

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการดำเนินการศึกษา เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับหัวข้อ ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
 - 1.1 จุดหมาย
 - 1.2 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
 - 1.3 คุณลักษณะอันพึงประสงค์
 - 1.4 ความสำคัญของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.5 สาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เรื่อง คู่อันดับและกราฟ
2. สมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 การจัดกรอบโครงสร้างการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์
 - 2.3 ข้อสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 6 ระดับ
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา
 - 3.1 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา
 - 3.2 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา
 - 3.3 กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา
 - 3.4 กลวิธีการตั้งปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม
 - 3.5 การตั้งคำถาม
 - 3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับการพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในประเทศ
 - 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นสำหรับท้องถิ่นและสถานศึกษาได้นำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาและจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาเด็กและเยาวชนไทยทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงและแสวงหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต ได้กล่าวถึงจุดหมาย สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 5-8)

1. จุดหมาย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมาย เพื่อให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยและปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง
2. มีความรู้อันเป็นสากลและมีความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต
3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุนทรีย์ และรักการออกกำลังกาย
4. มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิตและการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข
5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

2. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งการพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดนั้น จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและการส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสาร และประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและ

สังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่างๆ การเลือกรับหรือไม่รับ ข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผล และความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มี ประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่างๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจ ความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่างๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้ มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหาและมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่ เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่างๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและ ความขัดแย้งต่างๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและ สภาพแวดล้อมและการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือกและ ใช้เทคโนโลยีด้านต่างๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้องเหมาะสมและมีคุณธรรม

3. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะอันพึง ประสงค์ เพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ในฐานะเป็นพลเมืองไทยและ พลโลก ดังนี้

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์
2. ซื่อสัตย์สุจริต
3. มีวินัย
4. ใฝ่เรียนรู้
5. อยู่อย่างพอเพียง
6. มุ่งมั่นในการทำงาน

7. รักความเป็นไทย

8. มีจิตสาธารณะ

4. ความสำคัญของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไว้ดังนี้

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

5. สาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เรื่อง คู่อันดับและกราฟ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2554, หน้า 68) ได้กล่าวถึงสาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด แนวทางในการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไว้ดังนี้

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ กราฟ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด เรื่อง คู่อันดับและกราฟ

1. เขียนกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากแสดงความเกี่ยวข้องของปริมาณสองชุดที่กำหนดให้

2. อ่านและแปลความหมายของกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้

3. ให้ผู้สอนพิจารณาตามความเหมาะสม (ค 6.1)

บทเรียนนี้ต้องการให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มที่นำเสนอในรูปแบบตาราง และแผนภาพ รู้จักใช้คู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกที่เป็นคู่กัน และมีจุดประสงค์ให้นักเรียนสามารถอ่าน แปลความหมายของกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉาก และเขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้

นักเรียนควรเห็นความแตกต่างระหว่างกราฟที่เป็นจุดกับกราฟที่เป็นเส้น พร้อมทั้งบอกเหตุผลได้ สำหรับการนำกราฟไปประยุกต์เกี่ยวกับปริมาณซึ่งเป็นจำนวนบวกและศูนย์ ควรรู้ว่ากราฟอยู่ในจุดภาคที่ 1 เท่านั้นและเมื่อต้องการดูความสัมพันธ์หรือดูแนวโน้มของกราฟเหล่านี้ ควรเขียนกราฟเป็นเส้น

ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์ลักษณะของกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสองกลุ่ม จนสามารถบอกได้ว่าปริมาณทั้งสองกลุ่มเกี่ยวข้องกันอย่างไร เช่น เพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไร รวมทั้งให้สังเกตแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงของข้อมูล

จากแนวทางการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เรื่อง คู่อันดับและกราฟ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ผู้วิจัยได้นำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในครั้งนี้ เพื่อให้ตรงตามเป้าหมายของการจัดการศึกษา

สมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, หน้า 101) ได้ให้ความหมายสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงว่าเป็นสมรรถนะกลุ่มที่ต่อยอดมาจากกลุ่มการทำใหม่ โดยประยุกต์ต่อไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ไม่เหมือนเดิม ไม่ได้พบบ่อยๆ เป็นประจำ แต่เนื้อหาของปัญหายังคงเกี่ยวข้องกับสมรรถนะกลุ่มแรกอยู่บ้างบางส่วน

สมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงมีลักษณะจำเพาะ ได้แก่

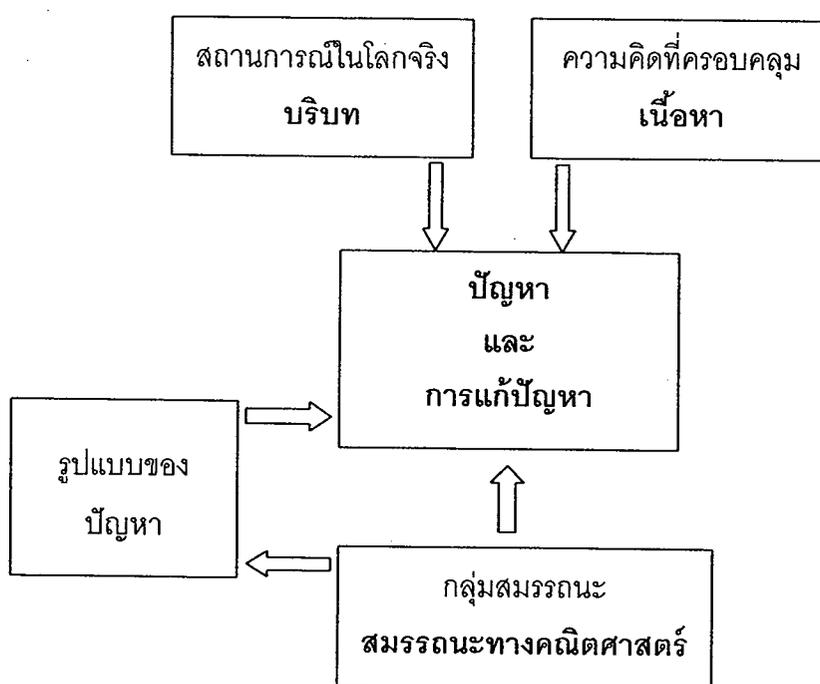
1. เชื่อมโยงโลกจริงกับสัญลักษณ์และโครงสร้างคณิตศาสตร์
2. การแก้ปัญหาแบบมาตรฐาน
3. การแปลความ/ตีความ
4. วิธีทำที่รู้แล้ว แต่เพิ่มความซับซ้อนขึ้น

2. การจัดกรอบโครงสร้างการประเมินผลการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, หน้า 89-102) ได้กล่าวถึงการจัดกรอบโครงสร้างการประเมินผลการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ กรอบการประเมินผลของ OECD/PISA เน้นที่การประเมินว่านักเรียนอายุ 15 ปี รู้เรื่องคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด นั่นคือ สามารถนำฐานความรู้คณิตศาสตร์มาใช้ และเผชิญหน้ากับปัญหาในโลกจริงได้เพียงใด ขอบเขตของคณิตศาสตร์ครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้านด้วยกัน ได้แก่

1. สถานการณ์หรือบริบทที่ปัญหานั้นตั้งอยู่ (Situation on context)
2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematical content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
3. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Competencies) ของนักเรียนที่ควรได้รับการกระตุ้นให้สามารถเชื่อมต่อกับโลกจริงๆ ที่ปัญหานั้นๆ เกิดขึ้นโดยใช้คณิตศาสตร์ และให้สามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้คณิตศาสตร์นั้นๆ

องค์ประกอบดังกล่าว สามารถสรุปเป็นภาพ 2



ภาพ 2 องค์ประกอบและกรอบโครงสร้างการประเมินคณิตศาสตร์

ที่มา: โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 89

สถานการณ์หรือบริบท ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งอยู่สถานการณ์หรือบริบทที่ใกล้กับตัวเด็กมากที่สุดคือบริบทส่วนตัว ถัดมาคือบริบทในโรงเรียน ในการทำงานอาชีพ บริบทในชุมชนหรือสังคมสาธารณะ ที่ห่างออกไปคือบริบททางวิทยาศาสตร์ บางกรณี ปัญหาอาจเป็นบริบทในวิชาคณิตศาสตร์ด้วยกัน กรณีนี้จัดเป็นบริบทภายในคณิตศาสตร์ (Intra-mathematics)

สาระเนื้อหาที่ครอบคลุม

แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อเป็นเครื่องมือในอันที่จะเข้าใจ จัดระเบียบ และวิเคราะห์ปรากฏการณ์ต่างๆ ในธรรมชาติ ในสังคม และในการคิดจินตนาการต่างๆ ในโรงเรียน หลักสูตรคณิตศาสตร์จะถูกจัดเป็นสาขาวิชา (เลข พีชคณิต เรขาคณิต ฯลฯ) ที่สะท้อนถึงที่มา แนวคิดที่ยึดถือมา และเป็นฐานของการจัดการแผนการเรียนการสอน อย่างไรก็ตาม ในโลกของความเป็นจริง ปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ไม่ได้จัดระเบียบมาเป็นหมวดหมู่หรือแยกสายวิชามาให้ และก็มักไม่ค่อยมีปรากฏการณ์ใดที่สามารถใช้ความรู้จากสายวิชาเดียวโดดๆ มาแก้ปัญหาได้ หากแต่ต้องการใช้พื้นฐาน ความรู้ที่กว้างขวางครอบคลุมหลายด้านกว่าที่ใช้อยู่ในห้องเรียน

เนื่องจากระดับของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จะดูจากคนนั้นสามารถใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในโลกของความเป็นจริง ตามสถานการณ์หรือบริบทที่แตกต่างหลากหลาย ได้ดีเพียงใดดังนั้นในการประเมินจึงใช้ปรากฏการณ์เป็นตัวตั้งในการนำไปสู่แนวคิด โครงสร้าง หรือความคิดหลักการทางคณิตศาสตร์ วิธีนี้จึงประกันได้ว่าจะตรงกับจุดมุ่งหมายในนิยามของการประเมิน ซึ่งก็จะไม่เหมือนกับการประเมินผลคณิตศาสตร์ที่พบเห็นในหลักสูตรทั่วไป

โครงสร้างการประเมินคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุม 4 เรื่องต่อไปนี้ เป็นแนวสาระที่ PISA ใช้ประเมินตามวัตถุประสงค์ และเป็นแนวคิดที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ได้แก่

1. ปริภูมิและรูปร่างสามมิติ (Space and Shape)
2. การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships)
3. ปริมาณ (Quantity)
4. ความไม่แน่นอน (Uncertainty)

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์อาจมีมากมายหลายอย่าง แต่ในการวัดและประเมินผลของ OECD/PISA ได้ตัดสินใจเลือกใช้ 8 สมรรถนะ ได้แก่

1. การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับความสามารถในการตั้งคำถาม รู้คำตอบทางคณิตศาสตร์ บอกความแตกต่างของประโยค (statements) (เช่น นิยาม ทฤษฎี conjecture สมมติฐาน ตัวอย่าง ฯลฯ) และความเข้าใจและการใช้ข้อจำกัดของคณิตศาสตร์

2. การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) เกี่ยวข้องกับการรู้จักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (และรู้ว่าการพิสูจน์แตกต่างจากการใช้เหตุผลอย่างไร) สามารถติดตาม และประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ มีความรู้สึกถึงความจริง (รู้ว่าอะไรเกิดขึ้นได้/ไม่ได้ และทำไม) และสามารถสร้างและแสดงการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

3. การสื่อสาร (Communication) เกี่ยวข้องกับการแสดงออกของตน ความสามารถที่ทำให้ผู้อื่นเข้าใจตน โดยวิธีการต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่นด้วยเช่นกัน

4. การสร้างตัวแบบ (Modeling) เกี่ยวข้องกับการวางโครงสร้างของสถานการณ์ที่จะต้องนำมา สร้างเป็นตัวแบบ (Model) การแปลความเป็นจริงให้เข้าสู่โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบ วิเคราะห์ วิจารณ์ ตัวแบบและผลที่เกิดขึ้น การสื่อสารแนวคิดของตัวแบบและผล (รวมทั้งข้อจำกัด) การติดตามและควบคุมกระบวนการของการสร้างตัวแบบ)

5. การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem posing and solving) เป็นสมรรถนะที่เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถามการสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการนิยาม ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ (เช่น การแก้ การประยุกต์ คำถามเปิด คำถามปิด) และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ โดยวิธีการที่หลากหลาย

6. การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) สมรรถนะด้านนี้เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส (decoding) และการเข้ารหัส (encoding) การแปลความ การตีความ และการบอกความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายของคณิตศาสตร์แบบต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนแบบต่างๆ การเลือกและการเปลี่ยนระหว่างรูปแบบต่างๆ ของการแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) ให้สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์

7. การใช้สัญลักษณ์ ภาษาและการดำเนินการ (Using symbolic, language and operation) เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส การตีความสัญลักษณ์ ภาษาคณิตศาสตร์ และความเข้าใจการเชื่อมโยงของภาษาคณิตศาสตร์กับภาษารวมดา การแปลความจากภาษารวมดาไปเป็น

สัญลักษณ์/ภาษาคณิตศาสตร์สามารถจัดการกับประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร
ความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการ และการคำนวณ

8. ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using aids and tools) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับการรับรู้
และความสามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือภาคเทคโนโลยีสารสนเทศ)
ที่สามารถช่วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังหมายถึงรวมถึงความรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือ
นั้นๆ ด้วย

