นรอบแอมพลิจูดคงที่แสดงดังตารางที่ ข.1

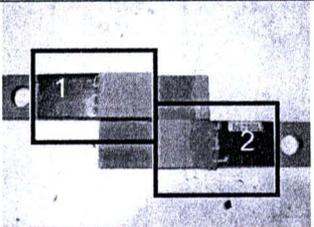
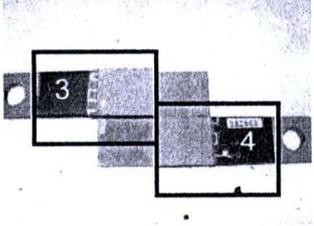
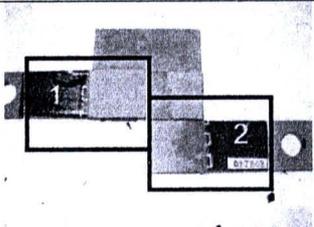
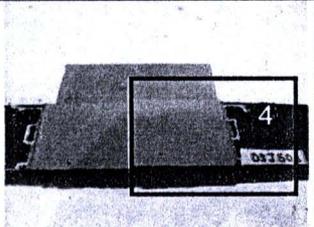
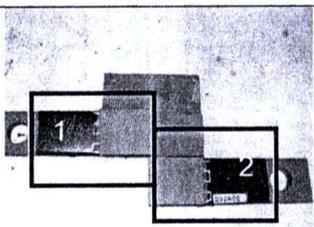
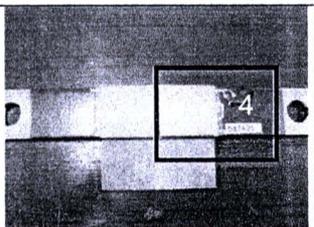
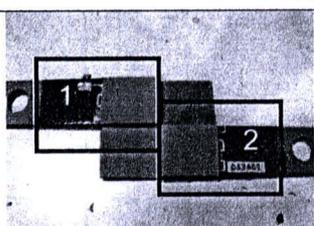
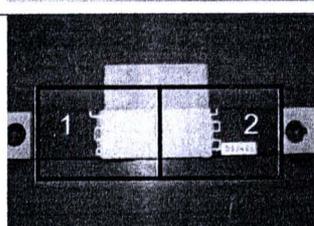
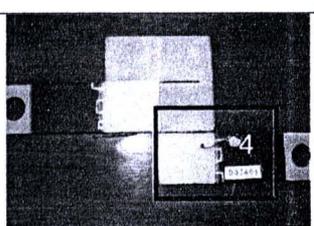
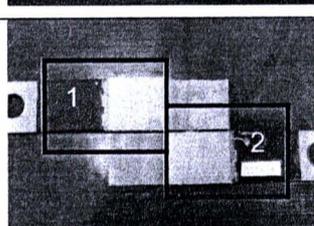
ตารางที่ ข.1 ลักษณะรูปแบบความเสียหายของแผ่นเหล็กประกบกับคู่แบบสมมาตร

DSJ	ด้านที่ 1	ด้านที่ 2	No.	ด้าน	ลักษณะความเสียหาย	%ความเสียหาย
801			1	ล	6	5
			2	น	6	5
			3	น	6	5
			4	ล	1	25
802			1	น	1	70
			2	ล	1	10
			3	ล	1	75
803			1	น	1	10
			2	น	1	10
			3	ล	6	5
			4	ล	1	25
701			1	น	1	20
			2	น	1	20
			3	ล	1	25
702			1	น	1	30
			2	น	2	5
			3	ล	1	10
			4	ล	1	10
703			1	ล	5	90
			2	น	6	5
704			1	น	6	5
			2	น	1	25
			3	ล	1	10
			4	ล	1	10

ตารางที่ ข.1 แสดงลักษณะรูปแบบความเสียหายของแผ่นเหล็กประกบกับคูแบบสมมาตร (ต่อ1)

DSJ	ด้านที่ 1	ด้านที่ 2	No.	ด้าน	ลักษณะความเสียหาย	%ความเสียหาย
651			1	น	6	5
			2	น	6	5
			4	ล	1	10
652			1	น	6	5
			2	ล	1	25
653			1	น	1	10
			2	น	6	5
			4	ล	5	50
654			1	ล	1	50
			2	น	1	10
601			1	น	1	5
			2	ล	6	5
			3	ล	1	10
602			1	น	5	40
			2	ล	1	10
603			1	ล	6	5
			2	ล	1	10
			4	น	6	5

ตารางที่ ข.1 แสดงลักษณะรูปแบบความเสียหายของแผ่นเหล็กประกบกับคูแบบสมมาตร (ต่อ2)

DSJ	ด้านที่ 1	ด้านที่ 2	No.	ด้าน	ลักษณะความเสียหาย	%ความเสียหาย
501			1	ล	6	5
			2	น	1	30
502			1	ล	1	5
			2	น	6	5
503			1	น	6	5
			2	ล	1	40
			4	น	6	5
401			1	ล	6	5
			2	ล	1	5
			4	น	2	5
402			1	น	1	10
			2	ล	6	5
403			1	ล	6	5
			2	ล	6	5
			4	น	1	5
404			1	ล	6	5
			2	น	1	10

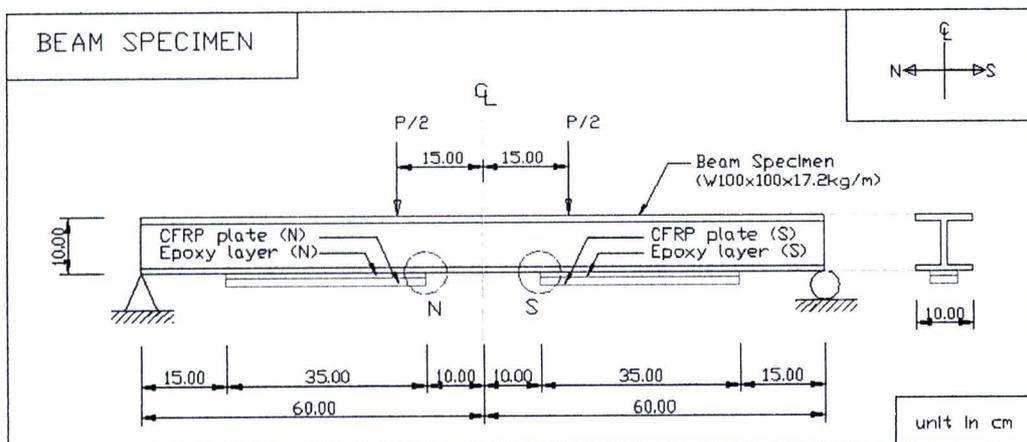
จากตารางที่ ข.1 สดมภ์ที่ 2 และ 3 คือภาพด้านข้างทั้งสองด้านของแผ่นเหล็กประกบคู่แบบสมมาตรหลังจากการทดลองภายใต้แรงกระทำเป็นรอบแอมพลิจูดคงที่ สดมภ์ที่ 4 คือรูปในกรอบของสดมภ์ที่ 2 และ 3 สดมภ์ที่ 5 บอกด้านของแผ่นเหล็กประกบคู่แบบสมมาตรจากรูปในกรอบสดมภ์ที่ 3 (น = ด้านหน้า, ล = ด้านหลัง) ตัวเลขที่แสดงในสดมภ์ที่ 4 อธิบายกรณีความเสียหายของแผ่นเหล็กประกบคู่แบบสมมาตรหลังจากการทดลอง (จากตารางที่ 5.2) และสดมภ์ที่ 5 อธิบายเปอร์เซ็นต์ความเสียหาย โดยประมาณจากพื้นที่ของวัสดุประสานในระยะทาบที่หายไปต่อพื้นที่วัสดุประสานในระยะทาบแบบเต็มบริเวณระยะทาบในแผ่นเหล็กรับแรงตามแนวแกน (inner plate)

## 5. กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำ

กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำคือพฤติกรรมของตัวอย่างทดลอง และกราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำแสดงดังหัวข้อต่อไปนี้

### 5.1 กรณีการทดลองคานเหล็กที่เสริมกำลังด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอนภายใต้แรงกระทำเป็นรอบแอมพลิจูดคงที่

