

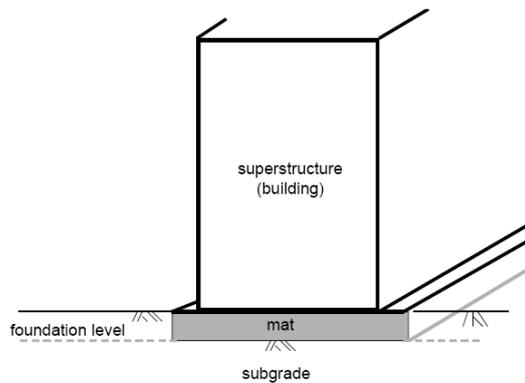
ภาคผนวก ข

การวิเคราะห์การทรุดตัวของบริเวณเชิงลาดสะพาน  
โดยใช้หลักการ Beam on Elastic Material

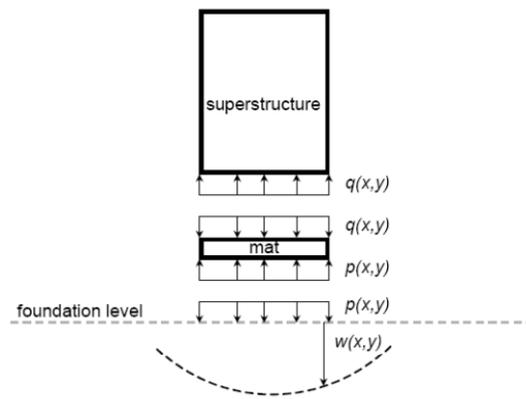
## 1. แนวทางการวิเคราะห์ระบบดินกับโครงสร้าง

การวิเคราะห์แก้ปัญหาโครงสร้างทั้งระบบของอาคารเป็นเรื่องที่ยุ่งยากซับซ้อน ดังแสดงในภาพผนวกที่ ข1(ก) จึงเกิดแนวความคิดแยกส่วนวิเคราะห์โครงสร้างโดยแยกองค์ประกอบหลักออกเป็นสามส่วน คือ โครงสร้างอาคาร(Superstructure/Building), โครงสร้างฐานรากรองรับอาคาร(Foundation/Mat) และมวลดินใต้ฐานรากอาคาร(Subgrade/Soil layers) ดังภาพผนวกที่ ข1(ข) ซึ่งการวิเคราะห์โครงสร้างอาคารอยู่ภายใต้สมมติฐานเกิดการทรุดตัวที่เท่ากันของเสารองรับอาคาร โครงสร้างฐานรากรับถ่ายแรงกระทำจากการวิเคราะห์โครงสร้างอาคาร  $q(x,y)$  และใต้ฐานรากมีแรงดันของชั้นดิน  $p(x,y)$  กระจายตลอดฐานราก ส่วนสุดท้ายของการวิเคราะห์คือการวิเคราะห์การทรุดตัวของมวลดินใต้ฐานรากจากแรงดันของชั้นดิน  $p(x,y)$  (Horvath, 2002)

ปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในการแยกส่วนวิเคราะห์มีสองส่วน ส่วนแรกคือปฏิสัมพันธ์โครงสร้างอาคารกับฐานรากโดยมีแรง  $q(x,y)$  เป็นแรงกระทำระหว่างโครงสร้าง (สมมติการทรุดตัวเกิดขึ้นเท่ากัน) ส่วนที่สองคือปฏิสัมพันธ์ฐานรากกับดิน โดยมีแรงดันของชั้นดินใต้ฐานราก  $p(x,y)$  กับการทรุดตัวของชั้นดิน  $w(x,y)$  Winkler (1867) เสนอค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดิน  $k(x,y)$  เป็นสัดส่วนเชิงเส้นของ  $p(x,y)/w(x,y)$  ณ จุดๆ หนึ่ง มีหน่วยเป็นแรงต่อพื้นที่ต่อระยะการทรุดตัว ซึ่งเป็นการแทนพฤติกรรมด้วยแบบจำลองสปริงเชิงเส้นดังภาพผนวกที่ ข2

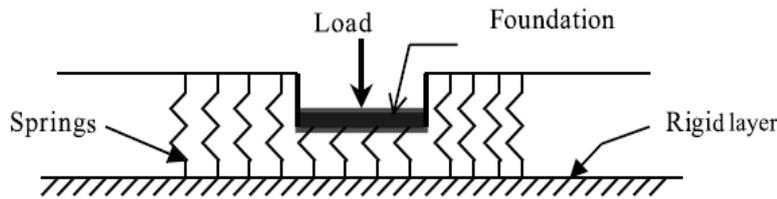


(ก) องค์ประกอบของโครงสร้างอาคาร



(ข) การแยกองค์ประกอบเพื่อการวิเคราะห์

ภาพผนวกที่ ข1 องค์ประกอบของการวิเคราะห์โครงสร้างทั้งระบบของอาคาร (Horvath, 2002)



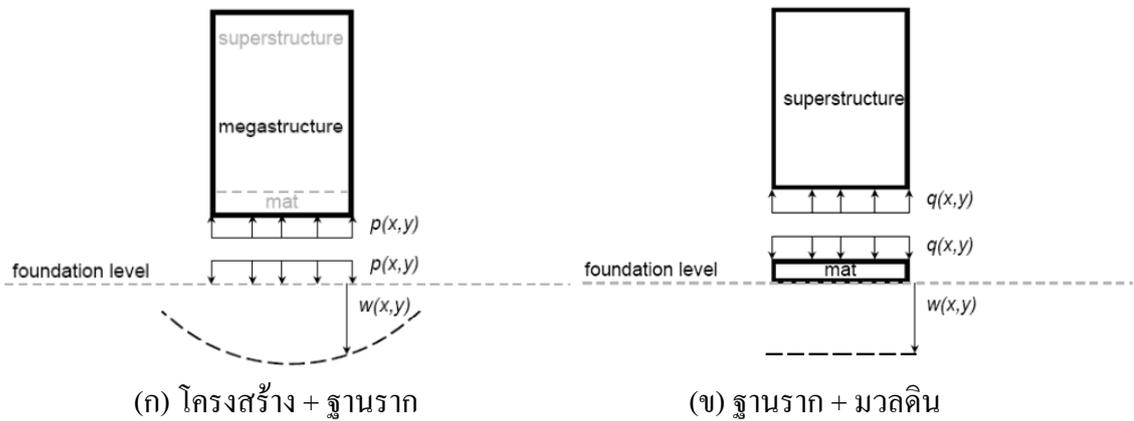
ภาพผนวกที่ ข2 ฐานรากตามแบบจำลอง Winkler

ปัจจุบันได้มีการนำคอมพิวเตอร์มาช่วยคำนวณแก้ปัญหาที่ละเอียดและซับซ้อน แต่การวิเคราะห์แก้ปัญหาโครงสร้างทั้งระบบของอาคารก็ยังคงไม่เป็นที่นิยมเพราะต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูง ต้องการซอฟต์แวร์เฉพาะทางที่มีการจัดการที่ดี และการวิเคราะห์ทั้งระบบยังใช้เวลานาน ดังนั้นการแยกส่วนวิเคราะห์ยังคงเป็นที่นิยมในปัจจุบันแต่มีการจัดการรูปแบบการวิเคราะห์โดยการรวมองค์ประกอบบางส่วนเข้าด้วยกันดังนี้

รวมระบบโครงสร้างอาคารและฐานรากเข้าด้วยกัน เป็นระบบโครงสร้างเดี่ยว (Single Structural System/ Megastructure) ดังภาพผนวกที่ ข3(ก) เพื่อลดปฏิสัมพันธ์ที่ต้องพิจารณาเหลือเพียงหนึ่งตัว คือปฏิสัมพันธ์ของดินกับโครงสร้าง โดยมีค่าแรงต้านของชั้นดิน  $p(x,y)$  กระทำให้ฐานราก ชั้นดินใต้ฐานรากอาจเกิดการทรุดตัวไม่เท่ากันได้ ดังนั้นการวิเคราะห์จึงนิยมใช้โปรแกรมทางด้านวิศวกรรมโครงสร้างเป็นหลัก และจำลองฐานรองรับโครงสร้างให้มีพฤติกรรมทรุดตัวสอดคล้องกับค่าแรงต้านของชั้นดิน  $p(x,y)$  กระทำให้ฐานราก อาทิเช่น สปริง

รวมระบบโครงสร้างฐานรากและมวลดินใต้ฐานรากอาคารเข้าด้วยกัน และวิเคราะห์โครงสร้างอาคารภายใต้สมมติฐานให้เกิดการทรุดตัวที่เท่ากันของเสารองรับอาคาร เพื่อหาแรงปฏิสัมพันธ์ต่อฐานราก  $q(x,y)$  โดยใช้โปรแกรมทางด้านวิศวกรรมโครงสร้างวิเคราะห์ ดังภาพผนวกที่ ข3(ข) สำหรับส่วนการวิเคราะห์รวมโครงสร้างฐานรากเข้ากับมวลดิน ใช้หลักการ Beam หรือ Plate หรือ Beam-Column on Elastic Material โดยใช้ Differential Equation แสดงถึงพฤติกรรมของคาน แผ่นพื้นบาง หรือคาน-เสาที่วางบนฐานรองรับแบบยึดหยุ่น ดังแสดงในสมการผนวกที่ ข1 ถึง ข3 ซึ่งสมการดังกล่าวเป็นปฏิสัมพันธ์ของดินกับโครงสร้าง โดยมีค่าแรงต้านของชั้นดิน  $p(x,y)$  ในเทอมของสมการ ในทางปฏิบัติวิศวกรส่วนหนึ่งนิยมออกแบบให้ฐานรากแข็งแรงเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาการทรุดตัวไม่เท่ากันของฐานราก และให้สอดคล้องกับสมมติฐานในส่วนวิเคราะห์โครงสร้างอาคาร

โครงการปรับปรุงการออกแบบและมาตรฐานโครงสร้างปรับการทรุดตัวบริเวณคอสะพาน (โครงการวิจัยต่อเนื่อง)



ภาพผนวกที่ ข3 การวิเคราะห์โดยรวมระบบโครงสร้างบางส่วน (Horvath, 2002)

