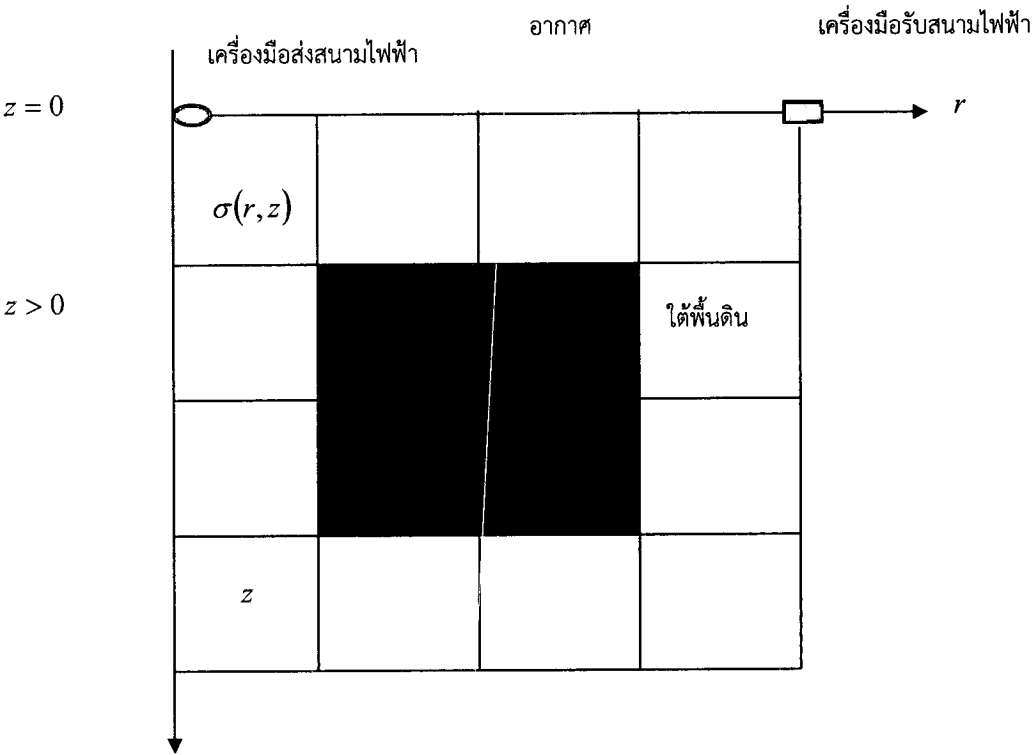


บทที่ 4

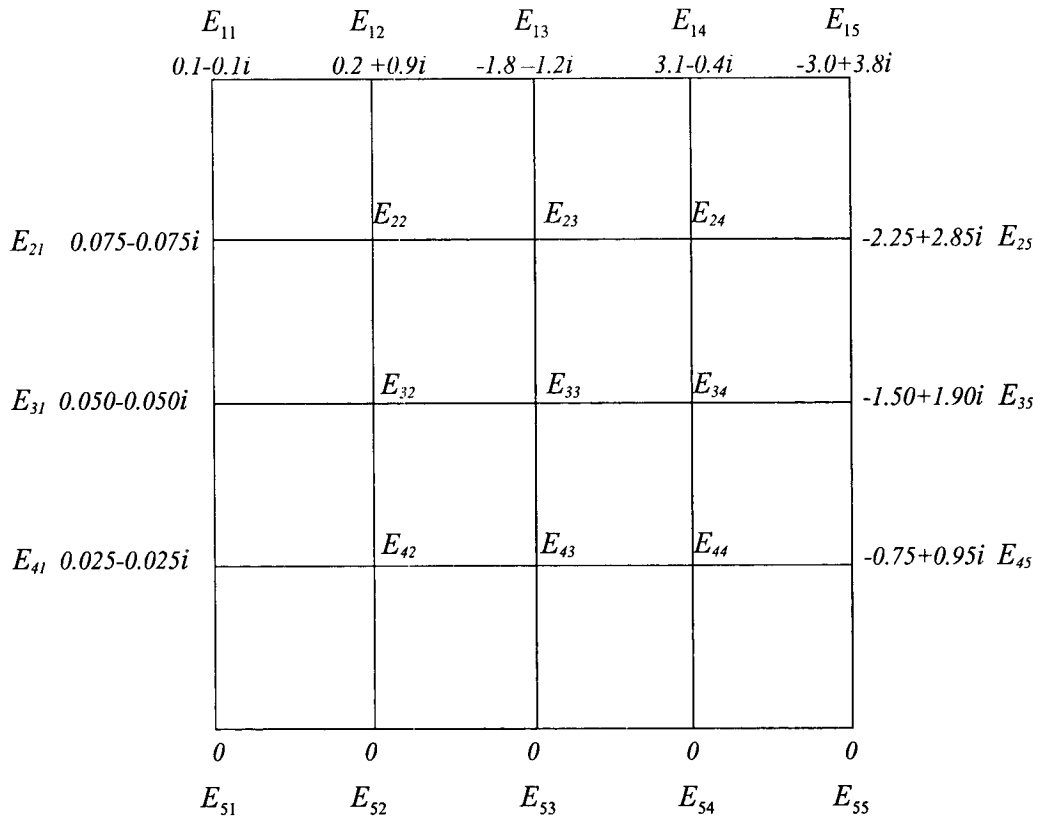
ผลและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในบทนี้จะทำการคำนวณหาปริมาณของสนามไฟฟ้า ณ บริเวณต่าง ๆ โดยได้ทำการแบ่งโครงสร้างหน้าตัดใต้พื้นโลกออกเป็นตารางกริด(grid) ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แบบจำลองโครงสร้างพื้นโลก

