

บทที่ 2

แนวคิด ทฤษฎี และผลงานการศึกษาที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎีที่ใช้ในการศึกษา

2.1.1 ทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของเคนส์ (Keynes)

แนวคิดเกี่ยวกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของเคนส์ (Keynes) ได้อธิบายถึงการกำหนดขึ้นเป็นรายได้ประชาชาติ ว่าเกิดจากตัวกำหนด 2 ระดับ คือ

1. ตัวกำหนดในทันที หรือตัวกำหนดโดยตรงของรายได้และการจ้างงาน ซึ่งได้แก่ การบริโภคและการลงทุน (กรณีระบบเศรษฐกิจเป็นแบบปิดและไม่มีภาครัฐบาล)

2. ตัวกำหนดในที่สุด หรือปัจจัยที่กำหนดการบริโภคและการลงทุน (อีกต่อหนึ่งอันจะส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของรายได้และการจ้างงานอีกต่อหนึ่ง) ซึ่งปัจจัยเหล่านี้ได้แก่ แนวโน้มการบริโภค ความต้องการในการถือสินทรัพย์สภาพคล่อง และอัตราผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับจากการลงทุน หรือประสิทธิภาพส่วนเพิ่มของทุน (ซึ่งกำหนดการลงทุน)

คุณภาพของระบบเศรษฐกิจอาจไม่เกิดขึ้น ณ ระดับที่มีการจ้างงานเต็มที่ เพราะอุปสงค์มวลรวมในระบบเศรษฐกิจอาจมีไม่เพียงพอ หรือต่ำเกินไป ดังนั้นในเชิงนโยบายจึงเป็นหน้าที่ของรัฐบาลที่จะใช้นโยบายแทรกแซงระบบเศรษฐกิจเพื่อส่งเสริมให้เกิดการจ้างงานเต็มที่ การแทรกแซงของรัฐบาลอาจทำได้โดย

- การควบคุม (ลด) อัตราดอกเบี้ย (เพื่อกระตุ้นการลงทุน)
- การเพิ่มการใช้จ่ายของรัฐบาล (โดยการใช้งบประมาณขาดดุล)
- การใช้นโยบายที่จะก่อให้เกิดการกระจายรายได้ใหม่เพื่อยกระดับของการใช้จ่าย

เพื่อการบริโภค (เช่น การเก็บภาษีในอัตราก้าวหน้า แล้วนำงบประมาณมาใช้จ่ายช่วยเหลือคนรายได้ต่ำ การที่แนวโน้มการบริโภคของคนจนมากกว่าคนรวยทำให้ระดับการบริโภคโดยรวมเพิ่มสูงขึ้นได้)

หลักว่าด้วยอุปสงค์ที่มีผล (The Principle of Effective Demand) เคนส์เสนอว่าการใช้จ่ายจะก่อให้เกิด อุปสงค์ในระบบเศรษฐกิจ ซึ่งก่อให้เกิดการขยายตัวของผลผลิตและการจ้างงาน เนื่องจากการผลิตปรับตัวตาม อุปสงค์ของเคนส์

เคนส์เสนอว่า องค์กรประกอบของอุปสงค์มวลรวม คือ

$$Y = C + I + G + X - M \quad (2.1)$$

- โดยที่ Y หมายถึง รายได้หรือผลผลิต (Gross Domestic Product: GDP)
 C หมายถึง การบริโภค (Consumption: C)
 I หมายถึง การลงทุน (Investment Expenditure: I)
 G หมายถึง การใช้จ่ายของรัฐบาล (Government Expenditure: G)
 X หมายถึง รายได้จากการส่งออก (Exports: X)
 M หมายถึง ค่าใช้จ่ายของการนำเข้า (Imports: M)

จากสมการข้างต้นแสดงว่า อุปสงค์จะเกิดจากการใช้จ่ายมวลรวมในระบบเศรษฐกิจ ซึ่งมีองค์ประกอบจากการใช้จ่ายการบริโภค การใช้จ่ายการลงทุน การใช้จ่ายของภาครัฐบาล การส่งออกสุทธิ ซึ่งการใช้จ่ายข้างต้นจะกำหนดผลผลิตการจ้างงาน ผลผลิต และระดับรายได้ประชาชาติ โดยผ่านการทำงานของตัวทวีคูณ (Multiplier) ยิ่งตัวทวีคูณมีค่ามากเท่าใด ย่อมหมายถึงการเปลี่ยนแปลงการใช้จ่ายในระบบเศรษฐกิจจะมีผลเพิ่มผลผลิตและการจ้างงานมากขึ้นเท่านั้น แนวคิดด้านทวีคูณ หมายถึง ค่าที่แสดงถึงขนาดของการเปลี่ยนแปลงของผลผลิตหรือรายได้ เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงรายจ่ายในระบบเศรษฐกิจ อาทิเช่น การลงทุนภาคเอกชนและรายจ่ายของภาครัฐบาล ซึ่งตัวทวีคูณจะมีค่ามากกว่า 1 ซึ่งแสดงว่า ผลผลิตหรือรายได้ประชาชาติมากกว่า 1 เท่า (หรือในบางกรณีหลายเท่าตัว) กว่า การเพิ่มขึ้นของรายจ่ายในรอบแรก ค่าที่กำหนดขนาดของตัวทวีคูณที่สำคัญคือค่าความโน้มเอียงส่วนเพิ่มของการบริโภค (Marginal Propensity to Consume: MPC) นั่นเอง (เศรษฐศาสตร์การเมือง, 2554)

2.1.2 ทฤษฎีในการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ

เป็นทฤษฎีที่ศึกษาถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่มีลักษณะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลา ซึ่งในการศึกษาเชิงประจักษ์ที่ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) มีเงื่อนไขว่าข้อมูลที่นำมาศึกษาจะต้องมีลักษณะนิ่ง (Stationary) เพื่อจะได้มองเห็นความสัมพันธ์ที่แท้จริงของตัวแปรต่างๆ นี้