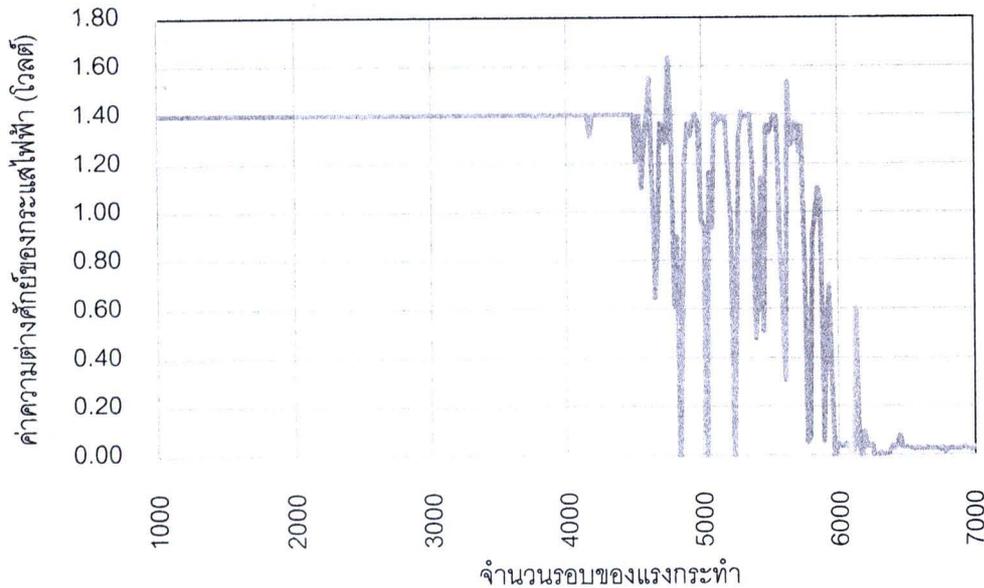
ในการทดลองคานเหล็กที่เสริมกำลังจะแสดงผลกราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในทิศเหนือ (N) และทิศใต้ (S) จากปลายแผ่นเสริมกำลังทั้ง 2 แผ่นดังรูปที่ ข.5



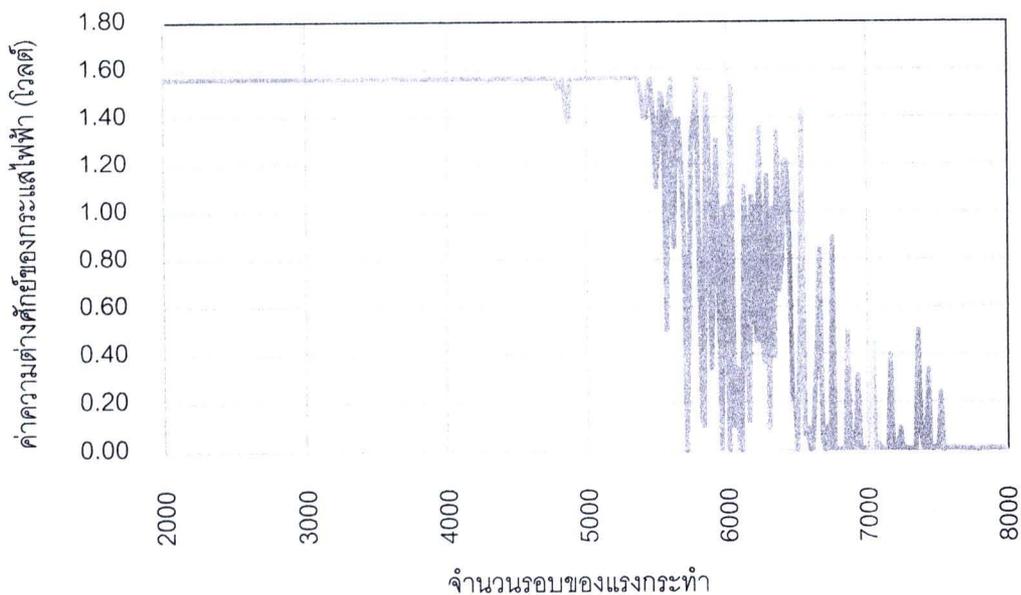
รูปที่ ข.5 แสดงทิศของปลายแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอนในคานเหล็กที่แสดงกราฟสัญญาณค่าความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำ

จากรูปที่ ๗.5 ทิศของปลายแผ่นเสริมกำลังนำมาต่อท้ายกับชื่อตัวอย่างการทดลองเพื่อแสดงกราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำของปลายแผ่นเสริมกำลังในคานเหล็กที่เสริมกำลังได้เช่น BSC901N

ผลกราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำของคานเหล็กที่เสริมกำลังจำนวน 11 ตัวอย่าง (จำนวน 21 กราฟสัญญาณ) แสดงดังรูปที่ ๗.6 – ๗.16

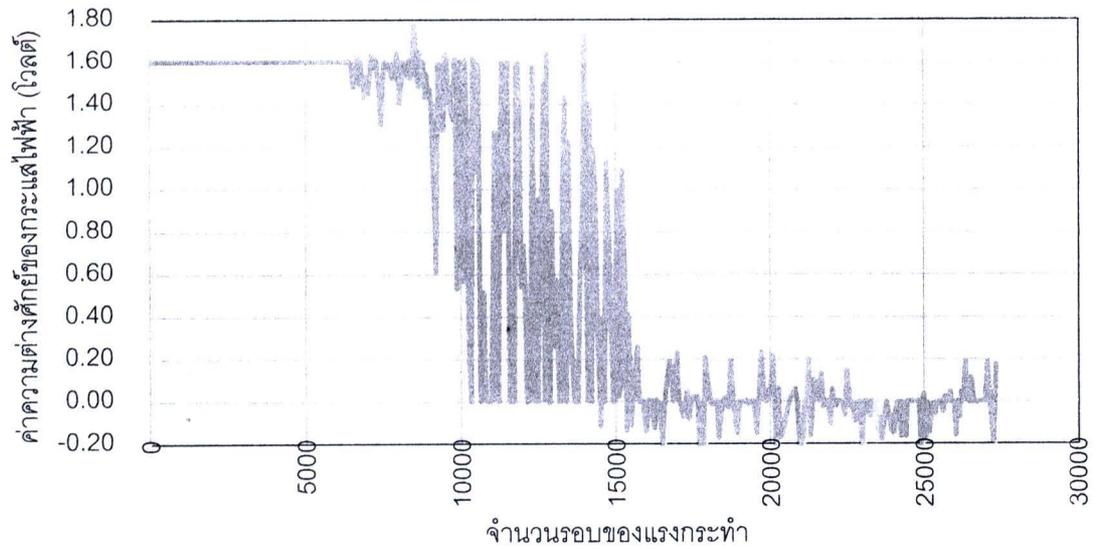


(n) BSC901N (sampling frequency 10 Hz)

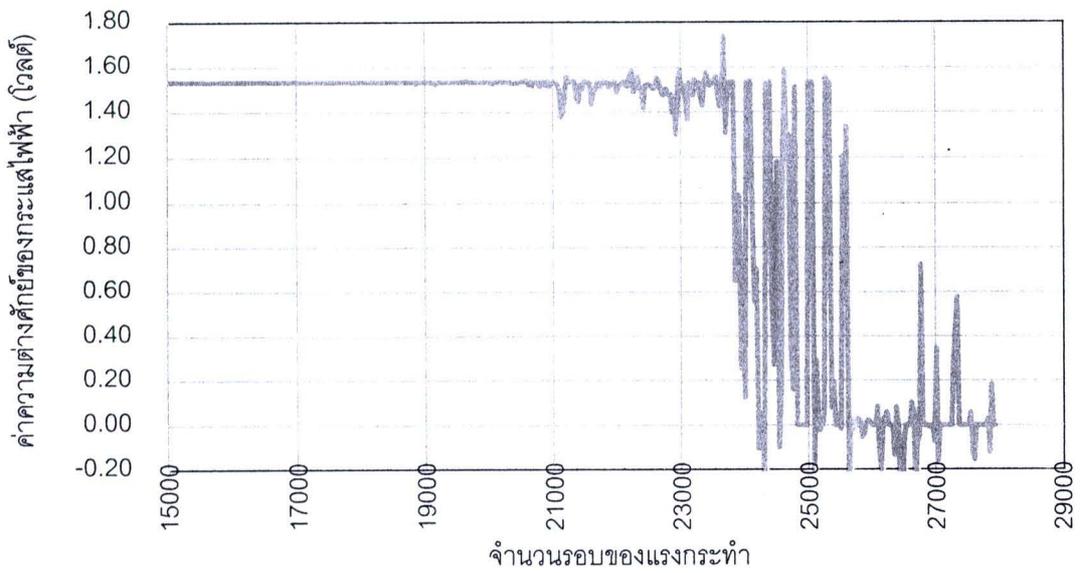


(ข) BSC901S (sampling frequency 10 Hz)