อย่างไรก็ตาม PISA ไม่ได้ต้องการที่จะสร้างข้อสอบเพื่อวัดสมรรถนะต่างๆ เฉพาะแต่
ละสมรรถนะโดยตรงเพราะสมรรถนะของคนไม่ใช่สิ่งที่จะแยกออกมาวัดได้ใดๆ แต่ในการแสดง
ความสามารถอย่างใดอย่างหนึ่งอาจมีหลายสมรรถนะซ้อนกันอยู่ ดังนั้น PISA จึงไม่ได้วัด
สมรรถนะใดๆ แต่ในการตอบข้อสอบ นักเรียนจำเป็นต้องมีและสามารถใช้สมรรถนะดังกล่าว
แต่อาจจะใช้หลายสมรรถนะหรือเป็นกลุ่มของสมรรถนะในการแก้ปัญหา ซึ่งรวมไว้เป็นสามกลุ่ม คือ

กลุ่มการทำใหม่ (Reproduction Cluster)

กลุ่มสมรรถนะนี้หมายถึงการทำคณิตศาสตร์ตามแบบตัวอย่างที่เคยฝึกฝนมาแล้ว
โดยใช้กระบวนการความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์ทั่วไปที่มักใช้อยู่ในการสอบคณิตศาสตร์ตาม
มาตรฐานโรงเรียน ซึ่งมักเป็นการแก้โจทย์ การคำนวณแบบเดิมๆ แต่ก็ต้องใช้สมรรถนะทาง
คณิตศาสตร์ทุกสมรรถนะ ข้างต้นในการแก้ปัญหาโจทย์

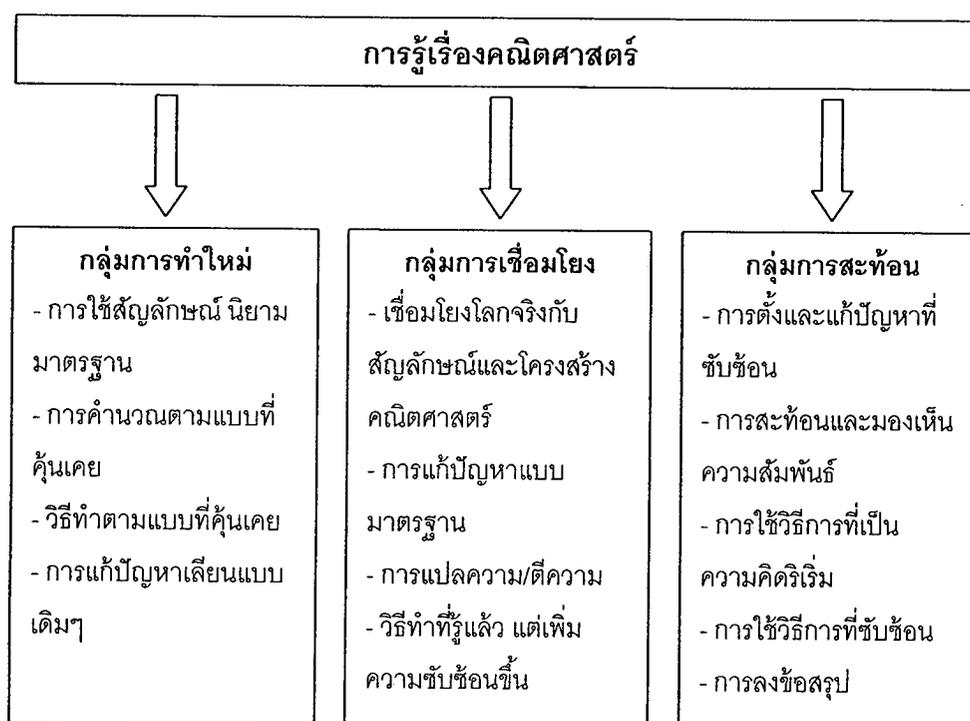
กลุ่มการเชื่อมโยง (Connection Cluster)

กลุ่มการเชื่อมโยงต่อยอดมาจากกลุ่มการทำใหม่ โดยประยุกต์ต่อไปใช้แก้ปัญหา
ในสถานการณ์ที่ไม่เหมือนเดิม ไม่ได้พบบ่อยๆ เป็นประจำ แต่เนื้อหาของปัญหายังคงเกี่ยวข้องกับ
สมรรถนะกลุ่มแรกอยู่บ้างบางส่วน

การสะท้อนและสื่อสาร (Reflection and Communication Cluster)

สมรรถนะกลุ่มการสะท้อนและสื่อสารทางคณิตศาสตร์นี้ มีเรื่องของการคิดไตร่ตรอง
สะท้อนกลับที่นักเรียนต้องใช้ในการแก้ปัญหา เข้ามาร่วมอยู่ด้วย จึงเกี่ยวข้องกับความสามารถ
ในการวางแผนกลยุทธ์การแก้ปัญหา และใช้กลยุทธ์นั้นในการแก้ปัญหตามสถานการณ์ของ
ปัญหานั้นซึ่งมักมีองค์ประกอบที่เพิ่มมากขึ้นหรือซับซ้อนขึ้น หรือมีความหมายใหม่ (หรือไม่คุ้นเคย)
มากขึ้นกว่าในกลุ่มการเชื่อมโยง

การจำแนกกลุ่มสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะจำเพาะต่างกัน สรุปได้ดัง
ภาพ 3 ต่อไปนี้



ภาพ 3 แผนภูมิสรุปสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

ที่มา: โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 102

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกรอบโครงสร้างการประเมินผลความรู้เรื่องคณิตศาสตร์ มีขอบเขตครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้านด้วยกัน ได้แก่ ด้านที่ 1 สถานการณ์หรือบริบทที่ปัญหานั้นตั้งอยู่ ซึ่งเป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง ด้านที่ 2 เนื้อหาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 4 เรื่อง ได้แก่ ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ปริมาณ และความไม่แน่นอน และด้านที่ 3 สมรรถนะทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 8 สมรรถนะ ได้แก่ การคิดและการใช้เหตุผล การสร้างข้อโต้แย้ง การสื่อสาร การสร้างตัวแบบ การตั้งและการแก้ปัญหา การแสดงเครื่องหมายแทน การใช้สัญลักษณ์ ภาษาและการดำเนินการและใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ แต่ในการแสดงความสามารถอย่างใดอย่างหนึ่งอาจมีหลายสมรรถนะซ้อนกันอยู่ ดังนั้น PISA จึงแบ่งเป็นกลุ่มสมรรถนะในการแก้ปัญหาเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มการทำใหม่ กลุ่มการเชื่อมโยงและกลุ่มการสะท้อนและสื่อสาร

3. ข้อสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

ลักษณะของข้อสอบคณิตศาสตร์วัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของ PISA (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 103-106) เน้นให้ความสำคัญกับการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ของชีวิตจริงและต้องใช้คณิตศาสตร์ในการคิดเพื่อตอบโจทย์ การเลือกข้อสอบคณิตศาสตร์วัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ถือหลักว่าต้องครอบคลุมแนวคิดทั้งสี่เรื่องได้แก่ ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ปริมาณ ความไม่แน่นอนและต้องมีการใช้กระบวนการคณิตศาสตร์ และต้องอยู่ภายในกลุ่มสมรรถนะกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง

การอ่านเป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่สำคัญของการทำความเข้าใจโจทย์คณิตศาสตร์ ดังนั้นในขณะที่สร้างข้อสอบ ผู้สร้างได้พิจารณาถึงระดับของการอ่านที่พอเหมาะพอควรกับนักเรียนวัย 15 ปี กำหนดให้ใช้คำที่ง่ายและตรงไปตรงมาที่สุด นอกจากนี้ ยังระมัดระวังป้องกันการกระทบทางวัฒนธรรมไม่ให้เกิดขึ้น

รูปแบบของข้อสอบ

เนื่องจากรูปแบบข้อสอบมีผลกระทบไม่เหมือนกันต่อการตอบของนักเรียนต่างกลุ่ม และเนื่องจาก PISA ต้องทดสอบนักเรียนแตกต่างกันหลายกลุ่ม จึงพิจารณาในการสร้างข้อสอบโดยให้มีข้อสอบที่มีรูปแบบหลากหลายมากกว่าจะเป็นข้อสอบแบบใดแบบหนึ่ง โดยเลือกให้มีข้อสอบหลายแบบ และเลือกให้แต่ละแบบมีจำนวนข้อใกล้เคียงกัน ได้แก่

1. สร้างคำตอบแบบเปิด
2. สร้างคำตอบแบบปิด
3. คำตอบแบบเลือกตอบ ทั้งเลือกตอบธรรมดา และเลือกตอบเชิงซ้อน
4. ตัวอย่างต่อไปนี้ แสดงข้อสอบในกลุ่มสมรรถนะการเชื่อมโยงและมีคำตอบ

ถูก ข้อเดียวให้เลือกตอบ ในการแก้ปัญหาโจทย์ นักเรียนต้องแปลปัญหาในรูปของคณิตศาสตร์ สร้างตัวแบบขึ้นแทนธรรมชาติของปัญหาและขยายแบบรูปออกให้ตรงกับตัวเลือกตัวใดตัวหนึ่ง

ตัวอย่าง: แมวน้ำ

แมวน้ำต้องหายใจอยู่ตลอดเวลาแม้กระทั่งเวลาหลับ มาร์คสังเกตเห็นแมวน้ำอยู่

1 ชั่วโมง พบว่าตอนเริ่มต้นสังเกต แมวน้ำดำน้ำลงไปก้นทะเลและเริ่มหลับ ในเวลา 8 นาที มันจะค่อยลอยขึ้นมาที่ผิวน้ำและหายใจ

ในเวลาอีก 3 นาที มันก็กลับลงไปสู่ก้นทะเลอีก กระบวนการทั้งหมดเกิดซ้ำๆ อยู่อย่างนี้ ตลอดเวลาที่สังเกต

คำถาม หลังจากหนึ่งชั่วโมง แมวน้ำจะอยู่ในลักษณะใด

- ก. อยู่ที่ก้นทะเล
- ข. กำลังขึ้นมา
- ค. กำลังหายใจ
- ง. กำลังลงไปก้นทะเล

คำตอบแบบเปิดหรือเขียนตอบอิสระ ต้องการให้นักเรียนตอบได้กว้างมากขึ้น และในกระบวนการตอบนั้นจะเกี่ยวข้องกับการใช้ความคิดระดับสูง คำถามพวกนี้มักไม่ต้องการให้นักเรียนบอกคำตอบที่ถูกต้อง แต่จะให้นักเรียนแสดงขั้นตอนของการทำหรืออธิบายลำดับการคิดด้วยว่า คำตอบนั้นๆ ได้มาอย่างไร จุดเด่นของข้อสอบแบบตอบอิสระ คือให้นักเรียนได้แสดงความสามารถ ทำคณิตศาสตร์ที่มีความยากง่าย ชับซ้อนได้ทุกระดับ

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของข้อสอบที่ต้องการการเขียนตอบแบบเปิด ที่เคยใช้ใน PISA 2003

ตัวอย่าง: ก้าวเดิน



ในภาพเป็นรอยเท้าของชายคนหนึ่ง

ระยะทางจากรอยขอบสันเท้าหนึ่งไปถึงสันเท้าถัดไป เป็นความยาวของก้าว (P)

สำหรับผู้ชาย ความสัมพันธ์ n และ P เป็นไปตามสูตร เมื่อ

n = จำนวนครั้งของการก้าวในเวลาหนึ่งนาที

P = ความยาวของก้าว (หน่วยเป็นเมตร)

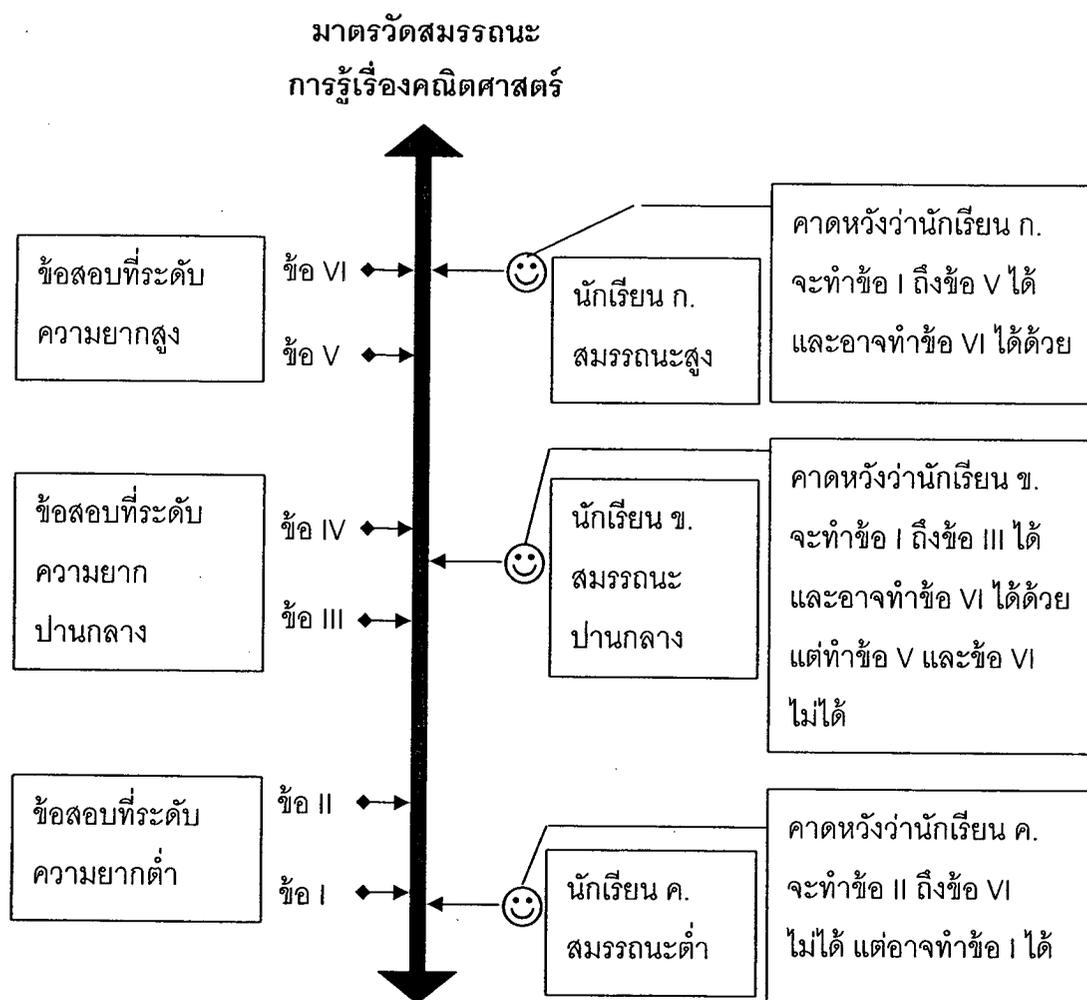
ภาคภูมิทราบว่าก้าวของเขายาว 0.80 เมตร และสามารถใช้สูตรข้างต้นกับการก้าวเท้าของเขา จึงแสดงวิธีคำนวณหาอัตราเร็วของการเดินของภาคภูมิเป็นเมตรต่อนาที และเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง

ข้อสอบของ PISA มีประมาณหนึ่งในสาม ที่ต้องการคำตอบแบบเปิด การตรวจข้อสอบจึงต้องมีการตรวจโดยครูที่ได้รับการฝึกมาแล้วอย่างดี และใช้คู่มือและเกณฑ์การให้รหัสคะแนนในการตรวจ ซึ่งในบางครั้งผู้ตรวจให้รหัสคะแนนมีความเห็นไม่ตรงกัน จึงต้องมีการตัดสินใจของผู้เชี่ยวชาญมืออาชีพเพิ่มเติมด้วย PISA จึงต้องมีการศึกษาเพื่อตรวจสอบ Reliability ของการตรวจด้วยว่ามีความตรงกันมากหรือน้อยเพียงใด

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ข้อสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของ PISA เน้นให้ความสำคัญกับการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ของชีวิตจริงและต้องใช้คณิตศาสตร์ในการคิด เพื่อตอบโจทย์ โดยการออกข้อสอบต้องคำนึงถึงเนื้อหา ต้องมีการใช้กระบวนการคณิตศาสตร์ และ ต้องอยู่ภายในกลุ่มสมรรถนะกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง ในการวิจัยนี้จะศึกษาเกี่ยวกับสมรรถนะกลุ่ม การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และการสร้างข้อสอบควรเลือกให้มีข้อสอบหลายแบบ และเลือกให้ แต่ละแบบมีจำนวนข้อใกล้เคียงกัน เช่น สร้างคำตอบแบบเปิด สร้างคำตอบแบบปิด เป็นต้น

4. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 6 ระดับ

PISA 2003 กำหนดคะแนนของนักเรียนและความยากของภารกิจออกเป็นระดับ ต่างๆ เป็น 6 ระดับ (สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจันย์, 2549, หน้า 23-25) ดังภาพ 4



ภาพ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบกับนักเรียนบนมาตรวัดสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ที่มา: สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจันย์, 2549, หน้า 23

ในขณะนี้เป็นที่ยอมรับกันทั่วไปว่าการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นต่อเศรษฐกิจที่มีความรู้เป็นฐาน การให้ความสำคัญกับจำนวนนักเรียนที่แสดงสมรรถนะในระดับต่างๆ เพราะเศรษฐกิจของชาติใดๆ ก็ตาม ต้องการกำลังงานที่มีความรู้และทักษะ จำนวนนักเรียนที่มีการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับสูง จึงเป็นตัวชี้บ่งถึงความสามารถในการแข่งขันทางเศรษฐกิจในอนาคตด้วยหลายประเทศจึงพยายามที่จะปรับให้นักเรียนมีการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น อย่างไรก็ตามตัวชี้บ่งที่มีความสำคัญมากอีกประการหนึ่งคือ จำนวนนักเรียนที่แสดงว่ามีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับ 2

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ระดับ 2: ระดับเส้นแบ่งเขต

การให้ความสนใจกับระดับ 2 นี้เป็นพิเศษ เพราะตามเกณฑ์ของ PISA ถือว่าเป็นระดับพื้นฐาน (Base line) หรือเป็นเส้นแบ่งเขตสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ระหว่างผู้ที่ได้ชื่อว่าเริ่มสามารถใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ได้ กับผู้ที่ยังมีความรู้และทักษะไม่พอเพียงที่จะใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ทั้งในชีวิตและการศึกษาต่อ นักเรียนที่มีสมรรถนะอยู่ที่ระดับ 2 จึงเป็นกลุ่มเริ่มแรกที่จะสามารถใช้คณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตจริงหรือในการศึกษาระดับสูง จึงเรียกว่าเป็นระดับเริ่ม และถ้ามีสมรรถนะต่ำกว่าระดับ 2 ถือว่าเป็นระดับเสี่ยงอันตราย เพราะเป็นกลุ่มเสี่ยงที่จะไม่ประสบความสำเร็จในชีวิตการทำงานและการศึกษาต่อในอนาคต

ลักษณะของนักเรียนที่มีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ระดับ 1 ถึง ระดับ 6 (สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจันย์, 2549, หน้า 24-25) สรุปได้ดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงสรุปลักษณะของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 6 ระดับ

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 6	<p>ที่ระดับ 6 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ใช้สาระและข้อมูลที่ได้จากการสำรวจตรวจสอบของตนเองมาลงเป็นข้อสรุปเพื่อสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนออกมาสร้างเป็นรูปแบบคณิตศาสตร์ - เชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งต่างๆ หรือจากการนำเสนอในรูปแบบต่างๆ และนำมาเชื่อมโยงระหว่างกัน - สามารถใช้เหตุผล และใช้ความคิดระดับสูงในเชิงคณิตศาสตร์ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือสถานการณ์ต่างๆ และสามารถเข้าใจและปฏิบัติการกิจทางคณิตศาสตร์

ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 6 (ต่อ)	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถสร้างวิธีการคิดหรือกลยุทธ์ใหม่ในการจัดการกับปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยหรือไม่เคยพบมาก่อน - นักเรียนสามารถสร้างสูตรคณิตศาสตร์จากแนวความคิดหรือข้อมูลที่มี - สามารถสื่อสารได้ถูกต้องแม่นยำ เพื่อบอกถึงสิ่งที่ตนพบ ดีความ แคลความ ได้แย้งและอธิบายความสอดคล้อง เหมาะสมของสิ่งต่างๆ เหล่านี้กับสถานการณ์ที่เป็นมาตั้งแต่ต้น
ระดับ 5	<p>ที่ระดับ 5 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> - สร้างตัวแบบ และใช้ตัวแบบในเรื่องที่มีความซับซ้อน สามารถระบุข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้นๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนได้อย่างสัมพันธ์กับตัวแบบ - นักเรียนที่ระดับ 5 สามารถใช้ทักษะการคิดและทักษะการใช้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่างๆ สัญลักษณ์และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงของสิ่งเร้าที่เป็นส่วนประกอบของสถานการณ์ - สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตนและสามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ - สามารถสื่อสารถึงการแปลความ ดีความ และการใช้เหตุผลของตน
ระดับ 4	<p>ที่ระดับ 4 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ทำโจทย์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่มีตัวแบบชัดเจนและเป็นสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดหรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นด้วย - สามารถเลือกและผสมผสานรูปแบบต่างๆ ที่กำหนดให้รวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์ โดยนำมาเชื่อมโยงโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง - สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนามาแล้ว สามารถใช้เหตุผลได้อย่างยืดหยุ่น และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าในสถานการณ์นั้นๆ ได้ดี - สามารถสร้างคำอธิบายข้อโต้แย้ง และสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน

ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 3	<p>ที่ระดับ 3 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ทำโจทย์ที่มีวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ต้องตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนด้วย - เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา- แปลความและใช้สถานการณ์ที่นำเสนอจากหลายแหล่ง สามารถให้เหตุผลตามแหล่งที่มาของสถานการณ์ สามารถสร้างคำอธิบาย หรือรายงานการตีความแปลความนั้นๆ - แสดงการให้เหตุผล และสามารถสื่อสารผลที่เกิดขึ้น
ระดับ 2	<p>ที่ระดับ 2 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ตีความและรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่ต้องการการอ้างอิงไม่เกินสองตัว - สกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่ายเพียงชั้นเดียว - นักเรียนระดับนี้สามารถใช้วิธีการคิด สูตรคณิตศาสตร์ วิธีการ หรือข้อตกลงเบื้องต้นสามารถใช้เหตุผลตรงไปตรงมาและตีความผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา
ระดับ 1	<p>ที่ระดับ 1 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่คุ้นเคย หรือมีข้อมูลชัดเจนและคำถามที่ชัดเจน - ระบุสาระที่ต้องการ สามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยด้วยวิธีการทำหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้อย่างชัดเจน - ทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้

หมายเหตุ: ถ้านักเรียนไม่สามารถปฏิบัติการกิจในระดับ 1 ได้ ก็จะจัดไว้กลุ่มที่แสดงว่ามีสมรรถนะ "ต่ำกว่าระดับ 1"

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า PISA ได้กำหนดระดับความยากของข้อสอบที่ใช้วัดสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 ระดับ โดยสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยทำการศึกษาคือว่าเป็นกลุ่มของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับปานกลาง ตรงกับสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ระดับ 3-4 ของ PISA ซึ่งนักเรียนต้องมีลักษณะดังนี้ คือ สามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่มีตัวแบบชัดเจนและเป็นสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ค่อนข้าง

ซับซ้อน สามารถเลือกและผสมผสานรูปแบบต่างๆ ที่กำหนดให้รวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์ โดยนำมาเชื่อมโยงโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง สามารถสร้างคำอธิบายข้อโต้แย้ง และสื่อสาร คำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน พร้อมทั้ง ให้เหตุได้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา

1. ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา

กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเป็นหนึ่งในหลายวิธีการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน มีนักการศึกษาและ นักวิจัยหลายท่านได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาไว้ ดังนี้

ดังกอร์ (Duncker, 1945, p.5 อ้างอิงใน สุริเยศ สุขแสง, 2548, หน้า 13) ได้กล่าวถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ เทคนิคการตั้งปัญหาเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งโดยครูผู้สอนจะนำเสนอปัญหาที่ทำ ทายความคิดของผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดหาหนทางหรือวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าว นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้นำเสนอปัญหาที่ตนเองตั้งขึ้นเสนอต่อชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียน คนอื่นๆ ได้ช่วยกันคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่นำเสนอดังกล่าวอีกด้วย

บราว และวอลเตอร์ (Brown and Walter, 2005, pp.1-2) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรม การเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาสรุปได้ว่า เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปลี่ยนจากการใช้ คำถามในตำราเรียนเพียงอย่างเดียวมาเป็นการให้นักเรียนได้ฝึกตั้งคำถามด้วยตนเอง ซึ่งที่มาของ สถานการณ์หรือหัวข้อในการตั้งปัญหานั้นมาจากสถานการณ์ในชีวิตจริง เทคนิคการตั้งปัญหาช่วย ให้นักเรียนได้ฝึกสร้างสรรค์แนวคิดใหม่ๆ และขยายแนวคิดจากหัวข้อนั้น ส่งผลให้นักเรียนเกิดการ พัฒนาความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่กำลังศึกษาได้ลึกซึ้งมากขึ้น

ลาวี และ ไชกิ (Lavy and Shriki, 2007, pp.129-136) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรม การเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาสรุปได้ว่าเป็นการจัดการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้ตั้งคำถาม ด้วยตนเอง จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดที่หลากหลายและยืดหยุ่น ช่วยเพิ่มความเข้าใจใน คณิตศาสตร์และแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ พัฒนาการให้เหตุผลและการสะท้อนความคิด ของนักเรียนและเพิ่มทักษะการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน เทคนิคการตั้งปัญหาช่วยลดบทบาทของครู ในการใช้ตำราจัดการเรียนรู้เพียงอย่างเดียวเพราะเทคนิคการตั้งปัญหาเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มี ส่วนร่วมในการจัดการศึกษาของตนเอง จึงส่งผลให้นักเรียนเกิดความมุ่งมั่นตั้งใจและกระตือรือร้น ในการเรียนคณิตศาสตร์

ซิงเกอร์ และวอยกา (Singer and Voica, 2008, pp.256-263 as cited in Singer, et al., 2011, p.139) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาว่าเป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ถูกกระตุ้นให้สังเกต ทดลองผ่านข้อมูลที่หลากหลาย วิเคราะห์ผลลัพธ์ และสร้างปัญหาใหม่ด้วยตนเองซึ่งเป็นปัญหาที่สามารถแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่เหมือนกับที่เคยมา หรือแตกต่างไปจากเดิมอย่างสมดุล โดยที่กระบวนการข้างต้นจะช่วยเตรียมข้อมูลต่างๆ ที่นักเรียนนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

สุริเยส สุขแสง (2548, หน้า 14) ได้สรุปความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาว่าเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูผู้สอนมุ่งนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ทำทลายหรือซับซ้อนที่เกี่ยวข้องกับโลกของความเป็นจริง เพื่อนำเสนอต่อผู้เรียน แล้วกระตุ้นหรือยั่วยุให้ผู้เรียนได้ใช้ศักยภาพของตนเองในการคิดหาหนทางหรือวิธีแก้ปัญหาเหล่านั้น รวมทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ตั้งปัญหาหรือนำเสนอสถานการณ์ปัญหาของผู้เรียนในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันคิดหาหนทางหรือวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ เป็นยุทธวิธีการสอนรูปแบบหนึ่งที่จะส่งเสริมกระบวนการคิด ผูกทักษะการคิด ผูกทักษะการแก้ปัญหาและช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน

สายสุณี สุทธิจักร์ (2551, หน้า 10) ได้สรุปความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของ Sayed โดยหลังจากการสอนมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนและยกตัวอย่างประกอบแล้ว ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Polya จากนั้น ให้นักเรียนตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่แก้มาแล้ว โดยในการตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้องนั้นในระยะแรกครูจะช่วยนักเรียนตั้งปัญหาก่อนแล้วค่อยให้นักเรียนตั้งปัญหาเอง และแก้ปัญหาที่นักเรียนตั้งขึ้น

ปรีสา วงศ์คำพระ, สมชาย วรภิเษมสกุล และศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2556, หน้า 1254) ได้สรุปความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ หมายถึง การดำเนินการสอนที่ครูผู้สอนมุ่งนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจ ทำทลายหรือซับซ้อนเกี่ยวกับโลกของความเป็นจริง เพื่อกระตุ้นหรือยั่วยุให้นักเรียนสนใจเกิดความท้าทายที่จะเรียนรู้วิธีแก้ปัญหาและอยากใช้ศักยภาพที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหาสรุปมโนทัศน์และเป็นการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้นำเสนอปัญหาและช่วยกันหาวิธีแก้ปัญหานั้นแล้วมีเขียนถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือความคิดเห็นของนักเรียนที่ได้รับลงในแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ครูสร้างขึ้น

จากความหมายของกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนตั้งปัญหาในเนื้อหาที่กำลังเรียนได้ด้วยตนเอง ผ่านกระบวนการกลุ่ม โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการตั้งปัญหา ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้มาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ในโลกจริง แก้ปัญหาที่พบบ่อยๆ และซับซ้อนหรือแตกต่างออกไปจากเดิมได้

2. ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา

ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีนักการศึกษาเสนอขั้นตอนไว้ดังนี้

กอนซาเลส เอ แนนซี (Gonzales, 1998, pp.448-453) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เริ่มต้น (Getting Start) ครูฝึกฝนวิธีการในการตั้งคำถามให้กับนักเรียน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อวิเคราะห์บริบทและหาคำตอบของสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ โดยครูมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนตั้งคำถาม เช่น “ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับอะไร” “โจทย์ถามหาอะไร” “โจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง” “มีข้อมูลเพียงพอที่จะหาคำตอบหรือไม่” “เราสามารถตีความสิ่งที่โจทย์ให้มาไปในแนวทางอื่นได้อีกหรือไม่”

ตัวอย่างกระบวนการแก้ปัญหา

สถานการณ์ปัญหา: ลู่วิ่งของสนามแข่งมีความยาวทางตรง 400 ฟุต และสุดทางเป็นรูปครึ่งวงกลมรัศมี 50 ฟุต สมมติว่าม้าตัวหนึ่งวิ่งอยู่ด้านในห่างจากลู่วิ่ง 10 ฟุตตลอดเวลา และม้าตัวที่สองวิ่งอยู่ด้านในห่างจากลู่วิ่ง 20 ฟุตตลอดเวลา จงหาผลต่างของระยะทางที่ม้าสองตัวนี้วิ่งได้ใน 1 รอบ

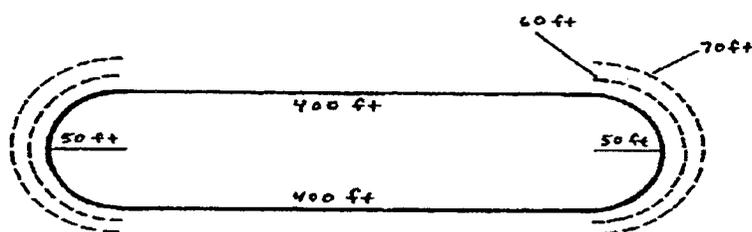
กระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาด้วยการสรุปข้อความเป็นภาษาของตนเอง
2. สิ่งใดที่ยังไม่ทราบ (นั่นคือ ระยะทางรวมที่ม้าแต่ละตัววิ่งได้)
3. ข้อมูลใดที่ทราบแล้ว (นั่นคือ ลู่วิ่งของสนามแข่งมีความยาวทางตรง 400 ฟุต และสุดทางเป็นรูปครึ่งวงกลมรัศมี 50 ฟุต สมมติว่าม้าตัวหนึ่งวิ่งอยู่ด้านในห่างจากลู่วิ่ง 10 ฟุตตลอดเวลา และม้าตัวที่สองวิ่งอยู่ด้านในห่างจากลู่วิ่ง 20 ฟุตตลอดเวลา)

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

1. วาดแผนภาพ



พบว่า รัศมีของระยะทางของม้าตัวที่วิ่งอยู่ด้านในห่างจากลู่วิ่ง 10 ฟุต และ ม้าตัวที่สองวิ่งอยู่ด้านในห่างจากลู่วิ่ง 20 ฟุต จะเท่ากับ 60 ฟุต และ 70 ฟุต ตามลำดับ

2. หาเส้นรอบวงของครึ่งวงกลมโดยใช้ค่า $\pi = 3.14$
3. หาระยะทางรวมที่ม้าแต่ละตัววิ่งได้
4. คำนวณหาผลต่างของระยะทางที่ม้าสองตัวนี้วิ่งได้ใน 1 รอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

1. $C = 2\pi r$ (a) $2\pi(60) = 376.8$ ฟุต (b) $2\pi(70) = 439.6$ ฟุต
2. $P_1 = 2(400) + 376.8 = 1176.8$ ฟุต $P_2 = 2(400) + 439.6 = 1239.6$ ฟุต
3. $1239.6 - 1176.8 = 62.8$ ฟุต

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล

ถ้ามองว่ารัศมีของระยะทางของม้าตัวที่วิ่งอยู่ด้านในห่างจากลู่วิ่ง 10 ฟุต และม้าตัวที่สองวิ่งอยู่ด้านในห่างจากลู่วิ่ง 20 ฟุต จะเท่ากับ 30 ฟุต และ 40 ฟุต ตามลำดับ จะคำนวณได้ค่าของผลต่างตรงกับคำตอบที่ถูกต้องเช่นกัน

ขั้นที่ 2 ตั้งปัญหาที่มีความสัมพันธ์กัน (Posing a Related Problem) ในขั้นนี้

จะเพิ่มขั้นตอนที่ 5 ลงในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา นั่นคือ ขั้นตอนของการตั้งปัญหาวิธีการตั้งปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม นักเรียนอาจใช้กระบวนการต่างๆ เช่น เพิ่มเติมข้อมูล เปลี่ยนค่าของข้อมูลที่กำหนดให้ เปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ต้องการ เปลี่ยนเงื่อนไข หรือเปลี่ยนสถานการณ์ เป็นต้น

ตัวอย่างการตั้งคำถามใหม่ของนักเรียน

ปัญหาที่กำหนดให้: ลูกบาศก์ที่มีความยาว 3 นิ้ว กว้าง 3 นิ้ว สูง 3 นิ้ว ถูกทาสีแดง ถ้าตัดออกเป็น 27 ชิ้น แต่ละชิ้นยาว 1 นิ้ว กว้าง 1 นิ้ว สูง 1 นิ้ว จะมีลูกบาศก์ที่ยาว 1 นิ้ว

กว้าง 1 นิ้ว สูง 1 นิ้วก็ขึ้นที่ (1) ไม่มีด้านใดที่ถูกทาสีเลย (2) ถูกทาสีเพียง 1 ด้าน (3) ถูกทาสี 2 ด้าน (4) ถูกทาสี 3 ด้าน (5) ถูกทาสีมากกว่า 3 ด้าน

นักเรียนตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้อง: ลูกบาศก์ที่มีความยาว 4 นิ้ว กว้าง 4 นิ้ว สูง 4 นิ้ว ถูกทาสีแดง ถ้าตัดออกเป็น 64 ชิ้น แต่ละชิ้นยาว 1 นิ้ว กว้าง 1 นิ้ว สูง 1 นิ้ว จากนั้นโยนลูกบาศก์ทั้งหมดลงในถุงกระดาษและเขย่าจนลูกบาศก์ผสมปนกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ที่ยาว 1 นิ้ว กว้าง 1 นิ้ว สูง 1 นิ้ว ที่ถูกทาสีเพียง 1 ด้าน

ขั้นที่ 3 มอบหมายงาน (Generating a Task) ในขั้นนี้ครูมีส่วนช่วยให้นักเรียนไม่ยึดติดอยู่กับปัญหาที่กำหนดงาน/คำถามมาให้เรียบร้อยแล้ว โดยครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีเฉพาะข้อมูลแต่ไม่มีคำถาม แล้วให้นักเรียนตั้งคำถามจากข้อมูลที่กำหนดมาให้สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น กราฟ หรือแผนภูมิชนิดต่างๆ อาจหาได้จากหนังสือพิมพ์ นิตยสาร เว็บไซต์ ฯลฯ เช่น

สถานการณ์: ที่นามีเงินเป็นสองเท่าของเคธี เคธีมีเงินมากกว่าแดนอยู่ 10 เซนต์ แดนมีเงิน 25 เซนต์

การมอบหมายงาน: ให้นักเรียนตั้งคำถามที่สามารถหาคำตอบได้จากสถานการณ์ข้างต้นมา 3 ข้อ

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน แต่ละกลุ่มเลือกหัวหน้ากลุ่ม หัวหน้ากลุ่มทำหน้าที่รวบรวมคำถามที่สมาชิกในกลุ่มตั้งขึ้น จากนั้นนำคำถามของกลุ่มตนเองไปแลกเปลี่ยนกับกลุ่มอื่นๆ แล้วช่วยกันตอบคำถามที่กลุ่มอื่นตั้งขึ้น ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา

ขั้นที่ 4 ค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (Finding Mathematics Situations) ในขั้นนี้นักเรียนจะถูกมอบหมายงานให้หาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มา 3 สถานการณ์จากแหล่งเรียนรู้ต่างๆ และตั้งคำถามที่สามารถหาคำตอบได้จากสถานการณ์ข้างต้นโดยอาจกำหนดข้อมูลสารสนเทศเพิ่มเติมตามที่ต้องการได้ พร้อมทั้งการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับสมาชิกคนอื่นๆ ภายในชั้นเรียน

สำหรับแหล่งของข้อมูลที่นักเรียนสามารถค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้นั้นมีมากมาย เช่น หนังสือพิมพ์ นิตยสาร วารสาร อินเทอร์เน็ต หนังสือเรียนต่างๆ เช่น คณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยาและสังคมศึกษา นักเรียนสามารถหาข้อมูลและข้อมูลทางสถิติต่างๆ ได้จากรายงานของรัฐบาลเกี่ยวกับเรื่องสุขภาพ ผู้บริโภค การจ้างงานและการศึกษาได้อีกด้วย

ขั้นที่ 5 สร้างเป็นโจทย์ปัญหา (Generating Problems) ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่ม นำเสนอส่วนประกอบของปัญหา และให้นำส่วนประกอบเหล่านั้นมาสร้างเป็นสถานการณ์ปัญหา แล้วนำเสนอปัญหาดังกล่าวให้เพื่อนนักเรียนได้ช่วยกันอภิปราย แสดงความคิดเห็น เพื่อหาวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวนั้น

ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้นใหม่

1. วาดรูปสระว่ายน้ำ
2. สระว่ายน้ำเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
3. สระว่ายน้ำมีความลึกอยู่ในช่วง 8-15 ฟุต
4. สระว่ายน้ำมีความกว้างและยาวเท่ากับ 18 ฟุต และ 24 ฟุต ตามลำดับ
5. มีคนลงเล่นน้ำในสระว่ายน้ำเป็นจำนวนมาก
6. สระว่ายน้ำจะเต็มไปด้วยสิ่งสกปรก มีเพียงระยะ 1 นิ้วจากผิวน้ำเท่านั้นที่ไม่ถูกเติม

ด้วยสิ่งสกปรก

7. มีปริมาตรของน้ำในสระว่ายน้ำที่ลูกบาศก์นิ้วที่ไม่ถูกเติมด้วยสิ่งสกปรก
8. มีปริมาตรของสิ่งสกปรกที่ลูกบาศก์นิ้วที่ต้องเติมเข้าไป

ขั้นที่ 6 เริ่มต้นใหม่ (A New Beginning) ครูให้นักเรียนฝึกฝนการตั้งปัญหา โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมใหม่ๆ ที่ส่งเสริมทักษะในการตั้งปัญหาในแต่ละขั้นตอน เช่นการเปลี่ยนแปลงการตั้งคำถามของตนเอง และให้ตระหนักถึงแหล่งที่มาของปัญหาทั้งในวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่ดีมาจากแหล่งใด

อัมพร ม้าคะนอง (2546, หน้า 45-46) ได้กล่าวถึงรูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียน ดังนี้

1. การให้นักเรียนตั้งคำถามที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้ว การที่ผู้สอนถามให้ผู้เรียนคิดต่อจากสิ่งที่รู้แล้วจะง่ายกว่าการให้ผู้เรียนเริ่มต้นคิดใหม่ ตัวอย่างเช่น ผู้เรียนทราวมาก่อนว่า ปริมาตรของลูกบาศก์ที่กว้าง 1 นิ้ว ยาว 1 นิ้ว และสูง 1 นิ้ว คือ 1 ลูกบาศก์นิ้ว ผู้สอนอาจถามถึงปริมาตรหรือความจุของกล่องที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงด้านละ 2 นิ้ว และให้ผู้เรียนคิดต่อไปถึงปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมที่มีความกว้าง ความยาว และความสูง ไม่เท่ากัน โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้ตั้งปัญหาเองตามที่ตนสนใจอยากรู้

2. กำหนดสถานการณ์ให้ เพื่อให้นักเรียนสร้างคำถามที่ตนอยากรู้ คำถามที่นักเรียนสร้างขึ้นอาจเป็นคำตอบที่สร้างได้หรือไม่ได้ โดยที่ผู้สอนไม่ควรเน้นที่จุดนี้ แต่ควรเน้นที่ความหลากหลายของปัญหา มากกว่าการหาคำตอบของปัญหา การไม่กำหนดให้ผู้เรียนต้องหาคำตอบ

