



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า)

ปริญญา

วิศวกรรมไฟฟ้า

วิศวกรรมไฟฟ้า

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง วิชาจัดสรรกำลังส่งสำหรับช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มไร้สายที่มีอัตราป้อนกลับจำกัด

Transmit Power Allocation Schemes For Wireless OFDM Channels with Finite-Rate Feedback

นามผู้วิจัย นายเอก ตันศิริสิทธิกุล

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วีรณศักดิ์ สันติเพ็ชร, Ph.D.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รองศาสตราจารย์ศรีจิตรา เจริญลาภนพรัตน์, Ph.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(รองศาสตราจารย์วิชัย สุระพัฒน์, วศ.ม.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ _____ เดือน _____ พ.ศ. _____

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

วิธีจัดสรรกำลังส่งสำหรับช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มไร้สายที่มีอัตราป้อนกลับจำกัด

Transmit Power Allocation Schemes For Wireless OFDM Channels with Finite-Rate Feedback

โดย

นายเอก ตันศิริสิทธิกุล

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า)

พ.ศ. 2556

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เอก ตันศิริสิทธิกุล 2556: วิธีจัดสรรกำลังส่งสำหรับช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม ไร้สายที่มีอัตราป้อนกลับจำกัด ปรินญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์วีรณศักดิ์ สันติเพ็ชร, Ph.D. 79 หน้า

วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาและนำเสนอวิธีจัดสรรกำลังส่งสำหรับช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม ไร้สายที่มีอัตราป้อนกลับจำกัด ในงานวิจัยนี้สมมติทางภาครับทราบข้อมูลของช่องสัญญาณโดยสมบูรณ์และมีช่องสัญญาณป้อนกลับที่มีอัตราบิดตำระหว่างภาครับและภาคส่ง โดยวิธีแรกเพื่อจำกัดอัตราป้อนกลับทำการแบ่งช่องสัญญาณย่อยที่อยู่ใกล้กันในโดเมนความถี่ออกเป็นกลุ่มแล้วประยุกต์ใช้วิธีจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดกับทั้งกลุ่มโดยการจัดสรรกำลังส่งให้กับทุกกลุ่ม ช่องสัญญาณย่อยเท่ากันเมื่อค่าเฉลี่ยอัตราขยายช่องสัญญาณมากกว่าหรือเท่ากับค่าขีดแบ่งและไม่จัดสรรเมื่อค่าเฉลี่ยมีค่าน้อยกว่า วิธีที่สองประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณโดยใช้วิธีการประมาณค่าแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองจากเขตของอัตราขยายช่องสัญญาณที่ทำการแบ่งนับบางส่วน โดยการประมาณดังกล่าวถูกกระทำทางภาคส่งจากนั้นวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดจะถูกนำมาใช้สำหรับการจัดสรรกำลังส่งให้แก่ช่องสัญญาณย่อยบนพื้นฐานของอัตราขยายช่องสัญญาณที่ได้จากการประมาณ ผลการจำลองแสดงให้เห็นว่าวิธีการที่นำเสนอช่วยลดอัตราการใช้พลังงานของข้อมูลอีกทั้งยังสามารถรักษาความจุของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม ให้ใกล้เคียงกับวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดซึ่งไม่มีการจำกัดอัตราป้อนกลับ

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Ake Tonsirisittikun 2013: Transmit Power Allocation Schemes For Wireless OFDM Channels with Finite-Rate Feedback. Master of Engineering (Electrical Engineering), Major Field: Electrical Engineering, Department of Electrical Engineering. Thesis Advisor: Assistant Professor Wiroonsak Santipach, Ph.D. 79 pages.

This thesis studies and presents transmit power allocation schemes for wireless orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM) channel with finite-rate feedback. It is assumed that channel state information at the receiver is perfect and that there exists a low-rate feedback channel between the receiver and transmitter. To limit the number of feedback bits, the first proposed scheme groups adjacent subchannels into clusters and applies on/off transmit allocation for all clusters subchannel cluster with averaged channel gain exceeding a threshold will be allocated equal power and subchannel cluster with averaged channel gain less than a threshold will be allocated zero power. The second proposed scheme is to interpolate channel gains of all subchannels based on a set of quantized channel gains. In this scheme, the transmit power then is allocated to subchannels by the optimal water-filling algorithm based on channel interpolation. The two proposed schemes with a finite feedback rate are shown to perform close to the optimal power allocation without a feedback constraint.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.วิรุณศักดิ์ สันติเพ็ชร์ ประธานกรรมการที่ปรึกษา
วิทยานิพนธ์ รศ.ดร.ศรีจิตรา เจริญลาภนพรัตน์ กรรมการที่ปรึกษาร่วม อ.ดร. ประพันธ์ สุขสมปอง
อาจารย์จากภาควิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ คอมพิวเตอร์ และการสื่อสาร สถาบันเทคโนโลยีนานาชาติสิรินธร มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ที่ให้คำปรึกษาในการค้นคว้าวิจัยตลอดจนการตรวจ
แก้ไขวิทยานิพนธ์จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนและมอบ
ความรู้อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการนำไปใช้ประโยชน์ต่อไปและขอขอบคุณพี่และน้องในห้อง
วิจัยที่ให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำดีๆ อีกทั้งขอบคุณเรื่องราวและเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้น
ในช่วงที่ข้าพเจ้าได้ศึกษาอยู่ ณ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ตลอดเวลาที่ผ่านมา

ด้วยความดีหรือประโยชน์อันใดเนื่องจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ข้าพเจ้าขอบแต่บิดาและ
มารดาของข้าพเจ้าที่ได้อบรมและให้กำลังใจข้าพเจ้าทำให้ข้าพเจ้าไม่คิดที่จะเดินย้อนกลับไป

เอก ตันศิริสิทธิกุล

มีนาคม 2556

สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	(1)
สารบัญภาพ	(2)
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	(5)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	3
การตรวจเอกสาร	4
อุปกรณ์และวิธีการ	48
อุปกรณ์	48
วิธีการ	48
ผลและวิจารณ์	61
ผล	61
วิจารณ์	68
สรุปและข้อเสนอแนะ	70
สรุป	70
ข้อเสนอแนะ	70
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	71
ภาคผนวก	72
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	79

สารบัญญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 การส่งสัญญาณดิจิทัลด้วยคลื่นพาห์เดียว	7
2 หลักการทำงานของระบบการกล้ำสัญญาณที่ใช้หลายสัญญาณพาห์	8
3 สเปกตรัมความถี่ของการกล้ำสัญญาณที่ใช้หลายสัญญาณพาห์และการกล้ำ สัญญาณที่ใช้สัญญาณพาห์เดียว	9
4 สเปกตรัมของโอเอฟดีเอ็ม	11
5 ลักษณะของสัญญาณซิงค์	12
6 การเสริมไซคลิกพรีฟิก	13
7 บล็อกไดอะแกรมของภาคส่งและภาครับของระบบโอเอฟดีเอ็ม	14
8 แสดงเฟดดิ้งขนาดใหญ่และเฟดดิ้งขนาดเล็ก	16
9 แสดงการสื่อสารช่องสัญญาณไร้สาย	17
10 แสดงมุม α_n ของคลื่นสัญญาณที่มาถึงของปรากฏการณ์คอปเพลอร์	19
11 แสดงรูปแบบของการจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่แบบประวิงเวลา	22
12 แสดงรูปแบบของการจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่แบบคอปเพลอร์	24
13 แบบจำลองระบบและช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบแบนราบ	27
14 แบบจำลองระบบช่องสัญญาณที่ภาคส่งและภาครับทราบข้อมูลสถานะ ช่องสัญญาณ	29
15 แสดงช่องสัญญาณเฟดดิ้งแบบเลือกความถี่ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา	33
16 แสดงบล็อกการจางหายแบบเลือกความถี่	33
17 แสดงวิธีการเติมน้ำในบล็อกการจางหายแบบเลือกความถี่	34
18 แสดงการแบ่งช่องสัญญาณในการจางหายแบบเลือกความถี่	36

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
19	แสดงวิธีการจัดสรรกำลังส่งโดยวิธีการเติมน้ำ	44
20	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณย่อยของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มด้วยค่าของจำนวนวิธีที่แตกต่างกัน	50
21	แสดงข้อมูลสถานะของช่องสัญญาณที่ปรากฏทางภาครับ	50
22	ตัวอย่างการแบ่งช่องสัญญาณย่อยเป็นกลุ่มตามความสัมพันธ์ของช่องสัญญาณย่อย	51
23	ลักษณะฟังก์ชันเชิงเส้นสำหรับการประมาณค่าของฟังก์ชันในช่วงระหว่าง x_0 และ x_1	54
24	แสดงการประมาณค่าอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้น โดยแบ่งกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยด้วยจำนวนกลุ่มที่มีค่าน้อย	55
25	แสดงการประมาณค่าอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้น โดยแบ่งกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยด้วยจำนวนกลุ่มที่มีค่ามาก	55
26	ลักษณะฟังก์ชันกำลังสองสำหรับการประมาณค่าฟังก์ชันในช่วงระหว่าง x_0 และ x_2	57
27	ฟังก์ชันประมาณค่าในช่วงของลากรานจ์แบบกำลังสอง	58
28	แสดงความจุมรวมของการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยการแบ่งช่องสัญญาณย่อยและการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดกับจำนวนกลุ่ม	61
29	แสดงค่าความจุมรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองกับจำนวนกลุ่มที่ทำการแบ่งโดยไม่มีการจำกัดอัตราป้อนกลับ	63
30	แสดงค่าความจุมรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองกับจำนวนกลุ่มที่ทำการแบ่งโดยกำหนดอัตราป้อนกลับ B เท่ากับ 128 บิต	64
31	แสดงผลรวมความจุมรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นกับจำนวนของกลุ่มที่ทำการแบ่งเมื่อใช้จำนวนของบิตป้อนกลับที่แตกต่างกัน	65
32	แสดงการเปรียบเทียบความจุมรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มของวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่นำเสนอกับค่าอัตราส่วนกำลังสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกันและจำกัดค่าอัตราป้อนกลับ B เท่ากับ 128 บิต	66

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
33	แสดงค่าอัตราส่วนระหว่างค่าความจุของวิธีการจัดสรรกำลังที่นำเสนอกับ ค่าความจุของวิธีการเติมน้ำและค่ากำลังส่งทั้งหมดที่แตกต่างกัน	67
34	แสดงจำนวนวิถีของสัญญาณกับจำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ถูกแบ่ง และร้อยละของความแตกต่างระหว่างค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่อยู่ใกล้กัน	68

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

OFDM	=	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
ISI	=	Inter Symbol Interference
FFT	=	Fast Fourier Transform
IFFT	=	Inverse Fast Fourier Transform
DFT	=	Discrete Fourier Transform
DAB	=	Digital Audio Broadcasting
DVB	=	Digital Video Broadcasting
FDM	=	Frequency Division Multiplexing
MCM	=	Multi Carrier Modulation
SNR	=	Signal to Noise Ratio
PAPR	=	Peak to Average Power Ratio
BER	=	Bit Error Rate
LOS	=	Line of Sight
CSI	=	Channel State Information
AWGN	=	Additive White Gaussian Noise
BPSK	=	Binary Phase Shift Keying
QPSK	=	Quadrature Phase Shift Keying
QAM	=	Quadrature Amplitude Modulation

วิธีจัดสรรกำลังส่งสำหรับช่องสัญญาณโอเอฟดีเอ็มไร้สายที่มีอัตราป้อนกลับจำกัด

Transmit Power Allocation Schemes For Wireless OFDM Channels with Finite-Rate Feedback