และนำบริเวณที่สนใจมากำหนดตัวแปรที่ต้องการคำนวณหาค่าและค่าขอบเขตเริ่มต้น ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 แสดงลักษณะการแบ่งหน้าตัดพื้นโลก

ในเบื้องต้นได้กำหนดให้แบ่งบริเวณของโดเมนที่สนใจออกเป็นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม 16 ช่อง โดยมีจุดแลตทิซเป็น $E_{11}, E_{12}, \dots, E_{55}$ สำหรับบริเวณขอบเขตเริ่มต้นกำหนดได้ดังนี้ ที่ผิวดินค่าสนามไฟฟ้า $E_{11}, E_{12}, E_{13}, E_{14}$ และ E_{15} ได้จากการวัดโดยเครื่องมือรับสนามไฟฟ้าบนผิวดิน ที่ความลึกมาก ๆ ค่าสนามไฟฟ้ามีค่าน้อยเข้าสู่ศูนย์ ดังนั้น $E_{51}, E_{52}, E_{53}, E_{54}$ และ E_{55} จึงมีค่าเป็นศูนย์ สำหรับบริเวณขอบด้านข้างเป็นบริเวณที่ค่าสนามไฟฟ้าต้องมีค่าลดลงจากผิวดินไปสู่ดินที่มีความลึกมาก จึงได้ทำการประมาณค่าในช่วงหาค่า $E_{21}, E_{31}, E_{41}, E_{25}, E_{35}$ และ E_{45} การหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุดต่าง ๆ ที่ยังไม่ทราบค่าซึ่งเป็นบริเวณที่มีวัตถุฝังอยู่ใต้พื้นดิน ในที่นี้คือ จุด $E_{22}, E_{23}, E_{24}, E_{32}, E_{33}, E_{34}, E_{42}, E_{43}$ และ E_{44} จากสมการ (3-8) โดยใช้วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยเมทริกซ์ เรานำสมการ (3-9) มาเขียนใหม่ให้ง่ายขึ้น ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
& AE(r, z) - (bf - f\omega\mu\eta i)E(r + h, z) - (bg - g\omega\mu\eta i)E(r - h, z) \\
& - (bt - t\omega\mu\eta i)E(r, z + k) - (bt - t\omega\mu\eta i)E(r, z - k) = 0
\end{aligned} \tag{4-1}$$

นำจุดต่าง ๆ มาแทนค่าลงในสมการ (4-1) จะได้ระบบสมการจำนวน 9 สมการ ดังนี้

$$AE_{22} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{23} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{21} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{12} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{32} = 0$$

$$AE_{23} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{24} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{22} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{13} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{33} = 0$$

$$AE_{24} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{25} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{23} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{14} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{34} = 0$$

$$AE_{32} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{33} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{31} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{22} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{42} = 0$$

$$AE_{33} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{34} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{32} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{23} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{43} = 0$$

$$AE_{34} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{35} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{33} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{24} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{44} = 0$$

$$AE_{42} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{43} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{41} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{32} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{52} = 0$$

$$AE_{43} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{44} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{42} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{33} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{53} = 0$$

$$AE_{44} - (bf - f\omega\mu\eta i)E_{45} - (bg - g\omega\mu\eta i)E_{43} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{34} - (bt - t\omega\mu\eta i)E_{54} = 0$$

นำสมการทั้งหมดมาเขียนเป็นสมการเมทริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} A & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -bg + g\omega\mu\eta_1 & A & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -bg + g\omega\mu\eta_1 & A & 0 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & 0 & 0 \\ -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & 0 & A & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & -bg + g\omega\mu\eta_1 & A & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & -bg + g\omega\mu\eta_1 & A & 0 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 \\ 0 & 0 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & 0 & A & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & -bg + g\omega\mu\eta_1 & A & -bf + f\omega\mu\eta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -bt + t\omega\mu\eta_1 & 0 & -bg + g\omega\mu\eta_1 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{21} \\ E_{23} \\ E_{34} \\ E_{32} \\ E_{33} \\ E_{34} \\ E_{42} \\ E_{43} \\ E_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (bg - g\omega\mu\eta_1)E_{21} + (bt - t\omega\mu\eta_1)E_{12} \\ (bt - t\omega\mu\eta_1)E_{13} \\ (bf - f\omega\mu\eta_1)E_{25} + (bt - t\omega\mu\eta_1)E_{14} \\ (bg - g\omega\mu\eta_1)E_{31} \\ 0 \\ (bf - f\omega\mu\eta_1)E_{35} \\ (bg - g\omega\mu\eta_1)E_{41} + (bt - t\omega\mu\eta_1)E_{32} \\ (bt - t\omega\mu\eta_1)E_{33} \\ (bf - f\omega\mu\eta_1)E_{45} + (bt - t\omega\mu\eta_1)E_{34} \end{bmatrix}$$

ในการคำนวณ โดยใช้เมทริกซ์อินเวอร์ส ดังนี้

$$\begin{bmatrix} E_{22} \\ E_{23} \\ E_{34} \\ E_{32} \\ E_{33} \\ E_{34} \\ E_{42} \\ E_{43} \\ E_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -bg + g\omega\mu\eta_1 & A & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -bg + g\omega\mu\eta_2 & A & 0 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & 0 & 0 \\ -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & 0 & A & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 & -bg + g\omega\mu\eta_1 & A & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & -bg + g\omega\mu\eta_2 & A & 0 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_1 \\ 0 & 0 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & 0 & A & -bf + f\omega\mu\eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & -bg + g\omega\mu\eta_2 & A & -bf + f\omega\mu\eta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -bf + f\omega\mu\eta_2 & 0 & -bg + g\omega\mu\eta_1 & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (bg - g\omega\mu\eta_1)E_{21} + (bf - f\omega\mu\eta_1)E_{12} \\ (bf - f\omega\mu\eta_1)E_{13} \\ (bf - f\omega\mu\eta_1)E_{25} + (bf - f\omega\mu\eta_2)E_{14} \\ (bg - g\omega\mu\eta_2)E_{31} \\ 0 \\ (bf - f\omega\mu\eta_1)E_{35} \\ (bg - g\omega\mu\eta_1)E_{41} + (bf - f\omega\mu\eta_2)E_{32} \\ (bf - f\omega\mu\eta_2)E_{33} \\ (bf - f\omega\mu\eta_1)E_{43} + (bf - f\omega\mu\eta_2)E_{34} \end{bmatrix}$$

วิธีการคำนวณโดยการกำหนดตัวแปรดังนี้

$$\omega = 2.0 * N[\pi]$$

$$\varepsilon = 8.85 * 10^{-12}$$

$$\mu = 12.510$$

$$r = 10.0$$

$$h = 22.5$$

$$k = 500.0$$

$$\sigma = 8.0$$

$$\eta = \sigma + (\omega * \varepsilon * I)$$

$$f = (k^2 * r * h) + (k^2 * h^2)$$

$$g = k^2 * r * h$$

$$t = h^3 * r$$

$$b = (r^2 * ((2.0 * k^2 * r * h) + (k^2 * h^2) + (2.0 * r * h^3))) + (r * h^3 * k^2) / (r^3 * h^3 * k^2)$$

$$a = r * h^3 * k^2 * (b^2 + (\omega^2 * \mu^2 * \eta^2))$$

จากนั้นทำการกำหนดค่าตัวแปรใหม่เพื่อสร้างเป็นเมทริกซ์

$$L_1 = -(b * f) + (f * \omega * \mu * \eta * I)$$

$$L_2 = -(b * g) + (g * \omega * \mu * \eta * I)$$

$$L_3 = -(b * t) + (t * \omega * \mu * \eta * I)$$

$$L_4 = (b * f) - (f * \omega * \mu * \eta * I)$$

$$L_5 = (b * g) - (g * \omega * \mu * \eta * I)$$

$$L_6 = (b * t) - (t * \omega * \mu * \eta * I)$$

นำมาสร้างเป็นเมทริกซ์

$$m_1 = \{ \{a, L_1, 0, L_3, 0, 0, 0, 0\}, \{L_2, a, L_1, 0, L_3, 0, 0, 0\}, \{0, L_2, a, 0, 0, L_3, 0, 0\}, \{L_3, 0, 0, a, L_1, 0, L_3, 0, 0\}, \{0, L_3, 0, L_2, a, L_1, 0, L_3, 0\}, \{0, 0, L_3, 0, L_2, a, 0, 0, L_3\}, \{0, 0, 0, L_3, 0, 0, a, L_1, 0\}, \{0, 0, 0, 0, L_3, 0, L_2, a, L_1\}, \{0, 0, 0, 0, 0, L_3, 0, L_2, a\} \}$$

กำหนดค่าสนามไฟฟ้าของจุดที่ทราบค่า

$E_{11}=0.1-0.1i$
 $E_{12}=0.2+0.9i$
 $E_{13}=-1.8-1.2i$
 $E_{14}=3.1-0.4i$
 $E_{15}=-3.0+3.8i$
 $E_{21}=0.075-0.075i$
 $E_{25}=-2.25+2.85i$
 $E_{31}=0.05-0.05i$
 $E_{35}=-1.5+1.9i$
 $E_{41}=0.025-0.025i$
 $E_{45}=-0.75+0.95i$
 $E_{51}=0$
 $E_{52}=0$
 $E_{53}=0$
 $E_{54}=0$
 $E_{55}=0$

และนำมาเขียนในรูปเมทริกซ์ผลลัพธ์

$\{(L_5 * E_{21}) + (L_6 * E_{12}), L_6 * E_{13}, (L_4 * E_{25}) + (L_6 * E_{14}), L_5 * E_{31}, 0, L_4 * E_{35}, (L_5 * E_{41}) + (L_6 * E_{52}),$
 $L_6 * E_{53}, (L_4 * E_{45}) + (L_6 * E_{54})\}$

จากนั้นหาค่าสนามไฟฟ้าโดยนำเมทริกซ์ $Inverse[m_1]$ คูณกับเมทริกซ์ผลลัพธ์

$Inverse[m_1] * \{(L_5 * E_{21}) + (L_6 * E_{12}), L_6 * E_{13}, (L_4 * E_{25}) + (L_6 * E_{14}), L_5 * E_{31}, 0, L_4 * E_{35},$
 $(L_5 * E_{41}) + (L_6 * E_{52}), L_6 * E_{53}, (L_4 * E_{45}) + (L_6 * E_{54})\}$