ดังนั้นในการนำข้อมูลอนุกรมเวลามาศึกษาจะต้องมีการทดสอบก่อนว่า ข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยทฤษฎีแล้ว การใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาโดยไม่ได้ตรวจสอบความนิ่งของข้อมูลก่อน แล้วทำการวิเคราะห์ความถดถอยด้วยตัวแปรไม่นิ่ง (Non-Stationary) ค่าสถิติ (t-statistics) จะมีการแจกแจงแบบไม่มาตรฐาน (Nonstandard Distributions) ซึ่งผลที่ตามมาคือ อาจนำไปสู่การลงความเห็นที่ผิด ซึ่งเป็นไปได้ที่จะนำไปสู่การถดถอยที่ไม่ถูกต้อง (Spurious Regression) ยกเว้นว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวจะมีลักษณะเป็นความสัมพันธ์แบบการร่วมไปด้วยกัน (Cointegration Relationship) ซึ่งจะทำให้ค่าสถิติ t และ F ที่เราใช้กันตามปกติ สามารถใช้ทดสอบได้ (ทงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547) ซึ่งข้อมูลทางเศรษฐกิจที่เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาส่วนใหญ่ จะมีลักษณะไม่นิ่ง กล่าวคือ ค่าเฉลี่ย (Means) และค่าความแปรปรวน (Variances) จะมีค่าไม่คงที่เปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของสมการ มีความสัมพันธ์กันแบบไม่แท้จริง (Spurious Relationship) โดยสังเกตจากค่าสถิติบางตัว เช่น ค่าสถิติ t จะไม่เป็นการแจกแจงแบบมาตรฐาน และค่า R^2 ที่สูง ในขณะที่ค่า Durbin-Watson (DW) Statistic ต่ำ ซึ่งแสดงว่าเกิดปัญหาอัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) ของความคลาดเคลื่อน ดังนั้นในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรอนุกรมเวลาด้วยเทคนิค Regression จึงต้องมีการวิเคราะห์ในด้านต่างๆ ดังนี้

1. การทดสอบความนิ่งของข้อมูลหรือยูนิทรูท (Unit Root Test)

วิธีการทดสอบ Unit Root หรืออันดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (Order of Integration) เป็นการทดสอบตัวแปรทางเศรษฐกิจต่างๆ ที่จะนำไปใช้ในสมการว่าข้อมูลมีลักษณะ นิ่ง ($I(0)$; Integration of Order Zero) หรือ นิ่ง ($I(d); d > 0$, Integration of Order Zero d) ซึ่งเป็นขั้นตอนแรกในการศึกษาภายใต้วิธี Cointegration and Error Correction Mechanism ถ้าเราไม่สามารถปฏิเสธ ข้อสมมติฐานว่าตัวแปรหนึ่งๆ (x) เป็น Unit Root แล้ว ก็เท่ากับเราพบว่าตัวแปรนั้นไม่นิ่ง ซึ่งวิธีการทดสอบ Unit Root นั้นสามารถทดสอบโดยใช้การทดสอบ Dickey-Fuller (DF Test) (Dickey and Fuller, 1981) และการทดสอบ Augmented Dickey-Fuller (ADF Test) ที่ Said และ Dickey ได้กล่าวไว้ เพื่อทดสอบความนิ่งของข้อมูลที่นำมาศึกษา โดยนำค่า ADF t-statistic ของข้อมูลที่ทำกรทดสอบมาเปรียบเทียบกับค่าวิกฤติ MacKinnon แสดงว่าข้อมูลมีความนิ่ง (Stationary) และสามารถปฏิเสธสมมติฐาน (Dimitrova, 2005)

โดยสมมติให้ความสัมพันธ์เป็นดังนี้

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

$$X_t = \rho X_{t-1} + e_t \quad (2.3)$$

- โดยที่ Y_t คือ ตัวแปรตาม
 X_t, X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ เวลา t และ $t-1$
 α, β คือ ค่าพารามิเตอร์
 ρ คือ ค่าสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ (Autocorrelation Coefficient)
 ε_t, e_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)

สมมติฐานของการทดสอบคือ

$$H_0 : \rho = 1$$

$$H_1 : \rho < 1$$

การทดสอบว่าตัวแปรที่ศึกษา x_t มียูนิทรูทหรือไม่ สามารถพิจารณาได้จากค่า ρ โดยที่
 ถ้ายอมรับ $H_0 : \rho = 1$ หมายความว่า x_t มียูนิทรูท หรือ x_t ลักษณะไม่นิ่ง
 ถ้ายอมรับ $H_1 : \rho < 1$ หมายความว่า x_t ไม่มียูนิทรูท หรือ x_t มีลักษณะนิ่ง
 จากการเปรียบเทียบค่า t-statistics ที่คำนวณได้กับค่าในตาราง Dickey-Fuller ซึ่งค่า
 t-statistics ที่น้อยกว่าค่าในตาราง Dickey-Fuller จะสามารถปฏิเสธสมมติฐานได้ แสดงว่าตัวแปรที่
 นำมาทดสอบมีลักษณะนิ่ง หรือเป็น Integrated of Order Zero แทนด้วย $X_t \sim I(0)$ อย่างไรก็ตาม
 การทดสอบยูนิทรูทดังกล่าวข้างต้น สามารถทำได้อีกวิธีหนึ่งคือ

$$\text{ให้} \quad \rho = (1 + \theta); -1 < \theta < 1 \quad (2.4)$$

$$\text{โดยที่} \quad \theta = \text{พารามิเตอร์}$$

$$\text{จะได้} \quad X_t = (1 + \theta)X_{t-1} + e_t \quad (2.5)$$

$$X_t = X_{t-1} + \theta X_{t-1} + e_t \quad (2.6)$$

$$X_t - X_{t-1} = \theta X_{t-1} + e_t \quad (2.7)$$

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \quad (2.8)$$

จะได้สมมติฐานการทดสอบ Dickey-fuller (DF) คือ

$$H_0 : \theta = 0 \quad (X_t \text{ มี Unit Root หรือ มีลักษณะไม่นิ่ง})$$

$$H_1 : \theta < 0 \quad (X_t \text{ ไม่มี Unit Root หรือ มีลักษณะนิ่ง})$$

ถ้ายอมรับ $H_0 : \theta = 0$ จะได้ว่า $\rho = 1$ หมายความว่า ตัวแปรที่ศึกษา (X_t) มียูนิทรูท หรือมีลักษณะไม่นิ่ง (Non-Stationary) เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t มีส่วนสัมพันธ์กับข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-1$ แต่ถ้ายอมรับ $H_1 : \theta < 0$ จะได้ว่า $\rho < 1$ หมายความว่า ตัวแปรที่ศึกษา (X_t) ไม่มียูนิทรูท หรือมีลักษณะนิ่ง (Stationary) เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t มีส่วนสัมพันธ์กับข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-1$ ค่าคงที่และแนวโน้ม ดังนั้น Dickey-Fuller จึงพิจารณาสมการถดถอย 3 รูปแบบที่แตกต่างกันในการทดสอบว่ามียูนิทรูทหรือไม่ ได้แก่

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \quad (\text{แนวเดินเชิงสุ่ม}) \quad (2.9)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + e_t \quad (\text{แนวเดินเชิงสุ่มซึ่งมีความโน้มเอียงทั่วไป}) \quad (2.10)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta_t + \theta X_{t-1} + e_t \quad (\text{แนวเดินเชิงสุ่มซึ่งมีความโน้มเอียงทั่วไปและมีแนวโน้มตามเวลาเชิงเส้น}) \quad (2.11)$$

โดยที่ X_t, X_{t-1}	คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ เวลา t และ $t-1$
α, β, θ	คือ ค่าพารามิเตอร์
t	คือ แนวโน้มเวลา
e_t	คือ ค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

การตั้งสมมติฐานการทดสอบ Dickey-Fuller เป็นเช่นเดียวกับที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ส่วนการทดสอบโดยใช้ Augmented Dickey-Fuller (ADF Test) โดยการเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Process) เข้าไปในสมการ ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาทฤษฎีที่ใช้การทดสอบ Dickey-Fuller แล้วค่า D.W. (Durbin-Watson Statistic) ต่ำ การเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเองเข้าไปนั้น ผลการทดสอบ ADF ทำให้ได้สมการใหม่จากการเพิ่มจำนวนของตัวแปรล่า (Lagged



Difference Terms, p) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของข้อมูลหรือสามารถใส่จำนวน Lagged Difference Terms, p เข้าไปได้จนกระทั่งไม่เกิดปัญหา Autocorrelation ดังนี้

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad (2.12)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad (2.13)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta_t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad (2.14)$$

โดยที่ X_t, X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ เวลา t และ $t-1$
 $\alpha, \beta, \theta, \phi$ คือ ค่าพารามิเตอร์
 t คือ แนวนอนเวลา
 e_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

จำนวน Lagged Difference Terms (p) ที่เพิ่มเข้าไปในสมการจะขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละงานวิจัยหรือสามารถใส่จำนวน Lagged Difference Terms (p) เข้าไปได้จนกว่าค่าความคลาดเคลื่อนจะไม่เกิดปัญหา Autocorrelation จำนวนของตัวแปรล่า (Lagged Difference Terms (p)) ที่จะนำเข้ามารวมในสมการนั้น จะต้องมียกพอที่จะทำให้ตัวแปรความคลาดเคลื่อน (Error Terms) มีลักษณะเป็นอิสระต่อกัน (Serially Independent) และเมื่อนำเอาการทดสอบ DF Test มาใช้กับสมการ (2.12), (2.13) และ (2.14) แล้วเราจะเรียกว่า Augmented Dickey-Fuller (ADF Test) ซึ่งค่าสถิติทดสอบ ADF จะมีการแจกแจงเชิงเส้นกำกับ (Asymptotic Distribution) เหมือนกับค่าสถิติ DF ดังนั้น ก็สามารถใช้ค่าวิกฤต (Critical Value) แบบเดียวกันได้

โดยในการทดสอบสมมติฐานทั้งวิธี Dickey-Fuller Test (DF Test) และ Augmented Dickey-Fuller (ADF Test) จะทดสอบเพื่อให้ทราบว่าตัวแปรที่ศึกษานั้นมีหน่วยรากหรือไม่ สามารถพิจารณาได้จากค่า θ ถ้ามีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่า ตัวแปรที่สนใจมีหน่วยราก

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$H_0 : \theta = 0 \text{ (} X_t \text{ มี Unit Root หรือ มีลักษณะไม่นิ่ง)}$$

$$H_1 : \theta < 0 \text{ (} X_t \text{ ไม่มี Unit Root หรือ มีลักษณะนิ่ง)}$$

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
 ห้องสมุดงานวิจัย
 วันที่.....1.6.2555.....
 เลขทะเบียน.....247671.....
 เลขเรียกหนังสือ.....

สามารถทดสอบสมมติฐานได้โดยการเปรียบเทียบค่า t-statistic ที่คำนวณได้กับค่าในตาราง Dickey-Fuller ซึ่งค่า t-statistic ที่จะนำมาทดสอบสมมติฐานในแต่ละรูปแบบนั้น จะต้องนำไปเปรียบเทียบกับตาราง Dickey-Fuller ณ ระดับต่างๆ ถ้าสามารถปฏิเสธสมมติฐานได้ แสดงว่าตัวแปรที่นำมาทดสอบมีลักษณะนิ่ง หรือเป็น Integration of Order Zero แทนด้วย $X_t \sim I(0)$ กรณีที่การทดสอบสมมติฐานพบว่า ตัวแปรที่ศึกษามียูนิทรุต หรือมีลักษณะไม่นิ่ง จะต้องนำค่า ΔX_t มาทำ Differencing จนกระทั่งสามารถปฏิเสธสมมติฐานที่ว่า X_t มีลักษณะไม่นิ่งได้ เพื่อทราบว่าเป็น Order of Integration (d) [$x_t \sim I(d); d > 0$] ว่าอยู่ในระดับใด

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว (Cointegration Test)

Cointegration เป็นวิธีการทดสอบความสอดคล้องของข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรว่ามีการเคลื่อนไหวหรือมีความสัมพันธ์ที่สอดคล้องกันหรือไม่ในระยะยาว เนื่องจากภายใต้ทฤษฎีทางเศรษฐศาสตร์เชื่อว่าในระยะยาวแล้วตัวแปรทางเศรษฐกิจควรจะมีการเคลื่อนไหวในทิศทางใดทิศทางหนึ่งที่สอดคล้องกัน ซึ่งมีวิธีที่นิยมใช้กัน 2 วิธี ได้แก่ วิธีแบบ “Two-Step Approach” ของ Engle และ Granger (1987) และวิธีการทดสอบตามหลัก “Full Information Maximum Likelihood approach” ของ Johansen และ Juselius (1991)

วิธีการของ Engle และ Granger จะทดสอบดุลยภาพในระยะยาวโดยการพิจารณาจากค่า Error Term ว่า Stationary หรือไม่ ซึ่งจะมีการระบุว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรตามและตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ และทำให้ไม่สามารถแสดงเป็น Multiple Cointegrating Vectors ได้ ในกรณีที่รูปแบบความสัมพันธ์มีมากกว่า 1 รูปแบบ

ส่วนวิธีของ Johansen และ Juselius จะพิจารณาจากค่า Rank ของ π ซึ่งจะไม่ระบุว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระและตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม แต่เราสามารถทดสอบได้ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระและตัวแปรใดเป็นตัวแปรตามได้ด้วยวิธีการทดสอบต้นเหตุของ Granger รวมทั้งยังสามารถพิจารณาความสัมพันธ์นั้นให้สอดคล้องกับทฤษฎีและหลักการทางเศรษฐศาสตร์อีกด้วย

ในทางทฤษฎีเศรษฐมิตินั้นยังมีข้อถกเถียงกันว่า วิธีการใดจะเหมาะสมมากกว่ากันซึ่งมีนักเศรษฐศาสตร์บางกลุ่มมีความคิดเห็นว่า วิธีการของ Johansen และ Juselius น่าจะมีความเหมาะสมมากกว่าของ Engle และ Granger เนื่องจากสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับแบบจำลองที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปรขึ้นไป และสามารถทดสอบหาจำนวน Cointegrating Vectors ได้พร้อมๆ กัน โดยไม่ต้องระบุก่อนว่าตัวแปรใดจัดเป็น Exogenous หรือ Endogenous Variables แต่อย่างไรก็ตามนักเศรษฐศาสตร์กลุ่มอื่นๆ กลับมีความคิดเห็นว่า วิธีการทั้งสองไม่น่าจะให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน

มากนัก โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์เชิงประจักษ์ที่มีจำนวนข้อมูลจำนวนไม่มาก

การศึกษาครั้งนี้มีการใช้ตัวแปรหลายตัวในแบบจำลอง ดังนั้นจึงเลือกใช้วิธีการหา Cointegration ตามวิธีการของ Johansen และ Juselius ซึ่งมีพื้นฐานมาจากแบบจำลอง Vector Autoregressive (VAR) ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 เมื่อทดสอบหา Order of Integration ของตัวแปรทุกตัว หากพบว่าตัวแปรใดมี Order of Integration ต่างกับตัวแปรอื่นๆ จะไม่นำตัวแปรนั้นเข้ามาพิจารณาพร้อมด้วยในแบบจำลอง VAR จากนั้นทำการทดสอบความยาวของ Lag Length ของแบบจำลอง VAR ซึ่งมี 3 วิธีที่นิยมนำมาพิจารณา ได้แก่ Akaike Information Criterion (AIC) (Johnston and Dinardo, 1997), Likelihood Ratio Test (LR) และ Schwartz Bayesian Criterion (SBC) (Enders, 1995) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$AIC = T \log|\Sigma| + 2N \quad (2.15)$$

$$LR = (T - c)(\log|\Sigma_r| - \log|\Sigma_u|) \quad (2.16)$$

$$SBC = T \log|\Sigma| + N \log(T) \quad (2.17)$$

โดยที่ T = จำนวนของตัวอย่างในสมการ

C = Number of Parameters in the Unrestricted System

$|\Sigma|$ = Determinant of Variance/Covariance Matrices of the Residuals

$|\Sigma_r|$ = Determinant of Variance/Covariance Matrices of the Restricted System

$|\Sigma_u|$ = Determinant of Variance/Covariance Matrices of the Unrestricted System

N = Total Number of Parameters Estimated in All Equations

ทดสอบสมมติฐานหลัก (H_0) โดยกำหนด Lagged Term เท่ากับ r ในกรณีที่มีข้อจำกัด ส่วนกรณีที่ไม่มีข้อจำกัดจำนวน Lagged Term เท่ากับ u ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะและระยะเวลาของข้อมูลจากงานวิจัยแต่ละชิ้น แล้วใช้การแจกแจงแบบ Chi-Square (X^2) ทดสอบสมมติฐานว่ามีจำนวน Lagged Term เท่ากับ r โดยมีจำนวนระดับความเป็นอิสระเท่ากับจำนวนสัมประสิทธิ์ที่เป็นข้อจำกัด (Coefficient Restriction) ถ้าค่า X^2 ที่คำนวณได้น้อยกว่าค่าวิกฤตแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก หรือสามารถทำการทดสอบโดยใช้ F-test ในแต่ละสมการก็จะได้ผลการทดสอบเช่นเดียวกัน และหากพบว่าแบบจำลองสามารถใช้ Lagged Term ได้หลายจำนวนควร

ควรเลือกใช้ทอมที่ยาวที่สุด อย่างไรก็ตามควรคำนึงถึงระดับความเป็นอิสระด้วย เนื่องจากถ้าจำนวน Lagged Term มากจนเกินความจำเป็นจะทำให้สูญเสียระดับความเป็นอิสระ ซึ่งจะส่งผลถึงค่าวิกฤต ทำให้การยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานบิดเบือนไป

ความยาวของ Lag Length เปลี่ยนแปลงได้ จะขึ้นอยู่กับความเหมาะสม เนื่องจากการเพิ่มหรือลดความยาวของ Lag Length อาจจะมีผลกระทบต่อเครื่องหมายของตัวแปรต่างๆ นั่นคือเปลี่ยนจากเครื่องหมายบวกเป็นเครื่องหมายลบ หรือเปลี่ยนจากเครื่องหมายลบเป็นเครื่องหมายบวกซึ่งจะส่งผลต่อการอธิบายตามหลักการทฤษฎีทางเศรษฐศาสตร์ด้วย

ขั้นตอนที่ 2 จะประมาณการแบบจำลองและหาจำนวน Cointegrating Vectors ซึ่งสามารถสร้างรูปแบบของแบบจำลองได้ 5 รูปแบบ ดังนี้

- รูปแบบที่ 1 ไม่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาใน Cointegrating Vectors หรือในการทดสอบ VAR Model ซึ่งมีรูปสมการดังต่อไปนี้

$$X_t = \sum_{i=1}^p A_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.18)$$

ดังนั้น
$$\Delta X_t = \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.19)$$

โดยที่
$$\pi = \sum_{i=1}^p A_i - I$$

$$\pi_i = \sum_{j=i+1}^p A_j$$

X_t = เวกเตอร์ของตัวแปรขนาด $(n \times 1)$; $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$

A_i = เมตริกซ์พารามิเตอร์ของตัวแปรขนาด $(n \times n)$

I = เมตริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $(n \times n)$

ε_t = เวกเตอร์ของ Error Term with Multivariate White Noise ขนาด $(n \times n)$

- รูปแบบที่ 2 มีเฉพาะค่าคงที่ใน Cointegrating Vectors และไม่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาในการทดสอบ VAR Model ซึ่งมีรูปสมการดังต่อไปนี้

$$\Delta X_t = \pi^* X_{t-1}^* + \sum_{i=1}^p \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.20)$$



โดยที่
$$\pi^* = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \cdots & \pi_{1n} & a_{01} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \cdots & \pi_{2n} & a_{02} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \cdots & \pi_{nn} & a_{0n} \end{bmatrix}$$

$$(X_{t-1}^* = X_{1t-1}, X_{2t-1}, \dots, X_{nt-1}, 1)'$$

- รูปแบบที่ 3 มีเฉพาะค่าคงที่ใน Cointegrating Vectors และในการทดสอบ VAR Model ซึ่งมีรูปสมการดังต่อไปนี้

$$X_t = A_0 + \sum_{i=1}^p A_i X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{2.21}$$

ดังนั้น
$$\Delta X_t = A_0 + \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{2.22}$$

โดยที่ $A_0 =$ เวกเตอร์ของค่าคงที่ขนาด $(n \times 1); (a_{01}, a_{02}, \dots, a_{0n})'$

- รูปแบบที่ 4 มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาใน Cointegrating Vectors และมีเฉพาะค่าคงที่ในการทดสอบ VAR Model ซึ่งมีรูปสมการดังต่อไปนี้

$$\Delta X_t = A_0 + \pi^{**} X_{t-1}^{**} + \sum_{i=1}^p \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{2.23}$$

โดยที่
$$\pi^* = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \cdots & \pi_{1n} & t_{01} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \cdots & \pi_{2n} & t_{02} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \cdots & \pi_{nn} & t_{0n} \end{bmatrix}$$

$$(X_{t-1}^* = X_{1t-1}, X_{2t-1}, \dots, X_{nt-1}, T)'$$
 และ $T = 1, 2, 3, \dots, n$

