

ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญ ที่ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

## รายนามผู้เชี่ยวชาญ ที่ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| 1. อาจารย์ปัทมา ศรชวา             | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม |
| 2. อาจารย์ธีรพงษ์ อนันตรังสี      | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม |
| 3. อาจารย์นารินทร์ สิงห์ทวีศักดิ์ | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม |

**ภาคผนวก ข**

**เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล**

- ตัวอย่างแบบทดสอบวัดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
- แบบสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อการสอนเสริมพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

### ตัวอย่างแบบทดสอบวัดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด แล้วทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ

1.  $\frac{1}{8} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{1}{24}$

ค.  $\frac{7}{24}$

ข.  $-\frac{1}{24}$

ง.  $-\frac{7}{24}$

2. รูปร่างง่ายของ  $\left(\frac{a}{a^{-3} b^{\frac{1}{2}}}\right)^8$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $b \neq 0$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $a^{16}b^4$

ค.  $\frac{a^{32}}{b^4}$

ข.  $a^{32}b^4$

ง.  $\frac{a^{16}}{b^4}$

3. ข้อใดถูกต้อง

ก. รากที่ 2 ของ  $-9$  คือ  $-3$

ค. รากที่ 4 ของ  $16$  คือ  $2$  และ  $-2$

ข. รากที่ 3 ของ  $-64$  คือ  $4$

ง. รากที่ 5 ของ  $32$  คือ  $2$  และ  $-2$

4. ผลคูณของ  $(3x-2)(x+3)$  เท่ากับข้อใด

ก.  $3x^2 + 7x - 6$

ค.  $3x^2 - 7x + 6$

ข.  $3x^2 + 7x + 6$

ง.  $3x^2 - 7x - 6$

5. ถ้า  $x^2 - 3x + 1 = 0$  แล้วข้อใดเป็นค่าของ  $x$

ก.  $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

ค.  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

ข.  $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

ง.  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$



**เฉลยแบบทดสอบวัดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์**

ข้อ	คำตอบ
1	ค
2	ข
3	ค
4	ก
5	ข
6	ข
7	ง
8	ก

**แบบสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อการสอนเสริม  
พื้นฐานทางคณิตศาสตร์**

คำชี้แจง โปรดทำเครื่องหมาย ✓ ในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักศึกษามากที่สุด

	รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
		เห็น ด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	เฉยๆ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่ เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
<b>1</b>	<b>ด้านผู้สอน</b>					
	1.1 มีความรู้ความสามารถในวิชาที่สอน เป็นอย่างดี					
	1.2 มีการเตรียมการสอนเป็นอย่างดี					
	1.3 เปิดโอกาสให้นักศึกษาได้ซักถามหรือ แสดงความคิดเห็น					
	1.4 มีความสามารถในการถ่ายทอดความรู้ ให้นักศึกษา					
<b>2</b>	<b>ด้านเนื้อหาในเอกสารประกอบการสอน</b>					
	2.1 ไม่ยากเกินไป					
	2.2 มีความชัดเจนเข้าใจง่าย					
	2.3 สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้					
	2.4 ช่วยให้นักศึกษาได้ทบทวนความรู้ ที่ผ่านมา					

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างเอกสารประกอบการสอนพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

หน่วยเรียนที่ 2

พหุนาม พีชคณิตของพหุนาม และการแยกตัวประกอบพหุนาม

## 2.1 พหุนาม

ก่อนที่จะศึกษาพหุนาม นักศึกษาควรทราบความหมายของคำต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับพหุนามก่อนดังต่อไปนี้

เรียกจำนวนต่างๆ เช่น  $3, -5, \frac{4}{7}, 0.5, \sqrt{2}$  ว่า ค่าคงตัว

เรียกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนใดๆ ว่า ตัวแปร นิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวเล็ก เช่น  $s, t, x, y$  ฯลฯ แทนตัวแปร

นิพจน์ คือ ข้อความที่เขียนในรูปสัญลักษณ์ เช่น  $3x, x+2, \frac{4x-3}{x}, 2x-3xy+1$

เอกนาม คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนให้ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก เช่น  $2, 4x, -2x^3, 5x^2y, 0.3xy^2z^3$  เป็นต้น เราเรียกค่าคงตัวที่คูณอยู่กับตัวแปรว่า สัมประสิทธิ์ของเอกนาม และเรียกผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวว่า ดีกรีของเอกนาม เช่น เอกนาม  $5x^2y$  มีสัมประสิทธิ์เป็น 5 มีดีกรีเป็น 3

