

3. ผลการศึกษา

ผลการศึกษาที่ได้ในโครงการ สามารถแบ่งออกเป็นหัวข้อย่อยได้ตามลักษณะของอนุภาคที่พิจารณา ดังต่อไปนี้

3.1 การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในช่องว่างอากาศ

วิธีการคำนวณเชิงเลขวิธีต่างๆ เช่น วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ หรือวิธีขึ้นประกอบขอบเขต (Boundary element method) สามารถใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าได้. อย่างไรก็ตาม วิธีเหล่านี้มักจะทำให้คำตอบที่มีความคลาดเคลื่อนอย่างมาก ในกรณีของปัญหาที่มีพื้นผิวโค้งวางตัวอยู่ใกล้พื้นผิวอื่น [1]. ในอีกด้านหนึ่ง วิธีเชิงวิเคราะห์สามารถให้คำตอบที่ถูกต้องแม่นยำของสนามไฟฟ้า. วิธีวิเคราะห์ยังมีความสะดวกในประยุกต์ใช้กับปัญหาที่เราต้องการพิจารณาความสัมพันธ์ของประจุไฟฟ้า แรงไฟฟ้าสถิต และปฏิกิริยาระหว่างวัตถุที่ในการจัดเรียง [2, 3]. ในโครงการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาวิธีเชิงวิเคราะห์ โดยมีพื้นฐานจากฮาร์มอนิกสัคยไฟฟ้าของระบบพิกัดทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว (Oblate spheroidal coordinates) ซึ่งสามารถใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าในรูปแบบการจัดเรียงต่างๆ ที่มีวัตถุทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วอยู่ภายใน เช่นเดียวกับการคำนวณในกรณีของทรงกลม [4, 5] หรือทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง (Prolate spheroid) [6]. สมการการกระจายศักย์ไฟฟ้าใหม่จะถูกประยุกต์ใช้ เพื่อวิเคราะห์หาเงาแม่เหล็กที่แทนศักย์ไฟฟ้าจากประจุเหนี่ยวนำบนผิวของทรงคล้ายทรงกลม. วิธีเชิงวิเคราะห์นี้สามารถคำนวณสนามไฟฟ้าได้อย่างแม่นยำ แม้แต่ในกรณีที่ทรงคล้ายทรงกลมอยู่ใกล้กับอิเล็กโทรด หรือใกล้กับทรงคล้ายทรงกลมอื่น.

จากการใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ที่ได้พัฒนาขึ้น ผู้วิจัยได้ศึกษาการกระจายของสนามไฟฟ้าในรูปแบบการจัดเรียงของทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วภายในฉนวนแข็ง. ฉนวนแข็งเป็นวัสดุที่มีบทบาทสำคัญในระบบฉนวนไฟฟ้าแรงสูงในปัจจุบัน. ฉนวนแข็งถูกใช้ในระบบต่างๆ เป็นวัสดุฉนวนหลัก หรือเป็นองค์ประกอบเสริม. ฉนวนแข็งมีความคงทนได้อิเล็กตริกสูง เมื่อเปรียบเทียบกับวัสดุฉนวนเหลวหรือฉนวนก๊าซ. อย่างไรก็ตาม เป็นที่ทราบกันดีว่า การมีอยู่ของช่องว่าง (Cavity or void) ภายในฉนวนแข็ง ทำให้ความสามารถในการฉนวนของระบบเปลี่ยนแปลงไปอย่างมาก. สนามไฟฟ้าภายในช่องว่างจะมีขนาดสูงกว่าสนามไฟฟ้าภายในฉนวนแข็งที่ล้อมรอบอยู่ เนื่องด้วยตัวกลางภายในช่องว่างเป็นก๊าซ ซึ่งมีค่าคงตัวไดอิเล็กตริกต่ำกว่าฉนวนแข็ง. ลักษณะสมบัติพื้นฐานของสนามไฟฟ้าภายในระบบฉนวนแบบผสมแสดงอยู่ในเอกสารอ้างอิง [7]. เมื่อสนามไฟฟ้าภายในช่องว่างมีขนาดสูงเกินกว่าที่ตัวกลางจะทนได้ ก็จะเกิดดีสชาร์จบางส่วนขึ้นภายในช่องว่าง. ดีสชาร์จบางส่วนเกี่ยวข้องกับกระบวนการทางเคมี ทางกล และทางความร้อน ซึ่งสามารถทำให้เกิดการเสื่อมสภาพภายในฉนวนแข็งที่อยู่ล้อมรอบได้. ในกรณีวิกฤต ดีสชาร์จบางส่วนภายในช่องว่างสามารถนำไปสู่การเกิดเบรกดาวน์อย่างสมบูรณ์ของระบบฉนวนไฟฟ้าแรงสูงได้ [8, 9].

จนถึงปัจจุบัน ได้มีงานวิจัยจำนวนหนึ่งทำการศึกษาสนามไฟฟ้าภายในช่องว่างที่วางตัวอยู่ในฉนวนแข็ง เนื่องจากสนามไฟฟ้าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการกำหนดการเกิดดีสชาร์จบางส่วน. การศึกษาในตอนแรก Salvage ได้วิเคราะห์สนามไฟฟ้าในช่องว่างแบบทรงกระบอกวงรี และช่องว่างแบบทรงคล้ายทรงกลมที่อยู่ในตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างอิเล็กโทรดระนาบคู่ขนาน. Salvage ใช้ฮาร์มอนิกสัคยของระบบพิกัดทรงคล้ายทรงกลมในการหาค่าประมาณของคำตอบศักย์ไฟฟ้า โดยมีเงื่อนไขว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของช่องว่างมีขนาดไม่มากกว่าระยะระหว่างอิเล็กโทรดกับช่องว่าง. Salvage ตรวจสอบค่าความเครียดสนามไฟฟ้าตามแนวแกนสมมาตรของช่องว่าง เมื่อมีระยะห่างระหว่างช่องว่างและอิเล็กโทรดต่างๆ กัน [10]. ผลการศึกษาแสดงอย่างชัดเจนถึง อิทธิพลของรูปร่างของช่องว่างที่มีต่อการกระจายสนามไฟฟ้า. วิธีเชิงวิเคราะห์ในลักษณะคล้ายคลึงกัน ยังได้ถูกประยุกต์ใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าของตัวนำรูปทรงคล้ายทรงกลม ที่อยู่ระหว่างระนาบ

อิเล็กโตรดคู่ขนาน [11]. นอกจากนี้ ได้มีการศึกษาการแปรผันของสนามไฟฟ้ากับมิติของช่องว่างทรงกระบอก และระยะห่างระหว่างอิเล็กโตรด โดยใช้วิธีผลต่างสลับเนื่อง [12]. การศึกษาพบว่า สนามไฟฟ้าเฉลี่ยบนแกนสมมาตรของช่องว่าง มีค่าเพิ่มขึ้นตามอัตราส่วนของรัศมีต่อความยาวแกนสมมาตรของช่องว่าง. Chang et al. ได้คำนวณสนามไฟฟ้าภายในช่องว่าง โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับรูปร่างแบบทรงกระบอก. การศึกษา นี้ได้รายงานถึงผลของการจัดเรียงของช่องว่าง ที่มีต่อสนามไฟฟ้า โดยได้รวมถึงกรณีที่มีช่องว่างมากกว่าหนึ่ง เรียงต่อกันในบริเวณใกล้เคียงกัน [13]. ผลการคำนวณแสดงว่า สนามไฟฟ้าสูงสุดภายในช่องว่างลดลงเมื่อ จำนวนของช่องว่างที่เรียงตัวกันเป็นอนุกรมเพิ่มขึ้น. อย่างไรก็ตาม มีข้อสังเกตว่า ค่าคงตัวไดอิเล็กตริกของ ฉนวนแข็งที่ใช้ในการคำนวณสำหรับงานวิจัยนี้ มีค่าสูงมาก (10 ถึง 10,000). Ghourab และ El-Makkawy ได้ ประยุกต์ใช้วิธีจำลองประจุ (Charge simulation method) คำนวณสนามไฟฟ้าเฉลี่ยในช่องว่างรูปทรงกลม [14]. ทั้งสองได้รายงานถึงผลของค่าคงตัวไดอิเล็กตริก ที่มีต่อสนามไฟฟ้าสูงสุดตามแนวแกนของช่องว่าง. นอกจากนี้ ยังได้ตรวจสอบผลของ ตำแหน่งของช่องว่าง และการเรียงตัวของช่องว่างในบริเวณใกล้เคียง. Hossam-Elding et al. ใช้วิธีชั้นประกอบขอบเขตเชิงอ้อม วิเคราะห์สนามไฟฟ้าในรูปแบบการจลนศาสตร์ของ ช่องว่างทรงกลม และช่องว่างทรงกระบอก [15]. ผลการศึกษาที่ได้ แสดงให้เห็นอีกครั้งว่า มีการแปรผันของ ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดบนแนวแกนของช่องว่าง เมื่อเปลี่ยนแปลงรูปร่างและตำแหน่งของช่องว่าง. ลักษณะ สมบัติของสนามที่ได้คล้ายคลึงกันระหว่างกรณีของช่องว่างทรงกลม และช่องว่างทรงกระบอก.

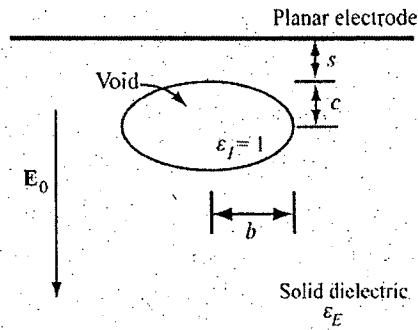
คำตอบของศักย์ไฟฟ้าสถิตภายในช่องว่าง ยังมีประโยชน์ในการวิเคราะห์ลักษณะสมบัติชั่วคราวของ ประจุที่เกิดจากการบรรณาการดิซาร์จบางส่วนภายในช่องว่าง [16-19]. งานวิจัยเหล่านี้พิจารณาช่องว่างรูปทรง รี และช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลม โดยมีการละเลยผลของอิเล็กโตรดที่มีต่อศักย์ไฟฟ้า และละเลยศักย์ไฟฟ้า เนื่องจากมัลติโพล. ในงานวิจัยอีกชิ้นหนึ่งที่สัมพันธ์กับการคำนวณสนามไฟฟ้าบนวัตถุรูปทรงคล้ายทรงกลม ได้มีความพยายามใช้สมการเพื่อประมาณสนามไฟฟ้าที่อยู่ภายนอกตัวนำทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง ภายใต้ สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ [20]. อย่างไรก็ตาม งานวิจัยนี้พิจารณาเฉพาะกรณีของวัตถุที่อยู่อย่างเอกเทศเท่านั้น.

ดังที่ได้กล่าวมาในข้างต้นนี้ งานวิจัยที่มีอยู่ในอดีตส่วนใหญ่พิจารณาช่องว่างทรงกลม หรือช่องว่าง ทรงกระบอก. สำหรับช่องว่างทรงกระบอก ผู้วิจัยมักพิจารณาช่องว่างที่มีอัตราส่วนของความสูงต่อความกว้าง ค่าต่ำ เนื่องจากเป็นกรณีที่สนามไฟฟ้าในช่องว่างมีค่าสูง. เรายังขาดข้อมูลโดยละเอียดของสนามไฟฟ้าภายใน ช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ในกรณีที่ช่องว่างอยู่ใกล้กับอิเล็กโตรด. สังเกตว่า ในกรณีนี้ ศักย์และสนามไฟฟ้าจะไม่สมมาตรเมื่อเทียบกับระนาบแนวระดับที่กึ่งกลางของอนุภาค. ดังนั้น เราไม่สามารถ ใช้การพิจารณาแบบง่าย ดังที่มีการวิเคราะห์ด้วยฮาร์โมนิกส์ในอดีตได้. ข้อมูลของสนามไฟฟ้าภายในช่องว่าง ในขณะที่ปราศจากดิซาร์จบางส่วน จะมีความสำคัญอย่างยิ่งยวด เนื่องจากสนามไฟฟ้านี้จะเป็นตัวกำหนด การกระจายของประจุค้างเมื่อเกิดดิซาร์จบางส่วนขึ้นภายในช่องว่าง.

3.1.1 รูปแบบการจัดเรียงที่ใช้ในการวิเคราะห์

รูปแบบการจัดเรียงที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็นช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง วางตัวอยู่ใน ฉนวนแข็ง ใกล้กับระนาบอิเล็กโตรด ดังแสดงในรูปที่ 1. ความยาวครึ่งแกนเอกและแกนโท (major and minor semi-axes) ของช่องว่างมีค่าเท่ากับ b and c ตามลำดับ. ช่องว่างอยู่ห่างจากระนาบอิเล็กโตรดเป็นระยะทาง s . รูปแบบการจัดเรียงนี้อยู่ภายใต้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ E_0 ในทิศทางพุ่งลงขนานกับแกนโทของช่องว่าง ซึ่งเป็นสนามไฟฟ้าที่เกิดจากความต่างศักย์ระหว่างระนาบอิเล็กโตรด กับอิเล็กโตรดอื่นที่อยู่ห่างไกลออกไปจนทำให้สามารถละเลยผลของมันที่มีต่อสนามไฟฟ้าภายในช่องว่างได้. ค่าคงตัวไดอิเล็กตริกของช่องว่าง และของ ฉนวนแข็งที่อยู่ล้อมรอบ แทนด้วยสัญลักษณ์ ϵ (เท่ากับ 1) และ $\epsilon\epsilon$ ตามลำดับ. ในการวิเคราะห์สำหรับ

งานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้แปรค่าอัตราส่วนความยาวแกน b/c , ระยะห่าง s และค่าคงตัวไดอิเล็กตริก ϵ_E เพื่อสังเกตพฤติกรรมของสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลง. การคำนวณใช้คงตัวไดอิเล็กตริก ϵ_E เท่ากับ 2 และ 4 ซึ่งเป็นค่าทั่วไปของฉนวนแข็งส่วนใหญ่ที่ใช้งานอยู่ในปัจจุบัน และสมมติว่าบริเวณของปัญหาที่กำลังพิจารณานี้ปราศจากประจุค้าง.



รูปที่ 1. รูปแบบการจัดเรียงในการวิเคราะห์

3.1.2 วิธีคำนวณ

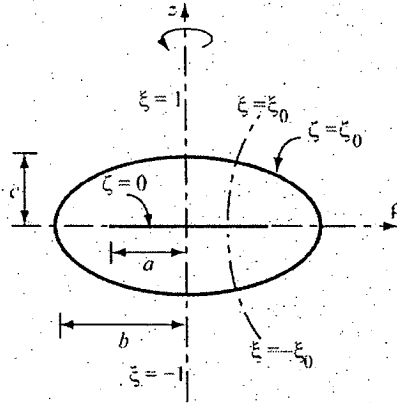
ก. พิกัดทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วและฮาร์มอนิกสของพิกัด

รูปที่ 2 แสดงพิกัดทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว (ζ, ξ, φ) ซึ่งใช้สำหรับวิเคราะห์สนามไฟฟ้า. ค่าพิกัดนี้สัมพันธ์กับพิกัดคาร์ทีเซียน (x, y, z) และพิกัดทรงกระบอก (ρ, z, φ) ดังสมการต่อไปนี้.

$$\begin{aligned} z &= a\zeta\xi \\ x &= \rho \cos \varphi \\ y &= \rho \sin \varphi \\ \rho &= a\sqrt{1+\zeta^2}\sqrt{1-\xi^2} \end{aligned} \tag{1}$$

โดยที่พิกัด $\zeta \geq 0$, $-1 \leq \xi \leq 1$, $0 \leq \varphi < 2\pi$ และ a เป็นค่าคงที่ของระบบพิกัดทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วที่กำลังพิจารณา. พื้นผิว $\zeta = \zeta_0$ ใดๆ เป็นผิวของทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วซึ่งมี $b = a\sqrt{1+\zeta^2}$, $c = a\zeta$ และมีจุดโฟกัสที่ $\rho = a$ บนระนาบ $z = 0$. สำหรับ $\zeta = 0$ พื้นผิวจะลดรูปลงเป็นทรงกระบอกที่มีรัศมี a และความหนาเท่าศูนย์ (นั่นคือ เป็นแผ่นวงกลม) บนระนาบ $z = 0$ ดังแสดงในรูปที่ 2. ตัวประกอบอัตราส่วน (scale factor) h_1, h_2 และ h_3 เมื่อเทียบกับ ζ, ξ และ φ เป็นไปตามสมการต่อไปนี้ [21].

$$\begin{aligned} h_1 &= a\sqrt{\frac{\zeta^2 + \xi^2}{1 + \zeta^2}} \\ h_2 &= a\sqrt{\frac{\zeta^2 + \xi^2}{1 - \xi^2}} \\ h_3 &= a\sqrt{(1 + \zeta^2)(1 - \xi^2)} \end{aligned} \tag{2}$$



รูปที่ 2. รูปแบบการจัดเรียงในการวิเคราะห์

สำหรับการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้ ศักย์ไฟฟ้ามีการกระจายแบบสมมาตรรอบแกนหมุน ไม่ขึ้นกับพิกัด ϕ . เราสามารถแสดงศักย์ไฟฟ้า ϕ ในรูปทั่วไป เป็นผลรวมของฮาร์มอนิกส์ Φ และ Ψ ของทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว ดังนี้.

$$\phi(\zeta, \xi) = \Psi_B(\zeta, \xi) + \Phi_L(\zeta, \xi) \quad (3)$$

$$\Psi_B(\zeta, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n Q_n(i\zeta) P_n(\xi) \quad (4)$$

$$\Phi_L(\zeta, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} L_n P_n(i\zeta) P_n(\xi) \quad (5)$$

ในสมการข้างบนนี้ B_n และ L_n เป็นสัมประสิทธิ์ของศักย์ไฟฟ้า, $i = \sqrt{-1}$ เป็นหนึ่งหน่วยจินตภาพ. P_n และ Q_n เป็นฟังก์ชันเลอจองดร์ชนิดที่ 1 และ 2 อันดับ n ตามลำดับ. สังเกตว่า ศักย์ไฟฟ้า Ψ เป็นเอกฐาน (อนันต์) ที่ $\zeta = 0$ และลดลงเป็นศูนย์เมื่อ $\zeta \rightarrow \infty$. ในทางกลับกัน ศักย์ไฟฟ้า Φ มีค่าจำกัดที่ $\zeta = 0$ แต่เป็นเอกฐานเมื่อ $\zeta \rightarrow \infty$. ทั้งนี้ ดัชนีล่างของฮาร์มอนิกส์ศักย์ไฟฟ้าที่ใช้ แสดงถึงสัมประสิทธิ์ศักย์ไฟฟ้าที่เกี่ยวข้อง. ตัวอย่างเช่น ดัชนีล่าง B และ L ของ Ψ_B และ Φ_L ตามลำดับ. จากลักษณะสมบัติของฟังก์ชัน $P_n(i\zeta)$ และ $Q_n(i\zeta)$ สัมประสิทธิ์ L_n และ B_n จะต้องเป็นจำนวนจินตภาพสำหรับอันดับ n เลขคู่และเลขคี่ตามลำดับ เพื่อให้ Φ_L และ Ψ_B เป็นจำนวนจริง.

ข. ศักย์ไฟฟ้าของทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว

พิจารณาทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วที่นิยามด้วยพิกัด $\zeta = \zeta_0$. ทรงคล้ายทรงกลมนี้ได้รับสนามไฟฟ้าภายนอก ϕ^{ext} ที่เกิดจากแหล่งกำเนิด(ประจุ)ใดๆ ที่อยู่ภายนอกทรงคล้ายทรงกลม. เราสามารถเขียน ϕ^{ext} ในรูปของสมการที่ (5) ได้เป็น

$$\phi^{ext} = \Phi_M(\zeta, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} M_n P_n(i\zeta) P_n(\xi) \quad (6)$$

เนื่องจากศักย์ไฟฟ้า ϕ ภายในทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว ζ_0 มีค่าจำกัด(ไม่เป็นอนันต์) เราจึงแสดงสมการของศักย์ไฟฟ้าได้เป็น

$$\phi' = \Phi_L(\zeta, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} L_n P_n(i\zeta) P_n(\xi) \quad \text{เมื่อ } \zeta \leq \zeta_0 \quad (7)$$

ศักย์ไฟฟ้า ϕ^E ในบริเวณภายนอกทรงคล้ายทรงกลม เป็นผลรวมของ ϕ^{ext} และศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุที่ถูกเหนี่ยวนำบนผิวของทรงคล้ายทรงกลม ซึ่งมีค่าลดลงเป็นศูนย์เมื่อ $\zeta \rightarrow \infty$. ดังนั้น เราสามารถเขียนสมการของศักย์ไฟฟ้าเหนี่ยวนำสำหรับ $\zeta \geq \zeta_0$ ด้วย Ψ_B และเขียนศักย์ไฟฟ้ารวมได้เป็น

$$\phi^E = \phi^{ext} + \Psi_B(\zeta, \xi) = \Phi_M(\zeta, \xi) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n Q_n(i\zeta) P_n(\xi) \quad (8)$$

สัมประสิทธิ์ศักย์ไฟฟ้า M_n , L_n และ B_n ต้องทำให้เงื่อนไขขอบเขตของศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าบนผิวของทรงกลายทรงกลมเป็นจริง. นั่นคือ ที่ $\zeta = \zeta_0$ เราได้ว่า

$$\phi^I = \phi^E \quad (9)$$

และ

$$\varepsilon_E E_\zeta^E - \varepsilon_I E_\zeta^I = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad (10)$$

เมื่อ σ เป็นความหนาแน่นของประจุอิสระบนผิวขอบเขต, ε_0 เป็นสภาพยอมของอากาศว่าง และ

$$E_\zeta = -\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \zeta} \phi \quad (11)$$

ในกรณีที่ปราศจากประจุค้ำบนพื้นผิวรอยต่อ จากสมการที่ (7) ถึง (11) เราสามารถหาค่าของสัมประสิทธิ์ L_n และ B_n ในรูปของสัมประสิทธิ์ศักย์ไฟฟ้าภายนอก M_n ดังนี้

$$L_0 = M_0 \quad (12)$$

$$B_0 = 0 \quad (13)$$

และสำหรับ $n \geq 1$ จะได้

$$L_n = \frac{\left[\frac{Q'_n(i\zeta_0)}{P'_n(i\zeta_0)} - \frac{Q_n(i\zeta_0)}{P_n(i\zeta_0)} \right]}{\left[\frac{\varepsilon_I Q'_n(i\zeta_0)}{\varepsilon_E P'_n(i\zeta_0)} - \frac{Q_n(i\zeta_0)}{P_n(i\zeta_0)} \right]} M_n \quad (14)$$

$$B_n = \frac{\left[\frac{\varepsilon_I}{\varepsilon_E} - 1 \right]}{\left[\frac{\varepsilon_I Q'_n(i\zeta_0)}{\varepsilon_E P'_n(i\zeta_0)} - \frac{Q_n(i\zeta_0)}{P_n(i\zeta_0)} \right]} M_n \quad (15)$$

ในสมการที่ (14) และ (15) P'_n และ Q'_n เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน P_n และ Q_n เมื่อเทียบกับตัวแปร ζ ตามลำดับ.

ค. ประจุสมมูลกับศักย์ไฟฟ้าฮาร์มอนิกส์ของทรงกลายทรงกลมแบนขั้ว

จากเงื่อนไขปราศจากประจุค้ำ ศักย์ไฟฟ้า Ψ_B ในสมการที่ (8) เกิดจากประจุบนผิวของทรงกลายทรงกลม. จากพจน์แต่ละพจน์ของ $\sum_{n=0}^{\infty} B_n Q_n(i\zeta) P_n(\xi)$ ในสมการที่ (4) เราสามารถหาประจุสมมูลของทรงกลายทรงกลมแบนขั้ว ที่ให้ศักย์ไฟฟ้าเหมือนกับทุกประการได้. ฮาร์มอนิกส์อันดับที่ n ของทรงกลายทรงกลมแบนขั้ว จะเทียบได้กับ แผ่นประจุชั้นเดียว (Single layer charge) บนแผ่นวงกลม $\zeta = 0$. ความหนาแน่นประจุ $\rho_{s,n}$ หาได้โดยอาศัยทฤษฎีบทของเกาส์ เมื่อใช้ขีดจำกัดดังต่อไปนี้

$$\frac{\rho_{s,n}}{2\varepsilon_E} = -B_n P_n(\xi) \frac{1}{d\xi} \left[\lim_{\zeta \rightarrow 0} \frac{d}{d\zeta} Q_n(i\zeta) \right] \quad (16)$$

อนุพันธ์ของ Q_n มีค่าจำกัดที่ $\zeta = 0$,

$$\left[\frac{d}{d\zeta} Q_n(i\zeta) \right]_{\zeta=0} = i(-1)^{\frac{n}{2}} \frac{n!!}{(n+1)!!} (n+1) \quad (17)$$

จากสมการที่ (16) และ (17) เราได้ความหนาแน่นของประจุในรูปของฟังก์ชันของ ξ และ n เป็น

$$\frac{\rho_{s,n}}{2\varepsilon_E} = i(-1)^{\frac{n}{2}+1} \frac{1}{a} \frac{n!!(n+1)}{(n+1)!!} \frac{P_n(\xi)}{|\xi|} B_n \quad (18)$$

สำหรับอันดับ n เลขคู่ใดๆ. สมการที่ (18) ระบุว่า ความหนาแน่น $\rho_{s,n}$ ของเงาประจุมีขนาดเป็นอนันต์ที่ขอบของแผ่นวงกลม $\zeta = 0$.

สำหรับศักย์ไฟฟ้าฮาร์มอนิกสตรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วที่มีอันดับ n เป็นเลขคี่ ประจุสมมูลเป็นแผ่นประจุสองชั้น (double layer charge) หรือแผ่นไดโพล อยู่บนแผ่นวงกลม $\zeta = 0$. ความหนาแน่นของเงาประจุของฮาร์มอนิกอันดับเลขคี่มีค่าจำกัดตลอดทั่วแผ่นวงกลม. เราสามารถหาความหนาแน่น $\rho_{d,n}$ ของไดโพลได้จากเงื่อนไขความไม่ต่อเนื่องของศักย์ไฟฟ้าระหว่างด้านบนและด้านล่างของแผ่นวงกลม

$$\frac{\rho_{d,n}}{2\epsilon_E} = B_n P_n(\xi) \left[\lim_{\zeta \rightarrow 0} Q_n(i\zeta) \right] \quad \text{เมื่อ } \xi \geq 0 \quad (19)$$

เราเขียนอนุพันธ์ของ Q_n ที่ $\zeta = 0$ ได้เป็น

$$Q_n(i0) = (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{(n-1)!!}{n!!} \quad (20)$$

ดังนั้น ความหนาแน่นของไดโพลหาได้จาก

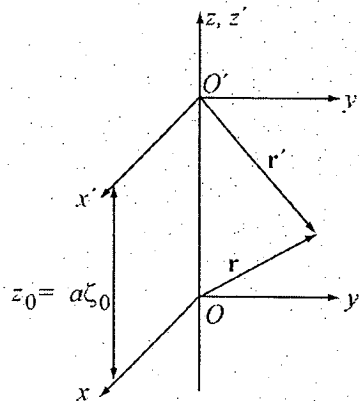
$$\frac{\rho_{d,n}}{2\epsilon_E} = (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{(n-1)!!}{n!!} P_n(\xi) B_n \quad \text{เมื่อ } \xi \geq 0 \quad (21)$$

ง. การกระจายพจน์ใหม่ของฮาร์มอนิกสตรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว

พิจารณาฮาร์มอนิกสตรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วอันดับที่ n ในระบบพิกัด (ζ, ξ, φ) .

$$\Psi_{B,n}(\mathbf{r}') = Q_n(i\zeta') P_n(\xi') \quad (22)$$

โดยที่ $\mathbf{r}'$ เป็นเวกเตอร์จากจุดกำเนิด O' ไปยังจุดที่พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้า ดังแสดงในรูปที่ 3.



รูปที่ 3. การกระจายพจน์ใหม่ของฮาร์มอนิกสตรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว

เราต้องการกระจายพจน์ของ $\Psi_{B,n}$ ใหม่ ในรูปของ Φ_M รอบจุดกำเนิด O ของพิกัด (ζ, ξ, φ) ซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง z_0 ได้จุดศูนย์กลาง O' เดิม (รูปที่ 3). นั่นคือ เขียนศักย์ไฟฟ้าได้เป็น

$$\Psi_{B,n}(\mathbf{r}') = \Phi_M(\mathbf{r}) = \sum_{m=0}^{\infty} M_m^n P_m(\zeta) P_m(\xi) \quad (23)$$

เมื่อเวกเตอร์ $\mathbf{r}$ เริ่มจากจุดกำเนิด O ไปยังจุดที่พิจารณาค่าศักย์ไฟฟ้า และ M_m^n เป็นสัมประสิทธิ์ของการกระจายพจน์ใหม่ของ $\Psi_{B,n}$ ไปยัง $\Phi_{M,m}$. เราสามารถหา M_m^n ได้โดยอาศัยลักษณะสมบัติเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันเลอจองด์

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 P_n(\xi) P_m(\xi) d\xi &= \frac{2}{2m+1} \quad \text{if } n = m \\ &= 0 \quad \text{if } n \neq m \\ P_n(0) &= (-1)^{n/2} \frac{1}{n+1} \frac{(n+1)!!}{n!!}\end{aligned} \quad (24)$$

สำหรับอันดับ m เลขคู่, $P_m(\xi) = P_m(-\xi)$ นั่นคือ ศักย์ไฟฟ้าที่ด้านบนและด้านล่างของแผ่นวงกลม $\zeta = 0$ มีค่าเท่ากัน. ดังนั้น เราจะได้ว่า

$$M_m^n = (-1)^{m/2} (2m+1) \frac{m!!(m+1)}{(m+1)!!} \int_0^1 \Psi_{B,n}(r') P_m(\xi) d\xi \quad (25)$$

สำหรับอันดับ m เลขคี่, $P_m(\xi) = -P_m(-\xi)$ ทำให้ปริพันธ์ในสมการที่ (25) มีค่าเป็นศูนย์. เพื่อที่จะหาค่าของสัมประสิทธิ์ M_m^n เราพิจารณาสนามไฟฟ้าในทิศทาง ζ ซึ่งมีค่าไม่เปลี่ยนแปลงระหว่างด้านบนและด้านล่างของแผ่นวงกลม $\zeta = 0$. จากเอกลักษณ์ของฟังก์ชันเลจองดร์

$$P_m'(i0) = \frac{d}{d\zeta} P_m(i\zeta) \Big|_{\zeta=0} = i(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{m!!}{(m+1)!!} (m+1) \quad (26)$$

เราสามารถเขียนสนามไฟฟ้า E_ζ บนแผ่นวงกลม $\zeta = 0$ ได้เป็น

$$E_\zeta = \sum_{m=1}^{\infty} i(-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{m!!}{(m+1)!!} (m+1) \frac{P_m(\xi)}{a|\xi|} M_m^n \quad (27)$$

เมื่อพิจารณาพื้นผิวบนของแผ่นวงกลม ซึ่ง $E_\zeta = E_z$ เราได้ว่า

$$M_m^n = i(-1)^{\frac{m+1}{2}} (2m+1) \frac{(m-1)!!}{m!!} \times a \int_0^1 \left[-\frac{d}{dz} \Psi_{B,n}(r') \right] \xi P_m(\xi) d\xi \quad (28)$$

สำหรับอันดับ m เลขคี่.

เราสามารถใส่สมการที่ (25) และ (28) ในการคำนวณ เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ M_m^n จาก B_n ได้.

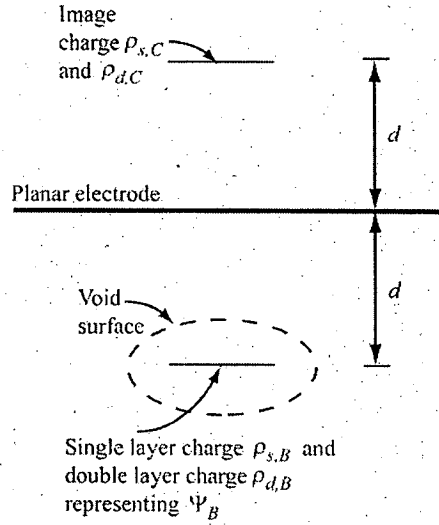
จ.ขั้นตอนการคำนวณ

สำหรับปัญหาศักย์ไฟฟ้าในรูปแบบการจัดเรียงตามรูปที่ 1 นอกเหนือจากเงื่อนไขขอบเขต (9) และ (10) บนผิวของทรงกลายทรงกลมแล้ว เรายังต้องให้ศักย์ไฟฟ้า ϕ^E ในบริเวณภายนอกทรงกลายทรงกลม เป็นไปตามเงื่อนไขศักย์ไฟฟ้าคงที่บนผิวของระนาบอิเล็กโตรดด้วย. ถ้าพิจารณาประจุชั้นเดียว $\rho_{s,B}$ และประจุสองชั้น $\rho_{d,B}$ ซึ่งเป็นตัวแทนของศักย์ไฟฟ้าเหนี่ยวนำ Ψ_B ของช่องว่างรูปทรงกลายทรงกลม เราสามารถทำให้เงื่อนไขศักย์ไฟฟ้าเท่าบนผิวของระนาบอิเล็กโตรดเป็นจริงได้ โดยการวางเงาประจุที่ระยะห่าง d เดียวกันในด้านตรงข้ามของอิเล็กโตรด ดังแสดงในรูปที่ 4. เงาประจุ $\rho_{d,C}$ มีขั้วเดียวกับ $\rho_{d,B}$ ในขณะที่ $\rho_{s,C}$ มีขั้วตรงข้ามกับ $\rho_{s,B}$. เราสามารถแสดงศักย์ไฟฟ้า Ψ_C เนื่องจากเงาประจุ $\rho_{s,C}$ และ $\rho_{d,C}$ ได้เป็น

$$\Psi_C = \sum_{n=0}^{\infty} C_n Q_n(\zeta') P_n(\xi') \quad (29)$$

เมื่อพิกัต ζ' และ ξ' มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดศูนย์กลางของเงาประจุ(หรือไดโพล) ซึ่งสามารถสรุปได้โดยง่ายว่า

$$C_n = (-1)^{n+1} B_n \quad (30)$$



รูปที่ 4. เปรียบเทียบเนื่องจากระนาบอิเล็กโตรดที่ทำให้เงื่อนไขศักย์ไฟฟ้าคงที่บนผิวของอิเล็กโตรดเป็นจริง

คำตอบของศักย์ไฟฟ้า ϕ^E ภายนอก และ ϕ' ภายในช่องว่างของรูปแบบการจัดเรียงตามรูปที่ 1 สามารถหาได้โดยใช้ขั้นตอนการคำนวณคล้ายคลึงกับที่นำเสนอใน [5] ดังนี้.

1. การคำนวณเริ่มจากศักย์ไฟฟ้า ϕ^{ext} ของสนามไฟฟ้าภายนอก E_0 . ให้จุดศูนย์กลางของทรงกลายทรงกลมเป็นจุดกำเนิด. เราสังเกตจากสมการที่ (1) ได้ว่า $aP_1(i\zeta)P_1(\xi) = iz$. ดังนั้น

$$\Phi^{ext} = V_0 - iaE_0P_1(i\zeta)P_1(\xi) \quad (31)$$

เมื่อ V_0 เป็นค่าคงที่ซึ่งขึ้นอยู่กับศักย์ไฟฟ้าของระนาบอิเล็กโตรด. สังเกตว่าสมการที่ (31) อยู่ในรูปของสมการที่ (6) โดยมี $M_0 = V_0$ และ $M_1 = -iaE_0$.

2. ใช้สมการที่ (7), (8) และ (12) ถึง (15) เพื่อให้ได้ ϕ^E และ ϕ' ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตบนผิวของทรงกลายทรงกลม.

$$\phi^E = \Phi^{ext} + \Psi_B^{(1)} \quad (32)$$

เมื่อดัชนีบน '(1)' แสดงขั้นตอนของกระบวนการทำซ้ำ

3. ศักย์ไฟฟ้าในสมการที่ (32) ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขศักย์ไฟฟ้าเท่ากับระนาบอิเล็กโตรด เนื่องจากการมีพจน์ $\Psi_B^{(1)}$ เพิ่มขึ้น. ดังนั้น เราใช้เงื่อนไขเนื่องจากระนาบอิเล็กโตรด ซึ่งจะปรับค่าศักย์ไฟฟ้าให้เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตดังกล่าว.

$$\phi^E = \Phi^{ext} + \Psi_B^{(1)} + \Psi_C^{(1)} \quad (33)$$

4. โดยการใช้สมการการกระจายพจน์ใหม่ในสมการที่ (25) และ (28) เราสามารถเขียน $\Psi_C^{(1)}$ ในรูปของ Φ_M และเขียนสมการที่ (33) ได้เป็น

$$\phi^E = \Phi^{ext} + \Psi_B^{(1)} + \Phi_M^{(1)} \quad (34)$$

5. ศักย์ไฟฟ้า $\Psi_C^{(1)}$ หรือ $\Phi_M^{(1)}$ รมกวนเงื่อนไขขอบเขตบนผิวของทรงกลายทรงกลม. เพื่อที่จะทำให้เงื่อนไขขอบเขตดังกล่าวเป็นจริงอีกครั้ง เราพิจารณา $\Phi_M^{(1)}$ เป็นศักย์ไฟฟ้าภายนอก และใช้สมการที่ (7), (8) และ (12) ถึง (15) กับศักย์ไฟฟ้าภายนอกนี้ ทำให้ได้

$$\phi^E = \Phi^{ext} + \Psi_B^{(1)} + \Phi_M^{(1)} + \Psi_B^{(2)} \quad (35)$$

6. ทำการคำนวณตามขั้นตอนที่ 3 ถึง 5 ซ้ำ เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตบนผิวของระนาบตัวนำ และผิวของทรงกลายทรงกลมเป็นจริง จนกระทั่งได้ศักย์ไฟฟ้า ϕ^E ที่เข้าสู่ค่าตอบจริง. หลังจากนั้น ศักย์ไฟฟ้า ϕ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (14) และ (15).

