

บทที่ 3 เสถียรภาพของตัวสังเกตเต็มอันดับแบบปรับตัว

ในบทนี้จะกล่าวถึงประเด็นสำคัญของงานวิจัยคือเงื่อนไขเสถียรภาพของตัวสังเกตแบบปรับตัวและรูปสมการทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับที่ทำให้ตัวสังเกตมีเสถียรภาพตลอดย่านการทำงาน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1 สมการค่าความผิดพลาดของการประมาณ

จากสมการที่ (2.1) และ (2.7) สามารถคำนวณหาสมการค่าความผิดพลาดของการประมาณได้โดยสามารถแสดงได้เป็นสองรูปแบบคือ แบบปริภูมิสถานะและแบบฟังก์ชันโอนย้าย ดังต่อไปนี้

สมการค่าความผิดพลาดในปริภูมิสถานะ :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{e}_i \\ \bar{e}_\lambda \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_s - \vec{i}_s \\ \hat{\lambda}_r - \vec{\lambda}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} + \mathbf{G}_1 \mathbf{I} + \mathbf{G}_2 \mathbf{J} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} + \mathbf{H}_1 \mathbf{I} + \mathbf{H}_2 \mathbf{J} & -\varepsilon \mathbf{A}_{12} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \bar{e}_i \\ \bar{e}_\lambda \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I} / \varepsilon \\ -\mathbf{I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} (-\mathbf{J} \hat{\lambda}_r)(\hat{\omega}_m - \omega_m) \quad (3.1)$$

$$\text{Output error : } \bar{e}_i = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} \bar{e}_i \\ \bar{e}_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

เมื่อ $\bar{e}_i = \hat{i}_s - \vec{i}_s$ และ $\bar{e}_\lambda = \hat{\lambda}_r - \vec{\lambda}_r$

สมการค่าความผิดพลาดในปริภูมิฟังก์ชันโอนย้าย

$$\bar{e}_i = \hat{i}_s - \vec{i}_s = \mathbf{G}(s) \left(-\mathbf{J} \hat{\lambda}_r \right) (\hat{\omega}_m - \omega_m) \quad (3.3)$$

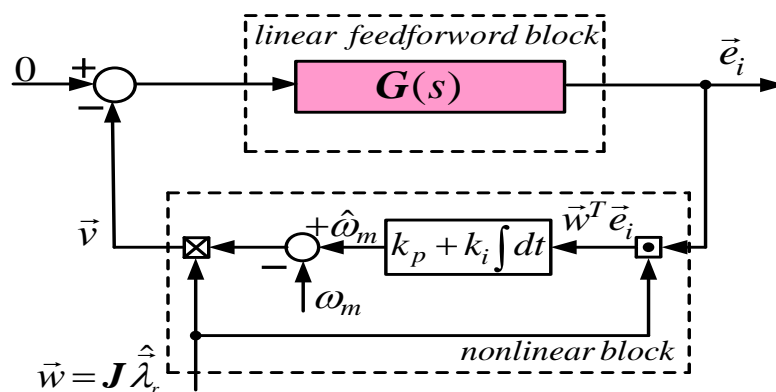
$$\begin{aligned} \mathbf{G}(s) &= \mathbf{C} [\mathbf{sI} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B} \\ &= s \left[s^2 \mathbf{I} + (x\mathbf{I} + y\mathbf{J})s + m\mathbf{I} + n\mathbf{J} \right]^{-1} / \varepsilon \end{aligned} \quad (3.4)$$

โดยที่

$$\left. \begin{aligned} x &= -G_1 + \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \\ y &= -G_2 - \omega_m \\ m &= \frac{R_r}{L_r} \left(-\left[G_1 + \frac{H_1}{\varepsilon} \right] + \frac{R_s}{\sigma L_s} \right) - \omega_m \left[G_2 + \frac{H_2}{\varepsilon} \right] \\ n &= -\frac{R_r}{L_r} \left[G_2 + \frac{H_2}{\varepsilon} \right] + \omega_m \left(G_1 + \frac{H_1}{\sigma L_s} - \frac{R_s}{\sigma L_s} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