รูปที่ ๗.6 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC901

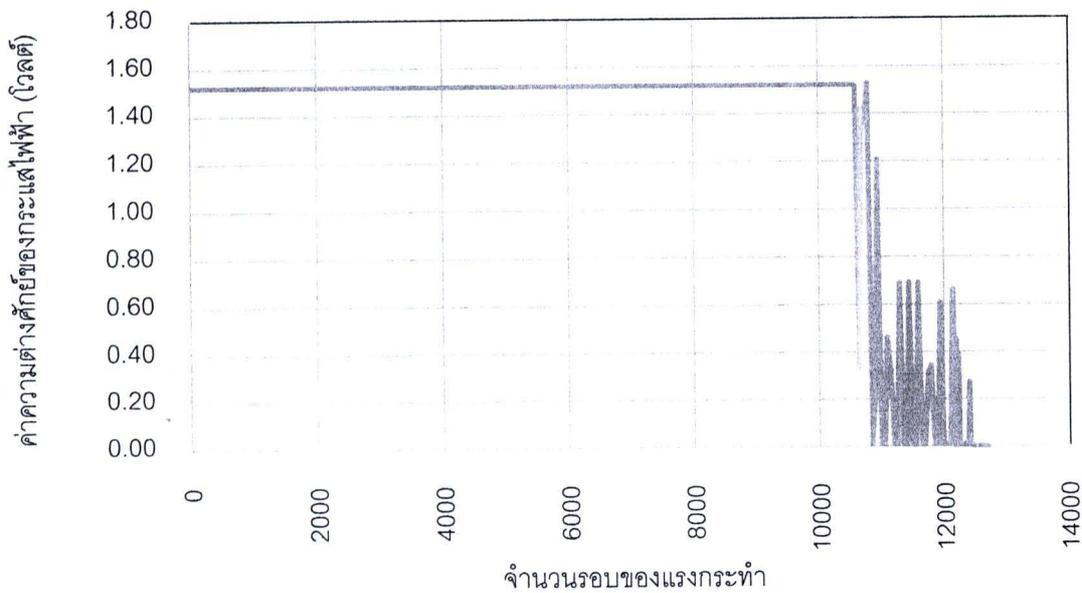


(ก) BSC801N (sampling frequency 5 Hz)

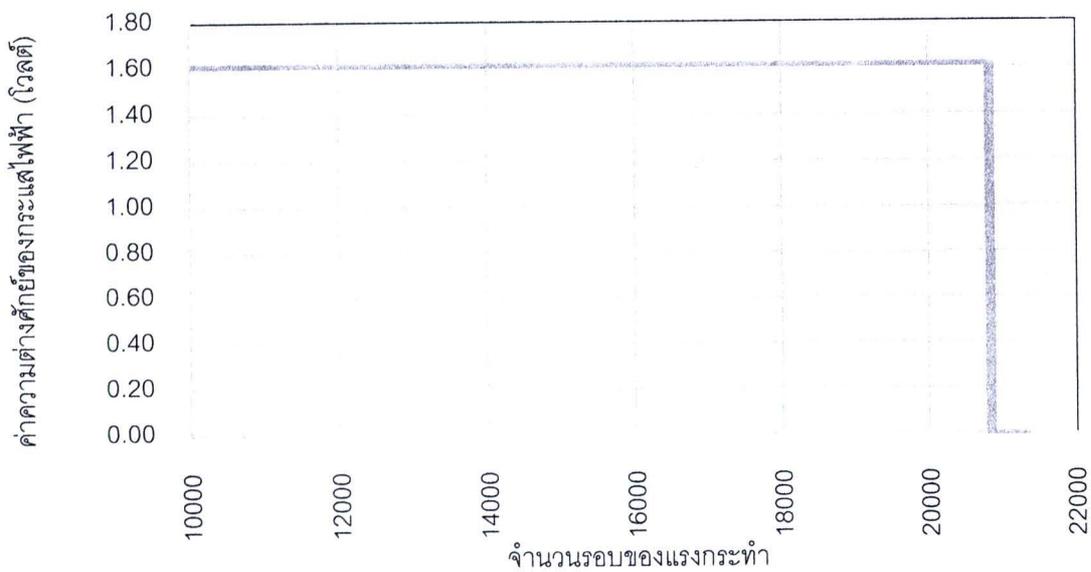


(ข) BSC801S (sampling frequency 5 Hz)

รูปที่ ๗.7 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC801

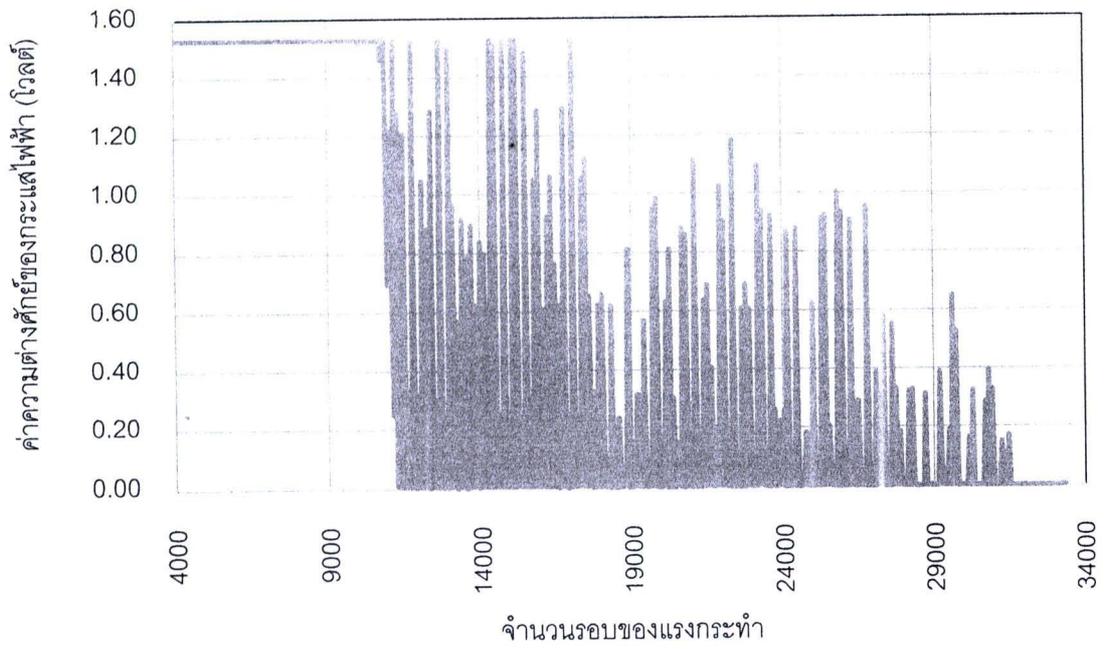


(น) BSC802N (sampling frequency 5 Hz)

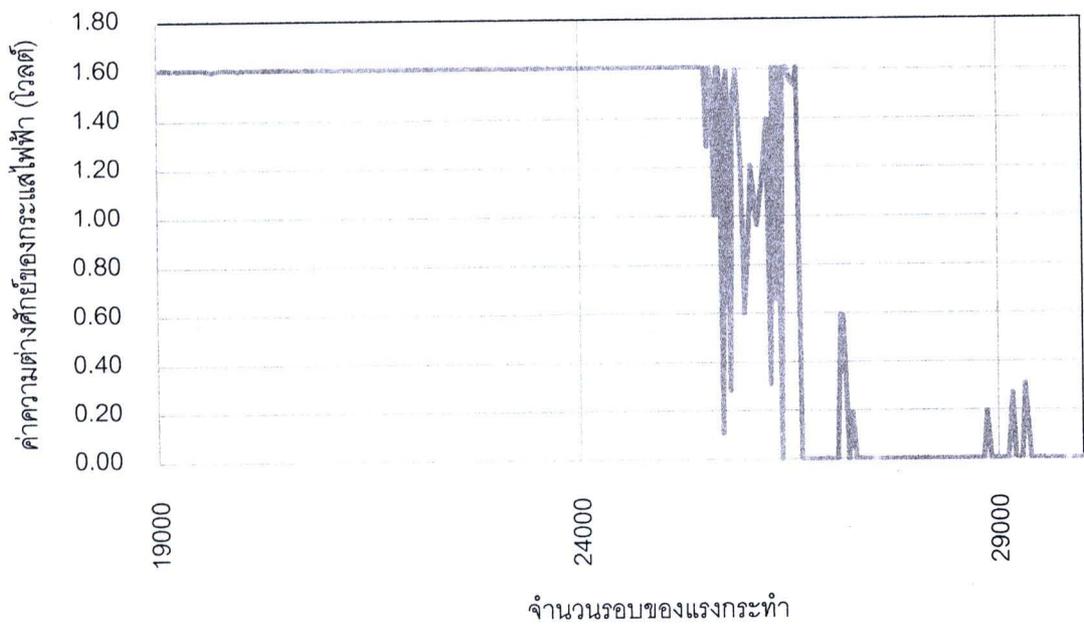


(ข) BSC802S (sampling frequency 5 Hz)

