บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

สำหรับระบบการคำนวณแบบขนานของงานวิจัยนี้ได้รับความอนุเคราะห์จากศูนย์คอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร ในการดำเนินการติดตั้งและเก็บรักษาเครื่องคอมพิวเตอร์ ขั้นตอนในงานวิจัยนี้ได้แบ่งวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. ศึกษาระบบปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ที่มีเสถียรภาพเพื่อใช้พัฒนาระบบ
2. จัดหาคอมพิวเตอร์และอุปกรณ์เชื่อมต่อระบบเครือข่าย
3. ติดตั้งระบบปฏิบัติการและระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์
4. ติดตั้งระบบการคำนวณแบบขนาน และซอฟต์แวร์ทางคณิตศาสตร์
5. ทดสอบระบบด้วยซอฟต์แวร์ทดสอบ เพื่อปรับปรุงและตรวจสอบความถูกต้อง ความเสถียรภาพของระบบ
6. สร้างซอฟแวร์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ระบบการคำนวณแบบขนาน
7. ตรวจสอบและรายงานผลประสิทธิภาพของระบบ

ซึ่งได้กำลังดำเนินการครบถ้วนสมบูรณ์ทุกขั้นตอนแล้ว รวมทั้งการทดสอบระบบด้วยซอฟต์แวร์ทดสอบ เพื่อปรับปรุงและตรวจสอบความถูกต้อง ความเสถียรภาพของระบบ และสร้างซอฟแวร์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ระบบการคำนวณแบบขนาน

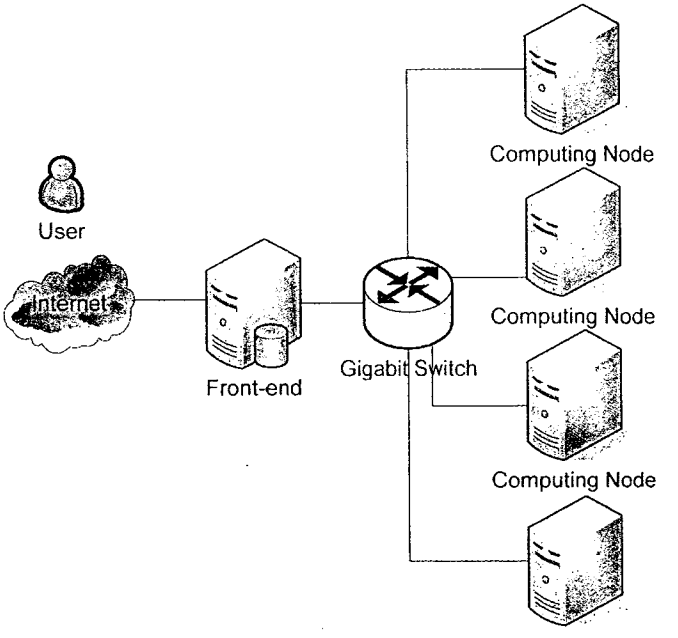
3.1 บทนำ

จากเริ่มต้นที่ได้ศึกษาระบบปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ที่มีเสถียรภาพเพื่อใช้พัฒนาระบบแล้วพบว่าระบบของลีนุกส์คลัสเตอร์ นอกจากจะเป็นฟรี Open source แล้วยังเป็นระบบที่มีความเสถียรสูง ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกที่จะพัฒนางานวิจัยนี้บนระบบของลีนุกส์คลัสเตอร์

ระบบคลัสเตอร์ คือ การนำคอมพิวเตอร์หลายๆ ตัวมาเชื่อมต่อกัน เพื่อให้ช่วยหรือร่วมมือกันทำงาน จากการรวมเครื่องๆ หลายหลายเครื่องที่ประสานงานกันอย่างแน่นแฟ้นจนเปรียบเสมือนเป็นเครื่องเดียวกัน ด้วยองค์ประกอบสำคัญของเทคโนโลยีคลัสเตอร์ที่มีเครื่องคอมพิวเตอร์และเครือข่ายความเร็วสูงด้วยระบบซอฟต์แวร์ที่สนับสนุนการทำงานแบบคลัสเตอร์ ทำให้ระบบคลัสเตอร์นี้ สามารถนำมาประยุกต์ใช้งานได้แทนระบบเซิร์ฟเวอร์ขนาดใหญ่ได้เป็นอย่างดี ดังนั้นจึงเหมาะกับการที่จะแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีขนาดใหญ่ ทำให้ผู้ใช้งานสามารถบรรลุถึงความต้องการ ในเรื่องช่วยเร่งความเร็วของ

งานหรือทำให้ระบบรองรับผู้ใช้ได้มากขึ้น อีกทั้งยังเป็นการใช้เทคโนโลยีของการประมวลผลแบบขนานหรือแบบกระจาย ซึ่งเป็นการแบ่งงานใหญ่ ๆ ออกเป็นงานเล็ก ๆ จำนวนมากแล้วให้เครื่องหลายเครื่องช่วยกันทำงาน อีกทั้งทำให้ระบบมีความน่าเชื่อถือสูงขึ้น

ระบบลีนุกส์คลัสเตอร์ที่จะทำการสร้างขึ้นในโครงการวิจัยนี้จะสร้างขึ้นโดยใช้โครงสร้างแบบ Front-end และ Computing Node ซึ่งระบบ Rocks Cluster เองก็สนับสนุนวิธีการนี้เป็นอย่างดี ในระบบจะมีเครื่องคอมพิวเตอร์หนึ่งเครื่องที่ทำหน้าที่เป็น Front-end ส่งเครื่องที่เหลือจะทำหน้าที่เป็นComputing Node ที่เครื่อง Front-end ต้องมี LAN Card จำนวน 2 ใบ ซึ่งในที่นี้เลือกใช้แบบ Gigabit Ethernet Adapter เพื่อให้การสื่อสารเป็นไปด้วยความรวดเร็ว แต่ต้นทุนไม่สูงมากจนเกินไปนัก ส่วนที่เครื่อง Computing Node มี LAN Card จำนวน 1 ใบ และเป็น Gigabit Ethernet เช่นเดียวกันรูปแบบโครงสร้างของระบบ Cluster จะจัดทำขึ้นมีรูปแบบดังรูปที่ 3.1 ซึ่งแสดงโครงสร้างของระบบลีนุกซ์คลัสเตอร์ในโครงการวิจัยนี้



รูปที่ 3.1 แสดงโครงสร้างของระบบลีนุกซ์คลัสเตอร์ในโครงการวิจัยนี้

3.2 การติดตั้งระบบ Rocks Cluster

ระบบ Rocks Cluster จะทำงานบนระบบปฏิบัติการ Linux ของ CentOS ซึ่งพัฒนามาจาก Linux Redhat จึงรองรับทุกๆ อุปกรณ์ที่ Linux Redhat รองรับได้ สามารถใช้งานบนโครงสร้างโปรเซสเซอร์ที่เป็น x86, x86_64 และ IA-64 รวมทั้งอุปกรณ์การเชื่อมต่อสามารถใช้ทั้งที่เป็น Ethernet, Infiniband หรือ Myrinet สามารถเพิ่มเติมขีดความสามารถด้วยการนำโปรแกรมอื่นๆ ติดตั้งให้บริการ อาทิเช่น Globus

ฮาร์ดแวร์ขั้นต่ำที่ระบบต้องการ

เครื่อง Front-end Node

- Disk Capacity: 20 GB
- Memory Capacity: 1 GB
- Ethernet: 2 physical ports (e.g., "eth0" and "eth1")

เครื่อง Compute Node

- Disk Capacity: 20 GB
- Memory Capacity: 1 GB
- Ethernet: 1 physical port (e.g., "eth0")

3.2.1 โครงสร้างการเชื่อมต่อระบบ Rocks Clusters

การติดตั้งระบบ Rocks Clusters จะมีส่วนประกอบหลัก ดังนี้

3.2.1.1 Front End Nodes

เครื่องแม่ (Front-end Node) เป็นเครื่องให้บริการที่เป็นตัวหลักในการจัดการสิ่งต่าง ๆ บนระบบ รองรับการเข้าใช้งาน การรับงานเข้ามาทำงานหรือประมวลผล การจัดการเรื่องคิว การติดต่อกับเครื่องอื่นที่อยู่ภายนอก เครื่องที่ถูกติดตั้งและให้ทำหน้าที่เป็น Front-end Node จะต้องเปิดให้บริการ Services ต่างๆ อาทิ เช่น NFS, NIS, DHCP, NTP, MySQL, HTTP เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้ใช้งาน โดยทั่วไปแล้วตัว Front-end Node จะมีลักษณะสำคัญ คือ การ์ด Ethernet network จำนวน 2 ตัว คือ การ์ดที่เป็นการเชื่อมต่อกับสาธารณะ (Public Network) และการ์ดที่เป็นการเชื่อมต่อภายใน (Private Network) ขนาดของที่เก็บข้อมูลต้องมีขนาดใหญ่

3.2.1.2 Compute Nodes

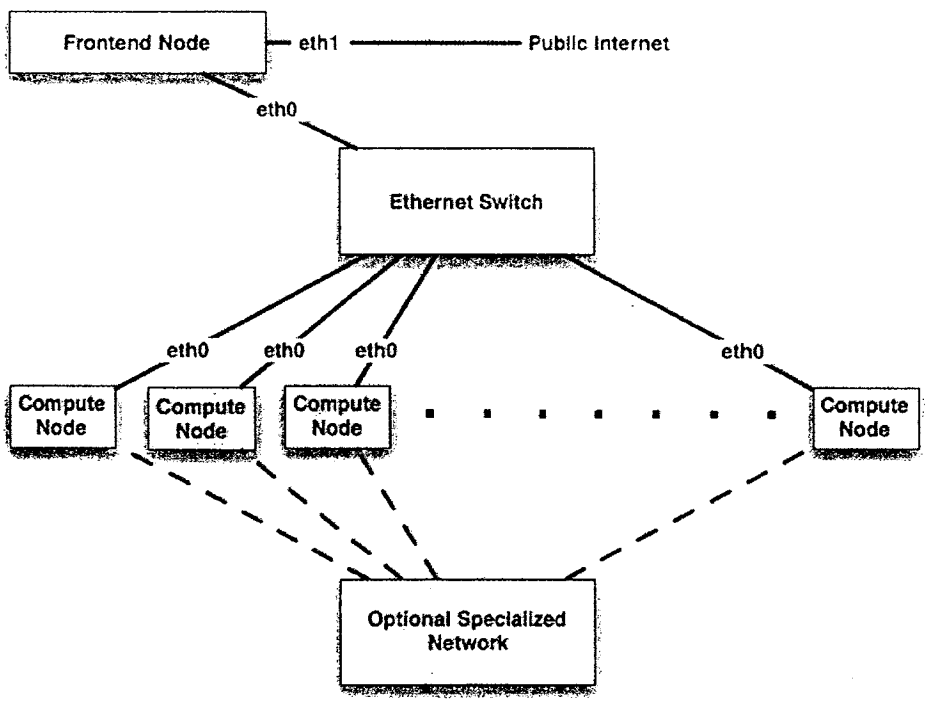
เครื่องที่ถูกติดตั้งเป็นเครื่องลูก (Compute Node) เป็นตัวที่ทำหน้าที่ในการประมวลผล โดยการรับงาน (Job) มาจากตัวเครื่องแม่ (Front-end Node) ซึ่งตัว Compute Node นี้จะมีการ์ด Ethernet Network ที่มีการเชื่อมต่อกันอยู่ภายใน ด้วยอุปกรณ์เครือข่ายที่เป็น Switch ทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อม Compute Node หลาย ๆ ตัวเข้ากับตัว Front-end Node

