ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
246509

แบบจำลองการไหลแบบหนืดไม่อัดตัวที่ขึ้นกับเวลาโดยวิธีสมาชิกจำกัด

SIMULATION OF INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOWS TIME DEPENDENT BY FINITE ELEMENT METHOD

นายราชพัฒภัค ศิริมาก

วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
พ.ศ. 2563

b 00250858

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
246509

แบบจำลองการไหลแบบหนืดไม่อัดตัวที่ขึ้นกับเวลาโดยวิธีสมาชิกจำกัด

SIMULATION OF INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOWS TIME DEPENDENT BY FINITE ELEMENT METHOD

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

นางสาวเพ็ญภัค ศิริมาก

วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

พ.ศ. 2553

แบบจำลองการไหลแบบหนืดไม่อัดตัวที่ขึ้นกับเวลาโดยวิธีสมาชิกจำกัด

นางสาวเพ็ญภัค ศิริมาก

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น
พ.ศ. 2553

SIMULATION OF INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOWS TIME DEPENDENT BY FINITE ELEMENT METHOD

MISS PENPARK SIRIMARK

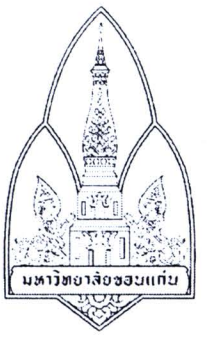
A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS

FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE

IN APPLIED MATHEMATICS

GRADUATE SCHOOL KHON KAEN UNIVERSITY

2010



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

หลักสูตร

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

ชื่อวิทยานิพนธ์: แบบจำลองการไหลแบบหนืดไม่อัดตัวที่ขึ้นกับเวลาโดยวิธีสมาชิกจำกัด

ชื่อผู้ทำวิทยานิพนธ์: นางสาวเพ็ญภัค ศิริมาก

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ดร. นพรัตน์	โพธิ์ชัย	ประธานกรรมการ
รศ. ดร. สุพจน์	ไวท์ยางกูร	กรรมการ
ดร. วัฒนา	เถาว์ทิพย์	กรรมการ
ดร. พิกุล	ภูผาสุข	กรรมการ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์:

.....อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไวท์ยางกูร)

.....

(รองศาสตราจารย์ ดร. ลำปาง แม่นมาตย์)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

.....

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เกียรติ แสงอรุณ)

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยขอนแก่น

เพ็ญภัค ศิริมาก. 2553. **แบบจำลองการไหลแบบหนืดไม่อัดตัวที่ขึ้นกับเวลาโดยวิธีสมาชิกจำกัด.** วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. **อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์**: รศ. ดร. สุพจน์ ไวท์ยางกูร

บทคัดย่อ

246509

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาปัญหาการไหลของของไหลที่ขึ้นอยู่กับเวลา แบบมีความหนืดไม่อัดตัว ใน 2 มิติ โดยระเบียบวิธีสมาชิกจำกัด โดเมนในการศึกษาครั้งนี้มีทั้งสิ้น 4 แบบ และใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป FlexPDE ในการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข ผลที่ได้จากการศึกษาแสดงด้วยกราฟของเวกเตอร์ความเร็ว สายธารการไหล และความดัน ณ เวลาและเลขเรย์โนลด์ต่างกัน

Penpark Sirimark. 2010. **Simulation of Incompressible Viscous Flows Time Dependent By Finite Element Method.** Master of Science Thesis in Applied Mathematics, Graduate School, Khon Kaen University.
Thesis Advisor: Assoc. Prof. Dr. Supot Witayangkurn

ABSTRACT

216509

In this research we study the viscous incompressible flow which depends on time dependent in 2 dimensions by using finite elements method. The domains of problem are considered in 4 types. The FlexPDE program is used to compute the numerical solution and illustrate the flow velocities, streamlines and pressures in different times and different Reynold's number.

งานวิทยานิพนธ์เล่มนี้ขอมอบส่วนดีให้บุพการีและคณาจารย์

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์เป็นอย่างดีได้ด้วยความช่วยเหลือ และการดูแลและเอาใจใส่เป็นอย่างดี จาก รองศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไวท์ยางกูร อาจารย์ที่ปรึกษา ที่ได้ให้คำแนะนำ รวมถึงถ่ายทอดวิชาความรู้ อันเป็นผลให้ผู้วิจัยสามารถทำงานได้สำเร็จลุล่วง

ขอขอบพระคุณ ดร. นพรัตน์ โพธิ์ชัย ดร. วัฒนา เถาว์ทิพย์ และ ดร. พิกุล ภูผาสุข คณะกรรมการสอบที่ได้ให้แนะนำ ข้อคิดเห็นที่เป็นประโยชน์อันส่งผลให้วิทยานิพนธ์นี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ตลอดจนเจ้าหน้าที่ทุกท่าน ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในทุก ๆ ด้าน

ขอขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ทุกคน สำหรับกำลังใจและความหวังดีทุกอย่าง

สุดท้ายนี้ ผลอันจะเป็นประโยชน์ความดีงามทั้งปวง ที่เกิดขึ้นจากการศึกษาวิทยานิพนธ์นี้ ขอมอบแด่บุพการี รวมถึงน้องสาวที่น่ารัก และขออุทิศส่วนกุศลนี้ให้แก่เจ้ากรรมนายเวรทั้งหลาย หากมีข้อบกพร่องด้วยประการใดๆ ผู้วิจัยขอน้อมรับไว้ด้วยความขอบคุณยิ่ง

เพ็ญภัค ศิริมาก

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
คำอุทิศ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ซ
รายการสัญลักษณ์	ญ
บทที่ 1 บทนำ	1
1. ความเป็นมาและความสำคัญ	1
2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย	1
3. ขอบเขตและข้อจำกัดของการวิจัย	2
4. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย	7
5. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	8
บทที่ 2 ความรู้พื้นฐานและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
1. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์	9
2. ความรู้พื้นฐานทางด้านกลศาสตร์ของไหล	17
3. โปรแกรม FlexPDE	22
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	23
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	25
1. ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยนาเวียร์ – สโตกส์	25
2. การสร้างสมการความดัน	27
3. การสร้างสมการสายธารการไหล	28
4. สมการสมาชิกจำกัด	29
บทที่ 4 ผลการทดลองและอภิปรายผล	34
1. ผลการศึกษาที่เลขเรย์โนลด์ 10	34
2. ผลการศึกษาที่เลขเรย์โนลด์ 100	82
3. อภิปรายผล	130

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 ข้อสรุป และข้อเสนอแนะ	131
1. ข้อสรุป	131
2. ข้อเสนอแนะ	131
บรรณานุกรม	132
ภาคผนวก	134

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 4.1 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 34
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อในโดเมนแบบที่ 1 ที่เวลา 0.05 และเรย์โนลด์ 10

ตารางที่ 4.2 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 35
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 1 ที่เวลา 0.50 และเรย์โนลด์ 10

ตารางที่ 4.3 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 36
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 1 ที่เวลา 1.00 และเรย์โนลด์ 10

ตารางที่ 4.4 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 40
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 2 ที่เวลา 0.05 และเรย์โนลด์ 10

ตารางที่ 4.5 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 41
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 2 ที่เวลา 0.50 และเรย์โนลด์ 10

ตารางที่ 4.6 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 42
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 2 ที่เวลา 1.00 และเรย์โนลด์ 10

ตารางที่ 4.7 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 82
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 1 ที่เวลา 0.05 และเรย์โนลด์ 100

ตารางที่ 4.8 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 83
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 1 ที่เวลา 0.50 และเรย์โนลด์ 100

ตารางที่ 4.9 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 84
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 1 ที่เวลา 1.00 และเรย์โนลด์ 100

ตารางที่ 4.10 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 88
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 2 ที่เวลา 0.05 และเรย์โนลด์ 100

ตารางที่ 4.11 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 89
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 2 ที่เวลา 0.50 และเรย์โนลด์ 100

ตารางที่ 4.12 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของความเร็ว ความดัน สายธารการไหล 90
และแสดงการเชื่อมต่อของจุดต่อ ในโดเมนแบบที่ 2 ที่เวลา 1.00 และเรย์โนลด์ 100

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1.1 โดเมนที่มีทางไหลเข้า 1 ทางไหลออก 1 ทาง 2

ภาพที่ 1.2 โดเมนที่มีทางไหลเข้า 1 ทางไหลออก 2 ทาง 4

ภาพที่ 1.3 โดเมนที่มีทางไหลเข้า 2 ทางไหลออก 1 ทาง 5

ภาพที่ 1.4 โดเมนที่มีทางไหลเข้า 2 ทางไหลออก 2 ทาง 7

ภาพที่ 2.1 โดเมน ขอบของโดเมน และส่วนประกอบของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบของโดเมน 9

ภาพที่ 2.2 แสดงขนาดความเร็วและทิศทางภายในเครื่องคอมพิวเตอร์ 12

ภาพที่ 2.3 สมาชิกแบบ 3 เหลี่ยมที่ประกอบด้วยตัวไม่ทราบค่า 3 จุดต่อ 13

ภาพที่ 2.4 แสดงการไหลผ่านของมวลขนาดเล็กผ่านปริมาตรควบคุม 19

ภาพที่ 2.5 แสดงแรงต่างๆที่กระทำบนผิวของก้อนของไหลซึ่งกำลังเคลื่อนที่ในแนวแกน x 20