คำนำ

โอเอฟดีเอ็มเป็นวิธีกล้ำสัญญาณแบบหลายคลื่นพาห้ที่ได้รับความนิยมเป็นอย่างมาก สำหรับการส่งข้อมูลอัตราเร็วสูงบนช่องสัญญาณสื่อสารไร้สาย ซึ่งได้ถูกนำมาใช้ในการสื่อสารไร้สายในปัจจุบัน เช่น การสื่อสารในยุคที่สี่ (4G) มาตรฐาน IEEE 802.11 (WiFi) มาตรฐาน IEEE 802.16 (WiMAX) เป็นต้น เนื่องด้วยมีประสิทธิภาพทางสเปกตรัมสูงและมีความทนทานต่อการเกิดปัญหาการแทรกสอดทางสัญญาณ (ISI) จากสัญญาณหลายเส้นทาง โดยข้อมูลที่ต้องการส่งจะถูกแบ่งและส่งบนช่องสัญญาณย่อยหลายช่องสัญญาณที่ขนานกันซึ่งเพิ่มช่วงเวลาสัญญาณแต่ละปัญหาการแทรกสอดทางสัญญาณเนื่องจากช่องสัญญาณแบบเลือกความถี่ (Frequency-selective fading channel) จะถูกเปลี่ยนเป็นช่องสัญญาณแบบแบนราบ (Flat-fading channel)

โดยทั่วไปความจุของช่องสัญญาณจะขึ้นอยู่กับความรู้ข้อมูลช่องสัญญาณที่ทางภาคส่งหรือทางภาครับซึ่งทางภาครับสามารถทำการประมาณค่าข้อมูลช่องสัญญาณจากสัญญาณนำร่อง (Pilot signal) จากนั้นข้อมูลช่องสัญญาณจะถูกถ่วงน้ำหนักจากทางภาครับผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับไปยังทางภาคส่งแต่โดยทั่วไปแล้วช่องสัญญาณป้อนกลับมีอัตราการป้อนกลับที่จำกัดดังนั้นข้อมูลช่องสัญญาณจำเป็นต้องถูกทำการแบ่งนัย (Quantization) ด้วยจำนวนบิตที่จำกัดก่อนถูกส่งกลับไปยังทางภาคส่ง ที่ทางภาคส่งข้อมูลช่องสัญญาณเหล่านั้นจะถูกนำไปใช้เพื่อจัดสรรกำลังส่งให้กับแต่ละช่องสัญญาณย่อยในช่องสัญญาณโอเอฟดีเอ็ม

โดยในกรณีที่ทางภาคส่งทราบข้อมูลช่องสัญญาณ โดยสมมุติวิธีจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดคือวิธีเติมน้ำ (Water-filling algorithm) จะถูกนำมาใช้ในการจัดสรรกำลังส่งให้กับทุกช่องสัญญาณย่อยเพื่อเพิ่มความจุรวมของช่องสัญญาณ โดยวิธีการนี้จะให้ค่าความจุรวมของช่องสัญญาณสูงที่สุดโดยกำลังส่งรวมทั้งหมดมีจำกัดซึ่งข้อมูลของระดับกำลังที่ถูกจัดสรรให้กับแต่ละช่องสัญญาณย่อยจะถูกถ่วงน้ำหนักผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับไปยังทางภาคส่งซึ่งโดยทั่วไปจำนวน

ของช่องสัญญาณย่อยในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มมีจำนวนมากจึงมีผลทำให้ปริมาณข้อมูลที่ต้องป้อนกลับมากตามด้วย อย่างไรก็ตามเมื่อข้อมูลช่องสัญญาณไม่ปรากฏทั้งที่ทางภาคส่งและภาครับ การจัดสรรกำลังส่งที่เท่ากันทุกช่องสัญญาณย่อย (Uniform power allocation) จะถูกนำมาใช้โดยวิธีการจัดสรรนี้ไม่ต้องการข้อมูลป้อนกลับแต่สมรรถนะความจุรวมของช่องสัญญาณที่ได้น้อยกว่าวิธีเดมมูเนชันมาก โดยเฉพาะในกรณีที่อัตรากำลังสัญญาณส่งรวมต่อสัญญาณรบกวนมีค่าต่ำ

งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการจัดสรรกำลังส่งสำหรับช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มไร้สายโดยมีการจำกัดอัตราป้อนกลับของข้อมูล เพื่อลดจำนวนของข้อมูลป้อนกลับที่ถูกถ่ายโอนจากทางภาครับกลับไปยังภาคส่งผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับที่มีอัตราป้อนกลับจำกัด โดยสมมติทางภาครับทราบข้อมูลช่องสัญญาณโดยสมบูรณ์ซึ่งทางภาคส่งจะทำการปรับค่าของระดับกำลังตามข้อมูลของช่องสัญญาณบนพื้นฐานของการจำกัดอัตราการป้อนกลับที่ได้รับจากทางภาคส่งซึ่งในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มอัตราขยายของช่องสัญญาณมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องด้วยแบนด์วิดท์รวมนี้ (Coherent bandwidth) ดังนั้นเพื่อลดปริมาณข้อมูลป้อนกลับ วิทยานิพนธ์นี้เสนอการแบ่งช่องสัญญาณย่อยที่อยู่ใกล้กันเป็นกลุ่มและจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดทั้งกลุ่ม นอกจากนี้ยังประยุกต์ใช้การพยากรณ์ช่องสัญญาณในโดเมนความถี่ด้วยการประมาณค่าในช่วง (Interpolation) เพื่อลดจำนวนบิตป้อนกลับที่ใช้ในการถ่ายโอนข้อมูลช่องสัญญาณ

วิธีการจัดสรรกำลังที่นำเสนอในเงื่อนไขที่อัตราบิตป้อนกลับจำกัดในบางกรณีมีสมรรถนะใกล้เคียงกับการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดที่ไม่มีเงื่อนไขอัตราบิตป้อนกลับจำกัด

วัตถุประสงค์

เพื่อนำเสนอวิธีจัดสรรกำลังส่งสำหรับช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม ไร้สายที่มีอัตราป้อนกลับ
จำกัดและวิเคราะห์สมรรถนะของวิธีการที่นำเสนอ