3.2.1.3 Ethernet Network

การ์ด Ethernet Network เป็นตัวที่ใช้เชื่อมต่อระหว่างเครื่องแม่ (Front-end Node) และเครื่องลูก (Computer Node) เพื่อการสื่อสารข้อมูลระหว่างกัน ในการสอดประสานการทำงานร่วมกัน ถ้า Ethernet Network มีความเร็วในการรับ-ส่งข้อมูลสูงก็จะส่งผลดีต่อการรับส่งข้อมูลระหว่างเครื่องของระบบ

3.2.1.4 Application Message Passing Network

โปรแกรมประยุกต์ที่รองรับการทำงานในการส่งข้อมูลแบบส่งผ่านบนเครือข่าย เป็นตัวช่วยอำนวยความสะดวกในการใช้งานระบบคลัสเตอร์มากยิ่งขึ้น จากโครงสร้างการเชื่อมต่อของระบบ Rocks Clusters ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ซึ่งจะมีตัวเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ถูกติดตั้งและเซตอัพเป็นตัวเครื่องแม่ (Front-end Node) ทำหน้าที่เป็นตัวหลักในการให้บริการ ตัวมันจะมี Ethernet network จำนวน 2 ตัว คือ การ์ด Eth1 ถูกเซตอัพให้สามารถเชื่อมต่อกับเครือข่ายสาธารณะ (Public Network) และการ์ด Eth0 ถูกเซตอัพให้สามารถเชื่อมต่อที่เป็นเครือข่ายภายใน (Private Network) เชื่อมต่ออยู่กับอุปกรณ์ Ethernet Network ที่เป็นอุปกรณ์ Switch เชื่อมต่อกันภายในที่มีการเชื่อมต่อกับตัวเครื่องลูก (Compute Node) ที่เชื่อมต่อด้วยการ์ด Eth0 เช่นกัน ด้วยโปรกรมประยุกต์ที่ติดตั้งบนเครื่องแม่ (Front-end Node) และ เครื่องลูก (Compute Node) ที่พร้อมรองรับการประมวลผลร่วมกัน

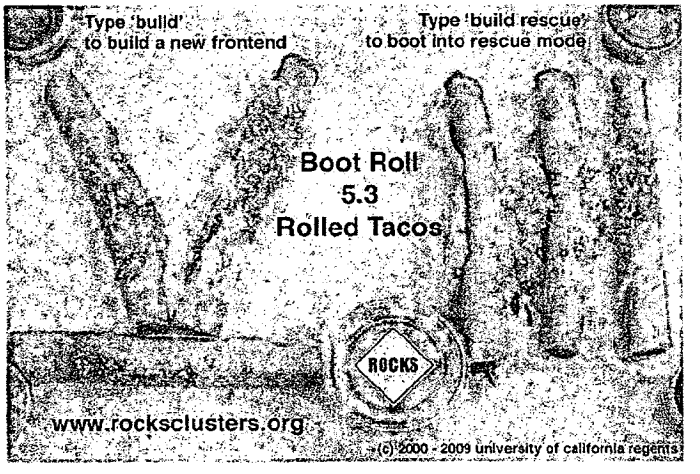


รูปที่ 3.2 โครงสร้างการเชื่อมต่อระบบ Rocks Cluster

3.2.2 ขั้นตอนการติดตั้งและกำหนดค่าที่เครื่องแม่ (Front-End)

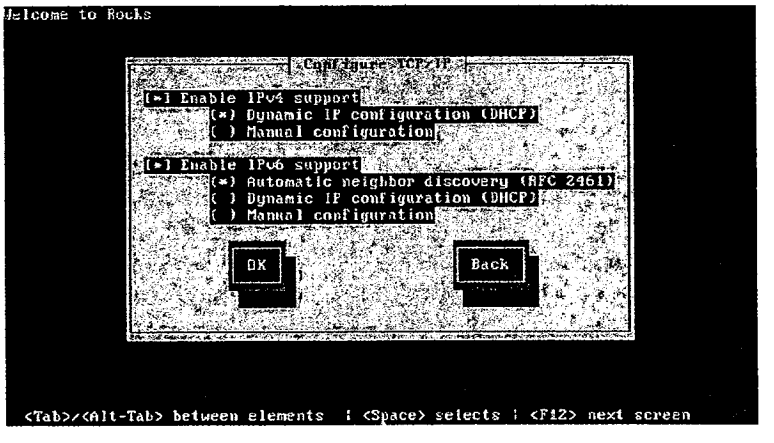
ขั้นที่ 1 นำแผ่น Kernel/Boot Roll CD ใส่เข้าเครื่องที่ต้องการทำเป็นเครื่องแม่ (Front-end) แล้วรีสตาร์ท เครื่องจะทำการบูตและตรวจหาอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ถูกติดตั้งในระบบ

ขั้นที่ 2 หลังจากใส่แผ่นบูต Kernel/Boot Roll CD จะปรากฏหน้าต่าง ดังรูปที่ 3.3 ที่เครื่องหมายพรอมต์ (#) ให้พิมพ์คำว่า build เสร็จแล้วกดปุ่ม Enter ที่คีย์บอร์ด



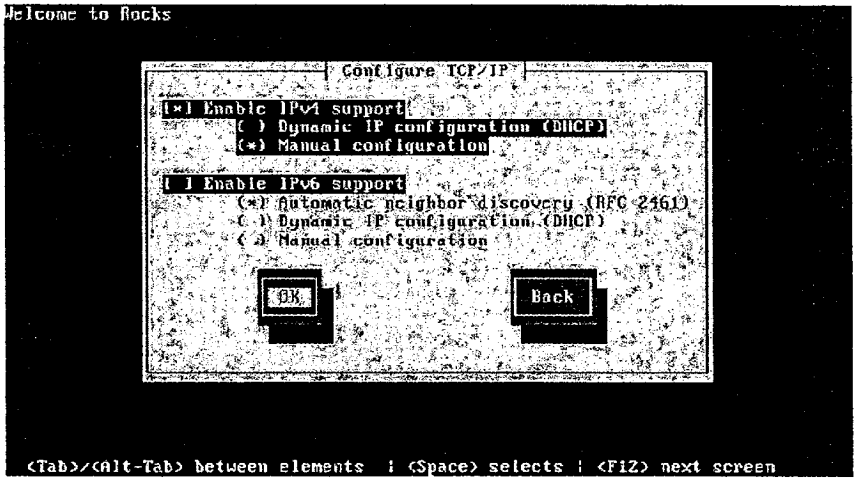
รูปที่ 3.3 แสดงการเริ่มต้นการติดตั้ง Kernel/Boot Roll CD

ขั้นที่ 3 หลังจากพิมพ์คำว่า build ที่เครื่องหมายพรอมต์ (#) แล้วเครื่องจะให้ทำการเลือกรูปแบบเกี่ยวกับหมายเลข IP ดังภาพที่ 3.4



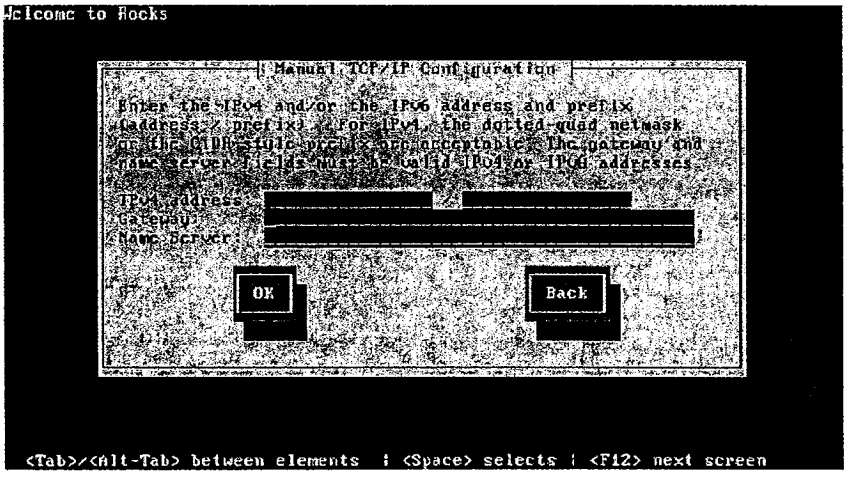
รูปที่ 3.4 แสดงการเลือกรูปแบบเกี่ยวกับหมายเลข IP

