

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ได้ค้นพบทฤษฎีบทการหาผลประสานของดีสทริบิวชันที่สัมพันธ์กับ ส่วนกลางไดมอนด์ของมาร์เคอริสซ์ ดังนี้

ทฤษฎีบท 4.1

กำหนดให้ $T_{m,c}(x)$ เป็นดีสทริบิวชันที่สัมพันธ์กับส่วนกลางไดมอนด์ของมาร์เคอริสซ์ นิยาม ในสมการ (1.1) แล้วจะได้ว่า $T_{m,c}(x)$ เป็นดีสทริบิวชันเทมเพอร์ และ

$$T_{m,c}(x) = T_{m-r,c}(x) * T_{r,c}(x) \quad (4.1)$$

เมื่อ r เป็นจำนวนเต็มไม่เป็นลบ และ $r < m$

นอกจากนี้ ถ้า $l = m - r$, $n = r$ จะได้ว่า

$$T_{l,c}(x) * T_{n,c}(x) = T_{l+n,c}(x) \text{ สำหรับ } l+n=m$$

พิสูจน์ เนื่องจาก $T_{m,c}(x) = (-1)^m S_{2m,c}(x) * R_{2m,c}(x)$, ($m = 0,1,2,\dots$)

ดังนั้น โดยบทตั้ง 2 จะได้ว่า $T_{m,c}(x)$ เป็นดีสทริบิวชันเทมเพอร์

โดยบทตั้ง 3 จะได้ว่า $\diamond_c^m T_{m,c} = \delta$

จึงได้ว่า $\diamond_c^l \diamond_c^{m-r} T_{m,c} = \delta$ สำหรับ $m > r$

และโดยบทตั้ง 3 จะได้ว่า

$$\diamond_c^{m-r} T_{m,c}(x) = (-1)^m S_{2r,c}(x) * R_{2r,c}(x),$$

คอนโวลูชันทั้งสองข้างของสมการด้วย

$$(-1)^{m-r} S_{2(m-r),c}(x) * R_{2(m-r),c}(x),$$

จะได้ว่า

$$(-1)^{m-r} S_{2(m-r),c}(x) * R_{2(m-r),c}(x) *$$

$$\diamond_c^{m-r} T_{m,c}(x) = (-1)^{m-r} S_{2(m-r),c}(x) * R_{2(m-r),c}(x) * (-1)^m S_{2r,c}(x) * R_{2r,c}(x),$$

หรือ

$$\diamond_c^{m-r} [(-1)^{m-r} S_{2(m-r),c}(x) * R_{2(m-r),c}(x)] * T_{m,c}(x)$$

$$= (-1)^m S_{2(m-r),c}(x) * S_{2r,c}(x) * R_{2(m-r),c}(x) * R_{2r,c}(x)$$

เนื่องจาก

$S_{2m,c}(x)$ และ $R_{2m,c}(x)$ เป็นดีสทริบิวชันเทมเพอร์และเป็นสมาชิกในปริภูมิของ convolution

algebra u'

โดยบทตั้ง 3 และ 4 จะได้ว่า

$$\delta * T_{m,c}(x) = (-1)^m S_{2m,c}(x) * R_{2m,c}(x),$$

$$T_{m,c}(x) = (-1)^m S_{2m,c}(x) * R_{2m,c}(x),$$

จากสมการ (4.1) จะได้ว่า

$$T_{m,c}(x) = T_{m-r,c}(x) * T_{r,c}(x)$$

ให้ $l = m - r$, $n = r$ จะได้ว่า

$$T_{l,c}(x) * T_{n,c}(x) = T_{l+n,c}(x) = T_{m,c}(x)$$

ทฤษฎีบท 4.2

กำหนดให้ $T_{m,c}(x)$ นิยามในสมการ (1.1) แล้ว $T_{m,c}(x)$ เป็นสมาชิกของปริภูมิ u' ของ convolution algebra และมี $T_{m,c}^{*-1}(x)$ เป็นอินเวอร์สของ $T_{m,c}(x)$ ซึ่ง

$$T_{m,c}(x) * T_{m,c}^{*-1}(x) = \delta = T_{m,c}^{*-1}(x) * T_{m,c}(x)$$

พิสูจน์ เนื่องจาก $T_{m,c}(x) = (-1)^m S_{2m,c}(x) * R_{2m,c}(x)$,

เป็นดิสตรีบิวชันเทมเพอร์ตามบทตั้ง 2 และ

supports ของ $S_{2m,c}(x)$ และ $R_{2m,c}(x)$ เป็น compact

จึงทำให้ $S_{2m,c}(x)$ และ $R_{2m,c}(x)$ เป็นสมาชิกของปริภูมิ u' ของ convolution algebra

โดย (Zemanian, 1965: Theorem 6.2.1, 151) จะมี $T_{m,c}^{*-1}(x)$ เป็นอินเวอร์สเพียงตัวเดียว ซึ่ง

$$T_{m,c}(x) * T_{m,c}^{*-1}(x) = \delta = T_{m,c}^{*-1}(x) * T_{m,c}(x)$$