และ $\varepsilon = \frac{\sigma L_s L_r}{M}$

ในการออกแบบอัตราขยายป้อนกลับเพื่อให้ตัวสังเกตมีเสถียรภาพนั้นสามารถวิเคราะห์ได้ทั้งในปริภูมิสถานะดังสมการที่ (3.1) และ (3.2) หรือในอาณาจักรของความถี่ (Frequency domain) โดยการใช้ฟังก์ชันโอนย้ายในสมการที่ (3.3) และ (3.4) อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้จะใช้สมการค่าผิดพลาดในปริภูมิสถานะในการออกแบบให้ตัวสังเกตมีเสถียรภาพโดยใช้วิธีการของเลียปูนอฟ (Lyapunov) ในการพิสูจน์การมีเสถียรภาพของตัวสังเกต ซึ่งจะกล่าวในลำดับต่อไป จากสมการค่าผิดพลาดและสมการประมาณค่าความเร็วสามารถเขียนแผนภาพบล็อกของค่าผิดพลาดในระบบประมาณค่าความเร็วบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์ได้ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แผนภาพบล็อกของค่าผิดพลาดในระบบประมาณค่าความเร็วบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์

สมการที่ (3.3) และ (3.4) รวมทั้งแผนภาพบล็อกในรูปที่ 3.1 สามารถแสดงบนแกนอ้างอิงฟลักซ์ประมาณ ได้ดังสมการที่ (3.6) - (3.9) และรูปที่ 3.2 ตามลำดับ

ค่าความผิดพลาดของกระแสบนแกนอ้างอิงฟลักซ์ประมาณ :

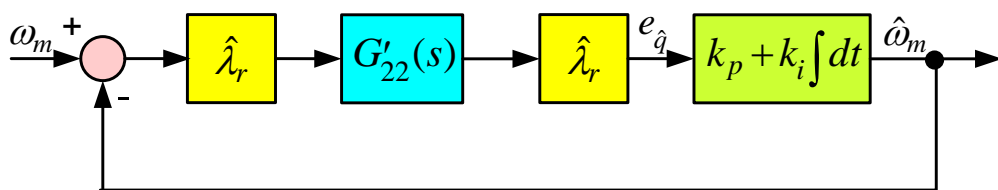
$$\vec{e}'_i = \begin{bmatrix} e'_{\hat{d}} \\ e'_{\hat{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{i}_{\hat{d}} - i_{\hat{d}} \\ \hat{i}_{\hat{q}} - i_{\hat{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{G}'(s) \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\lambda}_r \end{bmatrix} (\hat{\omega}_m - \omega_m) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{G}'(s) = e^{-J\hat{p}} \mathbf{G}(s) e^{-J\hat{p}} = \begin{bmatrix} G'_{22}(s) & G'_{12}(s) \\ -G'_{12}(s) & G'_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

ค่าความผิดพลาดของกระแสสร้างแรงบิด :

$$e_{\hat{q}} = [\vec{e}'_i]_{\hat{q}} = G'_{22}(s) \hat{\lambda}_r (\hat{\omega}_m - \omega_m) \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} G'_{22}(s) &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{z(s)}{p(s)} \\ z(s) &= s^3 + xs^2 + (\hat{\omega}_0^2 + m)s + \hat{\omega}_0^2 x + \hat{\omega}_0 n \\ p(s) &= (s^2 + xs - \hat{\omega}_0^2 - \hat{\omega}_0 y + m)^2 + ((2\hat{\omega}_0 + y)s + \hat{\omega}_0 x + n)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$



รูปที่ 3.2 แผนภาพบล็อกของค่าผิดพลาดในระบบประมาณค่าความเร็วบนแกนอ้างอิงฟลักซ์ประมาณ

3.2 การวิเคราะห์เสถียรภาพด้วยทฤษฎี Hyperstability

แผนภาพบล็อกในรูปที่ 3.1 แสดงให้เห็นว่าวงรอบปิดของค่าผิดพลาดมีองค์ประกอบสองส่วนคือ ส่วนเชิงเส้นป้อนไปหน้า (linear feedforward block) และส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับ (nonlinear feedback block) ระบบในลักษณะนี้โดยส่วนมากมักจะใช้ทฤษฎี Hyperstability ในการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบประมาณ [17, 18, 22] โดยที่ทฤษฎี Hyperstability มีเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอในการลู่อู่เข้าของค่าผิดพลาดของกระแสและความเร็ว ดังนี้