จากคำถามที่ตนตั้งขึ้น จะทำให้ผู้เรียนกล้าที่จะตั้งคำถามในแง่มุมต่างๆ ตัวอย่างของสถานการณ์ที่ผู้สอนอาจกำหนดคือ ธารินมีเงินเป็นสามเท่าของทวีป ทวีปมีเงินมากกว่าธนา 75 บาท ธนามีเงิน 60 บาท สิ่ง que ผู้เรียนทำคือ ให้ตั้งคำถาม 2 – 3 คำถามที่สามารถใช้ข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาคำตอบได้

3. ให้นักเรียนหาสถานการณ์หรือข้อมูลจากแหล่งการเรียนรู้ต่างๆ มาสร้างคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือปัญหานั้น เช่น หนังสือพิมพ์ วารสาร นิตยสาร อินเทอร์เน็ต หนังสือและตำราต่างๆ แล้วสร้างคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือข้อมูลนั้น ตัวอย่างเช่น หากผู้เรียนหาข้อมูลจากหนังสือพิมพ์ได้ว่า น้ำมันเบนซินออกเทน 95 ราคาลิตรละ 15.79 บาท คำถามที่ตั้งอาจเป็น จะเติมน้ำมันได้กี่ลิตรถ้ามีเงินอยู่ 500 บาท หรือต้องการเติมน้ำมัน 15 ลิตร จะใช้เงินกี่บาท เป็นต้น

4. การสร้างปัญหาโดยการส่งต่อเป็นกลุ่ม โดยครูให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ให้แต่ละกลุ่มสร้างประโยคแรกแล้วส่งเวียนให้กลุ่มอื่นสร้างประโยคที่มีความสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน โดยกลุ่มสุดท้ายต้องสร้างปัญหา ก่อนส่งคืนให้เจ้าของกลุ่มที่เขียนประโยคแรก จากนั้นให้นักเรียนแลกเปลี่ยนกันแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีขั้นตอนหลักๆ ดังนี้ การให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม การกำหนดสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนตั้งปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดขึ้น การมอบหมายให้นักเรียนหาสถานการณ์ปัญหาและตั้งปัญหาด้วยตัวนักเรียนเองและเป็นกลุ่ม และการแก้ปัญหาที่ตั้งขึ้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสนใจการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาตามแนวคิดของกอนซาเลส เอ แนนซี ประกอบด้วยขั้นตอนทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้ คือ ขั้นที่ 1 เริ่มต้น ขั้นที่ 2 ตั้งปัญหาที่มีความสัมพันธ์กัน ขั้นที่ 3 มอบหมายงาน ขั้นที่ 4 ค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 5 สร้างเป็นโจทย์ปัญหาและขั้นที่ 6 เริ่มต้นใหม่

3. กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา

กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยาของกระบวนการพื้นฐานที่สำคัญที่จะนำไปใช้ในการตั้งปัญหา ทำให้นักเรียนเข้าใจบริบทของปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหาที่พบ มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ไว้ดังนี้

กอนซาเลส เอ แนนซี (Gonzales, 1994, pp.79-80) ได้กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

นักเรียนต้องทำการบันทึกเกี่ยวกับความคิดและคำถามทั้งหมดที่อยู่ในใจของนักเรียน เพื่อทำความเข้าใจปัญหา เช่น “ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร” “ฉันรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับปัญหานี้” “ฉันจำเป็นต้องหาอะไร”

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan)

อธิบายกลวิธีหรือยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนจะใช้ในการแก้ปัญหาและอธิบายวิธีการของกลวิธีหรือยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกใช้นั้น

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan)

ดำเนินการคำนวณ (หรือวาดภาพหรือสร้างตาราง เป็นต้น) ตามวิธีการที่วางไว้ พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนวิธีการทำ

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ (Looking Back)

ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ ถ้าผลลัพธ์ไม่ถูกต้องให้กลับไปเริ่มต้นใหม่อีกครั้ง และมีคำตอบหรือมียุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่ที่จะทำให้ได้คำตอบเดียวกัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 8-10) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วย ขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปข้างหน้า พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และทำชุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือ

ปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง การค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มาโดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมียุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ ก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

อัมพร ม้าคะนอง (2553, หน้า 41) ได้กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem)

ขั้นนี้ เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อยๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan)

ขั้นนี้ เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหาอาจเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาลงมือได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan)

ขั้นนี้ เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนย่อยๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back)

ขั้นนี้ เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา (Polya) ประกอบด้วย ขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้ คือ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผนและขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

4. กลวิธีการตั้งปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม

กอนซาเลส เอ แนนซี (Gonzales, 1998, p.455) ได้กล่าวถึง กลวิธีการตั้งปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิมที่กำหนดให้ มีวิธีการ ดังนี้

1. ย้อนกลับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และข้อมูลที่โจทย์ต้องการ
2. เพิ่มเติมข้อมูล
3. คงเงื่อนไขและสิ่งที่โจทย์ต้องการไว้ แต่เปลี่ยนค่าของข้อมูลที่กำหนดให้
4. คงข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไขไว้ แต่เปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ต้องการ
5. คงข้อมูลที่กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการไว้ แต่เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขที่กำหนดให้
6. เปลี่ยนบริบทหรือปัญหาที่เตรียมไว้
7. สร้างหลักเกณฑ์จากหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งตัวอย่าง
8. เปลี่ยนคำถามหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้เป็นเชิงปฏิเสธ

บราว และวอลเตอร์ (2005, pp.19-65 อ้างอิงใน สายสุณี สุทธิจักร์, 2551, หน้า 16) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการตั้งปัญหาว่ามี 2 ระยะสรุปได้ ดังนี้

ระยะแรก: การยอมรับสิ่งที่กำหนดให้ (Accepting the Given)

กลวิธีการสร้างปัญหาในระยะแรก

สิ่งที่ต้องทำกับปรากฏการณ์นี้

1. สังเกตข้อมูล (The Making of Observations)
2. ถามคำถามเกี่ยวกับข้อมูลที่สังเกตได้ (The Making of Question)
3. เขียนสิ่งที่ตามมาจากการคาดเดา (The Coming up with Conjectures)

3.1 การสำรวจความสัมพันธ์ภายในข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูลกับชีวิตจริง (Interval Versus External Exploration)

3.2 การสำรวจสิ่งที่ต้องการหาคำตอบที่แน่นอนกับคำตอบโดยประมาณ (Exact Versus Approximate Explorations)

3.3 การสำรวจทางประวัติศาสตร์: สิ่งที่เป็นจริงกับสิ่งที่เป็นสมมติฐาน (Historical Exploration: Actual Versus Hypothetical)

ระยะที่สอง: การสมมติสิ่งที่แตกต่างจากข้อมูลที่กำหนดให้ (What if not) รายการคุณลักษณะสำหรับกลวิธีการตั้งปัญหาใหม่

ระดับ 0 - การเลือกจุดเริ่มต้น (Choosing a Starting Point)

ระดับ 1 - แจกแจงคุณสมบัติ (Listing Attribute)

ระดับ 2 - สมมติคุณสมบัติที่แตกต่างจากที่กำหนดให้ (What if not – ing)

ระดับ 3 - ถามคำถามหรือตั้งปัญหา (Question Asking or Problem Posing)

ระดับ 4 - วิเคราะห์ปัญหาที่ตั้งขึ้น (Analyzing the Problem)

สายสุณี สุทธิจักร์ (2551, หน้า 52-53) ได้กล่าวถึงการตั้งปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม ดังนี้

1. การเปลี่ยนค่าของข้อมูลที่กำหนดให้
2. การเปลี่ยนบริบทในเนื้อหา
3. การเปลี่ยนเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 37-38) ได้กล่าวถึงการตั้งปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม มีวิธีการ ดังนี้

1. การเปลี่ยนจำนวน
2. การเพิ่มเงื่อนไขในโจทย์
3. การคิดย้อนกลับ
4. การเปลี่ยนเรื่องราวในโจทย์

ตัวอย่าง “ในการเลี้ยงสังสรรค์วันปีใหม่ คนทุกคนจะต้องจับมือกันเมื่อพบกันครั้งแรก ถ้ามีคนมาในงาน 12 คน อยากทราบว่า จะมีการจับมือทักทายกันกี่ครั้ง

สำหรับโจทย์ข้อนี้จะทำให้เป็นโจทย์ใหม่ได้ โดยวิธีการดังนี้ คือ

การเปลี่ยนจำนวน เช่น ในการเลี้ยงสังสรรค์มีคนมาในงาน 20 คน หรือมีแขกมา n คน

การเพิ่มเงื่อนไขในโจทย์ เช่น คนทุกคนจะต้องจับมือทักทายกันเมื่อพบกันครั้งแรก และจับมือกันอีกครั้งเมื่อจะลาจากกัน

การคิดย้อนกลับ เช่น ในการเลี้ยงสังสรรค์วันปีใหม่ ทุกคนมีการจับมือทักทายกันคนละ 1 ครั้ง ถ้าหากมีการจับมือกันทั้งหมด 66 ครั้ง อยากทราบว่า มีคนในงานเลี้ยงทั้งหมดกี่คน

การเปลี่ยนเรื่องราวในโจทย์ เช่น ในการแข่งขันเทนนิสมีคน 20 คน สนใจที่จะจับคู่แข่งขันกัน อยากทราบว่า จะจัดให้มีการแข่งขันได้ทั้งหมดกี่ครั้ง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กลวิธีการตั้งปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม มีขั้นตอน 2 ระยะ คือ ระยะแรกคือการยอมรับสิ่งที่กำหนดให้เป็นการศึกษาลักษณะของโจทย์ ปัญหาเดิมให้ชัดเจน และระยะที่สอง คือ การสมมติสิ่งที่แตกต่างไปจากข้อมูลเดิม ด้วยวิธีการต่างๆ เช่น การเปลี่ยนค่าของข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนบริบทของเนื้อหา หรือการเปลี่ยนเงื่อนไขที่เกี่ยวข้อง

5. การตั้งคำถาม

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การตั้งคำถามเป็นกลวิธีสำคัญที่จะช่วยพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เพราะการตั้งคำถามจะช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการคิดในการตอบคำถาม และเป็นสิ่งที่เสริมสร้างทักษะในการตั้งปัญหาของนักเรียนด้วย มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวทางการตั้งคำถามไว้ ดังนี้

เดวิด (Davies, 1980, p.166 อ้างอิงใน นพพร แหยมแสง, 2546, หน้า 199-200) ได้กล่าวถึงประเภทของคำถาม และลักษณะของคำถามที่ดี ดังนี้

1. คำถามที่ผู้ตอบเพียงแต่ใช้ความคิดพื้นฐานในการตอบแบ่งเป็น
 - 1.1 คำถามประเภทความจำ เช่น หนึ่งเมตรเป็นกี่เซนติเมตร ประพจน์คืออะไร
 - 1.2 คำถามประเภทอาศัยการสังเกต เช่น จากตารางที่กำหนดให้เดือนใดคนเข้าเมืองมากที่สุด
2. คำถามที่ผู้ตอบต้องคิดเพื่อหาคำตอบแบ่งออกเป็น
 - 2.1 ถามเกี่ยวกับความเข้าใจ เช่น 10% ของเงิน 350 เป็นเงินเท่าไร?
 - 2.2 ถามเกี่ยวกับการนำไปใช้ เช่น สินค้าชนิดหนึ่งของห้าง A ติตราค่าสูงกว่าราคาขายจริงของห้าง B อยู่ 10% แต่เมื่อห้าง A ขายจริงจะลดราคาให้ 10% ถามว่า ราคาที่ขายจริงของห้าง A จะสูงกว่าหรือต่ำกว่าราคาขายจริงของห้าง B
 - 2.3 ถามเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ เช่น จากโจทย์ในหัวข้อ 2.2 ถามว่า ถ้าราคาขายของห้าง B เป็น 100 บาท ราคาขายของห้าง A จะเป็นกี่บาท
 - 2.4 ถามเกี่ยวกับการให้เหตุผล เช่น ทำไมศูนย์หารด้วยจำนวนใดๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ จึงได้คำตอบเท่ากับศูนย์
 - 2.5 ถามเกี่ยวกับการสรุปหลักการ เช่น การบวกลบเศษส่วนมีหลักการอย่างไร

3. คำถามที่ผู้ตอบต้องขยายความคิดออกไป

3.1 คำถามที่ให้คาดคะเนหรือตั้งสมมติฐาน เช่น ถ้านักเรียนนำเหรียญบาทหนึ่งล้านอันต่อกันขึ้นไปเรื่อยๆ นักเรียนคิดว่าจะสูงสักเท่าไร

3.2 คำถามให้วางแผน เช่น นักเรียนจะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นี้ได้อย่างไร

3.3 คำถามให้วิจารณ์ เช่น จงบอกข้อดีและข้อเสียของการนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปภาพ

3.4 คำถามให้ประเมินค่า เช่น การหาสูตรพื้นที่ผิวทรงกลมทั้งสองวิธีนี้ นักเรียนเห็นว่าวิธีใดให้ค่าใกล้เคียงความจริงมากกว่า เพราะเหตุใด

แบดแฮม (Badham, n.d. อ้างอิงใน โกลัม กรีทอง, 2551, หน้า 40-41) ได้เสนอการจัดประเภทของคำถามได้เป็นสี่ประเภท และลักษณะของคำถามแต่ละประเภท ดังนี้

1. คำถามเริ่มต้น (Starter questions)

คำถามเริ่มต้นจะช่วยตีกรอบความคิดของนักเรียนให้อยู่ในขอบเขตที่เราต้องการและเป็นการให้จุดเริ่มต้น เพื่อที่นักเรียนจะได้รู้ว่าเขาควรจะต้องเริ่มจากตรงไหน ตัวอย่างของคำถามเริ่มต้น เช่น