เอกนามที่คล้ายกัน คือ เอกนามตั้งแต่สองชุดขึ้นไปที่มีตัวแปรเหมือนกันและเลขชี้กำลังของตัวแปรทุกตัวในแต่ละชุดเท่ากัน เช่น  $5x^2y, -7x^2y, \frac{3}{4}x^2y$  เป็นเอกนามที่คล้ายกัน

พหุนาม คือ นิพจน์ที่อยู่ในรูปเอกนามหรือเขียนอยู่ในรูปการบวกของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป เช่น  $10x^3, 2x^4+3x-5, 4x^2y+8y+6z$  เป็นต้น

สำหรับพหุนามใดๆ จะเรียกแต่ละเอกนามที่อยู่ในพหุนามนั้นว่า พจน์ของพหุนาม ในกรณีที่พหุนามนั้นมีเอกนามที่คล้ายกัน จะเรียกเอกนามที่คล้ายกันว่า พจน์ที่คล้ายกัน เรียกพหุนามที่ไม่มีพจน์ที่คล้ายกันเลยว่า พหุนามในรูปสำเร็จ และจะเรียกดีกรีสูงสุดของพจน์ของพหุนามในรูปสำเร็จว่า ดีกรีของพหุนาม

## 2.2 พิเศษคณิตของพหุนาม

2.2.1 การบวกและการลบพหุนาม ทำได้โดยนำพจน์ที่คล้ายกันในพหุนามนั้นๆ มาบวกหรือมาลบกันโดยใช้สมบัติการแจกแจง

ตัวอย่างที่ 1 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- 1)  $2x + 5x = (2 + 5)x = 7x$
- 2)  $2x - 5x = \dots\dots\dots$
- 3)  $4x^2 + 8x^2 = \dots\dots\dots$
- 4)  $12x - 8x + 2x = \dots\dots\dots$
- 5)  $3y^2 + 7y^2 - 13y^2 = \dots\dots\dots$
- 6)  $-4x^2 - 8y + 5x^2 + 15y = \dots\dots\dots$
- 7)  $9x^3 + x^2 + 2x - 4 - 9x^3 + 6x^2 - 6x + 3 = \dots\dots\dots$
- 8)  $18xy^2 - 2y^2 - 14 + 8xy^2 - y^2 - 13 = \dots\dots\dots$

2.2.2 การคูณพหุนาม ทำได้โดยนำแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งไปคูณกับทุกๆพจน์ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน

ตัวอย่างที่ 2 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- 1)  $3(x - 7) = (3)(x) + (3)(-7) = 3x - 21$
- 2)  $-2(x^2 - 3x + 7) = \dots\dots\dots$
- 3)  $x^2(x - 5) = \dots\dots\dots$
- 4)  $-4x^3(8x^2 + 3x - 8) = \dots\dots\dots$
- 5)  $2xy^3(3x^2 + xy^2 - y) = \dots\dots\dots$
- 6)  $3y^2(2y - 3) - 6(y^2 + 9y) = \dots\dots\dots$
- 7)  $(x + 4)(x + 3) = \dots\dots\dots$
- 8)  $(y^2 + 1)(y^3 - 7) = \dots\dots\dots$
- 9)  $(x^3 + 5y)(3x^2y - 6xy + 1) = \dots\dots\dots$

2.2.3 การหารพหุนาม ในการหารพหุนาม มีข้อตกลงว่า เอกนามหรือพหุนามที่เป็นตัวหารต้องไม่เป็นศูนย์

การหารพหุนามด้วยเอกนาม ทำได้โดยนำเอกนามไปหารพหุนามที่ละพจน์ แล้วนำผลหารเหล่านั้นมาบวกกัน

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลหารต่อไปนี้

$$1) \frac{9x^3 - 6x^2 + 12x}{3x} = \frac{9x^3}{3x} - \frac{6x^2}{3x} + \frac{12x}{3x} = 3x^2 - 2x + 4$$

$$2) \frac{4x^3 - 10x^2 + 18x - 6}{-2x} = \dots\dots\dots$$

$$3) \frac{20x^3y^2 + 10x^2y^3 - 35xy}{5xy} = \dots\dots\dots$$

การหารพหุนามด้วยพหุนาม ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะกรณีที่ตัวตั้งและตัวหารเป็นพหุนามที่มีตัวแปรหนึ่งตัวและเป็นตัวแปรเดียวกัน การหารพหุนามด้วยพหุนามทำได้โดยวิธีการตั้งหาร มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 เรียงพจน์ของพหุนามตัวตั้งและพหุนามตัวหารจากพจน์ที่มีดีกรีมากไปหาพจน์ที่มีดีกรีน้อย แล้วเขียนการตั้งหาร

ขั้นที่ 2 นำพจน์แรกของตัวหารไปหารพจน์แรกของตัวตั้ง แล้วเขียนผลหารที่ได้ไว้ที่บรรทัดเหนือตัวตั้ง