ทฤษฎี Hyperstability :

1. ส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับของระบบในรูปที่ 3.1 ต้องสอดคล้องตาม สมการของ Popov (Popov' Inequality) ดังนี้คือ

$$\int_0^{t_0} [\vec{e}_i^T \vec{v}] dt \geq -\gamma_1 \quad ; \exists \gamma_1 > 0, \forall t_0 \geq 0 \quad (3.10)$$

2. ฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ จะต้องมีคุณสมบัติจริงบวกโดยแท้ (Strictly positive real : SPR)
3. ระบบประมาณในรูปที่ 3.1 ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขการกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง (Persistency of Excitation (PE) Condition)

ในลำดับต่อไปนี้จะแสดงในรายละเอียดถึงเงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอในการพิสูจน์เสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎี Hyperstability โดยอันดับแรกจะกล่าวถึงเงื่อนไขการประมาณค่าได้ซึ่งก็คือเงื่อนไข PE หลังจากนั้นจะพิจารณาในส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับและคุณสมบัติของฟังก์ชัน โอนย้าย $G(s)$ เป็นลำดับถัดไป

3.2.1 เงื่อนไขการประมาณค่าได้ (Identifiability Condition)

เราสามารถใช้อัตราการผิดพลาดของกระแส \bar{e}_i ในการประมาณค่าความเร็ว (สมการที่ (2.10)) ได้ เพราะค่าผิดพลาดของกระแสจะสะท้อนถึงค่าผิดพลาดของความเร็วตามความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.3) ซึ่งนำมาเขียนใหม่เป็นสมการเชิงเวลาได้ดังสมการที่ (3.11) [1]

$$\bar{e}_i(t) = w'(t)(\hat{\omega}_m - \omega_m) = w'(t)\Delta\omega_m \quad (3.11)$$

โดยที่

$$w' = G(s)\left(-J\hat{\lambda}_r\right) \quad (3.12)$$

อย่างไรก็ตามถึงแม้ในกรณีที่ระบบวงรอบปิดในรูปที่ 3.1 มีเสถียรภาพและสัญญาณ \bar{e}_i ได้เข้าสู่สถานะอยู่ตัวเท่ากับศูนย์ ($\bar{e}_i = 0$) แล้ว ก็ยังไม่สามารถที่จะสรุปได้ว่าค่าความผิดพลาดของความเร็วประมาณจะเข้าสู่ศูนย์ ($\Delta\omega = 0$) เราสามารถยืนยันการเข้าสู่ค่าจริงของความเร็วประมาณได้ก็ต่อเมื่อได้ทำการตรวจสอบเงื่อนไขของการประมาณค่าได้ก่อน ในการทดสอบเงื่อนไขของการประมาณค่าได้ จะต้องพิสูจน์ว่าเวกเตอร์ $w'(t)$ ในสมการที่ (3.10) นั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขการกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง ดังแสดงในสมการที่ (3.12)

เงื่อนไขการกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง (PE Condition) สำหรับเวกเตอร์ $w'(t)$

$$\exists \alpha_1, \alpha_2, \delta, \forall t_0 > 0 \quad \alpha_1 \mathbf{I} \leq \int_{t_0}^{t_0+\delta} w'(t)w'(t)^T dt \leq \alpha_2 \mathbf{I} \quad (3.13)$$

ถึงแม้ว่าเมทริกซ์ $w'(t)w'(t)^T$ จะมีคุณสมบัติซิงกูลาร์ (Singular matrix) สำหรับทุกค่า t แต่เงื่อนไข PE ต้องการเพียงแต่ให้เวกเตอร์ $w'(t)$ มีการเคลื่อนที่ในปริภูมิอย่างเพียงพอ ทั้งนี้เพื่อให้อินทริกัลของเมทริกซ์ $w'(t)w'(t)^T$ มีคุณสมบัติบวกแน่นอน (Positive definite) สำหรับทุกช่วงเวลา δ ซึ่งหมายความว่าค่าพลังงานของเวกเตอร์ $w'(t)$ ในทุกทิศทางในปริภูมิต้องมีค่ามากเพียงพอ เพื่อให้ข้อมูลค่าผิดพลาดของความเร็วประมาณ $\Delta\omega$ สามารถส่งผ่านไปเป็นค่าผิดพลาดของกระแส \bar{e}_i ได้อย่างต่อเนื่องและเพียงพอในการประมาณค่าความเร็ว (S.Sastry [21])

สัญญาณ $w'(t)$ ในสมการที่ (3.11) จะขึ้นอยู่กับพลาซิม่าพลาสมา ซึ่งโดยปกติจะมีรูปคลื่นของสัญญาณ เป็นฟังก์ชันไซน์ที่ความถี่ $\hat{\omega}_0$ ดังนั้นเราจึงสามารถพิจารณาฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ ที่ค่าความถี่ $\hat{\omega}_0$ ได้ ดังนี้คือ

$$G(s)|_{s \rightarrow j\hat{\omega}_0} = \hat{\omega}_0 \mathbf{J} [(-\hat{\omega}_0 y + m) \mathbf{I} + (-\hat{\omega}_0^2 + \hat{\omega}_0 x + n) \mathbf{J}]^{-1} / \varepsilon \quad (3.14)$$

จากสมการที่ (3.11) และ (3.13) จะเห็นได้ว่าที่ความถี่ $\hat{\omega}_0$ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ รีเกรสเซอร์เวกเตอร์ $\mathbf{J} \hat{\lambda}$ จะสามารถส่งผ่านสัญญาณผ่านฟังก์ชันโอนย้าย $G(j\hat{\omega}_0)$ ไปเป็นเวกเตอร์ $w'(t)$ ที่มีรูปคลื่นเป็นฟังก์ชัน ไซน์ได้ เราจึงสามารถเขียนผลลัพธ์ของเวกเตอร์ $w'(t)$ สำหรับกรณีนี้ได้เป็น

$$w'(t) = A \begin{bmatrix} \sin \hat{\omega}_0 t \\ \cos \hat{\omega}_0 t \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

โดยที่ A คือขนาดของเวกเตอร์ $w'(t)$ ที่มีค่าคงที่สำหรับจุดทำงานหนึ่งๆ

สำหรับในกรณีที่ $\hat{\omega}_0 = 0$ นั้น โดยการแทนค่า $G(j\hat{\omega}_0)|_{\hat{\omega}_0=0}$ ในสมการที่ (3.14) จะพบว่า ฟังก์ชัน โอนย้ายมีค่าเท่ากับศูนย์ ทำให้รีเกรสเซอร์เวกเตอร์ $\mathbf{J} \hat{\lambda}$ ไม่สามารถส่งผ่านสัญญาณไปยังเวกเตอร์ $w'(t)$ ได้ และจะได้ $w'(t) = 0$ ยังผลให้เงื่อนไข PE (สมการที่ (3.14)) ไม่สอดคล้อง โดยการทำงานที่ $\hat{\omega}_0 = 0$ (ไฟฟ้ากระแสตรง) นี้จะเป็นจุดทำงานที่แรงเคลื่อนเหนี่ยวนำมีค่าเป็นศูนย์ทำให้เราไม่สามารถสังเกตข้อมูลของความเร็วผ่านข้อมูลของกระแสได้

ในลำดับถัดมา เราจะตรวจสอบดูว่าเวกเตอร์ $w'(t)$ ณ ความถี่ใดๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ จะสอดคล้องตาม เงื่อนไข PE หรือไม่ โดยการแทน $w'(t)$ ในสมการที่ (3.14) ลงในสมการที่ (3.12) จะได้

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta} w'(t)w'(t)^T dt = A^2 \int_{t_0}^{t_0+\delta} \begin{bmatrix} \sin^2(\hat{\omega}_0 t) & \sin(\hat{\omega}_0 t) \cos(\hat{\omega}_0 t) \\ \cos(\hat{\omega}_0 t) \sin(\hat{\omega}_0 t) & \cos^2(\hat{\omega}_0 t) \end{bmatrix} dt \quad (3.16)$$

ในกรณีที่เลือกให้ $\delta = \frac{2\pi}{\hat{\omega}_0}$

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta} w'(t)w'(t)^T dt = \frac{A^2}{2} \begin{bmatrix} \frac{2\pi}{\hat{\omega}_0} & 0 \\ 0 & \frac{2\pi}{\hat{\omega}_0} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.17)$$

จะเห็นได้ว่าเมทริกซ์ในสมการที่ (3.17) มีคุณสมบัติบวกแน่นอน ดังนั้นที่ความถี่ $\hat{\omega}_0 \neq 0$ เวกเตอร์ $w'(t)$ จะสอดคล้องตามเงื่อนไข PE

จากที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่าระบบประมาณค่าความเร็วในรูปที่ 3.1 มีคุณสมบัติของการประมาณค่าได้ ตลอดย่านการทำงาน ยกเว้น ณ จุดทำงานที่ความถี่เท่ากับศูนย์ เท่านั้น

3.2.2 คุณสมบัติของส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับ

จากแผนภาพบล็อกในรูปที่ 3.1 จะได้

$$\vec{v} = \mathbf{J}\hat{\lambda}_r(\hat{\omega}_m - \omega_m) \quad (3.18)$$

แทนค่าสมการที่ (2.10) ลงใน (3.18) จะได้

$$\vec{v} = \mathbf{J}\hat{\lambda}_r \left[k_p (e_i^T \mathbf{J}\hat{\lambda}_r) + k_i \int_0^t \left[e_i^T(\tau) \mathbf{J}\hat{\lambda}_r(\tau) d\tau - \frac{\omega_m}{k_i} \right] \right] \quad (3.19)$$

ดังนั้นสมการของ Popov สามารถหาได้โดยการแทนสมการที่ (3.19) ลงใน (3.17) จะได้

$$\begin{aligned} \int_0^{t_0} [\vec{e}_i^T \vec{v}] dt &= \int_0^{t_0} \vec{e}_i^T \mathbf{J}\hat{\lambda}_r \left[k_p (e_i^T \mathbf{J}\hat{\lambda}_r) dt + k_i \int_0^t \left[e_i^T(\tau) \mathbf{J}\hat{\lambda}_r(\tau) d\tau - \frac{\omega_m}{k_i} \right] dt \right] \\ &= k_p \int_0^{t_0} (\vec{e}_i^T \mathbf{J}\hat{\lambda}_r)^2 dt + k_i \int_0^{t_0} (\vec{e}_i^T \mathbf{J}\hat{\lambda}_r) \int_0^t \left[e_i^T(\tau) \mathbf{J}\hat{\lambda}_r(\tau) d\tau - \frac{\omega_m}{k_i} \right] dt \end{aligned} \quad (3.20)$$

จากสมการที่ (3.20) จะเห็นว่าผลอินทิเกรตเทอมแรกนั้นจะมีค่าเป็นบวกเสมอ สำหรับผลอินทิเกรตเทอมหลังนั้น สามารถหาได้โดยอาศัยคุณสมบัติดังนี้คือ

$$\begin{aligned} k_i \int_0^{t_0} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] f(t) dt &= \frac{k_i}{2} [f^2(t_0) - f^2(0)] \\ &\geq -\frac{k_i}{2} f^2(0) \end{aligned} \quad (3.21)$$

โดยที่

$$f(t) = k_i \int_0^t \left[e_i^T(\tau) \mathbf{J}\hat{\lambda}_r(\tau) d\tau - \frac{\omega_m}{k_i} \right] \quad (3.22)$$

$$\therefore f(0) = -\frac{\omega_m}{k_i} \quad (3.23)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (3.20) และความสัมพันธ์ (3.21)-(3.23) จะได้

$$\int_0^{t_0} [\vec{e}_i^T \vec{v}] dt \geq -\frac{\omega_m^2}{2k_i} \quad (3.24)$$

จากสมการ (3.24) สามารถกล่าวได้ว่าส่วนไม่เชิงเส้นป้อนกลับของระบบประมาณในรูปที่ 3.1 สอดคล้องตามอสมการของ Popov (3.17)

3.2.3 คุณสมบัติจริงบวกโดยแท้ของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$