ดังนั้น ผลการคำนวณโดยใช้โปรแกรมได้ค่าสนามไฟฟ้า ดังนี้

$$E_{22} = (6.22458 \times 10^{-15}) - (6.0407 \times 10^{-15})i$$

$$E_{23} = (-3.0089 \times 10^{-16}) - (2.00593 \times 10^{-16})i$$

$$E_{24} = (-6.03119 \times 10^{-13}) + (7.6454 \times 10^{-13})i$$

$$E_{32} = (4.12743 \times 10^{-15}) - (4.12743 \times 10^{-15})i$$

$$E_{33} = (-1.07623 \times 10^{-25}) + (1.36413 \times 10^{-25})i$$

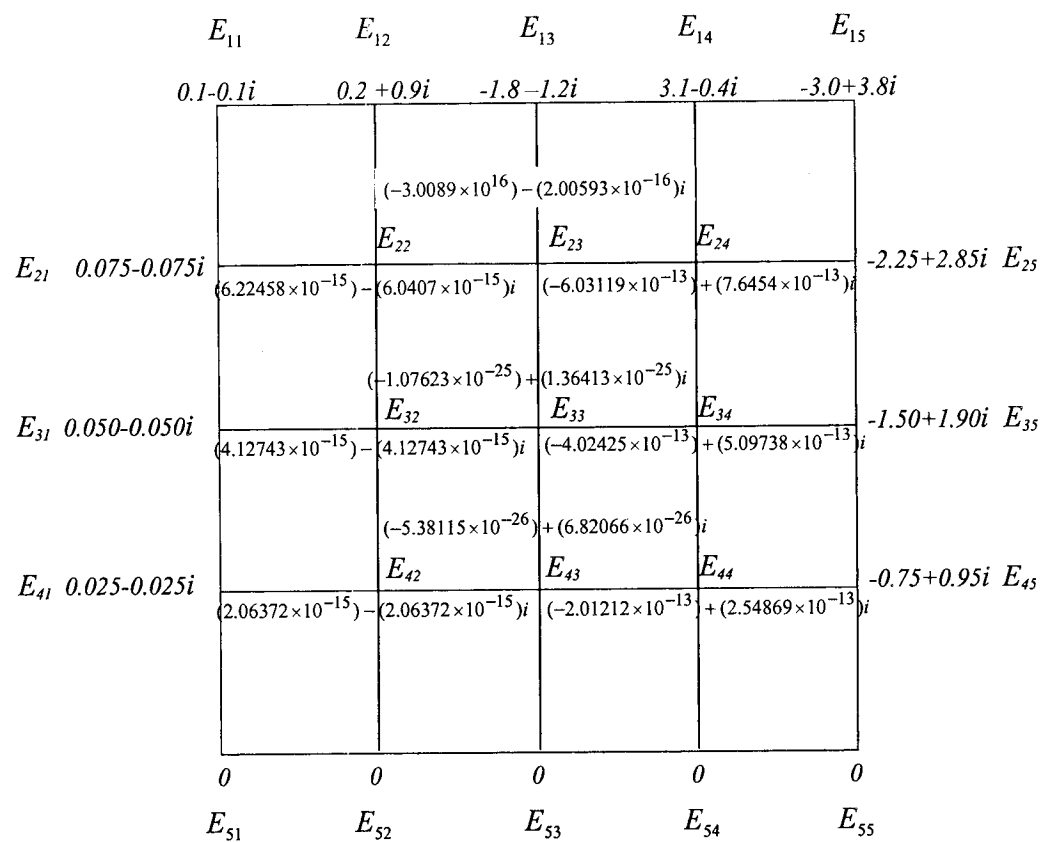
$$E_{34} = (-4.02425 \times 10^{-13}) + (5.09738 \times 10^{-13})i$$

$$E_{42} = (2.06372 \times 10^{-15}) - (2.06372 \times 10^{-15})i$$

$$E_{43} = (-5.38115 \times 10^{-26}) + (6.82066 \times 10^{-26})i$$

$$E_{44} = (-2.01212 \times 10^{-13}) + (2.54869 \times 10^{-13})i$$

เมื่อนำค่าสนามไฟฟ้าที่ได้มาเขียนในรูปแบบจำลองได้ดังนี้



ภาพที่ 5 แสดงค่าของสนามไฟฟ้า

จากภาพที่ 5 เป็นการแสดงค่าของสนามไฟฟ้าจากการคำนวณของสมการ แสดงให้เห็นลักษณะของสนามไฟฟ้าที่อยู่ตรงบริเวณที่มีวัตถุฝังอยู่ใต้พื้นดิน