- รูปแบบที่ 5 มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาใน Cointegrating Vectors และในการทดสอบ VAR Model ซึ่งมีรูปสมการดังต่อไปนี้

$$\Delta X_t = A_0 + A_1 T + \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.24)$$

โดยที่ $A_1 =$ เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ Time Trend ขนาด $(n \times 1)$; $(t_{01}, t_{02}, \dots, t_{0n})'$
จากนั้น ทำการคำนวณหาค่า Characteristic Roots ของ π Matrix (λ_{ij}) ของ
แบบจำลองทั้ง 5 รูปแบบ (กรณีรูปแบบที่ 2 คือ π^* และกรณีรูปแบบที่ 4 คือ π^{**}) สามารถหาได้จาก

$$|\pi - \lambda I| = 0 \text{ หรือ } |\lambda S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{01}| = 0 \quad (2.25)$$

ขณะที่ S_{00}, S_{10}, S_{11} คือ Product Moment Metrics of the Residuals

$$\text{โดย } S_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T R_{it} R_{jt}'}{T}; \forall i, j = 0, 1 \quad (2.26)$$

R_{0t} คือ Residuals จากการประมาณสมการ $\Delta X_t = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + R_{0t}$

R_{1t} คือ Residuals จากการประมาณสมการ $X_{t-1} = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + R_{1t}$

แล้วทำการทดสอบว่าแบบจำลองควรมีรูปแบบใด โดยกรณีของการทดสอบว่า
แบบจำลองจะมี Drift Term หรือมีค่าคงที่ใน Cointegrating Vectors นั้นทำการทดสอบ ซึ่งมี
สมมติฐานหลัก (H_0) ว่าแบบจำลองมีค่าคงที่ใน Cointegrating Vectors แล้วพิจารณาผลจากค่าสถิติ
ในการทดสอบ คือ $-T \sum_{i=r+1}^n [\ln(1 - \lambda_i^*) - (1 - \lambda_i)]$ ใช้การแจกแจงแบบ χ^2 โดยมีระดับความเป็น
อิสระเท่ากับ $n - r$

โดยที่ $T =$ จำนวนของข้อมูล

$n =$ จำนวนของตัวแปร

$r =$ Rank ของ π

$\lambda_i^* =$ Characteristic Roots of Restricted Model (Model with Intercept Term in the
Cointegrating Vectors)

$\lambda_i =$ Characteristic Roots of Unrestricted Model (Model with Drift Term)

หากค่าสถิติที่คำนวณได้มากกว่าค่าในตาราง x^2 แสดงว่ารูปแบบของแบบจำลองจะไม่มีค่าคงที่ใน Cointegrating Vectors ซึ่งมีค่าเท่ากับ Rank ของ π Matrix โดยใช้ Likelihood Ratio Test ประกอบด้วย Eigenvalue Trace Statistic (λ_{trace}) และ Maximal Eigenvalue Statistic (λ_{max}) ซึ่งมีวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (2.27)$$

$$\lambda_{max}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{i+1}) \quad (2.28)$$

โดยที่ T = จำนวนของค่าสังเกตที่เราสามารถใช้ได้

r = Rank ของ π

$\hat{\lambda}_i$ = ค่าประมาณของ Characteristic Root ซึ่งได้จากเมตริกซ์ π ที่ประมาณค่ามา

วิธีการของ Trace Statistic จะเริ่มต้นจากการทำการทดสอบสมมติฐานหลัก (H_0)

โดยเปรียบเทียบค่า λ_{trace} ที่คำนวณได้ว่ามากกว่าค่าวิกฤตหรือไม่ เปรียบเทียบค่าสถิติในตาราง Distribution of λ_{trace} และ λ_{max} Statistic (Enders, 1995) ถ้าค่าที่คำนวณได้มากกว่าก็จะปฏิเสธ H_0 โดย $H_0: r=0$ และ $H_1: r>0$ ถ้าปฏิเสธ H_0 ก็ทำการเพิ่มค่า r ในสมมติฐานครั้งละ 1 ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งยอมรับ H_0 ลักษณะการตั้งสมมติฐานแสดงได้ดังตาราง ส่วนวิธี Max Statistic นั้น จะทำการทดสอบโดยเริ่มจาก $H_0: r=0$ และ $H_1: r=2$ ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะพบว่าไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้

ตารางที่ 3 การทดสอบสมมติฐานในการหาจำนวน Cointegrating Vectors

Eigenvalue Trace Statistic Hypothesis Testing		Maximal Eigenvalue Statistic Hypothesis Testing	
H_0	H_0	H_0	H_0
$r=0$	$r=0$	$r=0$	$r=0$
$r \leq 1$	$r > 1$	$r=1$	$r=1$
$r \leq 2$	$r > 2$	$r=2$	$r=2$
$r \leq 3$	$r > 3$	$r=3$	$r=3$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

ที่มา: Enders (1995)

ซึ่งค่า r ที่ได้ก็คือ จำนวน Cointegrating Vectors โดยพิจารณาได้ 2 กรณี คือ กรณีที่ $r=0$ จะได้ว่า แบบจำลองที่นำมาทดสอบนั้นเป็น VAR ในรูป First Difference คือ ตัวแปรที่นำมาทดสอบไม่มีความสัมพันธ์ระยะยาวระหว่างกัน และกรณีที่ $0 < r \leq n$ แสดงว่ามีจำนวน Cointegrating Vectors เท่ากับ r (Enders, 1995) เมื่อทราบจำนวน Cointegrating Relations ว่ามีค่าเท่ากับ r (จำนวน Common Trends เท่ากับ r) ก็จะทราบจำนวน Common Stochastic Trends ว่ามีค่าเท่ากับ $n-r$ เช่นกัน

ขั้นตอนที่ 3 ทำการ Normalized Cointegrating Vectors และ Speed of Adjustment Coefficients เพื่อปรับค่า β และ α ให้สอดคล้องกับรูปแบบที่ต้องการได้ โดยที่ $\pi = \alpha\beta'$ (กรณีรูปแบบที่ 2 คือ π^* และกรณีรูปแบบที่ 4 คือ π^{**})

โดยที่ $\beta' = (n \times n)$ เมตริกซ์ของ Cointegrating Parameters ขนาด $(n \times n)$
 $\alpha =$ เมตริกซ์ของ Speed of Adjustment Parameters ขนาด $(n \times r)$ ใน ΔX_t