เงื่อนไขจริงบวกแท้จริงของฟังก์ชัน โอนย้าย $G(s)$ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.25)

เงื่อนไขจริงบวกโดยแท้ (SPR Conditions)

$$\begin{aligned} A^T P + PA &= Q < 0 & \exists P = P^T > 0 \\ PB &= C^T \end{aligned} \quad (3.25)$$

ซึ่งเงื่อนไขนี้ต้องการเมทริกซ์ P ที่ทำให้เมทริกซ์ Q มีคุณสมบัติลบแน่นอน (Negative definite) อย่างไรก็ตามเราไม่สามารถหา Q ที่สอดคล้องตามเงื่อนไขนี้ได้ (รายละเอียดการพิสูจน์แสดงในภาคผนวก ข) ซึ่งจะตรงกับการวิเคราะห์ในงานวิจัย [1, 20, 22] กล่าวคือฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ ขาดคุณสมบัติ SPR ดังนั้นเราจึงไม่สามารถสรุปความมีเสถียรภาพของระบบประมาณโดยอาศัยทฤษฎี Hyperstability ได้

3.3 วิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบประมาณโดยใช้วิธีการของ Lyapunov

จากข้อจำกัดของทฤษฎี Hyperstability ที่กล่าวมานี้ วิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอวิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบประมาณค่าความเร็วโดยใช้วิธีการของ Lyapunov โดยมีรายดังต่อไปนี้ (และดูเพิ่มเติมได้ในภาคผนวก ข)

3.3.1 คุณสมบัติจริงบวกของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$

จากแผนภาพบล็อกในรูปที่ 3.1 ระบบประมาณจะมีเสถียรภาพสำหรับทุกๆ ค่าของอัตราขยายการปรับตัว ถ้าฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ มีคุณสมบัติเป็นค่าจริงบวก (Positive real) ซึ่งเงื่อนไขนี้แสดงได้ดังสมการที่ (3.25) [1, 20]

เงื่อนไขจริงบวก (PR Conditions)

$$\begin{aligned} A^T P + PA = Q \leq 0 \quad \exists P = P^T > 0 \\ PB = C^T \end{aligned} \quad (3.25)$$

จากเมทริกซ์ของระบบ (A, B, C) ในสมการที่ (3.1) กับ (3.2) คำตอบทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับ G_1, G_2, H_1, H_2 ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขค่าจริงบวก (สมการที่ (3.25)) คือ [2, 20]

รูปสมการทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับที่สอดคล้องเงื่อนไขเสถียรภาพ

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= -x + \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \\ G_2 &= -y - \omega_m \\ H_1 &= -\varepsilon G_1 + \frac{k_2 R_r}{L_r} + \frac{R_s L_r}{M} \\ H_2 &= -\varepsilon G_2 - k_2 \omega_m \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

เมื่อ x, y, k_2 คือพารามิเตอร์อิสระที่สอดคล้องตามเงื่อนไข

$$x > 0, k_2 > 0 \quad (3.27)$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่าเราสามารถออกแบบให้ตัวสังเกตเต็มอันดับแบบปรับตัวมีเสถียรภาพได้โดยการออกแบบค่าพารามิเตอร์ x, y, k_2 ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่ (3.27) (สำหรับค่าพารามิเตอร์ y นั้นไม่มีเงื่อนไขบังคับ) ซึ่งจะทำให้ฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ มีคุณสมบัติค่าจริงบวกนั่นเอง เมื่อแทนค่าสมการที่ (3.26) และ (3.27) ลงในสมการที่ (3.5) จะพบว่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ ที่ทำให้ $G(s)$ มีคุณสมบัติค่าจริงบวกได้เช่นกันคือ