การตรวจเอกสาร

1. โอเอฟดีเอ็ม

1.1 บทนำและความเป็นมาของ โอเอฟดีเอ็ม

โอเอฟดีเอ็มเป็นหนึ่งในมาตรฐานวิธีที่แตกแขนงออกมาจากเทคโนโลยีสเปกตรัมโดยการกล้ำสัญญาณที่ใช้หลายสัญญาณพาห้ (Multi-Carrier Modulation: MCM) เป็นวิธีที่ทำให้ช่องสัญญาณสื่อสารถูกแบ่งออกเป็นช่องสัญญาณย่อย ซึ่ง MCM เกิดขึ้นตั้งแต่ในปี พ.ศ. 2498 และถูกนำมาใช้โดยห้องปฏิบัติการโทรศัพท์เบลล์ (Bell Telephone Laboratories) ในปี พ.ศ. 2508 โอเอฟดีเอ็มถูกนำไปประยุกต์ใช้ในกิจการสื่อสารทางทหารด้านระบบสื่อสารความถี่สูง เช่น ระบบ KINEPLEX ของบริษัทวิทยุลิคอนและระบบโทรพิมพ์ที่ใช้การเลื่อนความถี่ย่านแคบของบริษัทเวสเทิร์นอิเล็กทริก (Western Electric) เป็นต้น

ต้นแบบของการกล้ำสัญญาณที่ใช้หลายสัญญาณพาห้มีการทดลองใช้โดยการกำเนิดสัญญาณพาห้จากวงจรกำเนิดความถี่ที่เป็นอิสระจากกันซึ่งภาครับต้องการวงจรกรองแถบความถี่ผ่านย่านแคบเพื่อใช้แยกแยะสัญญาณพาห้ออกจากกันก่อนที่จะทำการถอดการกล้ำสัญญาณทั้งนี้ในสมัยนั้นระบบค่อนข้างใหญ่และยังไม่สามารถนำมาใช้กับงานในปัจจุบัน หลังจากนั้น DOSCIC ซึ่งมีการทำงานแบบ MCM ถูกพัฒนาขึ้นในอเมริกาเหนือและรับรองโดยสหภาพโทรคมนาคมนานาชาติ (ITU) ในเดือนมีนาคม พ.ศ. 2541 โดย DOSCIC ถูกพัฒนาขึ้นมาเป็นมาตรฐานสำหรับการส่งข้อมูลดิจิทัลความเร็วสูงบนเครือข่ายเพื่อเพิ่มความเร็วของการติดต่อสื่อสารด้วยสัญญาณดิจิทัลบวกกับไอซีที่มีความเร็วสูงและมีการนำการแปลงฟูเรียร์ (Fast Fourier Transform: FFT) มาประยุกต์ใช้ทำให้วิธี โอเอฟดีเอ็มเป็นวิธีที่น่าสนใจมากขึ้น

การสื่อสารบรอดแบนด์ไร้สายถูกพัฒนาขึ้นเพื่อตอบสนองความต้องการของผู้ใช้ไม่ว่าจะเป็นธุรกิจขนาดเล็กหรือตามบ้าน ในการส่งข้อมูลดิจิทัลที่มีคุณภาพสูง เช่น ข้อมูลภาพและเสียง การมัลติเพลกซ์แบ่งความถี่ตั้งฉาก (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) หรือ โอเอฟดีเอ็ม (OFDM) เป็นวิธีที่ใช้หลายคลื่นพาห้ โอเอฟดีเอ็มทำการแบ่งความถี่โดยใช้สัญญาณคลื่นพาห้ที่ตั้งฉากกันในทางเวลาแต่ซ้อนทับกันในทางความถี่ โอเอฟดีเอ็มสามารถประยุกต์ใช้ในระบบสื่อสารดิจิทัลได้ในปัจจุบัน โดยโอเอฟดีเอ็มได้รับการนำเสนอให้เป็นส่วนหนึ่ง

ของมาตรฐานต่างๆ เช่น การกระจายเสียงระบบดิจิทัล (Digital Audio Broadcasting) หรือดีเอบี (DAB) การกระจายวิดีโอระบบดิจิทัล (Digital Video Broadcasting) หรือดีวีบี (DVB) มาตรฐาน IEEE 802.11 (WiFi) มาตรฐาน IEEE 802.16 (WiMAX) และยังเป็นวิธีการส่งสัญญาณหลักสำหรับการสื่อสารในยุคที่สี่ (4G) เนื่องจากไอเอฟดีเอ็มสามารถตอบสนองความต้องการของระบบสื่อสารไร้สายความเร็วสูงซึ่งการสื่อสารแบบคลื่นพาห์เดี่ยว (Single carriers) ประสบปัญหาการแทรกสอดทางสัญลักษณ์ (Inter-Symbol Interference) หรือไอเอสไอ (ISI) ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของสัญญาณหลายวิถี (Multipath) เช่น การสะท้อนของคลื่นวิทยุจากตึก เหมินเขาหรือสิ่งกีดขวางอื่นๆ แต่ละเส้นทางที่คลื่นวิทยุเดินทางมีระยะทางแตกต่างกันทำให้สัญญาณเดินทางมาที่ภาครับในเวลาที่แตกต่างกันและสัญญาณที่รับเข้ามามีขนาดและเฟสแตกต่างกัน การลดคาบของแต่ละสัญลักษณ์เพื่ออัตราส่งที่สูงขึ้นทำให้ปริมาณของไอเอสไอที่กระทบต่อหนึ่งสัญลักษณ์มีมากขึ้น โดยในไอเอฟดีเอ็มจะทำการแบ่งลำดับบิตข้อมูลออกเป็นหลายสายบิตข้อมูลที่มีความเร็วต่ำลงจากนั้นทำการส่งข้อมูลชุดย่อยเหล่านั้นขนานกันออกไปโดยใช้สัญญาณพาห์ย่อย ดังนั้นอัตราสัญลักษณ์ของแต่ละช่องสัญญาณย่อยจะต่ำลงซึ่งแต่ละสัญลักษณ์จะมีคาบ (T) นานขึ้นทั้งนี้ต้องการให้นานกว่าช่วงเวลาทีหน่วงจากสัญญาณหลายเส้นทางช่วงเวลาสัญลักษณ์ที่ยาวขึ้นนี้ทำให้ความสัมพันธ์กับเวลาของคลื่นวิทยุที่สะท้อนเข้ามาที่ภาครับอยู่ในช่วงเวลาป้องกันและไม่สามารถสอดแทรกเข้าสัญลักษณ์ถัดไปที่รับเข้ามาทำให้วิธีไอเอฟดีเอ็มทนทานต่อปัญหาการแทรกสอดทางสัญลักษณ์

1.2 เปรียบเทียบการส่งข้อมูลด้วยสัญญาณพาห์เดี่ยวและหลายสัญญาณพาห์

1.2.1 การส่งข้อมูลโดยใช้คลื่นพาห์เดี่ยว (Single carrier transmission)

ในการส่งข้อมูลแบบโดยใช้คลื่นพาห์เดี่ยวซึ่งแสดงในภาพที่ 1 นั้นการส่งชุดข้อมูล (Block of symbols) ที่ประกอบด้วย s_1, s_2, \dots, s_N สามารถทำได้โดยการส่งพัลส์ $p(t)$ ที่เปลี่ยนขนาดไปตามชุดข้อมูล s_1, s_2, \dots, s_N เรียงกันไปตามลำดับโดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k p(t - kT) \quad (1)$$

โดย T เป็นเวลาที่ใช้ในการส่งแต่ละสัญลักษณ์ข้อมูล (Symbol interval) ซึ่งก่อนทำการส่งสัญญาณ $s(t)$ ออกจากภาคส่งสัญญาณจะถูกแปลงความถี่ด้วยสัญญาณพาห์โดยกระบวนการกล้ำสัญญาณ

ในโดเมนความถี่สัญญาณจะย้ายความถี่ไปยังความถี่ของสัญญาณพาห้ โดยสัญญาณที่ถูกกล้ำสัญญาณแล้วจะถูกเรียกว่าสัญญาณแบนด์พาส (Bandpass signal) ส่วนสัญญาณที่ยังไม่ผ่านการกล้ำสัญญาณถูกเรียกว่าสัญญาณเบสแบนด์ (Baseband signal) โดยสามารถเขียนสมการของสัญญาณแบนด์พาสได้ดังนี้

$$x(t) = \text{Re}\{s(t)e^{j\omega_c t}\} \quad (2)$$

ซึ่ง $\omega_c = 2\pi f_c$ และ f_c คือความถี่ของคลื่นพาห้ ถ้ากำหนดให้ $S(f)$ เป็นสเปกตรัมของสัญญาณเบสแบนด์ $s(t)$ ผลจากการกล้ำสัญญาณในโดเมนความถี่คือสเปกตรัม $X(f)$ ของสัญญาณแบนด์พาส $x(t)$ เป็นดังนี้

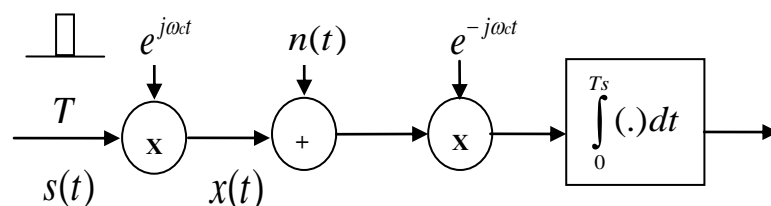
$$X(f) = \frac{1}{2}(S(f - f_c) + S^*(-f - f_c)) \quad (3)$$

โดยสเปกตรัมของ $S(f)$ ของ $s(t)$ ย้ายไปที่ $\pm f_c$ นอกจากนี้สัญญาณเบสแบนด์ $s(t)$ เป็นจำนวนจริงเสมอ ดังนั้นสมการของสัญญาณแบนด์พาสจะเหลือเพียง

$$x(t) = s(t)\cos(2\pi f_c t) \quad (4)$$

ส่วนสเปกตรัมของสัญญาณ $X(f)$ แสดงสมการดังนี้

$$X(f) = \frac{1}{2}(S(f - f_c) + S(f + f_c)) \quad (5)$$

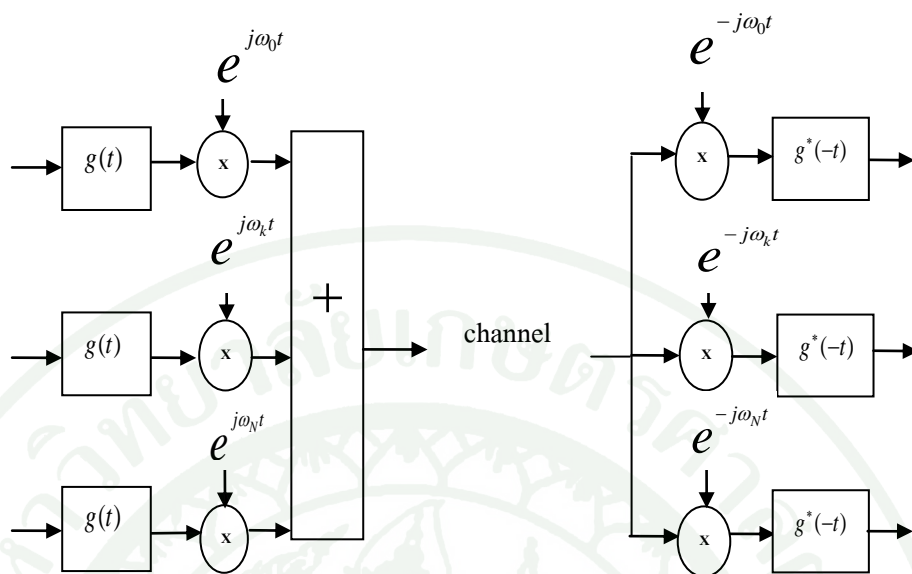


ภาพที่ 1 การส่งสัญญาณดิจิทัลด้วยคลื่นพาห์เดียว

ที่มา: พรชัย (2549)