รูปที่ ๗.8 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC802

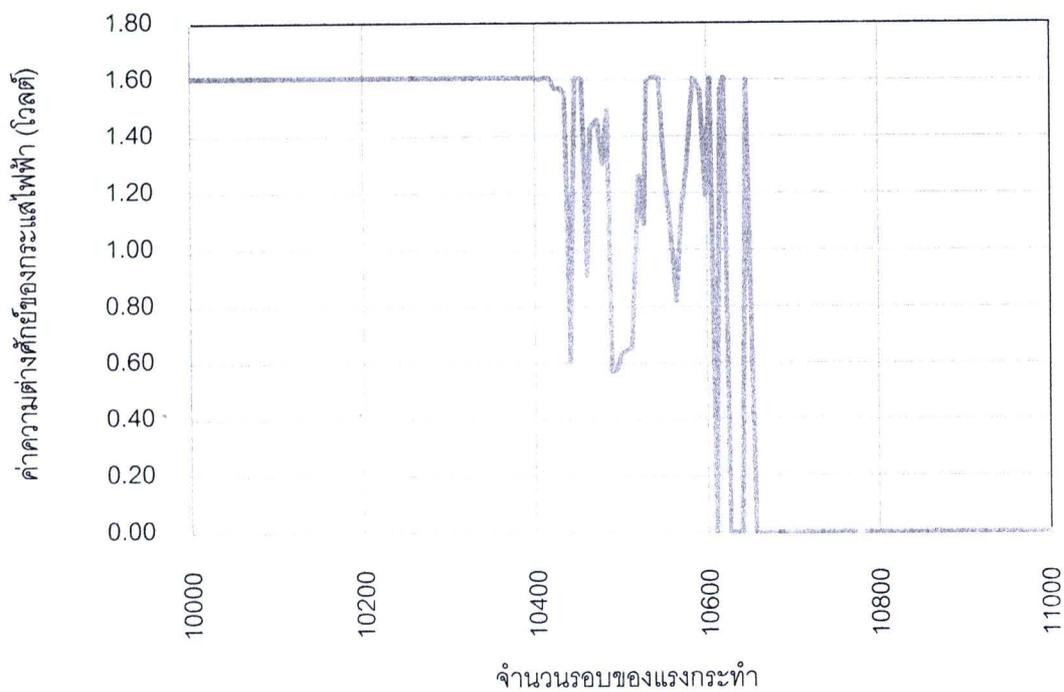


(ก) BSC651N (sampling frequency 3 Hz)

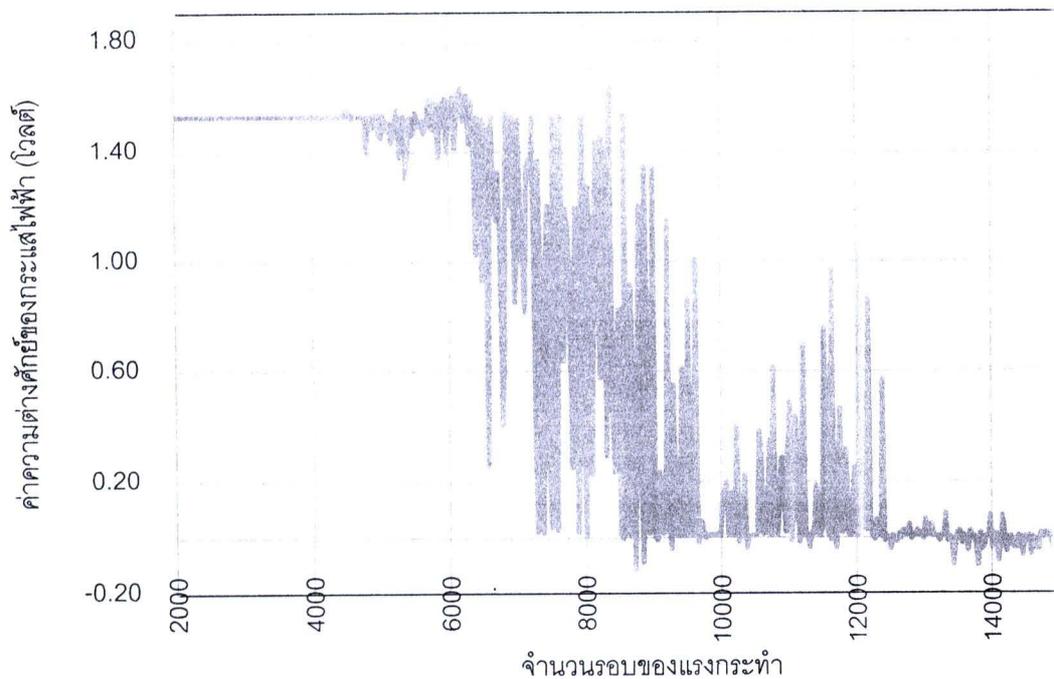


(ข) BSC651S (sampling frequency 3 Hz)

รูปที่ ๗.9 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC651

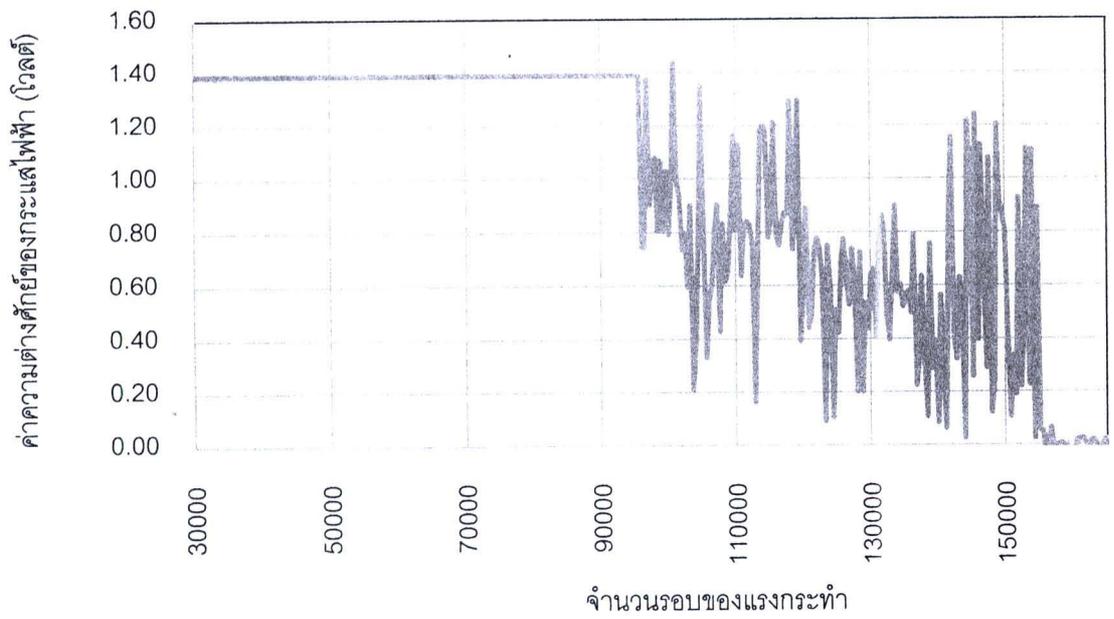


(น) BSC652N (sampling frequency 3 Hz)

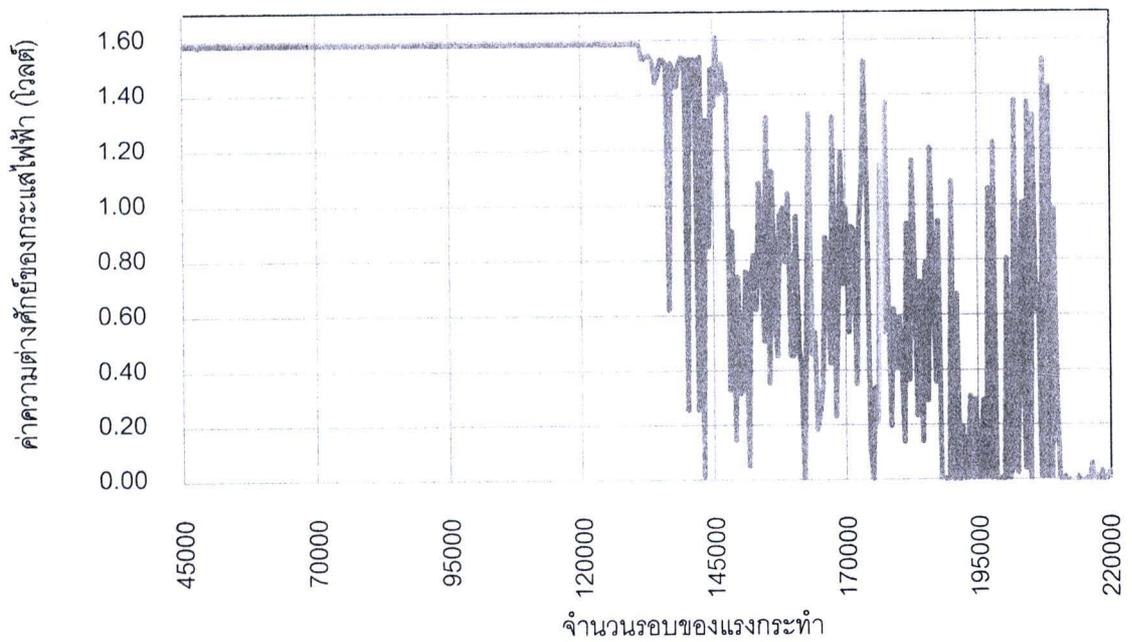


(ข) BSC652S (sampling frequency 3 Hz)