เงื่อนไขของสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันโอนย้าย $G(s)$ ที่สอดคล้องเงื่อนไขเสถียรภาพ

$$n = 0, x > 0, m = \frac{k_2}{\varepsilon} \|A_{22}\|^2 > 0 \quad (3.28)$$

ถึงแม้ว่าจะมีการนำเอาวิธีการของเลียปูนอฟมาใช้ในการพิสูจน์ความมีเสถียรภาพของระบบประมาณอยู่ในหลายงานวิจัย แต่งานวิจัยเหล่านั้นยังไม่มีคำแนะนำในรูปแบบคำตอบทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับเหมือนกับสมการที่ (3.26) รูปสมการทั่วไปของอัตราขยายป้อนกลับในสมการที่ (3.26) นั้นมีความสำคัญมากเพราะเป็นการวางกรอบว่า ถ้าออกแบบตามเงื่อนไขความมีเสถียรภาพแล้วระบบประมาณจะมีเสถียรภาพอย่างแน่นอนสำหรับทุกๆ ค่าของอัตราขยายการปรับตัวและสามารถคำนวณค่าอัตราขยายป้อนกลับได้ในเวลาจริง (real time) เมื่อรู้ค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์อีกด้วย รูปสมการทั่วไปที่แสดงในรูปของพารามิเตอร์อิสระ x, y, k_2 ยังมีความจำเป็นอย่างมากเมื่อต้องการออกแบบให้ตัวสังเกตรวมคุณสมบัติบางอย่างเพิ่มเติม อาทิเช่น การวางตำแหน่งขั้วของตัวสังเกตรวม การให้ผลตอบสนองในสถานะชั่วคราวที่ดี เป็นต้น ทั้งนี้เพราะว่าเราสามารถออกแบบผ่านการเลือกตัวแปรอิสระ x, y, k_2 ให้ระบบประมาณมีคุณสมบัติเหล่านี้ได้ในขณะที่ระบบประมาณยังคงมีเสถียรภาพเสมอ ซึ่งถ้าหากไม่มีสมการที่เป็นคำตอบทั่วไปแล้ว ในการออกแบบเพื่อให้ได้คุณสมบัติเพิ่มเติมเหล่านี้ จะต้องกลับมาตรวจสอบความมีเสถียรภาพอีกจะเป็นงานที่ยุ่งยาก

3.4 การออกแบบอัตราขยายป้อนกลับของงานวิจัย

จากเงื่อนไขที่ทำให้ระบบประมาณมีเสถียรภาพตามสมการที่ (3.26) นั้น ประเด็นที่สำคัญในงานวิจัยนี้คือ การนำเสนอกำหนดการออกแบบอัตราขยายป้อนกลับที่สอดคล้องกับสมการที่ (3.26) นอกจากนั้น ยังนำเสนอกำหนดการออกแบบ อัตราขยายป้อนกลับที่อาศัยค่าความเร็วจริง (ω_m) ให้น้อยที่สุด เพื่อความง่ายในทางปฏิบัติ และลดค่าความผิดพลาดทางทฤษฎี จากการใช้ค่าความเร็วประมาณ ($\hat{\omega}_m$) แทนค่าความเร็วจริง (ω_m) ในการออกแบบอัตราขยายป้อนกลับอีกด้วย ซึ่งมีรายละเอียดในการออกแบบดังนี้ จากสมการที่ (3.26)

$$A) \text{ เลือก } x = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \Rightarrow G_1 = 0$$

$$B) \text{ เลือก } y = -\omega_m \Rightarrow G_2 = 0$$

$$C) \text{ เลือก } H_1 = 0 \Rightarrow k_2 = \frac{R_s L_r}{M} * \frac{L_r}{R_r} = \frac{R_s L_r}{R_r} ; M = L_r$$

$$D) \text{ จะได้ } H_2 = -\frac{R_s L_r}{R_r} \omega_m$$

สรุปอัตราขยายป้อนกลับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้

$$G_1 = 0, G_2 = 0, H_1 = 0, H_2 = -\frac{R_s L_r}{R_r} \omega_m \quad (3.29)$$

อย่างไรก็ตาม ในระบบควบคุมแบบไร้เซนเซอร์วัดความเร็วแล้ว เราจะใช้ค่า $\hat{\omega}_m$ แทนค่า ω_m ในอัตราขยายป้อนกลับที่นำเสนอ จากสมการที่ (3.29) จะเห็นว่า อัตราขยายป้อนกลับที่นำเสนอ นั้นมีความง่ายในการนำไปใช้ในทางปฏิบัติ (มีเพียงแค่ H_2) และสอดคล้องกับเงื่อนไขการมีเสถียรภาพตามสมการที่ (3.26) อีกด้วย