1.2.2 การส่งข้อมูลโดยใช้หลายสัญญาณพาห์ (Multi carrier transmission)

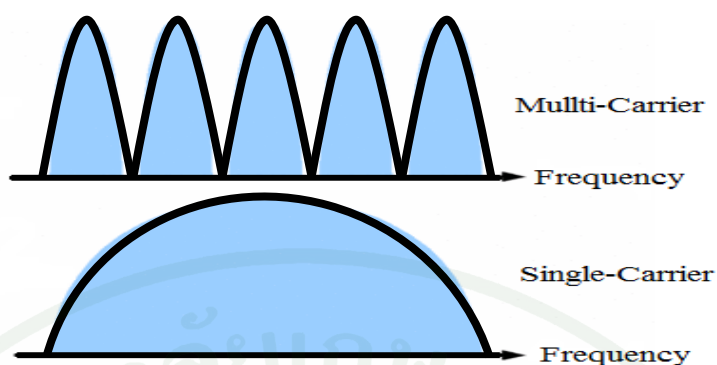
วิธีการกล้ำสัญญาณด้วยวิธีการนี้ใช้หลักการพื้นฐานที่ไม่แตกต่างไปจากหลักการในการส่งข้อมูลโดยใช้คลื่นพาห์เดียวหากแต่มีการแบ่งข้อมูลออกเป็นหลายส่วนขนานกันไป (Parallel data stream) เมื่อข้อมูลถูกแบ่งเป็นหลายส่วน แต่ละส่วนจึงไม่จำเป็นต้องมีอัตราการส่งที่สูงเท่า นั้น วิธีนี้เรียกว่าการมัลติเพล็กซ์โดยการแบ่งความถี่ (Frequency Division Multiplexing: FDM) แสดงดังภาพที่ 2 โดยแต่ละส่วนย่อยถูกส่งออกไปด้วยคลื่นพาห์ย่อยที่มีความถี่แตกต่างกันทำให้ไม่มีการเหลื่อมซ้อนทับกัน ทั้งนี้ไม่ให้เกิดการใช้สเปกตรัมความถี่ของแต่ละสัญญาณนั้นเกิดการรบกวนซึ่งกันและกัน ในโดเมนความถี่โดยการเลือกใช้คลื่นพาห์ที่มีค่าความถี่ที่เหมาะสมมาทำการกล้ำสัญญาณกับสัญญาณต่างๆที่ต้องการนำมารวมกันแต่ละสัญญาณเพื่อทำให้สเปกตรัมของสัญญาณที่เกิดขึ้นจากการกล้ำสัญญาณนั้นแยกเป็นอิสระจากกัน ในโดเมนความถี่ (ซึ่งสเปกตรัมความถี่ของการกล้ำสัญญาณที่ใช้สัญญาณพาห์หลายสัญญาณแสดงดังภาพที่ 3) ทำให้สัญญาณเหล่านี้รวมกันไปในช่องสัญญาณเดียวกันได้ ดังนั้นเมื่อยิ่งเพิ่มจำนวนของสัญญาณพาห์ย่อยมากขึ้น ทำให้ส่งข้อมูลได้มากขึ้นและจะมีการทับซ้อนกันเฉพาะสัญญาณพาห์ที่อยู่ติดกันจากนั้นทางภาครับสามารถที่จะแยกสัญญาณเหล่านั้นออกจากกันได้ และเมื่อนำสัญญาณที่แยกออกมาไปทำการถอดการกล้ำสัญญาณจะได้สัญญาณเดิมกลับมาในที่สุด



ภาพที่ 2 หลักการทำงานของระบบการกล้ำสัญญาณที่ใช้หลายสัญญาณพาห้

ที่มา: Institute for Communication Technologies and Embedded Systems (2013)

การส่งข้อมูลแบบเอฟดีเอ็มมีปัญหาเกี่ยวกับการลดทอนสัญญาณน้อยลง อย่างไรก็ตามจำนวนของสัญญาณพาห้ในทางปฏิบัติถูกจำกัดโดยข้อจำกัดของกระบวนการกรองความถี่ ช่วงเวลาในการคำนวณ แลบทความถี่ที่มีอยู่ภายในช่องสื่อสารและความถี่คอปเปอร์ (Dropper) ในกรณีนี้ใช้การสื่อสารไร้สาย โดยการสามารถปรับปรุงประสิทธิภาพของเอฟดีเอ็มด้วยการส่งสัญญาณที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน



ภาพที่ 3 สเปกตรัมความถี่ของการกล้ำสัญญาณที่ใช้หลายสัญญาณพาห้และการกล้ำสัญญาณที่ใช้สัญญาณพาห้เดียว

ที่มา: Magna Design Net (2012)

1.3 วิธีการกล้ำสัญญาณด้วยโอเอฟดีเอ็ม

1.3.1 ความต้งจากซึ่งกันและกันในระบบโอเอฟดีเอ็ม

สัญญาณที่ต้งจากซึ่งกันและกันและกันหมายความว่าสถานะของสัญญาณเป็นอิสระจากกันโดยปราศจากการรบกวนซึ่งกันและกันซึ่งสามารถเรียกสัญญาณทั้งสองนี้ว่าความต้งจากซึ่งกันและกัน ในระบบโอเอฟดีเอ็มความต้งจากซึ่งกันและกันเป็นการนำเอาสัญญาณพัลส์มาทำเป็นสัญญาณพาห้ซึ่งทำให้สเปกตรัมสัญญาณพาห้แต่ละตัวมีค่าสัญญาณเป็นศูนย์ที่กลางแถบความถี่ของแต่ละสัญญาณพาห้ในระบบทั้งนี้ทำให้แต่ละสัญญาณพาห้ย่อยสามารถแยกออกจากกลุ่มโดยปราศจากสอดแทรกหรือรบกวนจากสัญญาณพาห้ย่อยอื่นๆ ดังนั้นสัญญาณพาห้ย่อยสามารถจัดวางไว้ได้ใกล้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ในทางทฤษฎี