รูปที่ ข.10 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC652

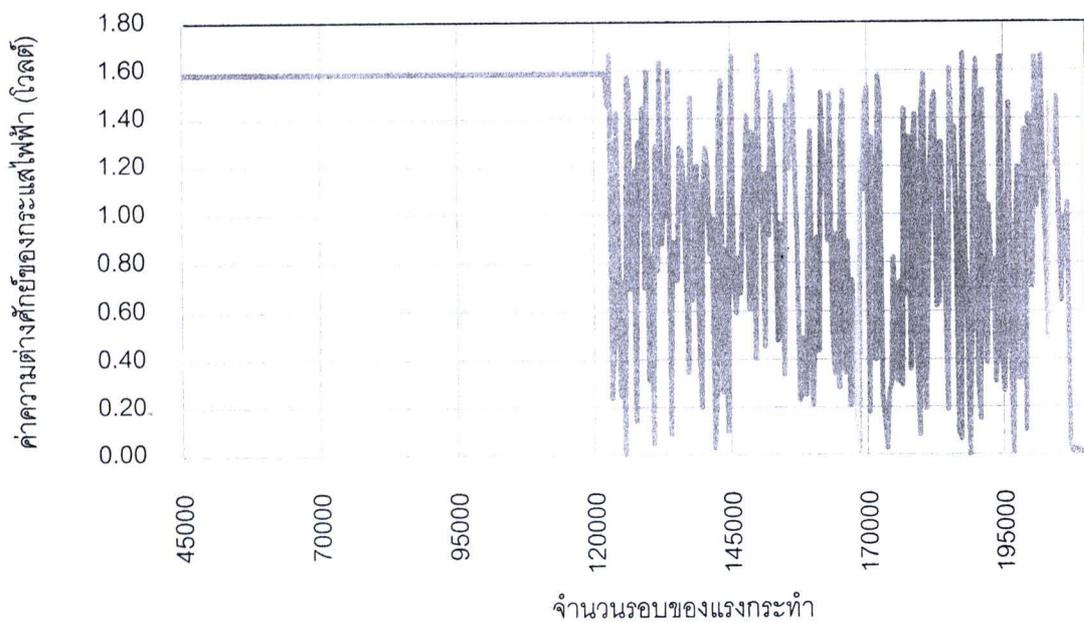


(ก) BSC601N (sampling frequency 10 Hz)

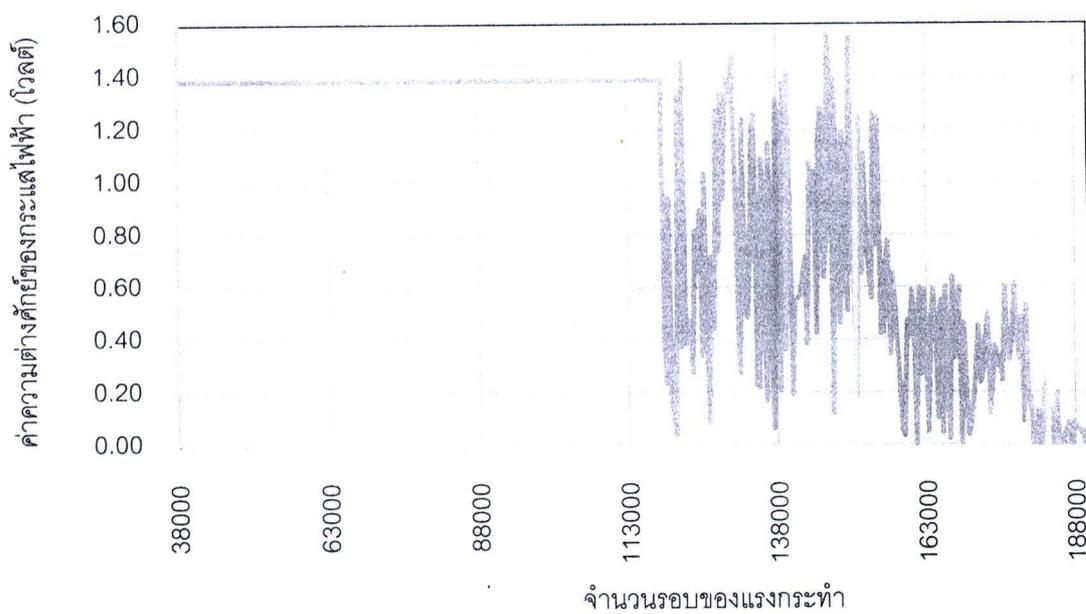


(ข) BSC601S (sampling frequency 10 Hz)

รูปที่ ข.11 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC601

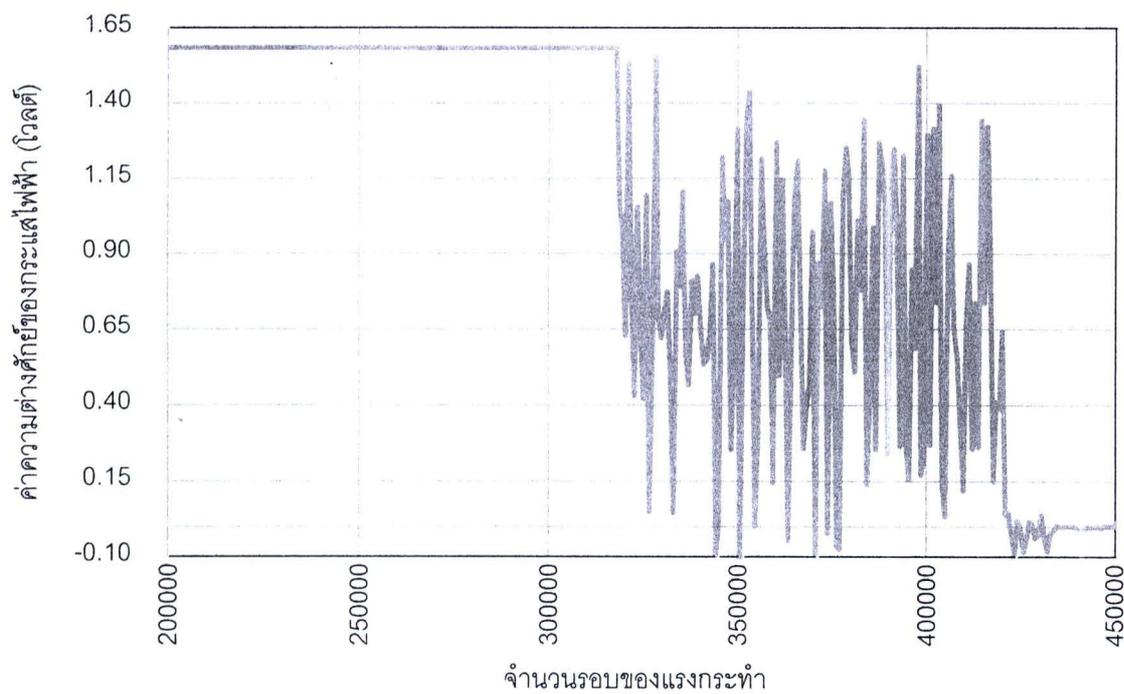


(ก) BSC602N (sampling frequency 20 Hz)

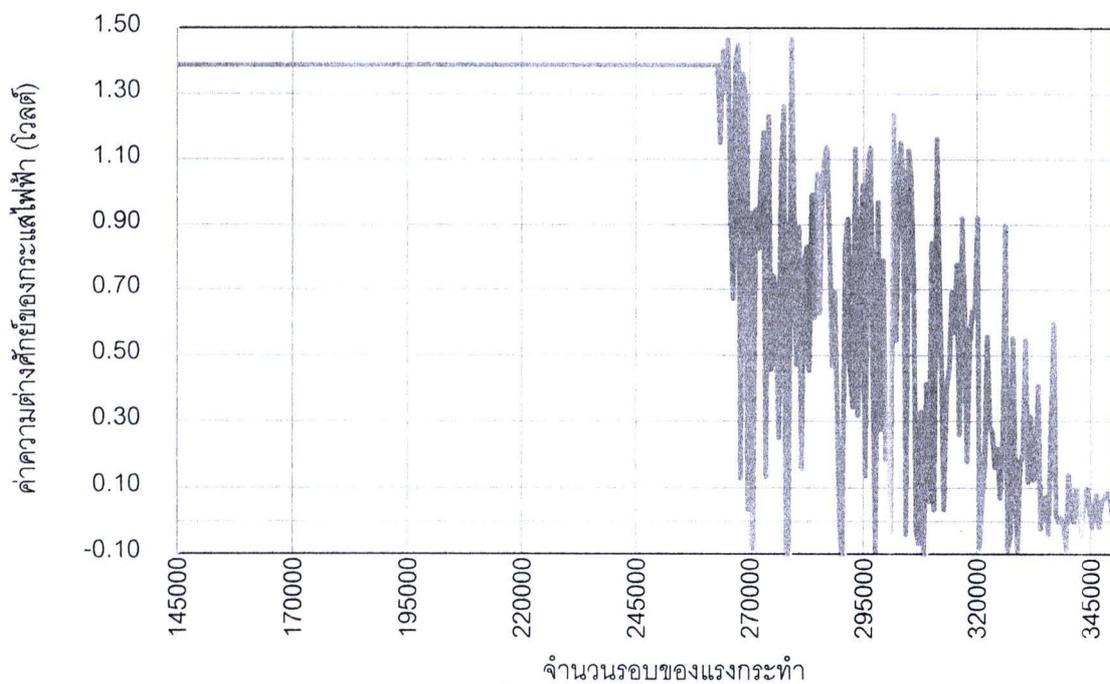


(ข) BSC602S (sampling frequency 20 Hz)