3.1.3 ผลการคำนวณที่ได้

จากวิธีการคำนวณที่ได้กล่าวมาในข้างต้น ผู้วิจัยได้ทดลองวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในช่องว่างรูปทรงกลายทรงกลมของการจัดเรียงตามรูปที่ 1. การคำนวณใช้อันดับสูงสุดของมัลติโพลประมาณ 20 โดยขึ้นอยู่กับอัตราส่วนความยาวแกนของทรงกลายทรงกลม และระยะห่างระหว่างทรงกลายทรงกลมกับอิเล็กโตรด. ผู้วิจัยได้ตรวจสอบความแม่นยำของผลการคำนวณจาก เงื่อนไขขอบเขตสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากของผิวช่องว่าง (ทั้งนี้ เนื่องจากศักย์ไฟฟ้าตามฮาร์มอนิกส์จะเป็นไปตามสมการลาปลาซโดยเสมอ.) ผลการคำนวณที่ได้มีอัตราส่วนของสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากบนผิวของช่องว่างมีค่าเบี่ยงเบนไปจาก ϵ_E/ϵ_I น้อยกว่า 0.2% ในทุกกรณีของการคำนวณ.

ก. ช่องว่างเอกเทศ (Isolated void)

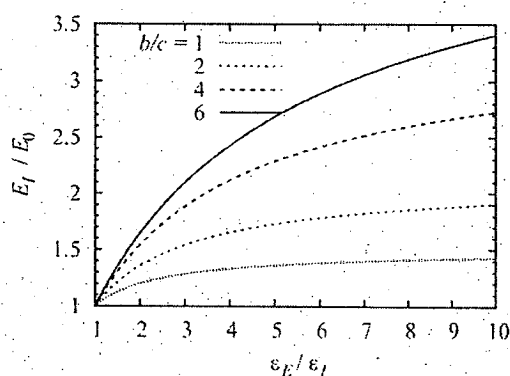
หัวข้อนี้อธิบายอย่างสั้นๆ ถึงพฤติกรรมของสนามไฟฟ้าภายในช่องว่าง เมื่อระยะห่าง s กว้างมาก จนกระทั่งเราสามารถละเลยผลของอิเล็กโตรดได้อย่างสมบูรณ์. ในกรณีนี้ เป็นที่ทราบอย่างดีว่า สนามไฟฟ้า E^I ภายในช่องว่างมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับตำแหน่ง [7, 21, 22]. สำหรับสนามไฟฟ้าภายนอก E_0 ที่ขนานกับแกนโทของช่องว่าง

$$\frac{E_I}{E_0} = \frac{\epsilon_E/\epsilon_I}{(\epsilon_E/\epsilon_I) - [(\epsilon_E/\epsilon_I) - 1]\alpha} \quad (36)$$

ค่าคงที่ α ในสมการที่ (36) เป็นฟังก์ชันของความเยื้องศูนย์กลาง (eccentricity),

$$\beta = \sqrt{1 - (c/b)^2} \quad (37)$$

$$\alpha = \frac{1}{\beta^2} \left[1 - \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta} \arcsin \beta \right] \quad (38)$$



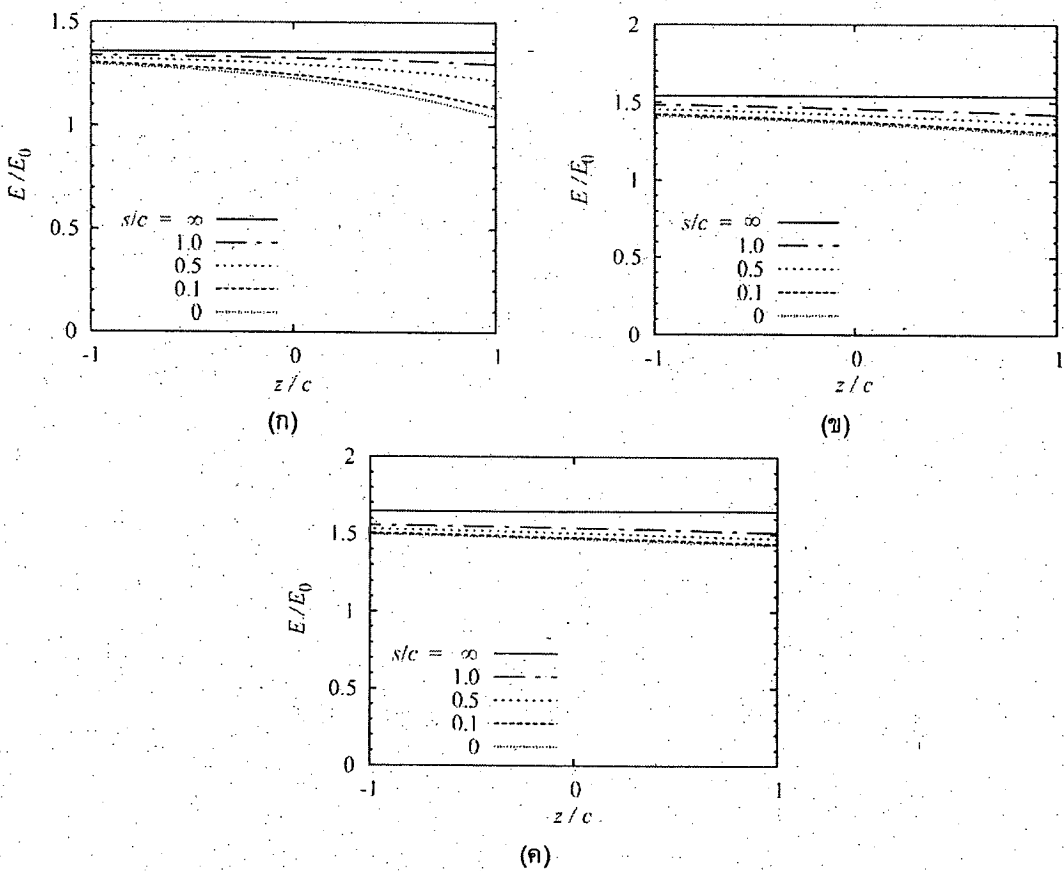
รูปที่ 5. สนามไฟฟ้าภายในช่องว่างรูปทรงกลายทรงกลมแบนซึ่งอยู่อย่างเอกเทศภายใต้สนามไฟฟ้า E_0

ค่าของ α แปรอยู่ระหว่าง $1/3$ สำหรับทรงกลมถึง 1 สำหรับทรงกลายทรงรีแบนซึ่งมีความหนาเข้าใกล้ศูนย์ หรือ $\beta = 1$. รูปที่ 5 แสดงขนาดของสนามไฟฟ้าซึ่งทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วย E_0 ภายในช่องว่างรูปทรงกลายทรงกลม เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนค่าคงตัวไดอิเล็กตริก ϵ_E/ϵ_I สำหรับช่องว่างที่มีอัตราส่วนของความยาวแกน b/c ต่างๆ. เราสามารถเห็นได้จากรูปอย่างชัดเจนว่า สนามไฟฟ้าภายในช่องว่างมีขนาด

เพิ่มขึ้นตามอัตราส่วนของค่าคงตัวไดอิเล็กตริก. สนามไฟฟ้าจะเข้าสู่ค่าขีดจำกัด $(1-\beta)^{-1}$ ซึ่งขึ้นอยู่กับอัตราส่วน b/c เมื่อ ϵ_E/ϵ_I มีค่าสูงมากพอ. ที่อัตราส่วนของ ϵ_E/ϵ_I ค่าเดียวกัน สนามไฟฟ้าจะมีค่าสูงกว่าในช่องว่างที่มีอัตราส่วนความยาวแกน b/c มากกว่า (นั่นคือ ช่องว่างรูปร่างแบนมากกว่า). ในทางทฤษฎีแล้ว E/E_0 ในสมการที่ (36) เข้าสู่ค่า ϵ_E/ϵ_I เมื่อ $b/c \rightarrow \infty$. อย่างไรก็ตาม จากรูปที่ 5 เราพบว่า สนามไฟฟ้ายังคงมีขนาดต่ำกว่าค่าขีดจำกัดดังกล่าวอยู่มาก ที่อัตราส่วนความยาวแกน $b/c = 6$.

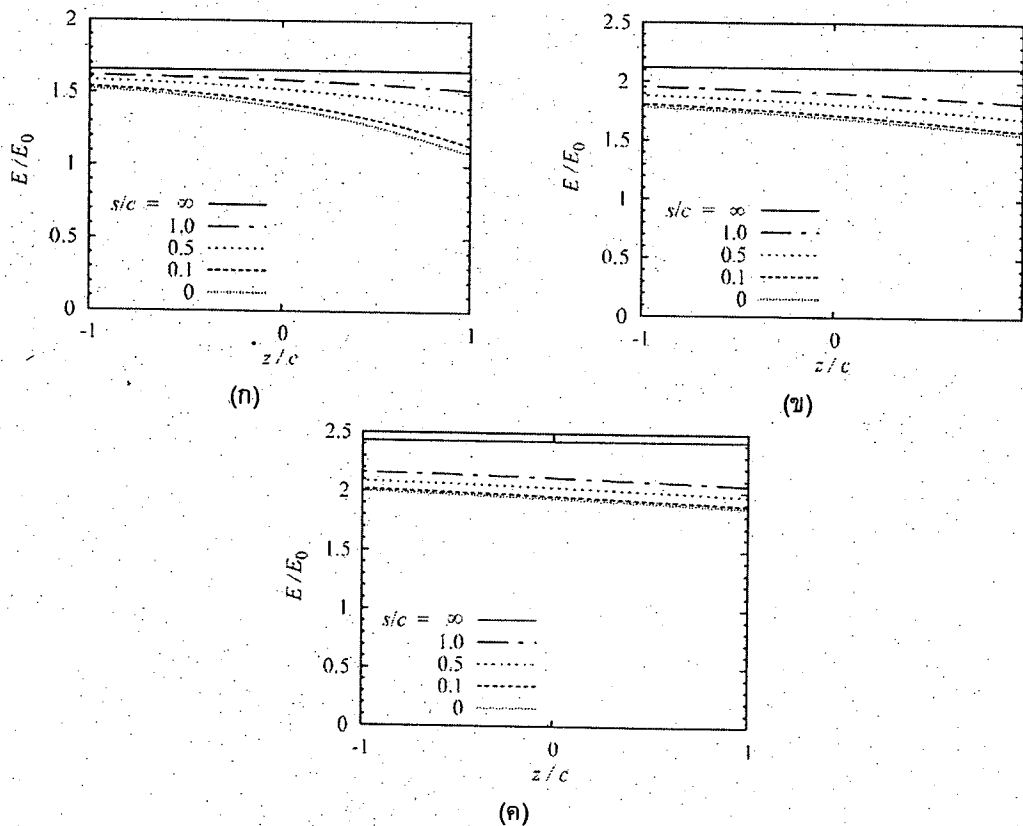
ข.การแปรผันของสนามไฟฟ้าเมื่อระยะห่างเปลี่ยนแปลง

หัวข้อนี้นำเสนอผลของอิเล็กโตรดต่อสนามไฟฟ้าภายในช่องว่าง. รูปที่ 6 แสดงการกระจายของสนามไฟฟ้า ซึ่งทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วย E_0 บนแกนสมมาตร(แกนโท)ของช่องว่างทรงคล้ายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกน b/c ต่างๆ โดยที่ฉนวนแข็งที่อยู่ล้อมรอบมีค่าคงตัวไดอิเล็กตริก $\epsilon_E = 2$. กราฟแต่ละรูปในรูปที่ 6 แสดงสนามที่ระยะห่าง s/c ตั้งแต่ 0 ถึงอนันต์. จากรูปที่ 6 เราเห็นได้อย่างชัดเจนว่าสนามไฟฟ้าบนแนวแกนมีค่าลดลง เมื่อช่องว่างอยู่ใกล้กับอิเล็กโตรด. ลักษณะสมบัตินี้สอดคล้องกับที่ได้รายงานไว้ในกราววิจัยอื่น. สำหรับช่องว่างที่มีอัตราส่วนความยาวแกน b/c ต่ำ ในรูปที่ 6ก การลดลงของสนามไฟฟ้าตามค่า s/c จะมีลักษณะค่อนข้างเด่นที่ขั้วด้านบน $z/c = 1$. สำหรับทุกกรณีที่ได้แสดงในรูปสนามไฟฟ้าบนแกนสมมาตรเข้าสู่ค่าต่ำที่สุดของมันเมื่อ s/c มีค่าประมาณ 0.1. อย่างไรก็ตาม สำหรับช่องว่างที่มีอัตราส่วนความยาวแกน b/c สูง ในรูปที่ 6ข และ 6ค สนามไฟฟ้ามีการลดลงอย่างสม่ำเสมอตามแนวแกน เมื่อระยะห่าง s/c ลดลง.



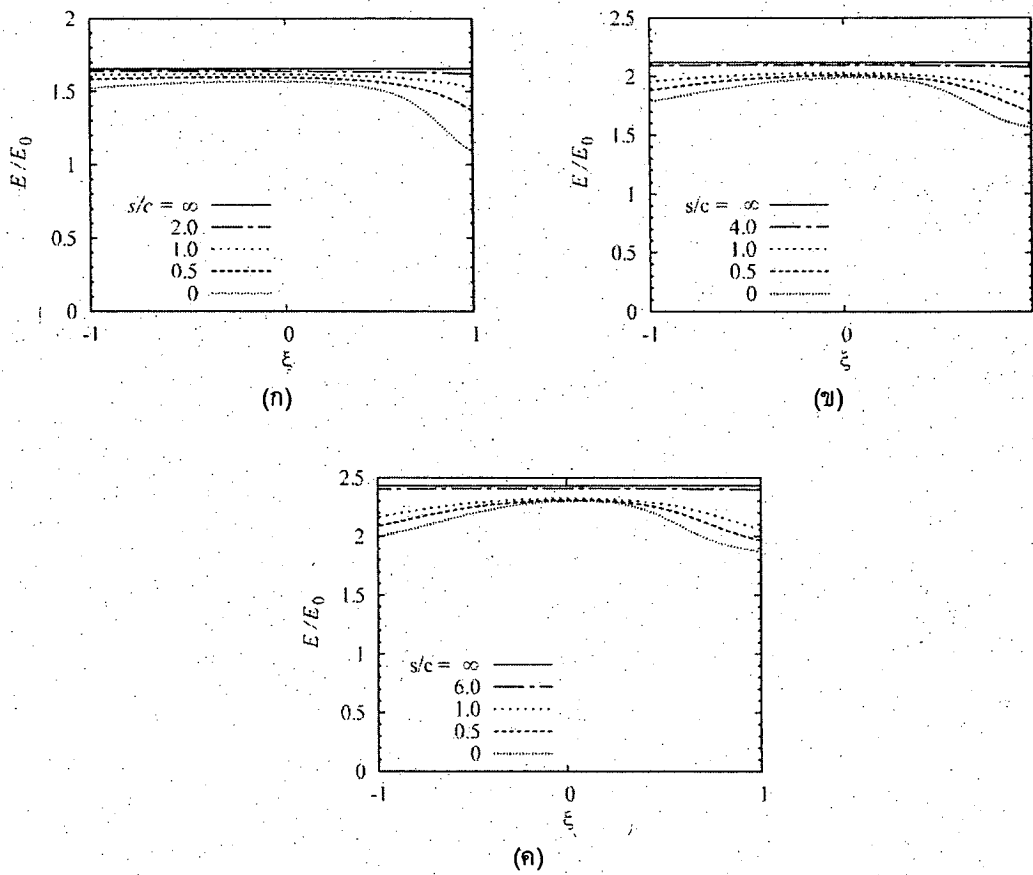
รูปที่ 6. สนามไฟฟ้าบนแกนสมมาตรของช่องว่างรูปร่างคล้ายทรงกลมภายในฉนวนแข็งที่มี $\epsilon_E = 2$ ที่ระยะห่างจากอิเล็กโตรดต่างๆ. (ก) $b/c = 2$, (ข) $b/c = 4$ และ (ค) $b/c = 6$

กราฟของสนามไฟฟ้าในลักษณะเดียวกัน สำหรับฉนวนแข็งที่มี $\epsilon_E = 4$ แสดงอยู่ในรูปที่ 7. เราสามารถเห็นผลของอิเล็กโตรดที่มีต่อสนามไฟฟ้า ในลักษณะที่คล้ายคลึงกับในรูปที่ 6. อย่างไรก็ตาม รูปที่ 7 แสดงระดับการลดลงของสนามไฟฟ้าที่สูงกว่า และแสดงผลของอิเล็กโตรดที่ชัดเจนมากกว่าที่ขั้วบนของช่องว่าง เมื่อพิจารณาช่องว่างที่มีอัตราส่วนความยาวแกน b/c เดียวกัน.



รูปที่ 7. สนามไฟฟ้าบนแกนสมมาตรของช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมภายในฉนวนแข็งที่มี $\epsilon_E = 4$ ที่ระยะห่างจากอิเล็กโตรดต่างๆ. (ก) $b/c = 2$, (ข) $b/c = 4$ และ (ค) $b/c = 6$

รูปที่ 8 แสดงสนามไฟฟ้า E_z บนผิวด้านในของช่องว่าง สำหรับค่าระยะห่าง s ต่างๆ เมื่อ $\epsilon_E = 4$. แกนนอนของกราฟเป็นพิกัด ξ ของจุดบนผิวของช่องว่างทรงคล้ายทรงกลม เช่น $\xi = 1$ และ $\xi = -1$ หมายถึงขั้วบนและขั้วล่างของช่องว่าง ตามลำดับ. ดังแสดงในรูปที่ 8 ผลของอิเล็กโตรดที่มีต่อสนามไฟฟ้าสามารถละเอียดได้ เมื่อระยะห่าง s มีค่ามากกว่าค่าครึ่งความยาวแกนเอก b ของช่องว่าง. ตัวอย่างเช่น $s/c > 2, 4$ และ 6 ในรูปที่ 8ก, 8ข และ 8ค ตามลำดับ. ในกรณีที่ระยะห่างระหว่างช่องว่างกับอิเล็กโตรดมีค่าน้อย สนามไฟฟ้าจะลดลงในบริเวณพื้นผิวที่ขั้วบน. ช่องว่างที่มีอัตราส่วนความยาวแกน b/c สูงขึ้น ในรูปที่ 8ข และ 8ค แสดงการลดลงของสนามไฟฟ้าที่ขั้วด้านล่างอย่างชัดเจนเช่นกัน. อย่างไรก็ตาม เราพบว่า ในบริเวณระหว่างขั้ว ระดับการลดลงของสนามไฟฟ้าจะไม่มากเท่ากับที่บริเวณขั้ว. สนามไฟฟ้าสูงสุดภายในช่องว่างจะมีตำแหน่งอยู่ที่ค่าพิกัด ξ ต่างๆ ค่าหนึ่ง. ขนาดของสนามไฟฟ้าสูงสุดนี้ลดลงเพียงเล็กน้อยเท่านั้น เมื่อระยะห่าง s/c ลดลงจาก 1.0 เป็น 0. การกระจายของสนามไฟฟ้าภายในช่องว่างที่อยู่ภายในฉนวนแข็ง $\epsilon_E = 2$ มีลักษณะคล้ายคลึงกับการกระจายที่แสดงในรูปที่ 8. ถ้าเราพิจารณาช่องว่างที่มีอัตราส่วนความยาวแกน b/c เท่ากัน ความแตกต่างระหว่างสนามไฟฟ้าสูงสุด เมื่อ $s = \infty$ และเมื่อ $s = 0$ มีค่าลดลงเมื่อลดค่าไดอิเล็กตริก ϵ_E ของฉนวนแข็ง.

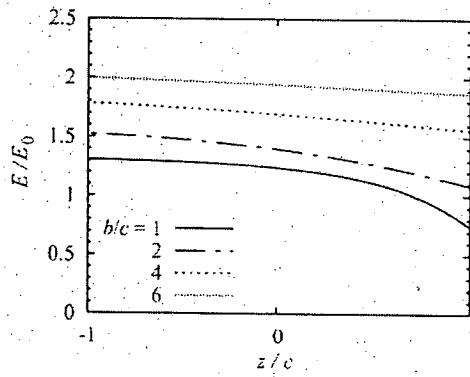


รูปที่ 8. สนามไฟฟ้าบนผิวของช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมด้านใน ซึ่งอยู่ในฉนวนแข็งที่มี $\epsilon_E = 4$ ที่ระยะห่างจากอิเล็กโทรดต่างๆ. (ก) $b/c = 2$, (ข) $b/c = 4$ และ (ค) $b/c = 6$

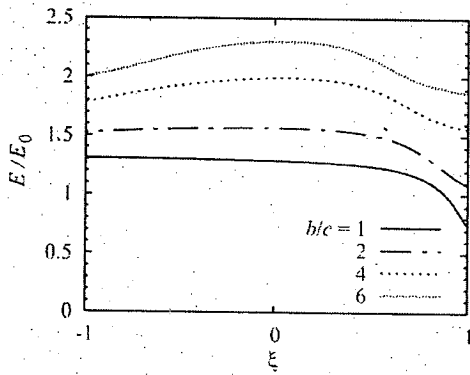
ค. สนามไฟฟ้าเมื่อ $s \rightarrow 0$

หัวข้อนี้พิจารณากรณีที่สนามไฟฟ้ามีค่าลดลงมากที่สุดเมื่อเทียบกับกรณีช่องว่างเอกเทศ ซึ่งเกิดขึ้นในขีดจำกัด $s \rightarrow 0$ นั่นคือช่องว่างสัมผัสอยู่กับระนาบอิเล็กโทรด. รูปที่ 9 เปรียบเทียบสนามไฟฟ้าในกรณีดังกล่าว ที่ค่าอัตราส่วนความยาวแกน b/c ต่างๆ กัน. ค่าคงตัวไดอิเล็กตริกที่ใช้ในการคำนวณสำหรับรูปที่ 9 คือ $\epsilon_E = 4$. เพื่อการเปรียบเทียบ สนามไฟฟ้าในช่องว่างรูปทรงกลม ($b/c = 1$) ก็ถูกรวมไว้ในรูปด้วยเช่นกัน. เราสามารถเห็นได้ชัดว่า สนามไฟฟ้าในรูปที่ 9 ก เป็นไปตามพฤติกรรมที่ได้อธิบายไว้แล้วในหัวข้อที่ผ่านมา. สำหรับช่องว่างรูปทรงกลม และช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วที่มีอัตราส่วน b/c ต่ำ เราสามารถเห็นการลดลงของสนามไฟฟ้าบนแกนสมมาตรได้อย่างชัดเจน ที่ขั้วบน. สำหรับช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วที่มีอัตราส่วน b/c สูงขึ้น (รูปร่างแบนมากขึ้น) การกระจายของสนามไฟฟ้าค่อนข้างสม่ำเสมอบนแกนสมมาตร ถึงแม้ว่าสนามไฟฟ้าต่ำที่สุดยังคงอยู่ที่ขั้วบนก็ตาม. ความเครียดสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้นตามอัตราส่วนความยาวแกน b/c .

ในรูปที่ 9 ข สนามไฟฟ้าบนผิวด้านในของช่องว่างมีค่าสูงสุดที่ขั้วล่างสำหรับช่องว่างรูปทรงกลม ($b/c = 1$). บนช่องว่างรูปทรงกลม สนามไฟฟ้ามีขนาดสม่ำเสมอบนพื้นผิวส่วนใหญ่. บนช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วที่มี $b/c = 2$ สนามไฟฟ้ายังคงค่อนข้างสม่ำเสมอบนผิวของช่องว่าง ยกเว้นที่บริเวณขั้วด้านบน. เมื่ออัตราส่วนความยาวแกน b/c เพิ่มขึ้นเป็น 4 และ 6 เราสามารถเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ค่าสูงสุดของสนามไฟฟ้าเลื่อนมาอยู่ที่ตำแหน่งระหว่างขั้วทั้งสอง.



(ก)



(ข)

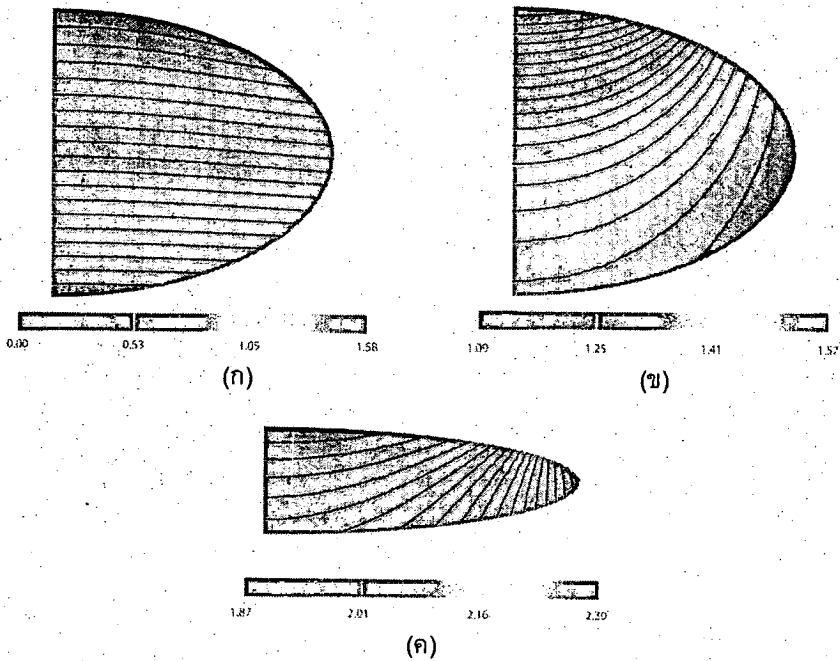
รูปที่ 9. สนามไฟฟ้าภายในช่องว่าง เมื่อ $s \rightarrow 0$ ในฉนวนแข็งที่มี $\epsilon_E = 4$

(ก) บนแกนสมมาตร, (ข) บนผิวของช่องว่าง

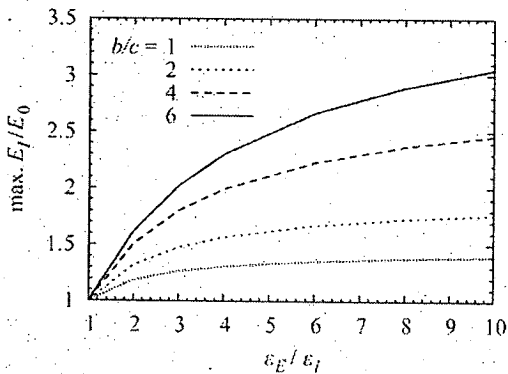
รูปที่ 10 แสดงการกระจายของศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าภายในช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมแบน ขั้วภายในฉนวนแข็งที่มี $\epsilon_E = 4$ เมื่อ $s \rightarrow 0$. รูปที่ 10 แสดงค่าศักย์ไฟฟ้าที่เทียบกับศักย์ไฟฟ้าของอิเล็กโตรด และใช้สเกลสีที่อยู่ด้านล่างของแต่ละรูป แสดงขนาดของศักย์หรือสนามไฟฟ้า. เส้นของศักย์ไฟฟ้าเท่า (หรือสนามไฟฟ้า) ถูกแสดงอยู่ในรูปที่ 10 เช่นเดียวกัน เพื่อให้สามารถสังเกตการกระจายของค่าศักย์ (หรือสนามไฟฟ้า) ได้ชัดเจนมากขึ้น. จากเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าในรูปที่ 10ก สำหรับ $b/c = 2$ เราเห็นว่า สนามไฟฟ้ามีทิศทางล่อออกจากแกนโท (แกนสมมาตร) ของช่องว่าง ซึ่งแสดงนัยถึงการลดลงของสนามไฟฟ้า บนแนวแกนดังกล่าว. สนามไฟฟ้าในช่องว่างนี้ แสดงอยู่ในรูปที่ 10ข. เราเห็นว่า บริเวณที่สนามไฟฟ้ามีค่า สูงจะอยู่ใกล้กับผิวด้านข้างของช่องว่าง. รูปที่ 10ค แสดงการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าภายในช่องว่างที่มี อัตราส่วนของความยาวแกน b/c สูงขึ้น.

เป็นที่สังเกตว่า รูปแบบการจัดเรียงในรูปที่ 1 นั้น มีการกระจายสนามไฟฟ้าสมมูลกับรูปแบบการจัดเรียงของช่องว่างทรงคล้ายทรงกลม 2 ช่องที่เรียงตัวอยู่ใกล้กันในแนวของสนามไฟฟ้า (แนวตั้ง) โดยมี ระยะห่างในแนวตั้งเท่ากับ $2s$. ผลการคำนวณในอดีตแสดงให้เห็นว่ามีการลดลงของความเครียดสนามไฟฟ้า สูงสุด ในช่องว่างรูปทรงกระบอก เมื่อช่องว่างเรียงตัวกันในแนวขนานกับสนามไฟฟ้า [13-15]. อย่างไรก็ตาม ผลการวิเคราะห์ในโครงการวิจัยนี้ในรูปที่ 7 ถึง 10 ได้แสดงให้เห็นว่า สำหรับช่องว่างรูปทรงกลม หรือช่องว่าง รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว ซึ่งมีค่าอัตราส่วนความยาวแกน b/c ต่ำ การลดลงของสนามไฟฟ้าจะเกิดขึ้น เฉพาะที่เท่านั้น ที่บริเวณใกล้กับช่องว่างที่อยู่ติดกัน. บริเวณส่วนใหญ่ของช่องว่างยังคงได้รับสนามไฟฟ้า ขนาดประมาณเท่าเดิม เมื่อเทียบกับกรณีของช่องว่างเอกเทศ. สำหรับช่องว่างที่มีลักษณะแบน (ค่า b/c สูง)

สนามไฟฟ้าลดลงอย่างสม่ำเสมอมากขึ้นตามแนวแกนสมมาตร. แต่ทว่า สนามไฟฟ้าที่มีขนาดสูงกว่าค่าตามแนวแกนยังคงปรากฏอยู่ที่บริเวณด้านข้างของภายในช่องว่าง.



รูปที่ 10. ศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าภายในช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลม ซึ่งอยู่ในฉนวนแข็งที่มี $\epsilon_E = 4$ เมื่อ $s \rightarrow 0$ (ก) ศักย์ไฟฟ้าเมื่อ $b/c = 2$, (ข) สนามไฟฟ้าเมื่อ $b/c = 2$ และ (ค) สนามไฟฟ้าเมื่อ $b/c = 6$



รูปที่ 11. สนามไฟฟ้าสูงสุดในช่องว่างเป็นฟังก์ชันของ ϵ_E/ϵ_t เมื่อ $s \rightarrow 0$.

รูปที่ 11 นำเสนอการแปรผันของขนาดสนามไฟฟ้าสูงสุดในช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมแบน ขั้ว เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนค่าคงตัวไดอิเล็กตริก ϵ_E/ϵ_t เมื่อ $s \rightarrow 0$. เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 11 กับรูปที่ 5 ซึ่งเป็นกรณีของช่องว่างเอกเทศ เราจะเห็นได้ว่า การลดลงของสนามไฟฟ้าสูงสุดเพิ่มขึ้นตาม ϵ_E/ϵ_t . ตัวอย่างเช่น สนามไฟฟ้าสูงสุดลดลงประมาณ 1.3, 2.0 และ 2.4% ภายในช่องว่างรูปทรงกลม ($b/c = 1$) เมื่อ ϵ_E/ϵ_t เท่ากับ 2, 4 และ 10 ตามลำดับ. การลดลงของสนามไฟฟ้าจะเด่นมากขึ้นในช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมแบน ขั้ว. อย่างไรก็ตาม สนามไฟฟ้ายังคงลดลงเพียง 1.7, 5.3 และ 10.3% ภายในช่องว่างที่มี $b/c = 6$ เมื่อ ϵ_E/ϵ_t เท่ากับ 2, 4 และ 10 ตามลำดับ. ดังนั้น เราสามารถคาดได้ว่า แรงดันดีสชาร์จเริ่มต้นของช่องว่างดังกล่าว

ไม่ได้ลดลงต่ำมากอย่างที่คาดไว้จากสนามไฟฟ้าตามแนวแกนสมมาตร สำหรับค่าคงตัวไดอิเล็กตริกที่พิจารณาในที่นี้.

ง. มัลติโพลสมมูลของช่องว่าง

เราสามารถให้หลักการของประจุสมมูล เพื่อแทนอิทธิพลที่ช่องว่างกระทำต่อสนามไฟฟ้าในบริเวณภายนอก [23, 24]. ในที่นี้ ผู้วิจัยนิยามศักย์ไฟฟ้า Ψ_k^{sp} สมมาตรรอบแกนหมุนของมัลติโพล p_k อันดับที่ k ในระบบพิกัดทรงกลม (r, θ, φ) ดังนี้

$$\Psi_k^{sp}(r, \theta) = \frac{P_k}{4\pi\epsilon_0 r^{k+1}} P_k(\cos \theta) \quad (39)$$

สังเกตว่า ตัวประกอบ $k!$ ถูกขจัดออกจากนิยามของศักย์ไฟฟ้าในที่นี้ เพื่อความง่ายในการแสดงผล. โดยทั่วไปแล้ว โมเมนต์ไดโพลสมมูล p_1 ถูกใช้แทนศักย์ไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น โดยที่ละเลยโมเมนต์ในอันดับที่สูงขึ้นไป. เป็นที่ทราบอย่างดีว่า สำหรับช่องว่างรูปทรงกลมที่อยู่อย่างเอียง เราสามารถใช้เพียง p_1 ในการแทนผลของศักย์ไฟฟ้าได้อย่างสมบูรณ์ [23]. สำหรับช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงรีแบนซ์ โมเมนต์มัลติโพลสมมูล p_k สามารถคำนวณได้จากสัมประสิทธิ์ศักย์ไฟฟ้า B_n โดยพิจารณาจากเงาประจุความหนาแน่น $\rho_{s,n}$ และเงาไดโพลความหนาแน่น $\rho_{d,n}$ ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ผ่านมา.

สำหรับฮาร์มอนิกสัคย์ไฟฟ้าอันดับเลขคู่ n

$$p_k = 4\pi\epsilon_0^{k+1} (-1)^{k/2} 2^{n/2} \frac{\left(\frac{k}{2}\right)!}{\left(\frac{k-n}{2}\right)!} \frac{1}{(k+1)} \frac{(k+1)!!}{(k+n+1)!!} B_n \quad (40)$$

เมื่อ $k = 0, 2, 4, \dots$

สำหรับฮาร์มอนิกสัคย์ไฟฟ้าอันดับเลขคี่ n

$$p_k = 4\pi\epsilon_0^{k+1} (-1)^{\frac{k+1}{2}} 2^{\frac{n-1}{2}} \frac{\left(\frac{k-1}{2}\right)!}{\left(\frac{k-n}{2}\right)!} \frac{k!!}{(k+n+1)!!} B_n \quad (41)$$

เมื่อ $k = 1, 3, 5, \dots$

สำหรับช่องว่างรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนซ์ภายใต้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ E_0 ในทิศทางขนานกับแกนโทของช่องว่าง ศักย์ไฟฟ้าเหนี่ยวนำคือ

$$\Psi_B = \Psi_{B,1} = B_1 Q_1(i\zeta) P_1(\xi) \quad (42)$$

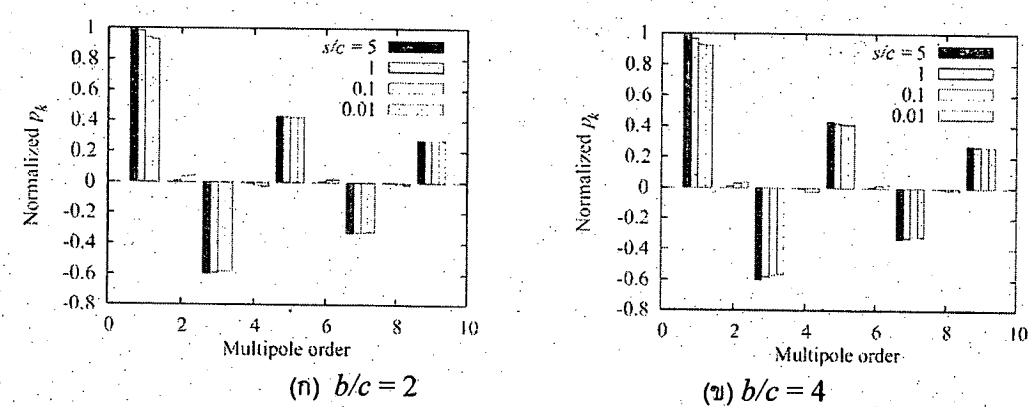
เมื่อ B_1 คำนวณจาก $M_1 = aE_0$ โดยอาศัยสมการที่ (15). จากสมการที่ (41) เราได้ว่า

$$p_k = 4\pi\epsilon_0^{k+1} (-1)^{\frac{k+1}{2}} \frac{1}{(k+2)} B_1 \quad \text{สำหรับ } k \text{ เลขคี่} \quad (43)$$

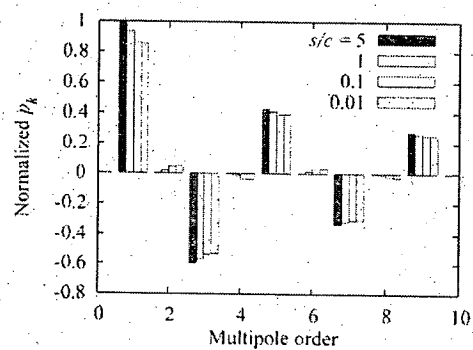
และ $p_k = 0$ สำหรับ k เลขคู่. สมการที่ (43) ระบุว่า แม้ช่องว่างทรงคล้ายทรงกลมแบนซ์จะอยู่อย่างเอียงก็ตาม ภายในฉนวนแข็ง เรายังต้องใช้โมเมนต์มัลติโพลที่มีอันดับสูงกว่า 1 ในการแทนศักย์ไฟฟ้าเหนี่ยวนำของช่องว่างอย่างสมบูรณ์ (ซึ่งคือ $\Psi_{B,1}$ ในกรณีนี้). เนื่องจากขนาดของ p_k/p_1 มีค่าลดลงอย่างช้าๆ ตามอันดับของมัลติโพล ด้วยตัวประกอบ $(k+2)^{-1}$ ในสมการที่ (43) จึงสังเกตได้อย่างชัดเจนว่า เราไม่สามารถละเลยมัลติโพลอันดับสูงได้ ถ้าต้องการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้าเหนี่ยวนำให้แม่นยำในบริเวณด้านนอกใกล้กับผิวของช่องว่าง.

รูปที่ 12 และ 13 แสดงโมเมนต์มัลติโพลสมมูล p_k ที่ระยะห่าง s ต่างๆ. ค่าของ p_k ในรูปถูกทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วย p_1 ในกรณีที่ตรงกันของช่องว่างที่อยู่อย่างเป็นเอียง. แม้ว่าผลการคำนวณในหัวข้อที่

ผ่านมาได้แสดงให้เห็นว่า มีการเปลี่ยนแปลงการกระจายของสนามไฟฟ้าภายในช่องว่างเมื่อระยะห่าง s เปลี่ยนแปลง รูปที่ 12 และ 13 มีการเปลี่ยนแปลงของโมเมนต์มัลติโพลสมมูลน้อยมาก. เมื่อค่า s/c ลดลง โมเมนต์มัลติโพลสมมูลที่มีอันดับเป็นเลขคู่จะลดลงเล็กน้อย. ในอีกด้านหนึ่ง โมเมนต์มัลติโพลสมมูลอันดับเลขคี่จะเริ่มมีค่าให้เห็น. การเพิ่มขึ้นของโมเมนต์มัลติโพลเลขคู่เป็นผลมาจากอิเล็กโตรด ซึ่งทำให้สมมาตรของ ศักย์(และสนามไฟฟ้า) เมื่อเทียบกับระนาบกลางของช่องว่างเปลี่ยนแปลงไป. การเปลี่ยนแปลงของ โมเมนต์มัลติโพลสมมูลเห็นได้อย่างชัดเจนมากขึ้นที่อันดับต่ำ. เมื่อเปรียบเทียบระหว่างรูปที่ 11ก ($b/c = 2$) และ 11ข ($b/c = 4$) เราพบว่า มีการลดลงของมัลติโพลอันดับเลขคี่ต่ำๆ มากขึ้น เมื่อช่องว่างมีอัตราส่วน ความยาวแกนเพิ่มขึ้น. เมื่อฉนวนแข็งมีค่าคงตัวไดอิเล็กตริก ϵ_E สูงขึ้นในรูปที่ 11ค เราสามารถสังเกตการ เปลี่ยนแปลงของ p_k ได้ชัดเจนมากขึ้น. เนื่องจากว่า ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากมัลติโพลที่มีอันดับสูง จะลดลงเป็น ศูนย์อย่างรวดเร็วเมื่อตำแหน่งที่พิจารณาอยู่ห่างจากมัลติโพลมากขึ้น เราจึงพิจารณาเฉพาะการเปลี่ยนแปลง ของ p_1 เพื่อประมาณหาผลกระทบของอิเล็กโตรดที่มีต่อศักย์ไฟฟ้าเหนี่ยวนำนอกช่องว่างได้.



รูปที่ 12. การแปรผันของโมเมนต์มัลติโพลสมมูลเมื่อเปลี่ยนแปลงระยะห่าง s เมื่อ $\epsilon_E = 2$



รูปที่ 13. การแปรผันของโมเมนต์มัลติโพลสมมูลเมื่อเปลี่ยนแปลงระยะห่าง s เมื่อ $\epsilon_E = 4$ และ $b/c = 4$

3.2 การศึกษาแรงดันเมมเบรนของเซลล์แบบทรงคล้ายทรงกลม

ผลของสนามไฟฟ้าสถิตถูกใช้ประโยชน์ในการใช้งานด้านต่างๆ รวมถึงกับเซลล์สิ่งมีชีวิต [25]. เมื่อตัวกลางที่มีเซลล์อยู่ได้รับสนามไฟฟ้า กระแสไฟฟ้าจะพาประจุที่มีขั้วต่างกันสะสมอยู่ที่ทั้งสองด้านของเมมเบรน(เยื่อหุ้มเซลล์) ซึ่งเป็นโมเลกุลไขมัน (liquid molecule). การสะสมของประจุทำให้เกิดแรงดันเมมเบรนขึ้น โดยขนาดของแรงดันขึ้นอยู่กัขนาดของเซลล์ ความเข้มสนามไฟฟ้า และการเรียงตัวของเซลล์สัมพันธ์กับทิศทางของสนามไฟฟ้า และลักษณะสมบัติทางไฟฟ้าของตัวกลางที่เกี่ยวข้อง. แรงดันเมมเบรนเป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญอย่างหนึ่งของเซลล์สิ่งมีชีวิตในกระบวนการไลซิส (lysis) กระบวนการอิเล็กโตรพอเรชัน (electroporation) และการเชื่อมเซลล์ด้วยไฟฟ้า (electrofusion) [26]. เมื่อแรงดันเมมเบรนมีค่าสูงถึงค่าวิกฤตค่าหนึ่ง เมมเบรนจะเกิดเบรกดาวนขึ้น. การเกิดเบรกดาวนจะเป็นแบบคืนสภาพได้ นั่นคือ คืนสู่สภาพฉนวนได้หลังจากที่สนามไฟฟ้าที่ป้อนถูกตัดออก หรือเป็นแบบถาวร ซึ่งทำให้เซลล์ตาย. เราสามารถหาสมการคำตอบเชิงวิเคราะห์ของแรงดันเมมเบรนได้ ในกรณีของเซลล์เดี่ยวภายในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ [27-31]. สำหรับเซลล์รูปทรงกลมเดี่ยว ซึ่งมีเมมเบรนเป็นฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์ ภายใต้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ E_0 คำตอบเชิงวิเคราะห์ของแรงดันเมมเบรน V_m ในสภาวะคงตัว คือ

$$V_m = \frac{3}{2} E_0 R \sin \theta \quad (44)$$

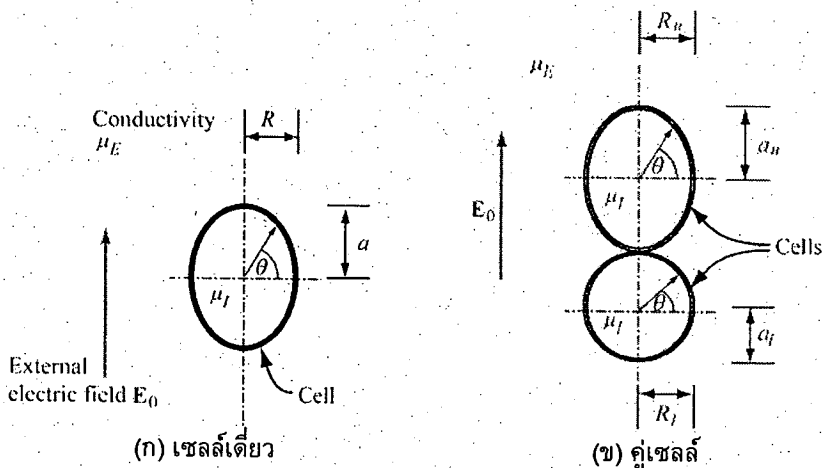
โดยที่ R เป็นรัศมีของเซลล์ และ θ เป็นมุมของตำแหน่งเมื่อเทียบกับทิศทางของสนามไฟฟ้า. ค่าคงตัวเวลาของการสร้างแรงดันขึ้นอยู่กัขนาดของเซลล์ ความจุไฟฟ้าของเมมเบรน และสภาพนำ(ไฟฟ้า)ภายในและภายนอกเซลล์.

ในความเป็นจริงแล้ว เซลล์สิ่งมีชีวิตหลายชนิด เช่น เซลล์จำพวกที่ยึดติดกับพื้นผิว อาจมีรูปร่างที่ไม่เป็นทรงกลม. รูปร่างของเซลล์ยังสามารถเปลี่ยนแปลงได้ ภายใต้ความเครียดสนามไฟฟ้าหรือความดัน. อย่างไรก็ตาม ยังไม่มีการวิเคราะห์อย่างจริงจังถึง แรงดันเมมเบรนของเซลล์ที่มีรูปร่างไม่เป็นทรงกลม. สำหรับเซลล์ที่มีรูปร่างเรขาคณิตที่ซับซ้อน เราต้องใช้วิธีเชิงตัวเลขในการหาค่าแรงดันเมมเบรน. นอกจากนี้ การคำนวณยังมีความซับซ้อนมากขึ้น เมื่อเซลล์อยู่ใกล้หรือสัมผัสกับเซลล์อื่น. แม้ว่าวิธีการจำพวก re-expansion สามารถใช้ได้ในการวิเคราะห์แรงดันเมมเบรน แต่ก็เฉพาะกับเซลล์ทรงกลมเท่านั้น [32].

งานวิจัยนี้เป็นการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ที่ศึกษาแรงดันเมมเบรนกระแสตรงในสภาวะคงตัว ของเซลล์สิ่งมีชีวิตภายใต้สนามไฟฟ้าภายนอก. วัตถุประสงค์หลักของการวิเคราะห์นี้ เป็นการศึกษาผลที่มีต่อแรงดันเมมเบรนของ 1. รูปร่างเรขาคณิตของเซลล์ 2. สภาพนำไฟฟ้าภายนอกเซลล์ และ 3. การสัมผัสระหว่างเซลล์สิ่งมีชีวิต. สำหรับรูปร่างของเซลล์ เซลล์ถูกจำลองด้วยรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว หรือทรงคล้ายทรงกลมแบบข้าง และผู้วิจัยเปรียบเทียบกับผลที่ได้ในกรณีของเซลล์รูปทรงกลม. แม้ว่าโดยทั่วไปแล้ว เซลล์จะอยู่ในตัวกลางที่มีสภาพนำไฟฟ้าสูง บางครั้งสภาพนำภายนอกถูกลดให้ต่ำลงในกระบวนการต่างๆ เพื่อจำกัดความร้อนที่เกิดจากการนำไฟฟ้า. ตัวกลางที่มีสภาพนำต่ำยังถูกใช้ในกระบวนการเชื่อมเซลล์ด้วยไฟฟ้า เพื่อนำให้เซลล์สัมผัสกันโดยใช้แรงไดอิเล็กโตรโฟเรติก. งานวิจัยนี้ใช้วิธีขึ้นประกอบขอบเขตสำหรับการคำนวณแรงดันเมมเบรน โดยจำลองเยื่อหุ้มเซลล์เป็นฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์ หรือเป็นตัวกลางที่มีสภาพนำไฟฟ้า เพื่อแสดงผลของสภาพนำของเซลล์เมมเบรน ที่มีต่อผลการคำนวณที่ได้.

3.2.1 รูปแบบการจัดเรียง

รูปที่ 14 แสดงการจัดเรียงของเซลล์ที่ใช้ในการวิเคราะห์. งานวิจัยนี้จำกัดการพิจารณา เฉพาะการจัดเรียงที่มีลักษณะสมมาตรรอบแกน. รูปที่ 14ก เป็น การจัดเรียงของเซลล์เดี่ยวภายใต้สนามไฟฟ้าภายนอก E_0 . รูปร่างของเซลล์ถูกนิยามด้วย ความยาวแกน a ซึ่งขนานกับสนามไฟฟ้าภายนอก และรัศมี R ที่ตั้งฉากกับสนามไฟฟ้า ดังแสดงในรูปที่ 14. สำหรับเซลล์รูปทรงกลม $a = R$. ในรูปที่ 14ข เซลล์จำนวน 2 เซลล์สัมผัสติดกัน และเรียงตัวในทิศทางของสนามไฟฟ้าภายนอก. ดัชนีล่าง 'i' และ 'u' ใช้แสดงความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ต่างๆ กับเซลล์ด้านบนและเซลล์ด้านล่างในคู่เซลล์ ตามลำดับ. การจัดเรียงนี้มีความสำคัญในทางปฏิบัติต่อกระบวนการเชื่อมเซลล์ด้วยไฟฟ้า ซึ่งเซลล์มักถูกนำไปสัมผัสด้วยกันก่อนที่จะบ่อน้ำเกลือไฟฟ้าเพื่อกระตุ้นให้เกิดการเบรกตัวของเมมเบรน [26, 33]. เซลล์ที่อยู่ด้วยกันอาจมีขนาดเหมือนกันหรือแตกต่างกันก็ได้. สภาพนาไฟฟ้าของไซโทพลาซึม (Cytoplasm) แสดงด้วยสัญลักษณ์ μ_i และสภาพนาของตัวกลางภายนอกแสดงด้วย μ_E .



รูปที่ 14. รูปแบบการจัดเรียงของเซลล์ภายใต้สนามไฟฟ้าที่ใช้ในการวิเคราะห์

3.2.2 วิธีคำนวณ

ผู้วิจัยได้ใช้วิธีขึ้นประกอบขอบเขต (Boundary element method, BEM) เป็นวิธีเชิงตัวเลขทางปริพันธ์ ในการคำนวณแรงดันเมมเบรนในสภาวะคงตัว. ให้ ϕ^E และ E_n^E เป็นค่าทางดำนนอกเซลล์ของศักย์ไฟฟ้าบนเมมเบรน และสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับเมมเบรน Γ ตามลำดับ. เนื่องจากเมมเบรนมีความหนาแน่นน้อยมาก เมื่อเทียบกับขนาดของเซลล์ ผู้วิจัยจึงพิจารณาให้เมมเบรนเป็นพื้นผิวที่มีความหนาเป็นศูนย์. เราสามารถเขียนศักย์ไฟฟ้า ϕ ในบริเวณนอกเซลล์ ในรูปของปริพันธ์ของ ϕ^E และ E_n^E ดังนี้ [34].

$$c^E \phi(\mathbf{r}) = \int_{\Gamma} \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) E_n^E dS + \int_{\Gamma} \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)}{\partial n} \phi^E dS - \mathbf{E}_0 \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (45)$$

โดยที่ $\mathbf{r}$ เป็นตำแหน่งที่ต้องการคำนวณค่าศักย์ไฟฟ้า $\mathbf{r}_s$ เป็นตำแหน่งบนผิวของเมมเบรน และ $\mathbf{r}_0$ เป็นตำแหน่งอ้างอิงศักย์ไฟฟ้าค่าศูนย์. $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ เป็นคำตอบพื้นฐาน. ทั้งนี้ เวกเตอร์ตั้งฉาก $\mathbf{n}$ ในสมการที่ (45) พิจารณาในทิศทางจากด้านในของเซลล์ไปยังด้านนอก. ค่าคงที่ c^E ในสมการที่ (45) ขึ้นอยู่กับมุมตัน ณ ตำแหน่ง $\mathbf{r}$. ถ้า $\mathbf{r}$ ไม่อยู่บนขอบเขต Γ ค่าคงที่ $c^E = 1$. ถ้า $\mathbf{r}$ อยู่บนขอบเขตที่เรียบ $c^E = 1/2$. สำหรับการ จัดเรียงแบบสมมาตรรอบแกนหมุน ซึ่งพิกัดของ $\mathbf{r}$ กำหนดด้วย (ρ, z) ค่าตอบพื้นฐานอยู่ในรูปของ

$$\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \frac{K \left(\sqrt{2n/(m+n)} \right)}{\sqrt{m+n}} \quad (46)$$

โดยที่ K เป็นอินทิกรัลวงรีสมบูรณ์ชนิดที่ 1 และ

$$m = \rho^2 + \rho_s^2 + (z - z_s)^2 \quad (47)$$

$$n = 2\rho\rho_s \quad (48)$$

ในการคำนวณด้วยวิธีขึ้นประกอบขอบเขต เราแบ่งเซลล์เมมเบรน Γ ออกเป็นเอลิเมนต์ และแสดงค่า ϕ^E และ E_n^E ด้วยค่าที่โหนด $\phi_i^E = \phi(\mathbf{r}_i)$ และ $E_{n,i}^E = E_n^E(\mathbf{r}_i)$ เป็น

$$\phi^E(\mathbf{r}_s) = \sum N_i(\mathbf{r}_s) \phi_i^E \quad (49)$$

$$E_n^E(\mathbf{r}_s) = \sum N_i(\mathbf{r}_s) E_{n,i}^E \quad (50)$$

เมื่อ N_i เป็นฟังก์ชันประมาณที่อยู่กับโหนดที่ i โดย $i = 1, 2, \dots, n_N$. เมื่อใช้สมการที่ (45) กับตำแหน่งโหนด $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$ จากสมการที่ (46) ถึง (50) เราได้สมการเชิงเส้นจำนวน n_N สมการ ซึ่งเขียนในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$[H_E][\phi^E] = [G_E][E_n^E] + [\phi_{E0}]. \quad (51)$$

ในสมการด้านบน $[\phi^E]$ และ $[E_n^E]$ เป็นเมตริกซ์ขนาด $n_N \times 1$ ของค่าที่โหนด, $[H_E]$ และ $[G_E]$ เป็นเมตริกซ์ขนาด $n_N \times n_N$ ซึ่งหาได้จากอินทิกรัลของขอบเขต และ $[\phi_{E0}]$ เป็นเมตริกซ์ที่ได้จากพจน์สุดท้ายทางด้านขวามือของสมการที่ (45).

สำหรับบริเวณภายในของแต่ละเซลล์ ความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้า ϕ' และสนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับเมมเบรน E_n' เป็นไปตามสมการ

$$c' \phi'(\mathbf{r}) = - \int_{\Gamma} \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) E_n' dS - \int_{\Gamma} \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)}{\partial n} \phi' dS \quad (52)$$

โดยที่ $c' + c^E = 1$ ณ ตำแหน่ง $\mathbf{r}$ ใดๆ บนเมมเบรน. ในลักษณะเดียวกับการสร้างสมการที่ (51) เราสามารถสร้างสมการเชิงเส้น

$$[H_I][\phi'] = [G_I][E_n'] \quad (53)$$

โดยมีเงื่อนไขขอบเขตที่ต้องเป็นจริงในสภาวะคงตัวคือ

$$\mu_I[E_n'] = \mu_E[E_n^E]. \quad (54)$$

สำหรับเซลล์ของสิ่งมีชีวิต เงื่อนไขขอบเขตของกระแสไฟฟ้าอีกประการหนึ่ง ที่จะต้องใช้ในการเชื่อมโยงค่าศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าระหว่างด้านในและด้านนอกของเซลล์คือ

$$\frac{\mu_m}{t_m}([\phi'] - [\phi^E]) = \mu_I[E_n'] = \mu_E[E_n^E] \quad (55)$$

โดยที่ μ_m เป็นสภาพนำไฟฟ้าของเมมเบรน และ t_m เป็นความหนาของเมมเบรน. แรงดันเมมเบรน V_m นิยามเป็น

$$V_m = \phi' - \phi^E. \quad (56)$$

ในกรณีที่เรากำลังพิจารณาเมมเบรนของเซลล์ว่าเป็นฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์ ($\mu_m = 0$) เราสามารถลดความซับซ้อนของการคำนวณได้. สมการที่ (54) และ (55) ไม่มีความหมาย เนื่องจากกระแสไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับเมมเบรนต้องมีค่าเป็นศูนย์ในกรณีนี้. นั่นคือ เราสามารถใช้เงื่อนไขว่า สนามไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับเมมเบรนมีค่าเท่ากับศูนย์ได้ และทำให้เราสามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้น (51) หาค่าของศักย์ไฟฟ้า ϕ_i^E ได้โดยไม่ต้องพิจารณาสมการที่ (53) ถึง (55). ในแต่ละเซลล์ ศักย์ไฟฟ้า ϕ'_i บนเมมเบรนมีค่าเดียวกันตลอดทั้งเซลล์ เนื่องจากสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากับศูนย์ทุกที่ภายในเซลล์ เมื่อเมมเบรนเป็นฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์. จากข้อเท็จจริงที่ว่า แรงดันเมมเบรน V_m เกิดขึ้นจากประจุที่สะสมอยู่ทั้งสองด้านของเมมเบรน ถ้าเราให้ว่าประจุรวมทั้งด้านในและด้านนอกเซลล์บนเมมเบรนมีค่าเท่ากับศูนย์ เราจะสรุปได้ว่า

$$\int_{\Gamma} (\phi^E - \phi') dS = 0. \quad (57)$$

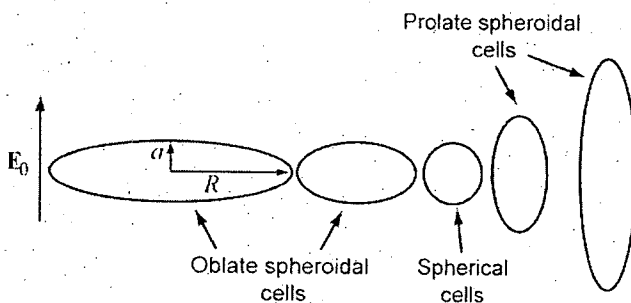
อินทิกรัลในสมการที่ (57) ทำบนเมมเบรนของแต่ละเซลล์. จากสมการนี้ เราสามารถกล่าวได้ว่า ϕ' เป็นค่าเฉลี่ยของแรงดันไฟฟ้าตลอดทั่วผิวเมมเบรน. ทั้งนี้ มีข้อสังเกตว่า โดยการใช้คำตอบพื้นฐานที่เหมาะสม เทคนิคการคำนวณที่อธิบายในหัวข้อนี้ สามารถใช้คำนวณแรงดันเมมเบรนในกรณีทั่วไป ไม่จำกัดอยู่เฉพาะการจัดเรียงที่สมมาตรรอบแกนเท่านั้น.

3.2.3 ผลการคำนวณ

ก. ลักษณะสมบัติและแบบจำลองของเซลล์

การคำนวณให้สภาพนำไฟฟ้า μ_i ภายในเซลล์มีค่าเท่ากับ 0.2 S/m ซึ่งเป็นค่าปกติสำหรับไซโทพลาซึม. สภาพนำไฟฟ้า μ_e ภายนอกเซลล์ถูกแปรค่าอยู่ระหว่าง 0.1 mS/m ถึง 1 S/m. สภาพนำไฟฟ้า μ_m ของเมมเบรนที่ใช้ในการคำนวณเท่ากับ 0.5 μ S/m โดยมีความหนา t_m ของเมมเบรนเท่ากับ 5 nm [35]. สังเกตว่าความจุไฟฟ้าของเมมเบรน ซึ่งมีค่าประมาณ 1 μ F/cm² ไม่ได้ถูกนำมาใช้ในการคำนวณแรงดันในสภาวะคงตัว. รูปร่างของเซลล์ในการวิเคราะห์มีลักษณะแปรเปลี่ยนตามที่ได้แสดงในรูปที่ 15. สำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว ความยาวแกน a เท่ากับ 10 μ m และมีรัศมี R ของเซลล์แตกต่างกัน ตามอัตราส่วน $a/R = 1/4$ และ $1/2$. เซลล์รูปทรงกลมมี $a = R = 10 \mu$ m. สำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง รัศมี $R = 10 \mu$ m และความยาวแกนมีค่ามากขึ้นเพื่อให้ได้ $a/R = 2$ และ 4. ดังนั้น ขนาดมิติเล็กสุดของเซลล์ที่วิเคราะห์ ซึ่งอาจเป็นความยาวแกน a หรือรัศมี R มีค่าเท่ากัน เท่ากับ 10 μ m.

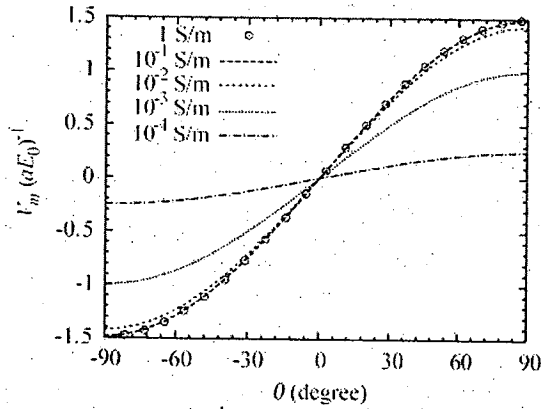
ในการคำนวณสนามไฟฟ้าด้วยวิธีขึ้นประกอบขอบเขต เซลล์เมมเบรนถูกแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์จำนวนอย่างน้อย 128 เอลิเมนต์ ขึ้นกับลักษณะเรขาคณิตของเซลล์. เอลิเมนต์เส้นโค้งอันดับที่ 2 ถูกใช้ในการคำนวณ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำเพียงพอ.



รูปที่ 15. รูปร่างเรขาคณิตของเซลล์ที่ใช้ในการวิเคราะห์. ความยาวแกน a เท่ากับ 10 μ m สำหรับทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว และรัศมี R ของเซลล์เท่ากับ 10 μ m สำหรับทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง

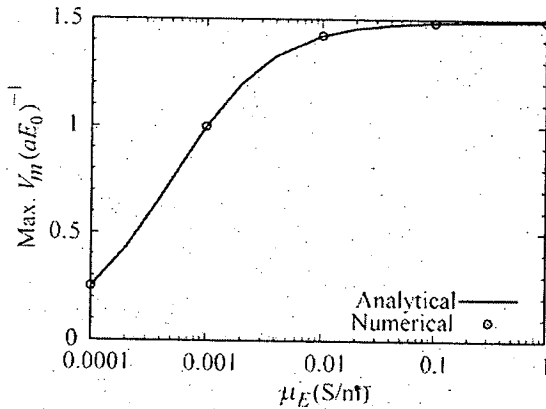
ข. เซลล์เดี่ยว

รูปที่ 16 แสดงแรงดันเมมเบรน V_m ซึ่งถูกทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วย aE_0 ของเซลล์เดี่ยวรูปทรงกลมเป็นฟังก์ชันของมุมเซนต์ θ (ดูรูปที่ 14) ที่สภาพนำไฟฟ้า μ_e ภายนอกเซลล์ค่าต่างๆ. จากรูปที่ 16 เราสามารถเห็นได้ว่า เมื่อ $\mu_e \geq 0.1$ S/m แรงดันเมมเบรนมีค่าลู่เข้าถึงค่าขีดจำกัดของเซลล์ทรงกลมในกรณีของเมมเบรนแบบฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1.5aE_0$ ที่ขั้วทั้งสองของเซลล์ [36]. เมื่อ μ_e มีค่าเท่ากับ 0.01 S/m ศักย์ไฟฟ้ายังคงใกล้เคียงกับค่าขีดจำกัดดังกล่าว. เมื่อลดค่าสภาพนำไฟฟ้า μ_e ภายนอกเซลล์ลงไปอีก จะทำให้แรงดันเมมเบรนมีขนาดต่ำลง. ตัวอย่างเช่น แรงดันเมมเบรนค่าสูงสุดของเซลล์ทรงกลมมีขนาดลดลง 33% เมื่อ $\mu_e = 0.001$ S/m.



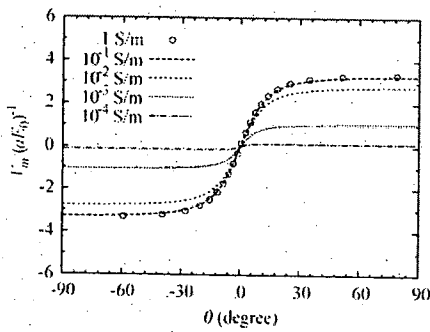
รูปที่ 16. แรงแดันเมมเบรนของเซลล์เดี่ยวรูปวงรีทรงกลม ที่ค่าสภาพนำไฟฟ้า μ_E ต่างๆ

เราสามารถหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของแรงแดันเมมเบรนของเซลล์เดี่ยวรูปวงรีทรงกลม และเซลล์เดี่ยวรูปทรงคล้ายทรงกลม ภายใต้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอภายนอกได้ [28, 31]. รูปที่ 17 เปรียบเทียบขนาดสูงสุดของแรงแดันเมมเบรน (ที่ขั้วบนและขั้วล่างของเซลล์ทรงกลม) ซึ่งคำนวณได้จากวิธีอินทิเกรตกับค่าที่ได้จากสมการเชิงวิเคราะห์ [28]. รูปที่ 17 แสดงอย่างชัดเจนว่า ผลการคำนวณเชิงเลขสอดคล้องกับคำตอบเชิงวิเคราะห์อย่างดี สำหรับทุกๆ ค่าของ μ_E ที่พิจารณาในที่นี้.

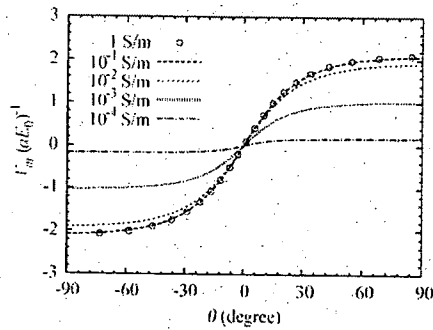


รูปที่ 17. ค่าสูงสุดที่คำนวณได้ของแรงแดันเมมเบรนของเซลล์เดี่ยวรูปวงรีทรงกลม เปรียบเทียบกับสมการเชิงวิเคราะห์

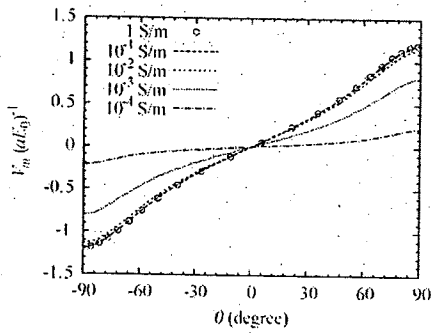
ผู้วิจัยได้คำนวณการกระจายของแรงแดันเมมเบรนบนเซลล์เดี่ยวรูปวงรีไม่เป็นทรงกลม ที่อยู่ในสภาพนำไฟฟ้าของตัวกลางภายนอกเซลล์ค่าต่างๆ. ผลการคำนวณแสดงในรูปที่ 18ก และ 18ข สำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว และรูปที่ 18ค และ 18ง สำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง. จากรูปที่ 18 เราสามารถเห็นได้ว่า การแปรผันของแรงแดันเมมเบรนบนเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลม มีลักษณะคล้ายคลึงกับของเซลล์รูปทรงกลม. นั่นคือ ขนาดของแรงแดันเมมเบรนลดลงอย่างมาก เมื่อสภาพนำไฟฟ้าของตัวกลางภายนอกเซลล์ต่ำกว่า 10^{-2} S/m . อย่างไรก็ตาม เราสังเกตว่า การลดลงของแรงแดันเมมเบรนจากสภาพนำไฟฟ้าที่ต่ำลงจะชัดเจนบนเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว มากกว่าบนเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง. จากรูปที่ 18ก และ 18ข เราเห็นได้ว่า แรงแดันเมมเบรนมีค่าสูงบนบริเวณที่กว้างกว่า สำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว เมื่อเทียบกับเซลล์รูปทรงกลม (รูปที่ 16). ทั้งนี้ สำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง ลักษณะแนวโน้มเป็นไปในทางตรงกันข้าม ดังรูปที่ 18ค และ 18ง.



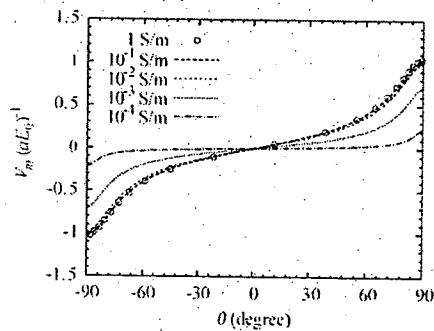
(ก) $a/R = 1/4$



(ข) $a/R = 1/2$



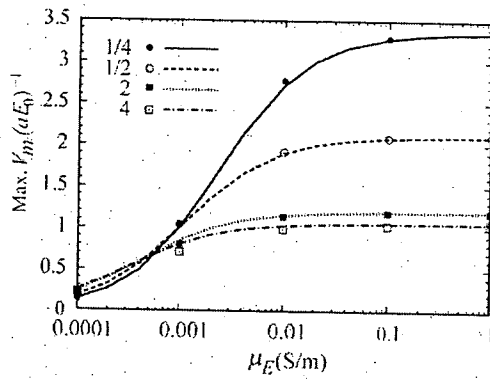
(ค) $a/R = 2$



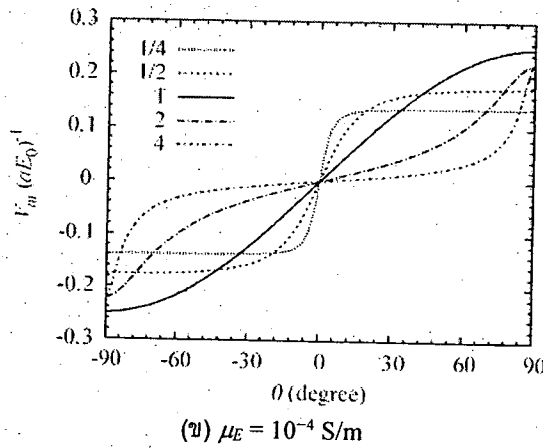
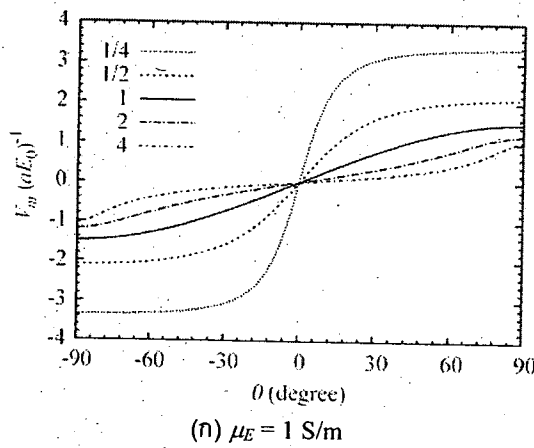
(ง) $a/R = 4$

รูปที่ 18. การกระจายของแรงดันเมมเบรน(ที่ทำให้เป็นบรรทัดฐาน) ของเซลล์เดี่ยวรูปร่างทรงกลมหกเหลี่ยม ที่ค่าสภาพนำไฟฟ้า μ_E ต่างๆ

รูปที่ 19 เปรียบเทียบค่าสูงสุดของแรงดันเมมเบรน(ที่ขั้ว)ของเซลล์รูปทรงกลมหกเหลี่ยม กับคำตอบเชิงวิเคราะห์ [28] ที่อัตราส่วน a/R ต่างๆ. ลักษณะรูปร่างของเซลล์อ้างอิงตามรูปที่ 15. จากรูปที่ 19 เราสามารถเห็นได้ว่า ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณเชิงเลข(สัญลักษณ์) สอดคล้องกับคำตอบเชิงวิเคราะห์(เส้น) เป็นอย่างดี. อย่างไรก็ตาม แม้ว่าเราไม่สามารถสังเกตความแตกต่างระหว่างผลการคำนวณเชิงเลขกับคำตอบเชิงวิเคราะห์ในกรณีของเซลล์รูปทรงกลมในรูปที่ 17 ผลการคำนวณเชิงเลขในรูปที่ 19 แตกต่างจากคำตอบเชิงวิเคราะห์อยู่เล็กน้อย. ค่าสูงสุดของแรงดันเมมเบรน V_m ที่คำนวณได้ สูงกว่าคำตอบเชิงวิเคราะห์ในกรณีของทรงกลมหกเหลี่ยมแบนขั้ว และต่ำกว่าในกรณีของทรงกลมหกเหลี่ยมแบนข้าง. ความแตกต่างนี้เพิ่มขึ้นเมื่ออัตราส่วนความยาวแกนต่อรัศมีเบี่ยงเบนจากค่า 1 (ทรงกลม) มากขึ้น. นอกเหนือจากความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการคำนวณเชิงตัวเลขแล้ว สาเหตุที่เป็นไปได้อีกประการหนึ่งของความแตกต่างที่เห็นนี้คือ การที่เราสมมติให้เมมเบรนมีลักษณะของ confocal เพื่อที่จะหาคำตอบเชิงวิเคราะห์ ซึ่งมีพื้นฐานบนระบบพิกัดทรงกลมหกเหลี่ยม. เนื่องจากความหนาของเมมเบรนในลักษณะ confocal จะแปรเปลี่ยนตามตำแหน่ง(ไม่คงที่) จึงแสดงเป็นนัยว่า สภาพนำไฟฟ้าของเมมเบรนจะไม่คงที่ด้วย เมื่อเรากำหนดให้สภาพนำเฉพาะ μ_m/l_m มีค่าค่าหนึ่ง.



รูปที่ 19. ค่าแรงดันแมกเนตริกสูงสุดที่คำนวณได้(สัญลักษณ์)ของเซลล์เดี่ยวรูปร่างทรงกลมเปรียบเทียบกับสมการเชิงวิเคราะห์ (เส้น)



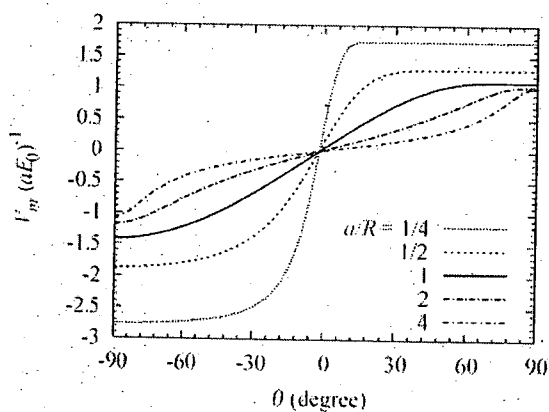
รูปที่ 20. เปรียบเทียบแรงดันแมกเนตริก(ที่ทำให้เป็นบรรทัดฐาน)ระหว่างเซลล์ที่มีอัตราส่วนความยาวแกนต่อรัศมีแตกต่างกัน

รูปที่ 20 เปรียบเทียบแรงดันแมกเนตริก(ที่ทำให้เป็นบรรทัดฐาน) ของเซลล์ที่มีอัตราส่วน d/R ต่างกัน เมื่อเซลล์อยู่ในตัวกลางที่มีสภาพนำสูง ($\mu_E = 1 \text{ S/m}$) และสภาพนำต่ำ (10^{-4} S/m). ในตัวกลางภายนอกเซลล์มีสภาพนำที่สูงเพียงพอ แรงดันแมกเนตริกที่ทำให้เป็นบรรทัดฐานจะเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ สำหรับเซลล์ที่มีอัตราส่วนของความยาวแกนต่อรัศมีลดลง ดังแสดงในรูปที่ 20ก. อีกทางหนึ่ง ภายในตัวกลางที่มีสภาพนำต่ำ

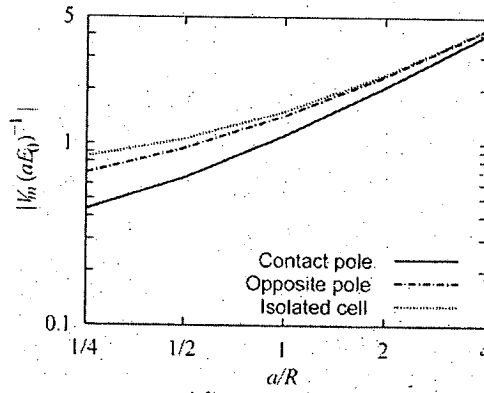
(รูปที่ 20ข) แรงดันเมมเบรนที่ทำให้เป็นบรรทัดฐานจะมีค่าสูงสุดบนเซลล์รูปทรงกลม และลดลงเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความยาวแกนต่อรัศมี. สังเกตว่า พฤติกรรมของแรงดันเมมเบรนในลักษณะนี้ ขึ้นอยู่กับเรขาคณิตของเซลล์ที่พิจารณาตามรูปที่ 15. ถ้าหากเรากำหนดให้ความยาวแกน a มีค่าคงที่ และแปรค่ารัศมี R เราจะได้ว่า แรงดันเมมเบรนเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอเมื่ออัตราส่วน a/R เพิ่มขึ้น. พฤติกรรมดังกล่าว สามารถอธิบายได้โดยใช้หลักการของรัศมีที่มีผล (Influential radius) [28].

ค. คู่เซลล์ที่เยื่อหุ้มเซลล์จำลองด้วยฉนวนสมบูรณ์

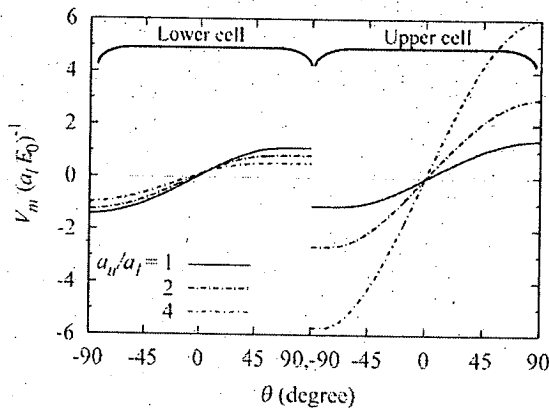
หัวข้อนี้นำเสนอผลการวิเคราะห์แรงดันเมมเบรนของคู่เซลล์ในการจัดเรียงตามรูปที่ 14ข เมื่อเซลล์มีเมมเบรนเซลล์เป็นตัวกลางฉนวนสมบูรณ์. เราเริ่มการวิเคราะห์จากกรณีที่เซลล์ในคู่มีลักษณะเหมือนกัน นั่นคือ $a_l = a_u = a$ และ $R_l = R_u = R$. สังเกตว่า สำหรับเมมเบรนที่เป็นฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์ สภาพนำไฟฟ้า μ_E ภายนอกเซลล์ มีผลต่อเวลาในการอัดประจุให้กับเมมเบรน แต่ไม่ส่งผลต่อค่าในสภาวะคงตัวของแรงดันเมมเบรน. รูปที่ 21 แสดงแรงดันเมมเบรนบนเซลล์ด้านล่างของคู่เซลล์ สำหรับรูปร่างของเซลล์ที่แตกต่างกัน โดยอัตราส่วน a/R แปรค่าตั้งแต่ $1/4$ ถึง 4 . เราสามารถเห็นได้จากรูปว่า แรงดันเมมเบรนของเซลล์มีค่าต่ำลง เมื่อเปรียบเทียบกับค่าในรูปที่ 20ก ของเซลล์เดี่ยว. แรงดันเมมเบรนที่ทำให้เป็นบรรทัดฐานมีค่าลดลงที่ขั้วสัมผัส ($\theta = 90^\circ$) มากกว่าที่ขั้วตรงข้าม ($\theta = -90^\circ$). ผลการคำนวณเชิงเลขในที่นี้สอดคล้องกับผลที่รายงานในกรณีของคู่เซลล์ทรงกลม [30]. รูปที่ 22 แสดงการแปรผันของแรงดันเมมเบรนที่ทำให้เป็นบรรทัดฐานที่ขั้วทั้งสองเมื่อเปลี่ยนแปลงรูปร่างเซลล์. แรงดันเมมเบรนในกรณีของเซลล์เดี่ยวที่ได้จากสมการเชิงวิเคราะห์ [31] แสดงด้วยเส้นจุดในรูปที่ 22 เพื่อให้เห็นการลดลงของแรงดันเมมเบรนอย่างชัดเจน. จากรูปที่ 21 และ 22 เราเห็นได้ว่าการลดลงของแรงดันเมมเบรนเด่นชัดขึ้นเมื่ออัตราส่วน a/R ลดลง. นั่นคือ เห็นเด่นชัดกว่าในกรณีของเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว เมื่อเทียบกับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง.



รูปที่ 21. แรงดันเมมเบรนบนเซลล์ด้านล่างของคู่เซลล์ที่มีลักษณะเหมือนกัน โดยมีอัตราส่วน a/R ต่างๆ

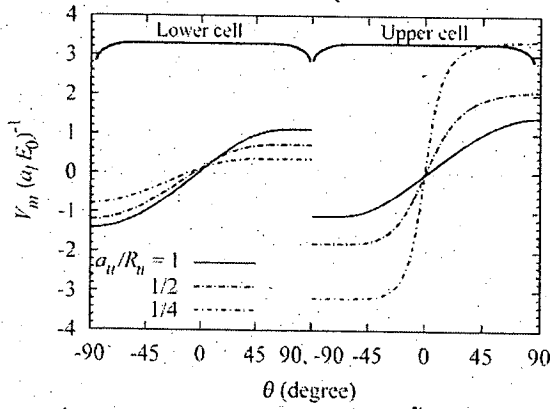


รูปที่ 22. การแปรผันของแรงดันเมมเบรนที่ขั้วของเซลล์ เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วน a/R

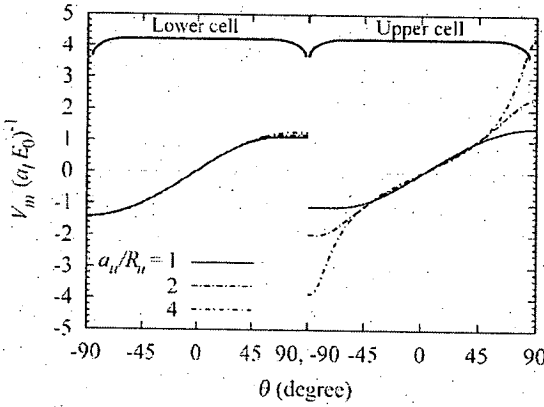


รูปที่ 23. แรงดันเมมเบรนของคู่เซลล์รูปทรงกลมที่มีขนาดแตกต่างกัน

รูปที่ 23 นำเสนอผลของขนาดของเซลล์ที่มีต่อแรงดันเมมเบรน เมื่อเซลล์ในคู่มีรูปร่างทรงกลม ($a_l = R_l$ และ $a_u = R_u$) แต่มีขนาด (รัศมี) แตกต่างกัน. ในที่นี้เราให้เซลล์ด้านบนเป็นเซลล์ที่มีขนาดใหญ่กว่า. ผลการคำนวณในที่นี้คล้ายคลึงกับในเอกสารอ้างอิง [30]. อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยนำมาแสดงในที่นี้ เพื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณในกรณีของเซลล์รูปร่างไม่เป็นทรงกลมด้วย. รูปที่ 23 แสดงศักย์ไฟฟ้าที่ทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วย $a_l E_0$ ของเซลล์ด้านบนและเซลล์ด้านล่างของคู่. จุดสัมผัสระหว่างเซลล์ทั้งสองอยู่ที่ $\theta = 90^\circ$ บนเซลล์ด้านล่าง และ $\theta = -90^\circ$ บนเซลล์ด้านบน. เราสามารถเห็นได้อย่างชัดเจนจากรูปว่า เซลล์ที่มีขนาดใหญ่กว่า (เซลล์ด้านบน) มีแรงดันเมมเบรนสูงกว่า. แรงดันของเซลล์ที่มีขนาดเล็กกว่า (ด้านล่าง) ลดลง เมื่อเซลล์ด้านบนมีขนาดใหญ่มากขึ้น. ผู้วิจัยอ้างอิงลักษณะการลดลงของแรงดันเมมเบรน V_m ว่าเป็นผลจาก "ปรากฏการณ์คลุม (Shielding effect)". สำหรับกระบวนการเชื่อมเซลล์ด้วยไฟฟ้า ค่าแรงดันเมมเบรนที่เหมาะสม (ประมาณ 1 V) มีความสำคัญอย่างยิ่งยวดต่อความสำเร็จหรือประสิทธิภาพของกระบวนการ [26, 36]. รูปที่ 23 ทำให้เราทราบชัดเจนถึง ความยากของกระบวนการเชื่อมเซลล์ด้วยไฟฟ้าระหว่างเซลล์ที่มีขนาดแตกต่างกัน.



(ก) เซลล์ด้านบนเป็นทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว มี $a_u = 10 \mu\text{m}$

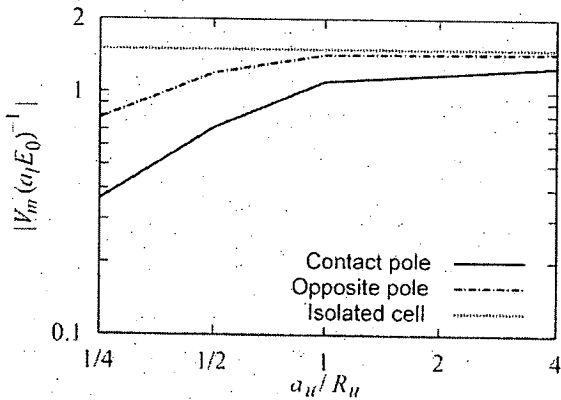


(ข) เซลล์ด้านบนเป็นทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง มี $R_u = 10 \mu\text{m}$

รูปที่ 24. แรงแดันเมมเบรนบนเซลล์ทรงกลมด้านล่าง ($a_l = R_l = 10 \mu\text{m}$) และเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมด้านบน

ผู้วิจัยตรวจสอบเพิ่มเติมถึง ผลของปรากฏการณ์คลุ่ม (Shielding effect) สำหรับคู่เซลล์ที่มีลักษณะรูปร่าง (อัตราส่วนความยาวแกนต่อรัศมี) แตกต่างกัน. ในกรณีนี้ ผู้วิจัยให้เซลล์ด้านล่างมีรูปร่างทรงกลม และแปรค่าอัตราส่วน a_u/R_u ของเซลล์ด้านบนตั้งแต่รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว จนถึงทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง. ในการสังเกตผลของปรากฏการณ์คลุ่ม ที่มีต่อเซลล์ด้านล่าง ผู้วิจัยกำหนดให้เซลล์ด้านล่างมีขนาดเล็กกว่า. นั่นคือ ให้ $a_u = a_l = R_l$ และเพิ่มรัศมี R_u เมื่อเซลล์ด้านบนเป็นทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว. เมื่อเซลล์ด้านบนเป็นทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง ผู้วิจัยให้ $R_u = R_l = a_l$ และเพิ่มความยาวแกน a_u . รูปที่ 24ก และ 24ข แสดงการกระจายของแรงแดันเมมเบรนที่ทำให้เป็นบรรทัดฐานบนคู่เซลล์ เมื่อเซลล์ด้านบนเป็นทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว และทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง ตามลำดับ. สังเกตว่า ค่าที่ใช้ทำให้เป็นบรรทัดฐานของศักย์ไฟฟ้าในรูปทั้งสอง อ้างอิงจากความยาวแกนของเซลล์ด้านล่าง ซึ่งมีค่าเท่ากันทั้งสองกราฟ. จากรูปที่ 24ก เราเห็นได้ชัดเจนว่า ผลของปรากฏการณ์คลุ่มขึ้นอยู่กับรัศมีของเซลล์เป็นหลัก เนื่องจากแรงแดันเมมเบรนของเซลล์ที่มีขนาดเล็กกว่า (ด้านล่าง) ลดลงอย่างชัดเจนเมื่อเซลล์ด้านบนเป็นทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว. อีกทางหนึ่ง ในรูปที่ 24ข เมื่อความยาวแกนของเซลล์ด้านบนเพิ่มขึ้น แรงแดันเมมเบรนของเซลล์ด้าน ณ บริเวณจุดสัมผัสจะมีขนาดเพิ่มขึ้นเล็กน้อย โดยแทบจะไม่เห็นความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นบนบริเวณอื่นของเซลล์ด้านล่าง. เป็นที่สังเกตว่า ขนาดของแรงแดันเมมเบรน ณ จุดสัมผัส ($\theta = -90^\circ$) ของเซลล์ด้านบนในรูปที่ 24ก นั้นสูงกว่าค่าในกรณีของคู่เซลล์ทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว (ที่ $\theta = 90^\circ$ ในรูปที่ 21). ผลดังกล่าวแสดงให้เห็นเช่นกันถึง การลดระดับของปรากฏการณ์คลุ่ม เมื่อเซลล์อีกเซลล์หนึ่งในคู่มิขนาดลดลง. รูปที่ 25 แสดงค่า

สมบูรณของแรงดันเมมเบรนที่ทำให้เป็นบรรทัดฐาน ณ ขั้วของเซลล์ทรงกลมด้านล่างของคู่เซลล์ โดยแสดงเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วน a/R ของเซลล์ทรงคล้ายทรงกลมด้านบน. รูปนี้แสดงให้เห็นว่า เมื่อ a/R ลดลง ขนาดของแรงดันเมมเบรนมีค่าลดลงทั้ง 2 ขั้ว.

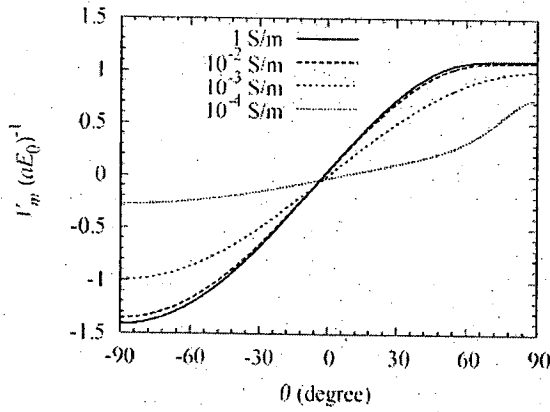


รูปที่ 25. ค่าสมบูรณของแรงดันเมมเบรนที่ทำให้เป็นบรรทัดฐาน บนเซลล์รูปทรงกลมด้านล่างของคู่เซลล์ เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วน a/R ของเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมด้านบน

รูปที่ 24 ได้แสดงให้เห็นชัดเจนว่า ความแตกต่างของแรงดันเมมเบรน ณ จุดสัมผัสระหว่างเซลล์ด้านบนและเซลล์ด้านล่างมีขนาดมากขึ้น เมื่อรัศมีหรือความยาวแกนของเซลล์เพิ่มขึ้น. เซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วมีแรงดันเมมเบรนที่สูงกว่า และทำให้แรงดันเมมเบรนของคู่เซลล์มีขนาดลดลง. เซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้วมีแรงดันเมมเบรนที่สูงกว่าเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว แม้ว่าจะไม่แสดงผลของปรากฏการณ์การคลุมต่อเซลล์ด้านล่างมากนักก็ตาม.

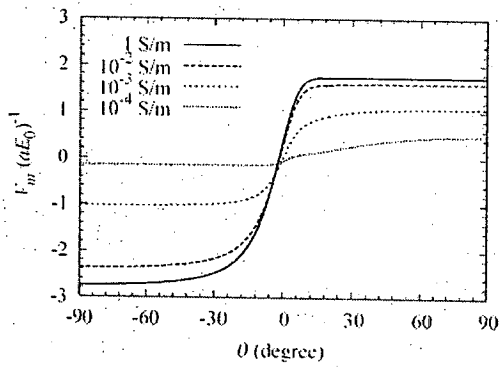
ง. คู่เซลล์เมื่อพิจารณาสภาพนำของเยื่อหุ้มเซลล์

หัวข้อ 3.2.3ข ที่ผ่านมามีได้กล่าวถึง ผลของสภาพนำของตัวกลางภายนอกเซลล์ ที่มีต่อแรงดันเมมเบรน. ในหัวข้อนี้ ผลของสภาพนำถูกตรวจสอบเพิ่มเติม สำหรับการจัดเรียงของเซลล์ในรูปที่ 14ข. รูปที่ 26 แสดงการกระจายของแรงดันเมมเบรนบนเซลล์ด้านล่างของคู่เซลล์รูปทรงกลม ที่มีขนาดของเซลล์ในคู่เท่ากัน ภายในตัวกลางที่มีสภาพนำ μ_E ต่างกัน. เราสามารถเห็นได้จากรูปว่า สภาพนำไฟฟ้าของตัวกลางภายนอกเซลล์ที่ต่ำลง ทำให้แรงดันเมมเบรนมีขนาดลดลง. แรงดันเมมเบรนลดค่าลง ณ บริเวณขั้วด้านล่าง มากกว่า ณ บริเวณขั้วด้านบน ซึ่งเป็นจุดสัมผัสระหว่างคู่เซลล์. เมื่อสภาพนำไฟฟ้าลดต่ำลงเพียงพอ ขนาดของแรงดันเมมเบรน ณ ขั้วสัมผัส มีค่าสูงกว่าแรงดันเมมเบรนที่ขั้วตรงข้าม ดังแสดงในรูปที่ 26. บริเวณที่มีแรงดันเมมเบรนค่าสูงยังมีพื้นที่ลดลง เมื่อลดค่าสภาพนำไฟฟ้าภายนอกเซลล์. ภายใต้เงื่อนไขดังกล่าว เราสามารถทำให้เมมเบรนแตกตวามเฉพาะบริเวณจุดสัมผัสเท่านั้น.

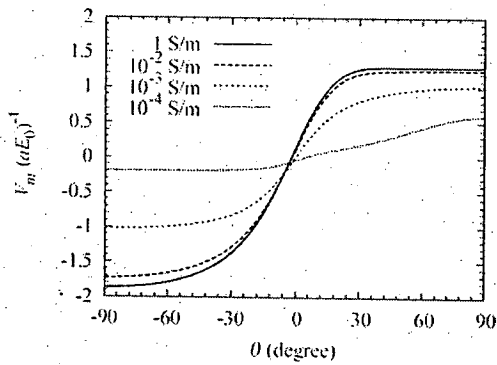


รูปที่ 26. การแปรผันของการกระจายแรงดันเมมเบรน บนเซลล์ด้านล่างของคู่เซลล์ทรงกลมที่มีรูปร่างเหมือนกัน ภายในตัวกลางนอกเซลล์ที่มีค่าสภาพนำต่าง ๆ

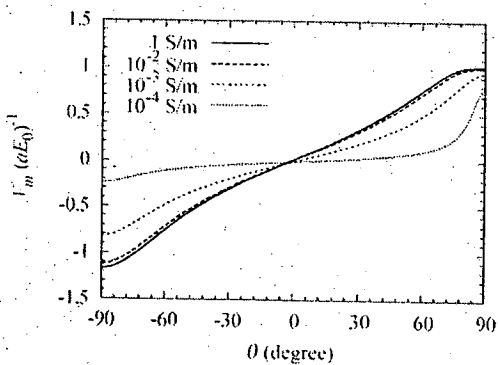
การแปรผันของแรงดันเมมเบรนเนื่องจาก μ_E สำหรับคู่เซลล์ที่มีรูปร่างไม่เป็นทรงกลม แสดงในรูปที่ 27 เมื่อเซลล์ในคู่มีรูปร่างเหมือนกัน. จากรูปที่ 24 เราสามารถสังเกตได้ว่า แรงดันเมมเบรนมีระดับการลดลงที่สูงขึ้นที่ขั้วด้านล่าง มากกว่าที่ขั้วด้านบน ซึ่งเป็นไปในทางเดียวกับรูปที่ 26 สำหรับเซลล์รูปทรงกลม.



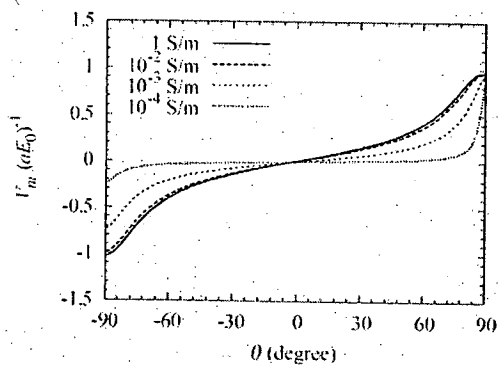
(ก) $a/R = 1/4$



(ข) $a/R = 1/2$



(ค) $a/R = 2$



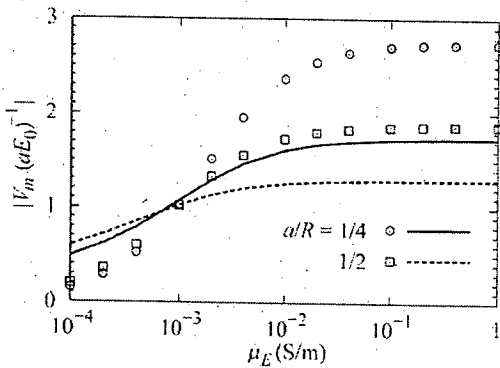
(ง) $a/R = 4$

รูปที่ 27. การแปรผันของการกระจายแรงดันเมมเบรน บนเซลล์ด้านล่างของคู่เซลล์ที่มีรูปร่างเหมือนกัน

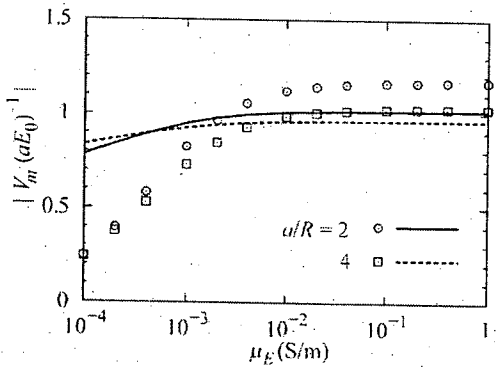
เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 26 และรูปที่ 27 ในกรณีของเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว พื้นที่ที่มีแรงดันเมมเบรนสูงในรูปที่ 27ก และ 27ข ยังคงมีขนาดกว้างแม้ว่าสภาพนำไฟฟ้าภายนอกเซลล์มีค่าต่ำมาก. โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่ออัตราส่วน a/R มีค่าต่ำ (รูปที่ 27ก) การจำกัดบริเวณที่มีแรงดันเมมเบรนสูงเป็นไปได้

ยากมาก. สำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง ผลของสภาพนำไฟฟ้าที่มีต่อแรงดันเมมเบรนที่ขั้วสัมผัส (ขั้วบน) มีค่อนข้างน้อย ดังแสดงในรูปที่ 14ค และ 14ง. อย่างไรก็ตาม บริเวณที่มีแรงดันเมมเบรนสูงใกล้กับจุดสัมผัส มีพื้นที่ลดลง เมื่อลดค่า μ_E . ที่ขั้วด้านตรงข้าม การลดลงของ μ_E ลดขนาดแรงดันเมมเบรนที่เกิดขึ้น แต่การกระจายของแรงดันยังคงมีลักษณะเหมือนเดิมโดยประมาณ.

ขนาดของแรงดันเมมเบรนที่ขั้วทั้งสองของเซลล์ ถูกแสดงเป็นฟังก์ชันของสภาพนำภายนอกเซลล์ในรูปที่ 28ก สำหรับคู่เซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว และรูปที่ 28ข สำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง. เส้นและสัญลักษณ์ในรูปแสดงค่าของแรงดันเมมเบรน ณ ขั้วสัมผัส และขั้วตรงข้าม ตามลำดับ. จากรูปเราสามารถเห็นได้ว่า ขนาดของแรงดันเมมเบรนมีค่าต่ำลงที่จุดสัมผัส มากกว่าที่ขั้วตรงข้าม. อย่างไรก็ตาม เราสามารถลดความแตกต่างระหว่างแรงดันที่ทั้งสองขั้วได้ โดยการลดสภาพนำ μ_E . เมื่อสภาพนำ μ_E มีค่าต่ำมาก ศักย์ไฟฟ้าจะมีค่าสูงกว่า ณ ขั้วสัมผัส.



(ก) ทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว



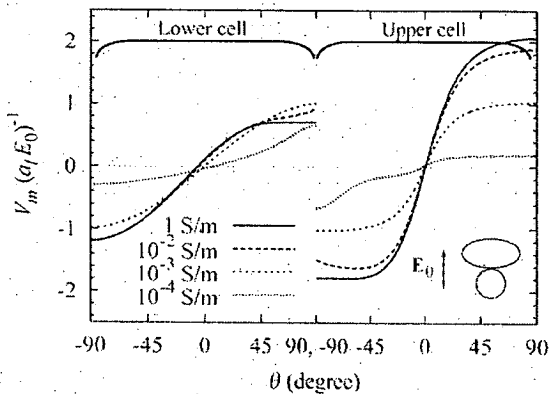
(ข) ทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง

รูปที่ 28. ค่าสัมบูรณ์ของแรงดันเมมเบรนที่ทำให้เป็นบรรทัดฐาน ที่ขั้วสัมผัส(เส้น) และที่ขั้วตรงข้าม (สัญลักษณ์) สำหรับคู่เซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมที่มีลักษณะเหมือนกัน

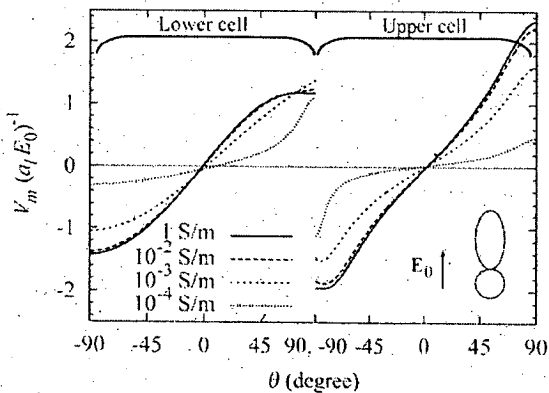
ตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่าอิมิตัว (เมื่อ μ_E เท่ากับ 1 S/m) ของแรงดันเมมเบรนที่ทำให้เป็นบรรทัดฐาน ที่จุดสัมผัสของเซลล์ เมื่อพิจารณาเมมเบรนเป็นตัวกลางที่มีสภาพนำ (รูปที่ 28) และเมื่อเมมเบรนเป็นฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์. ตารางนี้แสดงให้เห็นว่า ความแตกต่างระหว่างค่าแรงดันเมมเบรนมีน้อยมากสำหรับเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว และความแตกต่างมีค่าเพิ่มขึ้นตามอัตราส่วน a/R . เนื่องจากความแตกต่างมีค่าเพียง 5.83% สำหรับ $a/R = 4$ เราจึงอาจใช้โมเดลของเมมเบรนแบบฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์สำหรับประมาณแรงดันเมมเบรนได้ สำหรับเซลล์ที่ได้พิจารณาในงานวิจัยนี้.

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบแรงดันเมมเบรนในกรณีของฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์ และตัวกลางนำไฟฟ้า

a/R	$V_m(aE_0)^{-1}$ ที่จุดสัมผัส		
	เมมเบรน ฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์	เมมเบรนมีสภาพ นำไฟฟ้า	ความ แตกต่าง (%)
1/4	1.740	1.733	0.40
1/2	1.299	1.292	0.54
1	1.105	1.098	0.64
2	2.065	2.034	1.52
4	4.036	3.850	5.83



(ก) เซลล์ด้านบนเป็นรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว มี $a_u = 10 \mu\text{m}$ และ $a_u R_u = 1/2$



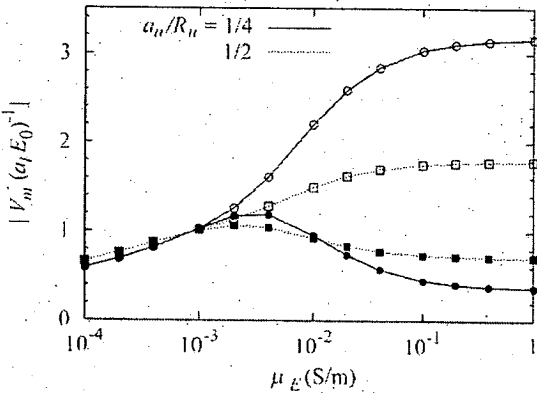
(ข) เซลล์ด้านบนเป็นรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง มี $R_u = 10 \mu\text{m}$ และ $a_u R_u = 2$

รูปที่ 29. แรงดันเมมเบรนบนเซลล์รูปทรงกลม ($a_l = R_l = 10 \mu\text{m}$) ด้านล่างของคู่เซลล์ และบนเซลล์รูปทรงรี ด้านบนของคู่เซลล์

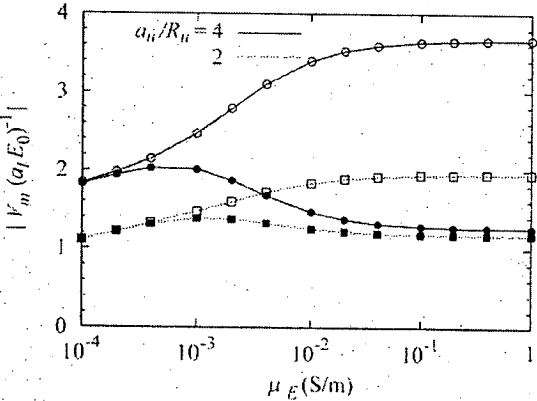
เมื่อเซลล์ที่ประกอบขึ้นเป็นคู่เซลล์มีลักษณะรูปร่างที่แตกต่างกัน พฤติกรรมของแรงดันเมมเบรนจะมีความซับซ้อนมากขึ้น. การกระจายของแรงดันเมมเบรนแสดงในรูปที่ 29 สำหรับคู่ของเซลล์รูปทรงกลม ด้านล่าง และเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมด้านบน. ในลักษณะเดียวกันกับกรณีของเมมเบรนที่เป็นฉนวนไฟฟ้าสมบูรณ์ก่อนหน้านี้ ผู้วิจัยให้ $a_u = a_l$ ในกรณีของเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว และ $R_u = R_l$ สำหรับทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง เพื่อให้เซลล์ด้านล่างเป็นเซลล์ที่มีขนาดเล็กกว่า. ดังแสดงในรูป แรงดันเมมเบรนในตัวนำที่มีสภาพนำต่ำ มีค่าลดลงบนเซลล์ทั้งคู่ ยกเว้นบริเวณใกล้กับจุดสัมผัส (ขั้วบน) ของเซลล์รูปทรงกลม

ด้านล่าง. ในบริเวณนี้ แรงดันเมมเบรนอาจลดลง หรือเพิ่มขึ้น เมื่อลดสภาพนำไฟฟ้าของตัวกลางภายนอก. บนเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมด้านบน ศักย์ไฟฟ้าลดลงอย่างมากที่ขั้วบน เมื่อเทียบกับที่ขั้วล่าง.

รูปที่ 30ก และ 30ข แสดงค่าสัมบูรณ์ของแรงดันเมมเบรนที่จุดสัมผัสระหว่างเซลล์รูปทรงคล้ายทรงกลมด้านบน และเซลล์รูปทรงกลมด้านล่าง เป็นฟังก์ชันของสภาพนำไฟฟ้าภายนอกเซลล์ สำหรับกรณีทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว และทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง ตามลำดับ. ในรูปดังกล่าว สัญลักษณ์เปิด และสัญลักษณ์ทึบ แสดงค่าแรงดันเมมเบรนของเซลล์ด้านบนและเซลล์ด้านล่าง ตามลำดับ. เราเห็นได้ชัดเจนจากรูปว่า เมื่อลดสภาพนำไฟฟ้าของตัวกลางนอกเซลล์ลง แรงดันเมมเบรนที่จุดสัมผัสของทั้งสองเซลล์มีค่าเข้าสู่ค่าเดียวกัน. ที่สภาพนำไฟฟ้าภายนอกเซลล์ที่ต่ำ แรงดันเมมเบรนที่จุดสัมผัสแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย ในกรณี $a_l/R_u = 2$ และ 4 (รูปที่ 20ข). ดังนั้น โดยการใช้ตัวกลางภายนอกเซลล์ที่มีสภาพนำไฟฟ้าต่ำเพียงพอ แรงดันเมมเบรนที่สภาวะคงตัวของคู่อุเซลล์ ณ จุดสัมผัส ถูกกำหนดด้วยความยาวแกนของเซลล์เป็นหลัก.



(ก) เซลล์ด้านบนมีรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนขั้ว โดย $a_u = 10\ \mu\text{m}$



(ข) เซลล์ด้านบนมีรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง โดย $R_u = 10\ \mu\text{m}$

รูปที่ 30. ค่าสัมบูรณ์ของแรงดันเมมเบรน ณ ขั้วสัมผัส เป็นฟังก์ชันของสภาพนำ สำหรับกรณีที่เซลล์ด้านล่างของคู่อุเซลล์มีรูปร่างทรงกลม ($a_l = R_l = 10\ \mu\text{m}$)

3.3 สนามไฟฟ้าและระบบอนุภาคทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างในระบบฉนวน

สวิตช์เกียร์แบบฉนวนก๊าซ (Gas insulated switchgears, GIS) และสายส่งแบบฉนวนก๊าซ (Gas-insulated transmission lines) ถูกใช้อย่างกว้างขวางในระบบไฟฟ้ากำลัง เพื่อเพิ่มความเชื่อถือได้ในการทำงานและความปลอดภัย รวมถึงเพื่อลดขนาดของอุปกรณ์. ฉนวนของ GIS และ GITL สามารถได้รับผลกระทบอย่างมากจากการมีอยู่ของอนุภาคภายในระบบ. โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อนุภาคตัวนำสามารถรับประจุจากอิเล็กโตรด เมื่อสัมผัสกับอิเล็กโตรดภายใต้สนามไฟฟ้า. ผลของอนุภาคทำให้เกิดดิสชาร์จหรือเบรกดาวน์ในฉนวนก๊าซได้ง่ายขึ้น [37, 38].

การเคลื่อนที่ของอนุภาคตัวนำภายใต้สนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอในอากาศหรือก๊าซ SF₆ ได้ถูกศึกษาโดยคณะนักวิจัยต่างๆ [38-42]. อนุภาคมักถูกพิจารณาว่ามีรูปร่างเป็นทรงกลมหรือทรงกระบอก. การวิเคราะห์ประจุเหนี่ยวนำ และแรงไฟฟ้าสถิตบนอนุภาคที่สัมผัสกับอิเล็กโตรด เป็นพื้นฐานสำคัญในการทำ ความเข้าใจการเคลื่อนที่ของอนุภาค. ตัวอย่างเช่น ประจุและแรงบนอนุภาคทรงกลมถูกวิเคราะห์โดย Felici [43] และโดย Hara และ Akazaki [44]. สำหรับอนุภาครูปร่างเส้นลวด เรามักใช้รูปร่างทรงกระบอกสัมผัสกับอิเล็กโตรดในการประมาณขนาดของสนามไฟฟ้าและแรง [40, 45]. ทั้งนี้เพราะว่า ประจุและแรงบนอนุภาคมีขนาดเพิ่มขึ้น เมื่ออนุภาคยื่นอยู่บนอิเล็กโตรด โดยเปรียบเทียบกับกรณีที่อนุภาควางตัวนอนอยู่บนอิเล็กโตรด. ภายใต้สนามไฟฟ้าแบบไม่สม่ำเสมอ อนุภาคอาจเคลื่อนที่ตามแนวผิวของอิเล็กโตรด ไปยังบริเวณที่มีสนามไฟฟ้าสูงกว่าตำแหน่งปัจจุบัน และยกตัวขึ้นจากอิเล็กโตรดได้ในที่สุด [40, 45]. การเคลื่อนที่ของอนุภาครูปร่างเส้นลวดมีความซับซ้อนมากกว่า และขึ้นอย่างมากกับปรากฏการณ์โคโรนาดิสชาร์จที่ปลายของอนุภาค [38, 40].

ในทางปฏิบัติ อนุภาคอิสระภายในระบบฉนวนก๊าซมีรูปร่างที่หลากหลาย ไม่จำกัดอยู่ที่ทรงกลมหรือเส้นปลายแหลม. ประจุเหนี่ยวนำและแรงสำหรับอนุภาคที่มีรูปร่างไม่เป็นทรงกลมยังไม่ได้ได้รับการวิเคราะห์อย่างสมบูรณ์ในงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีต. ทั้งนี้ ไม่มีผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ในรูปปิด (Closed form) สำหรับอนุภาครูปร่างไม่เป็นทรงกลมที่อยู่ใกล้กับหรือสัมผัสกับอิเล็กโตรด. แม้ว่า เราสามารถนำวิธีเชิงเลขมาหาคำนวณสนามไฟฟ้าบนอนุภาคที่มีรูปร่างใดๆ ได้ การคำนวณสนามไฟฟ้าให้ได้ความแม่นยำสูงยังคงทำได้ยาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อสนามไฟฟ้าในระบบที่พิจารณาเป็นแบบสามมิติโดยสมบูรณ์.

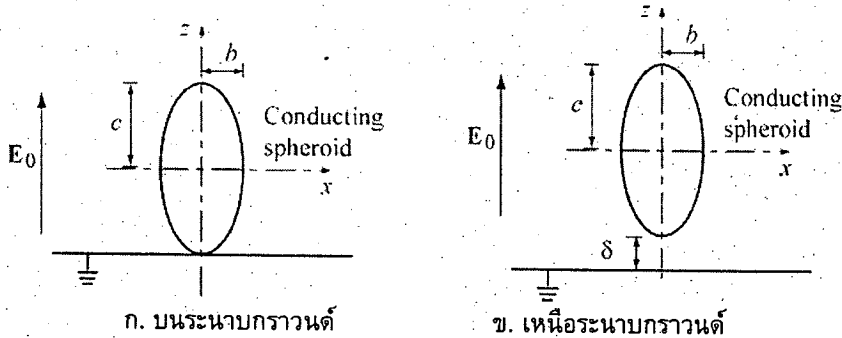
งานวิจัยในส่วนนี้ของโครงการได้วิเคราะห์ประจุเหนี่ยวนำ สนามไฟฟ้า แรงไฟฟ้าสถิต และแรงบิดไฟฟ้าสถิต ในรูปแบบการจัดเรียงของอนุภาคทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง เพื่อประมาณอนุภาคที่มีลักษณะไม่เป็นทรงกลม. การใช้รูปลักษณะแบบทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างทำให้เราสามารถแปรรูปร่างของอนุภาคในการวิเคราะห์ ตั้งแต่กรณีที่อนุภาคมีรูปร่างคล้ายทรงกลม จนถึงกรณีที่อนุภาคมีรูปร่างคล้ายเส้นลวด โดยที่ยังคงสามารถประยุกต์ใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในการคำนวณสนามไฟฟ้าได้อย่างแม่นยำสูง. วิธีเชิงวิเคราะห์ที่ใช้ในการคำนวณสนามไฟฟ้าในงานวิจัยนี้ได้แก่ วิธีจางมัลติโพล.

หัวข้อต่อไปนี้จะนำเสนอรายละเอียดของรูปแบบการจัดเรียง วิธีวิเคราะห์ และผลการวิเคราะห์ที่ได้ โดยแยกเนื้อหาออกเป็น กรณีของการจัดเรียงแบบสมมาตรรอบแกนหมุน และกรณีที่เป็นแบบสามมิติโดยสมบูรณ์ซึ่งไม่สามารถลดรูปเป็นแบบสมมาตรรอบแกนหมุนได้.

3.3.1 รูปแบบการจัดเรียงในการวิเคราะห์

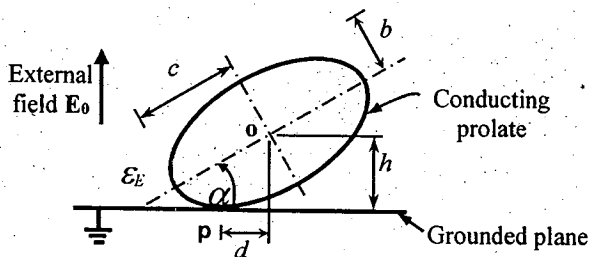
รูปที่ 31 แสดงรูปแบบการจัดเรียงที่ใช้ในการวิเคราะห์ สำหรับกรณีของการจัดเรียงแบบสนามไฟฟ้าสมมาตรรอบแกนหมุน. ในรูปที่ 31ก ตัวนำทรงคล้ายทรงกลมยื่นตั้งอยู่บนระนาบกราวนด์ ในขณะที่ตัวนำทรง

คล้ายทรงกลมอยู่สูงจากระนาบกราวด์เป็นระยะ δ ในรูปที่ 31ข. สภาพยอมของตัวกลางภายนอกมีค่าเท่ากับ ϵE ซึ่งเท่ากับ ϵ_0 ในกรณีที่เป็นก๊าซหรือสุญญากาศ. ทรงคล้ายทรงกลมในรูปที่ 31ก มีศักย์ไฟฟ้าเท่ากับศูนย์ และอยู่ภายใต้สนามไฟฟ้าภายนอกสม่ำเสมอ E_0 ในทิศทางแนวตั้ง (z). สำหรับรูปที่ 31ข ทรงคล้ายทรงกลมมีศักย์ไฟฟ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของการอัดประจุ ซึ่งจะพิจารณาทั้งในกรณีที่ได้รับการอัดประจุและไม่ได้รับการอัดการประจุ.



รูปที่ 31. รูปแบบการจัดเรียงแบบสมมาตรรอบแกนหมุนที่ใช้ในการวิเคราะห์.

รูปที่ 32 แสดงการจัดเรียงของทรงคล้ายทรงกลมตัวนำบระนาบกราวด์ ซึ่งมีสนามไฟฟ้ากระจายแบบสามมิติทั่วไป ไม่สมมาตรรอบแกนหมุน. ในรูปที่ 32 ทรงคล้ายทรงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด o และสัมผัสกับระนาบกราวด์ด้านล่าง โดยแกนเอกของทรงคล้ายทรงกลมทำมุมเอียง α กับระนาบกราวด์.



รูปที่ 32. รูปแบบการจัดเรียงของทรงคล้ายทรงกลมตัวนำที่ทำมุม α กับระนาบกราวด์ ภายใต้สนามไฟฟ้าภายนอก.

เมื่อให้รัศมีของทรงคล้ายทรงกลมในแนวแกนเอกและแกนโทเท่ากับ b และ c ตามลำดับ พื้นที่ผิวของทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างแสดงได้ตามสมการ

$$S = 2\pi b^2 \left[1 + \frac{c}{b} \frac{\arccos(b/c)}{\sqrt{1-(b/c)^2}} \right] \quad (58)$$

และปริมาตรของทรงคล้ายทรงกลมเป็นไปตามสมการ

$$V = \frac{4}{3} \pi c b^2. \quad (59)$$

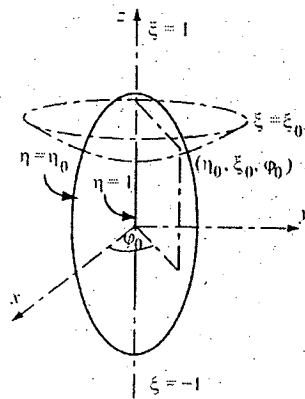
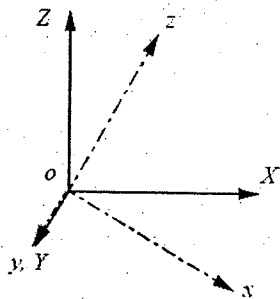
สำหรับการจัดเรียงในรูปที่ 32 ระยะห่าง d ตามแนวนอน และระยะ h ตามแนวตั้ง ระหว่างจุดสัมผัส p และจุดศูนย์กลาง o ของทรงคล้ายทรงกลม เป็นฟังก์ชันของ b , c และ α ดังต่อไปนี้

$$d = \frac{(c^2 - b^2) \sin \alpha}{\sqrt{b^2 + c^2 \tan^2 \alpha}} \quad (60)$$

$$h = \sqrt{b^2 + c^2 \tan^2 \alpha} \cos \alpha. \quad (61)$$

การจัดเรียงแบบที่ทรงคล้ายทรงกลมทำมุมเอียงกับระนาบกราวนด์ จะใช้ระบบพิกัดคาร์ทีเซียนสองระบบ ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้า ดังแสดงในรูปที่ 33ก. พิกัดชุดแรก (X, Y, Z) เป็นพิกัดที่อ้างอิงตามทิศทางของสนามไฟฟ้าภายนอกในแนวแกน Z และกราวนด์อยู่บนระนาบ XY . พิกัดที่สอง (x, y, z) เป็นพิกัดเฉพาะที่อ้างอิงตามแนวแกนของทรงคล้ายทรงกลม โดยแกนเอกของทรงคล้ายทรงกลมอยู่ในแนวแกน z . พิกัดที่สองได้จากการหมุนพิกัดแรกรอบแกน Y ไปเป็นมุม $90^\circ - \alpha$ นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \alpha & 0 & \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (62)$$



ก. พิกัดคาร์ทีเซียน

ข. พิกัดทรงคล้ายทรงกลม

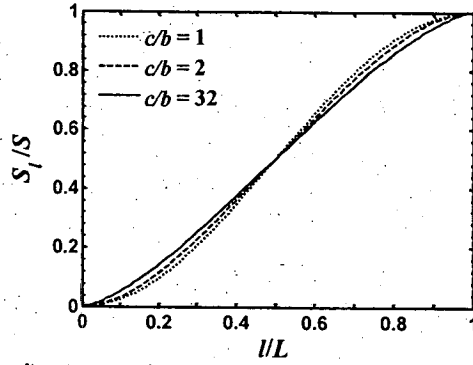
รูปที่ 33. พิกัดคาร์ทีเซียนสองชุดที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์สนามไฟฟ้า และพิกัดทรงคล้ายทรงกลม

ความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดทรงคล้ายทรงกลมแบบข้าง (η, ξ, φ) ที่มีจุดโฟกัสอยู่ที่ $\pm a$ บนแกน z กับพิกัดคาร์ทีเซียนแสดงอยู่ในรูปที่ 33ข โดย

$$\begin{aligned} x &= a\sqrt{\eta^2 - 1}\sqrt{1 - \xi^2} \cos \varphi \\ y &= a\sqrt{\eta^2 - 1}\sqrt{1 - \xi^2} \sin \varphi \\ z &= a\eta\xi \end{aligned} \quad (63)$$

เมื่อ $\eta \geq 1$, $-1 \leq \xi \leq 1$ และ $0 \leq \varphi < 2\pi$. ในระบบพิกัดทรงคล้ายทรงกลม พื้นผิว $\eta > 1$ เป็นผิวของทรงคล้ายทรงกลมแบบข้างที่มีความยาวรีมีเท่ากับ $c = a\eta$ และ $b = a(\eta^2 - 1)^{1/2}$ ในแนวแกนเอกและแกนโท ตามลำดับ. สังเกตว่า $c^2 - b^2 = a^2$.

ในการแสดงผลการวิเคราะห์ที่ได้ในหัวข้อต่อไป ผู้วิจัยนิยาม l เป็นความยาวผิวโค้งวัดจากขั้วบนของทรงคล้ายทรงกลม และ L เป็นความยาวผิวโค้งทั้งหมดระหว่างขั้วบนและขั้วล่างของทรงคล้ายทรงกลม. พื้นผิวที่ได้จากการหมุนเส้นโค้ง l รอบแกนเอกของทรงคล้ายทรงกลมถูกนิยามด้วยสัญลักษณ์ S_l . รูปที่ 34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนพื้นผิว S_l/S เป็นฟังก์ชันของความยาวที่ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐาน l/L ซึ่งเป็นอิสระไม่ขึ้นกับขนาดของทรงคล้ายทรงกลม แต่ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนความยาวแกน c/b เท่านั้น



รูปที่ 34. อัตราส่วนพื้นผิว S_1 ต่อพื้นผิวรวม S ของทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง

3.3.2 วิธีวิเคราะห์

ก. ฮาร์โมนิกส์ของศักย์ไฟฟ้า

ในงานวิจัยส่วนนี้ สนามไฟฟ้าในรูปแบบการจัดเรียงของปัญหาถูกคำนวณด้วยวิธีเงามัลติโพลในพิกัดทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง [6]. ผลตอบฮาร์โมนิกส์เชิงทั่วไปของสมการลาปลาซในพิกัดทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างเป็นผลรวมของฮาร์โมนิกส์ในระบบพิกัดดังกล่าว. สำหรับทรงคล้ายทรงกลมที่กำหนดด้วย $\eta = \eta_0$ เราสามารถเขียนศักย์ไฟฟ้า ψ_{ext} ซึ่งเกิดจากประจุใดๆ ที่อยู่ภายนอกทรงคล้ายทรงกลมได้เป็น

$$\psi_{ext} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_{n,m}(\eta) P_{n,m}(\xi) [L_{n,m}^c \cos m\varphi + L_{n,m}^s \sin m\varphi] \quad (64)$$

โดยที่ $P_{n,m}$ เป็นฟังก์ชันเลอจองดร์รวมชนิดที่หนึ่งอันดับ (n, m) และ $L_{n,m}^c$ กับ $L_{n,m}^s$ เป็นสัมประสิทธิ์จำนวนจริงของศักย์ไฟฟ้า. ศักย์ไฟฟ้า ψ_{ext} เหนี่ยวนำให้เกิดประจุบนผิวของทรงคล้ายทรงกลม. ประจุเหนี่ยวนำทำให้เกิดศักย์ไฟฟ้า ψ_{ind} ขึ้น ซึ่งสามารถแสดงในรูปของ

$$\psi_{ind} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n Q_{n,m}(\eta) P_{n,m}(\xi) [B_{n,m}^c \cos m\varphi + B_{n,m}^s \sin m\varphi] \quad (65)$$

โดย $Q_{n,m}$ เป็นฟังก์ชันเลอจองดร์รวมชนิดที่สอง. สังเกตว่า $Q_{n,m}$ ลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อ $\eta \rightarrow \infty$. ดังนั้น ศักย์ไฟฟ้าลัพธ์ภายนอกทรงคล้ายทรงกลม ($\eta \geq \eta_0$) จึงแสดงได้เป็น

$$\psi = \psi_{ext} + \psi_{ind} \quad (66)$$

สำหรับกรณีที่มีสนามไฟฟ้ามีลักษณะสมมาตรรอบแกน z ดังในรูปที่ 31 เราสามารถลดรูปของสมการศักย์ไฟฟ้าได้เป็น

$$\psi_{ext} = \sum_{n=0}^{\infty} L_n P_n(\eta) P_n(\xi) \quad (67)$$

$$\psi_{ind} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n Q_n(\eta) P_n(\xi) \quad (68)$$

เมื่อ P_n และ Q_n เป็นฟังก์ชันเลอจองดร์อันดับที่หนึ่งและสองตามลำดับ. การจัดเรียงของทรงคล้ายทรงกลมในรูปที่ 32 มีสนามไฟฟ้าที่สมมาตรเมื่อเทียบกับระนาบ $\varphi = 0^\circ$. ดังนั้น เราลดรูปสมการของศักย์ไฟฟ้าจากสมการที่ (64) และ (65) ลงเป็น

$$\psi_{ext} = \sum_{n,m} L_{n,m} P_{n,m}(\eta) P_{n,m}(\xi) \cos m\varphi \quad (69)$$

$$\psi_{ind} = \sum_{n,m} B_{n,m} Q_{n,m}(\eta) P_{n,m}(\xi) \cos m\varphi \quad (70)$$

โดยที่เราพิจารณาได้ว่า $B_{n,m}$ เป็นมัลติโพลอันดับที่ (n, m) ที่อยู่ ณ จุดกำเนิดของระบบพิกัด.

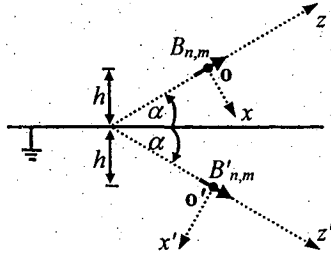
ข. เงามัลติโพลที่เกิดจากระนาบกราวนด์

พิจารณามัลติโพล $B_{n,m}$ ณ จุด o ซึ่งอยู่ที่ความสูง h เหนือระนาบกราวนด์ ดังแสดงในรูปที่ 35. ทิศทางของมัลติโพล (แกน z) ทำมุม α กับระนาบกราวนด์. ศักย์ไฟฟ้า ψ_B เนื่องจากมัลติโพล คือ

$$\psi_B = B_{n,m} Q_{n,m}(\eta) P_{n,m}(\xi) \cos m\varphi \quad (71)$$

เพื่อให้เงื่อนไขศักย์ไฟฟ้าเท่ากับศูนย์บนระนาบกราวนด์เป็นจริง เราจะวางเงามัลติโพล $B'_{n,m}$ ที่จุด o' ในระบบพิกัด (x', y', z') ณ ระยะห่าง h ต่ำลงมาจากผิวของระนาบ ดังแสดงในรูปที่ 35. ขนาด $B'_{n,m}$ ของเงามัลติโพล คือ

$$B'_{n,m} = (-1)^{m+1} B_{n,m} \quad (72)$$



รูปที่ 35. เงามัลติโพล $B'_{n,m}$ ของมัลติโพล $B_{n,m}$ ที่เกิดจากระนาบกราวนด์

ค. เงามัลติโพลที่เกิดจากทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างต่อลงกราวนด์

พิจารณามัลติโพล $B_{n,m}$ ที่อยู่นอกทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างต่อลงกราวนด์ ซึ่งมีศูนย์กลางอยู่ที่จุด o . เรากระจายศักย์ไฟฟ้า ψ_B เนื่องจากมัลติโพลนี้ รอบจุด o ในระบบพิกัด (η, ξ, φ) ของทรงคล้ายทรงกลมได้เป็น

$$\psi_B = \sum_{i,j} L_{i,j} P_{i,j}(\eta) P_{i,j}(\xi) \cos(j\varphi) \quad (73)$$

โดย $L_{i,j}$ เป็นสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการกระจายพจน์ศักย์ไฟฟ้า. $L_{i,j}$ คำนวณได้จาก [21]

$$L_{i,0} = \frac{2i+1}{4\pi P_{i,0}(\eta)} \int_{-1}^1 \int_{-\pi}^{\pi} \psi_B P_{i,0}(\xi) d\varphi d\xi \quad (74)$$

และ

$$L_{i,j} = \frac{(2i+1)(i-j)!}{2\pi(i+j)! P_{i,j}(\eta)} \int_{-1}^1 \int_{-\pi}^{\pi} \psi_B P_{i,j}(\xi) \cos(j\varphi) d\varphi d\xi \quad (75)$$

ให้มัลติโพล $B'_{i,j}$ ณ จุดศูนย์กลางของทรงคล้ายทรงกลมเป็นเงามัลติโพลของ $B_{n,m}$. ศักย์ไฟฟ้าลัพธ์ ψ ภายนอกทรงคล้ายทรงกลม ($\eta \geq \eta_0$) จะอยู่ในรูปของ

$$\psi = \sum_{i,j} [L_{i,j} P_{i,j}(\eta) + B'_{i,j} Q_{i,j}(\eta)] P_{i,j}(\xi) \cos(j\varphi) \quad (76)$$

จากเงื่อนไขศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์บนผิวของทรงคล้ายทรงกลม เราสามารถคำนวณหาขนาดของเงามัลติโพลได้

$$B'_{i,j} = -\frac{P_{i,j}(\eta_0)}{Q_{i,j}(\eta_0)} L_{i,j} \quad \text{สำหรับ } i \geq 0. \quad (77)$$

ง. ขั้นตอนการคำนวณ

รูปที่ 36. แสดงขั้นตอนการคำนวณสำหรับรูปแบบการจัดเรียงของทรงคล้ายทรงกลมในรูปที่ 31 และ 32. การคำนวณเริ่มด้วยศักย์ไฟฟ้า ϕ_0 เนื่องจากสนามไฟฟ้า E_0 ในระบบพิกัดทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง (η, ξ, φ).

$$\phi_0 = -(h + Z)E_0 = \sum_{n,m} L_{n,m} P_{n,m}(\eta) P_{n,m}(\xi) \cos(m\varphi) \quad (78)$$

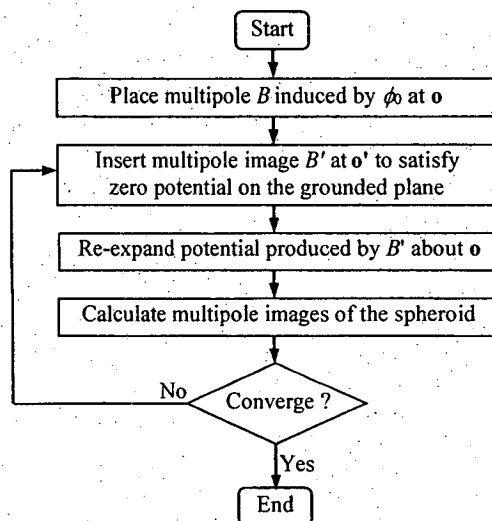
โดย $L_{0,0} = -hE_0$, $L_{1,0} = -a \sin \alpha E_0$ และ $L_{1,1} = a \cos \alpha E_0$.

จากเงื่อนไขขอบเขตบนผิวของทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง เราหามัลติโพลเหนี่ยวนำ $B_{n,m}$ ที่จุด o จาก $L_{n,m}$ โดยใช้สมการที่ (52). นั่นคือ

$$\begin{aligned} B_{0,0} &= [P_{0,0}(\eta_0)/Q_{0,0}(\eta_0)] h E_0 \\ B_{1,0} &= [P_{1,0}(\eta_0)/Q_{1,0}(\eta_0)] a \sin \alpha E_0 \\ B_{1,1} &= -[P_{1,1}(\eta_0)/Q_{1,1}(\eta_0)] a \cos \alpha E_0 \end{aligned} \quad (79)$$

ต่อไป เราวางเงามัลติโพล $B'_{n,m}$ ที่เกิดจากระนาบการวนที่จุด o' เพื่อให้เงื่อนไขศักย์ไฟฟ้าเท่ากับศูนย์บนระนาบการวนเป็นจริง โดยใช้สมการที่ (72). หลังจากนั้น เรากระจายพจน์ของศักย์ไฟฟ้าเนื่องจาก $B'_{n,m}$ รอบจุด o และคำนวณเงามัลติโพล เพื่อให้เงื่อนไขขอบเขตบนผิวของทรงคล้ายทรงกลมเป็นจริงอีกครั้งหนึ่ง. อินทิกรัลเชิงเลขถูกใช้ในการหาค่าสมการที่ (74) และ (75). การประยุกต์ใช้เงามัลติโพลและการกระจายพจน์ศักย์ไฟฟ้าซ้ำถูกทำซ้ำอย่างต่อเนื่อง จนกว่าศักย์ไฟฟ้าบนผิวของทรงคล้ายทรงกลมเข้าสู่ค่าตอบ.

การคำนวณในงานวิจัยนี้ใช้อันดับสูงสุดของฮาร์มอนิกส์เท่ากับ 20 ในกรณีของสนามไฟฟ้าแบบสามมิติ และมากกว่า 200 ในกรณีของการจัดเรียงแบบสมมาตรรอบแกนหมุน. ผู้วิจัยได้ทดสอบค่าศักย์ไฟฟ้าบนผิวของทรงคล้ายทรงกลม และบนผิวของระนาบการวนพบว่า มีค่าต่างจากศูนย์ไม่เกิน $5 \times 10^{-6} cE_0$.



รูปที่ 36. ขั้นตอนการคำนวณสนามไฟฟ้าในการจัดเรียงของทรงคล้ายทรงกลม

จ. สนามไฟฟ้า ประจุเหนี่ยวนำ และแรงไฟฟ้าสถิต

จากฮาร์มอนิกส์ของศักย์ไฟฟ้า เราสามารถหาสนามไฟฟ้า E บนผิวของทรงคล้ายทรงกลมได้. สนามไฟฟ้าในทิศทาง η แสดงได้เป็น

$$E_\eta = -\frac{1}{h_\eta} \sum_{n,m} [L_{n,m} P'_{n,m}(\eta) + B_{n,m} Q'_{n,m}(\eta)] P_{n,m}(\xi) \cos(m\varphi) \quad (80)$$

เมื่อเครื่องหมาย ' แสดงอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลอจองดร์เทียบกับ η และ h_η เป็นองค์ประกอบมาตราส่วนของทรงคล้ายทรงกลมในทิศทาง η .

ประจุ Q บนทรงคล้ายทรงกลมสามารถหาได้โดยตรงจากเจามัลติโพลของทรงคล้ายทรงกลม โดย

$$Q = 4\pi\epsilon_E a B_{0,0} \quad (81)$$

ในกรณีของการจัดเรียงแบบสมมาตรรอบแกนหมุน แรงไฟฟ้าสถิต F_e อาจคำนวณได้จากปฏิกิริยาระหว่างสนามไฟฟ้าภายนอกและมัลติโพลเหนี่ยวนำของทรงคล้ายทรงกลม [23]. สำหรับมัลติโพล B_j^{sph} อันดับ j ในระบบพิกัดทรงกลม ภายใต้ศักย์ไฟฟ้าภายนอก

$$\phi^{sph} = \sum_j L_j^{sph} r^j P_j(\cos\theta) \quad (82)$$

เมื่อ L_j^{sph} เป็นสัมประสิทธิ์ของศักย์ไฟฟ้าในระบบพิกัดทรงกลม แรงจะอยู่ในทิศทางแกน z และคำนวณได้จาก [23]

$$F_e = -4\pi\epsilon_E \sum_{j>0} (j+1) B_j^{sph} L_{j+1}^{sph} \quad (83)$$

ทั้งนี้ มัลติโพล ในระบบพิกัดทรงกลมหาได้จากการแปลงมัลติโพล ด้วยสมการ [21]

$$B_j^{sph} = \frac{a^{j+1}}{2} \sum_{n>0} I_{n,j} B_n \quad (84)$$

เมื่อ

$$I_{n,k} = \frac{2k!}{(k-n)!(k+n+1)!!} \quad \text{ไม่เท่ากับศูนย์สำหรับ } n+k \text{ เป็นเลขคู่และ } k \geq n. \quad (85)$$

ในกรณีที่สนามไฟฟ้าไม่มีลักษณะสมมาตรรอบแกนหมุน แรงไฟฟ้าสถิตคำนวณจากอินทิกรัล

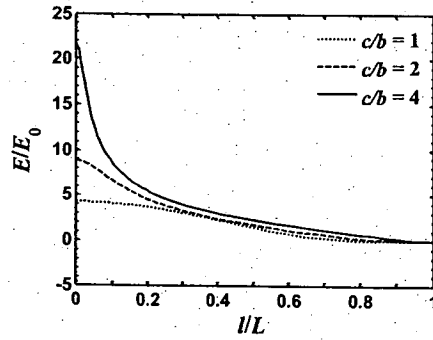
$$F_e = \frac{\epsilon_E}{2} \iint_S E^2 \mathbf{a}_n dS \quad (86)$$

โดย S เป็นผิวของทรงคล้ายทรงกลม และ $\mathbf{a}_n$ เป็นเวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วยในทิศทางพุ่งออกจากทรงคล้ายทรงกลม. เมื่อพิจารณาว่าพลังงานไม่เปลี่ยนแปลงหากทรงคล้ายทรงกลมเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทาง X และ Y เราสามารถสรุปได้ว่า แรงไฟฟ้าสถิตลัพธ์ที่เกิดขึ้นมีทิศทางในแนวตั้งเท่านั้น. ขนาด F_e ของแรงไฟฟ้าสถิตขึ้นอยู่กับพื้นที่ผิวของทรงคล้ายทรงกลม.

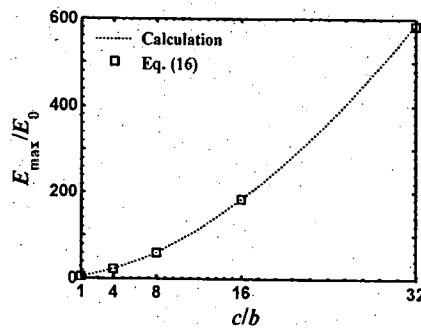
3.3.3 ผลการวิเคราะห์ในการจัดเรียงแบบสมมาตรรอบแกนหมุน

3.3.3.1 อนุภาคตั้งตัวบนอิเล็กโตรดระนาบ

รูปที่ 37 แสดงการกระจายของสนามไฟฟ้าตามผิวของทรงคล้ายทรงกลม ที่มีอัตราส่วนความยาวแกน c/b เท่ากับ 1, 2 และ 4. ในรูปที่ 37 สนามไฟฟ้ามีค่าสูงสุดที่ขั้วด้านบน ($l/L = 0$) และมีค่าเป็นศูนย์ที่ขั้วด้านล่าง ($l/L = 1$). เนื่องจากสนามไฟฟ้ามีขนาดสูงมากบนครึ่งบนของทรงคล้ายทรงกลม ประจุเหนี่ยวนำและแรงไฟฟ้าสถิตบนทรงคล้ายทรงกลมส่วนใหญ่จะอยู่บนครึ่งบนของทรงคล้ายทรงกลม. รูปที่ 38 แสดงการแปรค่าของสนามไฟฟ้าสูงสุด E_{max} เมื่อความยาวแกนเปลี่ยนแปลงจาก $c/b = 1$ ถึง 32. เราเห็นได้อย่างชัดเจนว่าการเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนความยาวแกนทำให้สนามไฟฟ้าสูงสุดมีขนาดเพิ่มขึ้นอย่างมาก



รูปที่ 37. การกระจายของสนามไฟฟ้าตามผิวของทรงคล้ายทรงกลมที่ยืนตั้งบนระนาบกราวนด์



รูปที่ 38. สนามไฟฟ้าสูงสุดเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนความยาวแกนของทรงคล้ายทรงกลมที่ยืนตั้งบนระนาบกราวนด์

จากผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้ ผู้วิจัยใช้วิธีการปรับเส้นโค้ง (Curve fitting) หาสมการเชิงประจักษ์ (Empirical equation) สำหรับประมาณค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดบนผิวของทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง.

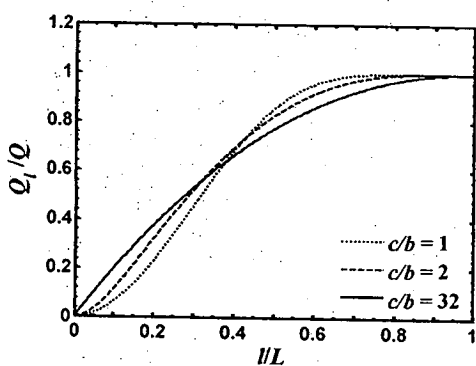
$$\frac{E_{\max}}{E_0} = 1.37 \left(0.92 + \frac{c}{b} \right)^{\sqrt{3}} \quad (87)$$

สมการเชิงประจักษ์นี้มีรูปแบบที่คล้ายกับการประมาณสนามไฟฟ้า ณ จุดสัมผัสระหว่างทรงกลมตัวนำที่ไม่ได้รับการอัดประจุซึ่งวางตัวอยู่บนผิวของฉนวนแข็ง [46]. ค่าที่ได้จากการประมาณด้วยสมการที่ (87) แสดงด้วยสัญลักษณ์อยู่ในรูปที่ 38 และถูกเปรียบเทียบกับคำตอบจริงที่ได้จากการคำนวณในตารางที่ 2. เราสามารถเห็นได้จากตารางว่า ความคลาดเคลื่อนของการประมาณต่ำกว่า 1% สำหรับอัตราส่วนความยาวแกนถึง 32.

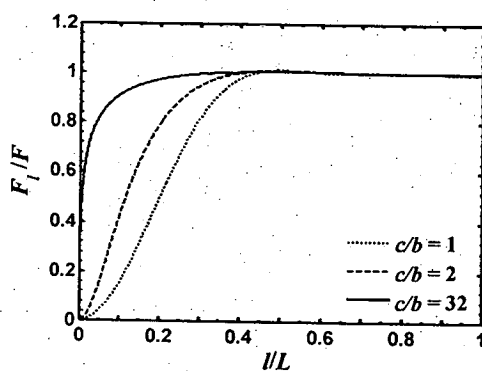
ตารางที่ 2 เปรียบเทียบสนามไฟฟ้าสูงสุดระหว่างค่าที่ได้จากสมการประมาณเชิงประจักษ์กับคำตอบจริง

c/b	$E_{\max}/E_0$		ความคลาดเคลื่อน (%)
	คำนวณ	สมการที่ (87)	
1	4.27	4.24	0.71
4	21.7	21.6	0.46
8	60.4	60.6	0.33
16	183	184	0.55
32	587	582	0.85

ประจุเหนี่ยวนำ Q_i และ แรง F_i ที่กระทำบนส่วน S_i ของพื้นผิวของทรงคล้ายทรงกลมแสดงในรูปที่ 39ก และ 39ข เป็นฟังก์ชันของ l/L . Q_i และ F_i คำนวณได้โดยใช้อินทิกรัลเชิงเลข และทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วยประจุลัพท์ Q และแรงไฟฟ้าสถิตลัพท์ F บนทรงคล้ายทรงกลม ตามลำดับ. ดังแสดงในรูปที่ 39ก ประมาณ 80% ของประจุลัพท์อาศัยอยู่บนครึ่งบนของทรงกลมและทรงคล้ายทรงกลม. ตัวอย่างเช่น 77% สำหรับ $c/b = 32$. สำหรับทรงคล้ายทรงกลมที่มีอัตราส่วน c/b มากขึ้น สัดส่วนของประจุที่อาศัยบนครึ่งบนของอนุภาคจะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย. จากรูปที่ 39ข ซึ่งแสดงการกระจายของแรงไฟฟ้าสถิต เราเห็นได้อย่างชัดเจนว่า แรงที่กระทำบนครึ่งล่างสามารถละเลยได้ในเกือบทุกกรณีของค่า c/b . สำหรับทรงคล้ายทรงกลมที่มีค่า c/b สูง แรงจะรวมอยู่ที่บริเวณหัวด้านบนของทรงคล้ายทรงกลมเป็นหลัก. เมื่อ $c/b = 32$ ประมาณ 90% ของแรงลัพท์กระทำบนพื้นผิว 5% บริเวณหัวด้านบนของทรงคล้ายทรงกลม (l/L ประมาณ 0.1).



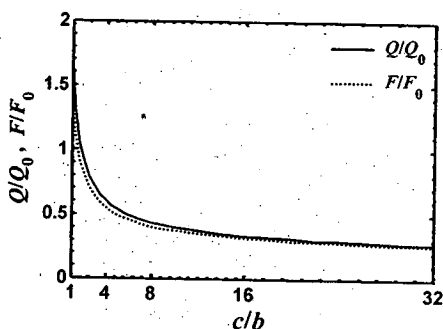
ก. ประจุเหนี่ยวนำ



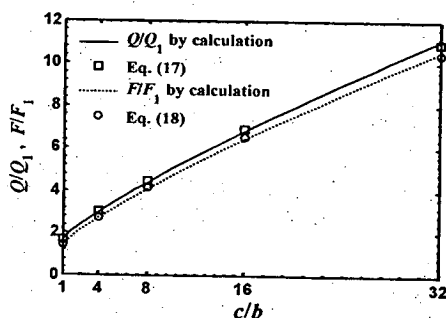
ข. แรงไฟฟ้าสถิต

รูปที่ 39. การกระจายของประจุเหนี่ยวนำและแรงไฟฟ้าสถิตบนผิวของทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง

ประจุลัพท์ Q และ แรง F บนทรงคล้ายทรงกลมมีขนาดขึ้นอยู่กับพื้นที่ผิวของทรงคล้ายทรงกลม. ผู้วิจัยได้ศึกษาผลของรูปร่างของทรงคล้ายทรงกลมโดยแปรค่าอัตราส่วนความยาวแกน c/b และเปรียบเทียบ Q และ F ระหว่างทรงคล้ายทรงกลมที่มีความยาวแกนเอกเท่ากัน (ให้ $c = c_0$) ดังแสดงในรูปที่ 40ก หรือระหว่างทรงคล้ายทรงกลมที่มีพื้นที่ผิวเท่ากัน ดังแสดงในรูปที่ 40ข. กรณีพื้นที่ผิวเท่ากันหมายความว่า ทรงคล้ายทรงกลมมีรูปร่างผอมลงและยาวมากขึ้น เมื่อเพิ่มอัตราส่วน c/b . ในรูปที่ 40 ประจุและแรงถูกทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วย $S_0 = 4\pi c_0^2$ และ $Q_1 = \epsilon_0 SE_0$.



ก. ความยาวแกนเอกเดียวกัน



ข. พื้นที่ผิวเท่ากัน

รูปที่ 40. ประจุลัพท์และแรงไฟฟ้าสถิตบนทรงคล้ายทรงกลมเมื่อเปรียบเทียบภายใต้เงื่อนไขที่ต่างกัน

รูปที่ 40ก แสดงให้เห็นว่า สำหรับทรงคล้ายทรงกลมที่มีความยาวแกนเอกเท่ากัน ประจุและแรงลดลง เมื่ออัตราส่วนความยาวแกน c/b เพิ่มขึ้น. อัตราการลดลงของประจุและแรงเห็นได้อย่างเด่นชัดเมื่อ $c/b \leq 4$. ตัวอย่างเช่น ประจุและแรงลดลงประมาณ 60% เมื่อ c/b เพิ่มจาก 1 ถึง 4. ในรูปที่ 40ข สำหรับกรณีทรงคล้ายทรงกลมที่มีพื้นที่ผิวเท่ากัน ค่าของประจุและแรงเพิ่มขึ้นตาม c/b เมื่อทำให้เป็นบรรทัดฐาน. เมื่อ c/b เพิ่มขึ้นจาก 1 ถึง 8 ประจุและแรง(ที่ทำให้เป็นบรรทัดฐาน)เพิ่มขึ้นประมาณ 2 เท่า. สังเกตว่า ลักษณะสมบัติของประจุและแรงที่ทำให้เป็นบรรทัดฐานมีรูปแบบคล้ายคลึงกันมาก.

จากผลการคำนวณที่ได้ ผู้วิจัยได้นำเสนอสมการประมาณต่อไปนี้ สำหรับหาค่าประจุและแรงบนทรงคล้ายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกนระหว่าง 1 ถึง 32.

$$\frac{Q}{Q_1} = 0.917 \left(1.33 + \frac{c}{b} \right)^{1/\sqrt{2}} \quad (88)$$

$$\frac{F}{F_1} = 0.88 \left(0.92 + \frac{c}{b} \right)^{1/\sqrt{2}} \quad (89)$$

ค่าประมาณที่ได้จากสมการด้านบนแสดงอยู่ในรูปที่ 40ข ด้วยจุดสัญลักษณ์วงกลมและสี่เหลี่ยมบนกราฟ. ตารางที่ 3 แสดงความคลาดเคลื่อนของประจุและแรงที่ได้จากการประมาณ เมื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณ. เราสามารถเห็นได้จากตารางว่า ความคลาดเคลื่อนของการประมาณน้อยกว่า 2% สำหรับอัตราส่วนความยาวแกน c/b ที่พิจารณาในที่นี้.

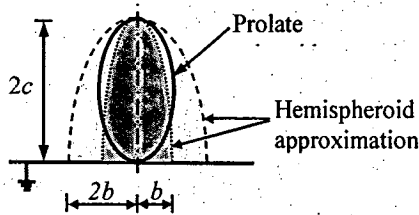
ตารางที่ 3 เปรียบเทียบประจุเหนี่ยวนำและแรงระหว่างค่าที่ได้จากสมการประมาณกับผลการคำนวณ

c/b	Q/Q_1		F/F_1	
	คำนวณ	ความคลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ความคลาดเคลื่อน (%)
1	1.65	1.09	1.37	1.90
4	2.98	0.47	2.71	0.18
8	4.38	1.55	4.06	1.85
16	6.81	1.20	6.42	1.25
32	11.1	1.41	10.6	1.78

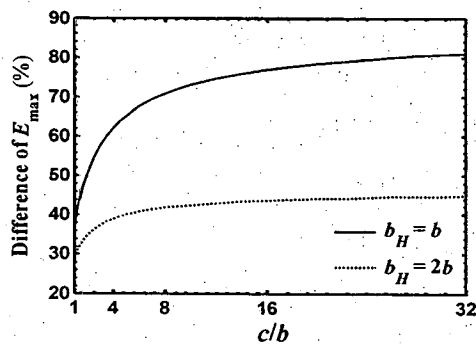
ในงานวิจัยในอดีตที่ผ่านมา [47] ได้มีการวิเคราะห์แรงโดยใช้แบบจำลองครึ่งทรงคล้ายทรงกลมบนระนาบกราวด์ภายใต้สนามไฟฟ้า ทั้งในเชิงวิเคราะห์และเชิงเลข. ผลเฉลยแม่นยำตรงของประจุสำหรับครึ่งทรงคล้ายทรงกลมถูกนำเสนอ และเปรียบเทียบกับสมการประมาณ [48]. ในที่นี้ ผู้วิจัยเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้จากโครงการวิจัยนี้ กับผลการประมาณเมื่อใช้แบบจำลองครึ่งทรงคล้ายทรงกลมดังกล่าว. แบบจำลองสำหรับการประมาณแสดงในรูปที่ 41 โดยทรงคล้ายทรงกลมมีความยาวแกนเอกเท่ากับ $2c$ โดยพิจารณาความยาวของรัศมีแกนโท b_H เป็น 2 กรณี คือ $b_H = b$ และ $2b$. ผู้วิจัยคาดว่า ผลการประมาณในกรณีแรกอาจสามารถใช้ได้หากทรงคล้ายทรงกลมมีลักษณะผอม. เนื่องจากผลการคำนวณที่ในโครงการวิจัยนี้ได้แสดงว่า สนามไฟฟ้ามีค่าน้อยมากบนครึ่งล่างของทรงคล้ายทรงกลม.

ความแตกต่างของสนามไฟฟ้าสูงสุด E_{max} ที่ได้จากการประมาณ เมื่อเทียบกับผลการคำนวณด้วยวิธีเงาเม็ดโพล แสดงอยู่ในรูปที่ 41. สำหรับกรณีที่ $b_H = b$ การประมาณให้ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดมากกว่าค่าจริงเสมอ. ความแตกต่างมีมากกว่า 37% สำหรับทรงคล้ายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกน $c/b = 1$ และความแตกต่างเพิ่มขึ้นตาม c/b . ในอีกด้านหนึ่ง เมื่อประมาณโดยใช้ $b_H = 2b$ ค่าที่ได้จากการประมาณมีขนาดต่ำกว่าค่าจริงเสมอ. ความแตกต่างอยู่ระหว่าง 20% ถึง 40% สำหรับช่วงของ c/b ที่พิจารณา. ดังนั้น เรา

สามารถสรุปได้ว่า แบบจำลองครึ่งทรงกลมทั้งสองกรณีไม่เหมาะสมต่อการประมาณสนามไฟฟ้าสูงสุด.

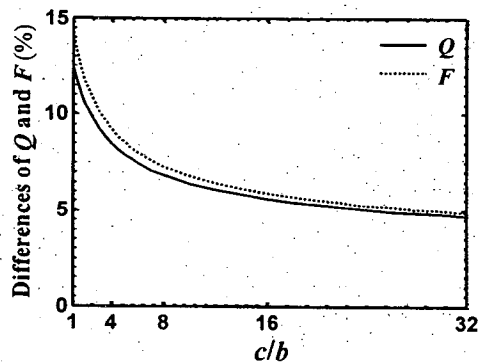


รูปที่ 41. การประมาณด้วยแบบจำลองครึ่งทรงกลม



รูปที่ 42. ความแตกต่างของสนามไฟฟ้าสูงสุด E_{max} ที่ได้จากการประมาณด้วยแบบจำลองครึ่งทรงกลม เมื่อเทียบกับผลการคำนวณ

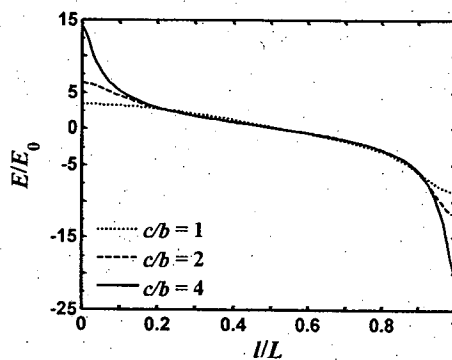
รูปที่ 43 แสดงความแตกต่างของ Q และ F จากการประมาณแบบครึ่งทรงกลม โดยใช้ $b_H = b$. ความแตกต่างมีค่าน้อยกว่า 15% สำหรับ $c/b = 1$ และลดลงเมื่ออัตราส่วนความยาวแกนเพิ่มขึ้น. การประมาณนี้ให้ค่าของ Q และ F ที่คลาดเคลื่อนน้อยกว่า 10% เมื่อ $c/b > 3$. ประจุและแรงที่ได้จากการประมาณมีขนาดน้อยกว่าผลการคำนวณด้วยวิธีจามัลติโพล. เป็นที่สังเกตว่า เมื่ออัตราส่วน c/b เพิ่มขึ้น สนามไฟฟ้าสูงสุดจากการประมาณแตกต่างจากค่าจริงมากขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 42 แต่ทว่า บริเวณที่สนามไฟฟ้าสูงมีขนาดลดลง. ดังนั้น ความแตกต่างของประจุและแรงที่ได้จากการประมาณ เมื่อเทียบกับผลการคำนวณ จึงลดลงเมื่อ c/b เพิ่มขึ้น. ในรูปที่ 43. รายงานโครงการวิจัยนี้ไม่ได้แสดงผลที่ได้จากการประมาณด้วย $b_H = 2b$ เนื่องจากความคลาดเคลื่อนของประจุและแรงมีค่าสูงมากกว่าในกรณี $b_H = b$ ที่ได้กล่าวไปมาก.



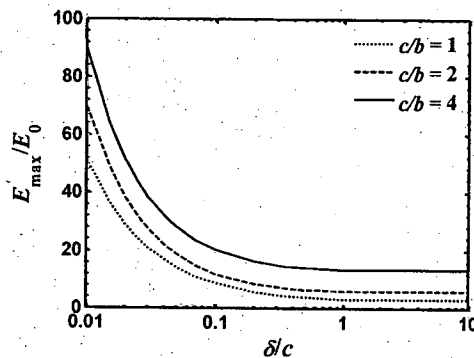
รูปที่ 43. ความแตกต่างของประจุ Q และแรงไฟฟ้าสถิต F ที่ได้จากการประมาณด้วยแบบจำลองครึ่งทรงกลม

3.3.3.2 อนุภาคอิสระที่วางตัวอยู่เหนืออิเล็กโตรด

หัวข้อนี้พิจารณาทรงกลายทรงกลมที่วางตัวอยู่เหนือระนาบกราวด์ด้วยระยะ δ ดังแสดงในรูปที่ 31 ข โดยสมมติให้ทรงกลายทรงกลมไม่ได้รับการอัดประจุ. สนามไฟฟ้าภายนอกทำให้เกิดความต่างศักย์ระหว่างทรงกลายทรงกลมกับระนาบกราวด์. เมื่อระยะ δ มีขนาดลดลง สนามไฟฟ้าสามารถมีค่าสูงมากได้ ที่บริเวณขั้วด้านล่างของทรงกลายทรงกลม. รูปที่ 44 แสดงการกระจายของสนามไฟฟ้าตามผิวของทรงกลายทรงกลมที่ค่าของอัตราส่วนความยาวแกน c/b ต่างๆ เมื่อ $\delta/c = 0.1$. จากรูปเราสามารถเห็นได้ว่า สนามไฟฟ้ามีค่าสูงขึ้นตามอัตราส่วน c/b . สนามไฟฟ้าสูงสุดอยู่ที่ขั้วด้านล่าง ($l/L = 1$) เสมอ. รูปที่ 45 แสดงขนาดของสนามไฟฟ้าสูงสุด E_{max} ที่ขั้วด้านล่างของทรงกลายทรงกลม เป็นฟังก์ชันของระยะห่าง δ/c ที่ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐาน ตั้งแต่ 0.01 ถึง 10. รูปนี้แสดงว่า สนามไฟฟ้าสูงสุดเพิ่มขึ้นอย่างมาก เมื่อลดค่า δ/c จาก 0.1 ถึง 0.01.



รูปที่ 44. การกระจายของสนามไฟฟ้าบนผิวของทรงกลายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกนแตกต่างกัน เมื่อ $\delta/c = 0.1$



รูปที่ 45. ขนาดสนามไฟฟ้าสูงสุดที่ขั้วด้านล่างเป็นฟังก์ชันของ δ/c

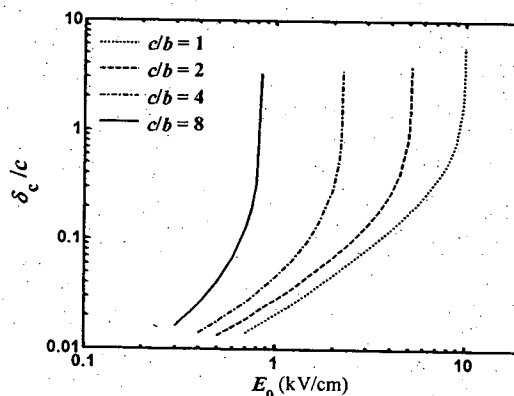
จากที่กล่าวมา เราเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้าที่ขั้วด้านล่างของทรงกลายทรงกลมมีขนาดสูงมาก เมื่อทรงกลายทรงกลมที่ไม่ได้รับการอัดประจุอยู่ใกล้กับระนาบกราวด์. สนามไฟฟ้าที่สูงมากอาจทำให้เกิดดิสชาร์จบางส่วนขึ้นที่บริเวณใกล้กับขั้วด้านล่าง สำหรับกรณีของทรงกลม เจื่อนไขจากเกิดดิสชาร์จในแง่ระหว่างอนุภาคกับระนาบกราวด์ถูกตรวจสอบโดยใช้เส้นโค้งของพาสเซนสำหรับสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ [49]. อย่างไรก็ตาม สำหรับทรงกลายทรงกลม สนามไฟฟ้ามีลักษณะไม่สม่ำเสมอสูงในแง่ปฏิกิริยา การใช้เงื่อนไขตามเส้น

โค้งของพาสเซนอาจไม่เหมาะสมในการกำหนดแรงดันเริ่มต้นของแกป. ในที่นี้ ผู้วิจัยได้ประมาณเงื่อนไขการเกิดดิสชาร์จในแกปอากาศ โดยเปรียบเทียบสนามไฟฟ้าสูงสุด E_{max} บนผิวของทรงกลายทรงกลม กับค่าสนามไฟฟ้าวิกฤต E_c ของตัวกลาง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อดูลักษณะการแปรผันของระยะห่างวิกฤต δ/c ของอนุภาคที่จะกระตุ้นให้เกิดดิสชาร์จบางส่วนขึ้น.

ตัวอย่างเช่น เราอาจใช้สนามไฟฟ้าวิกฤต $E_c = 30 \text{ kV/m}$ สำหรับกรณีที่ตัวกลางล้อมรอบเป็นอากาศ ณ สภาวะบรรยากาศ. รูปที่ 46 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างวิกฤต δ/c ที่ทำให้เกิดดิสชาร์จบางส่วนภายใต้สนามไฟฟ้าภายนอกขนาดระหว่าง 0.1 kV/cm ถึง 10 kV/cm สำหรับทรงกลายทรงกลมแบนข้างที่มีอัตราส่วนความยาวแกน $c/b = 1, 2, 4$ และ 8 . แนนอนว่า เมื่อ E_0 ลดลง ค่าของ δ_c จะลดลงตามด้วย. สำหรับ $\delta/c > 1$ ผลของระนาบการวนต์สามารถละเลยได้. ดังนั้น สนามไฟฟ้าภายนอกที่ทำให้เกิดดิสชาร์จจึงไม่ค้อยขึ้นกับ δ_c . สำหรับอัตราส่วน δ_c ที่มีค่าต่ำลง ความสัมพันธ์ในรูปที่ 46 อาจประมาณเป็นเชิงเส้นบนกราฟสเกลลอการิทึม. นั่นคือ

$$\frac{\delta_c}{c} \propto E_0^k \quad (90)$$

โดยที่ $k = 1.16, 1.19, 1.21$ และ 1.59 สำหรับ $c/b = 1, 2, 4$ และ 8 ตามลำดับ. ในกรณีของตัวกลางพื้นหลังชนิดอื่น เราสามารถปรับรูปที่ 46 ได้ โดยเปลี่ยนมาตราส่วนของแกนนอนด้วยอัตราส่วนของสนามไฟฟ้าวิกฤต E_c ของตัวกลางนั้น เมื่อเทียบกับสนามไฟฟ้าวิกฤตของอากาศ. ตัวอย่างเช่น E_0 ในรูปจะถูกปรับเป็น 9 เท่า เมื่อตัวกลางที่พิจารณาเป็น SF6 ที่ความดัน 0.3 MPa ซึ่ง E_c มีขนาดเท่ากับ 270 kV/cm . สังเกตว่าการประมาณเงื่อนไขการเกิดดิสชาร์จด้วย E_c ในที่นี้ ไม่ได้คำนึงถึงกลไกการเกิดดิสชาร์จทางกายภาพอื่นๆ. ในกรณีที่แกปมีขนาดเล็กมากๆ กระบวนการดิสชาร์จในระดับไมโครอาจมีบทบาทสำคัญในการกำหนดการเริ่มเกิดดิสชาร์จของก๊าซตัวกลางได้.



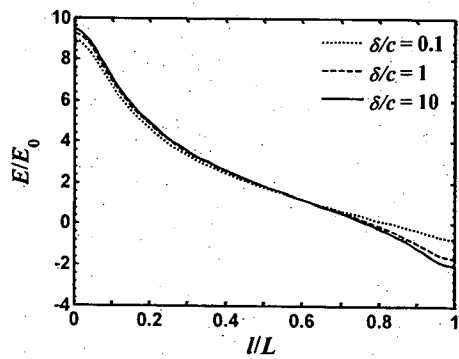
รูปที่ 46. ความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างวิกฤตสำหรับการเริ่มเกิดดิสชาร์จ และสนามไฟฟ้าภายนอก สำหรับทรงกลายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกนต่างๆ

3.3.3.3 อนุภาคอัดประจุที่วางตัวอยู่เหนืออิเล็กโตรด

หัวข้อนี้นำเสนอผลการวิเคราะห์ในการจัดเรียงที่ทรงกลายทรงกลมอยู่เหนือระนาบการวนต์ โดยพิจารณากรณีที่ทรงกลายทรงกลมได้รับการอัดประจุ. ในทางปฏิบัติ ประจุที่เกิดขึ้นบนอนุภาคอาจเป็นผลของการสัมผัสระหว่างทรงกลายทรงกลมกับอิเล็กโตรด หรืออาจเกิดจากดิสชาร์จที่แกประหว่างระนาบการวนต์กับขั้วด้านล่างของทรงกลายทรงกลม ดังที่ได้อธิบายในหัวข้อที่ผ่านมา. ที่ระยะห่าง δ ค่าหนึ่ง สนามไฟฟ้าและแรงแปรตามขนาด(และขั้ว)ของประจุบนทรงกลายทรงกลม. เราสมมติว่า ทรงกลายทรงกลมถูกอัดประจุเต็ม

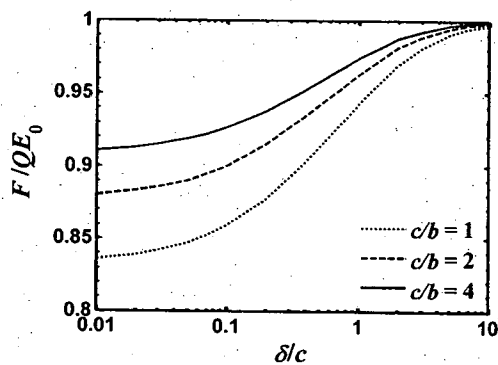
จำนวนเท่ากับ Q ซึ่งเป็นประจุเหนี่ยวนำลัพท์ที่เกิดขึ้นเมื่อทรงกลายทรงกลมสัมผัสกับระนาบอิเล็กโตรด. ค่าของประจุ Q เป็นไปตามอัตราส่วนความยาวแกน ดังที่แสดงไว้แล้วในหัวข้อที่ 3.3.3.1.

รูปที่ 47 แสดงตัวอย่างของการกระจายสนามไฟฟ้าตามผิวของทรงกลายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกน $c/b = 2$. จากรูปเราสามารถเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ขนาดของสนามไฟฟ้าที่บริเวณขั้วด้านล่างเพิ่มขึ้นตาม δ . การเพิ่มขึ้นของสนามไฟฟ้าแสดงให้เห็นว่าการจัดเรียงประจุใหม่บนผิวของทรงกลายทรงกลม เมื่อระยะห่างเปลี่ยนแปลงไป. อย่างไรก็ตาม สนามไฟฟ้าบริเวณครึ่งบนของทรงกลายทรงกลมมีการเปลี่ยนแปลงตาม δ เพียงเล็กน้อยเท่านั้น. สนามไฟฟ้าสูงสุดอยู่ที่ขั้วด้านบนของอนุภาค ซึ่งคล้ายคลึงกับการจัดเรียงของทรงกลายทรงกลมที่ถูกต่อลงดินในหัวข้อที่ 3.3.3.1 เนื่องจากสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุ Q มีทิศทางเดียวกับ E_0 ที่ขั้วด้านบน แต่มีทิศทางตรงกันข้ามกับ E_0 ที่ขั้วด้านล่าง.



รูปที่ 47. การกระจายของสนามไฟฟ้าบนทรงกลายทรงกลมที่ถูกอัดประจุเต็มที่ ในกรณีของ $c/b = 2$

รูปที่ 48 แสดงแรงไฟฟ้าสถิตที่กระทำกับทรงกลายทรงกลม เมื่อระยะห่าง δ/c แปรค่าตั้งแต่ 0.01 ถึง 10. แรงในรูปถูกทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วย QE_0 . รูปที่ 48 แสดงให้เห็นเป็นนัยว่า แรงที่ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐานเพิ่มขึ้นตาม δ/c และมีขนาดสูงขึ้นบนทรงกลายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกน c/b มากกว่า. แรงไฟฟ้าสถิตมีขนาดลู่เข้าสู่ QE_0 เมื่อ $\delta/c \geq 10$. นั่นคือ เราสามารถละเลยผลของระนาบได้.

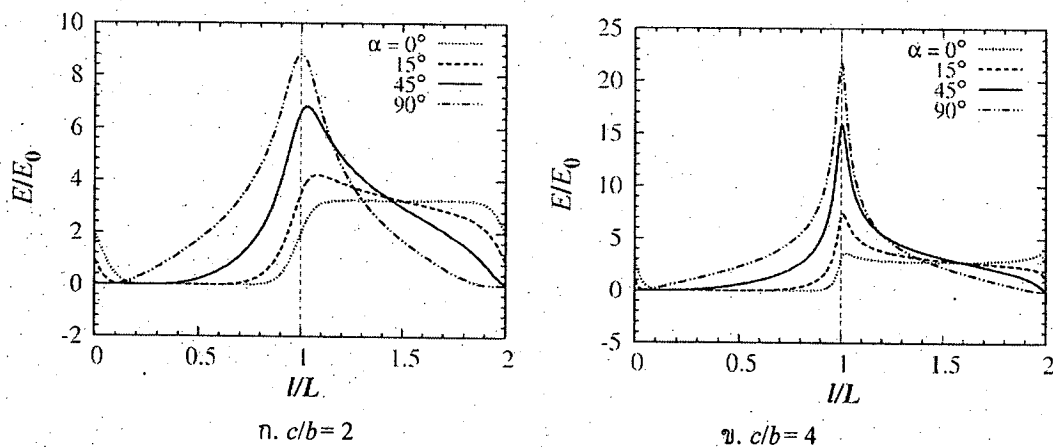


รูปที่ 48. แรงไฟฟ้าสถิตบนทรงกลายทรงกลมที่ถูกอัดประจุเต็มที่ แสดงเป็นฟังก์ชันของ δ/c

3.3.4 ผลการวิเคราะห์ในการจัดเรียงแบบ 3 มิติ

3.3.4.1 การกระจายของสนามไฟฟ้า

รูปที่ 49ก และ 49ข แสดงการกระจายของสนามไฟฟ้าตามแนวเส้น η_0 (ผิวของทรงคล้ายทรงกลม) บนระนาบ $y = 0$ เมื่อมุมเอียงระหว่างทรงคล้ายทรงกลมกับระนาบกราวนด์ $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ และ 90° สำหรับทรงคล้ายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกน $c/b = 2$ และ 4. เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 3.3.3 สนามไฟฟ้าถูกแสดงเป็นฟังก์ชันของความยาวตามแนวเส้นโค้งที่ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐาน l/L . สำหรับกรณี $c/b = 2$ ในรูปที่ 49ก เมื่อมุม $\alpha = 0^\circ$ สนามไฟฟ้ามีขนาดสม่ำเสมอโดยประมาณบนช่วงกว้างของ l/L . เมื่อมุม α มีขนาดเพิ่มขึ้น การกระจายสนามไฟฟ้ามีลักษณะไม่สม่ำเสมอมากขึ้นบนแนวเส้นที่พิจารณา. สนามไฟฟ้าสูงสุด E_{max} เพิ่มขึ้น และมีตำแหน่งใกล้กับขั้วบนของอนุภาค. สำหรับกรณีที่ทรงคล้ายทรงกลมมีอัตราส่วนความยาวแกนเพิ่มขึ้น $c/b = 4$ ในรูปที่ 49ข สนามไฟฟ้ามีพฤติกรรมใกล้เคียงกันกับรูปที่ 49ก แต่มีลักษณะความไม่สม่ำเสมอมากขึ้น. เมื่อเปรียบเทียบกันแล้ว สนามไฟฟ้าสูงสุด E_{max} มีค่าสูงกว่าค่าในรูปที่ 49ก มาก ที่ค่ามุมเอียง α เดียวกัน. ตำแหน่งของสนามไฟฟ้าสูงสุดในรูปที่ 49ข สามารถเห็นได้อย่างชัดเจนแม้แต่ในกรณีที่มุม $\alpha = 0^\circ$.

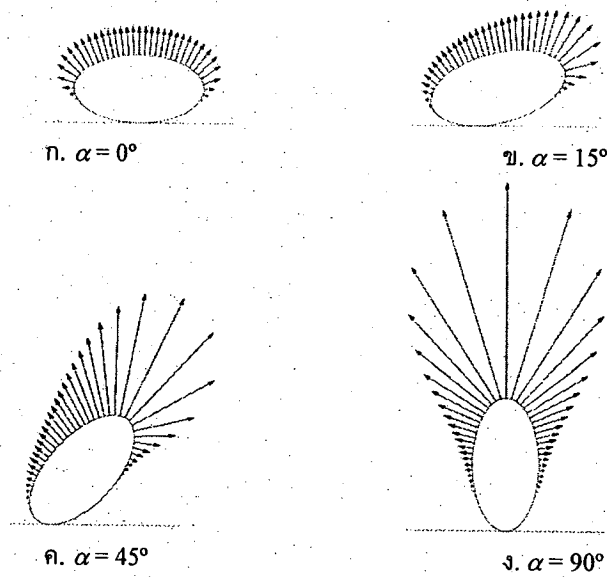


รูปที่ 49. การกระจายของสนามไฟฟ้าตามแนวเส้น η_0 บนระนาบ $y = 0$ ที่มุม α ต่างๆ

3.3.4.2 แรงไฟฟ้าสถิต

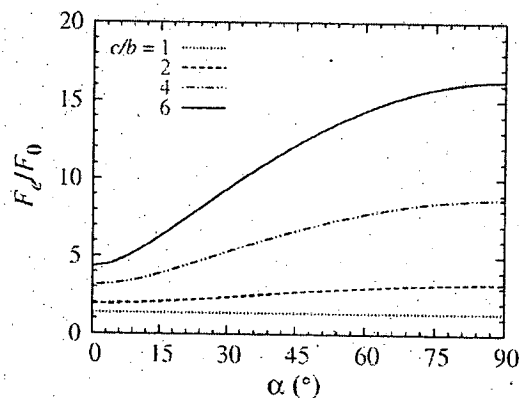
แรงไฟฟ้าสถิต F_e ที่ทำกับอนุภาคทรงคล้ายทรงกลมในรูปที่ 32 มีทิศทางในแนวขึ้นจากระนาบกราวนด์เสมอ. ขนาดของแรง F_e ขึ้นอยู่กับขนาดของพื้นที่ผิวของทรงคล้ายทรงกลม. เพื่อที่จะตรวจสอบผลของรูปร่างทรงคล้ายทรงกลม ในหัวข้อนี้เราจะพิจารณาทรงคล้ายทรงกลมที่มีขนาดของรัศมีในแนวแกนโทเท่ากัน $b = b_0$ และแปรค่าอัตราส่วนความยาวแกน c/b .

รูปที่ 50 แสดงความเค้นไฟฟ้าสถิตตามแนวเส้น η_0 บนระนาบ $y = 0$ เมื่อ $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ และ 90° บนทรงคล้ายทรงกลมที่มีอัตราส่วน $c/b = 2$. ความเค้นไฟฟ้าสถิตถูกแสดงด้วยเวกเตอร์ที่มีมาตราส่วนความยาวเดียวกันตลอดรูปที่ 50ก ถึง 50ง. รูปที่ 50 ระบุว่า แรงไฟฟ้าสถิตบนทรงคล้ายทรงกลมถูกกำหนดด้วยความเค้นบนผิวครึ่งบนของทรงคล้ายทรงกลม. ความเค้นจะรวมอยู่ใกล้กับขั้วด้านบนของทรงคล้ายทรงกลมเมื่อ $\alpha > 0^\circ$. รูปที่ 50ข และ 50ค แสดงเป็นนัยว่า แรงไฟฟ้าสถิตทำให้เกิดแรงบิดบนทรงคล้ายทรงกลมรอบจุดสัมผัส ในทิศทางที่จะเพิ่มขนาดมุม α .



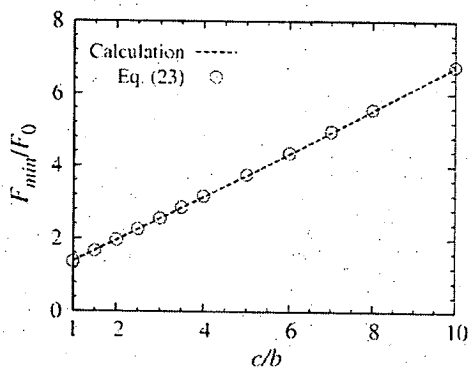
รูปที่ 50. ความเค้นไฟฟ้าสถิตตามแนวเส้น η_0 บนระนาบ $y=0$ ที่มุม α ค่าต่างๆ บนทรงคล้ายทรงกลมที่มีอัตราส่วน $c/b=2$

รูปที่ 51 แสดงแรงไฟฟ้าสถิต F_e ที่ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐาน บนทรงคล้ายทรงกลมที่มีอัตราส่วน $c/b = 1, 2, 4$ และ 6 เป็นฟังก์ชันของมุมเอียง α โดยตัวประกอบของแรงคือ $F_0 = 4\pi\epsilon_0 b_0^2 E_0^2$. ดังแสดงในรูปที่ 51. ณ มุมเอียงค่าหนึ่งๆ แรงมีขนาดเพิ่มขึ้นตามขนาดของอัตราส่วนความยาวแกน c/b นั่นคือ เพิ่มขึ้นเมื่อทรงคล้ายทรงกลมที่มีความยาวมากขึ้น. แรงบนทรงคล้ายทรงกลมมีค่าต่ำที่สุดเมื่อ $\alpha = 0^\circ$ และมีเพิ่มขึ้นอย่างไม่เป็นเชิงเส้นเข้าสู่ค่าสูงสุดที่มุม $\alpha = 90^\circ$.

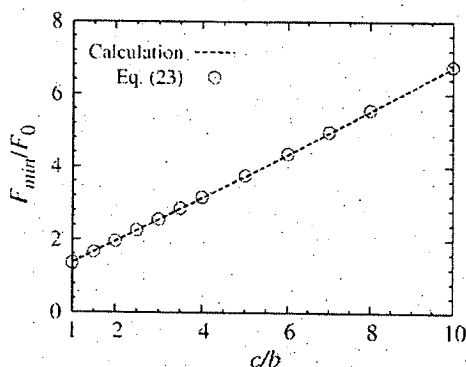


รูปที่ 51. แรงไฟฟ้าสถิตบนทรงคล้ายทรงกลมที่มีความยาวรัศมีแกนโทเท่ากันเป็นฟังก์ชันของมุมเอียง α

รูปที่ 52ก และ 52ข แสดงขนาดต่ำที่สุด F_{min} ของแรงไฟฟ้าสถิต เมื่อ $\alpha = 0^\circ$ และขนาดสูงสุด F_{max} ของแรงเมื่อ $\alpha = 90^\circ$ เป็นความสัมพันธ์กับอัตราส่วนความยาวแกน c/b จาก 1 ถึง 10. ขนาดต่ำสุดของแรงในรูปที่ 52ก เพิ่มขึ้นเป็นเชิงเส้นตาม c/b . ในอีกทางหนึ่ง. ขนาดสูงสุดของแรงในรูปที่ 52ข แสดงบนสเกลลอการิทึม เนื่องจาก F_{max} เพิ่มขึ้นอย่างมากเมื่ออัตราส่วนความยาวแกนเพิ่มขึ้น.



ก. ขนาดแรงต่ำสุด



ข. ขนาดแรงสูงสุด

รูปที่ 52. การแปรค่าของขนาดแรงต่ำสุดและสูงสุดกับอัตราส่วนความยาวแกน c/b บนทรงคล้ายทรงกลม ที่มีรัศมีในแนวแกนโทเท่ากัน.

ขนาดของแรงต่ำสุดและสูงสุดอาจประมาณได้จากผลการคำนวณ โดยใช้การปรับเส้นโค้ง (Curve fitting) ซึ่งได้สมการประมาณดังต่อไปนี้

$$\frac{F_{min}}{F_0} = 0.6 \frac{c}{b} + 0.76 \quad (91)$$

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 0.63 \left(\frac{c}{b} + 0.58 \right)^{\sqrt{3}} \quad (92)$$

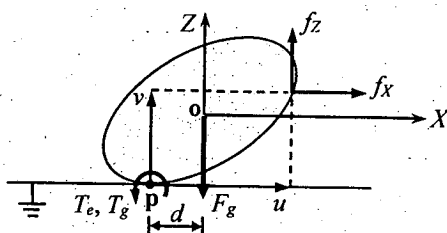
ค่าที่ประมาณได้จากสมการทั้งสองแสดงด้วยสัญลักษณ์ในรูปที่ 52. สมการการประมาณนี้ให้ค่าแรงที่มีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 1% สำหรับทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างที่มีอัตราส่วนความยาวแกนระหว่าง 1 ถึง 10.

3.3.4.3 แรงบิดไฟฟ้าสถิต

แรงบิดไฟฟ้าสถิต T_e บนทรงคล้ายทรงกลม รอบจุดสัมผัส p หาได้จากความเค้นไฟฟ้าสถิตตามสมการ

$$T_e = \iiint_S (-v f_x + u f_z) dS \quad (93)$$

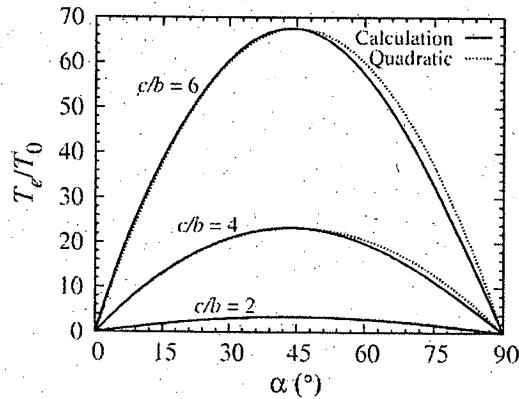
โดยที่ดัชนีล่าง X และ Z ระบอบุณหภูมิประกอบของ f และ (u, v) เป็น พิกัด (X, Z) สัมพัทธ์กับจุดสัมผัส p ดังแสดงในรูปที่ 53. แรงบิดตามสมการอ้างอิงเครื่องหมายเป็นบวกในทิศทาง $+\alpha$.



รูปที่ 53. การคำนวณแรงบิดบนทรงคล้ายทรงกลม

รูปที่ 54 แสดงแรงบิดบนทรงคล้ายทรงกลมซึ่งมีรัศมีในแนวแกนโทเท่ากัน ($= b_0$) เป็นฟังก์ชันของ α สำหรับอัตราส่วนความยาวแกน $c/b = 2, 4$ และ 6. แรงบิดไฟฟ้าสถิต T_e ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐานด้วย $T_0 =$

F_{0b0} . T_e เป็นศูนย์ที่ $\alpha = 0^\circ$ และ 90° เนื่องจากลักษณะสมมาตรของการจัดเรียงในรูปที่พิจารณา. รูปที่ 55 แสดงให้เห็นว่า T_e มีค่าเป็นบวกตลอดช่วง α ระหว่าง 0° ถึง 90° นั่นคือ มีทิศทางเพิ่มขนาดของมุม α . ขนาดสูงสุดของแรงบิด T_e เกิดขึ้นที่ α ประมาณ 45° . ความสัมพันธ์แบบกำลังสองถูกแสดงในรูปที่ 54 เพื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้. เราเห็นได้ว่า มีความแตกต่างระหว่างผลการคำนวณกับความสัมพันธ์แบบกำลังสองเพียงเล็กน้อยที่ $\alpha > 45^\circ$. เมื่อเปรียบเทียบระหว่างทรงกลายทรงกลมที่มีอัตราส่วนความยาวแกนต่างกัน เราเห็นได้ว่า ที่มุมเอียง α เดียวกัน แรงบิดไฟฟ้าสถิตมีขนาดมากกว่าบนทรงกลายทรงกลมที่มี c/b สูงกว่า.

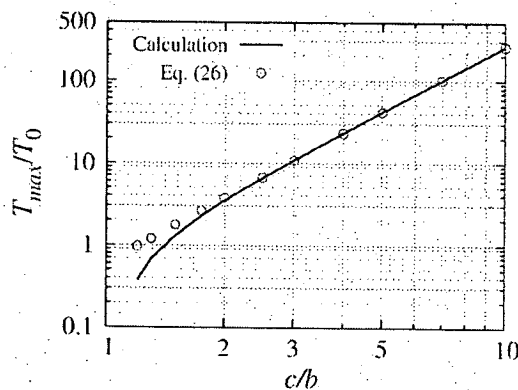


รูปที่ 54. แรงบิดไฟฟ้าสถิตบนทรงกลายทรงกลมเป็นฟังก์ชันของมุมเอียง α .

รูปที่ 55 แสดงการแปรผันของขนาดแรงบิดสูงสุด T_{max} กับอัตราส่วน c/b ระหว่าง 1 ถึง 10. เมื่อ $c/b \geq 2$ เราอาจประมาณ T_{max} ด้วยสมการ

$$T_{max}/T_0 \approx 0.6(c/b)^{2.6} \quad (93)$$

ค่าที่ได้จากการประมาณแสดงเปรียบเทียบกับผลการคำนวณในรูปที่ 55.



รูปที่ 55. แรงบิดไฟฟ้าสถิตสูงสุดบนทรงกลายทรงกลมที่มีความยาวแกน c/b ต่างกัน

3.3.4.4 พฤติกรรมทางกลศาสตร์ไฟฟ้าเมื่อเกิดผลของแรงโน้มถ่วง

ในทางปฏิบัติ อนุภาคไม่ได้รับเฉพาะแรงไฟฟ้าสถิต แต่ยังมีแรงโน้มถ่วงกระทำกับอนุภาคด้วย. ในหัวข้อนี้ ผู้วิจัยศึกษาลักษณะทางกลศาสตร์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลายทรงกลมแบนข้าง ในการจัดเรียงรูปที่ 32 เมื่อแรงโน้มถ่วง F_g ถูกนำมาพิจารณาด้วย. แรง F_g ไม่ได้เพียงแต่ยับยั้งทรงกลายทรงกลมจากการเคลื่อนที่

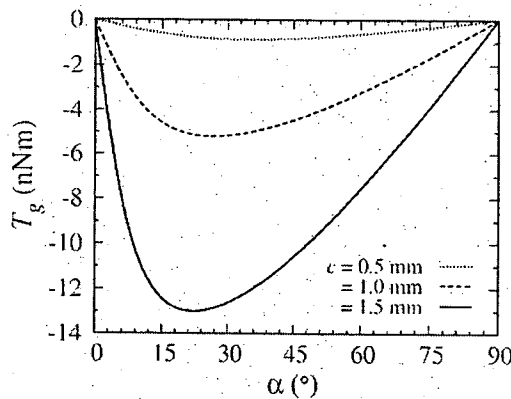
ขึ้นจากระนาบอิเล็กทรอนิกส์เท่านั้น แต่ยังมีผลทำให้เกิดแรงบิด T_g ด้วย. สำหรับมุม $\alpha = 0^\circ$ หรือ $\alpha = 90^\circ$ ทรงคล้ายทรงกลมจะถูกยกจากระนาบกราวด์โดยปราศจากการหมุน ถ้าหากแรง F_e มีขนาดมากกว่า F_g . สำหรับมุม α ค่าอื่น พฤติกรรมการเคลื่อนที่ของอนุภาคมีลักษณะซับซ้อนมากขึ้น เนื่องจากมีแรงบิดลัพธ์ T_{tot} กระทำกับอนุภาค ซึ่งรวมถึงแรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วง. สังเกตว่า แรงระหว่างอนุภาคกับระนาบกราวด์กระทำที่จุดสัมผัส p จึงไม่ทำให้เกิดแรงบิดรอบจุด p .

แรงบิด T_g เนื่องจากแรงโน้มถ่วง คำนวณได้จาก

$$T_g = -F_g d \quad (94)$$

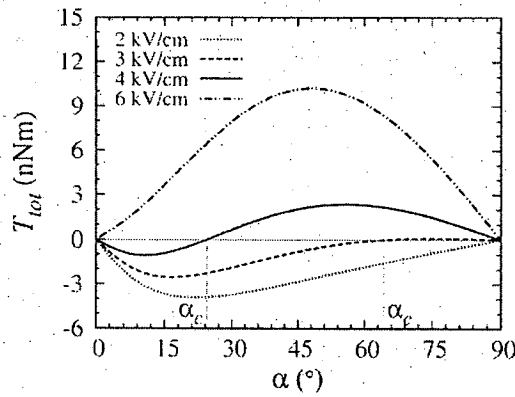
ซึ่งอยู่ในทิศทางตรงกันข้ามกับแรงบิดไฟฟ้าสถิต T_e .

เราพิจารณาการหนีของอนุภาคคอลลูมิเนียมรูปทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างเป็นตัวอย่าง โดยให้อนุภาคมีรัศมีเท่ากัน $b = 0.25 \text{ mm}$ ในแนวแกน z และมีรัศมี c ในแนวแกนเอกต่างกัน. ความหนาแน่นของคอลลูมิเนียมมีค่าประมาณ 2700 kg/m^3 . รูปที่ 56 แสดงแรงบิด T_g บนอนุภาคคอลลูมิเนียมเป็นฟังก์ชันของมุมเอียง α สำหรับอนุภาคที่มีรัศมีในแนวแกนเอกเท่ากับ $0.5, 1.0$ และ 1.5 mm . เนื่องจาก F_g มีค่าคงที่สำหรับอนุภาคหนึ่งๆ ขนาดของ T_g จะเป็นไปตามค่าระยะ d ซึ่งนิยามไว้ในสมการที่ (60). เราสามารถเห็นได้จากรูปที่ 56 ว่า T_g เพิ่มขึ้น เมื่อมุมเอียง α เพิ่มขึ้นจาก 0° และมีค่าสูงสุดที่มุมเอียงต่ำกว่า 45° . หลังจากนั้น T_g ลดลงเป็นศูนย์ที่ 90° . แรงบิดสูงสุดของ T_g ลดลงเมื่อความยาวของอนุภาคเพิ่มขึ้น.



รูปที่ 56. แรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงบนอนุภาคคอลลูมิเนียมที่มี $b = 0.25 \text{ mm}$.

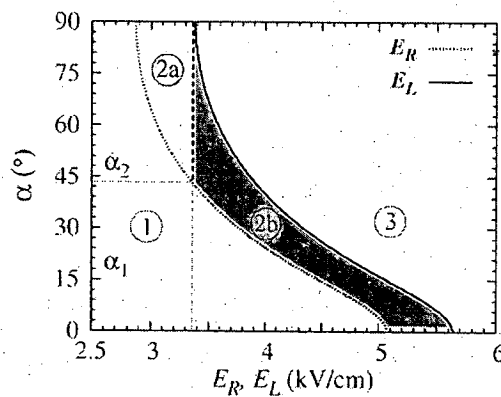
รูปที่ 57 แสดงแรงบิดรวม $T_{tot} (= T_e + T_g)$ บนอนุภาคคอลลูมิเนียมที่มี $b = 0.25 \text{ mm}$ และ $c = 1 \text{ mm}$ ภายใต้สนามไฟฟ้า $E_0 = 2, 3, 4$ และ 6 kV/cm . เมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าต่ำ ($E_0 = 2 \text{ kV/cm}$) แรงบิด T_g เนื่องจากแรงโน้มถ่วงมีขนาดมากกว่าแรงบิดไฟฟ้าสถิต T_e มาก ทำให้เกิดแรงบิดลัพธ์มีค่าเป็นลบ. นั่นคือ แรงบิดลัพธ์อยู่ในทิศทางลดขนาดมุม α . ในทางกลับกัน เมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าสูง ($E_0 = 6 \text{ kV/cm}$) แรงไฟฟ้าสถิต T_e มีขนาดเด่นกว่า และแรงบิดลัพธ์ T_{tot} มีค่าเป็นบวกในช่วง $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. สำหรับสนามไฟฟ้าที่มีขนาดปานกลาง T_{tot} มีค่าเป็นลบที่มุมเอียง α ขนาดเล็ก และกลายเป็นค่าบวกเมื่อ α มีค่าสูงกว่ามุมเอียงวิกฤต α_c . มุมเอียงวิกฤตในรูปที่ 57 มีขนาดลดลง เมื่อสนามไฟฟ้าภายนอก E_0 เพิ่มขึ้นจาก 3 เป็น 4 kV/cm .



รูปที่ 57. แรงบิดลัพธ์บนอนุภาคคอลลอยด์ที่มี $b = 0.25$ mm และ $c = 1$ mm เป็นฟังก์ชันของมุมเอียง α ภายใต้สนามไฟฟ้า E_0 ค่าต่างๆ.

จากผลการวิเคราะห์ที่ได้กล่าวมา เราสามารถสรุปได้ว่า สำหรับมุม $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ อนุภาคตัวนำทรงคล้ายทรงกลมแบนข้างจะได้รับ (ก) แรงบิดลัพธ์รอบจุดสัมผัส ซึ่งมีทิศทางขึ้นอยู่กับความเข้มสนามไฟฟ้าภายนอก และ (ข) แรงยกอนุภาค ถ้าสนามไฟฟ้ามีขนาดมากเพียงพอ. รูปที่ 58 แสดงสนามไฟฟ้าวิกฤต E_R และ E_L สำหรับหมุน ($T_{tot} = 0$) และยกอนุภาค ($F_e = F_g$) ขึ้นจากระนาบการวางตัว สำหรับอนุภาคที่มี $b = 0.25$ mm และ $c = 1$ mm. เมื่อสมมติให้อนุภาคคอลลอยด์มีมุมเริ่มต้น α_0 ซึ่งอาจเกิดการสั่นไหวทางกล หรือการเคลื่อนไหวของอุปกรณ์ในระบบจนวน ลักษณะสมบัติทางกลศาสตร์ไฟฟ้าของอนุภาคอาจแบ่งออกได้เป็น 3 รูปแบบ ดังต่อไปนี้

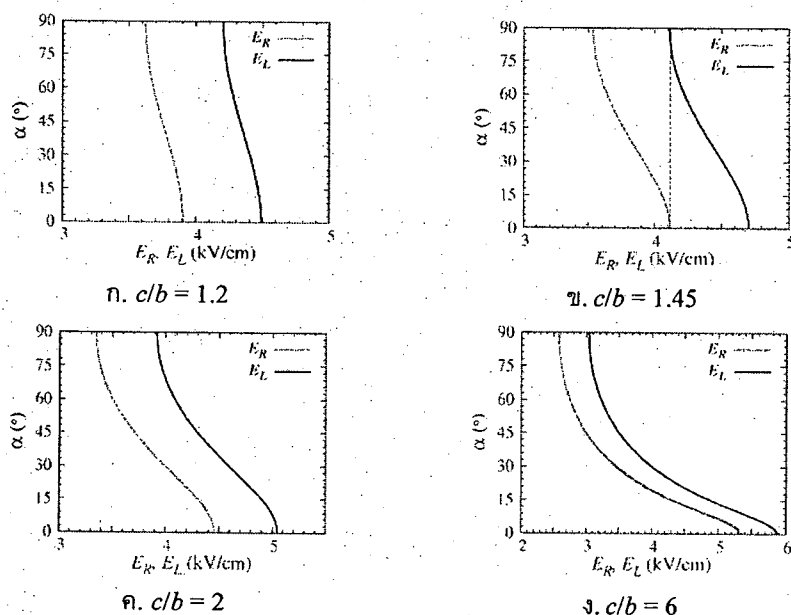
1. เมื่อ $E_0 < E_R(\alpha_0)$ อนุภาคหมุนด้วยแรงบิด T_{tot} กลับไปสู่การจัดเรียงแนวอนบนระนาบ $\alpha = 0^\circ$.
2. เมื่อ $E_R(\alpha_0) < E_0 < E_L(\alpha_0)$ แรงบิด T_{tot} หมุนอนุภาคให้มุม เพิ่มขึ้น α โดย
 - 2a. หาก $E_0 < E_L(90^\circ)$ อนุภาคจะขึ้นตั้งบนระนาบ ($\alpha = 90^\circ$) โดยไม่ยกตัวจากระนาบ.
 - 2b. หาก $E_0 > E_L(90^\circ)$ อนุภาคจะหมุนและยกตัวขึ้นจากระนาบ.
3. เมื่อ $E_0 > E_L(\alpha_0)$ อนุภาคถูกยกตัวจากระนาบ และอาจแสดงการหมุนด้วย เนื่องจาก $E_0 > E_R(\alpha_0)$ เช่นกัน.



รูปที่ 58. สนามไฟฟ้าวิกฤต E_R สำหรับการหมุน และ E_L สำหรับการยกอนุภาคที่มี $b = 0.25$ mm และ $c = 1$ mm

รูปแบบของพฤติกรรมทางกลศาสตร์ไฟฟ้าทั้งสามระบอบอยู่ในรูปที่ 58 ตามอักษรที่กำกับไว้ในวงกลม. สังเกตว่า อนุภาคอาจหมุนออกจากตำแหน่งนอน ($\alpha = 0^\circ$) ด้วยการรบกวนทางกลน้อยยิ่งได้ หาก $E_0 > E_R(0^\circ)$

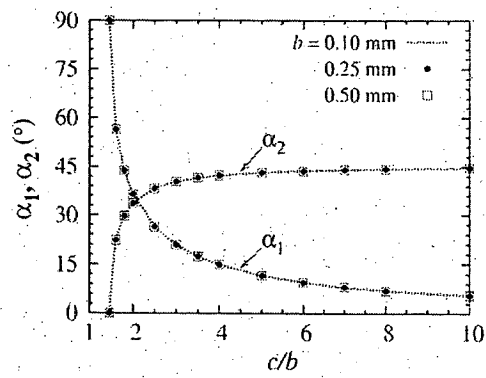
ซึ่งทำให้ $dT_{tot}/d\alpha > 0$. ยิ่งไปกว่านั้น ถ้า $E_R(0^\circ)$ มีขนาดมากกว่า $E_L(90^\circ)$ อนุภาคจะถูกยกขึ้นจากอิเล็กโตรดเมื่อ α เพิ่มขึ้นถึงมุมวิกฤตค่าหนึ่งระหว่าง 0 และ α_1 ซึ่ง $E_L(\alpha_1) = E_R(0^\circ)$. สังเกตว่า สนามไฟฟ้าค่าต่ำที่สุดที่สามารถยกอนุภาคขึ้นจากอนุภาคได้ คือ $E_L(90^\circ)$. ลักษณะสมบัติของ E_R และ E_L ที่ได้แสดงเป็นนัยว่า ค่าสนามไฟฟ้าต่ำที่สุดที่จะยกอนุภาคขึ้นได้ ก็ต่อเมื่อมุมเริ่มต้นของอนุภาค $\alpha_0 > \alpha_2$ เมื่อ $E_R(\alpha_2) = E_L(90^\circ)$. รูปที่ 58 แสดงค่ามุมวิกฤต α_1 และ α_2 สำหรับอนุภาคคอลลอยด์ที่มีขนาดรัศมี $b = 0.25$ mm และ $c = 1$ mm.



รูปที่ 59 สนามไฟฟ้ายกตัวและสนามไฟฟ้าหมุนของอนุภาคคอลลอยด์มีทรงคล้ายทรงกลมแบนข้าง ซึ่งมีรัศมีแกนโท $b = 0.25$ mm เท่ากัน แต่มีรัศมีแกนเอกต่างกัน

รูปที่ 59 แสดงลักษณะสมบัติของ E_R และ E_L สำหรับอนุภาคคอลลอยด์ที่มีรัศมีแกนโท $b = 0.25$ mm เท่ากัน แต่มีรัศมีแกนเอกต่างกัน โดย $c/b = 1.2, 1.45, 2$ และ 6 . จากรูป เราเห็นได้ว่า $E_R(0^\circ) < E_L(90^\circ)$ สำหรับอนุภาคที่มีอัตราส่วนความยาวแกนต่ำ $c/b < 1.4$ (มีลักษณะคล้ายทรงกลม). สำหรับอนุภาคที่มีลักษณะแหลมยาวมากขึ้น $E_R(0^\circ) > E_L(90^\circ)$. ดังนั้น อนุภาคที่ลักษณะคล้ายลวดมีแนวโน้มที่ยกขึ้นจากกระนาบอิเล็กโตรด ภายหลังจากที่หมุนเพิ่มมุมเอียงขึ้นจากกระนาบ.

ผู้วิจัยได้คำนวณมุมวิกฤต α_1 และ α_2 สำหรับอนุภาคที่มี $b = 0.1, 0.25$, และ 0.5 mm. ผลการคำนวณแสดงอยู่ในรูปที่ 60 เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนความยาวแกน c/b . เราสามารถสังเกตได้อย่างชัดเจนว่า มุมวิกฤตทั้งสองขึ้นอยู่กับอัตราส่วนความยาวแกนแกนเป็นหลัก. เมื่อ c/b เพิ่มขึ้นจาก 1.45 มุม α_1 ลดลง แต่มุม α_2 เพิ่มขึ้น.



รูปที่ 60. มุมวิกฤต α_1 และ α_2 เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนความยาวแกน c/b สำหรับอนุภาค
อลูมิเนียมที่มี และ $b = 0.1, 0.25$, และ 0.5 mm

3.4 การควบคุมอนุภาคด้วยวิธีทางจลนศาสตร์

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 3.3 ว่า มีการใช้ฉนวนไฟฟ้าด้วยก๊าซในอุปกรณ์ไฟฟ้าแรงสูงของระบบส่งและระบบจ่ายไฟฟ้าของประเทศอย่างกว้างขวาง. ข้อดีของระบบฉนวนก๊าซก็คือ มีความเชื่อถือได้สูง และมีความถี่ของการบำรุงรักษาต่ำ. อย่างไรก็ตาม หากมีอนุภาคขนาดเล็กอยู่ในระบบฉนวนไฟฟ้าด้วยก๊าซ ความสามารถในการฉนวนของระบบจะลดลงอย่างมาก [50]. อนุภาคอาจเข้าไปอยู่ภายในระบบฉนวนระหว่างกระบวนการผลิต การประกอบ การดูแลรักษา หรืออาจเกิดจากการทำงานทางกลของส่วนประกอบภายในระบบฉนวนเอง.

จนถึงปัจจุบัน ได้มีงานวิจัยจำนวนหนึ่งดำเนินการศึกษาพฤติกรรมทางจลนศาสตร์ของอนุภาคนำไฟฟ้าได้สนามไฟฟ้า. อนุภาคนำไฟฟ้าจะได้รับการอัดประจุ เมื่ออนุภาคสัมผัสกับอิเล็กโตรดภายใต้สนามไฟฟ้า [43, 44, 51]. ปฏิกริยาระหว่างสนามไฟฟ้ากับประจุที่เหนี่ยวนำขึ้นบนอนุภาคทำให้เกิดแรงคูลอมบ์ ซึ่งจะขับอนุภาคให้เคลื่อนที่เข้าหาอิเล็กโตรดที่มีขั้วตรงข้าม [43]. ดังนั้น หากสนามไฟฟ้ามีความเข้มสูงเพียงพอ อนุภาคสามารถถูกยกขึ้นจากอิเล็กโตรดที่มีฉนวนตัวอยู่ได้ (ด้วยแรงคูลอมบ์). เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่เข้าใกล้กับอิเล็กโตรดอื่นซึ่งมีขั้วตรงข้าม อนุภาคอาจเหนี่ยวนำให้เกิดไมโครดิสชาร์จ เนื่องจากสนามไฟฟ้าความเข้มสูงที่ผิวของอนุภาค ซึ่งจะส่งผลให้ความคงทนได้อิเล็กตริคัลของระบบฉนวนลดต่ำลงในที่สุด [39].

ภายใต้สนามไฟฟ้าแบบไม่สม่ำเสมอ อนุภาคนำไฟฟ้ายังสามารถเกิดการเคลื่อนที่ในแนวระดับตามผิวของอิเล็กโตรด เนื่องจาก “แรงเกรเดียนต์ไฟฟ้า” หรือที่เรียกอีกชื่อหนึ่งว่า “แรงไดอิเล็กโตรโฟรีติก” (Dielectrophoretic force) [52, 53]. การศึกษาทางทฤษฎีและการทดลองในห้องปฏิบัติการเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของอนุภาคนำไฟฟ้าทรงกลม ที่อยู่บนอิเล็กโตรดหุ้มฉนวน ระบุว่าอนุภาคสามารถเคลื่อนที่เข้าสู่บริเวณที่มีสนามไฟฟ้าสูงกว่าบริเวณปัจจุบันด้วยแรงเกรเดียนต์ไฟฟ้า และสามารถกระตุ้นให้เกิดดิสชาร์จในระบบฉนวน ทั้งในกรณีของการกระตุ้นด้วยไฟฟ้ากระแสตรง [53] และไฟฟ้ากระแสสลับ [41]. นอกจากนี้ ยังมีรายงานลักษณะสมบัติการเคลื่อนที่ที่ซับซ้อนมากขึ้นของอนุภาค เมื่อมีสเปเซอร์ (Spacer) ภายในระบบ [40]. งานวิจัยดังกล่าวนี้พบว่า อนุภาคอาจยึดติดกับสเปเซอร์หลังจากถูกกระตุ้นให้เคลื่อนที่ด้วยสนามไฟฟ้า โดยขึ้นอยู่กับรูปร่างของสเปเซอร์. การยึดติดกับสเปเซอร์ของอนุภาค มีผลอย่างยิ่งต่อการเกิดวาล์วไฟตามผิวของสเปเซอร์ [54, 55]. การยับยั้งการเคลื่อนที่ของอนุภาคมีความสำคัญมากขึ้นอย่างยิ่ง เนื่องจากขนาดที่ลดลงของอุปกรณ์ไฟฟ้าแรงสูงต่างๆ จึงมีการนำเสนอวิธีการควบคุมอนุภาค โดยพิจารณาอนุภาคที่ได้รับการอัดประจุภายใต้สนามไฟฟ้า (ดูเอกสารอ้างอิง [52] สำหรับรายละเอียดเพิ่มเติม)

งานวิจัยในส่วนแรกของรายงานนี้ เป็นการศึกษาเพิ่มเติมถึงพฤติกรรมของอนุภาค ในรูปแบบการจัดเรียงของอิเล็กโตรดระนาบเอียง. ในขณะที่งานวิจัยที่ผ่านมาเน้นที่กลไกการอัดประจุอนุภาค ในกรณีของอิเล็กโตรดหุ้มฉนวน [53] งานวิจัยในโครงการนี้ สนใจการจัดการอนุภาคนำขนาดเล็ก (เล็กกว่า 1 mm). คณะผู้วิจัยได้ศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ได้รับการอัดประจุ ภายใต้สนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอในอากาศ. ผลการทดลองที่ได้ถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการจำลอง. สำหรับการควบคุมการเคลื่อนที่ของอนุภาค คณะผู้วิจัยใช้ฉนวนฉนวนบนอิเล็กโตรด เพื่อป้องกันการอนุภาคจากการอัดประจุโดยตรงที่เกิดจากการสัมผัสอิเล็กโตรด และจากการอัดประจุโดยอ้อมที่เกิดจากไมโครดิสชาร์จ. แรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกถูกใช้ประโยชน์ในการกระตุ้นอนุภาคให้เริ่มเคลื่อนที่ และหยุดอนุภาคให้อยู่ ณ ตำแหน่งที่ต้องการ. แม้ว่า จะมีการใช้งานแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกอย่างกว้างขวาง สำหรับการจัดการอนุภาคในระบบไมโคร การใช้งานแรงดังกล่าวในระบบฉนวนไฟฟ้าแรงสูง มีข้อจำกัดที่สำคัญอยู่ที่ขนาดของสนามไฟฟ้า ที่อาจกระตุ้นให้เกิดเบรกดาวน์ของฉนวนในระบบได้.

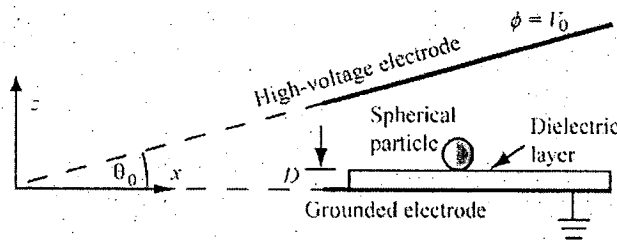
3.4.1 ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของอนุภาค

รูปที่ 1 แสดงการจัดเรียงของอนุภาคตัวนำที่ใช้การวิจัยนี้. ในรูปที่ 1 อนุภาคตัวนำทรงกลมวางตัวอยู่ในแก๊สระหว่างอิเล็กโตรดระนาบเอียง ซึ่งมีมุมระหว่างอิเล็กโตรดเท่ากับ θ . อิเล็กโตรดด้านล่างถูกต่อลงกราวด์ และอิเล็กโตรดด้านบนได้รับศักย์ไฟฟ้า $\phi = V_0$. ตัวกลางที่อยู่ภายในระบบเป็นอากาศที่ความดันบรรยากาศ. ฉนวนไฟฟ้าความหนาเท่ากับ D อาจถูกวางแทรกอยู่ระหว่างอนุภาคและอิเล็กโตรดกราวด์ เพื่อป้องกันอนุภาคจากการอัดประจุ. ในการระบุตำแหน่งภายในแก๊สนี้ เราใช้พิกัดเชิงขั้ว (ρ, θ) หรือพิกัดคาร์ทีเซียน (x, z) ดังแสดงในรูปที่ 1 โดยที่

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \theta \\ z &= \rho \sin \theta \end{aligned} \quad (95)$$

และมีความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์หนึ่งหน่วยเป็น

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_\rho &= \cos \theta \mathbf{a}_x + \sin \theta \mathbf{a}_z \\ \mathbf{a}_\theta &= -\sin \theta \mathbf{a}_x + \cos \theta \mathbf{a}_z \end{aligned} \quad (96)$$



รูปที่ 61. รูปแบบการจัดเรียงของอนุภาคตัวนำทรงกลมในระบบอิเล็กโตรดแบบระนาบเอียง

ก. ประจุเหนี่ยวนำและแรงคูลอมบ์

เป็นที่ทราบกันดีว่า เมื่ออนุภาคตัวนำสัมผัสกับอิเล็กโตรดภายใต้สนามไฟฟ้า จะได้รับประจุจากอิเล็กโตรด. สำหรับตัวนำทรงกลมที่มีรัศมี a ภายใต้สนามไฟฟ้าความเข้ม E เราสามารถหาค่าทางทฤษฎีของประจุ q บนตัวนำทรงกลมได้จาก [43, 51]

$$q = -\zeta(2)4\pi\epsilon_0 a^2 E \quad (97)$$

เมื่อ $\zeta(2)$ เป็นฟังก์ชันซีตาของรีมันน์ และสนามไฟฟ้าค่าบวกอ้างอิงในทิศทางพุ่งเข้าสู่อิเล็กโตรดที่อนุภาควางตัวอยู่. ในกรณีที่ปราศจากชั้นฉนวน สานามไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอนุภาค คือ $E = V_0(\rho\theta)^{-1}$ ในรูปแบบการจัดเรียงในรูปที่ 61. เราสามารถประมาณประจุเหนี่ยวนำบนอนุภาคทรงกลมที่อยู่ ณ ตำแหน่ง (x_p, a) ได้เป็น

$$q_p \approx -\frac{2}{3}\pi^3 a^2 \epsilon_0 \frac{V_0}{\rho_p \theta_0} \quad (98)$$

เมื่อ $\rho_p = \sqrt{x_p^2 + a^2}$. ในระหว่างที่อนุภาควางตัวอยู่บนอิเล็กโตรด อนุภาคจะได้รับแรงคูลอมบ์ F_q ซึ่งมีแนวโน้มที่จะดึงอนุภาคให้แยกออกจากอิเล็กโตรด. แรงคูลอมบ์แสดงได้ตามสมการ

$$F_q = 0.832 q_p E a_z \quad (99)$$

เมื่ออนุภาคแยกออกจากอิเล็กโตรดแล้วเป็นระยะห่างเพียงพอ แรงคูลอมบ์จะประมาณได้ด้วยสมการ

$$F_q = q_p E. \quad (100)$$

ข. แรงไดอิเล็กโตรโฟรีติก

แรงไดอิเล็กโตรโฟเรติก F_{DEP} หรือแรงเกรเดียนต์ไฟฟ้า กระทำกับอนุภาคซึ่งมีโพลาริเซชันแตกต่างจากตัวกลางที่อยู่ล้อมรอบภายใต้สนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ. แรงไดอิเล็กโตรโฟเรติกสามารถประมาณได้จากไดโพลประสิทธิผล p_{eff} ของอนุภาค. สำหรับทรงกลมตัวนำ

$$p_{eff} = 4\pi\epsilon_0 a^3 E. \quad (101)$$

แรงไดอิเล็กโตรโฟเรติกที่กระทำกับอนุภาคแสดงได้เป็น [23]

$$F_{DEP} = (p_{eff} \cdot \nabla) E = 2\pi\epsilon_0 a^3 \nabla E^2. \quad (102)$$

สำหรับระบบอิเล็กโตรดแบบระนาบเอียงในรูปที่ 1 สมการเชิงวิเคราะห์ของแรงไดอิเล็กโตรโฟเรติก ในกรณีที่ $D = 0$ คือ

$$F_{DEP} = -4\pi\epsilon_0 a^3 \frac{V^2}{\rho^3 \theta_0^2} a_\rho. \quad (103)$$

แรงไดอิเล็กโตรโฟเรติกดึงอนุภาคตัวนำเข้าสู่บริเวณที่มีสนามไฟฟ้าสูงกว่าบริเวณปัจจุบัน ซึ่งเราเรียกว่าเป็น “ไดอิเล็กโตรโฟเรซิสแบบบวก” (Positive dielectrophoresis). สังเกตว่า สมการที่ (103) ได้ละเลยผลของมัลติโพลที่อันดับสูงขึ้นไป [56]. รายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับแรงไดอิเล็กโตรโฟเรซิสสามารถสืบค้นได้จากเอกสารอ้างอิง [7, 23].

แรงชนิดอื่นที่กระทำกับอนุภาคทรงกลมในระบบที่พิจารณาได้แก่ แรงโน้มถ่วง F_g , แรงเสียดทาน F_μ , และแรงหนีต F_v . แรงหนีตของทรงกลมที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v แสดงได้เป็น

$$F_v = -6\pi\eta v. \quad (104)$$

สัมประสิทธิ์ความหนืด μ ของอากาศ มีค่าประมาณ 18.2 mPa-s. ดังนั้น แรงรวมทั้งหมด ที่กระทำกับอนุภาคคือ

$$F_{tot} = F_g + F_{DEP} + F_g + F_\mu + F_v. \quad (105)$$

สังเกตว่า F_μ ในสมการที่ (105) จะใช้ก็ต่อเมื่อ อนุภาควางตัวอยู่บนอิเล็กโตรดกราวนด์ด้านล่าง.

ก. เงื่อนไขการเริ่มเคลื่อนที่ของอนุภาค

จนถึงปัจจุบัน ได้มีการศึกษาขนาดของแรงดันที่ทำให้อนุภาคเริ่มเกิดการเคลื่อนที่ (ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกโดยย่อว่า “แรงดันเริ่มเคลื่อนที่”) ทั้งในกรณีของการยกตัวในแนวตั้ง และการเคลื่อนที่ในแนวระดับ เมื่ออนุภาควางตัวอยู่บนระนาบอิเล็กโตรดกราวนด์ ที่ไม่มีการหุ้มฉนวน [39] หรือที่มีการหุ้มฉนวน [53]. สำหรับอนุภาคที่มีรัศมี a ซึ่งมีขนาดเล็กกว่าพิทช์ x_p มาก แรงดันเริ่มเคลื่อนที่ของอนุภาคสามารถประมาณได้ดังนี้.

แรงดันเริ่มยกตัว V_L และสนามไฟฟ้าเริ่มยกตัว E_L ของอนุภาคที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (x_p, a) บนอิเล็กโตรดกราวนด์ที่ไม่ถูกหุ้มฉนวน คำนวณจากสมดุลของแรงโน้มถ่วงและแรงคูลอมบ์.

$$E_L = \frac{V_L}{\rho_p \theta_0} \approx 0.5 \sqrt{\frac{a \rho_m g}{\epsilon_0}} \quad (106)$$

เมื่อ ρ_m คือความหนาแน่น และ g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง.

เงื่อนไขสำหรับการเริ่มเคลื่อนที่ในแนวระดับของอนุภาค จะต้องพิจารณาแยกแยะระหว่างกรณีที่ (a) ไม่มีชั้นฉนวนบนอิเล็กโตรดกราวนด์ และ (b) มีชั้นฉนวนบนอิเล็กโตรด. พิจารณาอนุภาคที่อยู่บนอิเล็กโตรดกราวนด์โดยตรง โดยที่สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเท่ากับ μ . เราสามารถหาแรงดันเริ่มเคลื่อนที่ V_H และสนามไฟฟ้า E_H สำหรับการเคลื่อนที่ในแนวระดับ ได้จาก

$$F_{DEP} = \mu(F_g - F_g) \quad (107)$$

ซึ่งทำให้ได้

$$E_H = \frac{V_H}{\rho_p \theta_0} \approx \sqrt{\frac{\mu a \rho_m g}{\epsilon_0 [4\mu + (3a/\rho_p)]}} \quad (108)$$

สังเกตว่า สำหรับอนุภาคตัวนำที่วางตัวอยู่บนอิเล็กโตรดกราวด์โดยตรง V_H มีค่าต่ำกว่า V_L เสมอ ทั้งนี้ เนื่องจากว่า เมื่อแรงคูลอมบ์มีค่าใกล้เคียงกับแรงโน้มถ่วงของอนุภาค ความเสียดทานระหว่างอนุภาคกับอิเล็กโตรดจะลดลงอย่างมาก ทำให้อนุภาคพร้อมที่จะเคลื่อนที่ในแนวระดับ. อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติ คณะผู้วิจัยพบว่า ยังมีแรงพื้นผิวชนิดอื่นซึ่งยับยั้งการเคลื่อนที่ในแนวระดับของอนุภาค ก่อนการยกตัวขึ้นจากอิเล็กโตรด.

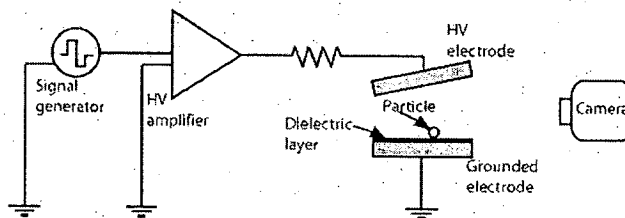
ในกรณีที่มีผิวฉนวนที่บางมากๆ คั่นอยู่ระหว่างอนุภาคและอิเล็กโตรดกราวด์ เราสมมติว่า อนุภาคไม่ได้รับการอัดประจุ ทำให้สามารถละเลยแรงคูลอมบ์ออกจากการพิจารณาได้. ในกรณีนี้ เงื่อนไขการเริ่มเคลื่อนที่ในแนวระดับเป็น

$$E_H = \sqrt{\frac{\mu \rho_m g \rho_p}{3 \epsilon_0}} \quad (109)$$

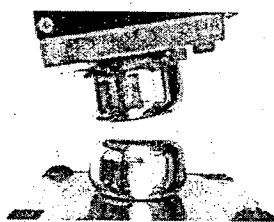
ซึ่งมีค่าสูงกว่าค่าที่ได้จากสมการที่ (108). อย่างไรก็ตาม สังเกตว่า เงื่อนไขตามสมการที่ (109) อาจไม่เป็นจริงเนื่องจากปัจจัยสองประการ. ประการแรก คือ การที่มีสนามไฟฟ้าขนาดสูงมากใกล้กับจุดสัมผัสระหว่างอนุภาคกับผิวฉนวน [57]. ดังนั้น อนุภาคอาจได้รับการอัดประจุระดับหนึ่งเนื่องจากไมโครดิสชาร์จที่เกิดขึ้น. ถึงแม้ว่า ขนาดของประจุที่เกิดขึ้นบนอนุภาคอาจไม่เท่ากับค่าในสมการที่ (4) การอัดประจุยังคงสามารถลดแรงดันเริ่มเคลื่อนที่ของอนุภาคได้. ปัจจัยประการที่สอง คือ ปฏิกริยาระหว่างประจุเหนี่ยวนำบนอนุภาค และอิเล็กโตรดกราวด์ ซึ่งถูกละเลยในสมการที่ (15). แรงที่เกิดขึ้นจากปฏิกริยานี้ทำให้เกิดการยักระหว่างอนุภาคกับอิเล็กโตรด.

3.4.1 ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของอนุภาค

การทดลองใช้ออนุภาคทรงกลมอลูมิเนียม และทรงกลมสแตนเลส ขนาดรัศมี 0.4 mm (Micro Surface Engineering). ก่อนการทดลองแต่ละครั้ง อนุภาคถูกทำความสะอาดโดยวิธี Sonication และเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 80 – 120 องศา.



ก.



ข.

รูปที่ 62. การจัดเตรียมอุปกรณ์ทดลอง. ก.แผนภาพเค้าร่าง ข.อิเล็กโตรด

รูปที่ 62 แสดงแผนภาพเค้าร่างของการจัดเตรียมการทดลอง ที่ใช้ในการสังเกตการณ์เคลื่อนที่ของอนุภาค. อิเล็กโตรดด้านล่างติดตั้งอยู่บนแท่นควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นแบบ 3 แกน (LNG60, Misumi) และ

อิเล็กโตรดด้านบนติดตั้งอยู่กับแท่นควบคุมตำแหน่งแบบปรับมุมได้. อิเล็กโตรดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 27 mm ทำจากสแตนเลส และมีการปรับมุมที่บริเวณขอบอย่างเหมาะสม เพื่อป้องกันไม่ให้สนามไฟฟ้าสูงเกินไป (ดูรูปที่ 62ข). มุมเอียง $\theta = 3^\circ$ ถูกใช้สำหรับการสังเกตพฤติกรรมพื้นฐานของอนุภาค และมุมเอียง $\theta = 15^\circ$ ถูกใช้สำหรับการควบคุมการเคลื่อนที่ของอนุภาค. สำหรับการทดลองควบคุมการเคลื่อนที่ ผู้วิจัยใช้แผ่นฉนวนความหนา 1 mm วางบนอิเล็กโตรดกราวด์. วัสดุที่ใช้เป็น Poly-dimethylsiloxane หรือ PDMS (KE-106, Shin-Etsu) ซึ่งเป็นยางซิลิโคน เนื่องจากมีความยืดหยุ่นในการเตรียมชิ้นงานสูง. นอกจากนี้ จะมีฟิล์มของพอลิอิมิด (Kapton, Dupont) หนา $74\ \mu\text{m}$ วางบนผิวของ PDMS อีกชั้น เพื่อลดแรงเสียดทาน. PDMS และพอลิอิมิด มีค่าคงตัวไดอิเล็กตริกเท่ากับ 3.1 และ 4 ตามลำดับ.

อิเล็กโตรดด้านล่างในรูปที่ 2 ถูกต่อลงกราวด์ ในขณะที่อิเล็กโตรดด้านบนได้รับแรงดันไฟฟ้า V_0 . แรงดันที่ได้สร้างจาก แอมพลิไฟเออร์แรงดันสูง (610E, Trek) ซึ่งได้รับสัญญาณขาเข้าจากเครื่องกำเนิดสัญญาณ (AFG3021, Tektronix). ผู้วิจัยได้สังเกตพื้นฐานทางกลศาสตร์ไฟฟ้าของอนุภาคบนระนาบกราวด์ โดยป้อนแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงเป็นเวลา 500 ms. สำหรับการทดลองควบคุมการเคลื่อนที่อนุภาค แรงดันที่ใช้เป็นแบบกระแสสลับรูปคลื่นไซน์ ความถี่ 50 Hz.