ขั้นที่ 3 นำผลหารที่ได้จากขั้นที่ 2 ไปคูณกับตัวหารแล้วเขียนผลคูณที่ได้ไว้ที่บรรทัดใต้ตัวตั้ง

ขั้นที่ 4 นำผลคูณที่ได้จากขั้นที่ 3 ไปลบออกจากตัวตั้ง

ขั้นที่ 5 ถ้าผลลบที่ได้จากขั้นที่ 4 ซึ่งเป็นตัวตั้งใหม่มีดีกรีมากกว่าดีกรีของตัวหารให้ทำตามขั้นที่ 2 ถึงขั้นที่ 4 จนกว่าดีกรีของตัวตั้งใหม่น้อยกว่าดีกรีของตัวหาร



## แบบฝึกหัด 2 - 1

จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1.  $8x^3 - 3y + 5x^3 + 15y = \dots\dots\dots$

2.  $3y^2z - 2y^2 + 7y^2 + yz - 2y^2z = \dots\dots\dots$

3.  $(-2x)(7-x) = \dots\dots\dots$

4.  $(8x^3 - 3x^2 + 4x - 2)(x^2) = \dots\dots\dots$

5.  $(3x-1)(x+2) = \dots\dots\dots$

6.  $(-x^2 + 7)(12x^2 - 5x + 8) = \dots\dots\dots$

7.  $(xy - 6y^2)(-x + 8y) = \dots\dots\dots$

8.  $\frac{14x^2y - 35x^3y}{-7x^2} = \dots\dots\dots$

9.  $\frac{15x^3 + x^2 - 61x - 40}{3x + 5} = \dots\dots\dots$

## เฉลยแบบฝึกหัด 2 -1

1.  $13x^3 + 12y$
2.  $y^2z + yz + 5y^2$
3.  $-14x + 2x^2$
4.  $8x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 2x^2$
5.  $3x^2 + 5x - 2$
6.  $-12x^4 + 5x^3 + 76x^2 - 35x + 56$
7.  $-x^2y + 14xy^2 - 48y^3$
8.  $-2y + 5xy$
9.  $5x^2 - 8x - 7$  เศษ  $-5$

### 2.3 การแยกตัวประกอบของพหุนาม

การแยกตัวประกอบของพหุนาม คือ การเขียนพหุนามที่กำหนดให้ในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่าตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป หรือเขียนพหุนามที่กำหนดให้ในรูปที่ง่ายกว่า

#### 2.3.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

( การตั้งตัวร่วม : สูตร  $ab + ac = a(b + c)$ ,  $ba + ca = (b + c)a$  )

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1)  $3x - 6 = (3)(x) - (3)(2) = 3(x - 2)$

2)  $x^2 + 3x = \dots\dots\dots$

3)  $4y^2 - 12y = \dots\dots\dots$

4)  $4x^4 + 16x^3 + 20x^2 = \dots\dots\dots$

5)  $3(y - 2) + 7(y - 2)^2 = \dots\dots\dots$

6)  $18x^4y^4 + 15x^3y^2 = \dots\dots\dots$

7)  $2x^3 + x^2 + 2x + 1 = \dots\dots\dots$

8)  $3x^2z + 5y - 3yz - 5x^2 = \dots\dots\dots$

#### 2.3.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามในรูปผลต่างกำลังสอง

( สูตร  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  )

ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1)  $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x - 1)(x + 1)$

2)  $49x^2 - 25 = \dots\dots\dots$

3)  $36x^2 - 16y^2 = \dots\dots\dots$

4)  $y^2 - x^4 = \dots\dots\dots$

5)  $x^6y^4 - 4z^2 = \dots\dots\dots$

2.3.3 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับศูนย์ แบ่งได้ 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 เมื่อ  $a=1$

$$x^2 + bx + c = (x+m)(x+n) \text{ เมื่อ } mn = c \text{ และ } m+n = b$$

กรณีที่ 2 เมื่อ  $a \neq 1$

$$ax^2 + bx + c = (px+m)(qx+n) \text{ เมื่อ } pq = a, mn = c \text{ และ } pn + mq = b$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1)  $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$