ภาพที่ 4.1 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 1 37

ภาพที่ 4.2 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 2 43

ภาพที่ 4.3 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 3 46

ภาพที่ 4.4 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 4 49

ภาพที่ 4.5 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 5 52

ภาพที่ 4.6 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 6 55

ภาพที่ 4.7 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 7 58

ภาพที่ 4.8 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 8 61

ภาพที่ 4.9 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 9 64

ภาพที่ 4.10 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 10 67

ภาพที่ 4.11 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 11 70

ภาพที่ 4.12 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 12 73

ภาพที่ 4.13 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 13 76

ภาพที่ 4.14 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=10 ในโดเมนแบบที่ 14 79

ภาพที่ 4.15 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 1 85

ภาพที่ 4.16 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 2 91

ภาพที่ 4.17 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 3 94

ภาพที่ 4.18 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 4 97

ภาพที่ 4.19 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 5 100

ภาพที่ 4.20 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 6 103

สารบัญภาพ (ต่อ)

	หน้า
ภาพที่ 4.21 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 7	106
ภาพที่ 4.22 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 8	109
ภาพที่ 4.23 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 9	112
ภาพที่ 4.24 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 10	115
ภาพที่ 4.25 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 11	118
ภาพที่ 4.26 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 12	121
ภาพที่ 4.27 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 13	124
ภาพที่ 4.28 แบบจำลองการไหลของของไหลที่ Re=100 ในโดเมนแบบที่ 14	127

รายการสัญลักษณ์

สัญลักษณ์และความหมาย			หน่วย
$\vec{U}$	คือ	เวกเตอร์ความเร็ว ($\vec{U} = u\vec{i} + v\vec{j}$)	
$\vec{n}$	คือ	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบของโดเมน	
φ	คือ	สายธารการไหล	
u	คือ	ความเร็วในแนวแกน x	m/s
v	คือ	ความเร็วในแนวแกน y	m/s
μ	คือ	ความหนืดพลศาสตร์	$N \cdot s/m^2$
ρ	คือ	ความหนาแน่น	kg/m^3
p	คือ	ความดัน	N/m^2
t	คือ	เวลา	s
τ	คือ	ความเค้น	N/m^2
τ_{yx}	คือ	ความเค้นเฉือนในแนวแกน x	N/m^2
τ_{xy}	คือ	ความเค้นเฉือนในแนวแกน y	N/m^2
τ_{xx}	คือ	ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน x	N/m^2
τ_{yy}	คือ	ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน y	N/m^2
$\sum F_x$	คือ	แรงรวมในแนวแกน x	N
$\sum F_y$	คือ	แรงรวมในแนวแกน y	N
f_x	คือ	แรงในแนวแกน x	N
f_y	คือ	แรงในแนวแกน y	N
m	คือ	มวลของก้อนของไหล	kg
a_x	คือ	ความเร่งของมวลในแนวแกน x	m/s^2
a_y	คือ	ความเร่งของมวลในแนวแกน y	m/s^2
Γ_0	คือ	บริเวณขอบของโดเมน	
Γ_{in}^x	คือ	ทางที่ของไหลไหลเข้าสู่โดเมนในแนวแกน x	
Γ_{in}^y	คือ	ทางที่ของไหลไหลเข้าสู่โดเมนในแนวแกน y	
Γ_{out}^x	คือ	ทางที่ของไหลไหลออกจากโดเมนในแนวแกน x	
Γ_{out}^y	คือ	ทางที่ของไหลไหลออกจากโดเมนในแนวแกน y	
$\frac{D}{Dt}$	คือ	อนุพันธ์สัมบูรณ์ $\left(\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)$	
∇	คือ	เกรเดียนต์ $\left(\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j}\right)$	

รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์และความหมาย			หน่วย
N_i	คือ	ฟังก์ชันการประมาณภายในสมาชิก เมื่อ $i = 1, 2, 3$	
ϕ_i	คือ	ตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ เมื่อ $i = 1, 2, 3$	
$\lfloor N \rfloor$	คือ	เมทริกซ์แถวนอน	
$\{\phi\}$	คือ	เมทริกซ์แถวตั้ง	
L	คือ	ตัวดำเนินการเชิงอนุพันธ์	
ϕ	คือ	ผลเฉลยแม่นตรง	
$\overline{\phi}$	คือ	ผลเฉลยโดยประมาณ	
R	คือ	เศษตกค้าง	
w_i	คือ	ฟังก์ชันน้ำหนัก เมื่อ $i = 1, 2, 3$	
Ω	คือ	โดเมน, พื้นที่ของสมาชิก	
$\mathbb{R}$	คือ	จำนวนจริง	
Γ	คือ	เส้นโค้ง, ขอบของโดเมน	
n_x, n_y	คือ	ส่วนประกอบของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบของโดเมน	