



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

ปริญญา

สถิติ

สาขา

สถิติ

ภาควิชา

เรื่อง การเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน
ประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อนขนาดตัวอย่างเล็ก

A Comparison of Confidence Interval Estimation Methods for the Difference between
Two Independent Population Proportions for Small Sample Size

นามผู้วิจัย นางสาวกนกกาญจน์ ศศิวิมลฤทธิ

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์อภิญญา หิรัญวงษ์, ศศ.ด.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญอ้อม โคมที, Ph.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์, M.S.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา วีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

สืบสิงห์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน
ประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก

A Comparison of Confidence Interval Estimation Methods for the Difference between Two
Independent Population Proportions for Small Sample Size

โดย

นางสาวกนกกาญจน์ ศศิวิมลฤทธิ

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

พ.ศ. 2558

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กนกกาญจน์ ศศิวิมลฤทธิ 2558: การเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่น
สำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก
ปริญาวิทยาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ) สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ อาจารย์ที่ปรึกษา
วิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์อภิญา หิรัญวงษ์, ศศ.ด. 106 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่น
สำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก
โดยเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความ
เชื่อมั่นของวิธีการประมาณ 5 วิธีคือ วิธี Classical วิธี Newcombe วิธี Peskun วิธี Adding-4 และ
วิธี Recentered กำหนดขนาดตัวอย่าง 2 กรณี คือ $n_1 = n_2$ และ $n_1 = 1.5n_2$ โดยขนาดตัวอย่างกลุ่ม
ที่ 2 คือ n_2 มีค่าเป็น 5, 10, 15, 20, 25 และ 30 และผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่ม
($p_1 - p_2$) มีค่าตั้งแต่ 0.0 ถึง 0.8 เพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นคือ 0.95 และ 0.99
ทำการทดลองซ้ำจำนวน 50,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป
SAS 9.3 โดยพิจารณาจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำ
กว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด
ผลการวิจัยสามารถสรุปผลได้ดังนี้

วิธี Newcombe เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น $n_1 = n_2$ และ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 ถึง 0.5
วิธี Adding-4 ดี เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่า 0.99 และ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 ถึง 0.8 ส่วน
วิธี Peskun ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด
ทุกกรณี แต่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวที่สุด วิธี Classical ส่วนใหญ่ให้
ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความ
เชื่อมั่นที่กำหนดเพียงกรณีเดียวเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความ
เชื่อมั่นที่คำนวณได้ส่วนใหญ่มีค่ากว้างกว่าวิธีการประมาณแบบอื่นๆ ส่วนวิธี Recentered ให้
ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความ
เชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างสั้นกว่าวิธีอื่น

Kanokkan Sasiwimonrit 2015: A Comparison of Confidence Interval Estimation Methods for the Difference between Two Independent Population Proportions for Small Sample Size. Master of Science (Statistics), Major Field: Statistics, Department of Statistics. Thesis Advisor: Associate Professor Apinya Hirunwong, Ph.D. 106 pages.

The purpose of this research was to compare confidence interval estimation methods for the difference between two independent population proportions with small sample Size. The criteria to select suitable confidence interval were the coverage probability must not lower than the specified confidence coefficient and the shortest expected length. The estimation methods under consideration in this study were Classical method, Newcombe method, Peskun method, Adding-4 method and Recentered method. The comparison was done under conditions of two cases of sample size : $n_1 = n_2$ and $n_1 = 1.5n_2$ where the value of n_2 were 5, 10, 15, 20, 25 and 30. The absolute of difference between two population proportions ($p_1 - p_2$) were repeated from 0 to 0.8 increasing by 0.1. The coefficient confidence value was 0.95 and 0.99. The simulation of this study was repeated 50,000 times in each situation by using the SAS 9.1.3 program. The conclusion of this study was as follow:

Newcombe method was good for $p_1 - p_2$ were 0.3 to 0.5 and sample size was $n_1 = n_2$. Adding-4 method was good when 0.99 coefficient confidence and $p_1 - p_2$ were 0.5 to 0.8. Peskun method had the coverage probability not lower than the specified confidence coefficient but the expected length was longer than the other methods. Classical method had the coverage probability lower than the specified confidence coefficient except when $p_1 - p_2$ was 0.0 and the expected length was longer than the other methods. Recentered method had the coverage probability not lower than the specified confidence coefficient but the expected length was shorter than the other methods .

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ รศ.ดร. อภิญญา หิรัญวงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และ ผศ.ดร. บุญอ้อม โหมทิ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่กรุณาให้คำแนะนำ ข้อคิดเห็น ตลอดจนช่วยเหลือในการวางแผนงานวิจัยและตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในระหว่างดำเนินการวิจัย จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ขอกราบขอบพระคุณ รศ. ประสิทธิ์ พัทธมพงษ์ ที่ให้ความกรุณามาเป็นประธานในการสอบ พร้อมให้คำแนะนำและข้อคิดเห็น ขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร. กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์ ที่ให้ความกรุณาเป็นผู้ทรงคุณวุฒิภายนอกสถาบัน พร้อมให้คำแนะนำและข้อคิดเห็น

ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ในเรื่องต่างๆ ให้แก่ข้าพเจ้า ตลอดจนเจ้าหน้าที่ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ทุกท่าน ที่ให้ความช่วยเหลือในการติดต่อประสานงานในด้านต่างๆ ด้วยดีมาโดยตลอด

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณบิดา มารดา สมาชิกในครอบครัว รวมทั้งรุ่นพี่ และเพื่อนๆ ทุกคนที่ให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจให้กันเสมอมา ทำให้ข้าพเจ้าสามารถประสบความสำเร็จได้ในวันนี้

กนกกาญจน์ ศศิวิมลฤทธิ์

ธันวาคม 2557

สารบัญ

หน้า

สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(2)
สารบัญภาพ	(4)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	3
การตรวจสอบเอกสาร	6
อุปกรณ์และวิธีการ	38
อุปกรณ์	38
วิธีการ	38
ผลและวิจารณ์	46
สรุปและข้อเสนอแนะ	77
สรุป	77
ข้อเสนอแนะ	80
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	82
ภาคผนวก	85
ภาคผนวก ก โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย	86
ภาคผนวก ข ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จาก วิธีการประมาณทั้งหมด 5 วิธี	95
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	106

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	ขนาดตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม 2 แบบที่ใช้ในงานวิจัย	3
2	สัดส่วนทวินามที่ใช้ในงานวิจัย	4
3	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 5$	47
4	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 10$	50
5	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 15$	53
6	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 20$	56
7	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 25$	59
8	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 30$	62
9	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 8, n_2 = 5$	65
10	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$	68
11	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 23, n_2 = 15$	71
12	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 30, n_2 = 20$	74
13	วิธีการประมาณที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์	79

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่		หน้า
ข1	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 5$	96
ข2	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 10$	97
ข3	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 15$	98
ข4	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 20$	99
ข5	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 25$	100
ข6	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 30$	101
ข7	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 8, n_2 = 5$	102
ข8	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$	103
ข9	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 23, n_2 = 15$	104
ข10	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 30, n_2 = 20$	105

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1	ขั้นตอนการทำวิจัย 45
2	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 5$ 48
3	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 5$ 48
4	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 10$ 51
5	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 10$ 51
6	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 15$ 54
7	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 15$ 54
8	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 20$ 57
9	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 20$ 57
10	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 25$ 60
11	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 25$ 60
12	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 30$ 63

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
13	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 30$	63
14	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 8, n_2 = 5$	66
15	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 8, n_2 = 5$	66
16	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$	69
17	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$	69
18	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 23, n_2 = 15$	72
19	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 23, n_2 = 15$	72
20	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 30, n_2 = 20$	75
21	ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 30, n_2 = 20$	75

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน ประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก

A Comparison of Confidence Interval Estimation Methods for the Difference between Two Independent Population Proportions for Small Sample Size

คำนำ

ทฤษฎีการอนุมานทางสถิติ นิยมนำมาใช้ในการทำข้อสรุปเกี่ยวกับประชากรนัยที่เกิดขึ้นภายใต้รูปแบบความน่าจะเป็น โดยใช้ข้อมูลตัวอย่างไปทำการประมาณค่าหรือทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ที่กำกับรูปแบบความน่าจะเป็น ในทางปฏิบัติการอนุมานทางสถิติเมื่อต้องการประมาณค่าพารามิเตอร์ทำได้ 2 วิธี คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) การประมาณค่าแบบจุดเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยใช้ตัวประมาณที่เป็นฟังก์ชันของตัวแปรสุ่มเป็นอิสระต่อกัน อยู่ภายใต้รูปแบบและการแจกแจงเดียวกัน ซึ่งค่าที่ได้จะเป็นตัวเลขค่าเดียว ข้อด้อยของการประมาณค่าแบบจุด คือ จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่ตรงกับค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์เป็นศูนย์ จึงทำให้เกิดการทำการประมาณค่าแบบช่วงขึ้นการประมาณค่าแบบช่วงเป็นการประมาณพารามิเตอร์ θ ซึ่งเป็นตัวเลขจำนวนจริง การจัดทำข้อสรุปจึงเป็นในลักษณะของการให้ช่วงของค่าตัวเลขจำนวนจริงที่คลุมค่าพารามิเตอร์ $L(x) \leq \theta \leq U(x)$ และฟังก์ชันของตัวแปรสุ่มอันมาจากชุดของตัวอย่างสุ่มทั้งสองคือ $[L(x), U(x)]$ ซึ่งผลการประมาณจะทำให้ผู้วิจัยเชื่อมั่นได้ในระดับหนึ่งว่าช่วงที่ประมาณได้คลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษา

การประมาณค่าสัดส่วนประชากรของลักษณะที่สนใจเราจะแบ่งประชากรได้ 2 ลักษณะคือ ลักษณะที่เกิดผลสำเร็จ (p) กับลักษณะที่ไม่เกิดผลสำเร็จ (q) นั่นคือ ประชากรมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี เมื่อทำการทดลองแบบแบร์นูลลี n ครั้ง โดยที่การทดลองในแต่ละครั้งเป็นอิสระกันและมีความน่าจะเป็นของการเกิดผลสำเร็จเท่ากับ p คงที่ตลอด จะได้จำนวนครั้งของผลสำเร็จที่เกิดขึ้นจากการทดลอง n ครั้ง จึงมีการแจกแจงแบบทวินาม ในการอนุมานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ p หรือค่าสัดส่วนประชากร ในการประมาณค่าแบบจุดจะได้ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator) ของ p คือ $\hat{p}$ ซึ่งมีคุณสมบัติไม่เอนเอียงและจากทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (Central Limit Theorem) ถ้าขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่จะได้ $\hat{p}$ มีแนวโน้มเข้าสู่

การแจกแจงแบบปกติ การประมาณค่าผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม เป็นวิธีการประมาณที่นิยมใช้ในทางการแพทย์ เช่น นำมาใช้ในการทดสอบยา การทดสอบวิธีการรักษาผู้ป่วย เป็นต้น วิธีการประมาณที่นิยมใช้กันทั่วไปคือ วิธีการประมาณแบบฉบับ เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการคำนวณ มีการใช้ทฤษฎีบทขีดจำกัดกลางให้ความน่าจะเป็นการครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่ ซึ่งในทางปฏิบัติการรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่าง บางครั้งไม่อาจหาข้อมูลได้จำนวนมากจึงส่งผลให้ช่วงความเชื่อมั่นในการประมาณค่าสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนประชากร 2 กลุ่มที่ได้ไม่มีคุณสมบัติตามที่คาดหวัง

การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระ เมื่อต้องการให้การแจกแจงแบบปกติประมาณการแจกแจงแบบทวินามได้ใกล้เคียง จำเป็นจะต้องมีการใช้ค่าปรับค่าความต่อเนื่อง เนื่องจากการแจกแจงทวินามเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง ในขณะที่การแจกแจงแบบปกติเป็นแบบต่อเนื่อง จากการศึกษาพบว่าผู้วิจัยที่ทำการศึกษเกี่ยวกับเรื่องนี้หลายคน เช่น ธาริณี(2539) Agresti and Caffo (2543) อุไรพรรณ (2548) สุดารัตน์ (2553) เป็นต้น แต่อย่างไรก็ตามงานวิจัยที่ผ่านมามีขอบเขตในการวิจัยแตกต่างกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก 5 วิธี คือ วิธี Classical วิธี Newcombe วิธี Adding-4 วิธี Peskun และ วิธี Recentered

วัตถุประสงค์

เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก 5 วิธี คือ วิธี Classical วิธี Newcombe วิธี Adding-4 วิธี Peskun และวิธี Recentered

ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ กำหนดขอบเขตการวิจัยในเรื่อง ขนาดตัวอย่าง สัดส่วนประชากรที่มีการแจกแจงทวินาม ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และจำนวนรอบในการจำลอง ตามรายละเอียดดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง กำหนดขนาดตัวอย่างทั้งสองกลุ่มเป็น 2 แบบคือ $n_1 = n_2$ และ $n_1 = 1.5n_2$ โดยกำหนด n_1 คือ กลุ่มตัวอย่างของกลุ่มที่ 1 และ กลุ่มตัวอย่างของกลุ่มที่ 2 คือ n_2 โดยกำหนดกลุ่มตัวอย่างของกลุ่มที่ 2 คือ n_2 มีค่าเป็น 5, 10, 15, 20, 25 และ 30 ได้ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ขนาดตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม 2 แบบที่ใช้ในงานวิจัย

$n_1 = n_2$	$n_1 = 1.5n_2$
$n_1 = 5, n_2 = 5$	$n_1 = 8, n_2 = 5$
$n_1 = 10, n_2 = 10$	$n_1 = 15, n_2 = 10$
$n_1 = 15, n_2 = 15$	$n_1 = 23, n_2 = 15$
$n_1 = 20, n_2 = 20$	$n_1 = 30, n_2 = 20$
$n_1 = 25, n_2 = 25$	
$n_1 = 30, n_2 = 30$	

2. กำหนดสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 1 คือ 0.1 ถึง 0.9 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ค่าสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 2 คือ 0.1 ดังนั้นผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่ม ($p_1 - p_2$) มีค่าตั้งแต่ 0.0 ถึง 0.8 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ดังตาราง

ตารางที่ 2 สัดส่วนทวินามที่ใช้ในงานวิจัย

p_1	p_2	$(p_1 - p_2)$
0.1	0.1	0.0
0.2	0.1	0.1
0.3	0.1	0.2
0.4	0.1	0.3
0.5	0.1	0.4
0.6	0.1	0.5
0.7	0.1	0.6
0.8	0.1	0.7
0.9	0.1	0.8

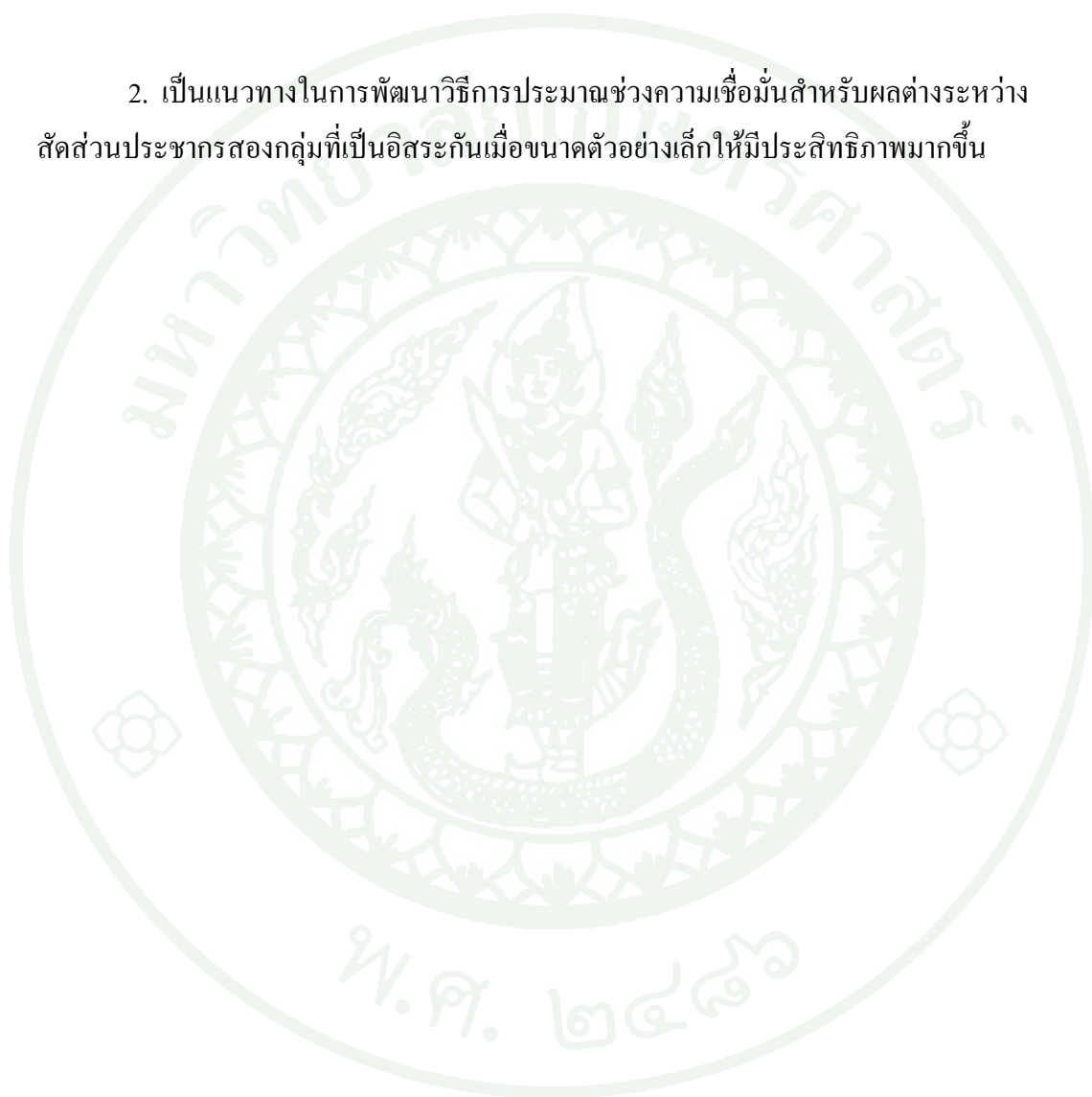
3. กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นคือ 0.95, 0.99
ดังนั้นสถานการณ์ในการจำลองทั้งหมด 180 สถานการณ์

4. สร้างแบบจำลองโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SAS (สุชาดา, 2534; Aronson M. , 1990;
DiIorio C. , 1991; Fan X. , 2002) ทำการทดลองซ้ำ 50,000 ครั้ง

5. วิธีการที่เหมาะสมที่สุดสำหรับใช้ประมาณผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่มที่
เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก โดยพิจารณาจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความ
น่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของ
ช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถนำผลการวิจัยไปใช้เป็นแนวทางในการเลือกวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็กที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์
2. เป็นแนวทางในการพัฒนาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็กให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น



การตรวจสอบเอกสาร

การวิจัยเรื่อง ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่ม $(p_1 - p_2)$ ที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ทั้ง 5 วิธี คือ วิธี Classical วิธี Newcombe วิธี Adding-4 วิธี Peskun และวิธี Recentered เพื่อนำมาประกอบเป็นแนวทางในการศึกษาโดยกำหนดหัวเรื่อง 5 หัวข้อ ตามลำดับดังต่อไปนี้

การประมาณค่าแบบช่วง การแจกแจงแบบทวินาม การแจกแจงค่าผลต่างของสัดส่วน ตัวอย่าง การประมาณค่าสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม และวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก มีรายละเอียดดังนี้

1. การประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation)

การประมาณค่าทางสถิติ เป็นการใช้ค่าสถิติที่คำนวณได้จากตัวอย่างไปประมาณค่าพารามิเตอร์ซึ่งโดยปกติแล้วเราจะไม่ทราบค่าที่แท้จริง จะทราบได้ก็ต่อเมื่อต้องการเก็บข้อมูลจากประชากรทั้งหมดเท่านั้น นับเป็นการยากที่จะทำได้เนื่องจากข้อจำกัดในปัจจัยหลาย ๆ อย่าง เช่น ค่าใช้จ่าย เวลา กำลังคน เป็นต้น ดังนั้น สิ่งที่จะทำได้จึงเป็นเพียงการประมาณค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์โดยใช้ค่าจากข้อมูลตัวอย่างมาเป็นพื้นฐาน

การประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าประมาณแบบจุดสองค่า ภายใต้อันเชื่อว่าค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงจะตกอยู่ระหว่างค่าประมาณทั้งสองด้วยความน่าจะเป็นตามที่กำหนด การประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ μ สามารถทำได้โดยสร้างตัวประมาณแบบจุดขึ้นมา 2 ตัว คือ $L(X_1, X_2, \dots, X_n)$ และ $U(X_1, X_2, \dots, X_n)$ โดยที่ $L(X) \leq U(X)$ ภายใต้อันเชื่อว่าค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงจะต้องตกอยู่ระหว่างค่าประมาณทั้งสอง ดังนั้น จะได้ $L(X) \leq \mu \leq U(X)$ โดยช่วงสุ่ม $[L(X), U(X)]$ จะถูกเรียกว่า ตัวประมาณแบบช่วง (Interval Estimator) และ $L(X)$ จะถูกเรียกว่า ขีดจำกัดล่าง (Lower Limit) และ $U(X)$ ขีดจำกัดบน (Upper Limit) ของช่วง ตามลำดับ

เนื่องจาก $[L(X), U(X)]$ เป็นช่วงสุ่ม หมายความว่า เมื่อทำการสุ่มตัวอย่างมาหนึ่งชุดจะสามารถสร้างช่วง $[L(X), U(X)]$ ได้หนึ่งช่วง ถ้าสุ่มตัวอย่างมาหลายๆ ชุดจากประชากรเดียวกันก็

จะสามารถสร้างช่วง $[L(X), U(X)]$ ได้หลายช่วง ซึ่งช่วงที่ได้ อาจแตกต่างกันไปตามชุดตัวอย่างที่สุ่มมา โดยบางช่วง $[L(X), U(X)]$ อาจครอบคลุมค่าพารามิเตอร์จริงและบางช่วง $[L(X), U(X)]$ อาจจะไม่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์จริง ดังนั้น จึงต้องมีการกำหนดความน่าจะเป็นว่าช่วง $[L(X), U(X)]$ ที่สร้างขึ้นมีความน่าจะเป็นในการครอบคลุมค่าพารามิเตอร์จริงเท่าไร และเรียกความน่าจะเป็นที่กำหนดขึ้นนั้นว่า ระดับความเชื่อมั่น หรือ ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Level) ซึ่งเขียนแทนด้วย $100(1 - \sim)\%$ ในทางปฏิบัติเรามักจะกำหนดระดับความเชื่อมั่นเท่ากับ 90%, 95% หรือ 99% โดย $0 < \sim < 1$ และค่า $1 - \sim$ เรียกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient)

ซึ่งช่วงความเชื่อมั่นใดที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูง จะมีความกว้างของช่วงมากกว่าความเชื่อมั่นที่มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำ ในการนำไปใช้ประโยชน์ ช่วงความเชื่อมั่นที่แคบจะมีประโยชน์มากกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่กว้าง แต่ช่วงความเชื่อมั่นที่มีความเหมาะสมที่สุดคือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด (จารุภา, 2541)

2. การแจกแจงแบบทวินาม

มานพ (2548) ในการทดลองสุ่มเมื่อทำการจำแนกผลลัพธ์ได้เป็นสองผลลัพธ์หรือสองเหตุการณ์ เช่น เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย ชายหรือหญิง สนใจหรือไม่สนใจ เป็นต้น ถ้าให้ X แทนผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มดังนั้น X จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าสองค่า

ตัวแปร X มีการแจกแจงสองจุด ถ้า X มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$p(x) = \begin{cases} p & ; x = x_1 \\ q & ; x = x_2 \\ 0 & ; etc \end{cases}$$

ซึ่ง $q = 1 - p, 0 \leq p \leq 1$

ถ้าให้ $x_1 = 1$ และ $x_2 = 0$ เรียก X ว่าตัวแปรสุ่มแบร์นูลลี หรือ X มีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี เขียนแทนด้วย $X \sim \text{ber}(1, p)$ และ X มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นสำหรับ $x_1 = 1$ และ $x_2 = 0$ ดังนี้

$$p(X) = p(x; p) = \begin{cases} p^x q^{1-x} & x = 0, 1 \\ 0 & x \neq 0, 1 \end{cases}$$

โดยทั่วไป ให้ $X = 1$ เป็นผลลัพธ์ที่สนใจ และ $X = 0$ เป็นผลลัพธ์ที่ไม่สนใจ จะได้

$$E(x) = \sum_{x=0}^1 x p^x q^{1-x} = (0)q + (1)p = p$$

$$Var(x) = E(x^2) - [E(X)]^2 = (0)^2 q + (1)^2 p - p^2 = pq$$

$$M_x(t) = E(e^{tx}) = e^0 q + e^t p = q + pe^t, -\infty < t < \infty$$

$$\cdot_x(t) = E(e^{itx}) = e^0 q + e^{it} p = q + pe^{it}, -\infty < t < \infty$$

การทดลองที่มีสองผลลัพธ์เมื่อทำการทดลองซ้ำๆ n ครั้งอย่างเป็นอิสระกัน ซึ่งเรียกว่า การทดลองแบบแบร์นูลลี (Bernoulli Trial) ซ้ำกัน n ครั้ง อย่างเป็นอิสระกัน แต่แต่ละครั้งมีความน่าจะเป็นที่ผลลัพธ์เป็น 1 (เกิดผลสำเร็จ) เท่ากับ p และมีความน่าจะเป็นที่ผลลัพธ์เป็น 0 (ไม่เกิดผลสำเร็จ) เท่ากับ $q = 1 - p$ ถ้าให้ Y แทนจำนวนครั้งที่ได้ผลสำเร็จในการทดลอง n ครั้ง

Y เป็นตัวแปรสุ่มทวินาม (Binomial Random Variable) แสดงว่า Y มีการแจกแจงทวินาม (Binomial Distribution) โดยมีพารามิเตอร์คือ n และ p จะเขียนแทนด้วย $Y \sim b(n, p)$ ซึ่งฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ Y คือ

$$P(Y = y) = \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y} \text{ สำหรับ } y = 0, 1, \dots, n \text{ และ } 0 \leq p \leq 1$$

โดย Y มีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนดังนี้

ค่าเฉลี่ย

$$\begin{aligned}
 E(Y) &= \sum_{y=0}^n \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y} \\
 &= \sum_{y=1}^n \frac{n(n-1)!}{(y-1)!(n-y)!} p^y (1-p)^{n-y} \\
 &= (np) \sum_{y=1}^n \binom{n-1}{y-1} p^{y-1} (1-p)^{(n-1)-(y-1)} \\
 &= np(p+q)^{n-1}, \quad q = 1-p \\
 &= np \text{ (เนื่องจาก } p+q=1 \text{)}
 \end{aligned}$$

ความแปรปรวน

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(Y) &= E(Y^2) - [E(Y)]^2 \\
 &= E(Y(Y-1)) + E(Y) - [E(Y)]^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } E(Y(Y-1)) &= \sum_{y=0}^n y(y-1) \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y} \\
 &= \sum_{y=2}^n \frac{n(n-1)(n-2)!}{(y-2)!(n-y)!} p^y (1-p)^{n-y} \\
 &= n(n-1)p^2 \sum_{y=2}^n \frac{(n-2)!}{(y-2)!(n-y)!} p^{y-2} (1-p)^{(n-2)-(y-2)}
 \end{aligned}$$

$$= n(n-1)p^2 \sum_{y=2}^{n-2} \binom{n-2}{y-2} p^{y-2} (1-p)^{(n-2)(y-2)}$$

$$= n(n-1)p^2 (p+q)^{n-2}, \quad q = 1-p$$

$$= n(n-1)p^2$$

$$\text{ดังนั้น } \text{Var}(Y) = n(n-1)p^2 + np - (np)^2$$

$$= n^2 p^2 - np^2 + np - n^2 p^2$$

$$= np(1-p) = npq$$

3. การแจกแจงค่าผลต่างของสัดส่วนตัวอย่าง

ในการทดลองสุ่มใด ๆ ก็ตามที่มีผลลัพธ์ได้ 2 อย่างคือ เกิดสิ่งที่สนใจหรือผลสำเร็จ (Success) และไม่เกิดสิ่งที่สนใจหรือผลล้มเหลว (Failure) ด้วยความน่าจะเป็น p และ $1-p$ ตามลำดับ การแจกแจงที่อธิบายการทดลองด้วยลักษณะนี้เรียกว่า การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบแบร์นูลลี (Bernoulli Probability Distribution) ด้วยพารามิเตอร์ p

$$X \sim \text{ber}(p)$$

และ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x; p) = p^x (1-p)^{1-x}, \quad x = 0, 1 \text{ และ } 0 \leq p \leq 1$$

ค่าความน่าจะเป็น p คือค่าสัดส่วนประชากรที่เกิดผลสำเร็จ

สำหรับพารามิเตอร์ p หาตัวประมาณของ p ด้วยวิธีการความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method) ดังนี้

กำหนดให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มอิสระที่มีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี โดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x; p) = p^x (1-p)^{1-x}, \quad x = 0, 1 \text{ และ } 0 \leq p \leq 1$$

ดังนั้นจะได้ ตัวประมาณความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator) ดังนี้

$$L(p; x) = \prod_{i=1}^n p^{x_i} (1-p)^{1-x_i}$$

$$L(p; x) = p^{\sum_{i=1}^n x_i} (1-p)^{n - \sum_{i=1}^n x_i}$$

$$\ln L(p; x) = \sum_{i=1}^n x_i \ln p + \left(n - \sum_{i=1}^n x_i \right) \ln(1-p)$$

$$\frac{\partial \ln L(p; x)}{\partial p} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{1-p} - \frac{\left(n - \sum_{i=1}^n x_i \right)}{1-p} = 0$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{p} = \frac{n - \sum_{i=1}^n x_i}{1-p}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i - p \sum_{i=1}^n x_i = np - p \sum_{i=1}^n x_i$$

$$p = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ เป็นตัวประมาณความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood}$$

Estimator) ของ p

กำหนดให้ $\{X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n}\}$ เป็นตัวแปรสุ่มขนาด n_1 จากการแจกแจงแบบแบร์นูลลี $Ber(p_1)$ และ $\{X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n}\}$ เป็นตัวแปรสุ่มขนาด n_2 จากการแจกแจงแบบแบร์นูลลี $Ber(p_2)$ โดยค่า p_1 และ p_2 เป็นความน่าจะเป็นที่เกิดผลสำเร็จในประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

จะได้ $Y_1 = \sum_{j=1}^{n_1} X_{1j}$ มีการแจกแจงทวินามเขียนแทนด้วย $Y_1 \sim b(n_1, p_1)$ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $n_1 p_1$ และความแปรปรวนเท่ากับ $n_1 p_1 q_1$ โดยที่ $q_1 = 1 - p_1$ และ จะได้ $Y_2 = \sum_{j=1}^{n_2} X_{2j}$ มีการแจกแจงทวินามเขียนแทนด้วย $Y_2 \sim b(n_2, p_2)$ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $n_2 p_2$ และความแปรปรวนเท่ากับ $n_2 p_2 q_2$ โดยที่ $q_2 = 1 - p_2$

ในการประมาณค่าสัดส่วนประชากร (p_1, p_2) โดยใช้ประมาณของค่าสัดส่วนตัวอย่าง $(\hat{p}_1, \hat{p}_2)$ โดยที่ $\hat{p}_1 = \frac{Y_1}{n_1}$ และ $\hat{p}_2 = \frac{Y_2}{n_2}$ เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยของ $\hat{p}_1$ และ $\hat{p}_2$

$$E(\hat{p}_i) = E\left(\frac{Y_i}{n_i}\right) = \frac{1}{n_i} E(Y_i) = \frac{n_i p_i}{n_i} = p_i, \quad i=1,2$$

แสดงให้เห็นว่า $\hat{p}_1$ และ $\hat{p}_2$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (Unbiased Estimator) ของ p_1 และ p_2 ค่าความแปรปรวนของ $\hat{p}_1$ และ $\hat{p}_2$ คือ

$$Var(\hat{p}_i) = Var\left(\frac{Y_i}{n_i}\right) = \frac{1}{n_i^2} (n_i p_i q_i) = \frac{p_i q_i}{n_i}, \quad q_i = 1 - p_i$$

สำหรับตัวแปรสุ่ม $\hat{p}_1$ และ $\hat{p}_2$ ไม่ได้มีการแจกแจงในรูปแบบที่ใช้ประโยชน์ง่าย อย่างไรก็ตาม ถ้า n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่ จากทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (Central Limit Theorem) จะได้ว่า $\hat{p}_1$ และ $\hat{p}_2$ มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ p_i และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{p_i q_i}{n_i}$ เมื่อ

$q_i = 1 - p_i$; $i=1,2$ นั่นคือ เมื่อ $n_i \rightarrow \infty$ $\hat{p}_i \sim N\left(p_i, \frac{p_i q_i}{n_i}\right)$ โดยประมาณ

$$Z = \frac{\hat{p}_i - p_i}{\sqrt{\frac{p_i(1-p_i)}{n_i}}} \sim N(0,1) \text{ โดยประมาณ}$$

เนื่องจาก $\{X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n}\}$ และ $\{X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n}\}$ เป็นตัวแปรสุ่ม 2 ชุดจากการแจกแจงแบบ $ber(p_1)$ และ $ber(p_2)$ ตามลำดับที่เป็นอิสระกันเมื่อ $Y_1 = \sum_{j=1}^{n_1} X_{1j}$ และ $Y_2 = \sum_{j=1}^{n_2} X_{2j}$ เป็นตัวแปรสุ่มแบบ $B(n_1, p_1)$ และ $B(n_2, p_2)$ ตามลำดับที่เป็นอิสระกันเมื่อ $\hat{p}_1 = \frac{Y_1}{n_1}$ และ $\hat{p}_2 = \frac{Y_2}{n_2}$ จะได้ $E(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = p_1 - p_2$ และ $Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}$

โดยจากทฤษฎีบทลิมิตสู่ส่วนกลาง เมื่อตัวอย่าง n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่ จะได้ว่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีการแจกแจงแบบปกติโดยประมาณ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $p_1 - p_2$ และค่าความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}$ เมื่อ n_1 และ $n_2 \rightarrow \infty$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim N\left(p_1 - p_2, \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}\right) \text{ โดยประมาณ}$$

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \sim N(0,1) \text{ โดยประมาณ}$$

4. การประมาณความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม

เมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่น $100(1-\sim)\%$ จะได้ว่า $P(z_{1-\sim/2} \leq Z \leq z_{1-\sim/2}) = 1-\sim$ โดยที่ $Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \sim N(0,1)$

$$\Pr(-z_{1-\sim} < Z < z_{1-\sim}) \approx 1-\sim$$

$$\Pr\left(-z_{1-\sim} < \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} < z_{1-\sim}\right) \approx 1-\sim$$

ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ คือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \leq p_1 - p_2 \leq (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

5. วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก

วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก มีอยู่หลายวิธี สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยต้องการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็กทั้งหมด 5 วิธี ดังนี้

5.1. วิธี Classical (The Classical Method)

ได้กล่าวว่า จากรูปแบบของการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากรที่เป็นอิสระกันในข้างต้น เนื่องจากเราไม่ทราบค่าสัดส่วนประชากร p_1, p_2 จึงไม่สามารถหาความแปรปรวนได้ ดังนั้นจึงใช้ค่าสัดส่วนตัวอย่าง $\hat{p}_1, \hat{p}_2$ ในการประมาณค่า p_1, p_2 แทน จะได้ ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ คือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

โดยที่ $\hat{p}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}}{n_i}$, $i = 1, 2$ เป็นค่าสัดส่วนตัวอย่างของประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2

วิธีการประมาณแบบฉบับ เป็นวิธีการที่นิยมใช้กันมากเนื่องจากมีความสะดวกและง่ายต่อการคำนวณ

5.2. วิธี Newcombe (The Newcombe Method)

การประมาณค่าแบบช่วงผลต่างค่าสัดส่วนของสองประชากร Newcombe (1998) ได้เสนอ วิธีการที่ได้รับแนวคิดมาจากวิธีการประมาณแบบช่วงด้วยรากของสมการกำลังสองสำหรับค่าสัดส่วนประชากร โดยวิธี Newcombe ที่มีขั้นตอนดังนี้

กำหนดให้ (l, u) เป็นช่วงความเชื่อมั่นของ p_i ของประชากรที่ i ; $i=1,2$ เท่ากับรากสมการกำลังสอง ของ p_i (Quadratic equation)

1. สำหรับ (l, u) ที่เป็นรากของสมการกำลังสองของ p_1 หาได้จาก

$$\frac{|\hat{p}_1 - p_1|}{\{p_1(1-p_1)/n_1\}^{1/2}} \leq z_{1-\alpha/2}$$

นำมากำลังสองทั้งสองข้างจะได้

$$(\hat{p}_1 - p_1)^2 - (z_{1-\alpha/2})^2 p_1(1-p_1)/n_1 \leq 0$$

กำหนดให้สมการมีค่าเท่ากับ 0 จะได้

$$\hat{p}_1^2 - 2\hat{p}_1 p_1 + z^2 \frac{p_1}{n_1} + z^2 \frac{p_1^2}{n_1} = 0, z = z_{1-\alpha/2}$$

$$\hat{p}_1^2 - p_1 \left[2\hat{p}_1 + \frac{z^2}{n_1} \right] + p_1^2 \left[1 + \frac{z^2}{n_1} \right] = 0 \dots\dots\dots(1)$$

เมื่อเทียบกับรูปกำลังสองจะได้

$$p_1 = \frac{\left(2\hat{p}_1 + \frac{z^2}{n_1} \right) \pm \sqrt{\left(2\hat{p}_1 + \frac{z^2}{n_1} \right)^2 - 4 \left(1 + \frac{z^2}{n_1} \right) \hat{p}_1^2}}{2 \left(1 + \frac{z^2}{n_1} \right)}$$

$$p_1 = \frac{\hat{p}_1 + \frac{z^2}{2n_1} \pm \frac{z}{2\sqrt{n_1}} \sqrt{4\hat{p}_1(1-\hat{p}_1) + \frac{z^2}{n_1}}}{1 + \frac{z^2}{n_1}}$$

$$p_1 = \frac{\hat{p}_1 + \frac{z^2}{2n_1} \pm z\sqrt{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)/n_1 + z^2/4n_1^2}}{1 + \frac{z^2}{n_1}}$$

จะได้ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\sim)100\%$ สำหรับ $p_1 : (l_1, u_1)$ คือ

$$\left(\frac{\hat{p}_1 + \frac{z_{1-\sim/2}^2}{2n_1} \pm z_{1-\sim/2} \sqrt{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)/n_1 + z_{1-\sim/2}^2/4n_1^2}}{1 + \frac{z_{1-\sim/2}^2}{n_1}} \right)$$

2. สำหรับ (l_2, u_2) ที่เป็นรากของสมการกำลังสองของ p_2 หาด้วยวิธีการที่เหมือนกันจะได้ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\sim)100\%$ สำหรับ $(p_2 : l_1, u_2)$ คือ

$$\left(\frac{\hat{p}_2 + \frac{z_{1-\sim/2}^2}{2n_2} \pm z_{1-\sim/2} \sqrt{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)/n_2 + z_{1-\sim/2}^2/4n_2^2}}{1 + \frac{z_{1-\sim/2}^2}{n_2}} \right)$$

เมื่อทราบช่วงความเชื่อมั่น (l_i, u_i) ของค่า p_i , $i = 1, 2$ ของสองประชากรแล้ว จะนำค่า (l_i, u_i) ที่ได้มาใช้ในการหาช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าสัดส่วนของสองประชากรดังนี้กำหนดให้

$$L = \hat{p}_1 - \hat{p}_2 \dots\dots\dots(2)$$

$$U = \hat{p}_1 - \hat{p}_2 \dots\dots\dots(3)$$

โดยที่ (L, U) เท่ากับช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าสัดส่วนของสองประชากร $(p_1 - p_2)$

- เท่ากับผลต่างค่าสัดส่วนตัวอย่างของสองประชากร $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$
 ¢ เท่ากับระยะทางระหว่างจุด (l_1, u_2) และจุด $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$

จะได้ $\text{¢} = \sqrt{(\hat{p}_1 - l_1)^2 + (u_2 - \hat{p}_2)^2}$ (4)

พิจารณาจาก $\frac{|\hat{p}_1 - p_1|}{\sqrt{p_1(1-p_1)/n_1}} = z$ (5)

แทนค่า $p_1 = l_1$ ในสมการ (5) จะได้

$$\frac{|\hat{p}_1 - l_1|}{\sqrt{l_1(1-l_1)/n_1}} = z$$

$$|\hat{p}_1 - l_1| = z\sqrt{l_1(1-l_1)/n_1}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้

$$(\hat{p}_1 - l_1)^2 = z^2 [l_1(1-l_1)/n_1]$$
(6)

และจาก

$$\frac{|\hat{p}_2 - p_2|}{\sqrt{p_2(1-p_2)/n_2}} = z$$
(7)

แทนค่า $p_2 = u_2$ ในสมการ (7) จะได้

$$\frac{|u_2 - \hat{p}_2|}{\sqrt{u_2(1-u_2)/n_2}} = z$$

$$|u_2 - \hat{p}_2| = z\sqrt{u_2(1-u_2)/n_2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้

$$(u_2 - \hat{p}_2)^2 = z^2 [u_2(1-u_2)/n_2]$$
 (8)

จากสมการที่ (6) และ (8) ลงในสมการที่ (4) จะได้

$$\Phi = z\sqrt{l_1(1-l_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

นำค่า Φ ที่ได้จากสมการ (9) มาแทนค่าลงในสมการ (2) จะได้

$$L = \hat{l}_1 - z\sqrt{l_1(1-l_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2}$$

กำหนดให้ ε เท่ากับระยะทางระหว่างจุด (l_2, u_1) และ จุด $(\hat{p}_1, \hat{p}_2)$ จะได้ว่า

$$\varepsilon = z\sqrt{(u_1 - \hat{p}_1)^2 + (\hat{p}_2 - l_2)^2}$$

ทำการคำนวณในลักษณะเดียวกันกับค่า Φ จะได้

$$\varepsilon = z\sqrt{u_1(1-u_1)/n_1 + l_2(1-l_2)/n_2} \quad \dots\dots\dots(10)$$

นำค่า ε ที่ได้จากสมการ (10) มาแทนค่าลงในสมการ (3) จะได้

$$U = \hat{u}_1 + z\sqrt{u_1(1-u_1)/n_1 + l_2(1-l_2)/n_2}$$

โดยที่ $\hat{u}_1 = \hat{p}_1 - \hat{p}_2$ และ $z = z_{1-\alpha/2}$

ดังนั้น p_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{l_1(1-l_1)}{n_1} + \frac{u_2(1-u_2)}{n_2}} \right)$$

p_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{u_1(1-u_1)}{n_1} + \frac{l_2(1-l_2)}{n_2}} \right)$$

โดยที่ (l_1, u_1) คือ

$$\left(\frac{\hat{p}_1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{2n_1} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)/n_1 + z_{1-\alpha/2}^2/4n_1^2}}{1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{n_1}} \right)$$

และค่า (l_2, u_2) คือ

$$\left(\frac{\hat{p}_2 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{2n_2} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)/n_2 + z_{1-\alpha/2}^2/4n_2^2}}{1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{n_2}} \right)$$

วิธีการประมาณของ Newcombe เป็นวิธีที่เหมาะสมที่จะนำมาใช้เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก

5.3. วิธี Peskun (The Peskun Method)

Peskun (1993) ได้ทำการศึกษาวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่น สำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร $(p_1 - p_2)$ ที่อยู่บนพื้นฐานการประมาณการแจกแจงแบบ ทวินามโดยใช้การแจกแจงแบบปกติและมีการใช้ค่าปรับความต่อเนื่องดังนี้ ค่าปรับความต่อเนื่องสำหรับขอบเขตล่าง (C_L) ของการประมาณค่า $p_1 - p_2$ มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ ของค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่าง t_0 กับค่า T ตัวถัดไปที่เล็กกว่า t_0 และค่าปรับความต่อเนื่องสำหรับขอบเขตบน (C_U) ของการประมาณค่า $p_1 - p_2$ มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ ของค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่าง t_0 กับค่า T ตัวถัดไปที่เล็กกว่า t_0 เนื่องจาก $\Pr[T > t_0] \cong \Pr\left[Z \geq \left\{ [t_0 - C - (p_1 - p_2)] / \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} \right\}\right]$

ดังนั้นขอบเขตความเชื่อมั่นโดยการประมาณส่วนล่างของ $p_1 - p_2$ คือ

$$L(t_0) \equiv \min_{0 \leq p_1, p_2 \leq 1} \left\{ p_1 - p_2 \left[t_0 - C - (p_1 - p_2) \right] / \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} = Z_{-/2} \right\}$$

$$\text{และเนื่องจาก } \Pr[T \leq t_0] \equiv \Pr \left[Z \leq \left\{ t_0 + C - (p_1 - p_2) \right\} / \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} \right]$$

ขอบเขตความเชื่อมั่นโดยประมาณส่วนบนของ $p_1 - p_2$ คือ

$$U(t_0) \equiv \max_{0 \leq p_1, p_2 \leq 1} \left\{ p_1 - p_2 \left[t_0 + C - (p_1 - p_2) \right] / \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} = -Z_{-/2} \right\}$$

หรืออาจเขียนได้ว่าขอบเขตล่างคือ

$$\left\{ (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C - Z_{-/2} \sqrt{\frac{(N + Z_{-/2}^2)}{4n_1 n_2}} - \frac{[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C]^2}{N} \right\} / \{1 + Z_{-/2}^2 / N\}$$

ขอบเขตบนคือ

$$\left\{ (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C + Z_{-/2} \sqrt{\frac{(N + Z_{-/2}^2)}{4n_1 n_2}} - \frac{[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C]^2}{N} \right\} / \{1 + Z_{-/2}^2 / N\}$$

นอกจากนี้ Peskun ได้เปรียบเทียบวิธีการที่เข้าได้สร้างขึ้นใหม่กับวิธีของ Hauck and Anderson 3 วิธีคือ

1. วิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่มีการใช้ค่าปรับต่อเนื่อง ช่วงความเชื่อมั่นคือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{-/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

2. วิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นที่มีการใช้ค่าปรับความต่อเนื่องของ Yates ช่วงความเชื่อมั่นคือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm \{z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}} + [(2n_1)^{-1} + (2n_2)^{-1}]\}$$

3. วิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นที่มีการใช้ค่าปรับความต่อเนื่อง $[2\min(n_1, n_2)]^{-1}$ ซึ่งเป็นคือ วิธี Hauck และ Anderson (1986) กล่าวว่าเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนของสองประชากร ช่วงความเชื่อมั่นคือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm \{z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}} + [2\min(n_1, n_2)]^{-1}\}$$

Peskun ใช้เกณฑ์ในการเปรียบเทียบคือ ค่าความน่าจะเป็นและความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น ทั้งนี้ความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นจะต้องแคบและค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต้องมากกว่าและเข้าใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด นอกจากนี้ยังได้พิจารณาเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก n_1 และ n_2 ที่สามารถทำการประมาณการแจกแจงแบบทวินามด้วยการแจกแจงปกติได้ โดยขนาดตัวอย่างที่ใช้คือ 2, 5, 10, 30, 100 ค่าสัดส่วนเท่ากับ 0.0 ถึง 1.0 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ให้ $p_2 \leq p_1$ และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไว้เท่ากับ 95% ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าวิธีการที่ Peskun ได้สร้างขึ้นมานั้นมีความเหมาะสมกว่าวิธีอื่น ๆ

5.4. วิธี Adding-4 (The Adding-4 Method)

Agresit and Caffo (2000) ได้แนะนำวิธีเพิ่มจำนวนลักษณะที่สนใจและจำนวนลักษณะที่ไม่สนใจอีก 2 ค่า สำหรับแต่ละตัวอย่าง โดยนำแนวคิดเกี่ยวกับวิธีของเบส์มาประยุกต์ใช้ร่วมกับวิธีของวาล์ดดังนี้

กำหนดให้ Y_1 เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม ที่มีพารามิเตอร์ n_1, p_1 โดยที่ p_1 เป็น Prior Distribution ที่มีการแจกแจงแบบบีตาโดยพารามิเตอร์ $\alpha = 1$ และ $\beta = 1$ จะได้

$$h(p_1) = \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(1)\Gamma(1)} p_1^{1-1} (1-p_1)^{1-1} = 1$$

ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของ p_1 และ Y_1 ดังนี้

$$f(y_1; p_1) = f(y_1 | p_1)h(p_1) = \binom{n_1}{y_1} p_1^{y_1} (1-p_1)^{n_1-y_1} (1) = \binom{n_1}{y_1} p_1^{y_1} (1-p_1)^{n_1-y_1}$$

และมี Marginal Probability Density Function ของ Y_1 คือ

$$\begin{aligned} f(y_1) &= \int_0^1 f(y_1 | p_1)h(p_1)dp_1 \\ &= \binom{n_1}{y_1} \int_0^1 p_1^{y_1} (1-p_1)^{n_1-y_1} dp_1 \\ &= \binom{n_1}{y_1} \frac{\Gamma(y_1+1)\Gamma(n_1-y_1+1)}{\Gamma(n_1+2)} \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ Posterior Distribution ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ p_1 เมื่อกำหนดตัวแปรสุ่ม Y_1 คือ

$$h(p_1 | y_1) = \frac{f(y_1; p_1)}{f(y_1)} = \frac{\binom{n_1}{y_1} p_1^{y_1} (1-p_1)^{n_1-y_1}}{\binom{n_1}{y_1} \frac{\Gamma(y_1+1)\Gamma(n_1-y_1+1)}{\Gamma(n_1+2)}} = \frac{\Gamma(n_1+2)}{\Gamma(y_1+1)\Gamma(n_1-y_1+1)} p_1^{y_1} (1-p_1)^{n_1-y_1}$$

จะได้ $p_1 | Y_1$ มีการแจกแจงบีตา มีพารามิเตอร์ Y_1+1 และ n_1-Y_1+1 ดังนั้น Bays Estimator ของ p_1 เขียนแทนด้วย $\hat{p}_1$ คือค่าเฉลี่ยของ Posterior Distribution ดังนี้

$$\hat{p}_1 = E(p_1 | Y_1) = \frac{Y_1+1}{n_1+2}$$

ในทำนองเดียวกันให้ Y_2 เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม มีพารามิเตอร์ n_2, p_2 โดยที่ p_2 เป็น Prior Distribution เป็นการแจกแจงแบบบีตาที่มีค่าพารามิเตอร์ $\sim = 1, \sim = 1$ จะได้ Bays Estimator ของ p_2 เขียนแทนด้วย $\hat{p}_2$ คือค่าเฉลี่ยของ Posterior Distribution ได้ดังนี้

$\hat{p}_2 = E(p_2 | Y_2) = \frac{Y_2 + 1}{n_2 + 2}$ และเมื่อแทนค่า $\hat{p}_1, \hat{p}_2$ ในช่วงความเชื่อมั่นแบบবাদ

$\hat{p}_1 = \frac{Y_1 + 1}{n_1 + 2}, \hat{p}_2 = \frac{Y_2 + 1}{n_2 + 2}$ และแทนค่า n_1, n_2 ด้วย $n_1 + 2, n_2 + 2$ จะได้วิธีการประมาณแบบช่วง

แบบใหม่ที่เรียกว่า วิธี Adding-4 ดังนั้นเมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่นเป็น $(1 - \alpha)100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดย วิธี Adding-4 คือ (p_L, p_U) โดยที่

p_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1 + 2} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2 + 2}}$$

p_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1 + 2} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2 + 2}}$$

เมื่อ $\hat{p}_1 = \frac{Y_1 + 1}{n_1 + 2}$ และ $\hat{p}_2 = \frac{Y_2 + 1}{n_2 + 2}$

วิธี Adding-4 จะใช้ได้ดีในกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็กเพราะจะให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นกว่าวิธีবাদ

5.5. วิธี Recentered (The Recentered Method)

ในปี ค.ศ. 2005 Brown and Li เสนอวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน โดยมีการสร้างพารามิเตอร์ใหม่คือ p ภายใต้ข้อสมมติ

$p_1 - p_2 \geq 0$ โดยที่

$$p = \frac{\left(\frac{p_1}{n_1}\right) + \left(\frac{p_2}{n_2}\right)}{\left(\frac{1}{n_1}\right) + \left(\frac{1}{n_2}\right)} = \frac{(n_2 p_1 + n_1 p_2)}{n_1 + n_2}$$

$$p = \frac{n_2 p_1 + n_1 \{p_1 - (p_1 - p_2)\}}{n_1 + n_2}$$

$$(n_1 + n_2) p = n_2 p_1 + n_1 p_1 - n_1 (p_1 - p_2)$$

$$(n_1 + n_2) p + n_1 (p_1 - p_2) = p_1 (n_1 + n_2)$$

$$p_1 = \frac{(n_1 + n_2) p + n_1 (p_1 - p_2)}{(n_1 + n_2)}$$

$$p_1 = p + \frac{n_1 (p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$$

และ

$$p = \frac{n_2 \{(p_1 - p_2) + p_2\} + n_1 p_2}{n_1 + n_2}$$

$$(n_1 + n_2) p = n_2 (p_1 - p_2) + n_2 p_2 + n_1 p_1$$

$$p_2 = \frac{(n_1 + n_2) p - n_2 (p_1 - p_2)}{(n_1 + n_2)}$$

$$p_2 = p - \frac{n_2 (p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$$

จะได้ค่าประมาณของ p คือ $\hat{p} = \frac{\frac{\hat{p}_1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}{\frac{\hat{p}_1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} + \frac{\hat{p}_2}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{n_2 \hat{p}_1 + n_1 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$ มีค่าอยู่ในช่วง

$$\left(\frac{(p_1 - p_2)n_2}{n_1 + n_2}, 1 - \frac{(p_1 - p_2)n_1}{n_1 + n_2} \right)$$

สามารถหาค่า $\text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$ ที่ได้จากพารามิเตอร์ตัวใหม่ (p) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) &= \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2} \\
&= \frac{\left(p + \frac{n_1(p_1-p_2)}{n_1+n_2}\right)\left(1-p - \frac{n_1(p_1-p_2)}{n_1+n_2}\right)}{n_1} + \frac{\left(p - \frac{n_2(p_1-p_2)}{n_1+n_2}\right)\left(1-p + \frac{n_2(p_1-p_2)}{n_1+n_2}\right)}{n_2} \\
&= \frac{p-p^2 \frac{n_1 p(p_1-p_2)}{n_1+n_2} + \frac{n_1(1-p)(p_1-p_2)}{n_1+n_2} - \frac{(p_1-p_2)^2 n_1^2}{(n_1+n_2)^2}}{n_1} \\
&\quad + \frac{p-p^2 \frac{n_2 p(p_1-p_2)}{n_1+n_2} + \frac{n_2(1-p)(p_1-p_2)}{n_1+n_2} - \frac{(p_1-p_2)^2 n_2^2}{(n_1+n_2)^2}}{n_2} \\
&= \frac{n_2 p - n_2 p^2 - \frac{(p_1-p_2)^2 n_1^2 n_2}{(n_1+n_2)^2} + n_1 p - n_1 p^2 - \frac{(p_1-p_2)^2 n_1^2 n_2}{(n_1+n_2)^2}}{n_1 n_2} \\
&= \frac{p}{n_1} - \frac{p^2}{n_1} - \frac{(p_1-p_2)^2 n_1}{(n_1+n_2)^2} + \frac{p}{n_1} - \frac{p^2}{n_2} - \frac{(p_1-p_2)^2 n_2}{(n_1+n_2)^2} \\
&= \left(\frac{p}{n_1} + \frac{p}{n_2}\right) - \left(\frac{p^2}{n_1} + \frac{p^2}{n_2}\right) - \frac{(p_1-p_2)^2 (n_1+n_2)}{(n_1+n_2)^2} \\
&= \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)p - \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)p^2 - \frac{(p_1-p_2)^2}{n_1+n_2} \\
&= \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)(p-p^2) - \frac{(p_1-p_2)^2}{n_1+n_2} \\
\text{ดังนั้น } \text{var}(p_1 - p_2) &= \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)p(1-p) - \frac{(p_1-p_2)^2}{n_1+n_2}
\end{aligned}$$

ขอบเขตของพารามิเตอร์ p พิจารณาได้จากข้อกำหนด $p_1 - p_2 \geq 0$ หรือ $p_1 \geq p_2$ และ

$0 \leq p_1, p_2 \leq 1$ เมื่อแทนค่า $p_1 = 1$ ในสมการ $p_1 = \frac{n_1(p_1-p_2)}{n_1+n_2}$ จะได้ $p = 1 - \frac{n_1(p_1-p_2)}{n_1+n_2}$ จากนั้น

แทนค่า $p_2 = 0$ ในสมการ $p_2 = p - \frac{n_2(p_1-p_2)}{n_1+n_2}$ จะได้ $p = \frac{n_2(p_1-p_2)}{n_1-n_2}$ นั่นคือ พารามิเตอร์ p ที่

กำหนดขึ้นนี้มีค่าน้อยกว่า $1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$ และมากกว่า $\frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$ ซึ่ง $\hat{p}$ ก็มีขอบเขตเช่นเดียวกับ p จากขอบเขตของค่า $\hat{p}$ ดังกล่าวนำไปสู่การสร้างตัวประมาณใหม่แทน $\hat{p}$ คือ $\tilde{p}$ ดังนี้

$$\tilde{p} = \begin{cases} \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \hat{p} < \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ \hat{p} & ; \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \leq \hat{p} \leq 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \hat{p} > 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \end{cases}$$

จาก $\text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)p(1-p) - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2}$ แทนค่า $\hat{p}$ ด้วย $\tilde{p}$ จะได้

$$\text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p}) - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2}$$

ในการสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ กรณีที่ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของ $p_1 - p_2$ ใช้ตัวสถิติดังนี้

$$t = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}} \text{ มีการแจกแจงที่ด้วยของสาคิสระ } n_1 + n_2 - 2 \text{ พิจารณาจาก}$$

$$\frac{(p_1 - p_2) - (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}} \leq t_{1-\alpha/2}$$

$$(p_1 - p_2) - (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \leq t_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$((\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2))^2 - t_{1-\alpha/2}^2 \text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \leq 0$$

กำหนดสมการเท่ากับ 0 และ แทนค่า $\text{var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p}) - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2}$

แทน $t = t_{1 \sim 2}$ จะได้

$$((\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2))^2 - t^2 \left\{ \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2} \right\} = 0$$

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - 2(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)(p_1 - p_2) + (p_1 - p_2)^2 - t^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) + t^2 \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2} = 0$$

$$\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right) (p_1 - p_2)^2 - 2(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)(p_1 - p_2) + (p_1 - p_2)^2 - t^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) = 0$$

จะเห็นว่าในรูปสมการกำลังสอง (Quadratic equation) คือ $ax^2 + bx + c = 0$ โดยที่

$$a = 1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}, b = -2(\hat{p}_1 - \hat{p}_2), c = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - t^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p})$$

และ $x = p_1 - p_2$ จะได้รากของสมการกำลังสองคือ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$p_1 - p_2 = \frac{2(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm \sqrt{4(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - 4 \left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right) \left((\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - t^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) \right)}}{2 \left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right)}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm \frac{\sqrt{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - \left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right) \left((\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - t^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) \right)}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right)}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm \frac{\sqrt{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 + t^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{t^2 (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2} + \frac{t^4 \tilde{p}(1 - \tilde{p})}{n_1 + n_2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right)}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm \frac{\sqrt{\left[t^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2} + \frac{t^2 \tilde{p}(1 - \tilde{p})}{n_1 + n_2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \right]}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right)}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right)}$$

ดังนั้นเมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่นเป็น (1-~)100% ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี Recentered คือ (p_L, p_U) โดยที่ p_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} - \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right)}$$

p_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} + \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2} \right)}$$

เมื่อ $t = t_{n_1+n_2-2, \delta/2}$

$$\tilde{p} = \begin{cases} \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} ; \hat{p} < \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ \hat{p} ; \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \leq \hat{p} \leq 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} ; \hat{p} > 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \end{cases}$$

เรียกช่วงความเชื่อมั่นนี้ว่า ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Recentered เพราะมีการปรับปรุงให้เป็น ศูนย์กลางด้วยค่า $1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}$

วิธี Recentered จะใช้ได้ดีในกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็กเพราะให้ความน่าจะเป็นครอบคลุม ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นกว่าวิธีอื่นที่นำมาเปรียบเทียบ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Hauck and Anderson (1986) ได้ทำการศึกษาวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่น สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจในประชากร 2 กลุ่ม ที่มีการใช้ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานร่วมกับค่าปรับความต่อเนื่องที่เสนอไว้โดย Schouten และคณะ (1980) และเปรียบเทียบกับวิธีที่ใช้ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานร่วมกับค่าปรับความต่อเนื่องรูปแบบอื่น ๆ ที่มีผู้เคยเสนอไว้ ผลการศึกษาพบว่า ช่วงความเชื่อมั่นในรูป $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm \left\{ Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1 - 1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2 - 1}} + [2 \min(n_1, n_2)]^{-1} \right\}$ มีความเหมาะสมที่สุด เนื่องจากให้ค่าความน่าจะเป็นในการครอบคลุมที่ได้มีค่าเข้าใกล้และมากกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดไว้

Peskun (1993) ทำการศึกษาวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร $(p_1 - p_2)$ ที่อยู่บนพื้นฐานการประมาณการแจกแจงแบบทวินามโดยใช้การแจกแจงแบบปกติและมีการใช้ค่าปรับความต่อเนื่อง คือ $1/2 \left[\frac{1}{n_1 n_2} \min(n_1, n_2) \right]$ เขาได้เปรียบเทียบวิธีการที่ได้สร้างขึ้นใหม่กับวิธีของ Hauck and Anderson 3 วิธีคือ วิธีการสร้างช่วง

ความเชื่อมั่นที่ไม่มีการใช้ค่าปรับต่อเนื่อง วิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นที่มีการใช้ค่าปรับความต่อเนื่องของ Yates และวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นที่มีการใช้ค่าปรับความต่อเนื่อง

$[2\min(n_1, n_2)]^{-1}$ เกณฑ์ในการเปรียบเทียบคือ ค่าความน่าจะเป็นที่ครอบคลุมและความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น ทั้งนี้ความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นจะต้องแคบและค่าความน่าจะเป็นที่ครอบคลุมต้องมากกว่าและเข้าใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดคนอกจากนี้ยังได้พิจารณาเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก n_1 และ n_2 ที่สามารถทำการประมาณการแจกแจงแบบทวินามด้วยการแจกแจงปกติได้ โดยขนาดตัวอย่างที่ใช้คือ 2, 5, 10, 30, 100 ค่าสัดส่วนเท่ากับ 0.00 ถึง 1.0 โดยเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.1 ให้ $p_2 \leq p_1$ และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 95% จากงานวิจัยสรุปได้ว่าวิธีการที่ Peskun ได้สร้างขึ้นมานั้นมีความเหมาะสมกว่าวิธีอื่น ๆ

นภาพร (2535) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับสัดส่วนประชากรบนพื้นฐานของการประมาณด้วยการแจกแจงแบบปกติ โดยการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น วิธีการประมาณที่ใช้การวิจัยครั้งนี้คือ วิธีการประมาณอย่างง่าย วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง และวิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์ กำหนดขนาดตัวอย่าง n เป็น 1 ถึง 50 และค่าสัดส่วนประชากร p มี 2 ระดับคือระดับ 1 ให้ p มีค่าตั้งแต่ 0.01 ถึง 0.09 โดยค่าเพิ่มขึ้นทีละ 0.01 ระดับ 2 ให้ p มีค่าตั้งแต่ 0.10 ถึง 0.50 โดยค่าเพิ่มขึ้นทีละ 0.05 กำหนดค่าระดับความเชื่อมั่นเท่ากับ 90%, 95% และ 99% ใช้เทคนิคมอนติคาร์โลทำการทดลองซ้ำ ๆ กัน 2,000 ครั้ง ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ ช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ที่ทำการทดลองคือ 90%, 95% และ 99% ได้ในทุกค่าสัดส่วนประชากร p ที่กำหนดเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลาง ($n > 30$) ช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์ จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ทำการทดลอง คือ 90%, 95% และ 99% และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดได้ในทุกขนาดตัวอย่าง ที่กำหนด เมื่อค่าสัดส่วนประชากรมีค่าเล็กมาก ($p = 0.02$) และเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n > 50$) และค่าสัดส่วนประชากรอยู่ในช่วง 0.04, 0.05 วิธีการประมาณทั้ง 3 วิธีที่นำมาศึกษา จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ทำการทดลองคือ 90%, 95% และ 99% และให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

ธาริณี (2539) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วง สำหรับผลต่างระหว่างค่า สัดส่วนของสองประชากรบนพื้นฐานของการประมาณด้วยการแจกแจงปกติ โดยการเปรียบเทียบ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น วิธีการประมาณที่ใช้ในการ วิจัยครั้งนี้คือวิธีการประมาณอย่างง่าย วิธีการประมาณโดยใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของเฮสต์ วิธีการประมาณโดยใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของฮอคค์และแอนเดอร์สัน วิธีการประมาณโดย ใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของเพสกัน กำหนดขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 เท่ากันเป็น 10, 20, 25, 30, 35, 40, 50, 60, 70, 80 ค่าสัมบูรณ์ของความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร มี ค่าความแตกต่างตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.8 โดยค่าเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 และสัดส่วนประชากร p_1 และ p_2 มีค่า ตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.9 โดยเพิ่มค่าขึ้นทีละ 0.1 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 90%, 95% และ 99% จำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลและทำการทดลองซ้ำ 20,000 ครั้ง ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง วิธีการที่ใช้ค่าปรับแก้ไขเพื่อความต่อเนื่องต่าง ๆ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วน วิธีการประมาณอย่างง่ายให้ค่าสัมประสิทธิ์จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ กำหนดเมื่อขนาดตัวอย่างทั้งสองมีค่าปานกลาง (n_1 และ $n_2 = 30$ ขึ้นไป) ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วง ความเชื่อมั่น วิธีการใช้ค่าปรับแก้ไขเพื่อความต่อเนื่องของเพสกันจะให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงต่ำ ที่สุดในกรณีตัวอย่างทั้งสองเล็ก ($n_1 = n_2 = 10$) วิธีการประมาณโดยใช้ค่าปรับแก้ไขเพื่อความ ต่อเนื่องของฮอคค์และแอนเดอร์สัน จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำสุด เมื่อตัวอย่างทั้งสองมีขนาดปาน กลาง ($n_1 = n_2 = 30, 35, 40$) วิธีการประมาณอย่างง่ายจะให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำสุด เมื่อตัวอย่างทั้ง สองมีขนาดใหญ่ ($n_1 = n_2 = 50, 60, 70, 80$) และวิธีการโดยใช้ค่าปรับแก้ไขเพื่อความต่อเนื่องของ เฮสต์ไม่สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำสุดได้ในทุกกรณีการศึกษา ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อค่าความยาว เฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ได้แก่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นซึ่งจะแปรผันโดยตรงกับค่าความเฉลี่ย ของช่วงความเชื่อมั่น ค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร และขนาด ตัวอย่างทั้งสองจะแปรผกผันกับค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

Newcombe (1998) ทำการศึกษาวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่า สัดส่วนที่สนใจในประชากร 2 กลุ่ม โดยได้เสนอวิธี Newcombe ที่มีการหาช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละ ประชากรโดยวิธีรากของสมการกำลังสอง จากนั้นหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่า สัดส่วนประชากร จากงานวิจัยพบว่า วิธีการใหม่ของ Newcombe เป็นวิธีที่เหมาะสมในกรณีส่วน ใหญ่แล้วยังเป็นวิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความ เชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำสุดเมื่อ p มีค่าใกล้ 0.5

จารุภา (2541) ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่ม $p_1 - p_2$ ที่เป็นอิสระกัน 3 วิธีคือ วิธี Hauck และ Anderson วิธี Peskun และวิธีอย่างง่าย กำหนดขนาดตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 คือ n_1 และ n_2 ตามลำดับ โดยที่ n_2 มีค่าเท่ากับ 10, 30, 50, 80 และ 100 พิจารณาความแตกต่างของขนาดตัวอย่าง 2 กรณี คือ $n_1 = n_2$ และ $n_1 = 2n_2$ กำหนดสัดส่วนทวินาม (p_1, p_2) มีค่า 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 โดยที่ $p_1 \leq p_2$ ดังนั้น $(p_1 - p_2)$ มีค่า 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นคือ 0.90, 0.95 และ 0.99 ใช้ภาษาฟอร์แทรน 77 ในการเขียนโปรแกรม ทำซ้ำ 500 ครั้ง พิจารณาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จากงานวิจัยพบว่า วิธีการประมาณอย่างง่าย มีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดและมีความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น วิธีการของ Peskun มีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวที่สุด โดยมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมสูงกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ 0.90 และ 0.95 แต่มีค่าเท่ากับความน่าจะเป็นครอบคลุมสูงกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ 0.99 ส่วนวิธีการประมาณของ Hauck and Anderson มีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมากกว่าวิธีการประมาณอย่างง่ายเล็กน้อยและค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเท่ากับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ดังนั้นวิธีการประมาณแบบ Hauck and Anderson เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร

สงขลา (2542) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าสัดส่วนประชากรของการแจกแจงแบบทวินาม โดยทำการเปรียบเทียบค่าระดับความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วง วิธีการที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ วิธีการประมาณแบบปกติ วิธีการประมาณแบบ แปลงแบบอาร์คไซน์ วิธีการประมาณแบบสคอว์ วิธีการประมาณแบบปัวส์ซอง และวิธีการประมาณแบบเอฟ ขนาดตัวอย่างที่ใช้มีค่า 2 ถึง 50 ค่าสัดส่วนประชากรมีค่า 0.01 ถึง 0.09 โดยค่าเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.01 และ 0.10 ถึง 0.50 โดยค่าเพิ่มขึ้นร้อยละ 0.05 กำหนดค่าระดับความเชื่อมั่นมีค่า 90%, 95% และ 99% ใช้ในเทคนิคมอนติคาร์โลและทำการทดลอง ซ้ำ ๆ กัน 2,000 ครั้ง ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ ค่าประมาณแบบช่วงของวิธีปกติ จะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่ามากกว่า 45 และค่าสัดส่วนประชากรมีค่าอยู่ในช่วง 0.35 ถึง 0.50 ค่าประมาณแบบช่วงของวิธีการประมาณแบบ แปลงแบบอาร์คไซน์ จะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่ามากกว่า

30 และค่าสัดส่วนประชากรมีค่าอยู่ในช่วง 0.30 ถึง 0.50 ค่าประมาณแบบช่วงของวิธีการประมาณแบบสคอร์ จะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุดในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง โดยที่สามารถคลุมค่าสัดส่วนประชากรได้ดังนี้ ถ้าขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยกว่า 30 ค่าสัดส่วนประชากรมีค่าอยู่ในช่วง 0.15 ถึง 0.50 และถ้าขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 30 ขึ้นไป ค่าสัดส่วนประชากรมีค่าอยู่ในช่วง 0.05 ถึง 0.50

ค่าประมาณแบบช่วงของวิธีการประมาณแบบปัวส์ซอง จะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกระดับของขนาดตัวอย่างและค่าสัดส่วนประชากร แต่ไม่สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุดได้ ค่าประมาณแบบช่วงของวิธีการประมาณแบบเอฟ จะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดและค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุดในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง โดยที่สามารถคลุมค่าสัดส่วนประชากรได้ดังนี้ ถ้าขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยกว่า 30 ค่าสัดส่วนประชากรมีค่าอยู่ในช่วง 0.01 ถึง 0.10 และ ถ้าขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 30 ขึ้นไป ค่าสัดส่วนประชากรมีค่าอยู่ในช่วง 0.01 ถึง 0.04

Agresti and Caffo (2000) ได้ทำการศึกษาและสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างของค่าสัดส่วนทวินาม ($p_1 - p_2$) ขึ้นมาใหม่โดยทำการเพิ่มจำนวนค่าสังเกตที่สมมติขึ้น จำนวน t ค่าสังเกต เมื่อ $t = 0, 2, 4, 8$ โดยใช้วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นแบบวาลด์ ใช้ช่วงความเชื่อมั่น 95% ใช้ขนาดตัวอย่างคือ (10, 10), (20, 20), (30, 30), (30, 10) พบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่เพิ่มค่าสังเกต 4 ค่าเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด จากนั้นได้ทำการเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นใหม่กับช่วงความเชื่อมั่นแบบวาลด์ และช่วงความเชื่อมั่นแบบ hybrid score ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% ขนาดตัวอย่าง (10, 10), (20, 10), (30, 10), (40, 10) พบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่เพิ่มค่าสังเกต 4 ค่าเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด เพราะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกขนาดตัวอย่าง

Pun (2000) ทำการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนทวินาม 4 วิธีคือ วิธี wald วิธี adding-4 วิธี T1 วิธี score โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง $n = 5, 10, 20, 30$ พิจารณาว่าค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น จากงานวิจัยสรุปได้ว่าวิธี T1 และวิธี wald ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด วิธี adding-4 และ วิธี score ส่วนใหญ่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด นอกจากนั้นยังได้ทำการศึกษาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินาม ($p_1 - p_2$) โดยได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างระหว่างสัดส่วน

ทวินามสองกลุ่ม โดยการนำช่วงความเชื่อมั่นแบบ adding-4 ของ Agresti and Caffo ซึ่งใช้ตัวสถิติ Z ในการคำนวณมาเปลี่ยนเป็นตัวสถิติ t ที่มียกศาอิสระ d แทน ซึ่งจะได้ช่วงความเชื่อมั่นแบบใหม่ที่เรียกว่า T2 จากนั้นทำการศึกษเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินาม $(p_1 - p_2)$ โดยวิธี adding-4 และ วิธีการประมาณแบบ T2 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % กำหนด $p_2 = 0.1, 0.3, 0.5$ กำหนด $(n_1, n_2) = (5, 5), (10, 10), (15, 5), (15, 10)$ จากงานวิจัยสรุปได้ว่า ช่วงความเชื่อมั่นแบบ T2 จะให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมที่สูงกว่า ช่วงความเชื่อมั่นแบบ adding-4 และมีความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

Brown and LI (2005) ได้ทำการศึกษาค้นคว้าช่วงความเชื่อมั่นแบบใหม่สำหรับการประมาณผลต่างของค่าสัดส่วน ให้ชื่อว่า ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Recentered จากนั้นได้ทำการเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นใหม่กับช่วงความเชื่อมั่นแบบ Wald, Score, Newcombe, Jeffrey, Agresti ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95%, 99% พิจารณา $p_1 - p_2$ เป็น 2 กรณี คือ $p_1 - p_2 = 0$ และ $p_1 - p_2 \neq 0$ กำหนดขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 เป็น m และ n พิจารณา m, n แยกเป็นกรณีดังนี้ คือ $m = n$ หรือ $m \neq n$ และ m, n มีขนาดเล็กหรือ m, n มีขนาดใหญ่ ได้ผลการทดลองดังนี้ เมื่อ m, n มีขนาดเล็ก ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Newcombe, Score, Recentered ให้ผลที่คล้ายคลึงกันและมีประสิทธิภาพดีที่สุด เมื่อ m, n มีขนาดใหญ่ทุกช่วงให้ผลที่มีประสิทธิภาพดี แต่ ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Recentered จะให้ผลไม่ดีเท่าที่ควรเมื่อ m, n มีขนาดใหญ่ และ $p_1 - p_2$ มีขนาดเล็ก โดยทั่วไปเมื่อ $p_1 - p_2$ คงที่ทุกช่วงความเชื่อมั่นจะให้ผลที่ดีเมื่อ p มีค่าเข้าใกล้ 0 และ 1 ยกเว้นบางกรณีจากช่วงความเชื่อมั่นของ Wald

อุไรพรรณ (2548) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากรที่เป็นอิสระต่อกัน โดยการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น วิธีการประมาณที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ วิธีแบบฉบับ วิธีนิวคอมป์ วิธีเจฟฟรีย์ และวิธีจัดค่ากลางใหม่ กำหนดขนาดตัวอย่าง 2 กรณี คือ ขนาดตัวอย่างของสองประชากรมีค่าเท่ากัน ($n_1 = n_2$) และมีค่าไม่เท่ากัน ($n_1 \neq n_2$) โดยที่ขนาดตัวอย่างของประชากรที่ 2 (n_2) มีค่าเท่ากับ 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60 และ 70 และ $n_1 > n_2$ เปรียบเทียบผลต่างระหว่างขนาดตัวอย่างของสองประชากรมีค่าเท่ากับ 20%, 40%, 60%, 80%, 100%, 140%, 180% และ 200% ค่าสัดส่วนของประชากรที่ 1 และ 2 ($p_1 - p_2$) มีค่าตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.9 โดยเพิ่มค่าทีละ 0.1 ผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนสองประชากร ($p_1 - p_2$) มีค่าความแตกต่างกันตั้งแต่ 0 ถึง 0.8 โดยเพิ่มค่าทีละ 0.1 และ ($p_1 > p_2$) กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 90%, 95% และ 99% ใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โลทำการทดลองซ้ำๆ กัน 2,000 ครั้ง ใน

แต่ละสถานการณ์ที่กำหนด ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ วิธี Newcombe จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดเมื่อ $(p_1 - p_2)$ มีค่าน้อย (เข้าใกล้ 0) จนถึงปานกลาง และวิธีการประมาณแบบจัดค่ากลางใหม่จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดเมื่อ $(p_1 - p_2)$ มีค่ามาก (เข้าใกล้ 1) เมื่อขนาดตัวอย่างของสองประชากรมีขนาดเล็ก สำหรับกรณีขนาดตัวอย่างของสองประชากรมีค่าเท่ากันหรือมีค่าแตกต่างกันน้อยจะครอบคลุมระดับขนาดตัวอย่างได้มากขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างของสองประชากรมีค่าแตกต่างกันมากขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างทั้งสองประชากรมีขนาดเพิ่มขึ้น วิธี Newcombe จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดเมื่อมีค่าปานกลางและวิธีจัดค่ากลางใหม่จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุด เมื่อมีค่าน้อย (เข้าใกล้ 0) หรือมีค่ามาก (เข้าใกล้ 1) เมื่อขนาดตัวอย่างของสองประชากรมีขนาดใหญ่ วิธี Newcombe จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดเมื่อมีค่าปานกลาง(เข้าใกล้ 0.5) และวิธีแบบฉบับจะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุด เมื่อ $(p_1 - p_2)$ มีค่าน้อย (เข้าใกล้ 0) หรือมีค่ามาก (เข้าใกล้ 1)

ไชยา (2548) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับสัดส่วนของประชากรทั้งหมด 6 วิธีคือ วิธีคลาสสิก วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง วิธีปัวส์ซอง วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยเซน วิธีเอฟ วิธีวิธีการแปลงแบบอาร์คไซน์ การเปรียบเทียบจะทำการเปรียบเทียบด้วยค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี ที่ระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับคือ 90 %, 95 % และ 99 % และขนาดตัวอย่าง 2 – 50 กำหนดค่า p มี 2 ระดับ คือ ระดับ 1 ให้ p มีค่าตั้งแต่ 0.01 ถึง 0.09 โดย ค่า p เพิ่มขึ้นทีละ 0.01 และ ระดับ 2 ให้ p มีค่าตั้งแต่ 0.10 ถึง 0.50 โดยค่า p เพิ่มขึ้นทีละ 0.05 สร้างแบบจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล เขียนโปรแกรมด้วยภาษา FORTRAN 77 ทำการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้งสรุปผลการวิจัย วิธีปัวส์ซองและวิธีเอฟ สามารถให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกระดับค่าของขนาดตัวอย่าง และค่าสัดส่วนประชากรที่ทำการศึกษายเปรียบเทียบสำหรับวิธีการประมาณแบบคลาสสิก

วิธีประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยเซน และวิธีการประมาณแบบแปลงแบบอาร์คไซน์ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด เฉพาะบางสถานการณ์ที่ทำการศึกษาเปรียบเทียบเท่านั้น ซึ่งสถานการณ์ที่วิธีประมาณทั้ง 6 ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

สุภารัตน์ (2553) ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกัน 4 วิธีคือ วิธีวาลด์ วิธี Adding-4 วิธี T2 และวิธี Recentered โดยให้ n_2 มีค่าเท่ากับ 10, 30, 60, 100, 500 และ 1000 พิจารณาความแตกต่างของขนาดตัวอย่าง 2 กรณี คือ $n_1 = n_2$ และ $n_1 = 1.5 n_2$ กำหนดสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 1 คือ 0.1 ถึง 0.9 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ค่าสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 2 คือ 0.1 ดังนั้น ($p_1 - p_2$) มีค่า 0.0 ถึง 0.8 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ค่าตามลำดับ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นคือ 0.95 และ 0.99 การสร้างแบบจำลองข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SAS 9.1.3 ทำซ้ำ 50,000 ครั้ง เกณฑ์ที่ใช้พิจารณา คือ พิจารณาจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จากผลการวิจัยสามารถสรุปวิธีที่เหมาะสมสำหรับแต่ละกรณีได้ดังนี้ ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 วิธีวาลด์ เหมาะสมกับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n_1, n_2 > 500$) เนื่องจากมีค่าเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นใกล้เคียงกับวิธีการประมาณแบบอื่น แต่มีความสะดวกในการคำนวณมากกว่า วิธี Adding-4 เหมาะสมกับกลุ่มตัวอย่าง $n_1 = n_2 = 10$ และ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 – 0.6 วิธีการประมาณแบบ T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีแต่ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมากกว่าวิธีการประมาณแบบอื่น วิธี Recentered เหมาะสมทุกกรณียกเว้นกรณีที่กล่าวมา

Hanwen Zhang (2010) ศึกษาช่วงความเชื่อมั่นและความน่าเชื่อถือของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างสัดส่วนประชากรโดยการเปรียบเทียบวิธีการทั้งหมด 5 วิธีคือ วิธีวาลด์ วิธีปรับค่าวาลด์ วิธี Newcombe วิธี Adding-4 วิธีเบย์ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ ความน่าจะเป็นในการครอบคลุมมากกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นค่าเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นและความแปรปรวนของช่วงความเชื่อมั่นมีค่าน้อย สร้างแบบจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ใช้ $n = 10, 50, 100$ กำหนดให้ $p_2 = 0.5$ และให้ $p_1 = 0.01, 0.1, 0.3, 0.5$ ดังนั้น ($p_1 - p_2$) = 0, 0.1, 0.5, 0.8 โดยกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 95% ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ วิธีเบย์ ไม่ได้รับผลกระทบจากขนาดตัวอย่างหรือค่าที่แตกต่างกันของ p_1, p_2 ในแง่ของความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงช่วงที่ดีที่สุดคือวิธีเบย์ เพราะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

ใกล้เคียงกันค่าช่วงความเชื่อมั่นที่กำหนดตลอดถึงแม้ว่าขนาดตัวอย่างจะเปลี่ยน ตามด้วยช่วง วิธี Newcombe และ วิธี Adding-4 ซึ่งไม่นำวิธีปรับค่าwald มาใช้ตั้งแต่แรกเพราะให้ค่าความน่าจะเป็นในการครอบคลุมมากกว่าช่วงที่กำหนดและให้ค่าเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่กว้าง ในแง่ของค่าเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ดีที่สุดคือ วิธีNewcombe ตามมาด้วยวิธี Adding-4 วิธีเบย์ และ วิธี wald วิธีปรับค่าwald มักจะมีค่าเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ใหญ่ที่สุด ในด้านการความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ดีที่สุดคือ วิธี Newcombe ตามด้วยวิธีการประมาณ Adding-4 วิธีwald และวิธีปรับค่าwald ช่วงที่มีความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นข้อแนะนำ วิธี Newcombe ซึ่งวิธีwald และวิธีปรับค่าwald เป็นช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่แนะนำให้ใช้



อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SAS รุ่น 9.3
2. เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ของภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิธีการ

ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ได้จากการจำลองข้อมูลจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SAS รุ่น 9.3 มีขั้นตอนในการวิจัยดังต่อไปนี้

1. การจำลองข้อมูลในการวิจัย

1.1 จำลองข้อมูลในการวิจัย โดย ประชากรที่ทำการศึกษาในงานวิจัยครั้งนี้คือ ประชากรที่มีการแจกแจงแบบทวินาม เมื่อ กำหนดขนาดตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 คือ n_1 และ n_2 โดยที่ n_2 มีค่าเท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30 พิจารณาความแตกต่างของขนาดตัวอย่าง 2 กรณี คือ $(n_1 = n_2)$ และ $(n_1 = 1.5n_2)$ และกำหนดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดลักษณะที่สนใจหรือสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 1 คือ 0.1 ถึง 0.9 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ค่าสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 2 คือ 0.1 ดังนั้น $(p_1 - p_2)$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ค่าตามลำดับ ทำการสร้างตัวแปรสุ่ม Y_1 และ Y_2 จากการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์ (n_1, p_1) และ (n_2, p_2) ตามลำดับ

1.2. กำหนดสัดส่วนของลักษณะที่สนใจและค่าสัดส่วนที่ไม่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง สำหรับวิธีประมาณค่าทั้ง 5 วิธี ดังนี้

1.2.1 วิธี Classical

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง $\hat{p}_i = \frac{y_i}{n_i} ; i=1,2$

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ไม่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง $\hat{q}_i = 1 - \hat{p}_i ; i=1,2$

1.2.2. วิธีนิวคอมบ์

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง $\hat{p}_i = \frac{y_i}{n_i} ; i=1,2$

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ไม่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง $\hat{q}_i = 1 - \hat{p}_i ; i=1,2$

1.2.3. วิธี Peskun

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง $\hat{p}_i = \frac{y_i}{n_i} ; i=1,2$

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ไม่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง $\hat{q}_i = 1 - \hat{p}_i ; i=1,2$

1.2.4. วิธี Adding-4

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง $\hat{p}_1 = \frac{y_1+1}{n_1+2}$ และ $\hat{p}_2 = \frac{y_2+1}{n_2+2}$

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ไม่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง $1 - \hat{p}_1$ และ $1 - \hat{p}_2$

1.2.5. วิธี Recentered

ตัวประมาณ p คือ $\hat{p} = \frac{n_2 \hat{p}_1 + n_1 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$

เมื่อ $\hat{p}_1 = \frac{y_1}{n_1}$ และ $\hat{p}_2 = \frac{y_2}{n_2}$ จาก $\hat{p}$ ที่ได้จะสร้างตัวประมาณใหม่อีกตัวแทน $\hat{p}$ คือ $\tilde{p}$ ดังนี้

$$\tilde{p} = \begin{cases} \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \hat{p} < \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ \hat{p} & ; \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \leq \hat{p} \leq 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \hat{p} > 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \end{cases}$$

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง คือ $\hat{p}$

ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ไม่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง คือ $1 - \hat{p}$

2. คำนวณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีประมาณ 5 วิธี

2.1. คำนวณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีการประมาณทั้ง 5 วิธี กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $1-\alpha$ คือ 0.95, 0.99 ได้ดังนี้

2.1.1. วิธี Classical

$$\text{ขอบเขตล่างคือ } (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

$$\text{ขอบเขตบนคือ } (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

2.1.2. วิธี Newcombe

$$\text{ขอบเขตล่างคือ } (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \sqrt{\frac{l_1(1-l_1)}{n_1} + \frac{u_2(1-u_2)}{n_2}}$$

$$\text{ขอบเขตบนคือ } (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + \sqrt{\frac{u_1(1-u_1)}{n_1} + \frac{l_2(1-l_2)}{n_2}}$$

$$\text{เมื่อ } (l_1, u_1) = \left(\frac{\hat{p}_1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{2n_1} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)/n_1 + z_{1-\alpha/2}^2/4n_1^2}}{1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{n_1}} \right)$$

$$(l_2, u_2) = \left(\frac{\hat{p}_2 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{2n_2} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)/n_2 + z_{1-\alpha/2}^2/4n_2^2}}{1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{n_2}} \right)$$

2.1.3. วิธี Peskun

$$\text{ขอบเขตล่างคือ } \left\{ (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C - Z_{-/2} \sqrt{\frac{(N + Z_{-/2}^2)}{4n_1 n_2} - \frac{[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C]^2}{N}} \right\} / \{1 + Z_{-/2}^2 / N\}$$

$$\text{ขอบเขตบนคือ } \left\{ (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C - Z_{-/2} \sqrt{\frac{(N + Z_{-/2}^2)}{4n_1 n_2} - \frac{[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C]^2}{N}} \right\} / \{1 + Z_{-/2}^2 / N\}$$

เมื่อ N คือ ผลรวมของขนาดตัวอย่าง $N = n_1 + n_2$ และ C คือค่าปรับความต่อเนื่องสำหรับขอบเขตล่างและขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น

2.1.4. วิธี Adding-4 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี Adding-4 คือ (p_L, p_U) โดยที่

$$\text{ขอบเขตล่างคือ } (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{-/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1 + 2} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2 + 2}}$$

$$\text{ขอบเขตบนคือ } (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{-/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1 + 2} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2 + 2}}$$

$$\text{เมื่อ } \hat{p}_1 = \frac{y_1 + 1}{n_1 + 2} \text{ และ } \hat{p}_2 = \frac{y_2 + 1}{n_2 + 2}$$

2.1.5. วิธี Recentered ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี Recentered คือ (p_L, p_U) โดยที่

ขอบเขตล่างคือ

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} - \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right)}$$

ขอบเขตบนคือ

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} + \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right)}$$

เมื่อ $t = t_{n_1+n_2-2, \alpha/2}$

2.2 ในแต่ละวิธีการประมาณ จำนวนช่วงความเชื่อมั่น 50,000 ช่วง ให้ทำการตรวจสอบว่า ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ครอบคลุมพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ หรือไม่ หากช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ครอบคลุมพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ จะนับจำนวนช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ครอบคลุมพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ แล้วบวกสะสมไว้ในแต่ละสถานการณ์ ผลบวกสะสมที่ได้คือจำนวนช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมดที่ ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์นำไปคำนวณ ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

3. การประมาณค่าความน่าจะเป็นที่ครอบคลุม (Coverage probability)

ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ หาได้จาก จำนวนช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ หารด้วย ห้าหมื่น

4. การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์และการคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ทำได้ดังนี้ นำค่าประมาณความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ จากการทดลองกรณีต่าง ๆ มาวิเคราะห์โดยการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

สมมติฐาน

H_0 : ค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ($\bar{p} \geq \bar{p}_0$)

H_1 : ค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ($\bar{p} < \bar{p}_0$)

สถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{p} - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}}$$

โดยที่ $\bar{p}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

$\hat{p}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองหรือ ค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

จะปฏิเสธ สมมติฐาน H_0 เมื่อ $\hat{p} < \bar{p} - 1.645 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

จะยอมรับ H_0 เมื่อ $\hat{p} \geq \bar{p} - 1.645 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

ดังนั้นจะได้ ช่วงความเชื่อมั่นให้ค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์มีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $\hat{p} \geq \bar{p} - 1.645 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$
หรือ $\left(\bar{p} - 1.645 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, 1 \right)$

เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น 0.95 จะได้ ช่วงความเชื่อมั่นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

เมื่อ $\hat{p} \geq \bar{p} - 1.645 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.95 - 1.645 \sqrt{\frac{0.95 \times 0.05}{50000}} = 0.9484$ หรือ ถ้าค่า $\hat{p}$ อยู่ในช่วง (0.9484,1)

เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น 0.99 จะได้ ช่วงความเชื่อมั่นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

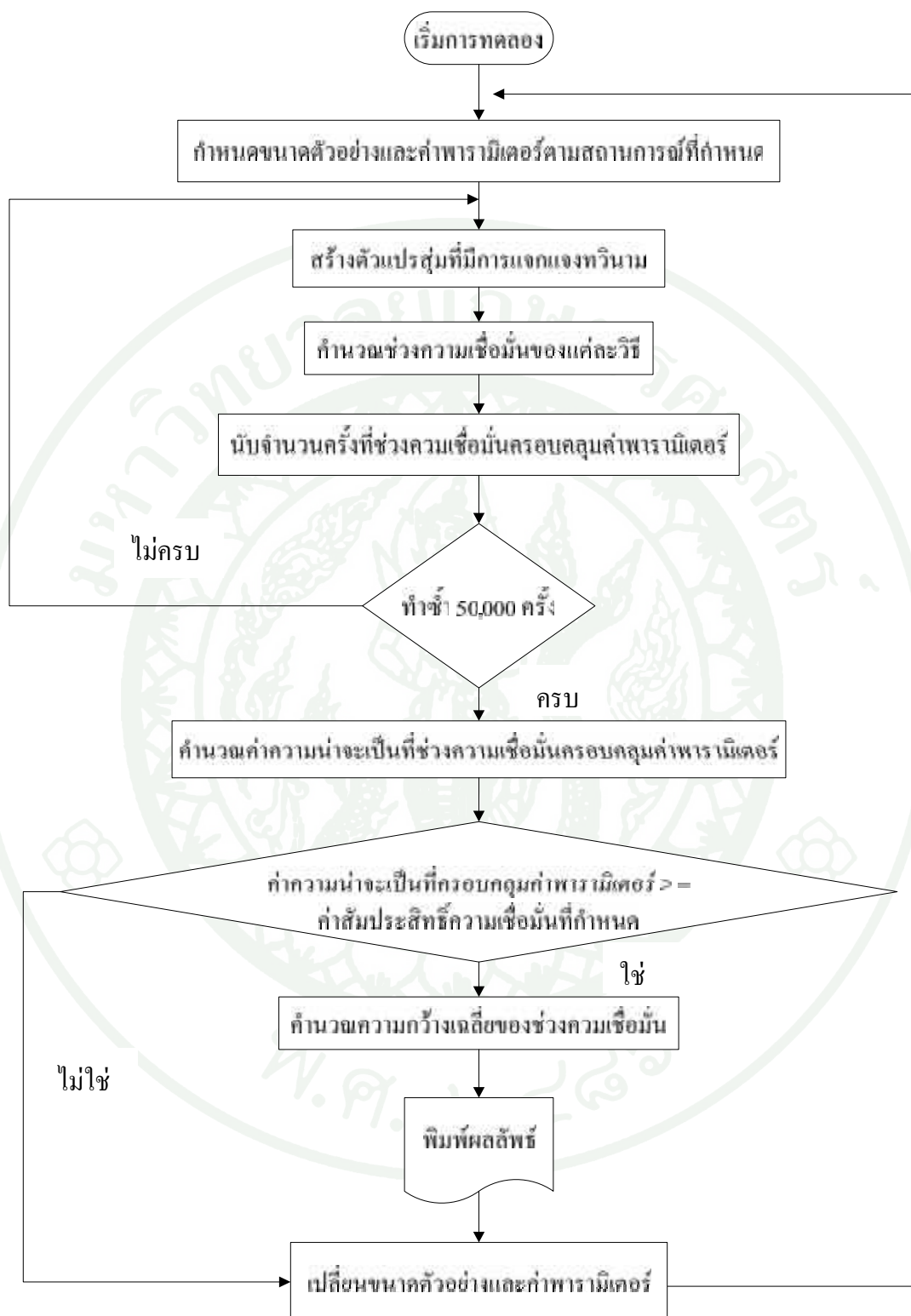
เมื่อ $\hat{p} \geq \bar{p} - 1.645 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.99 - 1.645 \sqrt{\frac{0.99 \times 0.01}{50000}} = 0.98927$ หรือ ถ้าค่า $\hat{p}$ อยู่ในช่วง (0.98927,1)

ในการพิจารณาว่าวิธีการใดให้ค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดจะอาศัยการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ตัวสถิติ Z ถ้าวิธีประมาณใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดลองในแต่ละสถานการณ์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%, 99% มีค่าไม่ต่ำกว่า 0.9484, 0.98927 ตามลำดับ จะสามารถสรุปได้ว่าวิธีประมาณนั้นให้ค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในสถานการณ์นั้น ๆ จากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

เมื่อได้ค่าความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว ในขั้นต่อไปจะคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Expected length) เทียบกับ ผลรวมของผลต่างระหว่างขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หารด้วยจำนวนช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

5. สรุปผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัย จะสรุปเพื่อเสนอแนะวิธีการที่เหมาะสมที่สุดสำหรับใช้ประมาณผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มเป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก โดยพิจารณาจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดในแต่ละสถานการณ์ ขั้นตอนการทำวิจัยทั้งหมดสามารถสรุปได้ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ขั้นตอนการทำวิจัย

ผลและวิจารณ์

งานวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก 5 วิธี คือ วิธี Classical วิธี Newcombe วิธี Adding-4 วิธี Peskun และวิธี Recentered โดยเปรียบเทียบวิธีการที่เหมาะสมใช้เกณฑ์พิจารณาดังนี้ พิจารณาจากช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จากการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ตัวสถิติ Z พบว่าที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95, 0.99 ถ้าวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่ต่ำกว่า 0.9484, 0.9827 จะสามารถสรุปได้ว่าวิธีประมาณนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในสถานการณ์นั้น ๆ จากนั้นเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นโดยพิจารณาวิธีการประมาณที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดในแต่ละกรณี

การนำเสนอผลการวิจัยในครั้งนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 กรณีนขนาดตัวอย่างเท่ากัน ($n_1 = n_2$) ส่วนที่ 2 กรณีนขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ($n_1 = 1.5n_2$)

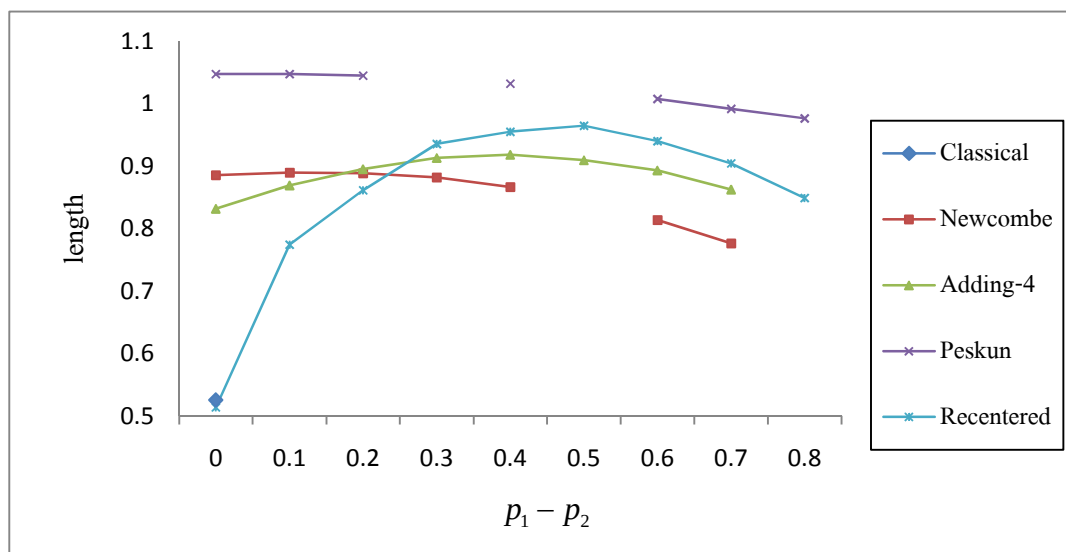
ส่วนที่ 1 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ($n_1 = n_2$)

ตารางที่ 3 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 5$

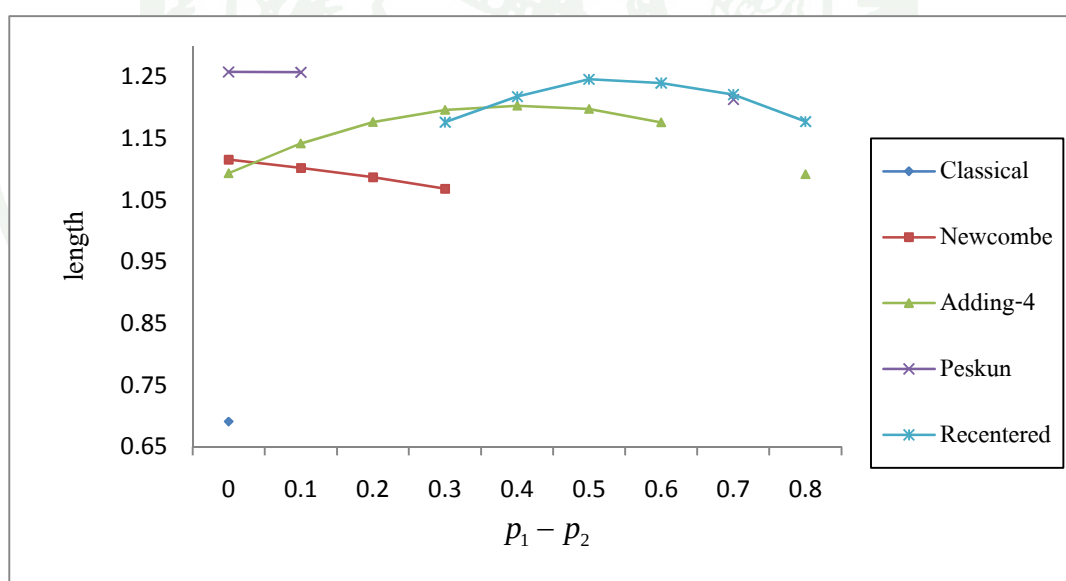
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	0.52566	0.88546	0.83187	1.04737	0.51392
	0.2	0.1	0.1	-	0.88966	0.86875	1.04769	0.77454
	0.3	0.1	0.2	-	0.88820	0.89493	1.04523	0.86124
	0.4	0.1	0.3	-	0.88201	0.91274	-	0.93558
	0.5	0.1	0.4	-	0.86619	0.91820	1.03235	0.95504
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.90962	-	0.96444
	0.7	0.1	0.6	-	0.81389	0.89306	1.00776	0.94006
	0.8	0.1	0.7	-	0.77651	0.86227	0.99154	0.90427
	0.9	0.1	0.8	-	-	-	0.97664	0.84889
0.99	0.1	0.1	0.0	0.69102	1.11551	1.09326	1.25789	-
	0.2	0.1	0.1	-	1.10244	1.14175	1.25730	-
	0.3	0.1	0.2	-	1.08712	1.17619	-	-
	0.4	0.1	0.3	-	1.06880	1.19613	-	1.17655
	0.5	0.1	0.4	-	-	1.20265	-	1.21794
	0.6	0.1	0.5	-	-	1.19764	-	1.24605
	0.7	0.1	0.6	-	-	1.17570	-	1.23941
	0.8	0.1	0.7	-	-	-	1.21341	1.22076
	0.9	0.1	0.8	-	-	1.09170	-	1.17766

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 2 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = n_2 = 5$



ภาพที่ 3 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = n_2 = 5$

จากตารางที่ 3 และภาพที่ 2, 3 แสดงให้เห็นว่าที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้น เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe วิธี Peskun วิธี Adding - 4 และวิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3, 0.4, 0.6, 0.7 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.2 และ 0.8 ส่วนวิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่น ๆ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้น เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.3 ส่วนวิธี Adding - 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด วิธี Peskun ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0, 0.1, 0.7 วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่าตั้งแต่ 0.3 ถึง 0.8

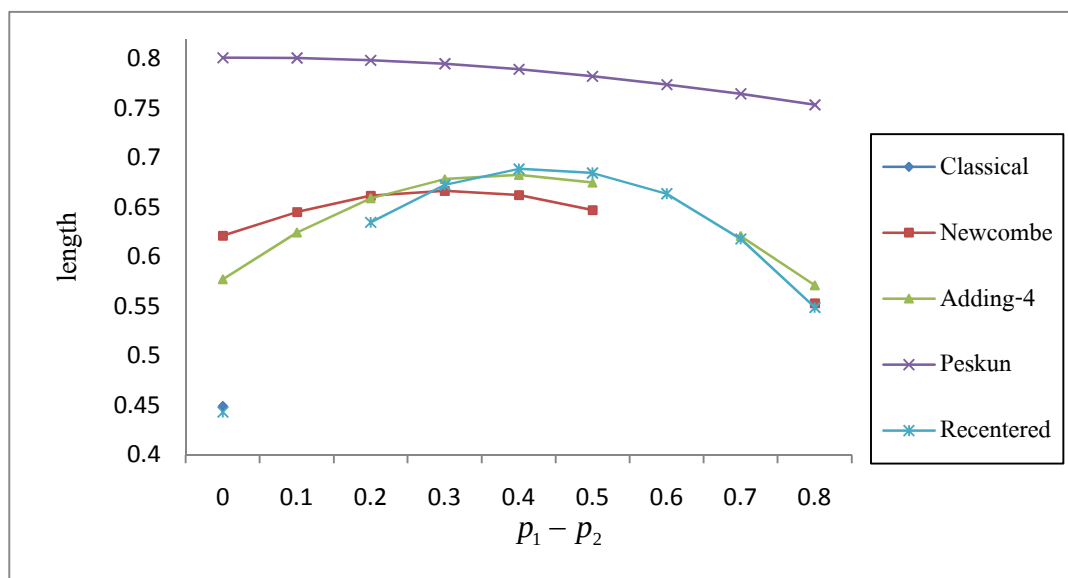
เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Classical ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 ถึง 0.3 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 ถึง 0.6 และ 0.8 วิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.7 ส่วนวิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่น ๆ

ตารางที่ 4 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 10$

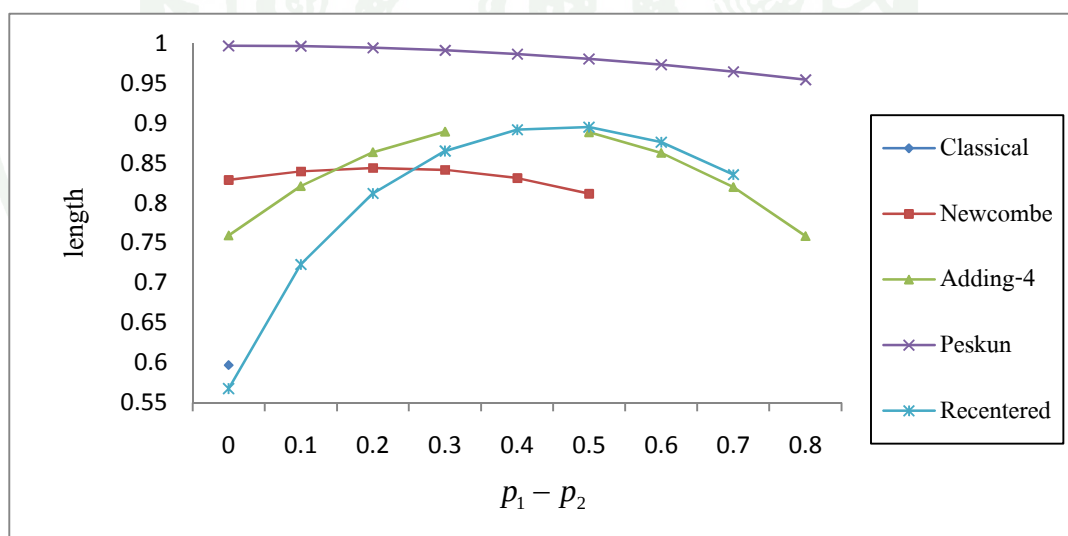
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	0.44945	0.62117	0.57725	0.80119	0.44307
	0.2	0.1	0.1	-	0.64514	0.62456	0.80066	-
	0.3	0.1	0.2	-	0.66158	0.65892	0.79857	0.63476
	0.4	0.1	0.3	-	0.66658	0.67832	0.79484	0.67259
	0.5	0.1	0.4	-	0.66209	0.68248	0.78946	0.68875
	0.6	0.1	0.5	-	0.64715	0.67487	0.78255	0.68443
	0.7	0.1	0.6	-	-	-	0.77415	0.66341
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.62103	0.76453	0.61801
	0.9	0.1	0.8	-	0.55303	0.57114	0.75363	0.54892
0.99	0.1	0.1	0.0	0.59729	0.82890	0.75935	0.99669	0.56757
	0.2	0.1	0.1	-	0.83948	0.82114	0.99618	0.72321
	0.3	0.1	0.2	-	0.84401	0.86358	0.99431	0.81201
	0.4	0.1	0.3	-	0.84146	0.88952	0.99104	0.86492
	0.5	0.1	0.4	-	0.83100	-	0.98638	0.89186
	0.6	0.1	0.5	-	0.81184	0.88846	0.98038	0.89501
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.86280	0.97305	0.87642
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.82013	0.96442	0.83562
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.75850	0.95449	-

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 4 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = n_2 = 10$



ภาพที่ 5 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = n_2 = 10$

จากตารางที่ 4 และภาพที่ 4, 5 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ส่วนใหญ่ ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe วิธี Adding - 4 วิธี Peskun และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 ถึง 0.5 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0, 0.2 และ 0.6 ถึง 0.8 ส่วนวิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.5 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และวิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเกือบทั้งหมด

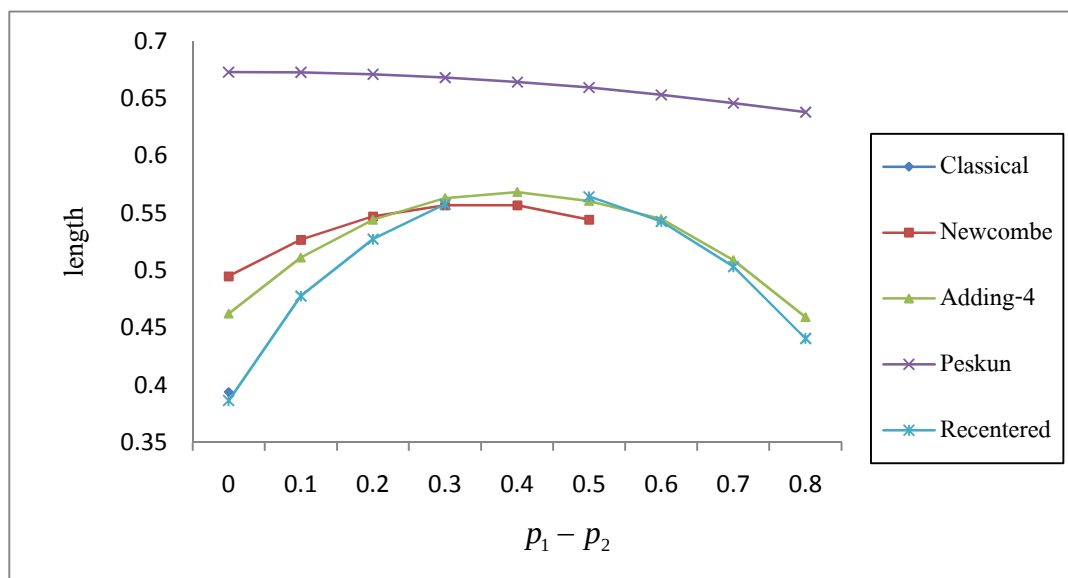
เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 ถึง 0.5 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.6 ถึง 0.8 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.2 ส่วนวิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ตารางที่ 5 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95, 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 15$

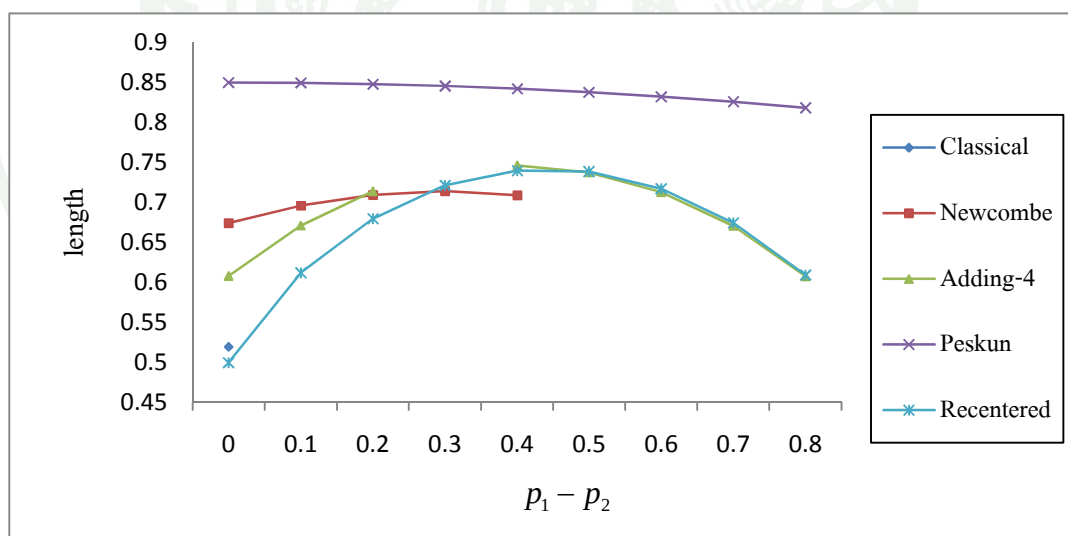
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	0.39384	0.49500	0.46241	0.67309	0.38632
	0.2	0.1	0.1	-	0.52672	0.51129	0.67266	0.47774
	0.3	0.1	0.2	-	0.54729	0.54405	0.67106	0.52743
	0.4	0.1	0.3	-	0.55705	0.56295	0.66846	0.55787
	0.5	0.1	0.4	-	0.55700	0.56832	0.66443	-
	0.6	0.1	0.5	-	0.54442	0.56064	0.65967	0.56450
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.54492	0.65330	0.54284
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.50883	0.64600	0.50344
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.45922	0.63818	0.44047
0.99	0.1	0.1	0.0	0.51911	0.67429	0.60814	0.85043	0.49962
	0.2	0.1	0.1	-	0.69621	0.67100	0.84999	0.61212
	0.3	0.1	0.2	-	0.70982	0.71389	0.84854	0.67994
	0.4	0.1	0.3	-	0.71434	-	0.84604	0.72165
	0.5	0.1	0.4	-	0.70926	0.74624	0.84249	0.73990
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.73740	0.83797	0.73860
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.71278	0.83238	0.71704
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.67046	0.82589	0.67473
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.60770	0.81832	0.60917

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 6 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = n_2 = 15$



ภาพที่ 7 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = n_2 = 15$

จากตารางที่ 5 และภาพที่ 6, 7 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.5 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 ถึง 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.2 และ 0.6 ถึง 0.8 ส่วนวิธี Adding - 4, วิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.4 วิธี Adding - 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้น เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 และ 0.4 วิธี Peskun และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8

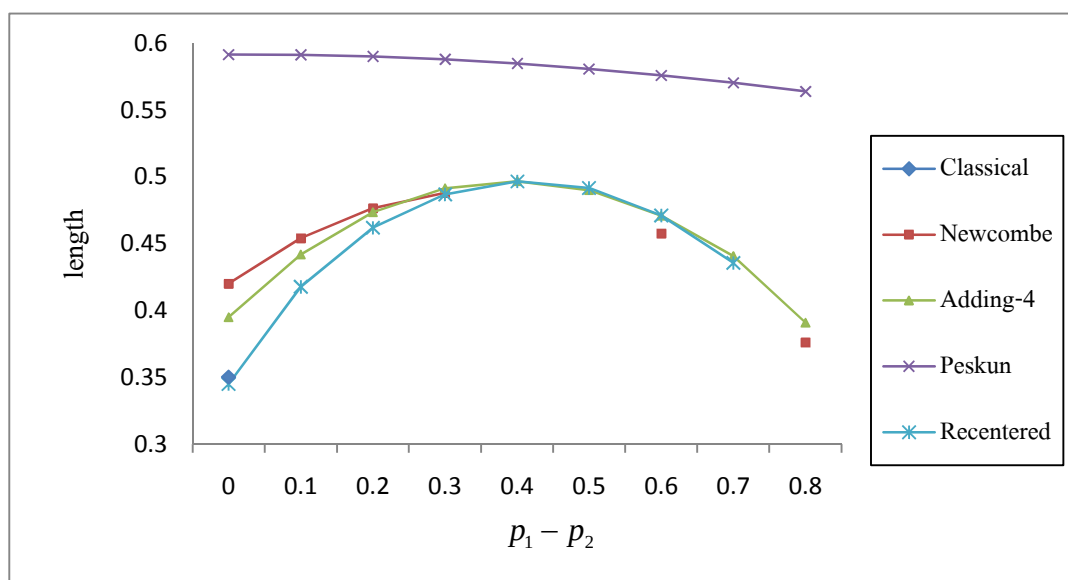
เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3, 0.4 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 ถึง 0.8 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.2 ส่วนวิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ตารางที่ 6 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95, 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 20$

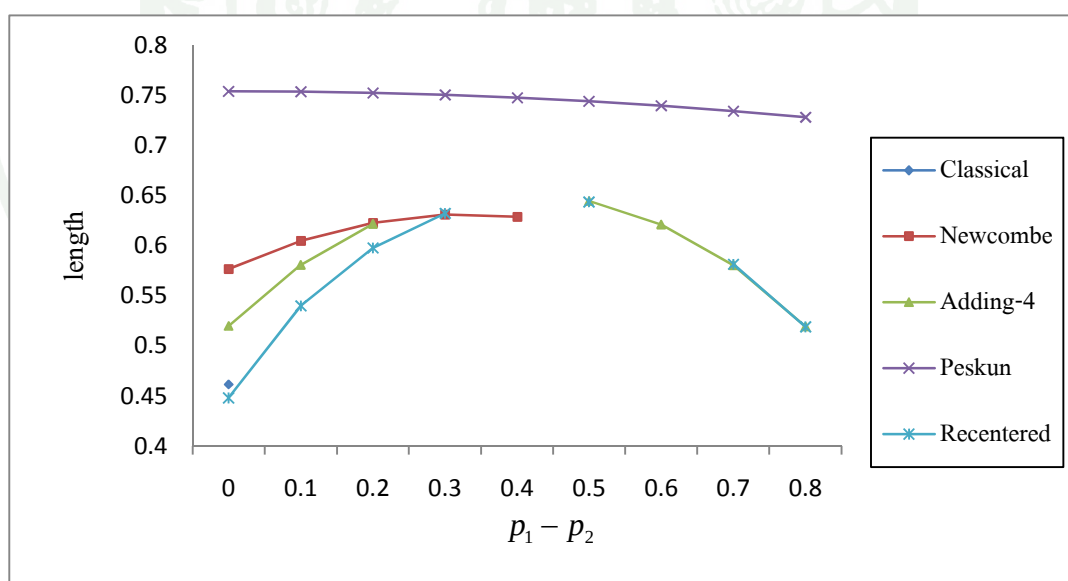
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	0.35038	0.42019	0.39511	0.59159	0.34518
	0.2	0.1	0.1	-	0.45412	0.44207	0.59121	0.41775
	0.3	0.1	0.2	-	0.47656	0.47358	0.58996	0.46212
	0.4	0.1	0.3	-	0.48803	0.49148	0.58781	0.48687
	0.5	0.1	0.4	-	-	0.49676	0.58475	0.49683
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.49010	0.58084	0.49174
	0.7	0.1	0.6	-	0.45776	0.47099	0.57606	0.47108
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.44084	0.57050	0.43584
	0.9	0.1	0.8	-	0.37609	0.39092	0.56411	-
0.99	0.1	0.1	0.0	0.46145	0.57664	0.51963	0.75397	0.44784
	0.2	0.1	0.1	-	0.60448	0.58068	0.75361	0.53995
	0.3	0.1	0.2	-	0.62259	0.62142	0.75243	0.59767
	0.4	0.1	0.3	-	0.63072	-	0.75043	0.63211
	0.5	0.1	0.4	-	0.62853	-	0.74761	-
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.64456	0.74399	0.64368
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.62087	0.73953	-
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.58036	0.73423	0.58142
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.51899	0.72820	0.51866

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 8 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = n_2 = 20$



ภาพที่ 9 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = n_2 = 20$

จากตารางที่ 6 และภาพที่ 8, 9 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun, วิธี Newcombe และ วิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.6, 0.8 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4, 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.3 และ 0.7 ส่วนวิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.4 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และวิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