โดยสมมติว่าต้องการส่งข้อมูล s_1, s_2, \dots, s_N สามารถทำได้โดยการส่งพัลส์ $p(t)$ ในแกนเวลาที่เปลี่ยนขนาดไปตาม s_1, s_2, \dots, s_N เรียงกันไปตามลำดับ

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k p(t - kT) \quad (6)$$

โดยแต่ละพัลส์ใช้เวลา T หน่วยดั่งที่ได้อธิบายไว้ใน การส่งข้อมูลโดยใช้คลื่นพาห์เดียวสำหรับการส่งข้อมูลแบบเอฟดีเอ็มในแต่ละช่องเวลาจะส่งข้อมูล s_1, s_2, \dots, s_N ไปพร้อมกันโดยใช้หลายแถบความถี่ซึ่งสามารถเขียนสมการในแกนความถี่ได้ว่า

$$S(f) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k p(f - k\Delta f) \quad (7)$$

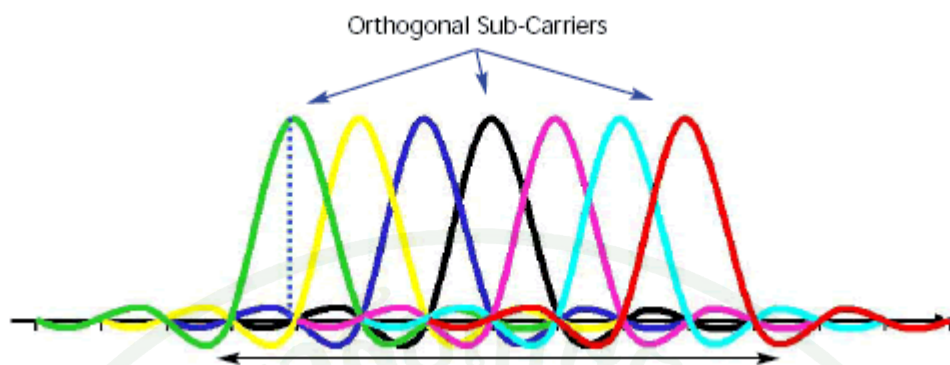
โดย Δf คือระยะห่างระหว่างสเปกตรัมของสัญญาณย่อยสำหรับการส่งสัญญาณที่ตั้งจากกันนั้น สัญญาณ $p(f - k\Delta f)$ จะต้องตั้งจากซึ่งกันและกันด้วยนั้นคือสำหรับจำนวนเต็ม k และ j ที่แตกต่างกัน กำหนดให้

$$\int p(f - k\Delta f) p^*(f - j\Delta f) df = 0 \quad (8)$$

สังเกตว่าถ้า $p(f - k\Delta f)$ ไม่ซ้อนทับกับ $p(f - j\Delta f)$ ในโดเมนความถี่ผลของการคูณจะได้ศูนย์เสมอส่งผลให้ค่าที่ได้จากการอินทิเกรตเป็นศูนย์ด้วยนั้นคือสัญญาณทั้งสองจะตั้งจากกันและไม่รบกวนกันซึ่งความจริงแล้วสัญญาณจะตั้งจากกันนั้นไม่จำเป็นจะต้องหลีกเลี่ยงการซ้อนทับกันในโดเมนความถี่โดยสัญญาณที่ตั้งจากกันแบบนี้คือสัญญาณในรูปของฟังก์ชันซิงค์ (sinc function) กำหนดโดย

$$p(f) = \frac{1}{\Delta f} \sin c\left(\pi \frac{f}{\Delta f}\right) \quad (9)$$

ในภาพที่ 4 สเปกตรัมของสัญญาณนั้นซ้อนทับกันแต่จุดสูงสุดของแต่ละสเปกตรัมของสัญญาณย่อยหนึ่งจะเป็นจุดที่สเปกตรัมของสัญญาณย่อยอื่นมีค่าเป็นศูนย์ทำให้ไม่มีการซ้อนทับกันที่จุดสูงสุดเหล่านั้นซึ่งโอเอฟดีเอ็มก็คือเอฟดีเอ็มแต่มีการจัดวางคลื่นพาห์ย่อยให้อยู่ใกล้กันที่สุดโดยยังตั้งจากกันอยู่

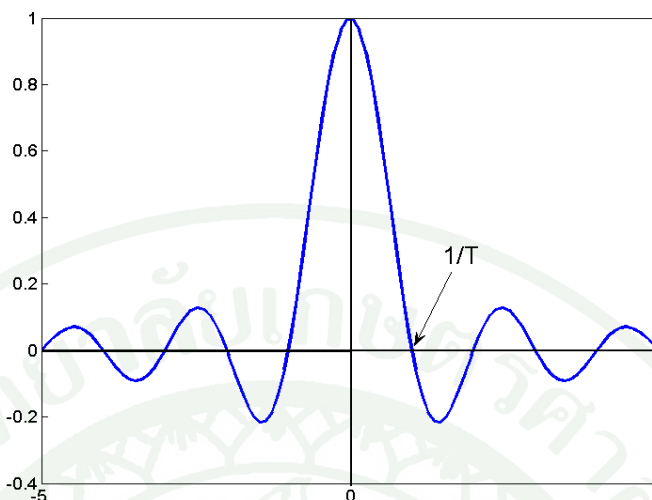


ภาพที่ 4 สเปกตรัมของโอเอฟดีเอ็ม

ที่มา: Electronic engineering community (2012)