รูปที่ ข.12 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC602

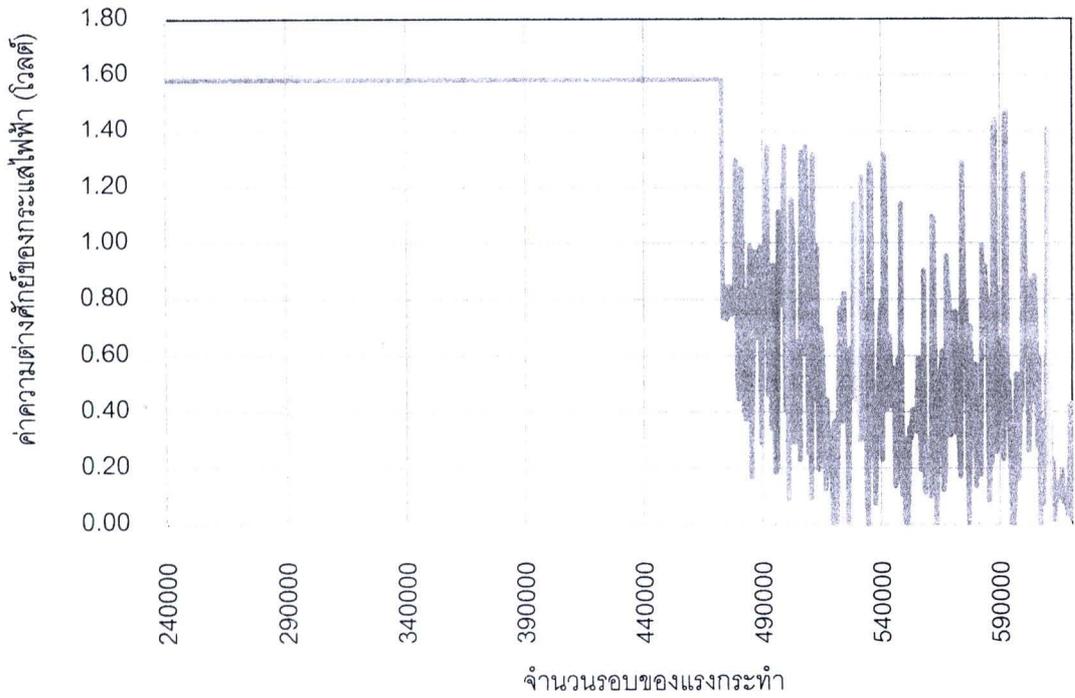


(น) BSC501N (sampling frequency 20 Hz)

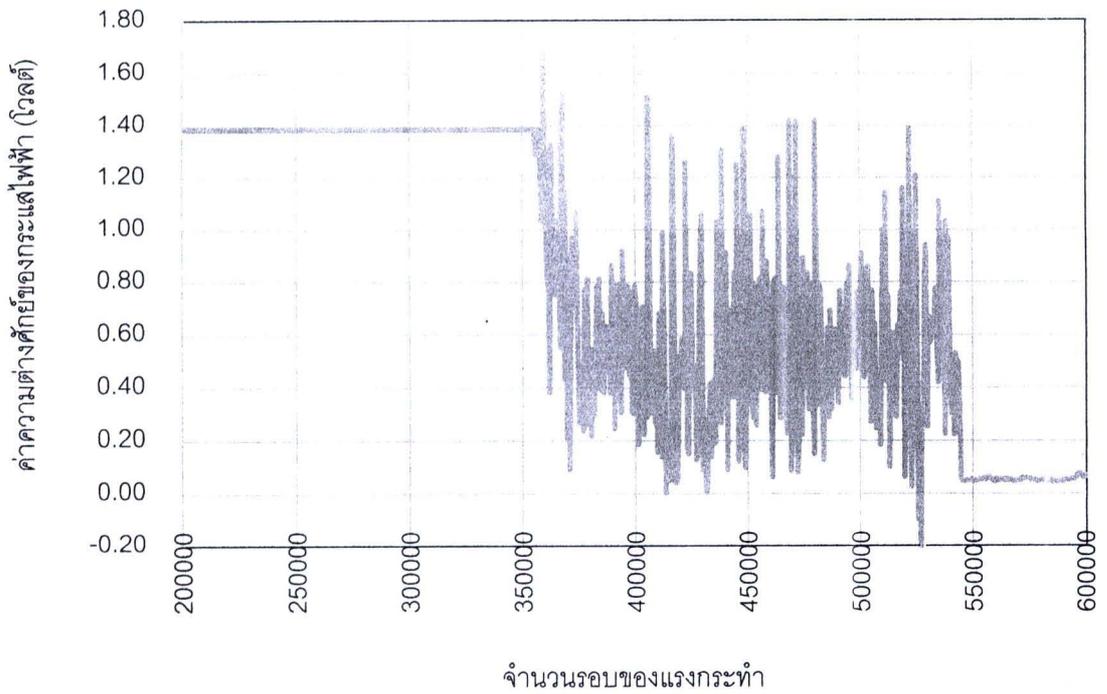


(ข) BSC501S (sampling frequency 20 Hz)

รูปที่ ข.13 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC501

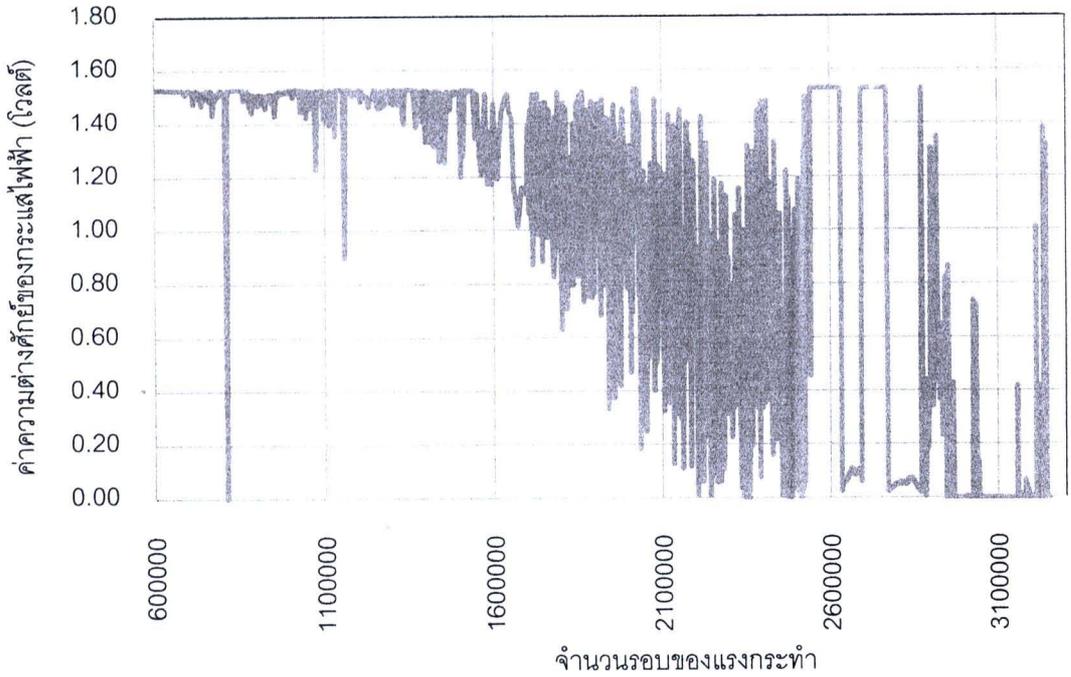


(ก) BSC502N (sampling frequency 10 Hz)