คาน: 
$$q(x) = EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + p(x) \tag{ข1}$$

แผ่นพื้นบาง: 
$$q(x,y) = D \nabla^4 w(x,y) + p(x,y) \tag{ข2}$$

คาน-เสา: 
$$q(x) = EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} - T \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + p(x) \tag{ข3}$$

โดย  $w(x), w(x,y)$  = ค่าการแอ่นตัวของฐานราก

$q(x), q(x,y)$  = น้ำหนักบรรทุกทุกกระทำต่อฐานราก

$p(x), p(x,y)$  = แรงดันของชั้นดิน

$E$  = โมดูลัสยืดหยุ่นของฐานราก

$I$  = โมเมนต์ของความเฉื่อยของฐานราก

$T$  = แรงดึงในฐานรากตามแนวแกนขนานฐานราก

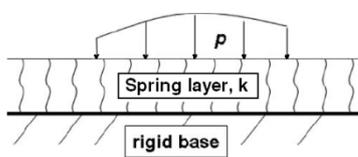
$D$  = ความแข็งเชิงคดของแผ่นพื้นบาง เท่ากับ  $EI/(1-\nu_f^2)$

$\nu_f$  = อัตราส่วนปัวซองของฐานราก

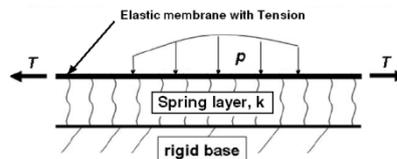
$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$$

## 2. แรงต้านของชั้นดิน (Subgrade Reaction)

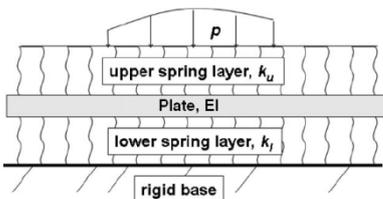
การวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ของดินกับโครงสร้าง จำเป็นต้องเลือกใช้แบบจำลองของดินเชิงกลที่ให้พฤติกรรมการทรุดตัวของดินสอดคล้องกับค่าแรงต้านของชั้นดิน ซึ่งตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันมีนักวิจัยพัฒนาแบบจำลองของดินเชิงกลหลายรูปแบบเพื่อนำมาอธิบายพฤติกรรมแบบต่างๆของดิน ดังเช่น Winkler (1867), Filonenko-Borodich (1940), Hetenyi (1946), Pasternak (1954), Reissner (1958), Kerr (1964), Vlasov & Leont'ev (1966) และ Horvath-Colasanti (2010) แสดงภาพของแบบจำลองของแต่ละนักวิจัยในภาพผนวกที่ ข4 ตามลำดับ



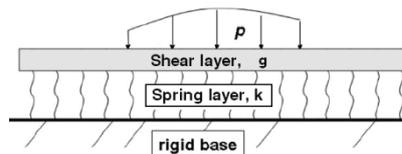
Winkler (1867)



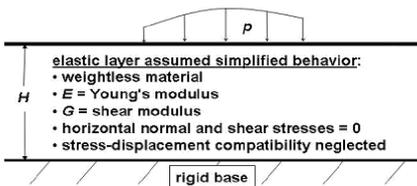
Filonenko-Borodich (1940)



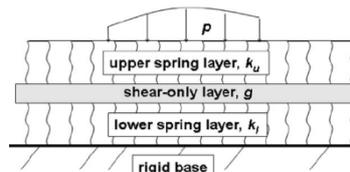
Hetenyi (1946)



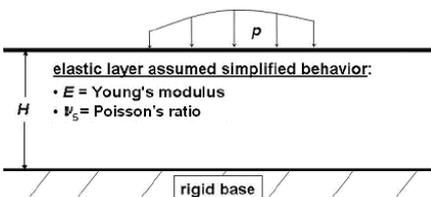
Pasternak (1954)



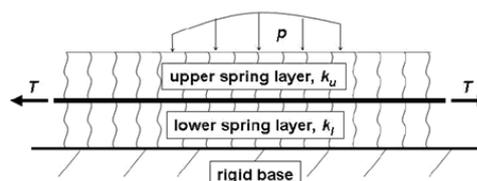
Reissner (1958)



Kerr (1964)



Vlasov & Leont'ev (1966)



Horvath-Colasanti (2010)

ภาพผนวกที่ ข4 แบบจำลองปฏิสัมพันธ์ของดินกับโครงสร้าง

Winkler (1867) นิยามให้แรงต้านทานของชั้นดิน  $p(x,y)$  ตั้งฉากกับฐานรากและเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าการเคลื่อนตัวในแนวตั้ง  $w(x,y)$  หรือนั่นก็คือนิยามของ Linear Springs Model ซึ่งแสดงดังสมการผนวกที่ ข4 โดยที่  $k(x,y)$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดิน (Coefficient of Subgrade Reaction) เป็นค่าคงที่มีหน่วยเป็น แรงต่อพื้นที่ต่อระยะการทรุดตัว และสมมติฐานให้แรงต้านทานของชั้นดินแต่ละจุดเป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นบริเวณที่ไม่มีแรงกระทำก็ไม่มีแรงต้านและไม่มีการทรุดตัว ซึ่งการทรุดตัวของชั้นดินตามแนวราบจะไม่มีมีความต่อเนื่องที่บริเวณปลายขอบของฐานราก

$$p(x,y) = k(x,y) \cdot w(x,y) \tag{ข4}$$

Filonenko-Borodich (1940) พัฒนาแบบจำลองของ Winkler โดยกำหนดด้านบนของสปริงยึดติดกับวัสดุบางยึดหยุ่นรับแรงดึงคงที่  $T$  ในแนวระนาบ โดยแรง  $T$  จะนำไปรวมกับแรงต้านทานในแนวตั้ง เพื่อให้เกิดการถ่ายแรงของสปริงออกไปด้านข้างและทำให้เกิดความต่อเนื่องของการทรุดตัวโดยรอบ ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณดังสมการผนวกที่ ข5

$$p(x,y) = k(x,y) \cdot w(x,y) - T \nabla^2 w(x,y) \tag{ข5}$$

โดย 
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Hetenyi (1946) พัฒนาแบบจำลองของ Winkler ให้เกิดความไม่ต่อเนื่องของชั้นดินโดยสมมติฐานให้ชั้นดินประกอบด้วยสปริงสองชั้นตรงกลางระหว่างชั้นมีชั้นวัสดุแผ่นยึดหยุ่นสามารถต้านทานการคดง ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินด้านบน  $p(x,y)$  คำนวณดังสมการผนวกที่ ข6

$$p(x,y) - \left( \frac{(EI)_p}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) \frac{d^4 p(x,y)}{dx^4} = \left( \frac{k_u(x,y) \cdot k_l(x,y)}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) w(x,y) - \left( \frac{(EI)_p \cdot k_u(x,y)}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) \frac{d^4 w(x,y)}{dx^4} \tag{ข6}$$

โดย  $k_u(x,y), k_l(x,y)$  = ค่าสัมประสิทธิ์การต้านแรงกดของดินชั้นบน, ชั้นล่าง  
 $(EI)_p$  = ผลคูณของโมดูลัสยืดหยุ่นกับโมเมนต์ความเฉื่อยของวัสดุแผ่นยึดหยุ่น

Pasternak (1954) พัฒนาแบบจำลองของ Winkler โดยสมมติฐานให้มีแรงเฉือนเกิดขึ้นระหว่างสปริง โดยด้านบนของสปริงยึดติดกับชั้นวัสดุที่ไม่อัดตัว แต่มีการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือนอย่างเดียว ชั้นวัสดุนี้เรียกว่า Shear Layer ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณดังสมการผนวกที่ ข7 กำหนดให้ค่า  $g$  คือ โมดูลัสแรงเฉือนของ Shear Layer

$$p(x,y) = k(x,y) \cdot w(x,y) - g \nabla^2 w(x,y) \tag{ข7}$$

Reissner (1958) พิจารณาให้มวลดินเป็นวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้น สมมติให้หน่วยแรงบนระนาบตั้งฉากกับแรงกระทำ เท่ากับศูนย์ ( $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \tau_{xy} = 0$ ) น้ำหนักของมวลดินไม่นำพิจารณา หน่วยแรงในแนวตั้ง ( $\sigma_{zz}$ ) คงที่ตลอดความลึก การเคลื่อนตัวในแนวราบเป็นศูนย์ และใช้หลักการสมดุลของพลังงานภายนอกและภายใน ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณดังสมการผนวกที่ ข8

$$p(x,y) - \left( \frac{GH^2}{12E} \right) \nabla^2 p(x,y) = \left( \frac{E}{H} \right) \cdot w(x,y) - \left( \frac{GH}{3} \right) \nabla^2 w(x,y) \tag{ข8}$$

- โดย
- H = ความลึกชั้นดิน
  - E = โมดูลัสยืดหยุ่นของดิน
  - G = โมดูลัสเฉือนยืดหยุ่นของดิน

Kerr (1964) หรือ Modified Pasternak พัฒนาจากแบบจำลองของ Pasternak (1954) โดยวางชั้นสปริงเพิ่มได้ฐานรากแต่อยู่บนชั้น Shear Layer ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณได้ดังสมการผนวกที่ ข9

$$p(x,y) - \left( \frac{G}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) \nabla^2 p(x,y) = \left( \frac{k_u(x,y) \cdot k_l(x,y)}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) w(x,y) - \left( \frac{G \cdot k_u(x,y)}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) \nabla^2 w(x,y) \tag{ข9}$$

Vlasov & Leont'ev (1966) พิจารณาให้มวลดินเป็นวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้น สมมติฐานการวิเคราะห์แบบระนาบความเครียด การเคลื่อนตัวแนวราบเป็นศูนย์ การทรุดตัวลดลงเชิงเส้นตามความลึก และให้สมมูลของพลังงานภายนอกและภายใน ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณด้วยสมการผนวกที่

**ข10**

$$p(x,y) = k(x,y).w(x,y) - 2t\nabla^2 w(x,y) \tag{ข10}$$

โดย

$$t = E_0 H / [12(1+\nu_0)]$$

$$k(x,y) = E_0 / [H(1-\nu_0^2)]$$

$$E_0 = E / (1-\nu^2)$$

$$\nu_0 = \nu / (1-\nu)$$

$$\nu = \text{อัตราส่วนปัวซองของดิน}$$

Winkler-Type Simplified Continuum พัฒนาโดย Horvath (1983) ซึ่งสมมติฐานมวลดินเป็นชั้นวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นในแบบจำลอง Reissner (1958) หน่วยแรงในแนวตั้ง ( $\sigma_{zz}$ ) คงที่ตลอดความลึกมีค่าเท่ากับ  $-p(x,y)$  และนำความสัมพันธ์ของหน่วยแรงและความเครียด กับ ความเครียดและการเคลื่อนตัวในการแก้ปัญหา ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณใช้สมการเดิมคือ สมการผนวกที่ **ข4** สำหรับ  $k(x,y)$  มีค่าเท่ากับ  $E/H$

Pasternak -Type Simplified Continuum พัฒนาโดย Horvath (1983) ซึ่งสมมติฐานมวลดินเป็นชั้นวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นในแบบจำลอง Reissner (1958) แบบเดียวกับการวิเคราะห์ของ Winkler-Type Simplified Continuum ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณใช้สมการเดิมคือ สมการผนวกที่ **ข7** สำหรับ  $k(x,y)$  มีค่าเท่ากับ  $E/H$  และ  $g$  มีค่าเท่ากับ  $GH/2$

Horvath-Colasanti หรือ Modified Kerr พัฒนาแบบจำลองของ Kerr (1964) เนื่องจากชั้น Shear Layer มีความซับซ้อนในการจำลองโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จึงปรับเปลี่ยนชั้น Shear Layer แทนด้วยวัสดุบางยืดหยุ่นของแบบจำลอง Filonenko-Borodich (1940) ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณด้วยสมการผนวกที่ **ข11**

$$p(x,y) - \left( \frac{T}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) \nabla^2 p(x,y) = \left( \frac{k_u(x,y).k_l(x,y)}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) w(x,y) - \left( \frac{T.k_u(x,y)}{k_u(x,y) + k_l(x,y)} \right) \nabla^2 w(x,y) \tag{ข11}$$

Modified Kerr-Reissner ใช้รูปแบบของ Modified Kerr และพิจารณาสมการ Reissner (1958) ซึ่งมีรูปแบบสมการเหมือนกับสมการ Modified Kerr จึงนำมาแก้สมการหาค่าพารามิเตอร์ของ Modified Kerr โดยใช้สมมติฐานมวลดินเป็นชั้นวัสดุยึดหยุ่นเชิงเส้นในแบบจำลอง Reissner ดังนั้นแรงต้านทานของชั้นดินคำนวณดังสมการผนวกที่ ข11 สำหรับค่าพารามิเตอร์สำหรับกรณีผิวสัมผัสของโครงสร้างฐานรากกับดินราบเรียบและหยาบ สามารถคำนวณได้ดังสมการผนวกที่ ข12 ถึง ข14 และสมการผนวกที่ ข15 ถึง ข17 ตามลำดับ กำหนดให้  $t_f$  คือ ความหนาของฐานราก

สำหรับกรณีผิวสัมผัสของโครงสร้างฐานรากกับดินราบเรียบ

$$k_u(x,y) = 4E / H \tag{ข12}$$

$$k_l(x,y) = 4E / 3H \tag{ข13}$$

$$T = 4GH / 9 \tag{ข14}$$

สำหรับกรณีผิวสัมผัสของโครงสร้างฐานรากกับดินหยาบ

$$k_u(x,y) = \frac{E}{H} \left( \frac{4H - 3t_f}{H} \right) \tag{ข15}$$

$$k_l(x,y) = \frac{E}{3H} \left( \frac{4H - 3t_f}{H - t_f} \right) \tag{ข16}$$

$$T = \frac{GH}{12} \left[ \left( \frac{4H - 3t_f}{H} \right) + \left( \frac{4H - 3t_f}{H - t_f} \right) \right] \tag{ข17}$$

แบบจำลองที่กล่าวมาข้างต้นทำการแบ่งกลุ่มตามแบบจำลองพฤติกรรมของดินแทนด้วยคุณสมบัติเชิงกล, ชั้นวัสดุยึดหยุ่น และผสมผสานทั้งสองคุณสมบัติ แสดงในตารางผนวกที่ ข1 พร้อมกับค่าคิกรีของสมการอนุพันธ์ของแรงต้านชั้นดินและการทรุดตัว

โครงการปรับปรุงการออกแบบและมาตรฐานโครงสร้างรับการจรดตัวบริเวณคอสะพาน (โครงการวิจัยต่อเนื่อง)

ตารางผนวกที่ ข1 จำแนกกลุ่มตามแบบจำลองของดินที่แทนด้วยคุณสมบัติเชิงกล ชั้นวัสดุยึดหยุ่น และผสมผสานทั้งสอง (Horvath, 2002)

Subgrade model			Derivative order of					
			p(x,y)			w(x,y)		
Mechanical	Simplified elastic continuum	Hybrid	0	2	4	0	2	4
Winkler	Winkler-type simplified continuum	-	X			X		
Hetényi	-	-	X		X	X		X
Filonenko-Borodich Pasternak	Pasternak-type simplified continuum Vlasov and Leont'ev	-	X			X	X	
Modified Pasternak/Kerr Modified Kerr/Horvath-Colasanti	Reissner	Modified Kerr-Reissner	X	X		X	X	

### 3. แบบจำลองเชิงกลเบื้องต้น

พฤติกรรมของดินมีความซับซ้อนขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายอย่าง อาทิ การกำเนิดของดิน อายุของดิน แร่ธาตุในมวลดิน ฯลฯ ทำให้แบบจำลองในตารางผนวกที่ ข1 ไม่สามารถบ่งบอกพฤติกรรมได้ทั้งหมด และในส่วนของเวลาก็กังเป็นปัญหาที่ไม่สามารถพิจารณาาร่วมกันได้ แต่ในที่นี้จะศึกษาเฉพาะแบบจำลองคุณสมบัติเชิงกล เนื่องจากเป็นแบบจำลองที่แสดงถึงแรงและการเคลื่อนตัวได้เข้าใจง่าย และเป็นพื้นฐานของแบบจำลองทั้งหมด ซึ่งแบบจำลองย่อยภายในอาจพิจารณาให้มีความสัมพันธ์หรือไม่สัมพันธ์กับเวลาก็ได้

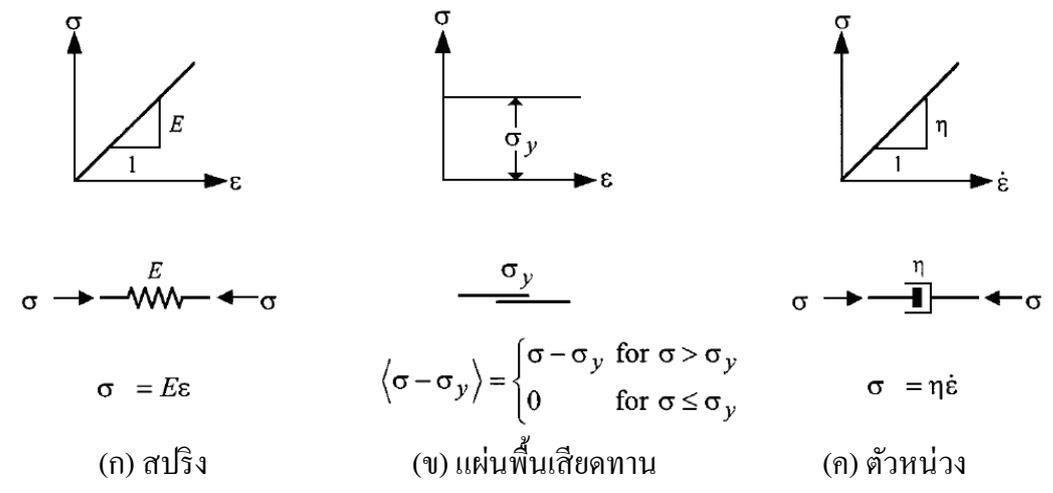
แบบจำลองเชิงกลเบื้องต้นใช้อธิบายพฤติกรรมหน่วยแรงและความเครียดของวัสดุ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 แบบจำลอง คือ สปริง แผ่นพื้นเสียดทาน และตัวหน่วง โดยมีลักษณะของแบบจำลองและพฤติกรรมแสดงดังภาพผนวกที่ ข5 ตามลำดับ

#### 3.1 แบบจำลองสปริงเชิงเส้น (Spring or Hookean Model)

แบบจำลองที่เป็นตัวแทนพฤติกรรมของวัสดุที่มีคุณสมบัติยืดหยุ่น เมื่อมีหน่วยแรงกระทำวัสดุจะยืดหรือหดตัวตามทิศทางของหน่วยแรงกระทำ ดังนั้นความเครียดแปรผันตรงกับหน่วยแรงกระทำ ดังสมการผนวกที่ ข18

$$\sigma = E \cdot \epsilon \tag{ข18}$$

โดย  $\sigma$  คือ หน่วยแรงที่กระทำต่อวัสดุ  
 $\epsilon$  คือ ความเครียดของวัสดุ  
 $E$  คือ โมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ



ภาพผนวกที่ ข5 สามแบบจำลองเบื้องต้น (Liingard et al., 2004)

### 3.2 แบบจำลองแผ่นพื้นเสียดทาน (Friction Slider or Saint-Venant Model)

แบบจำลองที่เป็นตัวแทนพฤติกรรมของวัสดุที่มีคุณสมบัติพลาสติก ดังนั้นความเครียดมีค่าเป็นศูนย์เมื่อหน่วยแรงกระทำน้อยกว่าหน่วยแรง ณ จุดคราก แต่ถ้าหน่วยแรงกระทำเกินจุดครากจะทำให้เกิดความเครียดเป็นอนันต์ดังสมการผนวกที่ ข19 และ ข20

$$\varepsilon = 0 \quad , \quad \sigma \leq \sigma_y \quad (\text{ข19})$$

$$\varepsilon = \infty \quad , \quad \sigma > \sigma_y \quad (\text{ข20})$$

โดย  $\sigma_y$  คือ หน่วยแรงของวัสดุ ณ จุดคราก

### 3.3 แบบจำลองตัวหน่วง (Dashpot or Newtonian Model)

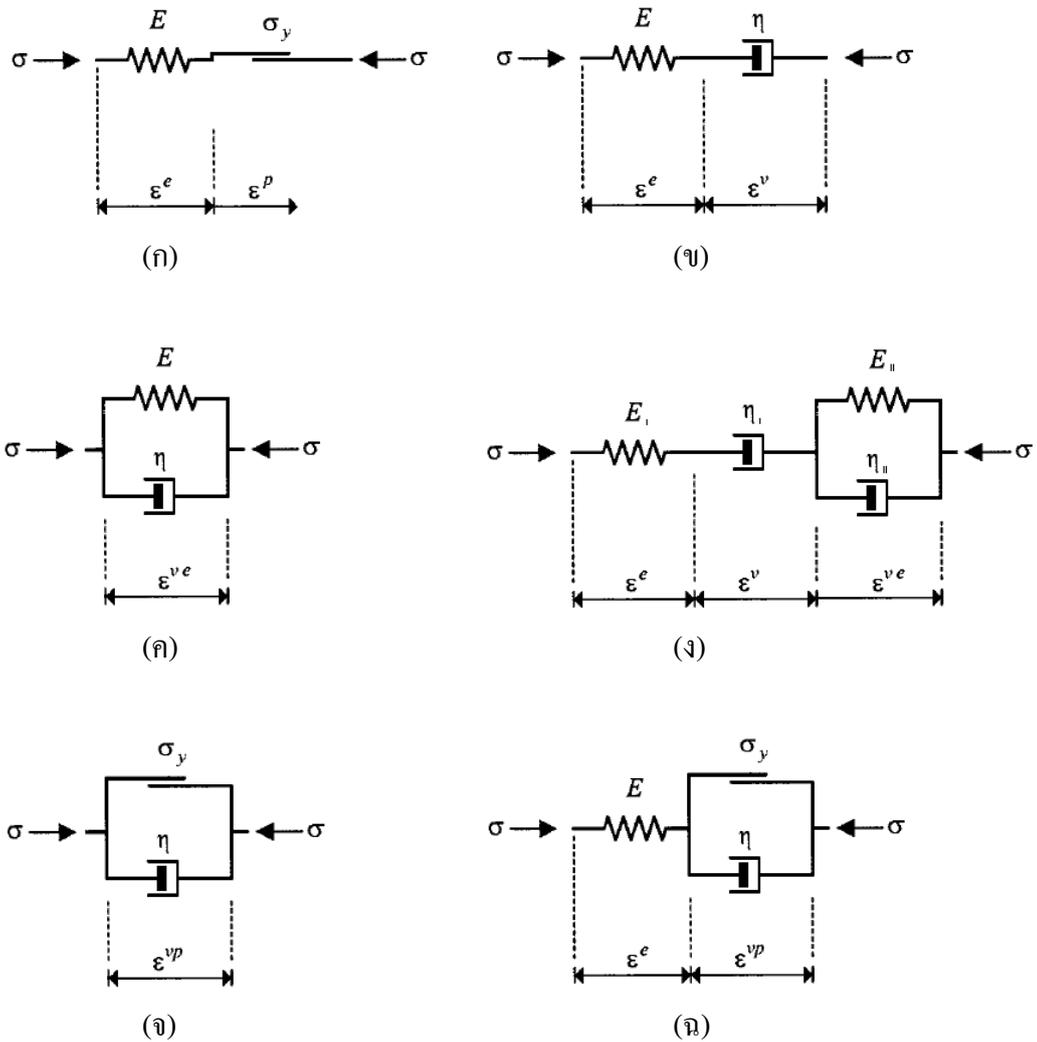
แบบจำลองที่เป็นตัวแทนพฤติกรรมของวัสดุที่มีคุณสมบัติความหนืด โดยการสูญเสียพลังงานซึ่งขึ้นกับเวลา ดังนั้นอัตราความเครียดต่อเวลาแปรผันกับหน่วยแรงกระทำ ดังสมการผนวกที่ ข21

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon} \quad (\text{ข21})$$

โดย  $\dot{\varepsilon}$  คือ อัตราความเครียดของวัสดุต่อเวลา,  $d\varepsilon/dt$

$\eta$  คือ ความหนืดของวัสดุ

พฤติกรรมหน่วยแรงและความเครียดของดิน ไม่สามารถอธิบายด้วยแบบจำลองเชิงกลเบื้องต้นเพียงตัวเดียวแปร การรวมแบบจำลองเชิงกลเบื้องต้นจึงเป็นสิ่งที่นำมาอธิบายพฤติกรรมของดินได้แม่นยำมากขึ้น ดังแสดงในภาพผนวกที่ ข6



ภาพผนวกที่ ข6 แบบจำลองเชิงกลทั่วไปของวัสดุ Elasto-Plastic (ก) Prandtl Model, Visco-Elastic (ข) Maxwell Model, (ค) Kelvin – Voigt Model, (ง) Burgers Model, Visco-Plastic (ฉ) Bingham Model 2 ตัวแปร และ Elasto-Visco-Plastic (ฉ) Bingham Model 3 ตัวแปร

Prandtl Model เป็นแบบจำลองที่ใช้สปริงกับแผ่นพื้นเสียดทาน ต่อกันแบบอนุกรม ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมของดินแบบอีลาสโตพลาสติก-พลาสติกสมบูรณ์แบบ ดังภาพผนวกที่ ข6(ก) ความสัมพันธ์ของหน่วยแรงและความเครียดเขียนได้ดังสมการผนวกที่ ข22 และ ข23

$$\epsilon_{\text{Spring}} = \sigma/E, \quad \sigma \leq \sigma_y \tag{ข22}$$

$$\epsilon = \sigma_y/E + \epsilon_{\text{Slider}}, \quad \sigma > \sigma_y \tag{ข23}$$

Maxwell Model เป็นแบบจำลองที่ใช้สปริงกับตัวหน่วงต่อกันแบบอนุกรม ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมของดินแบบวิสโคอิลาสติก เมื่อเวลาผ่านไปในสถานะที่มีความเครียดคงที่ แต่หน่วยแรงภายในลดลง (Relaxation Time) ดังภาพผนวกที่ ข6(ข) ความสัมพันธ์ของหน่วยแรง ความเครียด และเวลา เขียนได้ดังสมการผนวกที่ ข24 ถึง ข27

$$\sigma = \sigma_{\text{Spring}} = \sigma_{\text{Dashpot}} \quad (\text{ข24})$$

$$\epsilon = \epsilon_{\text{Spring}} + \epsilon_{\text{Dashpot}} \quad (\text{ข25})$$

$$\epsilon = \sigma_0/E + \sigma_0 t/\eta \quad , \sigma_0 = \text{const} \quad (\text{ข26})$$

$$\sigma = (E \epsilon_0) \exp(-E t/\eta) \quad , \epsilon_0 = \text{const} \quad (\text{ข27})$$

Kelvin – Voigt Model เป็นแบบจำลองที่ใช้สปริงกับตัวหน่วงต่อกันแบบขนาน ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมของดินแบบวิสโคอิลาสติก เมื่อเวลาผ่านไปในสถานะที่มีหน่วยแรงคงที่กระทำ แต่ความเครียดของวัสดุเพิ่มมากขึ้น (Creep) ดังภาพผนวกที่ ข6(ค) ความสัมพันธ์ของหน่วยแรง ความเครียด และเวลา เขียนได้ดังสมการผนวกที่ ข28 ถึง ข30

$$\sigma = \sigma_{\text{Spring}} + \sigma_{\text{Dashpot}} \quad (\text{ข28})$$

$$\epsilon_{\text{Spring}} = \epsilon_{\text{Dashpot}} \quad (\text{ข29})$$

$$\epsilon = (\sigma_0/E) [ 1 - \exp(-E t/\eta) ] \quad , \sigma_0 = \text{const} \quad (\text{ข30})$$

Burgers Model เป็นแบบจำลองที่รวมคุณสมบัติแบบจำลองของ Maxwell กับ Kelvin เข้าด้วยกันโดยการต่อแบบอนุกรม เพื่ออธิบายพฤติกรรมของดินแบบวิสโคอิลาสติกที่ซับซ้อน ดังภาพผนวกที่ ข6(ง) ความสัมพันธ์ของหน่วยแรง ความเครียด และเวลา เขียนดังสมการผนวกที่ ข31 ถึง ข33

$$\sigma = \sigma_{\text{Spring1}} = \sigma_{\text{Dashpot1}} = \sigma_{\text{Spring2}} + \sigma_{\text{Dashpot2}} \quad (\text{ข31})$$

$$\epsilon = (\epsilon_{\text{Spring1}} + \epsilon_{\text{Dashpot1}}) + (\epsilon_{\text{Spring2}} \text{ or } \epsilon_{\text{Dashpot2}}) \quad (\text{ข32})$$

$$\epsilon = (\sigma_0/E_1) + (\sigma_0/E_2) [ 1 - \exp(-E_2 t/\eta_2) ] + (\sigma_0 t/\eta_1) \quad , \sigma_0 = \text{const} \quad (\text{ข33})$$

Bingham Model 2 ตัวแปร เป็นแบบจำลองที่ใช้แผ่นพื้นเสียดทานกับตัวหน่วงต่อกันแบบขนาน ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมของดินแบบวิสโคพลาสติก เมื่อหน่วยแรงกระทำน้อยกว่าหน่วยแรงคราก ความเครียดมีค่าเป็นศูนย์ แต่ถ้าหน่วยแรงกระทำเกินจะเกิดความเครียดต่อเวลา ดังภาพผนวกที่ ข6(จ) ความสัมพันธ์ของหน่วยแรง ความเครียด และเวลา เขียนได้ดังสมการผนวกที่ ข34 ถึง ข36

$$\sigma = \sigma_{\text{Dashpot}} + \sigma_{\text{Slider}} \tag{ข34}$$

$$\epsilon = \epsilon_{\text{Dashpot}} \tag{ข35}$$

$$\epsilon = (\sigma_0 - \sigma_y) t / \eta \quad , \quad \sigma_0 = \text{const} \tag{ข36}$$