1.1 นักเรียนจะจัดกลุ่มรูปเรขาคณิตเหล่านี้ได้อย่างไรดี

1.2 นักเรียนจะหาวิธีแบ่งรูปที่กำหนดให้ออกเป็นสองส่วนที่เท่าๆ กันได้อย่างไร

1.3 จะเกิดอะไรขึ้นกับพื้นที่ของรูปวงกลม ถ้าหากความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า

1.4 รูปที่กำหนดให้ สามารถนำมาประกอบกันเป็นรูปอะไรได้บ้าง

1.5 กำหนดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้ 6 รูป สามารถนำรูปเหล่านี้มาประกอบเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่แตกต่างกันของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้กี่แบบ

2. คำถามกระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์ (Questions to stimulate mathematical thinking)

คำถามประเภทนี้จะช่วยนักเรียนได้มุ่งความสนใจไปที่กลยุทธ์หรือกลวิธีใดวิธีหนึ่งโดยเฉพาะ และช่วยให้นักเรียนได้สังเกตเห็นแบบรูปและความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการช่วยสร้างกรอบแนวความคิด คำถามประเภทนี้สามารถใช้เป็น "ตัวช่วย" เมื่อนักเรียนคิดไม่ออก (เมื่อนักเรียนคิดไม่ออก แทนที่จะใช้คำถามที่กระตุ้นให้เกิดการคิดทางคณิตศาสตร์ คุณครูจำนวนไม่น้อยอดไม่ได้ที่จะบอกหรือสอน ซึ่งการกระทำเช่นนี้ นอกจากจะไม่ช่วยกระตุ้นให้เกิดการคิดแล้ว ยังทำให้นักเรียนเกิด

ความเคยชินกับการไม่ต้องคิดเองอีกด้วย) ดังนั้นเมื่อนักเรียนคิดไม่ออกหรือทำไม่ได้ ครูควรจะใช้คำถามที่กระตุ้นให้เกิดการคิด เช่น

- 2.1 รูปที่กำหนดให้นี้ มีอะไรเหมือนกัน
- 2.2 รูปที่กำหนดให้นี้ มีอะไรต่างกัน
- 2.3 นักเรียนสามารถนำรูปที่กำหนดให้นี้ มาจัดกลุ่มได้หรือไม่
- 2.4 นักเรียนสังเกตเห็นแบบรูปหรือไม่
- 2.5 แบบรูปนี้จะช่วยให้นักเรียนหาคำตอบได้อย่างไร
- 2.6 นักเรียนคิดว่ารูปต่อไปจะเป็นรูปอะไร ทำไม
- 2.7 นักเรียนจะมีวิธีบันทึกสิ่งที่นักเรียนได้พบอย่างไร จึงจะช่วยให้นักเรียน

มองเห็นแบบรูปเพิ่มขึ้นอีก

- 2.8 จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า.....

3. คำถามวัดและประเมินผล (Assessment questions)

คำถามประเภทนี้จะให้นักเรียนได้อธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่เขากำลังทำอยู่ หรือถามว่าเขาได้คำตอบมาได้อย่างไร ทำให้ครูได้รู้ว่านักเรียนคิดอย่างไร นักเรียนเข้าใจอย่างไรและระดับความรู้ความเข้าใจของนักเรียนอยู่ในระดับใด คำถามวัดและประเมินผลนี้จึงเหมาะที่จะใช้เมื่อนักเรียนได้มีความคืบหน้าในการทำกิจกรรมไปแล้วในระดับหนึ่ง อาจจะทำใจหายไปแล้ว มีการแสดงวิธีทำ หรือได้คำตอบแล้วอย่างน้อยหนึ่งคำตอบ ตัวอย่างคำถามสำหรับวัดและประเมินผล เช่น

- 3.1 นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้าง
- 3.2 นักเรียนหาได้อย่างไร
- 3.3 ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น
- 3.4 อะไรที่ทำให้นักเรียนตัดสินใจทำอย่างนั้น

4. คำถามอภิปรายสรุป (Final discussion questions)

คำถามประเภทนี้จะเป็นการระดมความคิดต่างๆ ของนักเรียนในชั้น เพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และเปรียบเทียบวิธีการคิดและคำตอบ การใช้คำถามอภิปรายสรุปถือว่าเป็นขั้นตอนสำคัญในกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นโอกาสที่นักเรียนจะได้แสดงความคิด แล้วได้เสียงตอบกลับจากคนอื่นๆ ว่าที่คิดไว้นั้นเป็นอย่างไร อีกทั้งยังส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินผลงานของตนเอง ตัวอย่างคำถามอภิปรายสรุป เช่น

- 4.1 ใครได้คำตอบเหมือนเพื่อนคนนี้บ้าง
- 4.2 ใครได้คำตอบที่แตกต่างจากนี้บ้าง
- 4.3 ทุกคนได้คำตอบเหมือนกันหรือไม่
- 4.4 ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ทำไมจึงไม่เป็นเช่นนั้น
- 4.5 เราได้ค้นพบทุกคำตอบที่เป็นไปได้หรือยัง
- 4.6 เราทราบได้อย่างไร
- 4.7 นักเรียนได้นึกถึงวิธีการอื่นๆ บ้างหรือไม่
- 4.8 นักเรียนคิดว่าเราได้คำตอบที่ดีที่สุดหรือยัง

แซนเดอร์ (Sanders, n.d. อ้างอิงใน โกลุม กรีทอง, 2551, หน้า 41-42) ได้ยกตัวอย่างคำถามที่สอดคล้องกับระดับของการคิด 7 ระดับ ไว้ดังนี้

ระดับที่ 1 ความรู้ความจำ ระดับนี้นักเรียนสามารถจดจำข้อมูล หรือบอกสิ่งที่จำได้ ตัวอย่างคำถาม เช่น สิ่งที่เราได้ทำไปแล้ว มีอะไรบ้างที่จะช่วยเราแก้ปัญหานี้ได้

ระดับที่ 2 การแปลความ ระดับนี้นักเรียนสามารถเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์หรือภาษา ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนเขียนได้อย่างไร สิ่งนี้นักเรียนค้นพบนั้น จะมีวิธีบันทึกอย่างไร เพื่อช่วยให้เห็นแบบรูปมากกว่านี้

ระดับที่ 3 การตีความ ระดับนี้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงต่างๆ รูปทั่วไป คำจำกัดความ ค่าต่างๆ ทักษะต่างๆ ตัวอย่างคำถาม เช่น มีอะไรบ้างที่เหมือนกัน มีอะไรบ้างที่แตกต่างกัน นักเรียนสามารถจัดกลุ่มสิ่งเหล่านี้ได้หรือไม่ นักเรียนสามารถมองเห็นแบบรูปหรือไม่

ระดับที่ 4 การนำไปใช้ระดับนี้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะเป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องจับประเด็นของปัญหาเองและเลือกวิธีที่จะใช้จัดการกับปัญหา ตัวอย่างคำถาม เช่น แบบรูปนี้ช่วยนักเรียนในการหาคำตอบได้อย่างไร นักเรียนคิดว่ารูปต่อไปจะเป็นรูปอะไร ทำไมจึงคิดเช่นนั้น

ระดับที่ 5 การวิเคราะห์ ระดับนี้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้การคิดอย่างเป็นระบบตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้าง นักเรียนหาได้อย่างไร ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น อะไรที่ทำให้นักเรียนตัดสินใจทำเช่นนั้น

ระดับที่ 6 การสังเคราะห์ ระดับนี้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ต้องอาศัยความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตัวอย่างคำถาม เช่น ใครได้คำตอบที่แตกต่างไปจากนี้บ้าง ทุกคนได้คำตอบ

เหมือนกันหรือไม่ ทำไมจึงได้คำตอบเหมือนกัน ทำไมจึงไม่ได้คำตอบเหมือนกัน จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า...

ระดับที่ 7 การประเมินผล ระดับนี้นักเรียนสามารถตัดสินใจได้ดีว่าดีหรือไม่ดี ถูกหรือผิด ตามมาตรฐานที่ตนเองกำหนด ตัวอย่างคำถาม เช่น เราได้ค้นพบคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดหรือยัง เราจะทราบได้อย่างไร นักเรียนได้นึกถึงวิธีการอื่นในการหาคำตอบหรือไม่ นักเรียนคิดว่าเราได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้วหรือยัง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2555, หน้า 149) ได้ยกตัวอย่างการใช้คำถามเพื่อพัฒนาการแก้ปัญหา ซึ่งครูอาจนำไปดัดแปลงใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

1. นักเรียนมีข้อมูลอะไรบ้าง และนักเรียนจะต้องหาอะไรบ้าง
2. นักเรียนจะใช้ยุทธศาสตร์หรือกลวิธีอะไรได้บ้าง
3. นักเรียนจะใช้วิธีคิดในใจ หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบหรือจะใช้เส้นจำนวน
4. นักเรียนจะใช้เครื่องมืออะไรบ้าง เครื่องคำนวณจะช่วยให้หรือไม่
5. นักเรียนคิดว่าคำตอบหรือผลที่ได้จะเป็นอะไรได้บ้าง
6. นักเรียนมีข้อเท็จจริงในเรื่องนี้อย่างไรบ้าง
7. การที่นักเรียนตอบคำถามไม่ได้ นักเรียนคิดว่าคำถามขาดข้อมูลใด
8. นักเรียนจะแก้ปัญหาค่าที่คล้ายกันนี้อย่างไร
9. นักเรียนจะทดลองใช้ตัวเลขง่ายๆ หรือใช้ตัวเลขเพียงไม่กี่ตัวได้ไหม หรือจะใช้แนวทางการจัดตัวเลข หรือการจัดสิ่งต่างๆ อย่างเป็นลำดับ
10. นักเรียนจะทำเป็นแผนภูมิ หรือทำเป็นตาราง หรือการวาดรูปได้หรือไม่
11. นักเรียนเดาหรือตรวจสอบได้อย่างไร
12. ถ้านักเรียนเปรียบเทียบงานของนักเรียนกับคนอื่นๆ อะไรคือสิ่งที่คนอื่นๆ ได้ลองพยายามทำ

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 34-37) ได้แนะนำการสร้างคำถาม ซึ่งเป็นทักษะสำคัญที่ช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน จำเป็นอย่างยิ่งในการฝึกการแก้ปัญหา ที่จะช่วยให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างมีเหตุผล ลักษณะคำถามที่ดีจะช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน ตัวอย่างการสร้างคำถาม เช่น

“โสภางอบสะสมตุ๊กตา วันหนึ่งเธอไปเห็นตุ๊กตาชาววัง ราคาตัวละ 200 บาท ถ้าโสภามีเงิน 120 บาท...”

คำถามที่เป็นไปได้

“โสภา มีเงินพอที่จะซื้อตุ๊กตาชาววังหรือไม่” และ

“โสภาจะต้องเก็บเงินอีกกี่บาท จึงจะซื้อตุ๊กตาชาววังได้”

“เด็ก 3 คน คือ ทวี ญานี และสุดา แบ่งขนมคุกกี้กันโดยทวีหยิบไป หนึ่งในสี่ของขนมคุกกี้ทั้งหมด และญานีหยิบไปหนึ่งในสองของขนมคุกกี้ ทั้งหมด

คำถามที่เป็นไปได้

“ใครหยิบขนมคุกกี้ไปมากที่สุด”

“สุดาได้ขนมคุกกี้ไปเท่าไร” และ

“ทวีและญานีหยิบขนมคุกกี้ไปทั้งหมดเท่าไร”

“ลวดชดหนึ่งยาว 36 นิ้ว เมื่อนำมาขดให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดต่างๆ กัน...”

คำถามที่เป็นไปได้

“จะสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ทั้งหมด กี่รูป” และ

“รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่สร้างขึ้นแต่ละรูปมีพื้นที่เท่าไร”

“ค่าเฉลี่ยของจำนวน 4 จำนวน คือ 10 ...”