การเคลื่อนที่ของอนุภาคถูกบันทึกด้วยกล้อง CCD (902H3 Ultimate, Watec) ที่ประกอบเข้ากับเลนส์แบบเทเลเซนตริก และส่งสัญญาณภาพไปยังเครื่องคอมพิวเตอร์ เพื่อบันทึกภาพที่อัตราประมาณ 30 fps.

3.4.3 ผลการทดลองและอภิปรายผลการศึกษา

ก. อนุภาคบนอิเล็กโตรดกราวด์ที่ปราศจากชั้นฉนวน

คณะผู้วิจัยได้ทำการทดลองขั้นต้น เพื่อวัดแรงดันเริ่มยกตัวของอนุภาค โดยใช้แก๊พอากาศแบบสม่ำเสมอกว้าง 2 และ 4 mm โดยไม่มีชั้นฉนวนบนผิวของอิเล็กโตรด. ความแตกต่างที่ได้ระหว่างค่าแรงดันที่วัดได้ กับค่าที่ประมาณจากสมการที่ (106) มีประมาณ 10% สำหรับอนุภาคอลูมิเนียม และ 3% สำหรับอนุภาคสแตนเลส ที่ใช้ในงานวิจัยนี้. เพื่อที่จะศึกษาพื้นฐานกลศาสตร์ไฟฟ้าของอนุภาคภายใต้ระบบอิเล็กโตรดระนาบเอียงที่ใช้ การวิจัยเริ่มจากกรณีที่อนุภาควางตัวบนอิเล็กโตรดกราวด์โดยตรง (ไม่มีชั้นฉนวน). คณะผู้วิจัยทำการจำลองเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาค ที่มุม $\theta = 3^\circ, 6^\circ$ และ 9° เมื่อแรงดันป้อน V_0 ให้มีค่าสูงกว่าแรงดันเริ่มยกตัว ของอนุภาค. ความเร็วของอนุภาค v_1 ก่อนชนกับอิเล็กโตรด และ v_2 หลังชนกับอิเล็กโตรดมีความสัมพันธ์เป็น

$$v_{2,n} = -k_n v_{1,n} \quad (110)$$

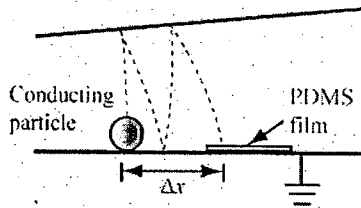
และ

$$v_{2,t} = k_t v_{1,t} \quad (111)$$

โดยที่ k_n และ k_t เป็นสัมประสิทธิ์ของความชน ซึ่งมีดัชนีล่าง n และ t ระบุทิศทางในแนวตั้งฉากและขนานกับอิเล็กโตรดของความเร็ว. k_n และ k_t ที่ใช้ในการจำลอง มีค่าเท่ากับ 0.6 และ 0.8 ตามลำดับ ซึ่งเป็นค่าหาได้จากการทดลองกับอนุภาคอลูมิเนียมบนอิเล็กโตรดที่ใช้จริง.

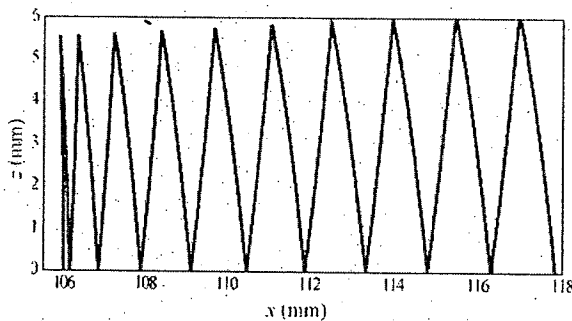
เพื่อยืนยันผลการจำลองเชิงเลข คณะผู้วิจัยได้ทดลองวัดการเคลื่อนที่ของอนุภาคอลูมิเนียมตามเวลา. ในการทดลองนี้ ฟิล์ม PDMS ที่มีความหนาประมาณ $30\ \mu\text{m}$ ถูกวางไว้บนอิเล็กโตรดกราวด์ ณ บริเวณใกล้กับตำแหน่งเริ่มต้นของอนุภาค. หลังจากป้อนแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงในอนุภาค อนุภาคเคลื่อนที่ขึ้นและลงข้ามแก๊ปด้วยแรงไฟฟ้า. ตำแหน่งของฟิล์ม PDMS ถูกเลือกให้อนุภาคตกลงบนฟิล์ม หลังจากเคลื่อนที่ขึ้นลงได้ 2 รอบ. เนื่องจากฟิล์ม PDMS ป้องกันการอัดประจุของอนุภาค อนุภาคจึงยึดติดกับฟิล์ม

PDMS หลังจากตกกระทบ ดังแสดงในรูปที่ 63. การทดลองนี้ วัดระยะกระจัดแนวระดับ Δx จากตำแหน่งเริ่มต้นของอนุภาค. เมื่อเปรียบเทียบกับผลการจำลองที่ได้ในกรณีของ $x_p = 106$ mm, $\theta_0 = 3$ องศา และ $V_0 = 4$ kV ค่าเฉลี่ยของระยะกระจัดที่วัดได้เท่ากับ 0.75 mm ในขณะที่ผลการจำลองได้ระยะกระจัด 0.83 mm ซึ่งมีความแตกต่างประมาณ 10.7%.



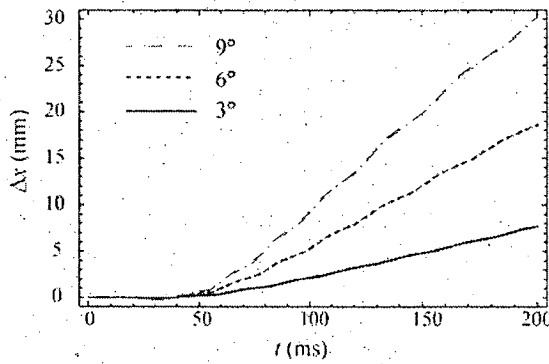
รูปที่ 63. แผนภาพเค้าร่างของการวัดระยะกระจัดของอนุภาค

เส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคออสุมิเนียมที่ได้จากการจำลองจนถึงเวลา 270 ms (ปราศจากฟิล์ม PDMS) แสดงในรูปที่ 64. จากรูป เราเห็นได้อย่างชัดเจนว่า เมื่ออนุภาคยกตัวขึ้นจากอิเล็กโตรดด้านล่างแล้ว อนุภาคเคลื่อนที่ไปยังด้านขวามือของรูป ซึ่งเป็นบริเวณที่ความเข้มสนามไฟฟ้าต่ำกว่า. แรงคูลอมบ์มีอิทธิพลเหนือแรงไดอิเล็กโตรโฟเรติก. อนุภาคตกกระทบอิเล็กโตรดโดยที่มีมุมตกกระทบแตกต่างจากมุม 90 องศาเล็กน้อย เนื่องจากความเฉื่อยของอนุภาค. หลังการตกกระทบ อนุภาคเคลื่อนที่ออกจากอิเล็กโตรดด้วยมุมที่มากขึ้น เนื่องจาก $k_t > k_n$.



รูปที่ 64. เส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ได้จากการจำลอง เมื่อ $\theta_0 = 3^\circ$

รูปที่ 65 แสดงระยะกระจัดแนวระดับ Δx จากตำแหน่งเริ่มต้นที่ได้จากการคำนวณเชิงเลข เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อแรงดัน V_0 ที่ป้อนให้กับอิเล็กโตรดมีค่าเท่ากัน แต่มุม θ_0 ระหว่างอิเล็กโตรดแตกต่างกัน. ในการจำลอง อนุภาคมีตำแหน่งเริ่มต้นที่แตกต่างกัน เพื่อให้ได้รับความเครียดสนามไฟฟ้าเท่ากัน ณ ตำแหน่งเริ่มต้น. นั่นคือ คงค่า $\rho\theta_0$ ที่เวลา $t = 0$. รูปที่ 65 แสดงให้เห็นว่า เมื่อมุมเอียงระหว่างอิเล็กโตรดระนาบมีค่าเพิ่มขึ้น อนุภาคจะเคลื่อนที่ไปทางด้านขวามือเร็วขึ้น. ทั้งนี้ มีข้อควรสังเกตเพิ่มเติมคือ เมื่อแรงดัน V_0 มีค่าสูงกว่า V_H แต่ต่ำกว่า V_L อนุภาคจะเคลื่อนที่ในแนวระดับตามผิวอิเล็กโตรดไปทางด้านซ้ายมือ ซึ่งเป็นบริเวณที่มีสนามไฟฟ้าสูงขึ้น และอนุภาคจะถูกยกจากอิเล็กโตรดเมื่อแรงคูลอมบ์ที่กระทำกับอนุภาคมีขนาดมากเพียงพอ [39]. แนวทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคหลังจากยกตัวแล้ว เป็นไปตามเส้นทางที่แสดงในรูปที่ 64. นั่นคือเคลื่อนที่กลับไปสู่บริเวณที่สนามไฟฟ้าต่ำลง.



รูปที่ 65. ระยะกระจัด Δx ของอนุภาคออลูมิเนียม เป็นฟังก์ชันของเวลา t เมื่อ $V_0 = 4$ kV

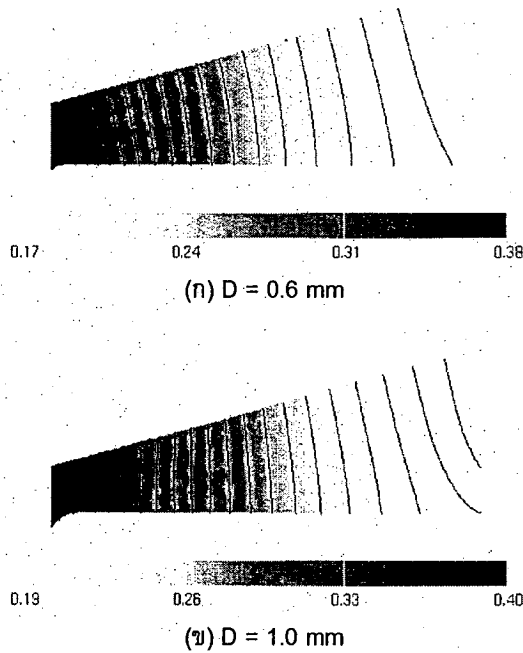
ข. อนุภาคบนอิเล็กโตรดกราวนด์ที่มีชั้นฉนวนวางอยู่

ผลการศึกษาที่ได้กล่าวถึงในหัวข้อที่ผ่านมา แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความยากในการหยุดการเคลื่อนที่ของอนุภาคตัวนำ ณ บริเวณที่ต้องการภายในระบบอิเล็กโตรด. จากการทดลองโดยใช้อิเล็กโตรดแบบระนาบเอียงของ Hara และคณะ พบว่า นอกเหนือจากการเคลื่อนที่ข้ามแถบไป-มาของอนุภาคแล้ว เมื่ออนุภาคได้รับการอัดประจุ อนุภาคอาจยึดติดกับผิวของสเปเซอร์ และวิ่งไปตามผิวของสเปเซอร์ภายใต้สนามไฟฟ้าที่มีขนาดสูงมากพอ [40]. ในหัวข้อนี้ ผู้วิจัยได้ทดลองใช้การจัดเรียงแบบง่าย ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของอนุภาค โดยใช้แรงไดอิเล็กโตรโฟเรติก. รูปแบบการจัดเรียงนี้ใช้สนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ ณ จุดสิ้นสุดของชั้นฉนวน ในการยึดจับอนุภาค.

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในเบื้องต้น แผ่น PDMS ถูกวางบนผิวของอิเล็กโตรดกราวนด์ เพื่อป้องกันอนุภาคจากการอัดประจุเนื่องจากการสัมผัสกับอิเล็กโตรด. เราเลือกใช้ความหนา D ของอนุภาค ที่มีขนาดมากกว่ารัศมี a ของอนุภาค เพื่อหลีกเลี่ยงสนามไฟฟ้าค่าสูง ณ บริเวณจุดสัมผัสระหว่างอนุภาคกับแผ่นฉนวน ซึ่งสามารถทำให้เกิดการอัดประจุอนุภาคได้เช่นเดียวกัน. หน้าที่ของความหนา D อีกประการหนึ่งคือ การลดแรงยึดทางไฟฟ้าระหว่างประจุเหนี่ยวนำบนอนุภาค และเงาประจุที่เกิดขึ้นเนื่องจากอิเล็กโตรดกราวนด์.

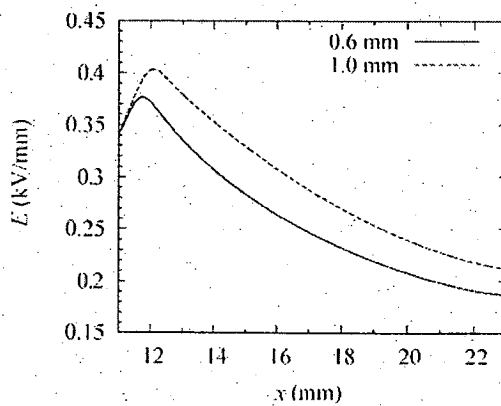
ผลการคำนวณเชิงเลข

เพื่อที่จะศึกษาผลของแผ่นฉนวน ที่มีต่อการกระจายของสนามไฟฟ้าในแถบ คณะผู้วิจัยได้คำนวณสนามไฟฟ้าในแถบอากาศ ด้วยวิธีขั้นประกอบขอบเขต (Boundary element method) [34] โดยได้ลดรูปการคำนวณเป็นแบบ 2 มิติ. เนื่องจากฟิล์มพอลิไมด์มีความหนาน้อยมาก การคำนวณจึงพิจารณาเฉพาะชั้นของ PDMS เท่านั้น. รูปที่ 66ก และ 66ข แสดงการกระจายของสนามไฟฟ้าในแถบอากาศระหว่างชั้นฉนวนกับอิเล็กโตรดด้านบน ที่ได้จากการคำนวณเชิงเลขตามเงื่อนไข $V_0 = 1$ kV, $\theta_0 = 15^\circ$ และ $x = 11-24$ mm. ค่าสนามไฟฟ้าถูกแสดงในช่วงแถบที่อิเล็กโตรดด้านบนสูง $z_{in} = 3.0$ ถึง 6.4 mm. ผู้วิจัยทดลองคำนวณกรณีความหนาของชั้นฉนวนเท่ากับ 0.6 และ 1.0 mm เพื่อสังเกตผลของความหนาดังกล่าว. รูปที่ 6 ยังแสดงแนวเส้นสนามไฟฟ้าเท่า เพื่อให้ง่ายต่อการสังเกตลักษณะการแปรผันของค่าความเข้มสนามไฟฟ้า. จากรูป เราเห็นว่า สนามไฟฟ้ามีขนาดเพิ่มขึ้นจากทางด้านขวาไปซ้าย เนื่องจากความกว้างแถบที่ลดลง. ผลของความหนาของชั้นฉนวนแสดงให้เห็นชัดเจนมากขึ้น ที่ระยะแถบค่าต่ำลง ดังแสดงด้วยเส้นสนามไฟฟ้าเท่าที่เป็นเบี่ยงเบนจากความสัมพันธ์ $r = \text{constant}$. สนามไฟฟ้าสูงสุดเกิดขึ้นที่จุดสิ้นสุดของชั้นฉนวนทางด้านซ้ายมือ. นอกจากนี้ ยังมีสนามไฟฟ้าสูงสุดเฉพาะที่ (local peak) บนอิเล็กโตรดด้านบน ซึ่งสิ้นสุดใกล้กับมุมซ้ายบนของรูป



รูปที่ 66. ผลการคำนวณสนามไฟฟ้าในแกปอากาศระหว่างผิวฉนวน PDMS และอิเล็กโตรดบน.

รูปที่ 67 แสดงขนาดของสนามไฟฟ้าที่ความสูง 0.4 mm (เท่ากับรัศมีอนุภาค) จากผิวของฉนวน. เราสามารถเห็นได้จากรูปว่า ที่ตำแหน่ง x เดียวกัน สนามไฟฟ้าในกรณี $D = 1.0$ mm มีค่าสูงกว่าเล็กน้อย. ค่าสนามไฟฟ้าสูงสุดเท่ากับ 0.38 kV/mm สำหรับ $D = 0.6$ mm และ 0.40 kV/mm สำหรับ $D = 1.0$ mm.



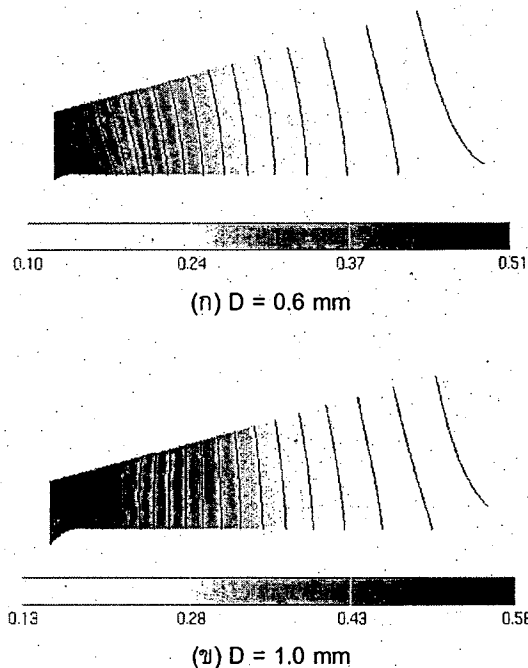
รูปที่ 67. สนามไฟฟ้าที่ความสูง 0.4 mm เหนือผิวฉนวน เมื่อ $V_0 = 1$ kV และ $\theta_0 = 15^\circ$.

พลังงานสนามไฟฟ้า W_E สำหรับอนุภาควัสดุที่ไม่ถูกอัดประจุ ในแกปอากาศระหว่างอิเล็กโตรดระนาบเฉียงสามารถหาได้จาก [58]

$$W_E = -2\pi\epsilon_0 a^3 E^2. \quad (18)$$

รูปที่ 68 แสดงลักษณะสมบัติของ $|W_E|$ ในแกปอากาศ. เราจะเห็นได้ว่า ลักษณะการแปรผันของพลังงานสนามไฟฟ้า คล้ายคลึงกับของสนามไฟฟ้าในรูปที่ 66 โดยพลังงานมีค่าสูงในกรณีของ $D = 1.0$ mm. สมการที่ (8) และ (18) แสดงเป็นนัยว่า เราสามารถคำนวณแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกได้จากเกรเดียนต์ของพลังงานสนามไฟฟ้า. ดังนั้น เราสามารถสรุปทิศทางของแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกจากแนวเส้นพลังงานคงที่ใน

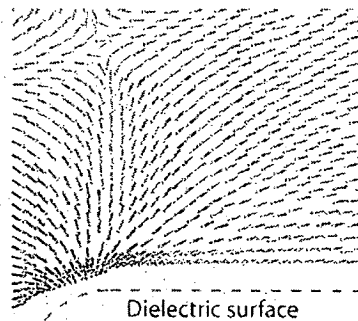
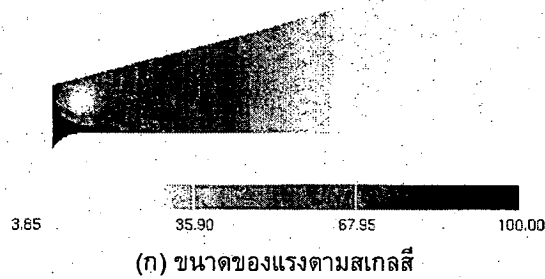
รูปที่ 68. เมื่ออนุภาคตัวนำอยู่บนผิวฉนวน แรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกจะดึงดูดอนุภาคเข้าสู่ตำแหน่งของสนามไฟฟ้าสูงสุดที่จุดสิ้นสุดของผิวฉนวน.



รูปที่ 68. การกระจายของพลังงานสนามไฟฟ้าในแก๊สอากาศระหว่างผิวฉนวน PDMS และอิเล็กโตรดด้านบน

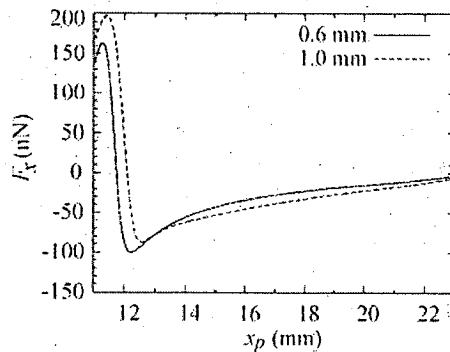
รูปที่ 69ก แสดงขนาดของแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกที่ประมาณจากสมการที่ (102) สำหรับกรณีที่ความหนาแผ่นฉนวน $D = 1.0 \text{ mm}$. สังเกตว่า ค่าของสนามไฟฟ้าสูงสุดในรูปถูกจำกัดอยู่ที่ 100 nN สำหรับสเกลสี เพื่อให้สามารถเห็นการแปรผันของแรงได้ชัดเจนตลอดทั้งแก๊ส. ขนาดที่ถูกต้องของแรงสูงสุดสูงกว่า 100 nN มาก ในบริเวณใกล้กับจุดสิ้นสุดของแผ่นฉนวน. แรงมีขนาดเพิ่มจากไม่กี่ nN ที่บริเวณทางขวามือของรูปที่ 9ก. รูปที่ 9ข แสดงทิศทางของแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกในบริเวณใกล้ๆ กับจุดสิ้นสุดของผิวฉนวน. เนื่องจากแรงมีขนาดแปรผันอย่างมากในบริเวณดังกล่าว เวกเตอร์แรงในรูปจึงแสดงด้วยขนาดเท่ากัน. รูปที่ 69ข แสดงให้เห็นว่า อนุภาคตัวนำจะถูกดึงดูดด้วยแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติก เข้าสู่จุดสิ้นสุดของแผ่นฉนวน ถ้าหากว่าอนุภาคไม่ถูกยกตัวขึ้นสูงจากแผ่นฉนวนมากเกินไป.

รูปที่ 70 แสดงขนาดของแรงในแนวระดับ F_x ที่ทำกับอนุภาคตัวนำที่วางตัวอยู่บนผิวฉนวน. นั่นคืออนุภาคอยู่ที่ $z_p = 1.0 \text{ mm}$ และ 1.4 mm บนแผ่นฉนวนหนา 0.6 mm และ 1.0 mm ตามลำดับ. เราสามารถเห็นได้จากรูปที่ 70 ว่า เมื่ออนุภาคอยู่ห่างจากจุดสิ้นสุดของแผ่นฉนวน อนุภาคได้รับแรงในทิศ $-x$. ขนาดของแรงเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่ง x_p ลดลง และมีค่ามากกว่าในกรณีของฉนวนหนา 1.0 mm . แรงค่าบวก ซึ่งป้องกันอนุภาคไม่ให้เคลื่อนที่ผ่านกับดักไดอิเล็กโตรโฟรีติก มีขนาดสูงมากที่จุดสิ้นสุดของแผ่นฉนวน. รูปแบบการจัดเรียงที่ใช้แผ่นฉนวนหนา 0.6 mm มีขนาดของแรงค่าลบสูงกว่ากรณีแผ่นฉนวนหนา 1.0 mm เล็กน้อย ซึ่งอาจเป็นผลของลักษณะผิวโค้งในการจำลองเชิงเลขที่ใช้ ณ จุดสิ้นสุดของแผ่นฉนวน.



(ข) ทิศทางของแรงใกล้กับจุดสิ้นสุดของแผ่นฉนวน

รูปที่ 69. แรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกเมื่อ $D = 1.0$ mm, $V_0 = 1$ kV และ $\theta_0 = 15^\circ$



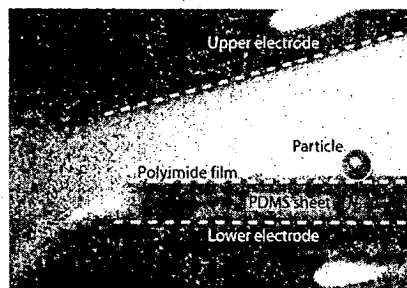
รูปที่ 70. แรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกที่ทำกับอนุภาคบนผิวฉนวน เมื่อ $V_0 = 1$ kV และ $\theta_0 = 15^\circ$

จากการทดลองวัดขั้นตอนบนผิวของพอลิโพรพิลีน แรงเสียดทานสถิตของอนุภาคอลูมิเนียมมีค่าระหว่าง 380 ถึง 730 nN และของอนุภาคสแตนเลสมีค่าระหว่าง 368 ถึง 1270 nN. แรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกมีขนาดขึ้นกับ V_0^2 ในสมการที่ (103). จากผลการคำนวณเชิงเลขที่ได้ และขีดจำกัดบนของความเสียดทานที่วัดได้ เราประมาณแรงดันเริ่มต้นเคลื่อนที่ของอนุภาค เมื่อ $D = 1.0$ mm ได้ประมาณ 5.0 kV สำหรับอนุภาคอลูมิเนียม และ 6.6 kV สำหรับอนุภาคสแตนเลส. จากค่า V_0 ที่ประมาณได้ สนามไฟฟ้าพื้นหลังสูงสุด ในสภาวะปราศจากอนุภาค มีขนาดเท่ากับ 2.03 และ 2.07 kV/mm ที่บริเวณจุดสิ้นสุดของแผ่นฉนวน ซึ่งเป็นค่าที่ต่ำกว่าสนามไฟฟ้าวิกฤตของอากาศในสภาวะทดลอง. อย่างไรก็ตาม สนามไฟฟ้าสูงสุดที่เกิดขึ้นจริงจะมีขนาดขึ้นกับลักษณะเรขาคณิตของแผ่นฉนวนอย่างมาก. นอกจากนี้ การมีอยู่ของอนุภาคยังทำให้สนามไฟฟ้ามีสูงขึ้นจากสนามไฟฟ้าพื้นหลัง ณ บริเวณโดยรอบอนุภาค. ทั้งนี้ หากว่าอนุภาคได้รับการอัดประจุไม่สูงนัก

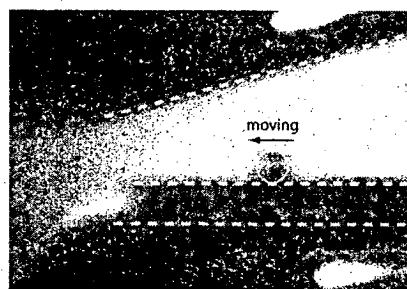
อนุภาคยังคงสามารถยึดติดกับแผ่นฉนวนได้ด้วยแรงไดอิเล็กโตรโฟรีก ซึ่งแสดงขนาดและทิศทางในรูปที่ 69.

ผลการทดลอง

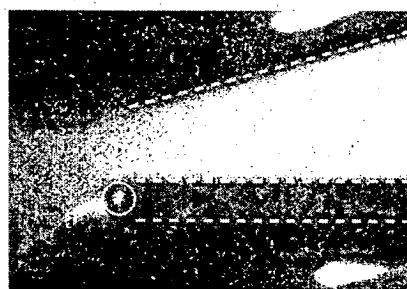
เพื่อพิสูจน์ผลการคำนวณเชิงเลข คณะผู้วิจัยได้ทำการทดลอง โดยใช้ระบบอิเล็กโตรดที่มีมุมเอียง 15° . แผ่น PDMS หนา 1 mm ถูกใช้ในการทดลอง เนื่องจากผลการคำนวณเชิงเลขแสดงให้เห็นว่า ความหนาของชั้นฉนวนสามารถเพิ่มขนาดของแรงไดอิเล็กโตรโฟรีกได้. ผู้วิจัยใช้ลักษณะการสิ้นสุดของแผ่นฉนวน 2 แบบ คือ 1. แผ่น PDMS และฟิล์มพอลิอิมได์สิ้นสุด ณ ตำแหน่ง(แนวอน)เดียวกัน 2. ฟิล์มพอลิอิมได์ยื่นออกจากตำแหน่งสิ้นสุดของแผ่น PDMS ไปอีกประมาณ 1 ถึง 2 mm.



(ก) ตำแหน่งเริ่มต้น



(ข) การเคลื่อนที่หลังป้อนแรงดันให้กับอิเล็กโตรด

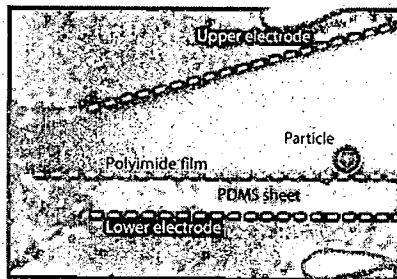


(ค) ตำแหน่งสุดท้าย

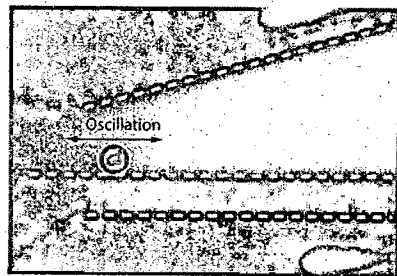
รูปที่ 71. ลำดับภาพตามเวลาของตำแหน่งอนุภาค เมื่อใช้ลักษณะการสิ้นสุดของแผ่นฉนวนแบบแรก

รูปที่ 71 แสดงภาพการเคลื่อนที่ของอนุภาคบนชั้นฉนวนที่บันทึกได้ เมื่อมีลักษณะการสิ้นสุดของแผ่นฉนวนแบบแรก. อนุภาคมีตำแหน่งเริ่มต้นที่ $x_p \approx 14.6$ mm ซึ่งตรงกับความสูงอิเล็กโตรดบน $z_u = 4.4$ mm (รูปที่ 71ก). หลังจากเพิ่มแรงดัน V_0 ที่ป้อน ถึง 3.5 kV อนุภาคเริ่มเคลื่อนที่ตามผิวของอิเล็กโตรดไปทางซ้ายมือ ดังแสดงในรูปที่ 71ข. เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่ถึงตำแหน่งสิ้นสุดของแผ่น PDMS ในรูปที่ 71ค.

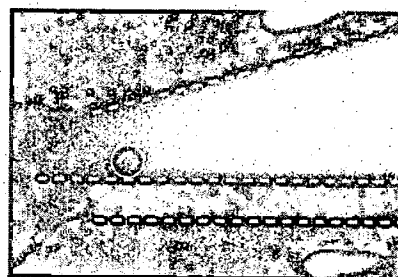
อนุภาคถูกยึดจับให้ติดกับขอบของ PDMS. อนุภาคคงอยู่ในสภาวะนี้ได้ แม้ว่าจะยังคงบ่อนแรงให้กับระบบอิเล็กทรอนิกส์อย่างต่อเนื่อง. จากการทดลองซ้ำเป็นจำนวนหนึ่ง คณะผู้วิจัยพบว่า อนุภาคอาจถูกยึดจับที่ขอบของ PDMS ดังแสดงในรูปที่ 71 หรืออาจเคลื่อนที่ผ่านแถบแคบสุดของระบบอิเล็กทรอนิกส์โดยไม่ลดความเร็วและไม่ถูกยึดจับ. ความเป็นไปได้ของความสำเร็จและความล้มเหลวในการยึดจับอนุภาคมีใกล้เคียงกันโดยประมาณ. ทั้งนี้ ปริมาณของประจุที่ถูกอัดให้กับอนุภาคอาจเป็นปัจจัยสำคัญ ที่ส่งผลต่อความสามารถในการยึดจับอนุภาคที่ตำแหน่งสิ้นสุดของแผ่นฉนวน. แม้ว่าการใช้แผ่นฉนวน PDMS และการใช้ระยะแถบที่เหมาะสมจะสามารถควบคุมอนุภาค ไม่ให้ยกตัวขึ้นจากอิเล็กทรอนิกส์ด้านล่างได้ อนุภาคยังคงถูกอัดประจุอยู่ในระดับหนึ่ง. ที่ตำแหน่งสิ้นสุดของแผ่นฉนวน อนุภาคอยู่ใกล้กับอิเล็กทรอนิกส์ และแรงดึงดูดมีอาจหักล้างกับแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกซึ่งถูกใช้ยึดจับอนุภาค.



(ก) ตำแหน่งเริ่มต้น



(ข) การเคลื่อนที่หลังบ่อนแรงดันให้กับอิเล็กทรอนิกส์



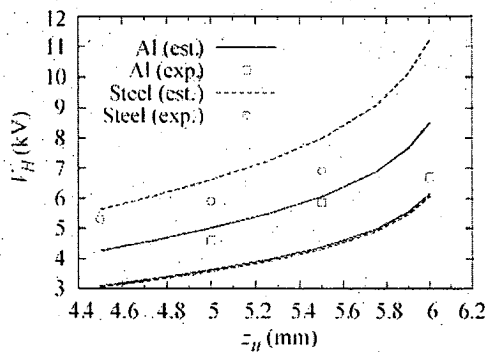
(ค) ตำแหน่งสุดท้าย

รูปที่ 72. ลำดับภาพตามเวลาของตำแหน่งอนุภาค เมื่อใช้ลักษณะการสิ้นสุดของแผ่นฉนวนแบบที่ 2

จากทิศทางของแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกที่แสดงในรูปที่ 69 และ 70 เราจะเห็นได้ว่า แม้ว่าอนุภาคจะเคลื่อนที่ผ่านจุดสิ้นสุดของตำแหน่งสนามไฟฟ้าสูงสุดไปแล้ว อนุภาคยังคงได้รับแรงไดอิเล็กโตรโฟรีติกค่าลบซึ่งดึงอนุภาคให้เข้าสู่ตำแหน่งสนามไฟฟ้าสูงสุดอยู่. จากข้อสังเกตนี้ คณะผู้วิจัยได้ทดลองใช้ลักษณะการสิ้นสุดของแผ่นฉนวนในแบบที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 72ก. ตำแหน่งเริ่มต้นของอนุภาคตัวอย่างอยู่ที่เดียวกับรูปที่ 11ก

โดยประมาณ. พิล์มพอลิไมด์ถูกยึดให้ยาวกว่า PDMS ประมาณ 1 ถึง 2 mm. เมื่อบ้อนศักย์ไฟฟ้าให้กับระบบอิเล็กทรอนิกส์ อนุภาคเคลื่อนที่ไปยังด้านซ้ายมือ และแสดงการแกว่งตัวไปทางด้านหน้าและด้านหลังภายในบริเวณสนามไฟฟ้าสูง ในรูปที่ 72ข. หลังจากนั้น อนุภาคหยุดอยู่ที่บริเวณซึ่งใกล้กับตำแหน่งของสนามไฟฟ้าสูงสุด ดังแสดงในรูปที่ 72ค.

คณะผู้วิจัยได้ทดลองวัดแรงดันเริ่มเคลื่อนที่ V_H ของอนุภาค เมื่อตำแหน่งเริ่มต้นอยู่ที่ความสูง z_H ของอิเล็กโตรดด้านบนระหว่าง 4.5 และ 6.0 mm. ค่าเฉลี่ยของ V_H ที่วัดได้แสดงในรูปที่ 73. เพื่อที่จะเปรียบเทียบกับค่าการประมาณทางทฤษฎี เราจึงได้ทดลองวัดแรงเสียดทานระหว่างอนุภาคกับฟิล์มพอลิไมด์ โดยอาศัยระยะนาบที่ปรับมุมเอียงได้. อย่างไรก็ตาม ผลการวัดที่ได้แปรตามการทดลองแต่ละครั้งอย่างมาก. ค่าของ V_H ที่ประมาณได้จากแรงเสียดทานค่าสูงสุดและต่ำสุดแสดงในรูปที่ 73 เพื่อการเปรียบเทียบ. รูปที่ 73 แสดงอย่างชัดเจนว่า ค่าของ V_H จากการทดลองเพิ่มขึ้นตามความสูง z_H ในแนวตั้งของแกป. คณะผู้วิจัยยังคงไม่สามารถสรุปได้โดยเด็ดขาดว่า ค่าของ V_H ที่วัดได้ สูงกว่าหรือต่ำกว่าค่าการประมาณทางทฤษฎี.



รูปที่ 73. แรงดันเริ่มเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ได้จากการวัด (สัญลักษณ์) ของอนุภาคอลูมิเนียมและอนุภาคสแตนเลส เปรียบเทียบกับค่าสูงสุด (เส้นประ) และค่าต่ำสุด (เส้นทึบ) จากการประมาณ

ความสามารถในการยึดจับอนุภาคได้สำเร็จในการทดลองยังขึ้นอยู่กับ ตำแหน่งเริ่มต้นของอนุภาค. อนุภาคอลูมิเนียมที่เริ่มต้นในตำแหน่งความสูงอิเล็กโตรด $z_H = 5, 5.5$ และ 6.5 mm มีความเป็นไปได้ในการถูกยึดจับเท่ากับ 100, 43 และ 14% ของจำนวนครั้งที่ทำการทดลอง ตามลำดับ. สำหรับอนุภาคสแตนเลสที่ตำแหน่งเริ่มต้น $z_H = 4.5, 5$ และ 5.5 mm ความเป็นไปได้ในการยึดจับเท่ากับ 100, 100 และ 60% ตามลำดับ. ที่ความสูง z_H มากขึ้น พลังงานจลน์ของอนุภาคในขณะที่เคลื่อนที่เข้าสู่กับดักอนุภาคมีค่าสูงขึ้น. นอกจากนี้ เนื่องจากสนามไฟฟ้าค่าสูง ต้องใช้ในการกระตุ้นให้อนุภาคเริ่มเกิดการเคลื่อนที่ เมื่อ z_H มากขึ้น การรบกวนของแรงคูลอมบ์จึงมีความเป็นไปได้มากขึ้นเช่นเดียวกัน ณ บริเวณที่ต้องการยึดจับอนุภาค.