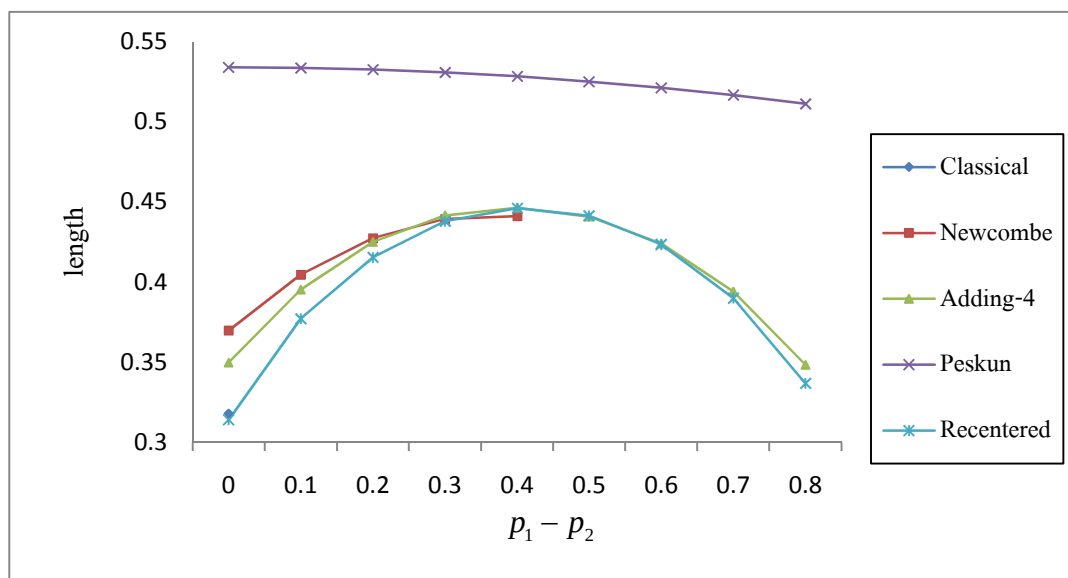
เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3, 0.4 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.6 ถึง 0.8 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.2 และ 0.5 ส่วนวิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ตารางที่ 7 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95, 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 25$

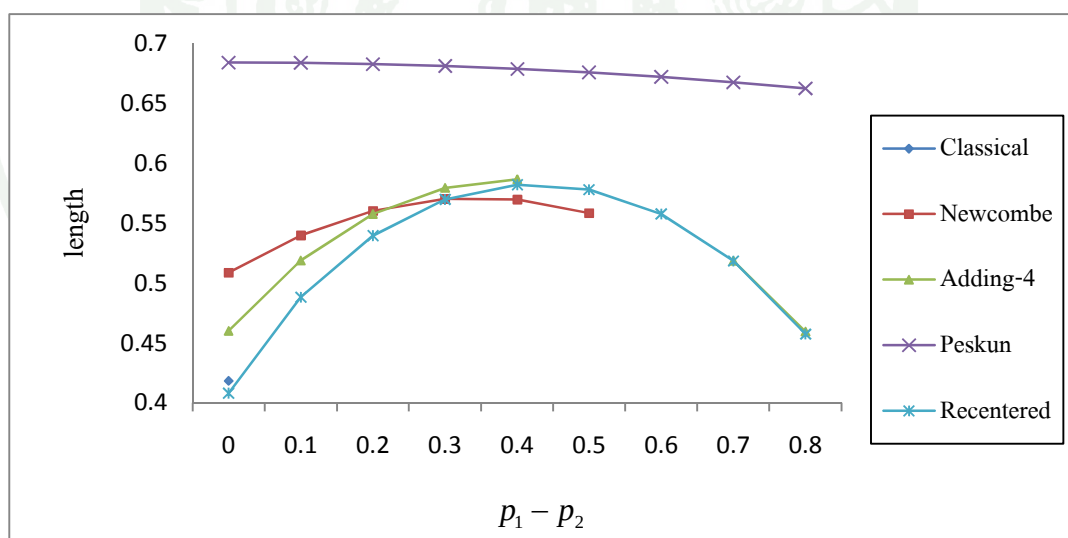
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	0.31816	0.36978	0.34992	0.53394	0.31417
	0.2	0.1	0.1	-	0.40473	0.39536	0.53363	0.37726
	0.3	0.1	0.2	-	0.42741	0.42500	0.53258	0.41561
	0.4	0.1	0.3	-	0.43943	0.44154	0.53081	0.43808
	0.5	0.1	0.4	-	0.44119	0.44640	0.52840	0.44631
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.44079	0.52508	0.44142
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.42403	0.52122	0.42343
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.39414	0.51651	0.38996
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.34852	0.51129	0.33704
0.99	0.1	0.1	0.0	0.41837	0.50881	0.46017	0.68428	0.40798
	0.2	0.1	0.1	-	0.53992	0.51895	0.68397	0.48839
	0.3	0.1	0.2	-	0.56042	0.55772	0.68298	0.53952
	0.4	0.1	0.3	-	0.57042	0.57953	0.68130	0.56982
	0.5	0.1	0.4	-	0.56991	0.58659	0.67896	0.58209
	0.6	0.1	0.5	-	0.55858	-	0.67592	0.57823
	0.7	0.1	0.6	-	-	-	0.67222	0.55759
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.51872	0.66783	0.51871
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.45970	0.66278	0.45758

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 10 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = n_2 = 25$



ภาพที่ 11 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = n_2 = 25$

จากตารางที่ 7 และภาพที่ 10, 11 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.4 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.3 และ 0.6 ถึง 0.8

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.5 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และ วิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

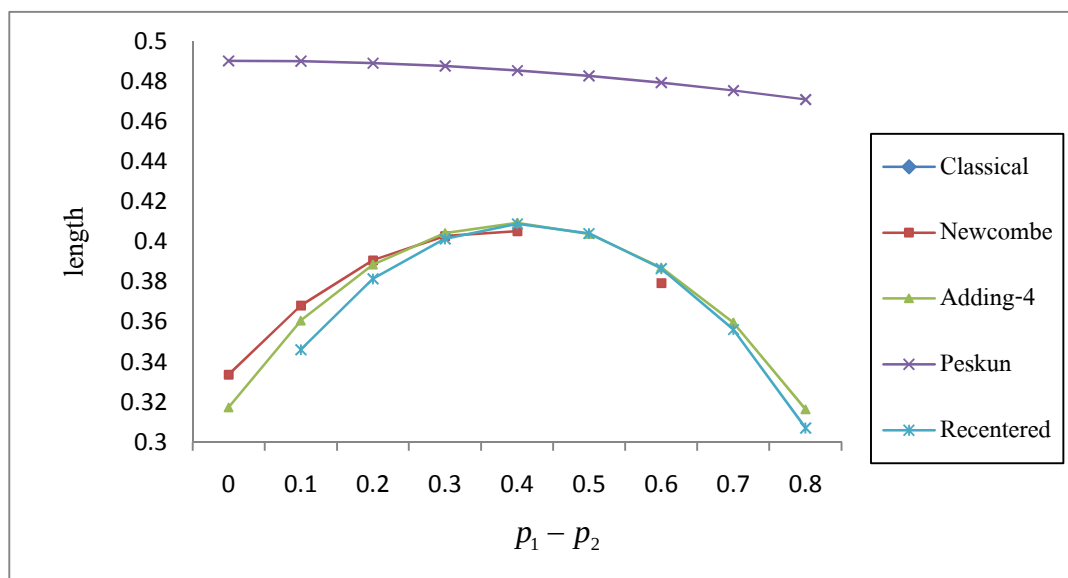
เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 ถึง 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.3 และ 0.6 ถึง 0.8 ส่วน Adding - 4, วิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ตารางที่ 8 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95, 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 30$

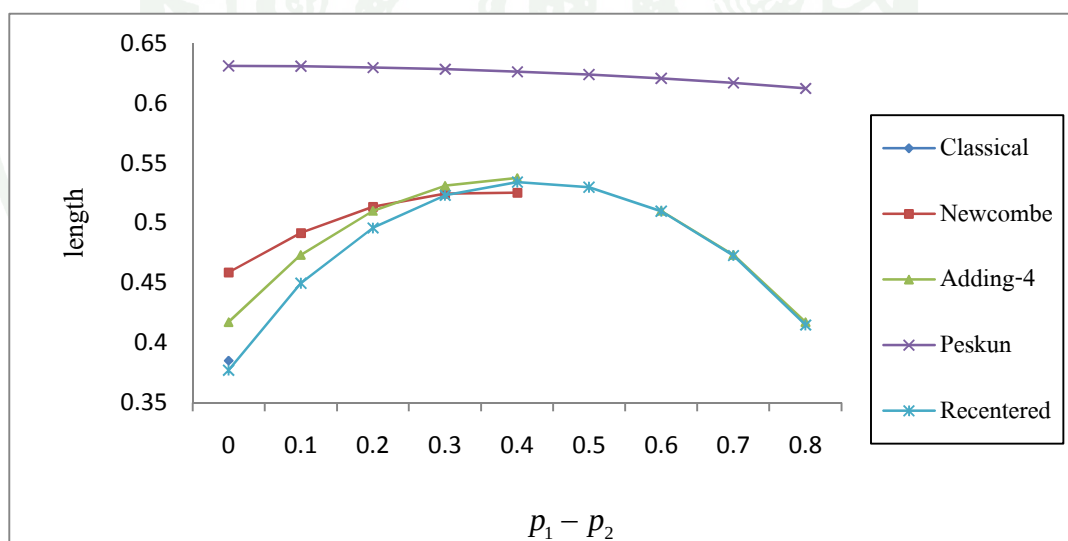
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	-	0.33373	0.31729	0.49041	-
	0.2	0.1	0.1	-	0.36818	0.36074	0.49013	0.34617
	0.3	0.1	0.2	-	0.39087	0.38856	0.48924	0.38161
	0.4	0.1	0.3	-	0.40297	0.40445	0.48773	0.40156
	0.5	0.1	0.4	-	0.40534	0.40948	0.48560	0.40903
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.40396	0.48287	0.40424
	0.7	0.1	0.6	-	0.37949	0.38723	0.47951	0.38674
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.35966	0.47559	0.35620
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.31629	0.47112	0.30703
0.99	0.1	0.1	0.0	0.38527	0.45882	0.41721	0.63091	0.37713
	0.2	0.1	0.1	-	0.49181	0.47349	0.63064	0.44967
	0.3	0.1	0.2	-	0.51348	0.51018	0.62979	0.49612
	0.4	0.1	0.3	-	0.52456	0.53097	0.62835	0.52308
	0.5	0.1	0.4	-	0.52511	0.53758	0.62632	0.53391
	0.6	0.1	0.5	-	-	-	0.62373	0.52968
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.51002	0.62055	0.50974
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.47348	0.61681	0.47293
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.41723	0.61248	0.41495

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 12 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = n_2 = 30$



ภาพที่ 13 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = n_2 = 30$

จากตารางที่ 8 และภาพที่ 12, 13 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.4 และ 0.6 วิธี Adding - 4 วิธี Peskun และ วิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4, 0.6 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0, 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 ถึง 0.3 และ 0.7, 0.8 ส่วนวิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียวเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.4 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

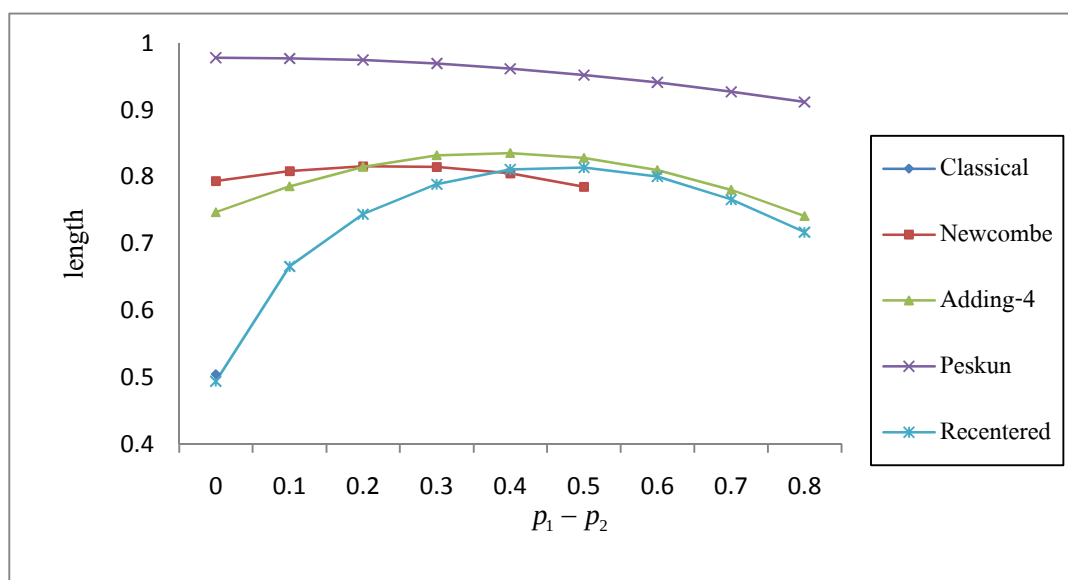
ส่วนที่ 2 กรณีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ($n_1 = 1.5n_2$)

ตารางที่ 9 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95, 0.99 กรณี $n_1 = 8, n_2 = 5$

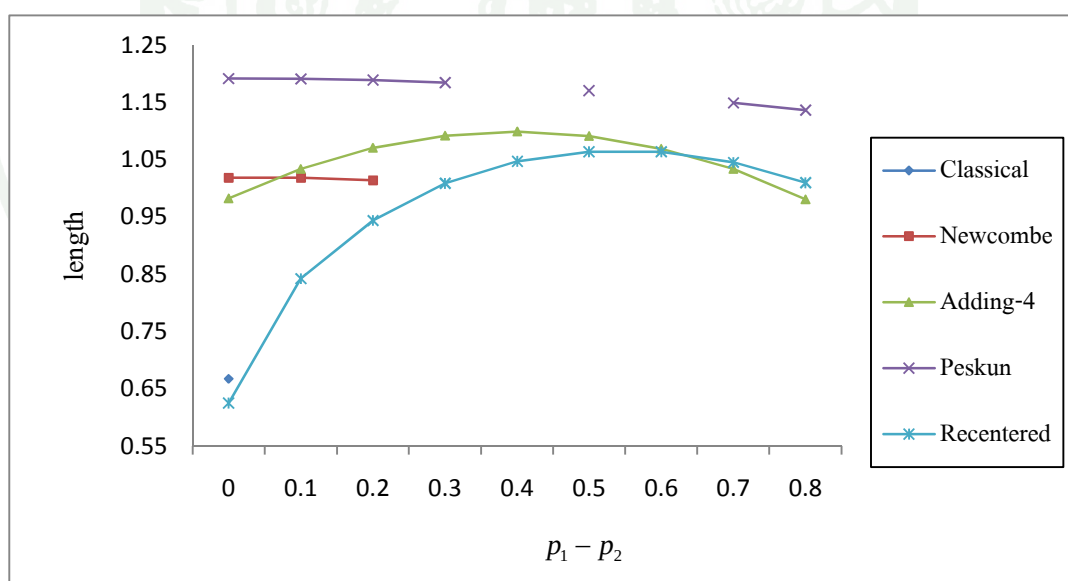
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	0.50474	0.79386	0.74701	0.97807	0.49443
	0.2	0.1	0.1	-	0.80872	0.78605	0.97751	0.66619
	0.3	0.1	0.2	-	0.81606	0.81496	0.97478	0.74420
	0.4	0.1	0.3	-	0.81487	0.83238	0.96952	0.78934
	0.5	0.1	0.4	-	0.80542	0.83568	0.96210	0.81113
	0.6	0.1	0.5	-	0.78553	0.82851	0.95232	0.81418
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.81012	0.94120	0.80055
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.78077	0.92770	0.76621
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.74139	0.91235	0.71755
0.99	0.1	0.1	0.0	0.66769	1.01847	0.98212	1.19167	0.62474
	0.2	0.1	0.1	-	1.01886	1.03395	1.19103	0.84233
	0.3	0.1	0.2	-	1.01426	1.07026	1.18861	0.94394
	0.4	0.1	0.3	-	-	1.09157	1.18429	1.00833
	0.5	0.1	0.4	-	-	1.09893	-	1.04693
	0.6	0.1	0.5	-	-	1.09096	1.17031	1.06362
	0.7	0.1	0.6	-	-	1.06901	-	1.06384
	0.8	0.1	0.7	-	-	1.03344	1.14920	1.04548
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.98091	1.13620	1.00944

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 14 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = 8, n_2 = 5$



ภาพที่ 15 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = 8, n_2 = 5$

จากตารางที่ 9 และภาพที่ 14, 15 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.5 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4, 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.3 และ 0.6 ถึง 0.8 ส่วนวิธี Classical, วิธี Adding - 4 และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.2 วิธี Peskun ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.3, 0.5, 0.7, 0.8 วิธี Adding - 4 และ วิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

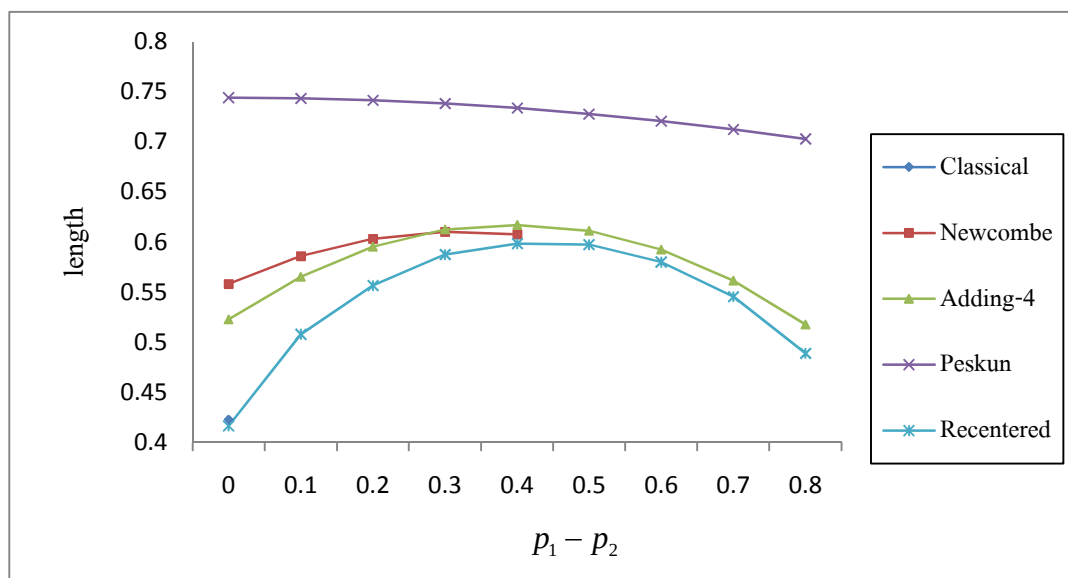
เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.7, 0.8 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.6 ส่วนวิธี Classical วิธี Newcombe และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ตารางที่ 10 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95, 0.99 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$

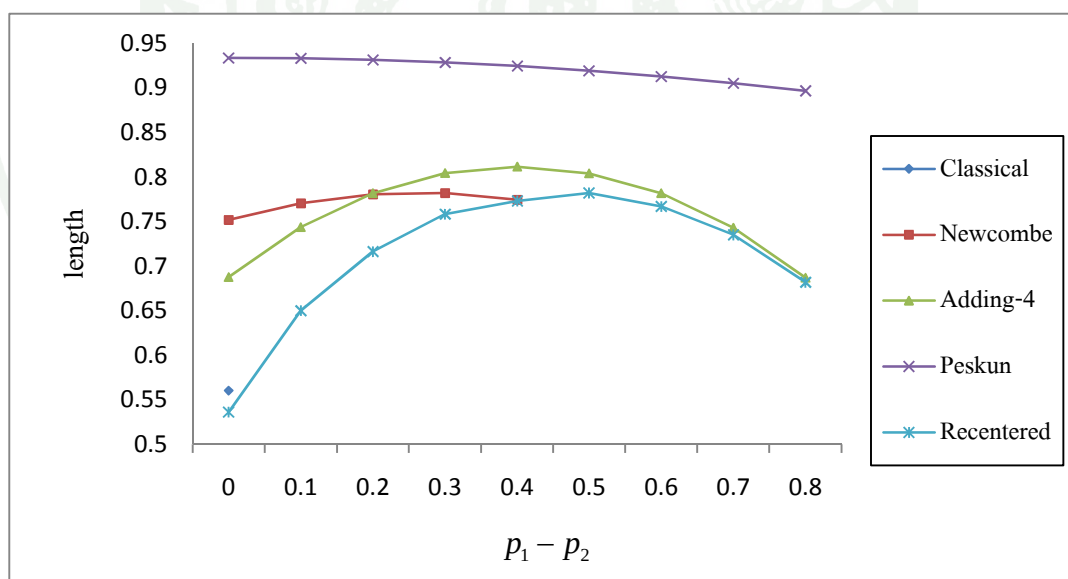
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	0.42324	0.55833	0.52296	0.74390	0.41672
	0.2	0.1	0.1	-	0.58598	0.56531	0.74336	0.50784
	0.3	0.1	0.2	-	0.60324	0.59536	0.74155	0.55686
	0.4	0.1	0.3	-	0.61026	0.61246	0.73831	0.58767
	0.5	0.1	0.4	-	0.60778	0.61713	0.73383	0.59862
	0.6	0.1	0.5	-	.	0.61120	0.72787	0.59757
	0.7	0.1	0.6	-	.	0.59252	0.72079	0.57999
	0.8	0.1	0.7	-	.	0.56156	0.71241	0.54572
	0.9	0.1	0.8	-	.	0.51799	0.70276	0.48919
0.99	0.1	0.1	0.0	0.56047	0.75219	0.68766	0.93382	0.53645
	0.2	0.1	0.1	-	0.77066	0.74385	0.93332	0.65027
	0.3	0.1	0.2	-	0.78074	0.78199	0.93162	0.71652
	0.4	0.1	0.3	-	0.78207	0.80444	0.92873	0.75848
	0.5	0.1	0.4	-	0.77460	0.81165	0.92465	0.77315
	0.6	0.1	0.5	-	.	0.80408	0.91940	0.78216
	0.7	0.1	0.6	-	.	0.78186	0.91298	0.76722
	0.8	0.1	0.7	-	.	0.74325	0.90534	0.73510
	0.9	0.1	0.8	-	.	0.68703	0.89662	0.68218

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 16 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$



ภาพที่ 17 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$

จากตารางที่ 10 และภาพที่ 16, 17 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.4 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.4 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8

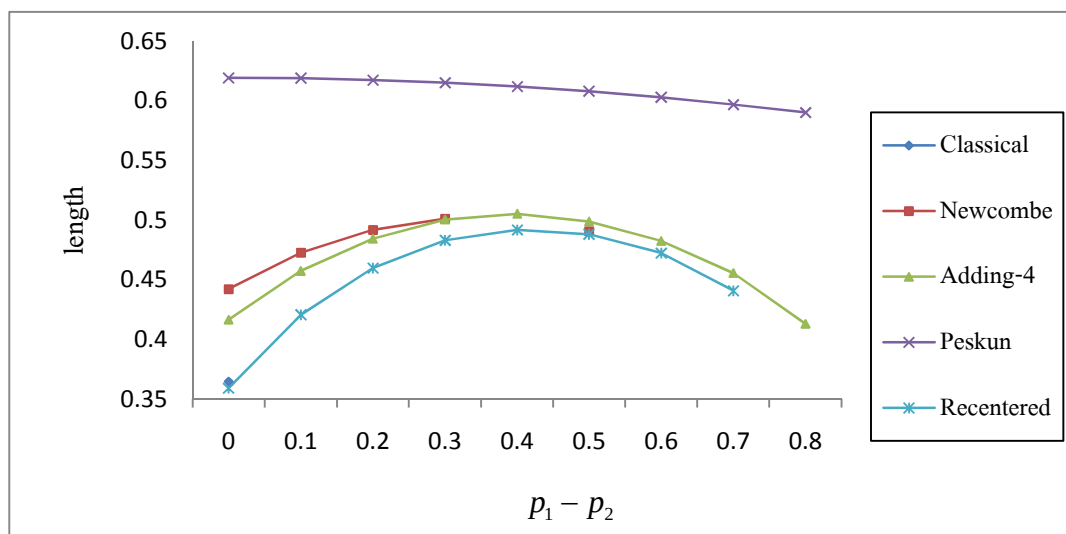
เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

ตารางที่ 11 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = 23, n_2 = 15$

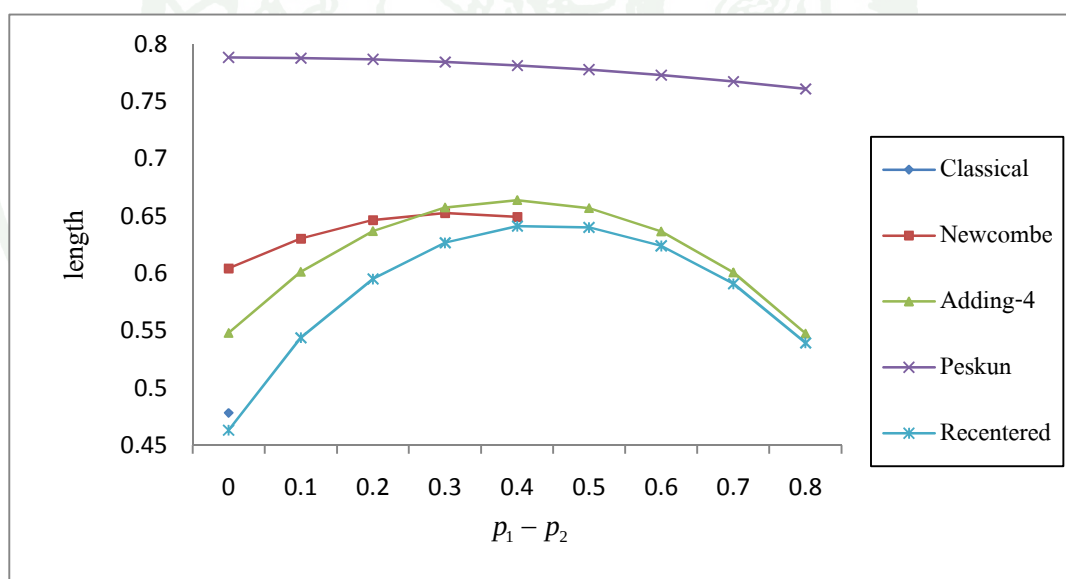
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	0.36480	0.44216	0.41651	0.61943	0.35911
	0.2	0.1	0.1	-	0.47268	0.45742	0.61901	0.42053
	0.3	0.1	0.2	-	0.49204	0.48456	0.61766	0.45986
	0.4	0.1	0.3	-	0.50118	0.50036	0.61539	0.48305
	0.5	0.1	0.4	-	-	0.50527	0.61218	0.49190
	0.6	0.1	0.5	-	0.49093	0.49894	0.60808	0.48813
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.48269	0.60306	0.47249
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.45561	0.59707	0.44096
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.41308	0.59030	-
0.99	0.1	0.1	0.0	0.47824	0.60436	0.54807	0.78831	0.46329
	0.2	0.1	0.1	-	0.63048	0.60127	0.78792	0.54401
	0.3	0.1	0.2	-	0.64650	0.63693	0.78667	0.59538
	0.4	0.1	0.3	-	0.65284	0.65739	0.78455	0.62682
	0.5	0.1	0.4	-	0.64949	0.66382	0.78158	0.64133
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.65707	0.77775	0.64031
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.63651	0.77307	0.62396
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.60086	0.76753	0.59113
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.54748	0.76115	0.53941

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 18 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = 23, n_2 = 15$



ภาพที่ 19 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = 23, n_2 = 15$

จากตารางที่ 11 และภาพที่ 18, 19 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียว เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.3 และ 0.5 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.7

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.7 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.8 ส่วนวิธี Newcombe วิธี Classical และวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียวเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.4 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8

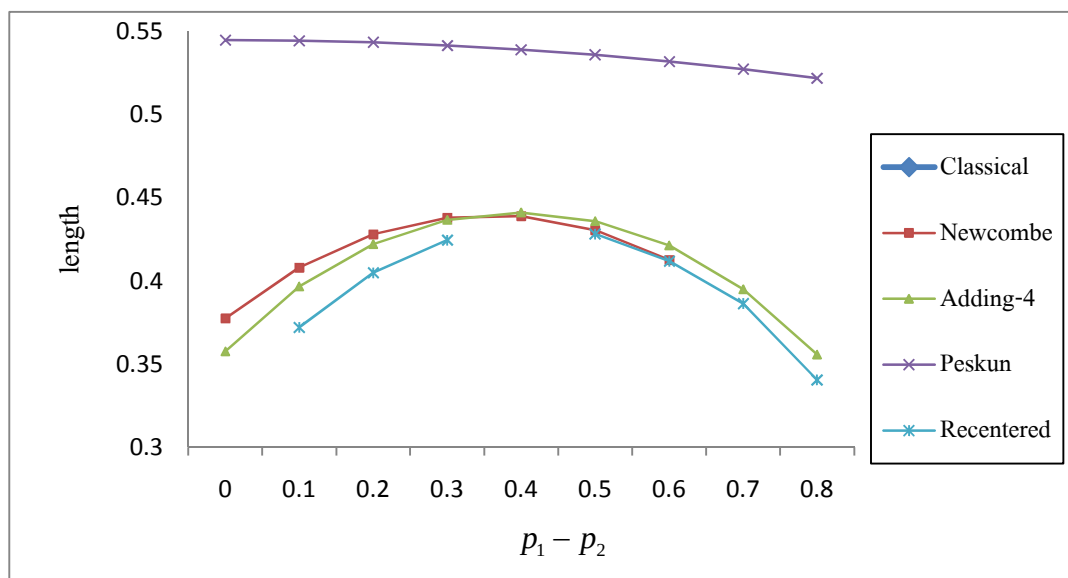
เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดทุกกรณี

ตารางที่ 12 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = 30, n_2 = 20$

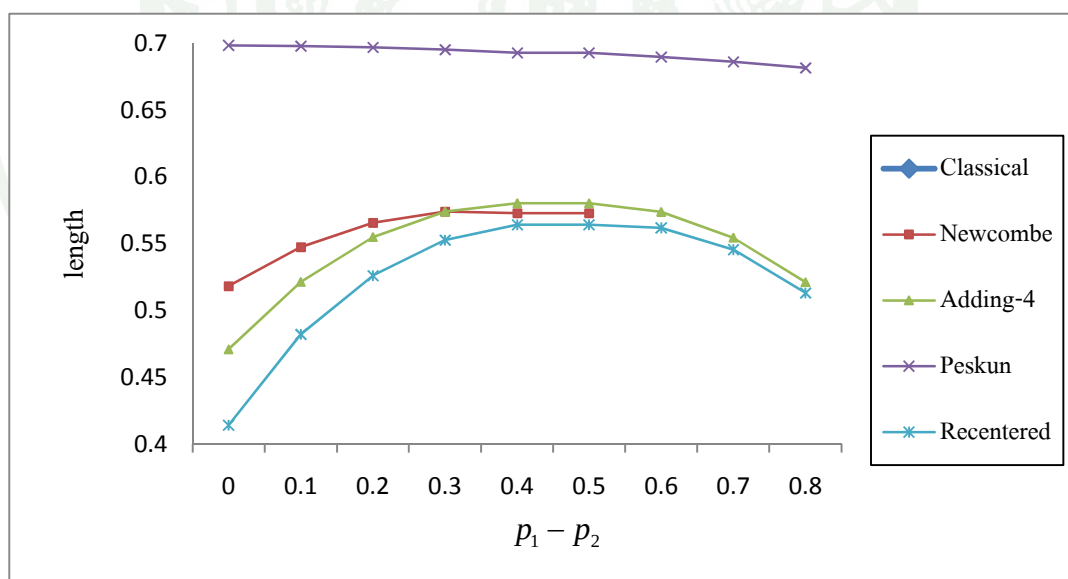
สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
0.95	0.1	0.1	0.0	-	0.37752	0.35772	0.54496	-
	0.2	0.1	0.1	-	0.40817	0.39683	0.54462	0.37211
	0.3	0.1	0.2	-	0.42819	0.42217	0.54356	0.40508
	0.4	0.1	0.3	-	0.43820	0.43670	0.54178	0.42467
	0.5	0.1	0.4	-	0.43906	0.44115	0.53926	-
	0.6	0.1	0.5	-	0.43071	0.43601	0.53604	0.42841
	0.7	0.1	0.6	-	0.41275	0.42141	0.53207	0.41203
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.39496	0.52742	0.38627
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.35581	0.52209	0.34061
0.99	0.1	0.1	0.0	-	0.51823	0.47081	0.69839	0.41422
	0.2	0.1	0.1	-	0.54737	0.52139	0.69807	0.48214
	0.3	0.1	0.2	-	0.56570	0.55482	0.69707	0.52618
	0.4	0.1	0.3	-	0.57411	0.57396	0.69537	0.55277
	0.5	0.1	0.4	-	0.57277	0.58024	0.69299	0.56420
	0.6	0.1	0.5	-	0.57277	0.58024	0.69299	0.56420
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.57384	0.68995	0.56172
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.55451	0.68621	0.54546
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.52118	0.68180	0.51326

หมายเหตุ ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



ภาพที่ 20 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
กรณี $n_1 = 30, n_2 = 20$



ภาพที่ 21 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
กรณี $n_1 = 30, n_2 = 20$

จากตารางที่ 12 และภาพที่ 20, 21 แสดงให้เห็นว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ทุกกรณี วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.6 วิธี Adding - 4 และวิธี Peskun ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8 วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 ถึง 0.3 และ 0.5 ถึง 0.8

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 วิธี Adding - 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 ถึง 0.3 และ 0.5 ถึง 0.8 ส่วนวิธีแบบฉบับและวิธี Peskun ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นๆ

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 วิธี Classical ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ทุกกรณี วิธี Newcombe ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.5 วิธี Adding - 4, วิธี Peskun และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเกือบทุกกรณี

เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดทุกกรณี

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

จากการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก 5 วิธี คือ วิธี Classical วิธี Newcombe วิธี Peskun วิธี Adding-4 และวิธี Recentered ที่ขนาดตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม 2 แบบ คือ $n_1 = n_2$ และ $n_1 = 1.5n_2$ และค่าผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่ม ($p_1 - p_2$) มีค่าตั้งแต่ 0.0 ถึง 0.8 เพิ่มขึ้นทีละ 0.1 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นคือ 0.95 และ 0.99 ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SAS จำลองข้อมูล ทดลองซ้ำ 50,000 ครั้ง เหน็บที่ใช้ในการพิจารณาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดสำหรับใช้ประมาณผลต่างระหว่างสัดส่วน 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก คือพิจารณาจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ผลสรุปและข้อเสนอแนะจากงานวิจัยดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเป็นแบบ $n_1 = n_2$ วิธี Newcombe ส่วนใหญ่ค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 ถึง 0.5

วิธี Peskun ส่วนใหญ่ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แต่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวที่สุดเกือบทุกกรณีที่ทำการศึกษา

วิธี Adding-4 ส่วนใหญ่ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดส่วนใหญ่ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่า 0.99 และ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 ถึง 0.8

วิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ยกเว้นกรณีที่ทำกล่าวมา คือ เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 ถึง 0.5 และ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมีค่า 0.99 และ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 ถึง 0.8

วิธี Classical ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียวเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ส่วนใหญ่มีค่ากว้างกว่าวิธีการประมาณแบบอื่นๆ

เมื่อขนาดตัวอย่างเป็นแบบ $n_1 = 1.5n_2$ วิธี Recentered วิธี Adding-4 วิธี Peskun

วิธี Newcombe ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดวิธี Classical ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียวเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 เมื่อพิจารณาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่าวิธี Recentered มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

เมื่อค่าพารามิเตอร์ $p_1 - p_2$ มีค่าต่างกันน้อย คือ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.2 ส่วนใหญ่วิธี Recentered จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ผลการวิจัย สรุปวิธีการประมาณที่เหมาะสมในแต่ละขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ($p_1 - p_2$) โดยการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ได้ตามตารางดังนี้

ตารางที่ 13 วิธีการประมาณที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์

สัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น	ขนาดตัวอย่าง	ค่าพารามิเตอร์ ($p_1 - p_2$)									
		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	
0.95	$n_1 = n_2 = 5$	R	R	R	N	N	A	N	N	R	
	$n_1 = n_2 = 10$	R	A	R	N	N	N	R	R	R	
	$n_1 = n_2 = 15$	R	R	R	N	N	N	R	R	R	
	$n_1 = n_2 = 20$	R	R	R	R	A	A	N	R	A	
	$n_1 = n_2 = 25$	R	R	R	R	N	A	R	R	R	
	$n_1 = n_2 = 30$	A	R	R	R	N	A	N	R	R	
	$n_1 = 8, n_2 = 5$	R	R	R	R	N	N	R	R	R	
	$n_1 = 15, n_2 = 10$	R	R	R	R	R	R	R	R	R	
	$n_1 = 23, n_2 = 15$	R	R	R	R	R	R	R	R	A	
$n_1 = 30, n_2 = 20$	A	R	R	R	N	R	R	R	R		
0.99	$n_1 = n_2 = 5$	C	N	N	N	A	A	A	P	A	
	$n_1 = n_2 = 10$	R	R	R	N	N	N	A	A	A	
	$n_1 = n_2 = 15$	R	R	R	N	N	A	A	A	A	
	$n_1 = n_2 = 20$	R	R	R	N	N	R	A	A	A	
	$n_1 = n_2 = 25$	R	R	R	R	N	N	R	R	R	
	$n_1 = n_2 = 30$	R	R	R	R	N	R	R	R	R	
	$n_1 = 8, n_2 = 5$	R	R	R	R	R	R	R	A	A	
	$n_1 = 15, n_2 = 10$	R	R	R	R	R	R	R	R	R	
	$n_1 = 23, n_2 = 15$	R	R	R	R	R	R	R	R	R	
$n_1 = 30, n_2 = 20$	R	R	R	R	R	R	R	R	R		

หมายเหตุ C แทน วิธี Classical (The Classical Method)

N แทน วิธี Newcombe (The Newcombe Method)

P แทน วิธี Peskun (The Peskun Method)

A แทน วิธี Adding-4 (The Adding-4 Method)

R แทน วิธี Recentered (The Recentered Method)

นอกเหนือจากวิธีการประมาณที่ส่งผลต่อค่าความน่าจะเป็นที่ครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแล้ว

ค่าผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร มีอิทธิพลต่อค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นคือค่าผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากรเพิ่มขึ้น ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นก็จะมีค่าลดลง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะจากการทำวิจัย

1. เกณฑ์การพิจารณาวิธีการที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นในงานวิจัยนี้ พิจารณาจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จากที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาในงานวิจัยของ Hanwen Zhang ผู้วิจัยพบว่า ยังมีเกณฑ์ที่น่าสนใจสามารถนำมาใช้พิจารณาพร้อมกับความน่าจะเป็นครอบคลุมและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ได้ คือ ความแปรปรวนของค่าความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น (Variance of length of confidence intervals)

2. วิธีของวาลด์ วิธี Adding-4 วิธี Newcomb สามารถใช้ประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนทวินามในประชากรเดียว (p) ได้

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกันในการวิจัยนี้มี 5 วิธีคือวิธี Classical วิธี Newcombe วิธี Peskun วิธี Adding-4 และ วิธี Recentered ยังมีวิธีการประมาณค่าแบบช่วง ที่น่าสนใจอีกหลายวิธี ได้แก่ วิธีของ Yule (Yule and Kendall, 1950) วิธี AM (Agresti & Min, 2005) วิธี Jeffrey (Brown and Li, 2005) เป็นต้น ซึ่งเป็นวิธีการที่สามารถใช้กับขนาดตัวอย่างได้หลายสถานการณ์ นักวิจัยที่สนใจอาจเลือกนำวิธีการดังกล่าวมาศึกษาเพิ่มเติมได้

2. นอกจากการศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็กแล้ว ผู้วิจัยเห็นว่าประเด็นที่น่าสนใจศึกษาต่อเนื่องคือ การเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน 2 กลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่ข้อมูลเป็นแบบจับคู่ เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ซึ่งเป็นอีกวิธีการหนึ่งที่นิยมใช้ในการวิจัยทางการแพทย์ โดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณได้แก่ วิธี Classical วิธีนิวคอมบ์ วิธีเมย์และจอห์น เป็นต้น



เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- จารุภา ตรีระพงษ์. 2541. การศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ไชยา ชัยวนิชย์. 2548. การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับสัดส่วนของประชากร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ธาริณี คงคาชนศ. 2539. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นภาพร สีมาจิน. 2535. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับสัดส่วนประชากรโดยใช้การแจกแจงแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ประชุม สุวดี. 2545. ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ. พิมพ์ครั้งที่ 2. โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, กรุงเทพฯ ๑.
- มานพ วราภักดิ์. 2548. ทฤษฎีความน่าจะเป็น. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ ๑.
- สุดารัตน์ นิจุสุนกิจ. 2553. การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน: การเปรียบเทียบ 4 วิธีการ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สงขลา ลำเภารัตน์. 2542. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าสัดส่วนของการแจกแจงแบบทวินาม. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุชาดา กิระนันท์. 2534. คู่มือการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SAS กับการวิเคราะห์ข้อมูลเล่ม 2 . ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ ๑.

อุไรพรรณ สุนทรรัช. 2548. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าสัดส่วนของการแจกแจงแบบทวินาม. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Agresti, A. and B.Caffo. 2000. Simple and Effective Confidence Intervals for Proportions and Differences of Proportion Result from Adding Two Successes and Two Failures. **The American Statistician (54):** 280 – 288.

Aronson, M. 1990. **SAS system : A Programmer's Guide**, New York : McGraw-Hill.

Brown, L. and X. Li. 2005. Confidence Intervals for Two Sample Binomial Distribution. **Journal of Statistical Planning and Inference** : 359-375.

DiIorio, C . 1991. **SAS Applications programming : a gentle introduction**, PWS-KENT, Boston.

Fan, X. 2002. **SAS for Monte Carlo Studies : A Guide for Quantitative Researchers**. Cary SAS Institute Inc, New York.

Hanwen, Zhang. 2010. Confidence and Credibility Intervals for the Difference of Two Proportions. **Revista Colombiana de Estadística** 33. no1, 63 – 88.

Hauk, W. W. and S. Anderson. 1986. A comparison of large sample confidence interval method for the difference of two binormal probabilities. **Amer. Statist.** 40(4) : 318 -322.

Hezaveh, A. 2007. **SAS 9 study guide : preparing for the base programming certification exam for SAS 9**. Hoboken, Wiley – Interscience, New Jersey.

Newcombe, R. 1998. Interval Estimation for the Difference between Independent Proportion: Comparison of Eleven Method. **Statistics in Medicine** (17): 873 – 890.

- Pan, W 2002. Approximate confidence interval for one proportion and difference of two proportions. **Journal Computational Statistics & Data Analysis** archive (40): 143-15.
- Peskun, H. 1990. A note on a general method for obtaining confidence intervals from samples from discrete distributions. **Amer.Statist.** (44) : 31 - 35.
- _____. 1993. A New Confidence Interval Method Based on the Normal Approximation for the Difference of Two Binomial Probabilities. **Journal of the American Statistical Association**: 656-661.
- Schouten, H. J. A. , Molenaar, I. W. , Van Strik, R. , and Boomsa, A . 1980. Comparing Two Independent Binomial Proportion by a Modified Chi-Square Test, **Biometrical Journal**,22 : 241-248.
- Wald A and J. Wolfowitz 1939, Confidence limits for continuous distribution functions. **Ann Math Statist.** 10: 105–118.
- Wald A and J. Wolfowitz 1941, Note on confidence limits for continuous distribution functions. **Ann Math Statist.** 12: 118–119.





โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ขั้นตอนที่ 1 การจำลองข้อมูล

```
dm 'log ;clear;out;clear;';
data Random_Binomial ;
n1 = 5 ;
n2 = 5 ;
p1 = 0.9 ;
p2 = 0.1 ;
diff_p = p1-p2 ;
do I = 1 to 50000 ;
seed = 20001 ;
Y1 = ranbin(seed,n1,p1) ;
Y2 = ranbin(seed,n2,p2) ;
output ;
end ;
/*
proc print data = Random_Binomial ;
run ;
*/
```

ขั้นตอนที่ 2 การคำนวณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีประมาณทั้ง 5 วิธี

```
data Wald_Method ;          *Wald Method ;
set Random_Binomial ;
alpha = 0.01 ;
p_hat1 = Y1/n1 ;
q_hat1 = 1-p_hat1 ;
p_hat2 = Y2/n2 ;
q_hat2 = 1-p_hat2 ;
```

```

z = probit(1-alpha/2) ;
Lower_Wald = (p_hat1-p_hat2)-
    (z*SQRT((p_hat1*q_hat1/n1)+(p_hat2*q_hat2/n2))) ;
Upper_Wald = (p_hat1-p_hat2)+
    (z*SQRT((p_hat1*q_hat1/n1)+(p_hat2*q_hat2/n2))) ;
if diff_p<= Upper_Wald & diff_p>= Lower_Wald
    then Wald = 1 ; else Wald = 0 ;
if Wald = 1 then OK_Wald : Sum_Wald+Wald ;
if Wald = 1 then Width_Wald = Upper_Wald-Lower_Wald ;
if Width_Wald ^= .
    then OK_Width_Wald : Sum_Width_Wald+Width_Wald ;
output ;
/*
proc print data = Wald_Method ;
run ;
*/
data New_Method ;          *Newcombe Method ;
set Random_Binomial ;

alpha = 0.01 ;
p_hat1 = Y1/n1 ;
q_hat1 = 1-p_hat1 ;
p_hat2 = Y2/n2 ;
q_hat2 = 1-p_hat2 ;
z = probit(1-(alpha/2)) ;
z2=z*z ;
l11 = p_hat1+(z2/(2*n1));
l12=(p_hat1*q_hat1)/n1;
l13= z2/(4*(n1*n1));
l14= l12+l13;
l15 = SQRT(l14);
l16 =l15*z;

```

```

l17=l11-l16;
    l18=1+(z2/n1);
    l1=l17/l18;
u11 = l11+l16;
    u1=u11/l18;
l21 = p_hat2+(z2/(2*n2));
l22 =(p_hat2*q_hat2)/n2;
    l23= z2/(4*(n2*n2));
    l24= l22+l23;
l25 = SQRT(l24);
l26 =l25*z;
l27=l21-l26;
    l28=1+(z2/n2);
    l2=l27/l28;
u21 = l21+l26;
    u2=u21/l28;
Lower_New = p_hat1-p_hat2-
    (z*SQRT(((l1*(1-l1))/n1)+(u2*(1-u2))/n2)) ;
Upper_New = p_hat1-p_hat2+
    (z*SQRT(((u1*(1-u1))/n1)+((l2*(1-l2))/n2))) ;
if diff_p<= Upper_New & diff_p>= Lower_New
    then New = 1 ; else New = 0 ;
if New = 1 then OK_New : Sum_New+New ;
if New = 1 then Width_New = Upper_New-Lower_New ;
if Width_New ^= .
    then OK_Width_New : Sum_Width_New+Width_New ;

output ;
/*
proc print data = New_Method ;
run ;
*/

```

```

data Adding4_Method ;          *Adding-4 Method ;

set Random_Binomial ;

    alpha = 0.01 ;

    p_hat1_adding4 = (Y1+1)/(n1+2) ;
    q_hat1_adding4 = 1-p_hat1_adding4 ;
    p_hat2_adding4 = (Y2+1)/(n2+2) ;
    q_hat2_adding4 = 1-p_hat2_adding4 ;
    z=probit(1-alpha/2) ;
    Lower_Adding4 = (p_hat1_adding4-p_hat2_adding4)-
                    (z*SQRT((p_hat1_adding4*q_hat1_adding4/(n1+2))+
                    (p_hat2_adding4*q_hat2_adding4/(n2+2)))) ;
    Upper_Adding4 = (p_hat1_adding4-p_hat2_adding4)+
                    (z*SQRT((p_hat1_adding4*q_hat1_adding4/(n1+2))+
                    (p_hat2_adding4*q_hat2_adding4/(n2+2)))) ;
    if diff_p<= Upper_Adding4 & diff_p>= Lower_Adding4
        then Adding4 = 1 ; else Adding4 = 0 ;
    if Adding4 = 1 then OK_Adding4 : Sum_Adding4+Adding4 ;
    if Adding4 = 1 then Width_Adding4 = Upper_Adding4-Lower_Adding4 ;
    if Width_Adding4 ^= .
        then OK_Width_Adding4 : Sum_Width_Adding4+Width_Adding4 ;

output ;

/*
proc print data = Adding4_Method ;
run ;

*/

data Peskun_Method;      * Peskun Method;

Set Random_Binomial;

alpha = 0.01 ;

p_hat1 = Y1/n1;
q_hat1 = 1-p_hat1;
p_hat2 = Y2/n2;

```

```

q_hat2 = 1-p_hat2;
N=n1+n2;
min=n2;
C=(min/(n1*n2))*0.5;
z=probit(1-alpha/2);
Lower_Peskun = ((p_hat1-p_hat2)-
C-(z*SQRT((N+(z**2))/(4*n1*n2))-
(((p_hat1-p_hat2)-C)**2)/N)/(1+((z**2)/N))) ;
Upper_Peskun = ((p_hat1-p_hat2)-
C+(z*SQRT((N+(z**2))/(4*n1*n2))-
(((p_hat1-p_hat2)-C)**2)/N)/(1+((z**2)/N))) ;
if diff_p <= Upper_Peskun & diff_p >= Lower_Peskun
    then Peskun = 1 ; else Peskun = 0 ;
    if Peskun = 1 then OK_Peskun : Sum_Peskun+Peskun ;
if Peskun = 1 then Width_Peskun = Upper_Peskun-Lower_Peskun ;
    if Width_Peskun ^=.
        then OK_Width_Peskun : Sum_Width_Peskun+Width_Peskun ;
output ;
/*
proc print data = Peskun_Method ;
run ;
*/
data Recentered_Method ;          *Recentered Method ;
set Random_Binomial ;
    alpha = 0.01 ;
    p_hat1 = Y1/n1 ;
    q_hat1 = 1-p_hat1 ;
    p_hat2 = Y2/n2 ;
    q_hat2 = 1-p_hat2 ;
    p_hat = ((n2*p_hat1)+(n1*p_hat2))/(n1+n2) ;
    if p_hat< ((p1-p2)*n2)/(n1+n2)

```

```

        then p_hat_Recentered = ((p1-p2)*n2)/(n1+n2) ;
else if p_hat <= 1-((p1-p2)*n1)/(n1+n2) &
        p_hat >= ((p1-p2)*n2)/(n1+n2)
        then p_hat_Recentered = p_hat ;
else if p_hat > (1-((p1-p2)*n1)/(n1+n2))
        then p_hat_Recentered = 1-((p1-p2)*n1)/(n1+n2) ;
df_Recentered = n1+n2-2 ;
k = tinv(1-alpha/2,df_Recentered) ;
Lower_Recentered = ( (p_hat1-p_hat2)/(1+(k**2/(n1+n2))) ) -
        ( k*SQRT((1+(k**2/(n1+n2)))*((1/n1)+(1/n2))*
        (p_hat_Recentered*(1-p_hat_Recentered))) -
        (((p_hat1-p_hat2)**2)/(n1+n2)))/
        (1+(k**2/(n1+n2))) ) ;
Upper_Recentered = (p_hat1-p_hat2)/(1+(k**2/(n1+n2)))+
        ( k*SQRT((1+(k**2/(n1+n2)))*((1/n1)+(1/n2))*
        (p_hat_Recentered*(1-p_hat_Recentered))) -
        (((p_hat1-p_hat2)**2)/(n1+n2)))/
        (1+(k**2/(n1+n2))) ) ;
if diff_p <= Upper_Recentered & diff_p >= Lower_Recentered
        then Recentered = 1 ; else Recentered = 0 ;
if Recentered = 1
        then OK_Recentered : Sum_Recentered+Recentered ;
if Recentered = 1
        then Width_Recentered = Upper_Recentered-Lower_Recentered ;
if Width_Recentered ^=.
        then OK_Width_Recentered : Sum_Width_Recentered+Width_Recentered ;
keep Sum_Recentered Lower_Recentered Upper_Recentered
        Recentered Width_Recentered Sum_Width_Recentered ;

output ;

/*

```

```
proc print data = Recentered_Method ;
run ;
*/
```

ขั้นตอนที่ 3 การประมาณค่าความน่าจะเป็นที่ครอบคลุม การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่ครอบคลุมและคำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

```
data Compute ;
set Wald_Method (firstobs=50000 obs=50000) ;
Coverage_Wald = Sum_Wald/50000 ;
if Coverage_Wald < 1 & Coverage_Wald > 0.98927
    then Average_Width_Wald = Sum_Width_Wald/Sum_Wald ;
set New_Method (firstobs=50000 obs=50000) ;
Coverage_New = Sum_New/50000 ;
if Coverage_New < 1 & Coverage_New > 0.98927
    then Average_Width_New = Sum_Width_New/Sum_New ;
set Adding4_Method (firstobs=50000 obs=50000) ;
Coverage_Adding4 = Sum_Adding4/50000 ;
if Coverage_Adding4 < 1 & Coverage_Adding4 > 0.98927
    then Average_Width_Adding4 = Sum_Width_Adding4/Sum_Adding4 ;
set Peskun_Method (firstobs=50000 obs=50000) ;
Coverage_Peskun = Sum_Peskun/50000 ;
if Coverage_Peskun < 1 & Coverage_Peskun > 0.98927
    then Average_Width_Peskun = Sum_Width_Peskun/Sum_Peskun ;
set Recentered_Method (firstobs=50000 obs=50000) ;
Coverage_Recentered = Sum_Recentered/50000 ;
if Coverage_Recentered < 1 & Coverage_Recentered > 0.98927
    then Average_Width_Recentered = Sum_Width_Recentered/Sum_Recentered ;
output ;
/*
proc print data = Compute ;
```

```
run ;
```

```
*/
```

ขั้นตอนการพิมพ์ผล

```
data Coverage_and_Width ;
```

```
set Compute ;
```

```
keep n1 n2 p1 p2 diff_p alpha I
```

```
    Coverage_Wald Average_Width_Wald
```

```
    Coverage_New Average_Width_New
```

```
    Coverage_Adding4 Average_Width_Adding4
```

```
    Coverage_Peskun Average_Width_Peskun
```

```
    Coverage_Recentered Average_Width_Recentered ;
```

```
output ;
```

```
proc print data = Coverage_and_Width label ;
```

```
label Coverage_Wald='Co_Wald' Average_Width_Wald='Wi_Wald'
```

```
    Coverage_New='Co_New' Average_Width_New='Wi_New'
```

```
    Coverage_Adding4='Co_Add4' Average_Width_Adding4='Wi_Add4'
```

```
    Coverage_Peskun='Co_Pe' Average_Width_Peskun='Wi_Pe'
```

```
    Coverage_Recentered='Co_Re' Average_Width_Recentered='Wi_RE' ;
```

```
run ;
```



ภาคผนวก ข

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณ 5 วิธี

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณ 5 วิธี

ส่วนที่ 1 เมื่อ ($n_1 = n_2$)

ตารางผนวกที่ ข1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 5$

1-~	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.98988	0.99018	0.99946	0.99456	0.99946
	0.2,0.1	0.1	0.74582	0.99328	0.99328	0.96688	0.99706
	0.3,0.1	0.2	0.81124	0.98254	0.9855	0.96526	0.9855
	0.4,0.1	0.3	0.86518	0.96102	0.96102	0.93936	0.96102
	0.5,0.1	0.4	0.83436	0.9725	0.95362	0.95442	0.98602
	0.6,0.1	0.5	0.91014	0.93712	0.95662	0.93712	0.9871
	0.7,0.1	0.6	0.86926	0.94976	0.9554	0.9721	0.9721
	0.8,0.1	0.7	0.79516	0.9522	0.9522	0.9522	0.96736
	0.9,0.1	0.8	0.64526	0.93014	0.93014	0.98668	0.98668
0.99	0.1,0.1	0.0	0.99018	0.99946	0.99946	0.99456	1
	0.2,0.1	0.1	0.80106	0.99968	0.99968	0.99684	1
	0.3,0.1	0.2	0.86968	0.99826	0.99708	0.98254	1
	0.4,0.1	0.3	0.86726	0.992	0.9991	0.98636	0.99992
	0.5,0.1	0.4	0.94906	0.98602	0.99596	0.9725	0.9973
	0.6,0.1	0.5	0.94282	0.9871	0.9893	0.9871	0.99826
	0.7,0.1	0.6	0.89564	0.9721	0.99418	0.9721	0.99644
	0.8,0.1	0.7	0.80044	0.95584	0.98738	0.99102	0.9963
	0.9,0.1	0.8	0.65064	0.93942	0.9924	0.98668	0.99828

ตารางผนวกที่ ข2 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 10$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.95082	0.99128	0.99128	0.99434	0.99128
	0.2,0.1	0.1	0.87532	0.97828	0.9874	0.98686	0.92734
	0.3,0.1	0.2	0.94038	0.954	0.9689	0.9774	0.9689
	0.4,0.1	0.3	0.92198	0.9676	0.95462	0.96968	0.9723
	0.5,0.1	0.4	0.91274	0.9669	0.96414	0.9669	0.9694
	0.6,0.1	0.5	0.89766	0.96666	0.9631	0.96666	0.96928
	0.7,0.1	0.6	0.9157	0.92796	0.94444	0.972	0.96192
	0.8,0.1	0.7	0.81296	0.93512	0.96638	0.97848	0.97848
	0.9,0.1	0.8	0.87106	0.95632	0.95632	0.98846	0.95632
0.99	0.1,0.1	0.0	0.99128	0.99986	0.99986	0.99938	0.99986
	0.2,0.1	0.1	0.95316	0.99822	0.99822	0.99784	0.99976
	0.3,0.1	0.2	0.95356	0.99588	0.9973	0.99552	0.99278
	0.4,0.1	0.3	0.97194	0.99352	0.99048	0.99352	0.99576
	0.5,0.1	0.4	0.9643	0.9917	0.9862	0.992	0.99366
	0.6,0.1	0.5	0.97596	0.99118	0.99034	0.99118	0.99284
	0.7,0.1	0.6	0.93286	0.972	0.99328	0.99208	0.9937
	0.8,0.1	0.7	0.96094	0.97848	0.9942	0.99442	0.99442
	0.9,0.1	0.8	0.87874	0.95718	0.99606	0.99728	0.98846

ตารางผนวกที่ ข3 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 15$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentred
0.95	0.1,0.1	0.0	0.97584	0.97586	0.99328	0.996	0.97598
	0.2,0.1	0.1	0.9361	0.96254	0.97158	0.99082	0.95038
	0.3,0.1	0.2	0.91234	0.96346	0.96304	0.98052	0.96388
	0.4,0.1	0.3	0.93094	0.95672	0.95496	0.97794	0.96322
	0.5,0.1	0.4	0.91602	0.95762	0.95762	0.9716	0.94672
	0.6,0.1	0.5	0.91938	0.95216	0.95284	0.97696	0.95984
	0.7,0.1	0.6	0.94374	0.93614	0.95524	0.97708	0.95524
	0.8,0.1	0.7	0.94396	0.92556	0.96042	0.97298	0.96532
	0.9,0.1	0.8	0.80788	0.92766	0.97296	0.99232	0.97362
0.99	0.1,0.1	0.0	0.99444	0.99912	0.99912	0.99926	0.99978
	0.2,0.1	0.1	0.9588	0.9972	0.9971	0.99888	0.9932
	0.3,0.1	0.2	0.97692	0.99438	0.99352	0.99526	0.99144
	0.4,0.1	0.3	0.97962	0.99178	0.98812	0.99648	0.99208
	0.5,0.1	0.4	0.97452	0.99144	0.98946	0.9915	0.99296
	0.6,0.1	0.5	0.96542	0.98494	0.99102	0.99486	0.99242
	0.7,0.1	0.6	0.95742	0.97792	0.99202	0.99256	0.99296
	0.8,0.1	0.7	0.95252	0.97312	0.99628	0.99734	0.99116
	0.9,0.1	0.8	0.95742	0.97362	0.99756	0.99772	0.99232

ตารางผนวกที่ ข4 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 20$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.9605	0.98356	0.98822	0.99734	0.96156
	0.2,0.1	0.1	0.94396	0.96478	0.97202	0.99238	0.95104
	0.3,0.1	0.2	0.93618	0.9618	0.961	0.98572	0.95372
	0.4,0.1	0.3	0.93298	0.95286	0.95594	0.9805	0.95288
	0.5,0.1	0.4	0.93698	0.94822	0.9541	0.97782	0.9547
	0.6,0.1	0.5	0.94154	0.94522	0.95044	0.97788	0.95706
	0.7,0.1	0.6	0.91354	0.9556	0.95524	0.98242	0.96128
	0.8,0.1	0.7	0.94078	0.92438	0.95752	0.98736	0.95952
	0.9,0.1	0.8	0.91382	0.95826	0.95826	0.99492	0.9432
0.99	0.1,0.1	0.0	0.98936	0.99928	0.99928	0.99956	0.99942
	0.2,0.1	0.1	0.98166	0.99594	0.99594	0.99914	0.99176
	0.3,0.1	0.2	0.98068	0.9946	0.99274	0.99812	0.99
	0.4,0.1	0.3	0.98228	0.99276	0.98874	0.997	0.99138
	0.5,0.1	0.4	0.97892	0.99074	0.98862	0.99674	0.989
	0.6,0.1	0.5	0.97518	0.98746	0.9902	0.9969	0.99334
	0.7,0.1	0.6	0.97116	0.9834	0.99364	0.99778	0.98884
	0.8,0.1	0.7	0.95108	0.9703	0.99408	0.99602	0.99142
	0.9,0.1	0.8	0.91958	0.94934	0.99592	0.9985	0.99022

ตารางผนวกที่ ข5 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
 สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 25$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.95126	0.97116	0.98132	0.99834	0.95148
	0.2,0.1	0.1	0.9282	0.96106	0.96482	0.99044	0.95468
	0.3,0.1	0.2	0.942	0.95396	0.9586	0.98954	0.96042
	0.4,0.1	0.3	0.93766	0.95346	0.9519	0.97592	0.95376
	0.5,0.1	0.4	0.9421	0.95328	0.95544	0.97664	0.95078
	0.6,0.1	0.5	0.94096	0.94352	0.9505	0.97316	0.95066
	0.7,0.1	0.6	0.9413	0.93474	0.95296	0.9834	0.95296
	0.8,0.1	0.7	0.94342	0.92638	0.9556	0.98742	0.95628
	0.9,0.1	0.8	0.87832	0.9372	0.96848	0.9966	0.96914
0.99	0.1,0.1	0.0	0.9946	0.9982	0.9982	0.99986	0.9982
	0.2,0.1	0.1	0.98532	0.99596	0.99352	0.99912	0.99336
	0.3,0.1	0.2	0.98284	0.99398	0.98974	0.99836	0.9918
	0.4,0.1	0.3	0.9821	0.99226	0.99018	0.9969	0.99122
	0.5,0.1	0.4	0.9836	0.99042	0.98994	0.99714	0.99068
	0.6,0.1	0.5	0.98116	0.98968	0.98898	0.9961	0.99164
	0.7,0.1	0.6	0.98068	0.9877	0.98886	0.99792	0.99122
	0.8,0.1	0.7	0.95398	0.98742	0.99222	0.99816	0.99194
	0.9,0.1	0.8	0.96554	0.96916	0.99656	0.99886	0.99056

ตารางผนวกที่ ข6 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 30$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.94422	0.97406	0.97406	0.99692	0.94486
	0.2,0.1	0.1	0.94246	0.9633	0.96254	0.98932	0.9527
	0.3,0.1	0.2	0.93792	0.95604	0.96072	0.98018	0.95576
	0.4,0.1	0.3	0.93692	0.95544	0.95482	0.97358	0.95094
	0.5,0.1	0.4	0.9345	0.95176	0.94962	0.97126	0.95052
	0.6,0.1	0.5	0.94332	0.94454	0.95294	0.97112	0.95298
	0.7,0.1	0.6	0.92038	0.9519	0.9541	0.9772	0.9582
	0.8,0.1	0.7	0.94654	0.9306	0.95628	0.98664	0.95766
	0.9,0.1	0.8	0.93924	0.92802	0.9518	0.99432	0.9518
0.99	0.1,0.1	0.0	0.99158	0.99752	0.99752	0.99974	0.99752
	0.2,0.1	0.1	0.98584	0.99488	0.9946	0.99902	0.99132
	0.3,0.1	0.2	0.98334	0.99366	0.9915	0.99738	0.99006
	0.4,0.1	0.3	0.98598	0.99172	0.99038	0.99606	0.9907
	0.5,0.1	0.4	0.98446	0.99052	0.99126	0.99524	0.99174
	0.6,0.1	0.5	0.97984	0.98882	0.98854	0.99498	0.99036
	0.7,0.1	0.6	0.97058	0.98756	0.9919	0.99634	0.99164
	0.8,0.1	0.7	0.95826	0.98708	0.99122	0.99786	0.99196
	0.9,0.1	0.8	0.94712	0.96924	0.9951	0.99918	0.9935

ส่วนที่ 2 เมื่อ ($n_1 = 1.5n_2$)

ตารางผนวกที่ ข7 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 8, n_2 = 5$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.97382	0.99572	0.99584	0.9926	0.99696
	0.2,0.1	0.1	0.85242	0.98334	0.98334	0.98078	0.99758
	0.3,0.1	0.2	0.90374	0.95796	0.97222	0.96874	0.97448
	0.4,0.1	0.3	0.94578	0.9629	0.97464	0.96278	0.98012
	0.5,0.1	0.4	0.86734	0.96854	0.97068	0.97066	0.97068
	0.6,0.1	0.5	0.92194	0.95986	0.96212	0.96428	0.97588
	0.7,0.1	0.6	0.8324	0.9357	0.95418	0.97498	0.97218
	0.8,0.1	0.7	0.889	0.93252	0.95352	0.97626	0.96136
	0.9,0.1	0.8	0.7384	0.88636	0.96234	0.97952	0.96476
0.99	0.1,0.1	0.0	0.99342	0.99974	0.99974	0.99588	0.99998
	0.2,0.1	0.1	0.89408	0.9982	0.9982	0.99476	0.9999
	0.3,0.1	0.2	0.95314	0.99398	0.99902	0.99104	0.99984
	0.4,0.1	0.3	0.95338	0.98498	0.9973	0.9897	0.99952
	0.5,0.1	0.4	0.97208	0.9852	0.9925	0.98508	0.99772
	0.6,0.1	0.5	0.92706	0.98016	0.99148	0.98976	0.99584
	0.7,0.1	0.6	0.9626	0.97732	0.98956	0.9879	0.9947
	0.8,0.1	0.7	0.8988	0.96146	0.99612	0.991	0.99392
	0.9,0.1	0.8	0.74694	0.9683	0.99484	0.995	0.99374

ตารางผนวกที่ ข8 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
 สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.962	0.97666	0.99604	0.99604	0.97782
	0.2,0.1	0.1	0.93026	0.97246	0.97246	0.99114	0.9686
	0.3,0.1	0.2	0.90862	0.97456	0.97334	0.98246	0.96302
	0.4,0.1	0.3	0.9385	0.94944	0.96872	0.98096	0.96412
	0.5,0.1	0.4	0.92294	0.95942	0.9619	0.9765	0.96218
	0.6,0.1	0.5	0.8921	0.94788	0.94914	0.97896	0.96796
	0.7,0.1	0.6	0.93002	0.94352	0.96716	0.98182	0.95852
	0.8,0.1	0.7	0.91664	0.93226	0.96212	0.9874	0.95348
	0.9,0.1	0.8	0.80152	0.92316	0.96204	0.98758	0.96248
0.99	0.1,0.1	0.0	0.99298	0.9996	0.9995	0.99908	0.9998
	0.2,0.1	0.1	0.97696	0.9954	0.99898	0.99704	0.9991
	0.3,0.1	0.2	0.97472	0.99504	0.99426	0.99552	0.99584
	0.4,0.1	0.3	0.98006	0.99082	0.99312	0.9939	0.99446
	0.5,0.1	0.4	0.97324	0.9895	0.99422	0.99576	0.99314
	0.6,0.1	0.5	0.96282	0.9829	0.99166	0.9955	0.99356
	0.7,0.1	0.6	0.95126	0.97608	0.99314	0.99606	0.9924
	0.8,0.1	0.7	0.94132	0.97142	0.99628	0.99548	0.99402
	0.9,0.1	0.8	0.92808	0.96664	0.99694	0.99744	0.99002

ตารางผนวกที่ ข9 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 23, n_2 = 15$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.94938	0.9767	0.98762	0.99494	0.95078
	0.2,0.1	0.1	0.9432	0.9749	0.97494	0.99158	0.96538
	0.3,0.1	0.2	0.94112	0.96626	0.97318	0.9858	0.96098
	0.4,0.1	0.3	0.92978	0.96248	0.96844	0.98374	0.95944
	0.5,0.1	0.4	0.91964	0.94776	0.95854	0.97968	0.96754
	0.6,0.1	0.5	0.91556	0.95016	0.95694	0.97778	0.95024
	0.7,0.1	0.6	0.9146	0.94526	0.96434	0.9827	0.96104
	0.8,0.1	0.7	0.91342	0.9475	0.95744	0.98826	0.95768
	0.9,0.1	0.8	0.89636	0.94036	0.96592	0.99238	0.94598
0.99	0.1,0.1	0.0	0.99348	0.99808	0.99938	0.99956	0.99854
	0.2,0.1	0.1	0.98616	0.99562	0.9979	0.99886	0.9979
	0.3,0.1	0.2	0.98216	0.99322	0.99406	0.99768	0.99668
	0.4,0.1	0.3	0.98716	0.99184	0.9946	0.99684	0.99512
	0.5,0.1	0.4	0.98534	0.99112	0.99156	0.9966	0.99318
	0.6,0.1	0.5	0.97012	0.98488	0.99268	0.99576	0.99322
	0.7,0.1	0.6	0.96604	0.98104	0.99538	0.99722	0.99346
	0.8,0.1	0.7	0.96936	0.97544	0.99394	0.99786	0.99416
	0.9,0.1	0.8	0.93494	0.96964	0.99658	0.99872	0.9921

ตารางผนวกที่ ข10 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่
สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 กรณี $n_1 = 30, n_2 = 20$

$1 - \sim$	p_1, p_2	$p_1 - p_2$	Classical	Newcombe	Adding-4	peskun	Recentered
0.95	0.1,0.1	0.0	0.93384	0.9675	0.97564	0.9968	0.94098
	0.2,0.1	0.1	0.9364	0.95398	0.9739	0.99304	0.96282
	0.3,0.1	0.2	0.9418	0.9631	0.9689	0.989	0.95892
	0.4,0.1	0.3	0.94316	0.95954	0.95916	0.98388	0.94956
	0.5,0.1	0.4	0.94496	0.95464	0.95558	0.98254	0.94566
	0.6,0.1	0.5	0.9444	0.95152	0.9535	0.98246	0.94884
	0.7,0.1	0.6	0.92682	0.95166	0.95538	0.98678	0.95496
	0.8,0.1	0.7	0.92268	0.94378	0.9592	0.99168	0.95524
	0.9,0.1	0.8	0.8935	0.94216	0.96162	0.99578	0.96164
0.99	0.1,0.1	0.0	0.98818	0.99776	0.99804	0.99972	0.99614
	0.2,0.1	0.1	0.98716	0.9952	0.9952	0.99896	0.99578
	0.3,0.1	0.2	0.9814	0.9901	0.99526	0.9979	0.99384
	0.4,0.1	0.3	0.98698	0.9932	0.99298	0.99728	0.99204
	0.5,0.1	0.4	0.97766	0.99024	0.98994	0.99678	0.99204
	0.6,0.1	0.5	0.98034	0.98716	0.98992	0.99662	0.9917
	0.7,0.1	0.6	0.96938	0.98442	0.99252	0.99746	0.99268
	0.8,0.1	0.7	0.95508	0.97886	0.99474	0.99838	0.9905
	0.9,0.1	0.8	0.93784	0.97458	0.9965	0.99934	0.99358

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ – นามสกุล	นางสาวกนกกาญจน์ ศศิวิมลฤทธิ
วัน เดือน ปี เกิด	วันที่ 11 พฤษภาคม 2533
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดลำปาง
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2554 วท.บ. (สถิติ) มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	-