Bingham Model 3 ตัวแปร เป็นแบบจำลอง Bingham Model 2 ตัวแปร มาต่ออนุกรมกับสปริง ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมของดินแบบอีลาสโตวิสโคพลาสติก เมื่อหน่วยแรงกระทำน้อยกว่าหน่วยแรงครากมีพฤติกรรมแบบอีลาสติก แต่ถ้าหน่วยแรงกระทำเกินจะสามารถอธิบายพฤติกรรมของดินแบบ Maxwell Model ดังภาพผนวกที่ ข6(ฉ) ความสัมพันธ์ของหน่วยแรง ความเครียด และเวลา เขียนได้ดังสมการผนวกที่ ข37 ถึง ข39

$$\sigma = \sigma_{\text{Spring}} = \sigma_{\text{Dashpot}} + \sigma_{\text{Slider}} \tag{ข37}$$

$$\epsilon = \epsilon_{\text{Spring}} + (\epsilon_{\text{Dashpot}} \text{ or } \epsilon_{\text{Slider}}) \tag{ข38}$$

$$\epsilon = (\sigma_0 / E) + (\sigma_0 - \sigma_y) t / \eta \quad , \quad \sigma_0 = \text{const} \tag{ข39}$$

#### 4. สัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดิน (Coefficient of Subgrade Reaction)

แบบจำลองของดินเชิงกลที่มีตั้งแต่หนึ่งตัวแปรขึ้นไป ซึ่งตัวแปรแต่ละตัวมีความยุ่งยากและซับซ้อนในการประมาณค่า ทำให้แบบจำลองต่างๆจึงไม่ได้รับความนิยมในหมู่วิศวกรออกแบบ แต่วิธีการ Winkler (1867) ถึงแม้จะผ่านมา 100 กว่าปีก็ยังเป็นวิธีการที่นิยมมากที่สุด ในหมู่วิศวกรออกแบบ Timoshenko and Langer (1932) กล่าวว่าสมมติฐาน Winkler แม้จะมีข้อบกพร่องแต่สามารถให้ผลลัพธ์ที่เป็นประโยชน์ในการศึกษาพฤติกรรมของคานที่มีความยืดหยุ่นมาก ดังนั้นการพิจารณาในที่นี้จึงมุ่งเน้นไปที่แบบจำลอง Winkler ที่มีหนึ่งตัวแปร หรือ แบบจำลองสปริงเชิงเส้น

สัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดิน (Coefficient of Subgrade Reaction;  $k_s$ ) หรือเรียกอีกชื่อว่า โมดูลัสต้านทานแรงกดของชั้นดิน (Modulus of Subgrade Reaction / Subgrade Modulus) นิยามจากความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงต้านของชั้นดินได้ฐานราก ( $p$ ) และการทรุดตัวของชั้นดิน ( $w$ ) โดยชั้นดินมีคุณสมบัติเป็นอิลาสติก มีหน่วยเป็นเป็นแรงต่อพื้นที่ต่อระยะการทรุดตัว สามารถเขียนได้ดังสมการผนวกที่ ข40

$$k_s = p / w \quad (\text{ข40})$$

Terzaghi (1955) อธิบายว่าเริ่มแรกแนวความคิดปฏิสัมพันธ์ของดินกับรากฐานถูกนำมาใช้วิเคราะห์ปัญหาแผ่นพื้นแข็งแกร่ง แต่ต่อมารวมการคำนวณหน่วยแรงในฐานรากยึดหยุ่นเข้าในทฤษฎี และตั้งแต่ปี 1920 มีการนำทฤษฎีแรงต้านของชั้นดินมาคำนวณหาหน่วยแรงในเสาเข็มและ Sheet Pile โดยใช้แรงในแนวราบกระทำด้านบนผิวดิน และใช้อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงกระทำที่ผิวและการเคลื่อนตัวของเสาเข็ม คือ ค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินในแนวราบ ( $k_h$ )

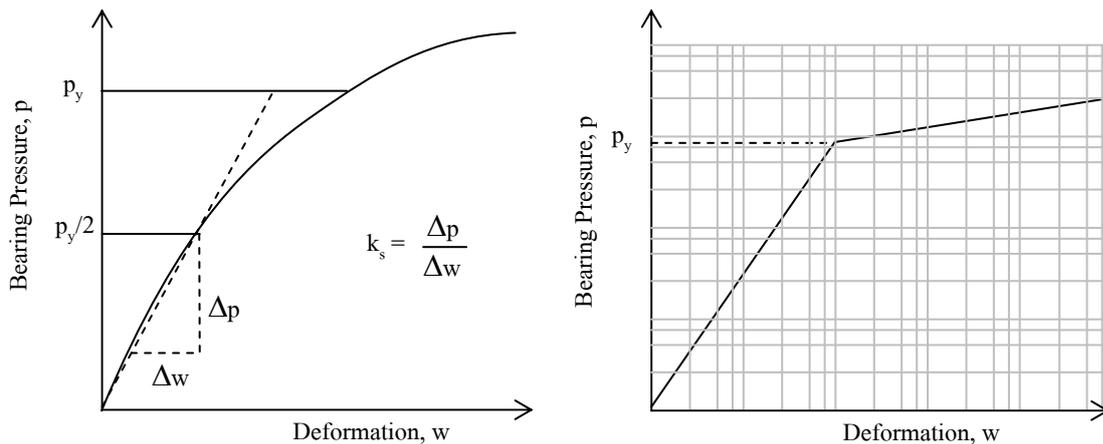
Terzaghi (1955), Bowles (1988) และ Coduto (2001) ไม่จัดให้ค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  เป็นคุณสมบัติพื้นฐานของดินเนื่องจากข้อมูลได้จากผลการตรวจวัดการทรุดตัว และได้รับอิทธิพลจากปัจจัยอื่นๆ เช่น ขนาดของฐานราก, ความลึกของฐานราก, รูปแบบของน้ำหนักกระทำ, ตำแหน่งบนฐานราก และเวลา ในอีกด้านหนึ่งนักวิจัยบางกลุ่มเสนอการหาค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  จากค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของดิน ( $E_s$ ) แทนค่าประมาณจากผลการทดสอบ Plate Bearing เพื่อนำไปประยุกต์ใช้งานต่างๆ ดังนั้นผู้วิจัยแบ่งวิธีการคำนวณหาค่า  $k_s$  เฉพาะในแนวตั้งสำหรับงานออกแบบได้เป็น 2 กลุ่ม คือ (1) พามิเตอร์  $k_s$  สำหรับงานออกแบบฐานรากตื้น และ (2) พามิเตอร์  $k_s$  สำหรับงานออกแบบฐานรากลึก ซึ่งรายละเอียดการหาค่า  $k_s$  ของทั้งสองกลุ่ม สรุปได้ดังนี้

#### 4.1 พามิเตอร์ $k_s$ สำหรับงานออกแบบฐานรากตื้น

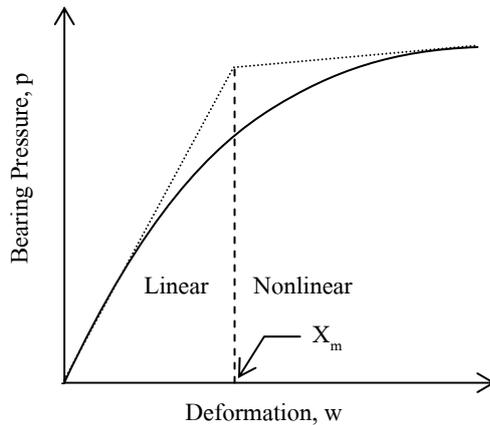
##### 4.1.1 ผลการทดสอบ Plate Bearing

NAVFAC DM-7.1 (1982) แนะนำผลทดสอบ Plate Bearing มาคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  โดยหาจุดครากของหน่วยแรงจากการพล็อตกราฟ  $\log$  ของหน่วยแรงกับค่าทรุดตัว ดังภาพผนวกที่ ข7 และเลือกค่าอยู่สถานะใช้งาน ซึ่งพิจารณาที่ครึ่งหนึ่งของหน่วยแรงครากและลากเส้นความชันของ Secant Modulus ในการหาค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$

Bowles (1988) แนะนำให้ค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  คงที่จนถึงค่าการทรุดตัวสูงสุด ( $X_m$ ) หลังจากนั้นค่าหน่วยแรงต้านของชั้นดินใต้ฐานรากจะมีค่าคงที่ แสดงดังภาพผนวกที่ ข8 โดยค่าการทรุดตัวสูงสุด ( $X_m$ ) เป็นจุดสมมุติแบ่งพฤติกรรมระหว่างอิลาสติกเชิงเส้นกับไม่เชิงเส้น ซึ่งใช้ค่าในช่วง 12-25 มิลลิเมตร หรือจากจุดตัดกราฟ หรือใช้ค่า Peak Strain ( $\epsilon_{max}$ ) ของการทดสอบ Triaxial Compression ในการประมาณ  $X_m$  มีค่าเท่ากับ  $\epsilon_{max}$  ( 1.5-2.0 เท่าของความกว้างฐานราก)



ภาพผนวกที่ ข7 NAVFAC DM-7.1 (1982) แนะนำวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดิน



ภาพผนวกที่ ข8 Bowles (1988) แนะนำวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดิน

Terzaghi (1955) แนะนำค่าปรับแก้สัมประสิทธิ์  $k_s$  จากผลของอิทธิพลต่างๆของฐานรากที่ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์เปลี่ยนแปลง ดังนี้

สำหรับอิทธิพลความกว้างของฐานรากที่มีขนาดกว้างกว่าแผ่นเหล็กทดสอบขนาด 0.305x0.305 เมตร ทำให้ค่าลดลง จึงเสนอค่าปรับแก้อิทธิพลความกว้างของฐานราก ( $F_B$ ) ดังสมการผนวกที่ ข41 และ ข42

$$\text{สำหรับดินเหนียว} \quad F_B = \frac{0.305}{B} \quad (ข41)$$

$$\text{สำหรับดินทราย} \quad F_B = \left( \frac{0.305 + B}{2B} \right)^2 \quad (ข42)$$

สำหรับฐานรากสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีอิทธิพลรูปร่างของฐานรากทำให้ค่าลดลง จึงเสนอค่าปรับแก้อิทธิพลรูปร่างของฐานราก ( $F_s$ ) ดังสมการผนวกที่ ข43 ในกรณีที่ฐานรากมีความยาวอนันต์ค่าสัมประสิทธิ์จะลดลง 2 ใน 3 ของผลทดสอบแผ่นเหล็กขนาด 0.305x0.305 เมตร คือ  $F_s = 0.67$

$$F_s = \frac{B + 2L}{3L} \quad (ข43)$$

และสำหรับอิทธิพลความลึกของฐานรากพิจารณาผลกระทบเฉพาะดินทรายโดยเสนอค่าปรับแก้อิทธิพลความลึกของฐานราก ( $F_D$ ) ดังสมการผนวกที่ ข44 แต่ต้องมีค่าสูงสุดเท่ากับสอง

สำหรับดินทราย 
$$F_D = 1 + \frac{2D}{B} \tag{ข44}$$

เมื่อ  $B, L$  = ความกว้างและความยาวของฐานราก  
 $D$  = ระดับความลึกของฐานรากจากผิวดิน

ดังนั้นปรับแก้สัมประสิทธิ์  $k_s$  โดยรวมอิทธิพลความกว้างของฐานราก อิทธิพลรูปร่างของฐานราก และอิทธิพลความลึกของฐานราก เขียนได้ดังสมการผนวกที่ ข45 เมื่อ  $k_1$  = ค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินจากผลการทดสอบ Plate Bearing ขนาด 0.305 x 0.305 เมตร

$$k_s = k_1 \cdot F_B \cdot F_S \cdot F_D \tag{ข45}$$

#### 4.1.2 ผลการทดสอบในห้องปฏิบัติการ

Recordon (1957) และ Nielson et al. (1969) เสนอผลการทดสอบ Consolidation ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของดินรวมผลการอัดตัวคายน้ำ ( $k_{s+c}$ ) เนื่องจากการทดสอบ Plate Bearing ไม่สามารถอธิบายผลกระทบของการอัดตัวคายน้ำของดิน ดังนั้นจึงคำนวณค่าสัมประสิทธิ์  $k_{s+c}$  ได้ดังสมการผนวกที่ ข46 โดย  $(\sigma_2 - \sigma_1)$  คือการเพิ่มขึ้นของหน่วยแรง,  $(e_1 - e_2)$  คือปริมาณของอัตราส่วนช่องว่างในมวลดินลดลงตามหน่วยแรงกระทำ,  $e_m = (e_1 + e_2)/2$  คือ ค่าอัตราส่วนช่องว่างในมวลดินเฉลี่ย และ  $h_0$  คือ ความหนาของดินตัวอย่าง

$$k_{s+c} = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{[(e_1 - e_2)/(1 + e_m)]h_0} \tag{ข46}$$

#### 4.1.3 ความสัมพันธ์เชิงประจักษ์และกึ่งเชิงประจักษ์

Terzaghi (1955) และ Bowles (1988) แนะนำค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  ในตารางผนวกที่ ข2 และ ข3 ตามลำดับ สำหรับดินทราย ค่าสัมประสิทธิ์เทียบกับความหนาแน่นของทรายอ้างอิงจากผลการทดสอบ Standard Penetration สำหรับดินเหนียวอัดตัวแน่น ค่าสัมประสิทธิ์เทียบกับ Unconfined Compressive Strength ( $q_u$ )

NAVFAC DM-7.1 (1982) การคำนวณค่าการทรุดตัวทันทีที่ทันใจของดินทรายขึ้นอยู่กับความกว้างและความลึกของฐานราก, ระดับน้ำใต้ดิน และค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินในแนวดิ่ง ดังนั้นแนะนำภาพผนวกที่ ข9 ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  เพื่อใช้สำหรับการคำนวณค่าการทรุดตัวทันทีที่ทันใจของดินทราย

Nascimento and Simoes (1957) เสนอความสัมพันธ์ของค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  มีค่าเป็น 10 เท่าของ California Bearing Ratio (CBR) จากการทดสอบ CBR ที่ค่าระยะยุบตัว 2.54 มิลลิเมตร (0.1 นิ้ว)

Moayed & Naeimi (2006) กล่าวว่า งานวิเคราะห์โครงสร้างฐานราก, ฐานรากแพ และฐานรากเสาเข็ม นิยมใช้ค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  อย่างกว้างขวาง และการทดสอบ Standard Penetration ก็เป็นที่นิยมมากเช่นกัน ดังนั้นจึงสร้างความสัมพันธ์ของ  $(N_1)_{60}$  กับ ค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  ในการทดสอบ Plate Bearing ของดินทราย และหาความสัมพันธ์ได้ดังภาพผนวกที่ ข10 และเขียนในรูปแบบสมการ ดัง สมการผนวกที่ ข47

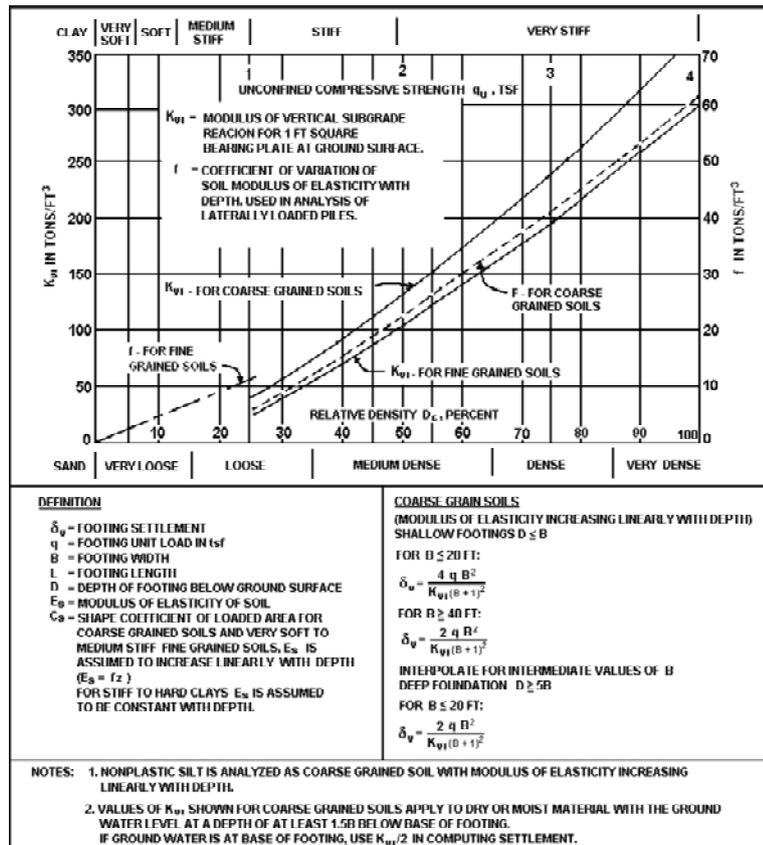
$$k_s = 30.833(N_1)_{60}^{0.489} \tag{ข47}$$

ตารางผนวกที่ ข2 Terzaghi (1955) นำเสนอค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินชนิดต่างๆ

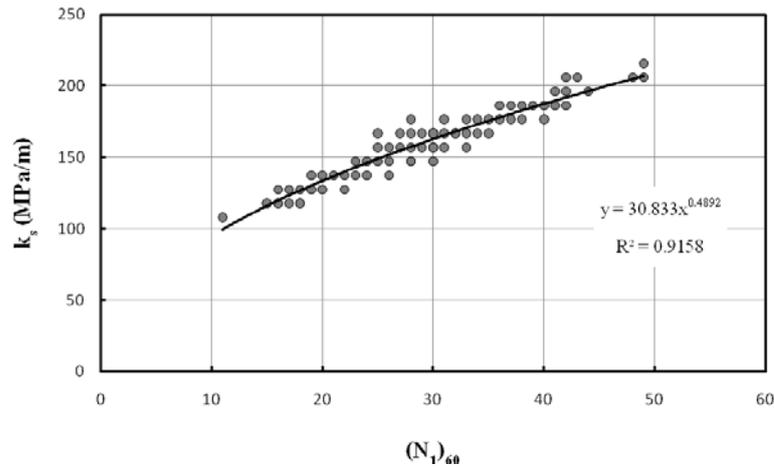
Sands			
Type	Loose (kPa/m)	Medium (kPa/m)	Dense (kPa/m)
Dry or moist sand	12,500	41,000	157,000
Submerged sand	7,800	25,000	94,000
Clays (kPa/m)			
Consistency of clay	Stiff ( $q_u = 100-200$ kPa)	Very stiff ( $q_u = 200-400$ kPa)	Hard ( $q_u > 400$ kPa)
Range	15,500 – 31,000	31,000 – 62,000	> 62,000
Proposed	23,500	47,000	94,000

ตารางผนวกที่ ข3 Bowles (1988) นำเสนอค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินชนิดต่างๆ

Soil Type	k (kPa/m)
Loose Sands	4,800 ถึง 16,000
Medium Dense Sands	9,600 ถึง 80,000
Dense Sands	64,000 ถึง 128,000
Clayey Medium Dense Sands	32,000 ถึง 80,000
Silt Medium Dense Sands	24,000 ถึง 48,000
Clayey Soils	
$q_u \leq 200$ kPa	12,000 ถึง 24,000
$200 < q_u \leq 400$ kPa	24,000 ถึง 48,000
$q_u \geq 400$ kPa	มากกว่า 48,000



ภาพผนวกที่ ข9 สัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของดินทราย (NAVFAC, 1982)



ภาพผนวกที่ ข10 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของดินเม็ดหยาบ กับ (N<sub>1</sub>)<sub>60</sub>-SPT (Moayed & Naeini, 2006)

4.1.4 ความสัมพันธ์เชิงทฤษฎีอิลาสติก

ตั้งแต่อดีตนักวิจัยจำนวนมากศึกษาสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินเพื่อตอบปัญหาของปฏิสัมพันธ์ของดินกับรากฐาน แต่ในที่นี้จะนำมากล่าวเฉพาะที่มีการใช้งานอยู่ในปัจจุบัน ดังเช่น Boussinesq (1885), Biot (1937), Vesic (1961), Kerr (1985) และ Horvath (1983, 2002, 2011)