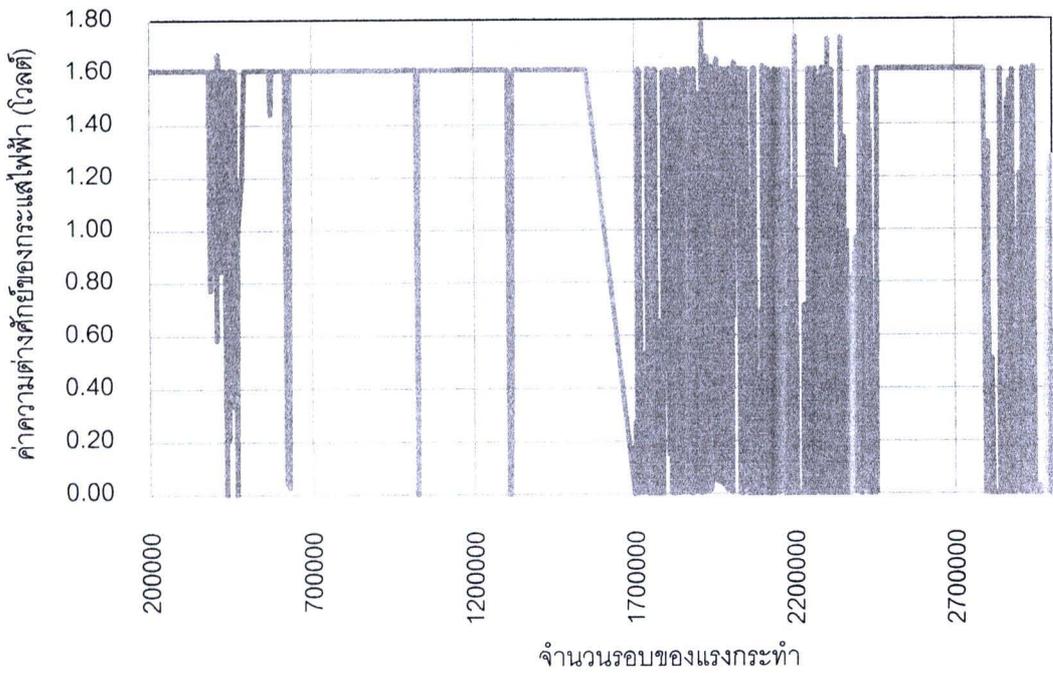


(ข) BSC502S (sampling frequency 10 Hz)

รูปที่ ข.14 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC502



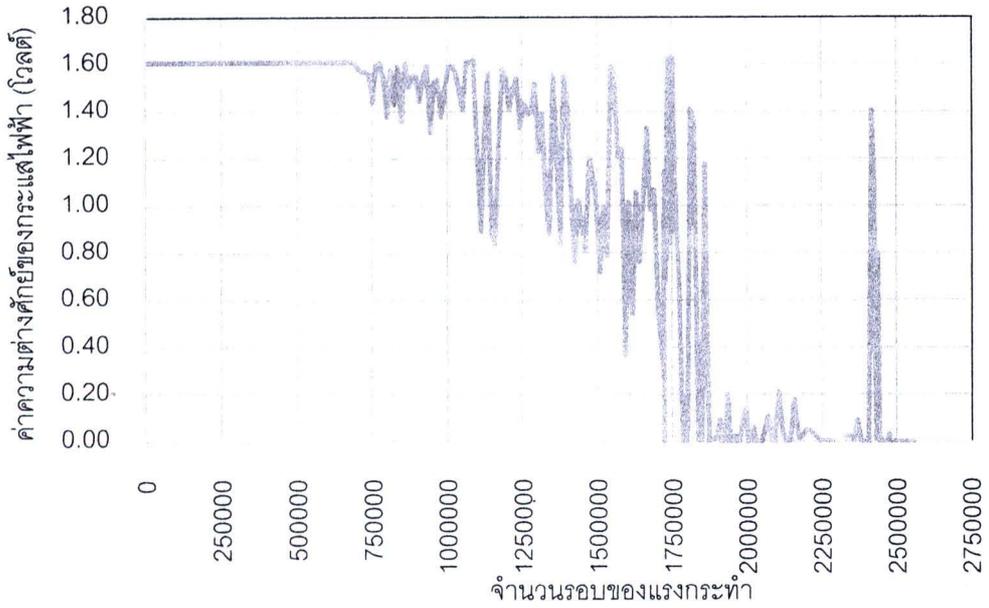
(น) BSC401N (sampling frequency 20 Hz)



(ข) BSC401S (sampling frequency 20 Hz)

(หมายเหตุ : แบตเตอรี่รีชาร์จช่วง 1550000 ถึง 1700000)

รูปที่ ข.15 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC401

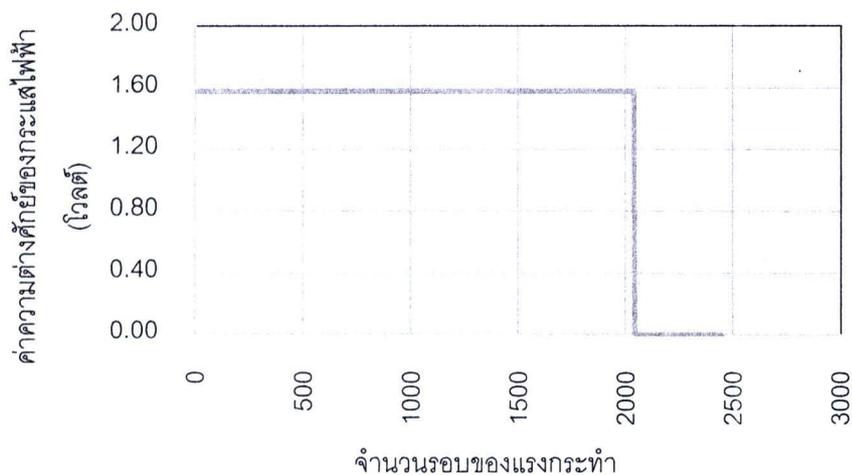


BSC402N (sampling frequency 20 Hz)

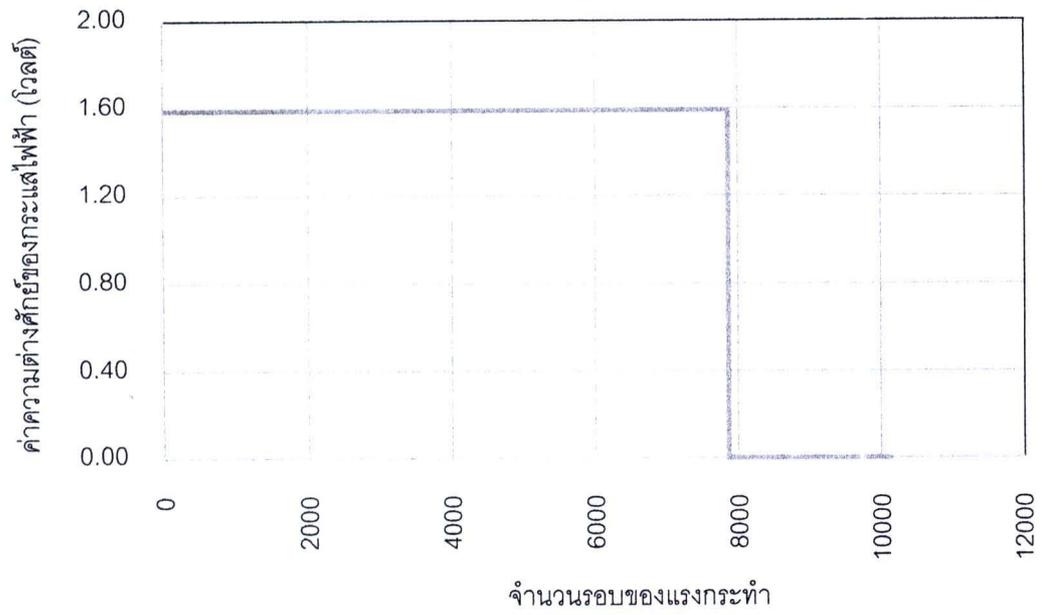
รูปที่ ข.16 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง BSC402

## 5.2 กรณีการทดลองแผ่นเหล็กประกบกับคู่แบบสมมาตรภายใต้แรงกระทำเป็นรอบแอมพลิจูดคงที่

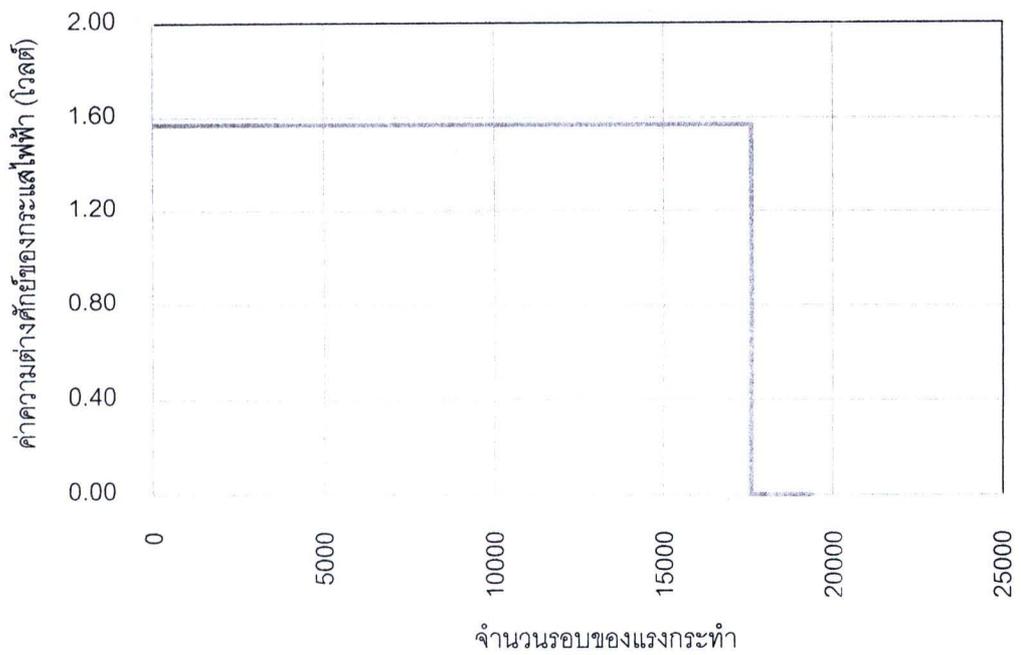
เนื่องจากพฤติกรรมการวิบัติของแผ่นเหล็กประกบกับคู่แบบสมมาตรมี 2 ช่วง (ระยะกำเนิดรอยร้าวและระยะวิบัติ) ดังนั้นงานวิจัยนี้ขอนำเสนอกราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำของแผ่นเหล็กประกบกับคู่แบบสมมาตรที่เกิดการวิบัติจำนวน 6 ตัวอย่าง จาก 21 ตัวอย่าง แสดงดังรูปที่ ข.17 – ข.22