โดยให้เลือกดังภาพที่ 3.5



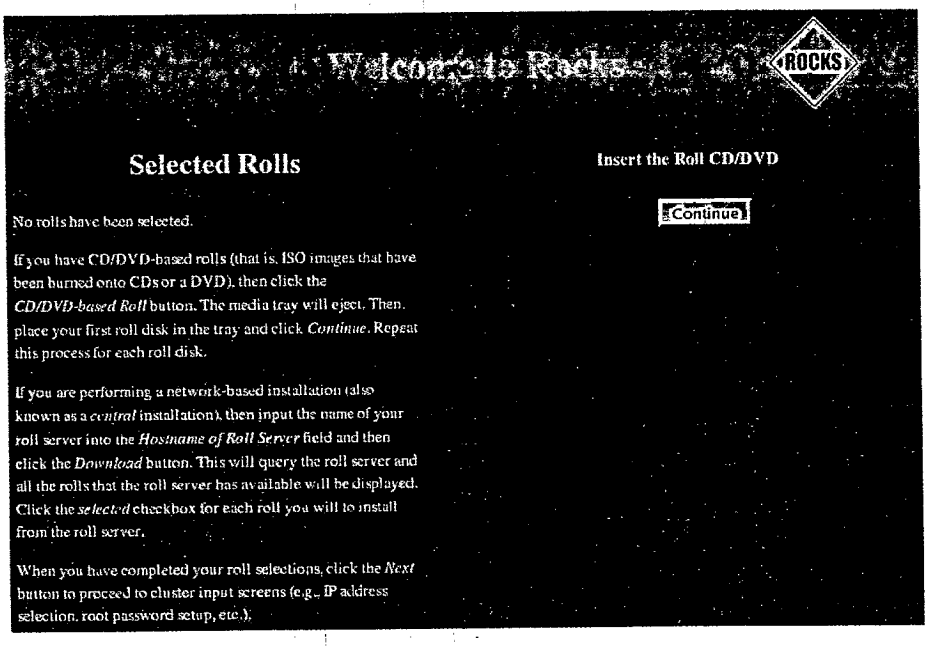
รูปที่ 3.5 แสดงการเลือกรูปแบบ

หลังจากนั้นกดปุ่ม OK แล้วจะได้ดังแสดงในภาพที่ 3.6 ให้เติมข้อมูลเกี่ยวกับหมายเลข IP Gateway และ Name Server

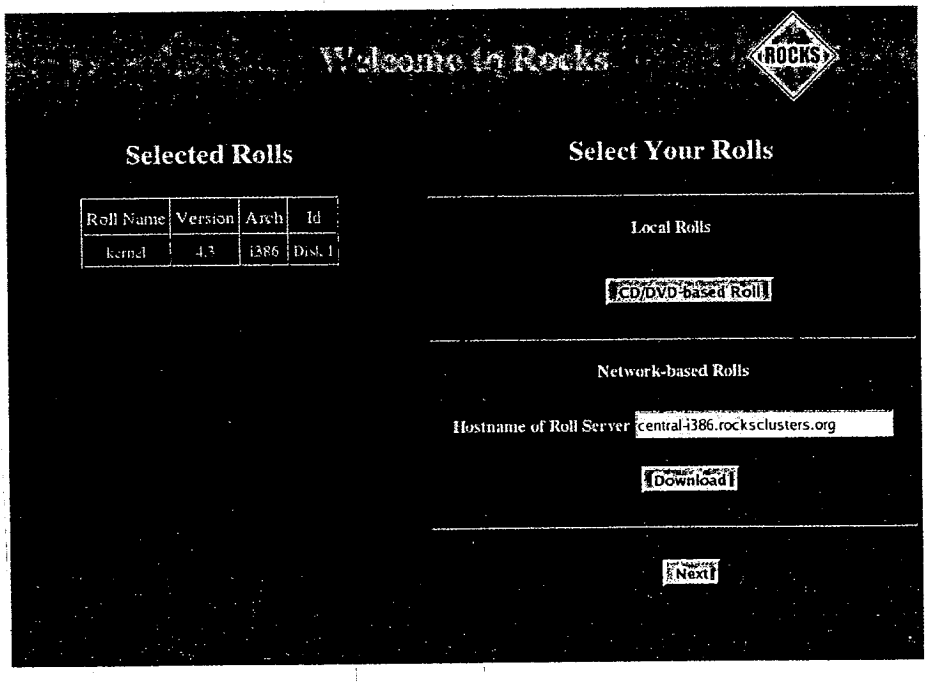


รูปที่ 3.6 แสดงข้อมูลของระบบ

ต่อไปจะได้ดังภาพที่ 3.7 ให้ใส่แผ่น Roll CD/DVD แล้วกดปุ่ม Continue

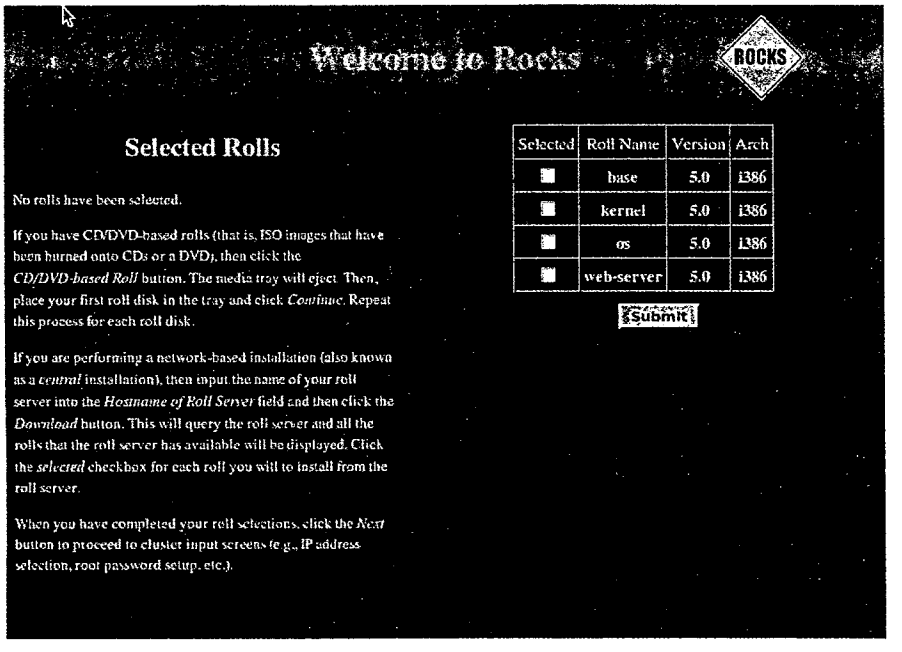


รูปที่ 3.7 แสดงการเตือนให้ใส่แผ่น Roll CD/DVD

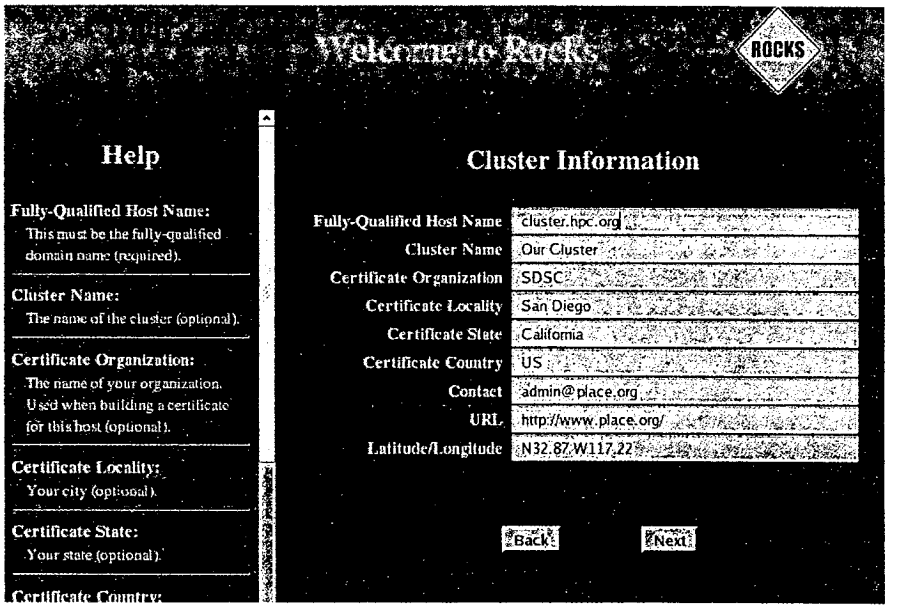


รูปที่ 3.8 แสดงการเลือก Rolls

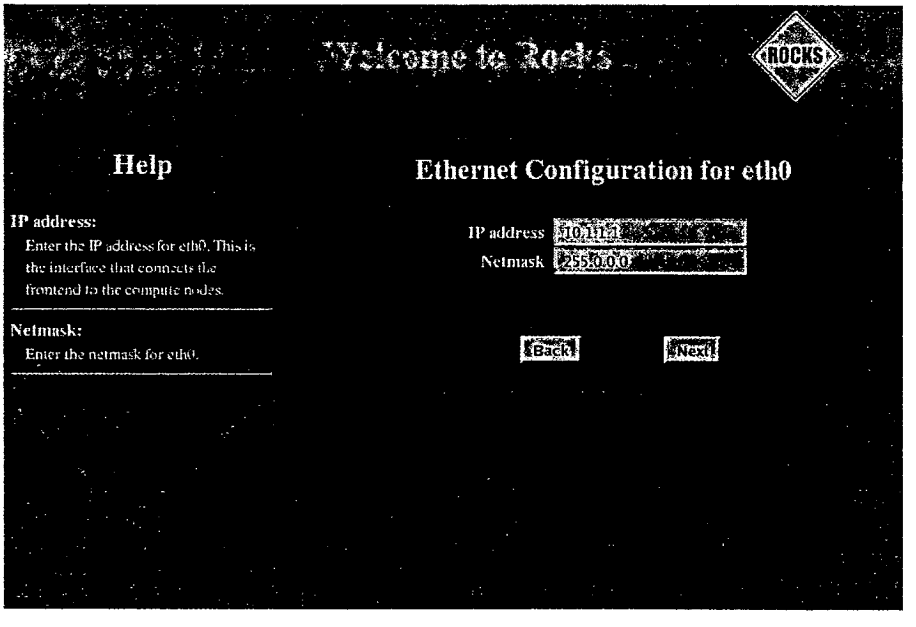
ต่อไปทำการติดตั้งโดยเลือกว่ามาจาก CD/DVD หรือจะดาวน์โหลดจากระบบเน็ตเวิร์ก



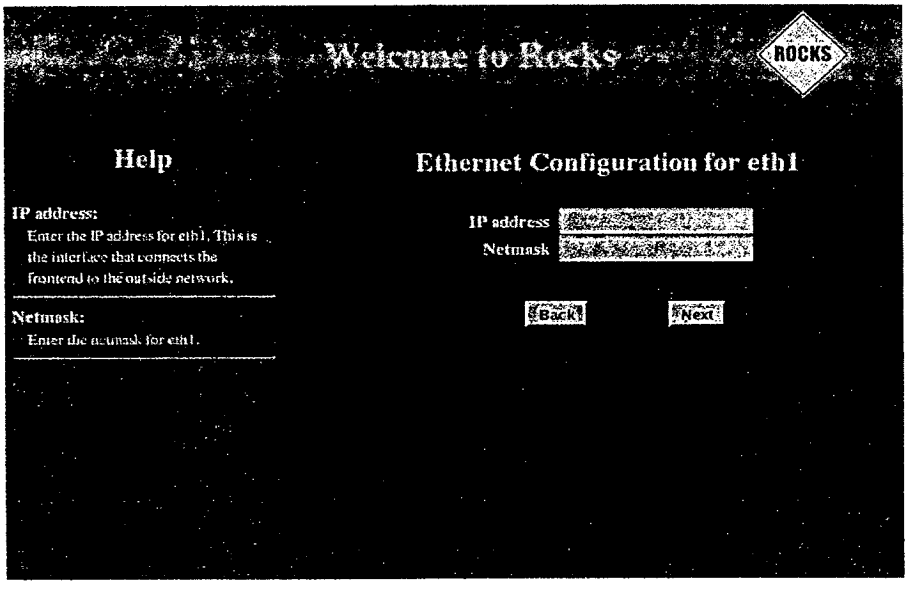
รูปที่ 3.9 แสดงรายการ Roll ที่สามารถเลือกได้



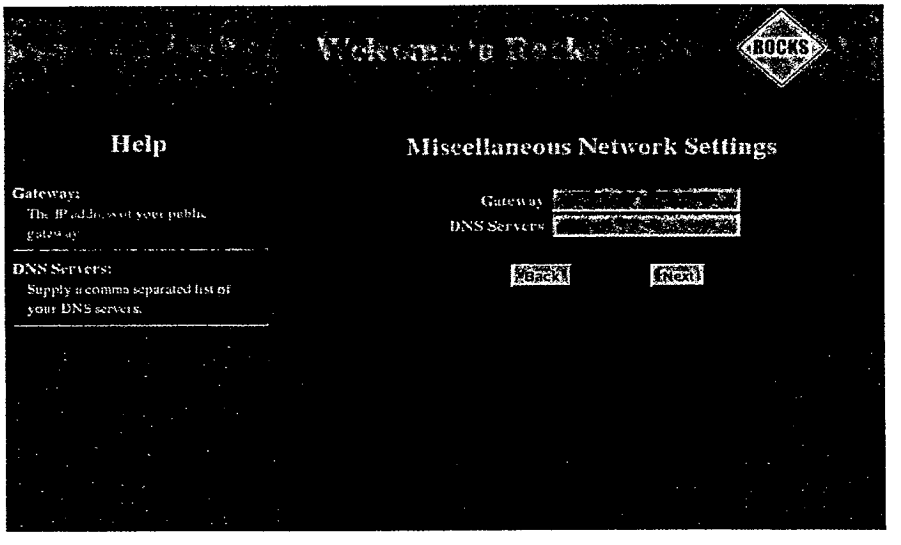
รูปที่ 3.10 แสดงข้อมูลระบบที่ต้องเติมใส่ให้สมบูรณ์



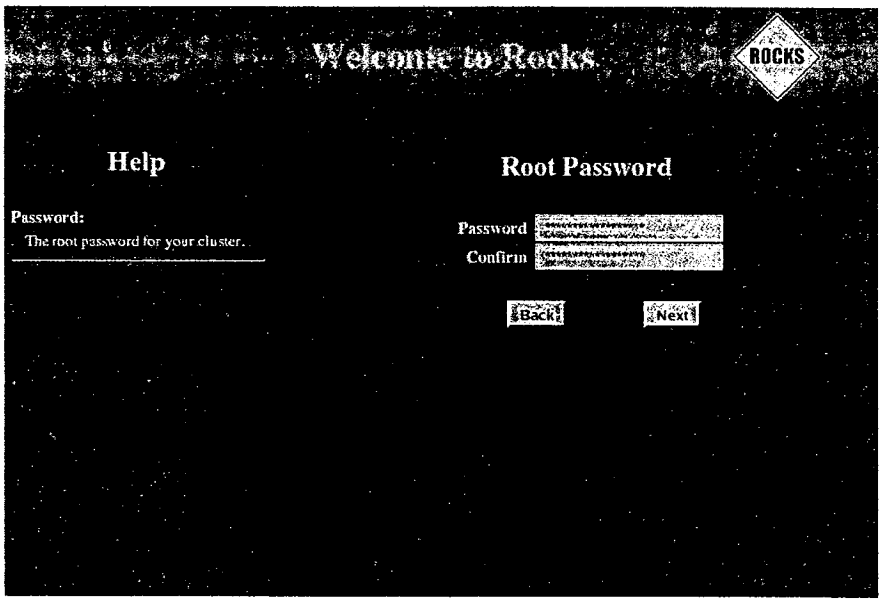
รูปที่ 3.11 แสดงข้อมูลหมายเลข IP สำหรับการ์ดแลนด์ตัวที่ eth0



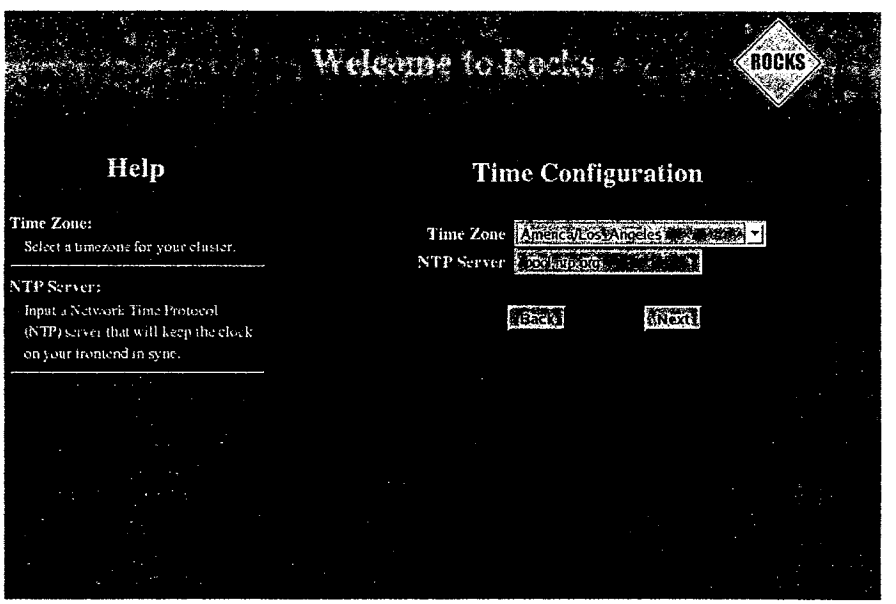
รูปที่ 3.12 แสดงข้อมูลหมายเลข IP สำหรับการ์ดแลนด์ตัวที่ eth1



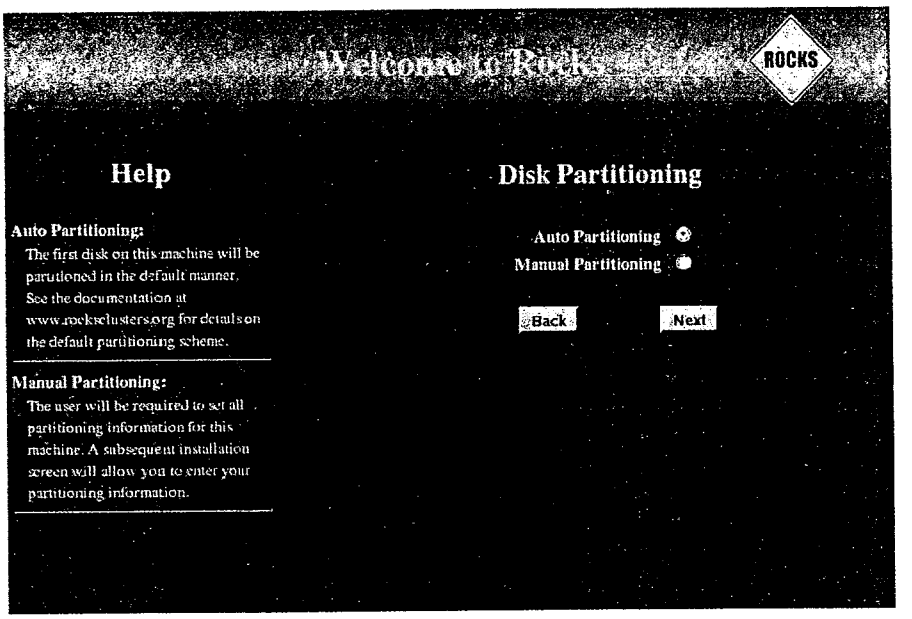
รูปที่ 3.13 แสดงข้อมูลหมายเลข IP ของ Gateway และ DNS Server



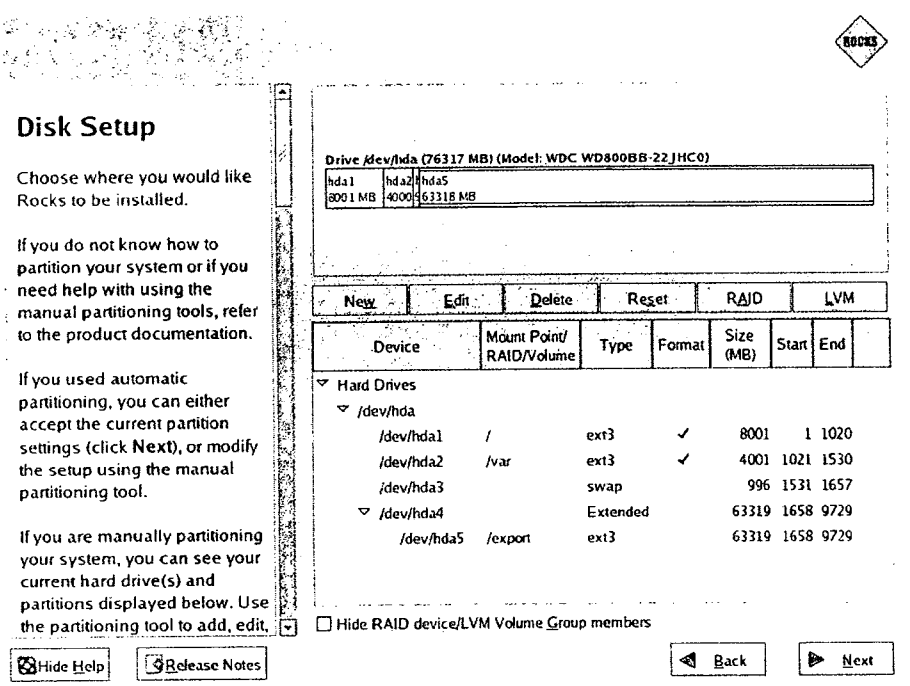
รูปที่ 3.14 แสดงข้อมูลรหัสและยืนยันรหัสผ่านของ root



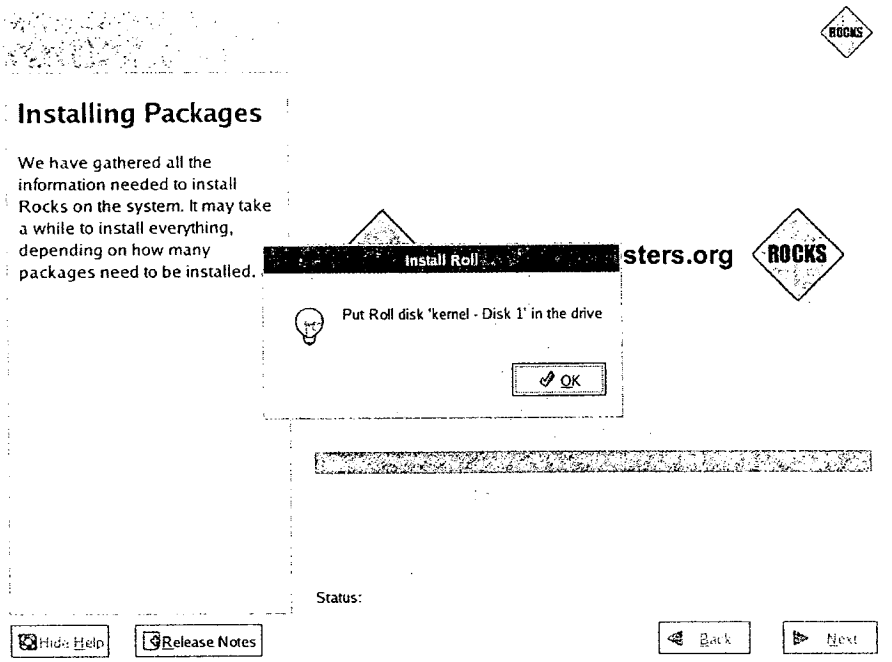
รูปที่ 3.15 แสดงข้อมูลเขตของเวลา



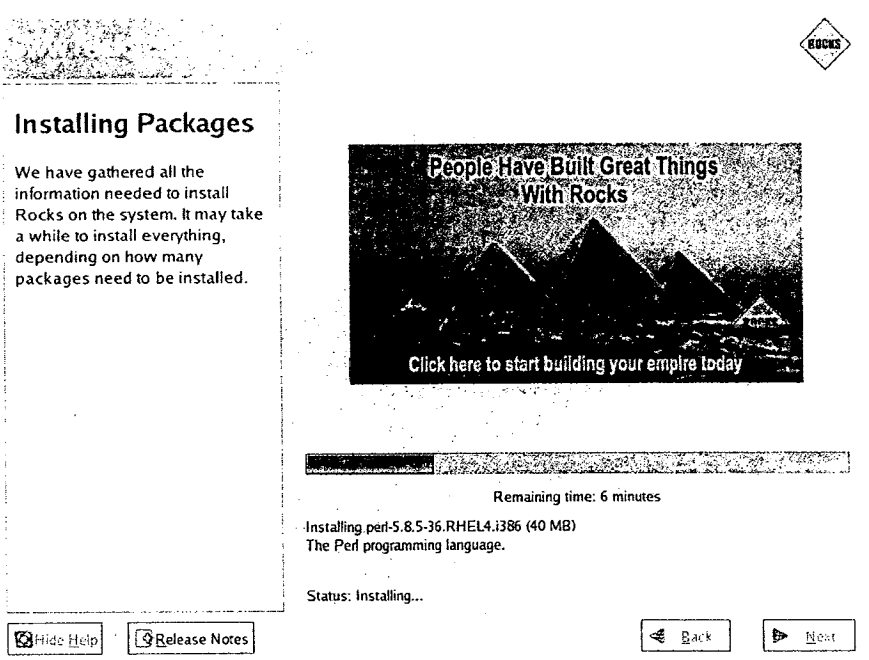
รูปที่ 3.16 แสดงการเลือกการแบ่ง Partition



รูปที่ 3.17 แสดงการแบ่ง Partition แบบกำหนดเอง



รูปที่ 3.18 แสดงการเริ่มติดตั้งหลังจากการแบ่ง Partition

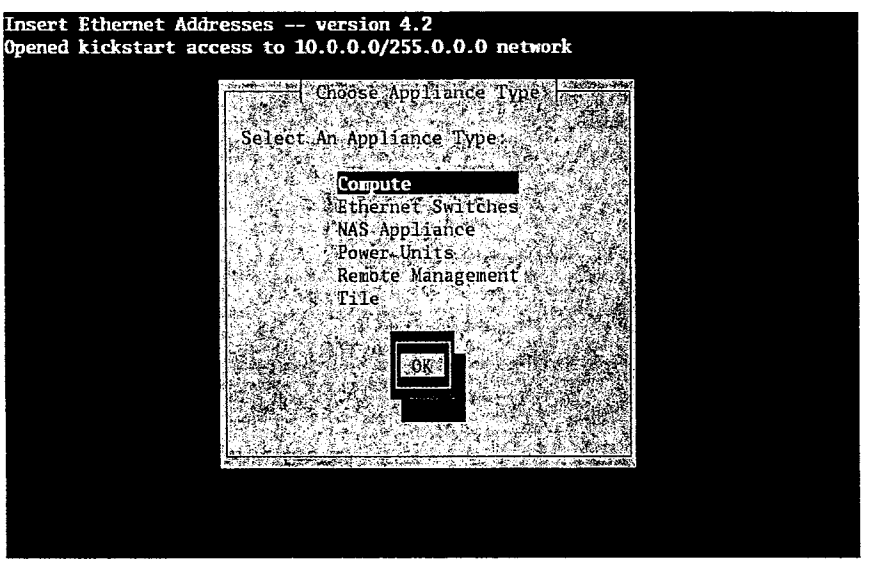


รูปที่ 3.19 แสดงติดตั้งแต่ละ Packages

เมื่อติดตั้งเสร็จแล้วระบบก็จะรีสตาร์ทเครื่องใหม่

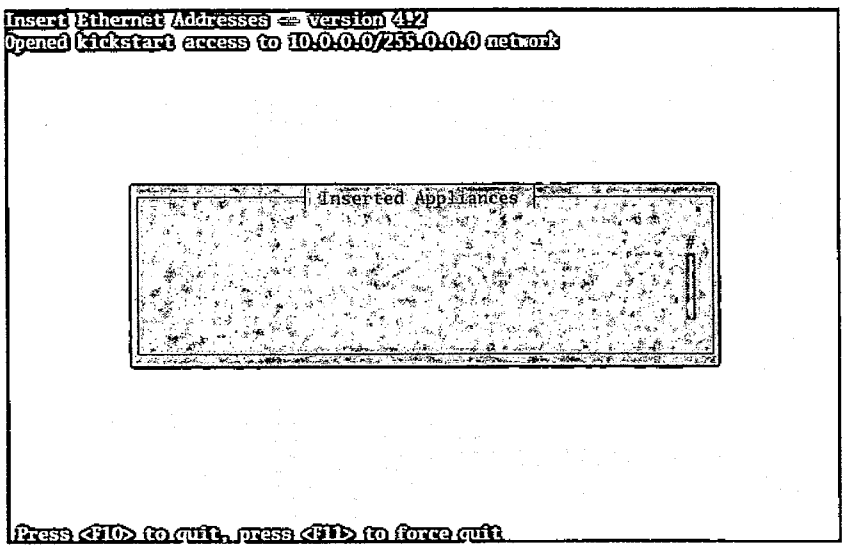
3.2.3 ขั้นตอนการติดตั้งและกำหนดค่าที่เครื่องลูก (Compute Node)

ขั้นที่ 1 จากที่เครื่องแม่ Front-End Node เข้าใช้งานโดยรหัสผู้ใช้งานที่เป็นรูต โดยการป้อนรหัสผู้ใช้ (root) และป้อนรหัสผ่าน (Pass word) ที่ตั้งค่าไว้ตอนติดตั้ง และที่คอมมานพรอมต์ (#) พิมพ์คำว่า insert-ethers จะปรากฏหน้าต่างดังรูปที่ 3.20 จากนั้นใช้คีย์บอร์ดในการเลือกที่ Compute กดปุ่ม Enter เพื่อยืนยัน



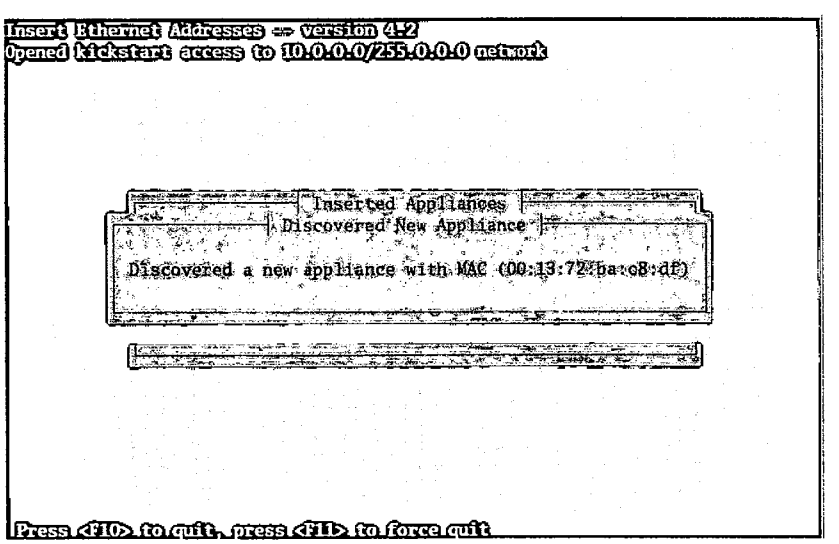
รูปที่ 3.20 แสดงผลการการใช้คำสั่ง insert-ethers