Boussinesq (1885) วิเคราะห์หาผลเฉลยของการทรุดตัวที่ผิวเนื่องจากแรงแนวตั้งกระจายสม่ำเสมอกระทำบนพื้นที่วงกลมของแกนสมมาตร และนำไปแก้ปัญหาแผ่นกลมที่แข็งเกร็งที่ถูกกระทำภายใต้แรงในแนวตั้งกระทำเป็นจุดที่ศูนย์กลาง และเสนอค่าสัมประสิทธิ์ k<sub>s</sub> ดังสมการผนวกที่ ข48

$$k_s = \frac{4G_s R_f}{(1-\nu_s)} \cdot \frac{1}{\pi R_f^2} \tag{ข48}$$

Biot (1937) คำนวณหาโมเมนต์สูงสุดของคานยาวอนันต์ ซึ่งคานวางบนดินที่เป็นวัสดุยืดหยุ่นต่อเนื่อง และนำมาเทียบค่าโมเมนต์สูงสุดของแบบจำลอง Winkler จึงได้สมการค่าสัมประสิทธิ์ k<sub>s</sub> และดำเนินการปรับปรุงสมการคงเหลือรูปแบบสมการในปัจจุบันดังสมการผนวกที่ ข49

$$k_s = \frac{0.95E_s}{B_f(1-\nu_s^2)} \left[ \frac{B_f^4 E_s}{(1-\nu_s^2) E_f I_f} \right]^{0.108} \tag{ข49}$$

Vesic (1961) พัฒนาค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  โดยให้ค่าโมเมนต์ การโก่งตัวสูงสุดของคานยาวอนันต์วางบนดินที่เป็นวัสดุยืดหยุ่นต่อเนื่องที่สอดคล้อง เท่ากับผลของคานในแบบจำลอง Winkler จึงได้สมการค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  ดังสมการผนวกที่ ข50

$$k_s = \frac{0.65E_s}{B_f(1-\nu_s^2)} \left[ \frac{B_f^4 E_s}{E_f I_f} \right]^{1/12} \tag{ข50}$$

Selvadural (1979) การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  ของสมการ Vesic (1961) สำหรับคานยาว ( $L_f / B_f > 10$ ) สามารถพิจารณาเฉพาะเทอมแรกของสมการ เนื่องจากค่าเทอมหลังมีค่าเข้าใกล้หนึ่ง จึงเขียนใหม่ได้ดังสมการผนวกที่ ข51

$$k_s = \frac{0.65E_s}{B_f(1-\nu_s^2)} \tag{ข51}$$

Bowles (1988) ลดรูปสมการของ Vesic (1961) คงเหลือดังสมการผนวกที่ ข52 เนื่องจากการนำไปใช้งานส่วนใหญ่นิยมค่าของเทอม  $0.65( B^4 E_s / E_f I_f )^{1/12}$  มีค่าเข้าใกล้หนึ่ง จึงทำการลดรูปแบบสมการ

$$k_s = \frac{E_s}{B_f(1-\nu_s^2)} \tag{ข52}$$

Kerr (1985) และ Horvath (1983, 2002, 2011) พิจารณาคานแข็งเกร็ง รับแรงกระทำแบบกระจายลงบนคาน ซึ่งคานวางบนชั้นดินที่เป็นวัสดุยืดหยุ่นเนื้อเดียวกัน และสมมติให้พิจารณาเฉพาะหน่วยแรงและการเคลื่อนตัวในแนวตั้งเท่านั้น เขียนสมการได้ดังสมการผนวกที่ ข53

$$k_s = \frac{E_s}{H_s} \tag{ข53}$$

สมการที่ผ่านมาข้างต้นไม่ได้พิจารณาถึงผลการทรุดตัวเนื่องจากการอัดตัวคานน้ำมารวม ดังนั้น Bowles (1988) และ Chowdhury & Dasgupta (2009) แนะนำให้รวมกับค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  จึงเขียนสมการใหม่ได้ดัง สมการผนวกที่ ข54

$$k_{s+c} = \frac{k_s \cdot \Delta H_c}{\Delta H_c + \Delta H_c} \quad (ข54)$$

กฤษณ์ (2552), บารเมศ และคณะ (2553) ได้เสนอการประยุกต์ใช้หลักการ Tangent Modulus ของ Janbu (1963) ร่วมกับผลการทดสอบการอัดตัวคายน้ำ (Consolidation Test) เพื่อหาความสัมพันธ์ของค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  ของดินเหนียวอ่อนกรุงเทพฯ ได้ดังสมการผนวกที่ ข55 และ ข56

$$k_{s+c} = \frac{M_s}{H_s} \quad (ข55)$$

และ

$$M_s = \frac{1}{m_v} = \frac{(1+e_o) \sigma'_{va}}{0.435 C_c} \quad (ข56)$$

กำหนดให้	$k_s$	คือ	สัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของดิน (MPa/m)
	$k_{s+c}$	คือ	สัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของดินรวมผลการอัดตัวคายน้ำ (MPa/m)
	$\Delta H_c$	คือ	ค่าการทรุดตัวทันทีทันใด
	$\Delta H_c$	คือ	ค่าการทรุดตัวเนื่องจากการอัดตัวคายน้ำ
	$E_s, E_f$	คือ	โมดูลัสยืดหยุ่นของดินและฐานราก (MPa)
	$M_s$	คือ	โมดูลัสยืดหยุ่นของดินที่ควบคุมการขยายตัวทางด้านข้าง (MPa)
	$G_s$	คือ	โมดูลัสเฉือนของดิน มีค่าเท่ากับ $E_s / 2(1+\nu_s)$
	$\nu_s$	คือ	อัตราส่วนปัวซองของดิน
	$m_v$	คือ	สัมประสิทธิ์การเปลี่ยนแปลงปริมาตร (1/MPa)
	$e_o$	คือ	อัตราส่วนของช่องว่างในมวลดินก่อนการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงประสิทธิผลในแนวดิ่ง
	$\sigma'_{va}$	คือ	หน่วยแรงประสิทธิผลในแนวดิ่งเฉลี่ย (MPa)
	$C_c$	คือ	Compression Index
	$B_f, L_f, H_f$	คือ	ความกว้าง, ความยาว และความหนาของฐานราก (m)
	$R_f$	คือ	รัศมีของฐานราก มีค่าเท่ากับ $(B_f L_f / \pi)^{0.5}$
	$I_f$	คือ	โมเมนต์ความเฉื่อยของฐานราก (m <sup>4</sup> )
	$H_s$	คือ	ความหนาของชั้นดิน (m)

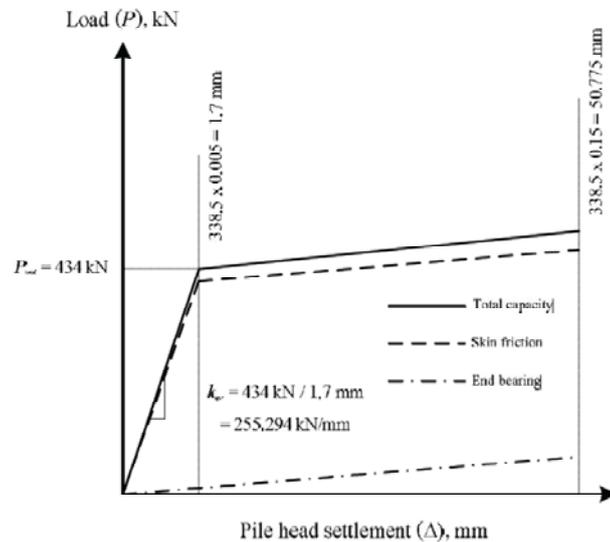
## 4.2 พามิเตอร์ $k_s$ สำหรับงานออกแบบฐานรากลึก

### 4.2.1 ผลการทดสอบ Static Pile Load Test

Pimpasugdi (1989), สุระสิทธิ์ (2541), จิระยุทธ (2548) และ นพเก้า (2553) ศึกษาค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  ในงานออกแบบฐานรากลึก หรือฐานรากเสาเข็ม เพื่อใช้ในแบบจำลองสปริง โดยใช้ผลการทดสอบ Static Pile Load Test แสดงดังภาพผนวกที่ ข11 ซึ่งนำผลของน้ำหนักกระทำกับการทรุดตัวมาสร้างกราฟ แล้วลากเส้นน้ำหนักบรรทุกออกแบบของเสาเข็มตัดกับเส้นกราฟผลทดสอบจะได้จุดตัดบนกราฟ แล้วลากเส้นความชันแบบ Secant Modulus จากจุดศูนย์ไปที่จุดตัดบนกราฟ ความชันที่ได้จะมีค่าเป็นสปริงคงที่ของเสาเข็ม เมื่อนำมาหารพื้นที่หน้าตัดของเสาเข็มจะได้ค่าสัมประสิทธิ์  $k_s$  ใช้ในงานฐานรากระดับลึก

### 4.2.2 ความสัมพันธ์กึ่งเชิงประจักษ์

กฤษณ์ (2552), บารเมศ และคณะ (2553) ประยุกต์ใช้ค่าสัมประสิทธิ์  $k_{s+c}$  ของฐานรากกับฐานรากเสาเข็ม โดยพิจารณาการกระจายหน่วยแรงประสิทธิผลที่ 1 ใน 3 จากปลายเสาเข็มถึงความลึก 2 เท่าของความกว้างฐานรากสมมูลย์นับจากปลายเสาเข็ม แล้วคิดเช่นเดียวกับฐานรากตื้น โดยใช้สมการผนวกที่ ข55 หาค่าสัมประสิทธิ์  $k_{s+c}$  ของดินเหนียวอ่อนกรุงเทพฯ



ภาพผนวกที่ ข11 ค่าสัมประสิทธิ์สปริงแนวตั้ง (จิระยุทธ, 2548)

## 5. สัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินหลายๆชั้นดิน

Bowles (1988), Mikhelson (2004) และ กฤษณ์ (2552) แนะนำสำหรับชั้นดินที่มีมากกว่าหนึ่งชั้นดิน ( $i=1$  ชั้น,  $n$  ชั้น) พิจารณาสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินเฉลี่ยดังสมการผนวกที่ ข57

$$k_{s,avg} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_{s,i}}} \quad (\text{ข57})$$