จากนั้นจึงทดสอบความถูกต้องของสมการว่า ควรจะมีค่าคงที่และเครื่องหมายของสัมประสิทธิ์ตรงตามทฤษฎีหรือไม่ ซึ่งทดสอบโดย x^2 ซึ่งมีระดับความเป็นอิสระเท่ากับจำนวนจำกัดในการทดสอบ โดยเริ่มทดสอบจากค่าคงที่ก่อนแล้วจึงทดสอบสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอื่นๆ จนครบทุกตัว โดย Cointegrating Vectors จะมีคุณสมบัติในการปรับค่าข้อมูลที่เป็น Non-Stationary Process ให้เป็น กระบวนการคงที่ได้เมื่ออยู่ในรูปแบบของผลรวมเชิงเส้น $\beta' X_t \sim I(0); X_t \sim I(1)$ แต่ในกรณีทั่วไป ถ้า $X_t \sim I(d)$ และ X_t Cointegrated of Order d และ b ($X_t \sim CI(d,b)$) จะมีผลรวมเชิงเส้นของตัวแปรที่ทำให้ $\beta' X_t \sim I(d-b)$ โดยที่ $d \geq b > 0$ เมื่อ β คือ Cointegrating Vectors และโดยปกติแล้วค่าความเร็วในการปรับตัวหรือ Speed of Adjustment Coefficient นั้น ควรจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ -1

3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะสั้น (Error Correction Mechanism)

เมื่อทำการทดสอบข้อมูลอนุกรมเวลาแล้ว ข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่งและไม่เกิดปัญหาสมการถดถอยไม่แท้จริง สมการถดถอยที่ได้มีการรวมกันไปด้วยกัน (Cointegrated) โดยมีกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว หมายความว่า ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว (Long Term Equilibrium Relationship) แต่ในระยะสั้นอาจมีการออกนอกดุลยภาพได้ แบบจำลอง Error Correction Mechanism (ECM) คือกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะสั้น

สมมติให้ตัวแปร X_t และ Y_t เป็นข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะไม่นิ่งและไม่เกิดปัญหาสมการถดถอยไม่แท้จริง สมการถดถอยที่ได้มีการร่วมกันไปด้วยกัน (Cointegrated) มีกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว หมายความว่า ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว (Long Term Equilibrium Relationship) แต่ในระยะสั้นอาจมีการออกนอกดุลยภาพ ฉะนั้นเราสามารถกำหนดให้ตัวแปรคลาดเคลื่อน (Error Term) ในสมการที่ร่วมกันไปด้วยกัน (Cointegrated) เป็นค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพ (Equilibrium Error) และเราสามารถนำตัวแปรคลาดเคลื่อนนั้นเป็นตัวเชื่อมระหว่างพฤติกรรมระยะสั้นและระยะยาวเข้าด้วยกัน ลักษณะสำคัญของตัวแปรอนุกรมเวลาที่มีการร่วมไปด้วยกัน คือ วิถีเวลา (Time Path) ของตัวแปรเหล่านี้จะได้รับอิทธิพลการเบี่ยงเบนจากดุลยภาพระยะยาว (Long Run Equilibrium) และถ้าระบบจะกลับไปสู่ดุลยภาพระยะยาว การเคลื่อนไหวของตัวแปรอย่างน้อยบางตัวแปรจะต้องตอบสนองต่อขนาดของการออกนอกดุลยภาพใน Error Correction Mechanism (ECM) ลักษณะพลวัตพจน์ระยะสั้น (Short-Term Dynamics) ของตัวแปรในระบบซึ่งจะได้รับอิทธิพลจากการเบี่ยงเบนออกจากดุลยภาพในระยะยาว (Enders, 1995)

ตัวอย่างแบบจำลอง ECM เป็นดังนี้

$$\Delta X_t = \beta_1 \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + \sum_{j=1}^q \delta_j \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_{1t} \quad (2.29)$$

$$\Delta Y_t = \beta_2 \hat{u}_{t-1} + \sum_{m=1}^r \pi_m \Delta X_{t-m} + \sum_{n=1}^k \eta_n \Delta Y_{t-n} + \varepsilon_{2t} \quad (2.30)$$

โดยที่ X_t, Y_t คือ ค่า Natural Logarithm ของข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

β_1, β_2 คือ ค่าความเร็วในการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว

δ_j, π_m คือ ค่าความยืดหยุ่นระยะสั้น

$\hat{e}_{t-1}, \hat{u}_{t-1}$ คือ พจน์ของ Error Term

$\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

รูปแบบการปรับตัวในระยะสั้นจะคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนโดยพิจารณาการปรับตัวของตัวแปรในระยะยาว นั่นคือ e_{t-1} ในสมการ (2.29) และ u_{t-1} ในสมการ (2.30) ซึ่งรูปแบบในการปรับตัวในระยะสั้นตามแบบจำลอง ECM Model ตามที่แสดงในสมการที่ (2.29) และ (2.30) สามารถดูความได้ว่าเป็นกลไกที่แสดงการปรับตัวในระยะสั้น เมื่อขาดความสมดุล เพื่อให้เข้าสู่ภาวะสมดุลในระยะยาว ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ของ e_{t-1} และ u_{t-1} จะแสดงให้เห็น

ของการขาดความสมดุล ระหว่างค่า X_t และ Y_t ในช่วงเวลาก่อนหน้า รูปแบบของ ECM จะให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ Y_t จะไม่ขึ้นอยู่กับค่าการเปลี่ยนแปลงของ X_t เท่านั้น แต่จะขึ้นอยู่กับขนาดของการขาดความสมดุลในระยะยาว ระหว่างค่า และที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาก่อนหน้านี้

4. การทดสอบสมมติฐานเชิงเป็นเหตุเป็นผล (Granger Causality Test)

แนวคิดและวิธีทดสอบ โดยสมมติว่ามีตัวแปรจำนวน 2 ตัวคือ X และ Y ในลักษณะที่เป็นข้อมูลอนุกรมเวลา ถ้าการเปลี่ยนแปลงของ X เป็นต้นเหตุของการเปลี่ยนแปลง Y แล้ว การเปลี่ยนแปลงของ X ก็ควรที่จะเกิดขึ้นก่อนการเปลี่ยนแปลงของ Y ดังนั้น ถ้า X เป็นต้นเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงใน Y เจื่อนใจ 2 ประการที่จะต้องเกิดขึ้น คือ

ประการแรก X จะช่วยในการทำนาย Y หมายความว่า ในการถดถอยของ Y กับค่าที่ผ่านมาของ X ซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวแปรอิสระ ควรที่จะมีส่วนช่วยในการเพิ่มอำนาจการอธิบาย (Explanatory Power) ของสมการถดถอยอย่างมีนัยสำคัญ

ประการที่สอง ไม่ควรใช้ Y ในการทำนาย X เนื่องจากว่า ถ้า X สามารถช่วยในการทำนาย Y และ Y ก็สามารถช่วยทำนาย X ได้ นั่นหมายความว่า ควรจะมีตัวแปรอื่นอีกหนึ่งตัว หรือมากกว่านั้น ที่เป็นสาเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทั้งใน X และ Y ดังนั้น ต้องทดสอบสมมติฐานว่า (H_0) การเปลี่ยนแปลงของ X ไม่ได้เป็นต้นเหตุของการเปลี่ยนแปลง Y โดยใช้สมการถดถอย 2 สมการ ดังนี้

$$Y_t = \sum_{m=1}^r \pi_m X_{t-m} + \sum_{n=1}^k \eta_n X_{t-n} + u_t \quad (2.31)$$

$$Y_t = \sum_{n=1}^k \eta_n Y_{t-n} + u_t \quad (2.32)$$

สมการที่ (2.31) เรียกว่า การถดถอยที่ไม่ใส่ข้อจำกัด (Unrestricted Regression) สมการที่ (2.32) เรียกว่า การถดถอยที่ใส่ข้อจำกัด โดยที่ (Restricted Regression) RSS_r = ส่วนที่เหลือยกกำลังสอง (Residual Sum of Squares) จากสมการถดถอยที่ไม่ใส่ข้อจำกัด RSS_{ur} = ส่วนที่เหลือยกกำลังสอง (Residual Sum of Squares) จากสมการถดถอยที่ไม่ใส่ข้อจำกัดเพราะฉะนั้น สมมติฐานว่างในเชิงสถิติ สามารถจะเขียนได้ดังนี้

$$H_0 : \pi_1 = \pi_2 = \dots = \pi_r = 0$$

$$H_1 : H_0 \text{ ไม่เป็นจริง}$$

โดยสถิติที่จะใช้ในการทดสอบจะเป็นสถิติ F ดังนี้

$$F_{q,(n-k)} = \frac{(RSS_r - RSS_{ur})/q}{RSS_{ur}/(n-k)} \quad (2.33)$$

ถ้าเราปฏิเสธ H_0 ก็หมายความว่า X เป็นต้นเหตุของการเปลี่ยนแปลง Y ในทำนองเดียวกัน ถ้าเราต้องการทดสอบสมมติฐานว่างว่าการเปลี่ยนแปลงของ Y ไม่ได้เป็นต้นเหตุของการเปลี่ยนแปลง X เราก็จะต้องทำการระบวนการทดสอบอย่างเดียวกับข้างต้น เพียงแต่สลับเปลี่ยนแบบจำลองข้างต้น จาก X มาเป็น Y และจาก Y มาเป็น X ดังนี้

$$X_t = \sum_{m=1}^r \pi_m Y_{t-m} + \sum_{n=1}^k \eta_n Y_{t-n} + u_i \quad (2.34)$$

$$X_t = \sum_{n=1}^k \eta_n X_{t-n} + u_i \quad (2.35)$$

เรียกสมการที่ (2.34) ว่าการถดถอยที่ไม่ใส่ข้อจำกัด และสมการ (2.35) ว่าการถดถอยที่ใส่ข้อจำกัด และนำมาใช้สถิติ F ในการทดสอบเช่นเดียวกัน

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล คือ

$$H_0 : \pi_1 = \pi_2 = \dots = \pi_r = 0$$

$$H_1 : H_0 \text{ ไม่เป็นจริง}$$

จะสังเกตเห็นจำนวนของค่าตัวแปรล่า (Lagged Difference Terms) ซึ่งคือ p ในสมการเหล่านี้ เป็นตัวเลขที่กำหนดขึ้นเอง โดยทั่วไปแล้ว ควรทำการทดสอบค่า p ในสมการที่แตกต่างกัน 2 - 3 ค่า เพื่อที่จะแน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้มานั้น ไม่อ่อนไหวไปกับค่า p ที่กำหนดมาโดยที่ตั้งข้อสังเกตว่าจุดอ่อนของการทดสอบต้นเหตุนี้ คือ ตัวแปรที่สาม (Z) ซึ่งโดยความเป็นจริงแล้วอาจเป็นต้นเหตุของการเปลี่ยนแปลง Y และในขณะเดียวกันอาจมีความสัมพันธ์กับ X วิธีแก้ไขปัญหานี้ สามารถทำได้โดยทำการถดถอยโดยที่ค่า p ของตัวแปร Z ปรากฏอยู่ทางขวามือด้วย (Granger, 1969)

2.3 เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กรภัทร์ บุญเรือนยา (2550) ได้ทำการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างการใช้นโยบายการคลังและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย ทั้งในระยะสั้นและระยะยาว แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาเป็นแบบจำลองดุลยภาพทั่วไป ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ กับการลงทุนของภาคเอกชน ภาษี การใช้จ่ายของรัฐบาล การส่งออก การนำเข้าและปริมาณเงิน การวิเคราะห์ใช้สมการถดถอยโดยใช้เทคนิค วิธีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว การปรับตัวเชิงดุลยภาพระยะสั้น ตามแนวทางของ Johansen และ Juselius ข้อมูลที่ใช้ศึกษาเป็นข้อมูลทศวรรษรายไตรมาสระหว่างไตรมาสแรกของปี พ.ศ. 2539 ถึงไตรมาสที่สาม ของปี พ.ศ. 2547 ผลการทดสอบพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศกับการใช้จ่ายของรัฐบาลและการเก็บภาษีด้วยวิธีโคอินทิเกรชันพบว่า รูปแบบความสัมพันธ์ที่เหมาะสม คือแบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มของเวลา โดยข้อมูลของตัวบ่งชี้ข้อมูลในไตรมาสปัจจุบัน ผลจากการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศกับการใช้จ่ายของรัฐบาลและการเก็บภาษี และผลจากการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลการเก็บภาษีของรัฐบาลกับผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ พบว่า เป็นไปในทิศทางเดียวกัน สำหรับการทดสอบระยะสั้นเข้าสู่ระยะยาว พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ และการใช้จ่ายของรัฐบาล การเก็บภาษี ไม่มีการปรับตัวจากระยะสั้นเข้าสู่ระยะยาว

ศิริรัตน์ ใจสมิง (2550) ได้ทำการศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อดัชนีตลาดหลักทรัพย์เอ็ม เอ ไอ โดยศึกษาความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงปัจจัยทางเศรษฐกิจที่มีผลต่อราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์เอ็ม เอ ไอ ปัจจัยที่นำมาศึกษาได้แก่ ดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย อัตราดอกเบี้ยเงินฝากประจำ 12 เดือน ดัชนีราคาผู้บริโภค มูลค่าการซื้อขายหลักทรัพย์ตลาดเอ็ม เอ ไอ มูลค่าการซื้อขายสุทธิของนักลงทุนต่างชาติ และอัตราแลกเปลี่ยนระหว่างดอลลาร์สหรัฐกับเงินบาท ที่มีต่อดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์เอ็ม เอ ไอ โดยใช้ข้อมูลเป็นรายเดือน ตั้งแต่ เดือนกันยายนปี พ.ศ.2545 ถึง เดือนพฤษภาคม ปี พ.ศ. 2550 โดยวิเคราะห์ความสัมพันธ์โดยวิธีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว การปรับตัวเชิงดุลยภาพระยะสั้น ตามแนวทางของ Johansen และ Juselius จากการศึกษาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว พบว่า ดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์เอ็ม เอ ไอ มีความสัมพันธ์ทิศทางเดียวกับมูลค่าการซื้อขายหลักทรัพย์และดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย ส่วนอัตราดอกเบี้ยเงินฝากประจำ 12 เดือน และอัตราแลกเปลี่ยนระหว่างดอลลาร์สหรัฐกับเงิน มีทิศทางตรงกันข้ามกับดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์เอ็ม เอ ไอ และเมื่อทำการทดสอบการปรับตัวในระยะสั้นเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว สามารถอธิบายได้ว่า ตัวแปรตามและตัวแปรอิสระไม่มีการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว

กาญจนา บุญชัย (2551) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการใช้ไฟฟ้ากับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย โดยใช้ข้อมูลรายไตรมาสของปริมาณการใช้ไฟฟ้ารายไตรมาสของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยตั้งแต่ช่วงปี พ.ศ. 2537 – 2550 รวมทั้งสิ้น 14 ปี ตัวแปรที่ใช้ศึกษา คือ ปริมาณการใช้ไฟฟ้ากับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย โดยการทดสอบ เพื่อดูว่าปริมาณการใช้ไฟฟ้ามีผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย มากน้อยเพียงใด ผลการทดสอบ Unit Root ด้วยวิธี ADF พบว่า ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง (Stationary) ที่ Order of Integration เท่ากับ 0 การทดสอบ Cointegration ผลการทดสอบพบว่า ข้อมูลมีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้าม ผลการทดสอบความสัมพันธ์เชิงคลอปปาในระยะสั้น (ECM) พบว่ากรณีที่ปริมาณการใช้ไฟฟ้าเป็นตัวแปรอิสระ และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยเป็นตัวแปรตาม แบบจำลองมีการปรับตัวในระยะสั้น ในทำนองเดียวกันกรณีที่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยเป็นตัวแปรอิสระ และปริมาณการใช้ไฟฟ้าเป็นตัวแปรตาม แบบจำลองมีการปรับตัวในระยะสั้นเช่นเดียวกัน ผลการทดสอบความเป็นเหตุเป็นผลกัน (Granger Causality) พบว่า ปริมาณการใช้ไฟฟ้าเป็นสาเหตุของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยเป็นสาเหตุของปริมาณการใช้ไฟฟ้า นั่นคือผลการทดสอบความสัมพันธ์ที่เป็นเหตุเป็นผลมีความสัมพันธ์แบบสองทิศทาง

อรรถพล มาพวง (2551) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศกับตัวแปรทางเศรษฐกิจ ในประเทศจีน เวียดนาม และไทย โดยปัจจัยทางด้านเศรษฐศาสตร์ที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ มูลค่าของผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศเบื้องต้น อัตราเงินเฟ้อภายในประเทศโดยเปรียบเทียบ อัตราแลกเปลี่ยนเงินตราที่แท้จริง อัตราดอกเบี้ยเงินกู้ภายในประเทศโดยเปรียบเทียบ และมูลค่าของการส่งออกของแต่ละประเทศ ซึ่งข้อมูลที่ใช้ศึกษาเป็นข้อมูลทศนิยมรายไตรมาส ช่วงระหว่างปี พ.ศ. 2540 - 2549 โดยใช้วิธีทดสอบความสัมพันธ์เชิงคลอปปาในระยะยาวของ Johansen และ Juselius จากการศึกษาพบว่า ในประเทศจีนมูลค่าของผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศเบื้องต้น อัตราแลกเปลี่ยนเงินตราที่แท้จริง อัตราดอกเบี้ยเงินกู้ภายในประเทศโดยเปรียบเทียบ มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้ามกับการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศ สำหรับมูลค่าของการส่งออกและเบื้องต้น อัตราเงินเฟ้อภายในประเทศโดยเปรียบเทียบมีความสัมพันธ์ทิศทางเดียวกันกับการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศ ในประเทศเวียดนามปัจจัยทางด้านเศรษฐศาสตร์มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับการลงทุน โดยตรงจากต่างประเทศหมด มีเพียงอัตราอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราที่แท้จริงเท่านั้นที่มีความสัมพันธ์ในทางตรงกันข้าม ในส่วนของประเทศไทย อัตราดอกเบี้ยเงินกู้ภายในประเทศโดยเปรียบเทียบ

สุรวิษณุ วุฑฒินเดช (2552) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการใช้ไฟฟ้าภาคอุตสาหกรรมกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย ตัวแปรที่ใช้ศึกษา คือ ผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศที่แท้จริง การบริโภคภายในประเทศ และปริมาณการใช้ไฟฟ้าประเภทกิจการขนาด จากข้อมูลรายไตรมาส ตั้งแต่ไตรมาส ช่วงปี พ.ศ. 2540 - 2550 โดยศึกษาวิเคราะห์ความสัมพันธ์โดยวิธี โคอินทิเกรชัน และทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยได้ผลการศึกษาความนิ่งของข้อมูลด้วยวิธี Augmented Dickey Fuller test (ADF test) ผลทดสอบทางสถิติของตัวแปรปริมาณการใช้ไฟฟ้าภาคอุตสาหกรรมและตัวแปร GDP พบว่า ที่ระดับ First Difference with Trend and Intercept ข้อมูลมีลักษณะนิ่งที่ $I(1)$ และผลการทดสอบ Cointegration test จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว ได้ผลพิจารณากรณีปริมาณการใช้ไฟฟ้าเป็นตัวแปรหลัก และ GDP เป็นตัวแปรตาม คือค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเท่ากับ 0.766 และผลพิจารณากรณี GDP เป็นตัวแปรอิสระและปริมาณการใช้ไฟฟ้าเป็นตัวแปรตาม คือค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเท่ากับ 1.193 ซึ่งจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้แสดงถึงว่าปริมาณการใช้ไฟฟ้าภาคอุตสาหกรรมและ GDP มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาวทั้งสองกรณี โดยแสดงถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงระยะยาว และจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะสั้น กรณี GDP เป็นตัวแปรอิสระและปริมาณการใช้ไฟฟ้าเป็นตัวแปรตาม ได้ค่าสัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อน คือ 0.0094 และกรณีปริมาณการใช้ไฟฟ้าเป็นตัวแปรอิสระ GDP เป็นตัวแปรตาม ได้ค่าสัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อน คือ -0.2931 และผลการทดสอบ Granger Causality test ได้ผลการทดสอบสามมติฐานแรก ได้ค่า Prob เท่ากับ 0.021 และสมมติฐานที่สองได้ค่า Prob เท่ากับ 0.0013 ดังนั้นสรุปได้ว่าเมื่อเพิ่มการใช้ไฟฟ้ามากขึ้นจะทำให้ GDP สูงขึ้น และเมื่อ GDP สูงขึ้น ก็ทำให้ปริมาณการใช้ไฟฟ้ามากขึ้นเช่นกัน