ขั้นที่ 2 จากการเลือกที่ Compute จะปรากฏหน้าต่างดังรูปที่ 3.21 พร้อมรองรับการเชื่อมต่อจากเครื่องคอมพิวเตอร์ที่จะเป็นตัว Compute Node



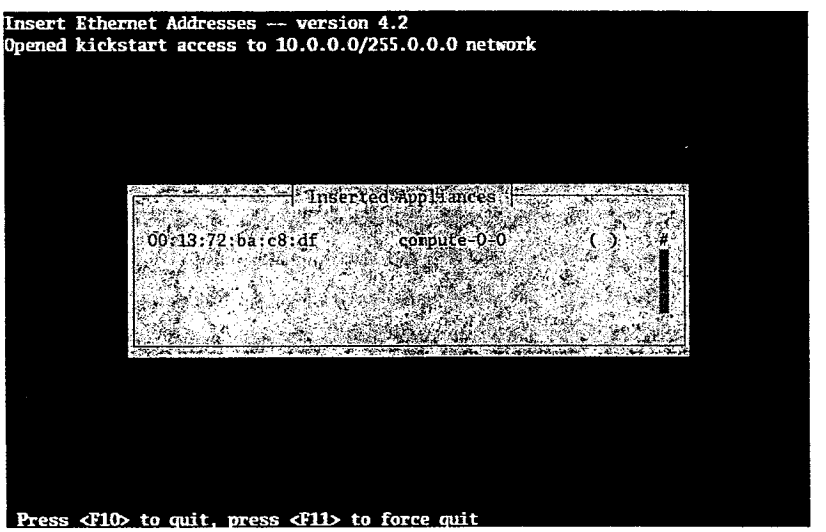
รูปที่ 3.21 แสดงการรอรับเครื่อง Compute Node

ขั้นที่ 3 นำแผ่น Software Rocks Clustering ที่ประกอบด้วย Kernel/boot roll ใส่เข้าเครื่องที่ต้องการทำเป็นเครื่อง Compute Node เครื่องจะทำการบูตและตรวจหาอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่จะถูกติดตั้งและจากนั้นเครื่องจะทำการส่ง MAC ของการ์ด (Ethernet Network) ไปหาเครื่อง Front-End Node ดังที่ปรากฏในรูปที่ 3.22



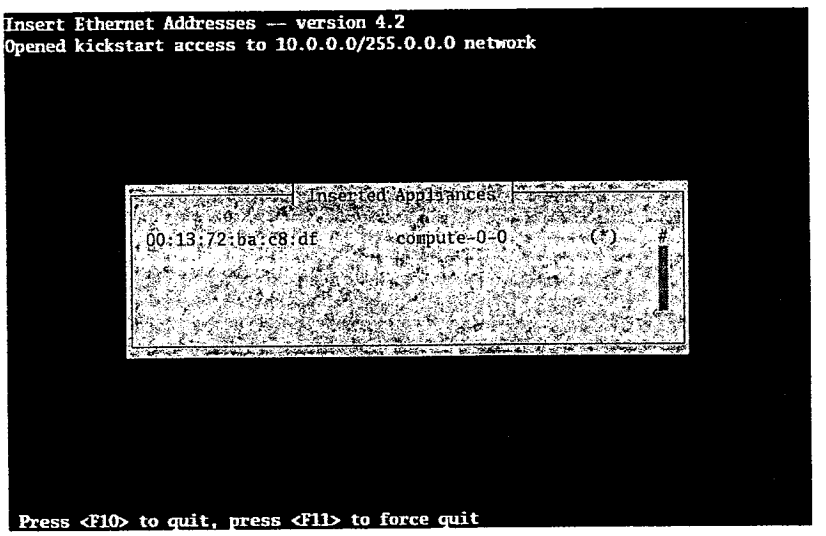
รูปที่ 3.22 แสดงการรอรับเครื่อง Compute Node

ขั้นที่ 4 เครื่อง Front-End Node จะสอบถามการเพิ่มเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เป็น Compute Node เข้าสู่ระบบ ดังที่ปรากฏในรูปที่ 3.23



รูปที่ 3.23 แสดงการรอรับเครื่อง Compute Node

ขั้นที่ 5 ที่เครื่อง Front-End Node ให้เลือกที่จะติดตั้ง Compute-0-0 หรือตัวอื่นๆ ที่ปรากฏขึ้นด้วยการกดปุ่ม Space bar เพื่อเลือกเครื่องนั้น ๆ ปรากฏเครื่องหมาย (*) ดังที่ปรากฏในรูปที่ 3.24



รูปที่ 3.24 แสดงการเลือกเครื่อง Compute-0-0

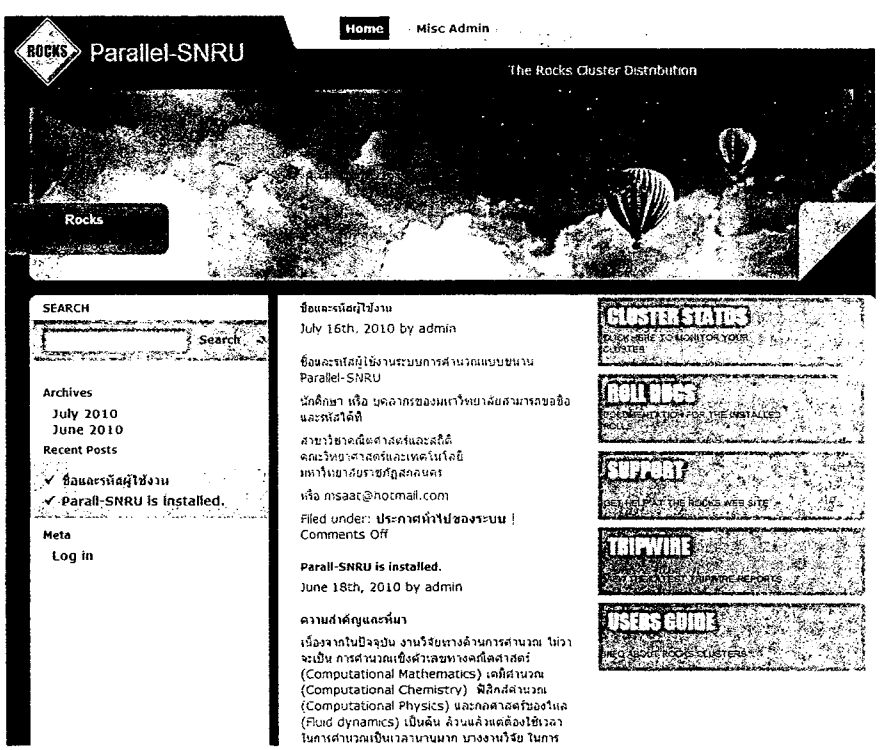
ขั้นที่ 6 เครื่องที่จะติดตั้ง Compute-0-0 หรือเครื่องที่ถูกเลือกนั้น ๆ จะเชื่อมต่อกับเครื่อง Front-End Node และจะทำการประสานข้อมูลต่าง ๆ รวมทั้งโหลดข้อมูลจากแผ่นที่ใช้ในติดตั้ง จากนั้นจะทำการติดตั้ง Packages และข้อมูลต่างๆ ที่จำเป็นสำหรับเครื่องลูก

ขั้นที่ 7 เมื่อเสร็จสิ้นการติดตั้งเครื่องจะส่งแผ่นติดตั้งออกและรีบูต (Reboot) จากนั้นจะเริ่มต้นทำงาน ถ้าเสร็จสมบูรณ์จะปรากฏ User Login ให้เข้าใช้งาน

3.3 การ Monitor Rocks Cluster

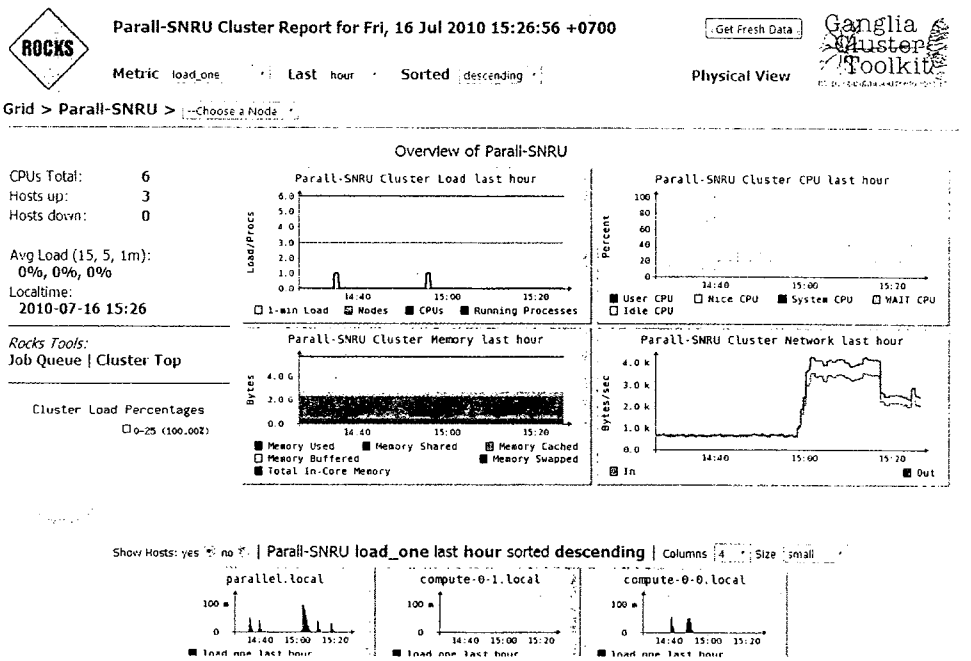
3.3.1 การกำหนดค่าเครื่อง Front-End

การดูแลจัดการระบบ Rocks Cluster สามารถดูสถานะผ่านโปรแกรมที่ใช้ Monitor หลายตัวที่ถูกติดตั้งอยู่บนระบบเรียบร้อยแล้ว โดยสามารถกระทำผ่านเว็บไซต์ได้ จะต้องมีการเซตอัพที่เครื่องแม่ (Front-End Node) โดยการเข้าใช้งานรหัสผู้ใช้งานที่เป็นรูต โดยการป้อนรหัสผู้ใช้ (root) และป้อนรหัสผ่าน (Password) หากมีการแก้ไขไฟล์ iptables ที่อยู่ที่ /etc/sysconfig/ แล้วจะต้องทำการรีสตาร์บริการ (Restart Service) ทุกครั้ง