## 6. การวิเคราะห์โครงสร้างของคอสะพาน

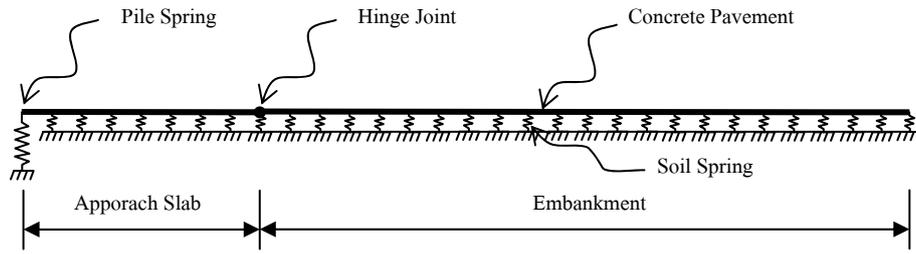
### 6.1 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการศึกษาทางคณิตศาสตร์

ผลการทดสอบการอัดตัวคายน้ำของชั้นดินที่ทำการศึกษาในแต่ละระดับความลึก โดยพิจารณาค่าความลึกของชั้นดินที่มีอิทธิพลของหน่วยแรงกระจายไม่ต่ำกว่า 10 เปอร์เซ็นต์ของหน่วยแรงที่กระทำ ถูกลนำมาวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ Tangent Modulus ( $M_s$ ) ตามสมการผนวกที่ ข56 หรือ ตามหลักการของ Janbu (1963) เมื่อได้ค่า  $M_s$  ของดินแต่ละชั้นแล้วทำการแปลงเป็นสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดิน ( $k_{s+c}$ ) สำหรับฐานรากเสาเข็มพิจารณาตามความสัมพันธ์กึ่งเชิงประจักษ์ของพารามิเตอร์  $k_{s+c}$  งานออกแบบฐานรากเล็ก แล้วทำการหาค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานแรงกดของชั้นดินเฉลี่ยตามสมการผนวกที่ ข57

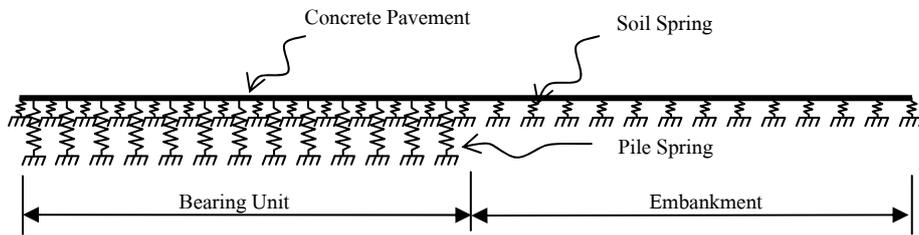
### 6.2 ลักษณะแบบจำลอง (Model Geometry)

ลักษณะจำลองของโครงสร้างคอสะพานแบบ Slab on Ground จะสมมุติฐานให้ Concrete Pavement เป็นเสมือนคานรองรับน้ำหนักระทำแล้วถ่ายลงบนพื้นวัสดุยืดหยุ่นคือ ดิน ซึ่งดินได้จำลองเป็นสปริงตามแบบจำลองของ Winkler และทำการแบ่งชั้นของคานให้มีขนาดเล็กๆรองรับด้วยสปริง ดังแสดงในภาพผนวกที่ ข12

ลักษณะจำลองของโครงสร้างคอสะพานแบบ Slab on Pile จะมีสมมุติฐานเพิ่มจากโครงสร้างคอสะพานแบบ Slab on Ground คือให้แผ่นพื้นคอนกรีตที่หุ้มหัวเสาเข็ม (Pile Cap) เป็นเสมือนคานรองรับน้ำหนักระทำจากดินถม แสดงลักษณะแบบจำลองในภาพผนวกที่ ข13



ภาพผนวกที่ ข12 ลักษณะจำลองของโครงสร้างคอสะพานแบบ Slab on Ground



ภาพผนวกที่ ข13 ลักษณะจำลองของโครงสร้างคอสะพานแบบ Slab on Pile

---

---

## 7. เอกสารอ้างอิง

- กฤษณ์ เสาเวียง. 2552. การศึกษาพฤติกรรมโครงสร้างปรับการทรุดตัวบริเวณคอสะพาน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- จิระยุทธ สืบสุข. 2548. การพัฒนาโปรแกรมออกแบบฐานราก. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.
- นพเก้า บุญเรืองขาว. 2553. ผลกระทบต่อโครงสร้างอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กขนาดใหญ่บนฐานรากที่มีการทรุดตัวไม่เท่ากัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- บารเมศ วรรณระภูติ, อภินิต โชติสังกาศ, สรศักดิ์ เชื้อยศิริกุล, กฤษณ์ เสาเวียง, อรุณ ปรามมาก และ คมพันธ์ จินดาวัฒน์. 2553. โครงการปรับปรุงการออกแบบและมาตรฐานโครงสร้างปรับการทรุดตัวบริเวณคอสะพาน. รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์. สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ.
- สุระสิทธิ์ อวารณ์. 2541. การจำลองฐานรากแบบนเสาเข็มเป็นแผ่นที่โก่งตัวได้และรองรับโดยสปริง. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยรังสิต.
- Biot, M. A. 1937. Bending of an Infinite Beam on an Elastic Foundation. **Journal of Applied Mechanics** 4: 1-7.
- Boussinesq, J. 1885. **Application des Potentials a L'Etude de L'Equilibre et due Mouvement des Solides Elastiques**. Gauthier-Villars, Paris.
- Bowles, J. E. 1988. **Foundation Analysis and Design**. 4<sup>th</sup> ed., McGraw-Hill Inc., New York, USA.
- Coduto, D. P. 2001. **Foundation Design: Principles**. 2<sup>nd</sup> ed., Prentice-Hall, USA.
- Filonenko-Borodich, M. M. 1940. **Some Approximate Theories of The Elastic Foundation**. Uchenyie ZapiskiMoskovskogo Gosudarstvennoho Universiteta Mekhanica 46: 3-18. (in Russian)
- Hetenyi, M. 1946. **Beams on Elastic Foundations**. The university of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, USA.
- Horvath, J. S. 1983. New Subgrade Model Applied to Mat Foundations. **Journal of Geotechnical Engineering** 109: 1567-1587.
- \_\_\_\_\_. 2002. Soil-Structure Interaction Research Project: Basic SSI Concepts and Applications Overview. **Report No. CGT-2002-2**. Department of Civil Engineering. School of Engineering. Manhattan College, Bronx, New York, USA.
-

- 
- Horvath, J. S. and R. J. Colasanti. 2010. Practical Subgrade Model for Improve Soil-Structure Interaction Analysis: Software Implementation. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering** 15: 278-286.
- \_\_\_\_\_ and \_\_\_\_\_. 2011. Practical Subgrade Model for Improve Soil-Structure Interaction Analysis: Model Development. **International Journal of Geomechanics** 11.
- Janbu, N. 1963. Soil Compressibility as Determine by Oedometer and Triaxial Test : 19-25. *In* **Proceedings of the Three European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**. Wiesbaden.
- Kerr, A. D. 1964. Elastic and Viscoelastic Foundation Models. **Journal of Applied Mechanics** 31: 491-498.
- \_\_\_\_\_. 1985. On The Determination of Foundation Model Parameters. **Journal of Geotechnical Engineering** 111: 1334-1340.
- Liingaard, M., A. Augustesen and P. V. Lade. 2004. Characterization of Models for Time-Dependent Behavior of Soils. **International Journal of Geomechanics** 4: 157-177.
- Mikhelson, I. 2004. **Structural Engineering Formulas**. McGraw-Hill Inc., New York, USA.
- Nascimento, U. and A. Simoes. 1957. Relation Between CBR and Modulus of Strength : 166-168. *In* **The Proceedings of the Fourth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**. London, UK.
- NAVFAC. 1982. **Soil Mechanics: Design Manual 7.01**. Department of Navy. Naval Facilities Engineering Command. Virginia, USA.
- Nielson, F. D., C. Bhandhausavee and K. S. Yeb. 1969. Determination of modulus of soil reaction from standard soil tests. **Highway Research Record** 284: 1-12.
- Pasternak, P. L. 1954. **On A New Method of Analysis of An Elastic Foundation by Means of Two Foundation Constants**. Gosudarstvennoe izdatelstro liberaturi po stroitelstvu arkhitkture, Moscow. (in Russian)
- Pimpasugdi, S. 1989. **Performance Evaluation of Bored, Driven and Auger Pressed Piles in Bangkok Subsoil**. Master's Thesis, AIT.
- Recordon, E. 1957. Determination of Soil Characteristics Necessary for Foundation Calculations on Elastic Soils : 414-418. *In* **The Proceedings of the Fourth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**. London, UK.
-

- Reissner, E. 1958. A Note on Deflections of Plates on a Viscoelastic Foundation. ASME Translated **Journal of Applied Mechanics** 80: 144–155.
- Selvadurai, A. P. S. 1979. Elastic Analysis of Soil-Foundation Interaction. **Elsevier Scientific**. New York, USA.
- Terzaghi, K. V. 1955. Evaluation of Coefficient of Subgrade Reaction. **Journal of Geotechnique** 5: 297-326.
- Timoshenko, S. and F. B. Langer. 1932. Stresses in Railroad Track. **Journal of Applied Mechanics** 54: 277-302.
- Vesic, A. S. 1961. Beams on Elastic Subgrade and the Winkler's Hypothesis : 845-850. *In* **The Proceedings of the Fifth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**. Dunod, Paris.
- Vlasov, V. Z. and N. N. Leont'ev. 1966. **Beams, Plates, and Shells on Elastic Foundations**. Translated from Russian, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.
- Winkler, E. 1867. **Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit**. Prague, Czech.
- Ziaie-Moayed, R. and S. A. NAEINI. 2006. Evaluation of Modulus of Subgrade Reaction ( $K_s$ ) in Gravely Soils Based on SPT Results : 505. *In* **The Eleventh Congress of The International Association for Engineering Geology and the Environment**. The Geological Society of London. Nottingham, UK.
- 
-