2)  $x^2 - 8x + 15 = (x-3)(x-5)$

3)  $x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$

4)  $x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$

5)  $x^2 + 3x + 2 = \dots\dots\dots$

6)  $x^2 - 3x + 2 = \dots\dots\dots$

7)  $x^2 + 5x + 4 = \dots\dots\dots$

8)  $x^2 - 5x + 4 = \dots\dots\dots$

9)  $x^2 + 2x - 15 = \dots\dots\dots$

10)  $x^2 - 2x - 15 = \dots\dots\dots$

11)  $x^2 + 3x - 18 = \dots\dots\dots$

12)  $x^2 - 3x - 18 = \dots\dots\dots$

13)  $2x^2 + 3x + 1 = \dots\dots\dots$

14)  $3x^2 - 7x + 2 = \dots\dots\dots$

15)  $2x^2 + x - 6 = \dots\dots\dots$

16)  $4x^2 + 4x - 3 = \dots\dots\dots$

17)  $6x^2 - 11x - 10 = \dots\dots\dots$

18)  $8x^2 - 14x - 15 = \dots\dots\dots$

19)  $5x^2 + 19x + 12 = \dots\dots\dots$

20)  $4x^2 - 27x - 7 = \dots\dots\dots$

2.3.4 การแยกตัวประกอบของพหุนามในรูปกำลังสองสมบูรณ์

( สูตร  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ;  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$  )

ตัวอย่างที่ 4 จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1)  $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2(x)(3) + 3^2 = (x+3)^2$

2)  $x^2 - 6x + 9 = \dots\dots\dots$

3)  $x^2 + 10x + 25 = \dots\dots\dots$

4)  $x^2 - 10x + 25 = \dots\dots\dots$

5)  $9x^2 - 6xy + y^2 = \dots\dots\dots$

6)  $4x^2 + 20x + 25 = \dots\dots\dots$

7)  $9x^4 - 24x^2 + 16 = \dots\dots\dots$

8)  $9 + 12x^3 + 4x^6 = \dots\dots\dots$

## 2.3.5 การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

ตัวอย่างที่ 5 จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 1) \quad x^2 + 6x + 5 &= x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 5 \\
 &= (x^2 + 6x + 9) - 9 + 5 \\
 &= (x+3)^2 - 4 \\
 &= [(x+3)-2][(x+3)+2] \\
 &= (x+1)(x+5)
 \end{aligned}$$

2)  $x^2 - 10x + 9 = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

3)  $2x^2 + 6x - 8 = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

4)  $3x^2 - 10x + 3 = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

## 2.3.6 การแยกตัวประกอบของพหุนามในรูปผลบวกและผลต่างของกำลังสาม

( สูตร  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ;  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$  )

ตัวอย่างที่ 6 จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1)  $x^3 - 1 = x^3 - 1^3 = (x-1)(x^2 + (x)(1) + 1^2) = (x-1)(x^2 + x + 1)$

2)  $x^3 + 1 = \dots\dots\dots$

3)  $x^3 + 27 = \dots\dots\dots$

4)  $8x^3 - 125 = \dots\dots\dots$

5)  $x^3y^3 + 64 = \dots\dots\dots$

6)  $x^6 - y^3 = \dots\dots\dots$

## แบบฝึกหัด 2 - 2

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1.  $7x - 42 =$  .....

2.  $5y^3 + 20y =$  .....

3.  $54x^2 - 27x^3 + 9x^5 =$  .....

4.  $28x^2y^3 + 32x^3y^2 - 4x^3y^3 =$  .....

5.  $9x^2 - 1 =$  .....

6.  $100 - 196x^2 =$  .....

7.  $16y^8 - x^6 =$  .....

8.  $36 - (2 + y)^2 =$  .....

9.  $x^2 - 14x + 24 =$  .....

10.  $x^2 + 11x + 18 =$  .....

11.  $x^2 - x - 72 =$  .....

12.  $x^2 + 15x - 54 =$  .....

13.  $5x^2 - 11x + 2 =$  .....

14.  $6x^2 + 5x - 6 =$  .....

15.  $4x^2 + 12x + 9 =$  .....

16.  $x^2 + 6x - 7 =$  .....

17.  $x^3 - 64 =$  .....

18.  $x^6 + y^9 =$  .....

## เฉลยแบบฝึกหัด 2-2

1.  $7(x-6)$
2.  $5y(y^2+4)$
3.  $9x^2(6-3x+x^3)$
4.  $4x^2y^2(7y+8x-xy)$
5.  $(3x-1)(3x+1)$
6.  $(10-14x)(10+14x)$
7.  $(4y^4-x^3)(4y^4+x^3)$
8.  $(4-y)(8+y)$
9.  $(x-2)(x-12)$
10.  $(x+2)(x+9)$
11.  $(x+8)(x-9)$
12.  $(x-3)(x+18)$
13.  $(x-2)(5x-1)$
14.  $(2x+3)(3x-2)$
15.  $(2x+3)^2$
16.  $(x-1)(x+7)$
17.  $(x-4)(x^2+4x+16)$
18.  $(x^2+y^3)(x^4-x^2y^3+y^6)$