คำถามที่เป็นไปได้

“ค่าเฉลี่ยคืออะไร”

“จะคำนวณหาค่าเฉลี่ยได้อย่างไร”

“ในชีวิตประจำวันเราใช้ค่าเฉลี่ยหรือไม่”

“จำนวน 4 จำนวนนั้นคืออะไรบ้าง”

“จำนวน 2 จำนวนจะมีค่าเฉลี่ยเป็น 10 ได้หรือไม่ ถ้าได้จำนวนสองจำนวนนั้นจะเป็นอย่างไร”

และ “เป็นไปได้หรือไม่ที่จำนวน 4 จำนวนนั้นจะมีค่าเฉลี่ยมากกว่า 10”

“ร้านขายกระเป๋าแห่งหนึ่ง ประกาศลดราคาในร้าน 20 % ฉันต้องการซื้อกระเป๋า และจ่ายเงินไป 260 บาท”

คำถามที่เป็นไปได้

“ก่อนลดราคา กระเป๋าราคาเท่าไร”

“คำว่า 20% หมายความว่าอย่างไร”

“ข้อความที่ว่า “ลดราคากระเป๋าให้ 20% หมายความว่าอย่างไร”

“ราคากระเป๋าก่อนลดราคามากกว่าหรือน้อยกว่า 260 บาท”

“20% ของ 260 บาท เป็นเท่าไร”

และ “ถ้าคุณเป็นคนซื้อกระเป๋าคุณจะสนใจราคากระเป๋า ก่อนลดราคาหรือไม่”

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า การตั้งคำถาม มีความสำคัญในการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนและช่วยพัฒนาทักษะการคิดของนักเรียน การตั้งคำถามมีหลายระดับและหลาย ลักษณะ ดังนั้นการตั้งคำถามควรจะต้องให้เหมาะสมกับสิ่งที่ต้องการจะวัดหรือสิ่งที่เราสนใจ ครูและนักเรียนสามารถนำแนวทางการตั้งคำถามไปใช้ในการตั้งคำถามของปัญหาที่ตั้งขึ้น เพื่อส่งเสริมแนวทางการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและหลากหลาย

6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับการพัฒนาสมรรถนะ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาตามแนวคิดของ กอนซาเลส เอ แนนซี (Gonzales, 1998, pp.448-453) มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีความสำคัญในการพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 เริ่มต้น ครูกล่าวถึงเนื้อหาสาระที่จะเรียนและโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง พร้อมทั้งฝึกฝนวิธีการในการตั้งคำถามให้กับนักเรียน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ประกอบด้วย ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล เพื่อวิเคราะห์บริบทและหาคำตอบของสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ โดยกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 41) เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์มาก เนื่องจากช่วยให้ผู้เรียนมีหลักคิด ทำให้ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง จากผลการวิจัยของ โสมภิลัย สุวรรณ (2554, หน้า 73) พบว่า กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ในระดับดี สอดคล้องกับ จิตติมา พิศาภาค (2552, หน้า 49) พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ในขั้นตอนนี้ได้เน้นถึงการใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อนำมาใช้ทำความเข้าใจองค์ประกอบหรือโครงสร้างของปัญหาในบทเรียนที่ครูเป็นผู้นำเสนอและเป็นพื้นฐานในการตั้งปัญหาของนักเรียน ช่วยพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการแก้ปัญหาแบบมาตรฐานหรือในหลักสูตรที่ครูได้นำเสนอ

ขั้นที่ 2 ตั้งปัญหาที่มีความสัมพันธ์กัน ครูให้นักเรียนช่วยกันตั้งปัญหาใหม่จากโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์เดิมที่เรียนมา ซึ่งแตกต่างออกไปจากเดิมหรือมีความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น โดยการตั้งปัญหาต้องอาศัยหลักการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 98-99) เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิด วิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์ กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ขั้นตอนนี้ฝึกให้นักเรียนรู้จักตั้งปัญหาใหญ่จากปัญหาเดิม ไม่ได้เน้นกระบวนการในการแก้ปัญหา ช่วยพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการเชื่อมโยงโลกจริงกับสัญลักษณ์และโครงสร้างคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

ขั้นที่ 3 มออบหมายงาน ครูมอบหมายสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่หาได้จากหนังสือพิมพ์ นิตยสารหรือผ่านทางอินเทอร์เน็ตให้นักเรียนแต่ละคนตั้งคำถามหรือปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์นั้น จากนั้นครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มกลุ่มละ 4-5 คน โดยแต่ละกลุ่มเลือกประธานกลุ่มขึ้นมากลุ่มละ 1 คน รวบรวมปัญหาที่ตั้งไว้ของสมาชิกภายในกลุ่ม แล้วนำไปให้กับสมาชิกกลุ่มอื่นได้ช่วยกันแก้ปัญหาที่ตั้งขึ้นต่อไป ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา จากที่กล่าวมาจุดเน้นของขั้นตอนนี้ คือ

1. ครูได้หาสถานการณ์ในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยปัญหาที่นักเรียนตั้งขึ้นจากชีวิตจริงหรือสถานการณ์จริง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 172) จะทำให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ การได้ลงมือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะกระบวนการด้านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนได้เห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ด้วย

2. การทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่มมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ จากผลการวิจัยของวิภาพร แสงสว่าง (2552, หน้า 71) พบว่า การทำกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด นอกจากการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มแล้ว ยังมีช่วงที่ให้นักเรียนได้อภิปรายวิธีการแก้ปัญหาร่วมกันและสรุปผลการเรียนรู้ร่วมกัน เป็นช่วงเวลาสำคัญของการเรียนรู้ของนักเรียน ได้ฟังเพื่อรวบรวมวิธีการแก้ปัญหาจากเพื่อนกลุ่มอื่น จนสามารถตั้งข้อสังเกตในความเหมือนและความแตกต่างของวิธีการต่างๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในชั้นเรียน และสรุปเป็นข้อความรู้หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับกิจกรรมการแก้ปัญหาที่เคยเรียนรู้ผ่านมาแล้วได้ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญที่จะมีส่วนช่วยในการพัฒนาให้เกิดการอภิปรายโต้แย้งด้วยเหตุผลในชั้นเรียน

3. การนำกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยามาใช้ในการแก้ปัญหาที่ตั้งขึ้น ซึ่งจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนให้สูงขึ้นดังที่กล่าวมาแล้วในขั้นที่ 1

ซึ่งขั้นตอนนี้จะช่วยพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการเชื่อมโยงโลกจริงกับสัญลักษณ์และโครงสร้างคณิตศาสตร์ การแปลความ/ตีความ และการแก้ปัญหาแบบมาตรฐาน

ขั้นที่ 4 ค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถช่วยกันค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากแหล่งเรียนรู้ต่างๆ แล้วนำสถานการณ์ที่หาได้นั้นมาตั้งปัญหาพร้อมทั้งนำไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อนภายในชั้นเรียนเพื่อแก้ปัญหาที่ตั้งขึ้นผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ในขั้นนี้คล้ายคลึงกับขั้นที่ 3 โดยเปลี่ยนบทบาทให้นักเรียนเป็นผู้ค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแทนครูผู้สอน ซึ่งขั้นตอนนี้จะช่วยพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการเชื่อมโยงโลกจริงกับสัญลักษณ์และโครงสร้างคณิตศาสตร์ การแปลความ/ตีความ และการแก้ปัญหาแบบมาตรฐานเช่นเดียวกับขั้นที่ 3

ขั้นที่ 5 สร้างโจทย์ปัญหา ครูให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มนำเสนอส่วนประกอบของปัญหา และให้นำส่วนประกอบเหล่านั้นมาสร้างเป็นสถานการณ์ปัญหาที่สมบูรณ์และซับซ้อนขึ้น แล้วนำเสนอปัญหาดังกล่าวให้เพื่อนนักเรียนได้ช่วยกันอภิปราย แสดงความคิดเห็น เพื่อหาวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวนั้น สำหรับขั้นตอนนี้นั้นการสร้างโจทย์ปัญหาที่สมบูรณ์และซับซ้อนและการอภิปรายแบบกลุ่ม จากผลการวิจัยของ ธาณี คำยิ่ง และนริวรรณ พรหมขุม (2549, หน้า 198) พบว่า การที่นักเรียนเป็นผู้สร้างโจทย์ปัญหาด้วยตนเองซ้ำๆ หลายๆ ครั้ง ทำให้เกิดความคุ้นเคยสามารถมองเห็นองค์ประกอบและความสัมพันธ์ของข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญในโจทย์ปัญหารวมทั้งคำบ่งชี้การกระทำทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน คล่องแคล่ว นักเรียนจึงสามารถเชื่อมโยงประโยคสัญลักษณ์ไปสู่โจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาไปสู่ประโยคสัญลักษณ์ได้ง่ายขึ้นและช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ซึ่งช่วยพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการเชื่อมโยงโลกจริงกับสัญลักษณ์และโครงสร้างคณิตศาสตร์ การแปลความ/ตีความ และการแก้ปัญหาที่รู้แล้ว แต่เพิ่มความซับซ้อนขึ้น

ขั้นที่ 6 เริ่มต้นใหม่ ครูให้นักเรียนฝึกฝนการตั้งปัญหา โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมใหม่ๆ ที่ส่งเสริมทักษะในการตั้งปัญหาในแต่ละขั้นตอน เช่น การเปลี่ยนแปลงการตั้งคำถามของตนเอง และให้ตระหนักถึงแหล่งที่มาของปัญหาทั้งในวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่ตีมาจากแหล่งใด ซึ่งช่วยพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการแก้ปัญหาที่รู้แล้ว แต่เพิ่มความซับซ้อนขึ้นให้มีความหลากหลายและชัดเจนมากยิ่งขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา จะพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 4 ลักษณะจำเพาะ ได้แก่

การเชื่อมโยงโลกจริงกับสัญลักษณ์และโครงสร้างคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาแบบมาตรฐาน การแปลความ/ตีความ และการแก้ปัญหาที่รู้แล้ว แต่เพิ่มความซับซ้อนขึ้น ได้อย่างครบถ้วน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในประเทศ

ปริสา วงศ์คำพระ, สมชาย วรกิจเกษมสกุล และศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2556, หน้า 1250-1261) ได้ทำการวิจัย ผลการใช้รูปแบบการสอนการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสตรีราชินูทิศ อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เนื้อหาสาระที่ใช้ในการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ผู้วิจัยใช้แนวคิดของกอนซาเลส เอ แนซซีในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบ่งขั้นตอนการสอนออกเป็น 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 เริ่มต้น ขั้นที่ 2 นำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะสอน ขั้นที่ 3 มอบหมายงาน ขั้นที่ 4 ค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และสร้างเป็นโจทย์ปัญหา และขั้นที่ 5 เริ่มต้นใหม่ ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า ก่อนเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 11.40 คิดเป็นร้อยละ 35.61 และหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 24.69 คิดเป็นร้อยละ 77.15 เมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ย พบว่า คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 2) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า ก่อนเรียนมีคะแนนเท่ากับ 8.19 คิดเป็นร้อยละ 30.32 และหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 18.91 คิดเป็นร้อยละ 70.02 เมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยพบว่า คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปนัดดา แก้วเสठीอน (2554) ได้ทำการวิจัย ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า 1) กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ เท่ากับ 81.65/79.88 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปาริชาติ เทียงทุกซ์ (2554, หน้า 77-80) ได้ทำวิจัย เรื่อง การใช้การตั้งปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในการวิจัยครั้งนี้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/4 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 39 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ครูตั้งและจากแบบทดสอบ มีความสอดคล้องกัน กล่าวคือ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ชั้นทำความเข้าใจปัญหา ชั้นวางแผนแก้ปัญหา และชั้นดำเนินการตามแผน อยู่ในระดับดี แต่ในขั้นตอนตรวจสอบผล อยู่ในระดับพอใช้ และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนตั้ง ทุกขั้นตอนการแก้ปัญหา อยู่ในระดับดี

วาสนา กิมเท็ง (2553, หน้า 113-121) ได้ทำการวิจัย ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-Based Learning) ที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ของโรงเรียนป้อมนาคราชสวทยานนท์ จังหวัดสมุทรปราการ ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 36 คน ในเนื้อหา เรื่อง การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใช้เวลาในการทดลอง 18 คาบ สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มี 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 การเชื่อมโยงปัญหา และนำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษาค้นคว้า ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ และขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า 1) ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เนื่องจาก การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานรูปแบบหรือวิธีการเรียนรู้ที่ใช้การตั้งคำถามหรือปัญหาเป็นตัวกระตุ้นหรือนำทางผู้เรียนให้เกิดความสนใจอยากรู้ ตัวปัญหาจะเป็นจุดตั้งต้นของกระบวนการเรียนรู้และเป็นตัวกระตุ้นในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา 2) ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เนื่องจาก การนำเสนอปัญหานั้นเป็นปัญหาที่สามารถพบได้จริง และเป็นปัญหาที่ผู้เรียนอาจไม่เคย

พบมาก่อน จึงทำให้ผู้เรียนมีความสนใจเรียน และมีความกระตือรือร้นที่จะคิดหาคำตอบของปัญหานั้น 3) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เนื่องจาก ผู้วิจัยมีการสอดแทรกสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาโดยการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงความรู้เข้าด้วยกันได้ 4) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เนื่องจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยนำสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา จึงส่งผลให้ทักษะการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันที่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 5) ความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สายสุณี สุทธิจักร (2551, หน้า 69-73) ได้ทำการวิจัย ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย ในการวิจัยครั้งนี้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนปทุมเทพวิทยาคาร อำเภอเมือง จังหวัดหนองคาย จำนวน 2 ห้องเรียนที่มีความรู้พื้นฐานไม่แตกต่างกัน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาคือนักเรียนห้องเรียนที่ 1 จำนวน 51 คน และกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้แก่ นักเรียนห้องเรียนที่ 2 จำนวน 52 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากลักษณะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาเป็นการเรียนที่ครูมุ่งเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนตั้งปัญหาขึ้นตามความต้องการของนักเรียนภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

และได้แก้ปัญหที่ต้งขึ้นจากกลุ่มอื่นด้วยกัน ภายในกลุ่มมีการอภิปรายเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหภายในกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหที่หลากหลาย 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การต้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การต้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหเป็นการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เปิดโอกาสให้นักเรียนต้งปัญหาขึ้นเอง ทำให้นักเรียนได้ใช้ความคิดที่หลากหลายในการสร้างโจทย์ปัญหา 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การต้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เนื่องจากการคิดให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดในระดับสูง ซึ่งเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน

สุริเยส สุขแสง (2548, หน้า 73-78) ได้ทำการวิจัย ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรูโดยใช้เทคนิคการต้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ ในการวิจัยครั้งนี้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนจอมพระประชาสรรค์ อำเภอจอมพระ จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 2 ห้องเรียน โดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจงให้นักเรียนห้อง ม.5/7 เป็นกลุ่มทดลอง เรียนโดยใช้เทคนิคการต้งปัญหา และนักเรียน ม.5/6 เป็นกลุ่มควบคุม เรียนแบบปกติ ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการต้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ เนื่องจากลักษณะการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการต้งปัญหา เป็นการเรียนที่ครูผู้สอนมุ่งนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับโลกของความเป็นจริง โดยผู้สอนจะใช้วิธีการต้งปัญหาหรือเสนอปัญหาที่ทำทหายหรือซับซ้อนเพื่อยั่วยุให้นักเรียนสนใจ ภาระที่จะใช้ศักยภาพที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญห เกิดความสนใจและเกิดความทหายที่จะแก้ปัญหานั้นๆ และในกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการต้งปัญหายังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันคิดและสร้างสถานการณ์ปัญหาขึ้นมาด้วยตนเอง แล้วร่วมกันอภิปรายเพื่อหาวิธีในการแก้ปัญหานั้นๆ ทำให้นักเรียนได้วิธีการในการแก้ปัญหที่หลากหลาย 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการต้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เนื่องจากการเรียนแบบใช้เทคนิคการต้งปัญหาเป็นการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ มีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้และนำความรู้้นั้นมาแก้ปัญห 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เนื่องจากความคิดสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่พัฒนาให้เกิดขึ้นได้ลำบาก

ยุรวดี คัลยามงคล (2545, หน้า 115-127) ได้ทำการวิจัย การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้ เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนแรกเป็นการวิจัยเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่สองเป็นการวิจัยกึ่งทดลองเพื่อทดสอบกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองสอนคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในโรงเรียนพญาไทปีการศึกษา 2545 จำนวน 15 คน ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้ 1) กระบวนการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ 1.1) เตรียมปัญหา 1.2) สร้างความเชื่อมโยงสู่ปัญหา 1.3) สร้างกรอบของการศึกษา 1.4) ศึกษาค้นคว้าโดยกลุ่มย่อย 1.5) ตัดสินใจหาทางแก้ปัญหา 1.6) สร้างผลงาน และ 1.7) ประเมินผล การเรียนรู้ 2) คะแนนเฉลี่ยสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในประเทศ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของความคิดสร้างสรรค์ รวมถึงการเชื่อมโยงความคิดระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ

เรซเกกิ อามาเลีย (Rezeki Amalia, 2010) ได้ใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อ 1) ปรับปรุงทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2) ปรับปรุงการเรียนการสอน และ 3) เพิ่มความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน โดยทดลองกับนักเรียนจำนวน 27 คน ในการเรียนรายวิชาทฤษฎีบทพีทาโกรัส การวิจัยนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการ 2 วงจร แต่ละวงจรประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การวางแผน การลงมือทำ การสังเกต และการสะท้อน และเก็บข้อมูลด้วยแบบทดสอบ

การสังเกต การสัมภาษณ์ แบบสอบถาม และการอภิปราย ผลการวิจัยมีดังนี้ ตัวแปรตามตัวที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหา พบว่า ในวงจรที่หนึ่งมีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนเท่ากับ 60.9 คะแนน ในวงจรที่สองมีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนเท่ากับ 83.2 คะแนน ตัวแปรตามตัวที่ 2 การเรียนการสอน พบว่า ในวงจรที่หนึ่งมีนักเรียนตั้งใจเรียนจำนวน 17 คน คิดเป็น 62.96% ในวงจรที่สองมีนักเรียนตั้งใจเรียนจำนวน 24 คน คิดเป็น 88.88% ตัวแปรตามตัวที่ 3 ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ พบว่า ระดับความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 74.64% ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าเทคนิคการตั้งปัญหาช่วยปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนและช่วยพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เกนส์เบิร์ก (Gainsburg, 2007 อ้างอิงใน วาสนา กิมเท็ง, 2553, หน้า 72) กล่าวว่า คณิตศาสตร์ศึกษาจะเน้นความสำคัญเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันในการเรียนการสอน สิ่งตีพิมพ์ที่มีอยู่บ่งบอกถึงสภาพความเป็นจริงในห้องเรียนว่ามีการฝึกฝนเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันไม่บ่อยครั้งนัก และทำอย่างเร่งรีบ แต่ในการเรียนสองถึงสามครั้งจะมีการเน้นเฉพาะเพื่อสอบ ฉะนั้นทำอย่างไรที่ครูจะเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสำรวจครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมจำนวน 62 คน ในเรื่องความเข้าใจและการประยุกต์ใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันจุดมุ่งหมายของงานวิจัย คือ การสร้างการเชื่อมโยงในการสอน และปัจจัยที่สนับสนุนและผลักดันให้มีการฝึกฝนการเชื่อมโยง ผู้วิจัยสังเกตครู 5 คน ในการใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันภายในห้องเรียนและติดตามผลโดยการสัมภาษณ์ครู ผลการวิจัยพบว่าการสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันเป็นสิ่งสำคัญซึ่งเป็นดังที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้น และสนับสนุนสิ่งตีพิมพ์ที่เกี่ยวข้องจะทำอย่างไรในการช่วยเหลือนักเรียนที่มีลักษณะแตกต่างกันในการเรียนคณิตศาสตร์

คูนิงแฮม (Cunningham, 2004, pp.83-89) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับนักศึกษาระดับวิทยาลัยที่ลงทะเบียนเรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น โดยนำสถานการณ์เกี่ยวกับการลดราคาของรถยนต์ยี่ห้อโฟล์คสวาเกน รุ่นเจต้า มาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักศึกษา โดยแบ่งนักศึกษออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน ทั้งหมด 8 กลุ่ม แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมจำนวน 4 ข้อ โดย 3 ข้อแรกนักศึกษแต่ละกลุ่มต้องหาคำตอบ สำหรับข้อที่ 4 เป็นกิจกรรมที่ให้นักศึกษแต่ละกลุ่มต้องช่วยกันตั้งปัญหาจากสถานการณ์เกี่ยวกับการลดราคาของรถยนต์ที่กำหนดให้ดังกล่าว จากนั้นจะมีการนำเสนอปัญหาเพื่อให้นักศึกษาอื่น ๆ คิดหาคำตอบ โดยมีเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นอุปกรณ์ประกอบการเรียน ผลการศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรม

การเรียนรู้ดังกล่าวช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการคิดอย่างมีเหตุผล การสะท้อนความคิด และการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน รวมถึงนักเรียนยังสามารถเชื่อมโยงความคิดระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อีกด้วย

ไค และหวาง (Cai and Hwang, 2002, pp.401-421) ได้ศึกษา 1) กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2) รูปแบบการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และ 3) ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และรูปแบบการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียน 2 กลุ่ม ได้แก่ นักเรียนอเมริกัน จำนวน 98 คน และนักเรียนจีน จำนวน 155 คน ระดับชั้น ป.6 สถานการณ์ที่ใช้ในการวิจัยมี 2 สถานการณ์ ได้แก่ 1) ปัญหาจำนวนจุด (Dots) และ 2) ปัญหาระฆังหน้าประตู (Doorbell) แต่ละสถานการณ์ประกอบด้วยส่วนของการแก้ปัญหา (Problem-Solving) จำนวน 4 ข้อ และส่วนของการตั้งปัญหา (Problem-Posing) จำนวน 3 ข้อ ได้แก่ การตั้งปัญหาระดับง่าย การตั้งปัญหาระดับปานกลาง และการตั้งปัญหาระดับยาก ผลการวิจัย มีดังนี้ 1) นักเรียนจีนใช้กลยุทธ์แบบนามธรรม (abstract) ในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่นักเรียนอเมริกันใช้กลยุทธ์แบบรูปธรรม (concrete) ในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) รูปแบบการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจีนส่วนใหญ่เป็นแบบไม่ขยายความจากสิ่งที่โจทย์กำหนด (non-extension problem) มีลักษณะเป็นการถามในสิ่งที่สามารถหาคำตอบได้จากข้อมูลที่กำหนดให้ ในขณะที่รูปแบบการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอเมริกันส่วนใหญ่เป็นแบบขยายความจากสิ่งที่โจทย์กำหนด (extension problem) เป็นการตั้งคำถามแบบกว้างๆ และต้องการคำตอบในรูปทั่วไปซึ่งหาคำตอบได้ยาก นักเรียนอเมริกันมีการตั้งปัญหาแบบขยายความแบบมีหลักเกณฑ์ (rule-based extension problem) มากที่สุด 3) ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และรูปแบบการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจีนมีความสอดคล้องไปในทางส่งเสริมกัน มากกว่ากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และรูปแบบการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอเมริกัน นักเรียนจีนมีการตั้งปัญหาหลายชนิด ไม่ผูกติดกับปัญหาชนิดใดชนิดหนึ่ง จึงบรรลุผลในการแก้ปัญหาได้มากกว่านักเรียนอเมริกันซึ่งใช้การตั้งปัญหาแบบขยายความชนิดเดียวทั้งสามข้อ อีกทั้งนักเรียนจีนส่วนใหญ่ใช้รูปแบบการตั้งปัญหาแบบไม่ขยายความ (non-extension problem) ซึ่งเป็นการตั้งคำถามที่ทำให้ทราบคำตอบคืออะไร จะหาคำตอบได้อย่างไร ให้ชี้แนะให้หาคำตอบได้ ชัดเจนตรงไปตรงมา แต่นักเรียนอเมริกันส่วนใหญ่ใช้รูปแบบการตั้งปัญหาแบบขยายความ (extension problem) ซึ่งเป็นการตั้งคำถามแบบกว้างๆ ไม่นำสู่ขั้นตอนที่จะใช้แก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ สรุปได้ว่านักเรียนจีนมีความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหาและ

การตั้งปัญหาเป็นบวก กล่าวคือ กระบวนการแก้ปัญหาและรูปแบบการตั้งปัญหานักเรียนจีน มีความเชื่อมโยงสอดคล้องไปในทางส่งเสริมกัน ในขณะที่กระบวนการแก้ปัญหาและรูปแบบการตั้งปัญหานักเรียนอเมริกันยังไม่เชื่อมโยงสอดคล้องกัน

อาบู เอลวัน (Abu-Elwan, 2002, pp.56-69) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการตั้งปัญหา ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโดยมีจุดมุ่งหมายของการวิจัย 3 ข้อ ได้แก่ 1) เพื่อตรวจสอบผลของการใช้เทคนิคการตั้งปัญหาต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) เพื่อตรวจสอบว่าทักษะการตั้งปัญหาควรสอนร่วมกับแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหา 3) เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนานักศึกษาวิชาชีพรู (คณิตศาสตร์) และสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้ 1) คะแนนเฉลี่ยของการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในส่วนของ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างอย่าง มีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 2) คะแนนเฉลี่ยของการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ใน ส่วนของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างอย่างมี นัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 3) คะแนนเฉลี่ยของการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในส่วนของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (แก้ปัญหาและตั้งปัญหา) ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความ แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาวิทยาลัยการศึกษา สาขาคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ ชั้นปีที่ 3 ซึ่งลงทะเบียนเรียนวิชาวิธีการสอนคณิตศาสตร์ 2 จำนวน 50 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองอย่างละ 25 คน ทำการทดลอง ตั้งแต่เดือนกันยายน – ตุลาคม ค.ศ.2000 โดยกลุ่มควบคุมเรียนกิจกรรมการแก้ปัญหาตามแนวทาง ของโพลยาและใช้ปัญหาจากในหนังสือเรียน รวมเวลา 5 สัปดาห์ กลุ่มทดลองเรียนกิจกรรม การแก้ปัญหาตามแนวทางของโพลยาโดยสำรวจแต่ละชั้นของโพลยาและเรียนเทคนิคตั้งปัญหา ได้แก่ การเปลี่ยนตัวแปร การเปลี่ยนบริบท หรือเปลี่ยนค่าของเงื่อนไขต่างๆ ในโจทย์ รวมเวลา 7 สัปดาห์ กลุ่มทดลองใช้เวลาเรียนเทคนิคการตั้งปัญหาจึงใช้เวลาเรียนมากกว่ากลุ่มควบคุม จากนั้นให้ทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ซึ่งแบ่งเป็นส่วนของการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในวันที่ 29 ตุลาคม ค.ศ. 2000 แล้วจึงนำผลคะแนนที่ได้ไปทดสอบสมมติฐานโดยใช้ t-test ด้วยโปรแกรม SPSS เวอร์ชัน 10.0 ผลการวิจัย พบว่า 1) คะแนนเฉลี่ยของการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในส่วนของ การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างอย่าง มีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเท่ากับ 4.16

และ 3.64 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน ทดสอบสมมติฐานค่าที่เท่ากับ 2.09) 2) คะแนนเฉลี่ยของการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในส่วนของ การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญที่ ระดับนัยสำคัญ 0.01 (คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเท่ากับ 2.32 และ 1.76 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน ทดสอบสมมติฐานค่าที่เท่ากับ 2.93) 3) คะแนนเฉลี่ยของการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในส่วนของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (แก้ปัญหาคำถามและตั้งปัญหา) ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 (คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเท่ากับ 8.16 และ 6.72 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 10 คะแนน ทดสอบสมมติฐานค่าที่เท่ากับ 3.33)

ดิคเคอร์สัน (Dickerson, 1999, pp.83-85) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการสอนที่แตกต่างกัน 5 วิธี กับความสามารถในการแก้ปัญหาคำถามของผู้เรียน ซึ่งวิธีการสอนแต่ละวิธีเป็นวิธีการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคำถามของผู้เรียน ผลการศึกษาพบว่า วิธีการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสัมพันธ์อย่างสูงในทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาคำถามของผู้เรียน

รันนิทสกาย และคณะ (Rundnitsky, et al., 1995, pp.19-28 อ้างอิงใน สุริเยศ สุขแสง, 2548, หน้า 45) ได้ทดลองสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาคำถามกับนักเรียนเกรด 3 และเกรด 4 โดยการให้นักเรียนตั้งปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบด้วยตนเอง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ตั้งปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบขึ้นมาด้วยตนเองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้นและมีความคงทนในการเรียนรู้สูง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาช่วยพัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพิ่มประสิทธิภาพในการคิดอย่างมีเหตุผล การสะท้อนความคิด และการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน รวมถึงนักเรียนยังสามารถเชื่อมโยงความคิดระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อีกด้วย สอดคล้องกับการพัฒนาลักษณะจำเพาะของกลุ่มสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การเชื่อมโยงโลกจริงกับสัญลักษณ์และโครงสร้างคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหามาตรฐาน การแปลความ/ตีความ และการแก้ปัญหาคำถามที่รู้แล้ว แต่เพิ่มความซับซ้อนขึ้น ดังนั้น ผู้ศึกษาจึงมีความสนใจที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1