รูปที่ 3.25 แสดง Website ของระบบ http://parallel.snru.ac.th

กรณีต้องการดูข้อมูลของระบบจากการเข้าที่แท็ป Monitoring เลือก System Information จะปรากฏดังแสดงในรูปที่ 3.26



รูปที่ 3.26 แสดงข้อมูลของระบบ

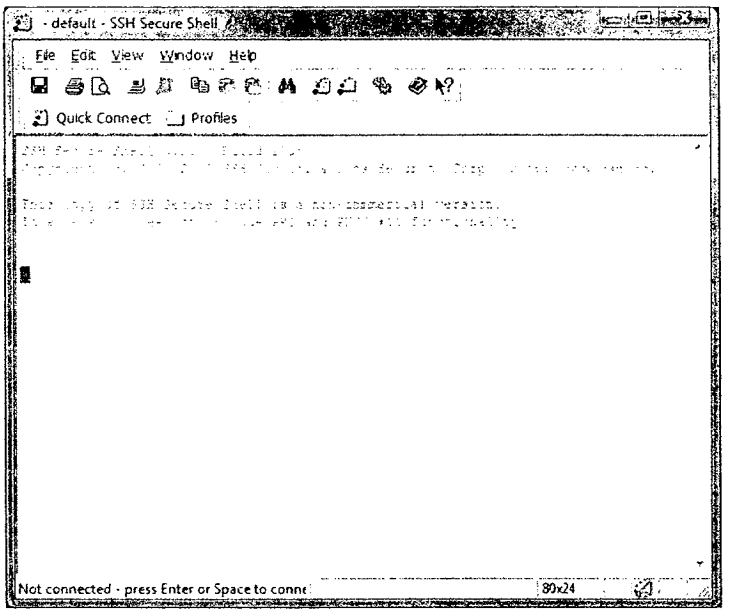
โดยในปัจจุบันระบบการคำนวณแบบขนานของงานวิจัยนี้มีเครื่องคอมพิวเตอร์ทั้งหมด 4 เครื่องโดย 1 เครื่องทำหน้าที่เป็นเครื่องแม่ (Front-end) และอีก 3 เครื่องทำหน้าที่เป็นเครื่องลูก (Computer-node) รวมทั้งสิ้นจะมี 4 เครื่อง (Nodes) 8 หน่วยประมวลผล (CPUs)

3.4 การให้บริการแก่ผู้ใช้งาน

ในภาคการศึกษาที่ 1/2553 และ 1/2554 ได้เปิดบริการให้นักศึกษาที่เรียนวิชาการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis) ใช้บริการด้านการเขียนโปรแกรมสั่งงานระบบแบบขนาน สามารถการเข้าใช้งานระบบได้โดยผ่านเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Personal Computer) ผู้ใช้งานใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีโปรแกรมที่มีสามารถในการจำลองตัวเองเป็นเทอร์มินอล (Terminal) ต้องเป็นโปรแกรมที่มีระบบป้องกันความปลอดภัย เพื่อเข้าใช้งานระบบ Rocks Clusters ที่ติดตั้งพร้อมให้บริการ ผู้ใช้งานสามารถเข้ามาใช้บริการที่เครื่องที่มีชื่อโดเมน (DNS) parallel.snru.ac.th หรือที่หมายเลขไอพี (IP Address): 202.29.24.55 ใช้โปรแกรมต่างๆ ดังต่อไปนี้

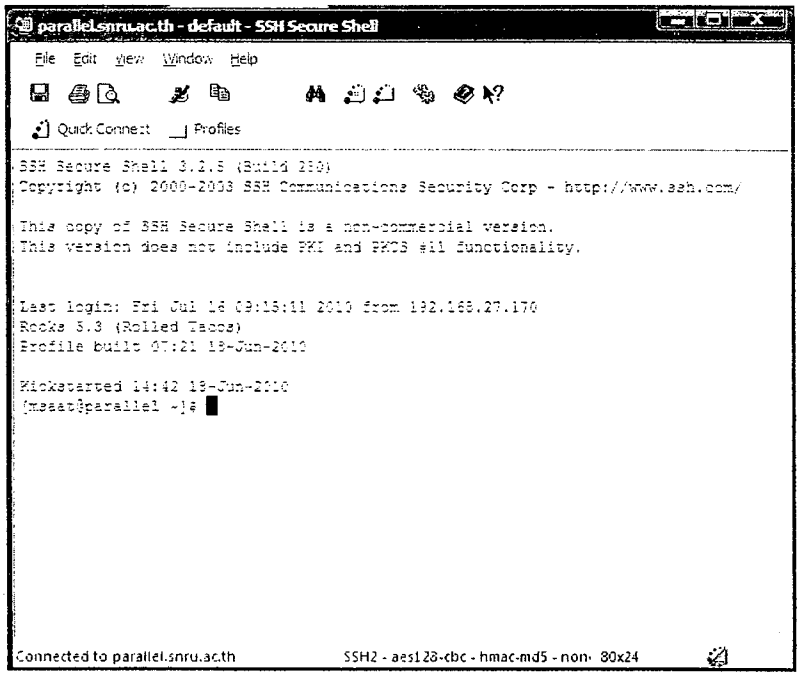
3.4.1 การใช้โปรแกรม SSH

- **ขั้นที่ 1** เครื่องคอมพิวเตอร์ต้องได้รับการติดตั้ง SSH (Secure Shell Client) เป็นที่เรียบร้อยแล้ว จะปรากฏไอคอนที่หน้า Desktop
- **ขั้นที่ 2** ทำการดับเบิ้ลคลิกที่ไอคอน SSH Secure Shell Client ที่อยู่บนหน้าต่าง Desktop จะปรากฏหน้าต่างของ – default – SSH Secure Shell ดังรูปที่ 3.27



รูปที่ 3.27 แสดงการเข้าใช้ SSH (Secure Shell)

- **ขั้นที่ 3** เลือกเมนูไฟล์ (File) เลือก Quick Connect หรือกดไอคอน Quick Connect บนตัวทูบาร์ (Tools bar) จะปรากฏหน้าต่าง Connect to Remote Host จากนั้นป้อนข้อมูลในช่อง Host Name เป็น parallel.snru.ac.th และป้อน User Name ที่เป็น User Account ที่ได้รับจากผู้ดูแลระบบ คลิกปุ่ม Connect
- **ขั้นที่ 4** การป้อน Password จากการคลิกปุ่ม Connect จะปรากฏหน้าต่าง Enter Password เพื่อสอบถามรหัสผ่าน (Password) ให้ป้อนรหัสผ่านตามที่ตั้งค่าไว้ จากนั้นคลิกปุ่ม OK
- **ขั้นที่ 5** การเชื่อมต่อเข้าระบบ ถ้าหากป้อนข้อมูล User Account และ Password ถูกต้องก็จะสามารถเข้าระบบให้ดังปรากฏหน้าต่าง parallel.snru.ac.th – default – SSH Secure Shell ดังรูปที่ 3.28

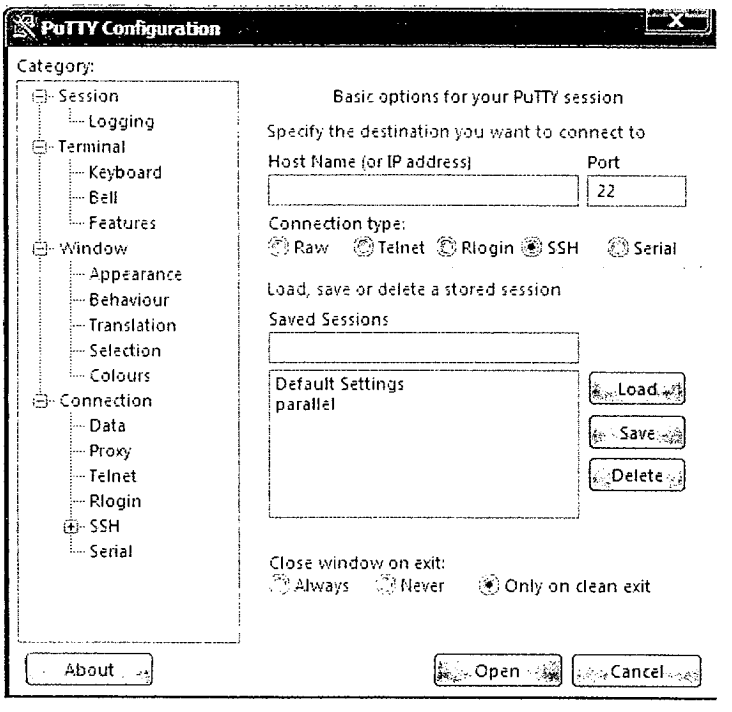


รูปที่ 3.28 แสดงการเชื่อมต่อเข้าระบบ

- **ขั้นที่** 6 ระบบจะแสดงข้อมูลของระบบให้ผู้ใช้งานรับทราบ พร้อมทั้งปรากฏพรอมต์ที่รองรับการใช้งานรองรับการใช้คำสั่งของผู้ใช้งาน

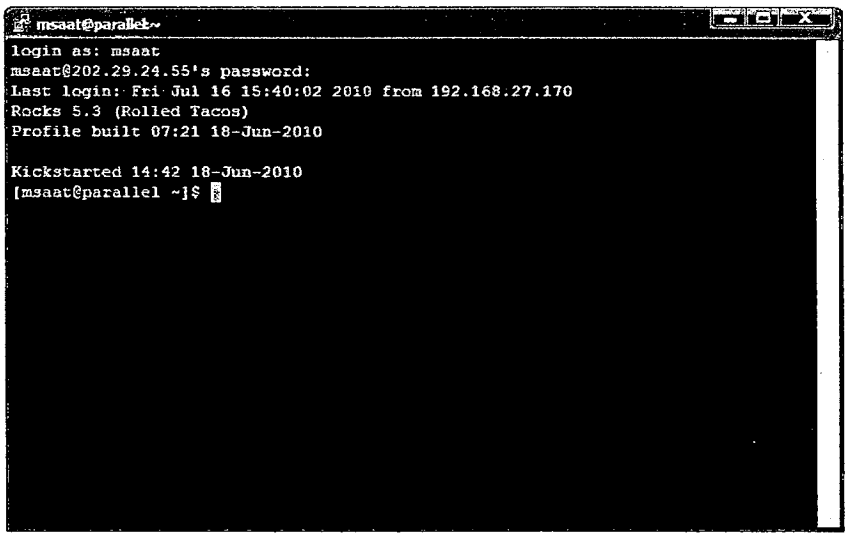
3.4.2 การใช้โปรแกรม PuTTY

- **ขั้นที่ 1** เครื่องคอมพิวเตอร์ต้องได้รับการติดตั้ง PuTTY เรียบร้อยแล้วปรากฏไอคอนที่หน้า Desktop
- **ขั้นที่ 2** จากนั้น ทำการดับเบิ้ลคลิกที่ไอคอน PuTTY จะปรากฏหน้าต่างดังรูปที่ 3.29



รูปที่ 3.29 แสดงการเข้าใช้ PuTTY

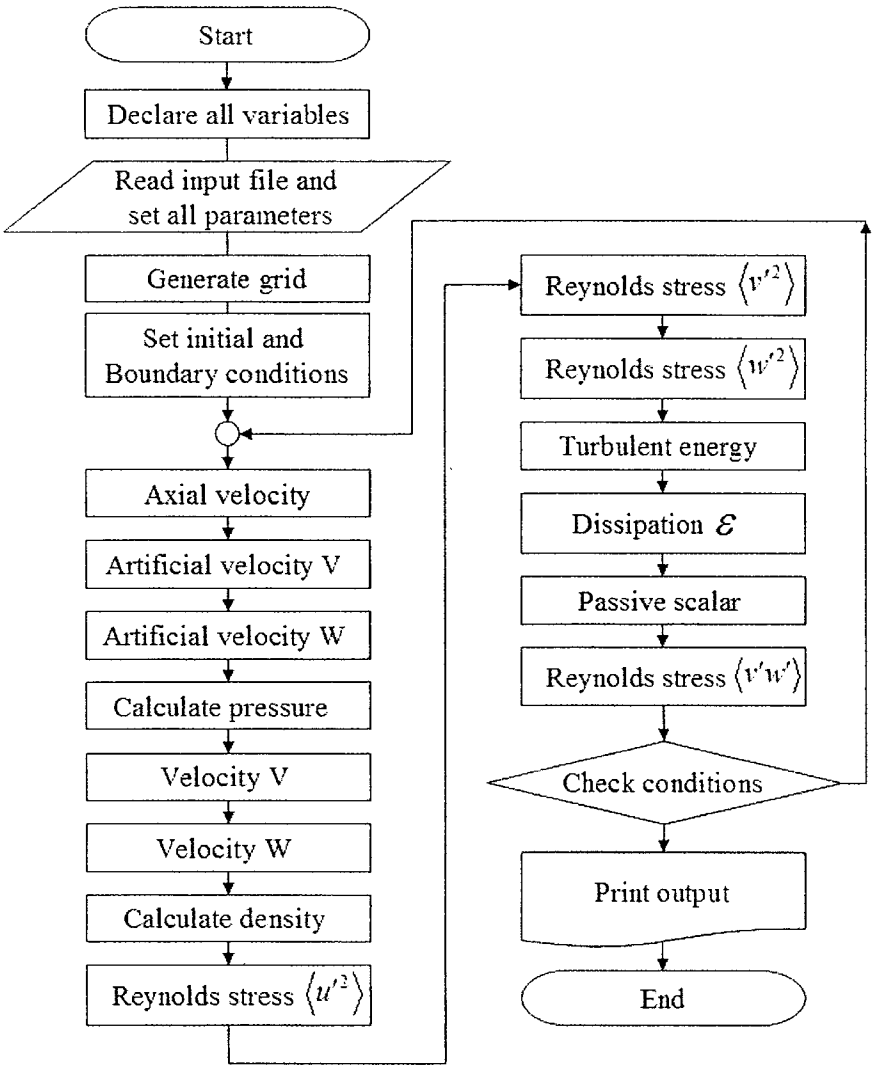
- **ขั้นที่ 3** จากนั้นป้อนข้อมูลในช่อง Host Name (or IP address) เป็น parallel.snru.ac.th หรือ 202.29.24.55 พิมพ์ Port ที่ต้องการเชื่อมต่อกับเครื่องให้บริการและเลือก Connection type เป็น SSH
- **ขั้นที่ 3** จากนั้นป้อน User Name ที่เป็น User Account ที่ได้รับจากผู้ดูแลระบบ เคาะปุ่ม Enter จะปรากฏข้อความเพื่อสอบถาม password ถ้า password ถูกต้องก็จะเข้าใช้งานระบบได้ ดังปรากฏในหน้าต่าง รูปที่ 3.30 ผู้ใช้งานสามารถใช้ระบบได้



รูปที่ 3.30 แสดงการเชื่อมต่อระบบด้วยโปรแกรม PuTTY

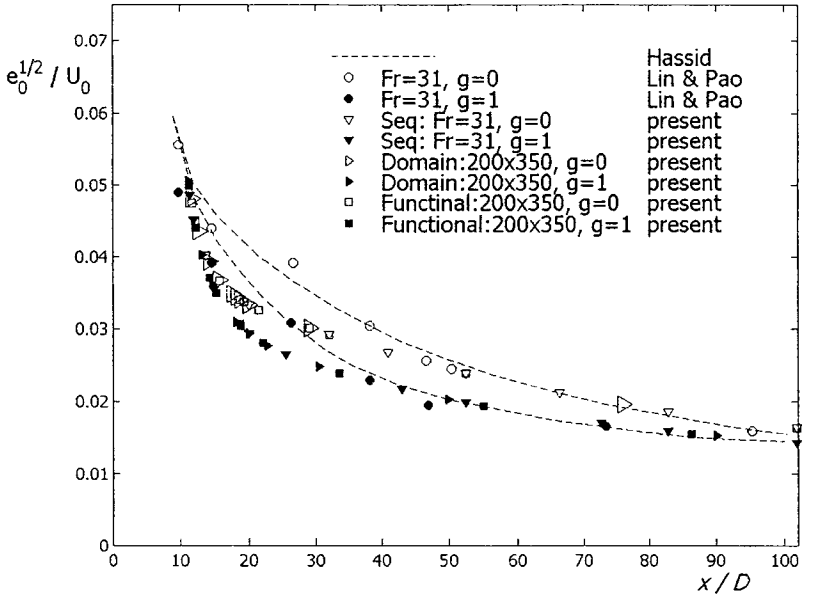
3.5 การทดสอบระบบ

ในการทดสอบระบบการคำนวณแบบขนานที่ได้ติดตั้งไปแล้ว ผู้วิจัยได้ทดสอบการประมวลผลด้วยการคำนวณทางคณิตศาสตร์ กรณีของพลศาสตร์ของร่องรอยการไหลแบบปั่นป่วนในของไหลที่เป็นชั้นๆ (TURBULENT WAKE DYNAMICS IN LINEAR STRATIFIED FLUID) ซึ่งเป็นงานวิจัยเดิมของผู้วิจัยเพื่อที่จะใช้ในการทดสอบระบบของงานวิจัยนี้ว่าการประมวลผลมีความถูกต้องหรือไม่ การส่งข้อมูลระหว่างเครื่องแม่และเครื่องลูก รวมถึงความเสถียรภาพของระบบ โดยในงานวิจัยที่กล่าวถึงข้างต้นได้พัฒนาขั้นตอนวิธีเชิงขนานสำหรับการจำลองเชิงตัวเลขของพลศาสตร์ของร่องรอยการไหลแบบปั่นป่วนในของไหลที่เป็นชั้นๆ เพื่ออธิบายพลศาสตร์ของร่องรอยการไหลแบบปั่นป่วนที่ห่างจากด้านหลังของวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยแรงภายนอกและวัตถุที่เคลื่อนที่ได้เองในของไหลที่เป็นชั้นๆ โดยใช้แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน แบบจำลองที่ซับซ้อนส่วนมาก ประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับการถ่ายเทของความเค้นเรย์โนลด์ ซึ่งเป็นระบบสมการที่มีหลายตัวแปรหลายสมการดังแสดงในภาคภนวก การหาผลเฉลยมีความยุ่งยากและซับซ้อน โดยจะหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์ของการถ่ายเทหาด้วยวิธีขั้นเศษส่วน พร้อมกับเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้กับข้อมูลที่ได้จากการทดลองและเปรียบเทียบความเร็วของการคำนวณเชิงขนานกับผลการวิเคราะห์เชิงทฤษฎี โดยได้ทำการวิเคราะห์ความเร็วที่ขึ้นกับเวลาลาเทนซีและแบนด์วิดธ์



รูปที่ 3.31 แสดงขั้นตอนการคำนวณของพลศาสตร์ของร่องรอยการไหลแบบปั่นป่วนในของไหลที่เป็นชั้นๆ

ระบบคำนวณแบบขนานของงานวิจัยนี้ได้ถูกใช้เป็นเครื่องมือเพื่อประมวลผลของการจำลองเชิงตัวเลขของพลศาสตร์ของร่องรอยการไหลแบบปั่นป่วนในของไหลที่เป็นชั้นๆและได้เปรียบเทียบผลที่ได้ดังแสดงในกราฟด้านล่างนี้ ซึ่งได้แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพในการคำนวณและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับการทดลองเชิงตัวเลขอื่น ๆ ได้



รูปที่ 3.32 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของ turbulent energy $e_0(x)$ กับผลที่ได้จาก ของ Lin and Pao และ Hassid

ในด้านการถ่ายทอดสู่การเรียนการสอน ระบบการคำนวณแบบขนานนี้ได้นำไปใช้ในการเรียนการสอนวิชาการวิเคราะห์เชิงตัวเลขแก่นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์และสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร นอกจากนี้แล้วยังได้ใช้ในการประมวลผลการคำนวณของงานวิจัยของคณาจารย์ในสาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติซึ่งรายละเอียดอยู่ในบทที่ 4