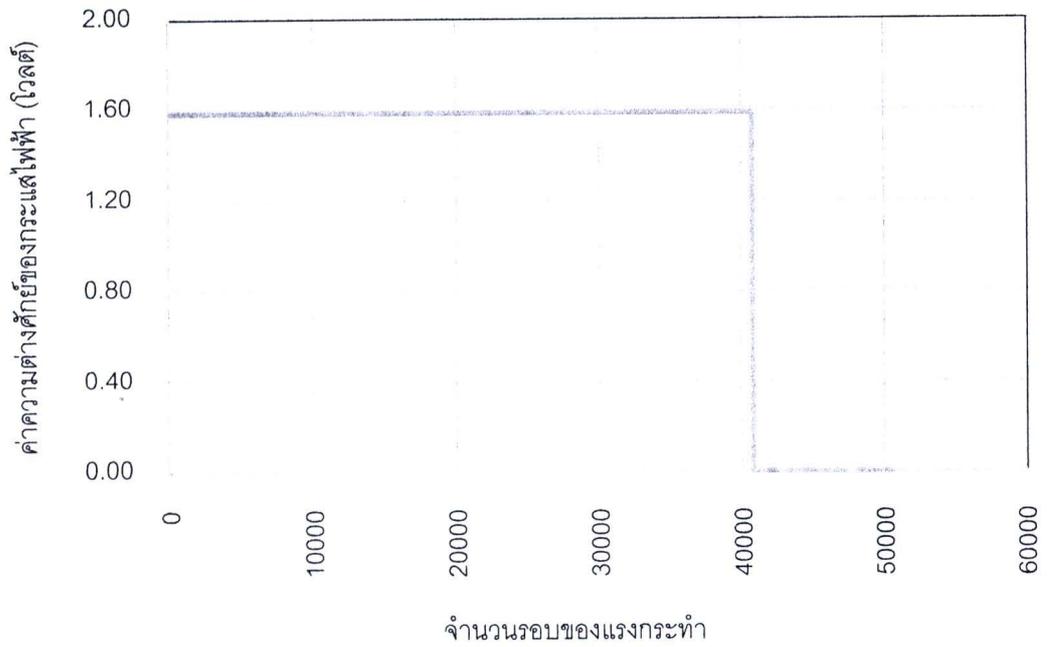
รูปที่ ข.17 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง DSJ803 (sampling frequency 2 Hz)



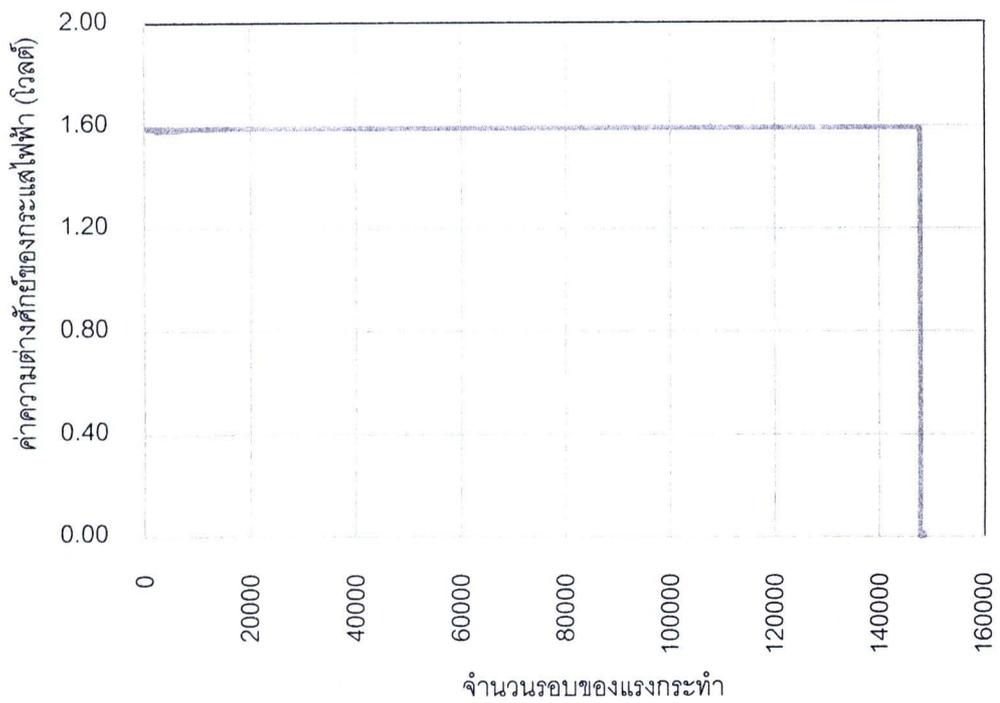
รูปที่ ข.18 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง DSJ704  
(sampling frequency 2 Hz)



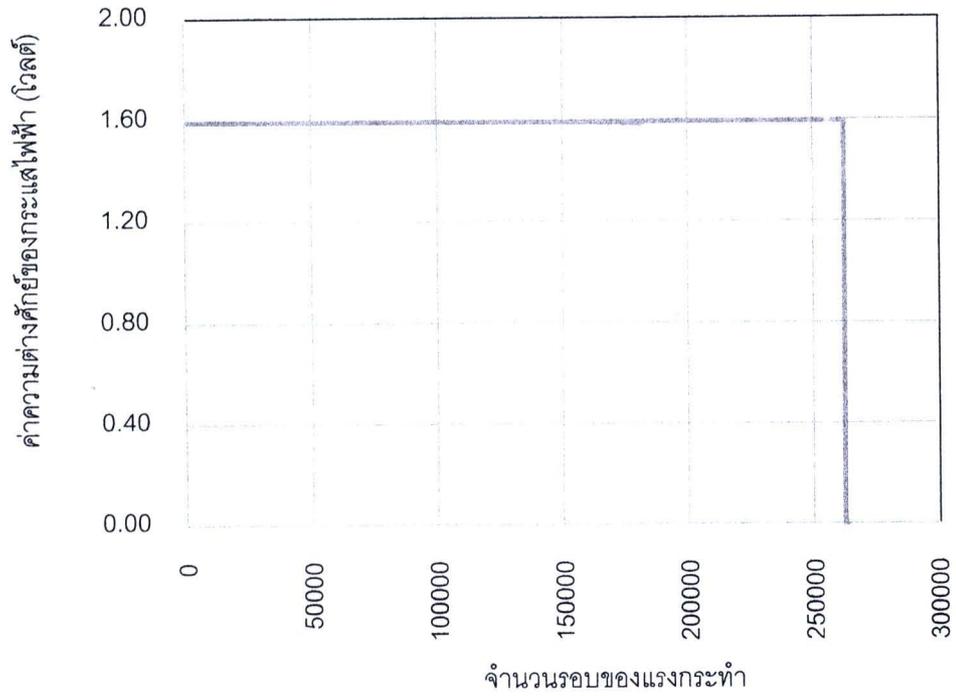
รูปที่ ข.19 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง DSJ652  
(sampling frequency 2 Hz)



รูปที่ ข.20 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง DSJ603  
(sampling frequency 5 Hz)



รูปที่ ข.21 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง DSJ501  
(sampling frequency 2 Hz)



รูปที่ ข.22 กราฟสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับจำนวนรอบของแรงกระทำในตัวอย่าง DSJ403 (sampling frequency 10 Hz)

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย ประวิทย์ สันติสุขไพธา เกิดเมื่อวันที่ 19 ธันวาคม พุทธศักราช 2527 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาบัณฑิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาโยธา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒในปีการศึกษา 2549 จากนั้นได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญา มหาบัณฑิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา 2550