1.3.2 การแปลงฟูรีเยร์และการแปลงกลับฟูรีเยร์ของวิธี โอเอฟดีเอ็ม

การแปลงฟูรีเยร์นั้นใช้สำหรับแยกสัญญาณออกเป็นส่วนประกอบทางความถี่ของสัญญาณนั้น โดยการแปลงฟูรีเยร์สามารถใช้แก้ปัญหาที่หลากหลายโดยการวิเคราะห์องค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณในระบบนั้นๆ การจัดการกับสัญญาณดิจิทัลในวิธี โอเอฟดีเอ็ม เป็นวิธีการหนึ่งในการประยุกต์ใช้งานของการแปลงฟูรีเยร์ การแปลงฟูรีเยร์เป็นวิธีทางคณิตศาสตร์สำหรับการแปลงฟังก์ชันใน โดเมนเวลาให้เป็นฟังก์ชันใน โดเมนความถี่โดยฟังก์ชันนั้นต้องเป็นฟังก์ชันคาบด้วยซึ่งจะแตกออกเป็นสมการแปลงฟูรีเยร์ การแปลงฟูรีเยร์เป็นการแยกหรือสลายรูปคลื่นหรือฟังก์ชันออกเป็นสัญญาณลักษณะซายซ์ที่มีความถี่ต่างกันและแรงดันต่างกันซึ่งผลรวมของสัญญาณซายซ์เหล่านี้เมื่อนำมารวมกันทางเฟสแล้วจะได้รูปคลื่นดั้งเดิมที่นำมาแยกตั้งนั้น สัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาอาจจะเปลี่ยนเป็นนิพจน์ของอนุกรมสัญญาณความถี่เป็นองค์ประกอบ ส่วนการแปลงกลับฟูรีเยร์เป็นกระบวนการที่ตรงข้ามกันคือแปลงสัญญาณที่อยู่ในแกนความถี่ให้อยู่ในรูปบนแกนเวลา ส่วนการแปลงฟาสฟูรีเยร์ (FFT) ทำให้การคำนวณการแปลงฟูรีเยร์และการแปลงกลับฟูรีเยร์ของกลุ่มข้อมูลทั้งกลุ่มค่าจริง (Real) และค่าเชิงซ้อน (Complex) สามารถทำได้อย่างรวดเร็ว สัญญาณซายซ์ที่มีช่วงเวลาที่จำกัด (T) สามารถแปลงเป็นสัญญาณซิงค์ (sinc pulse: โดยสัญญาณซิงค์คือสัญญาณ $\sin x/x$) บนแกนความถี่



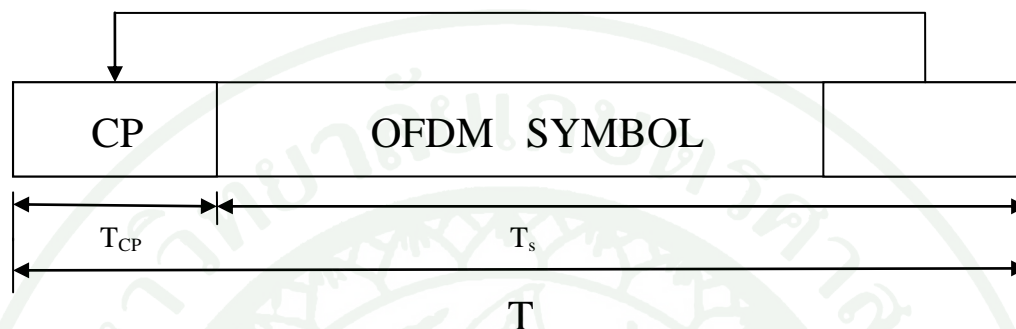
ภาพที่ 5 ลักษณะของสัญญาณซิงค์

ซึ่งสัญญาณซิงค์จะมีจุดตัดแกน x ทุกๆช่วงเวลา $1/T$ เป็นช่วงเวลาของจำนวนสัญญาณบนแกนเวลา ดังนั้นถ้าสัญญาณพาห่อย่อยมีช่วงห่างซึ่งกันและกันเท่ากับ $1/T$ ค่าสูงสุดจะเกิดขึ้นที่ทุกๆจุดตัดแกน x ทั้งนี้เนื่องจากการซ้อนทับกันของสัญญาณเหล่านี้จะไม่รบกวนซึ่งกันและกันหรือในอีกทำนองหนึ่ง อาจกล่าวได้ว่าสัญญาณมีการรักษาความตั้งฉากซึ่งกันและกัน

1.3.3 การเสริมไซคลิกพรีฟีก

วิธีนี้ใช้สำหรับแก้ไขสัญญาณที่คุณภาพลดลงในช่องสื่อสารอันเนื่องมาจากสัญญาณมีการเคลื่อนที่หลายเส้นทางทำได้โดยการใช้ลำดับของแถบป้องกันที่เรียกว่าการเสริมไซคลิกพรีฟีกเป็นการคัดลอกส่วนสุดท้ายของสัญลักษณ์ โอเอฟดีเอ็มให้มีความยาวเท่ากับหรือมากกว่าค่าหนึ่งช่วงเวลาสูงสุดของการกระจายช่วงเวลาอันเนื่องมาจากสัญญาณหลายเส้นทาง การเสริมไซคลิกพรีฟีกจะถูกคัดลอกลงในส่วนหน้าของสัญลักษณ์ โอเอฟดีเอ็มเพื่อทำหน้าที่เป็นแถบป้องกัน การซ้อนทับระหว่างสัญลักษณ์ที่จะเกิดขึ้นระหว่างการทำการส่งการแปลงข้อมูลแบบขนานไปเป็นแบบอนุกรมจะเกิดขึ้นหลังจากคัดลอกไซคลิกพรีฟีกลงในตัวส่งที่ภาคส่งส่วนที่เรียกว่าแถบป้องกัน จะถูกกำจัดออกไปซึ่งทราบได้ก็ตามที่ช่วงห่างของแถบป้องกันมีค่ามากที่สุดของการหนึ่งช่วงเวลา ในช่องสื่อสารการซ้อนทับของสัญญาณที่รับมาจากหลายเส้นทางของสัญลักษณ์ก่อนหน้านี้นี้จะถูกกำจัดออกไปด้วยซึ่งจะทำให้สัญญาณจริงที่ต้องการรับยังคงมีความตั้งฉากซึ่งกันและกันซึ่งที่

กระบวนการนี้ทำให้ช่วงเวลาที่ทำการเสริมไซคลิกพรีฟิกไม่สามารถส่งข้อมูลข่าวสารได้ทำให้เกิดการสูญเสียช่วงเวลานี้ไปนอกจากนี้การเสริมไซคลิกพรีฟิกยังทำให้เกิดข้อเสียในเรื่องกำลังงานและแถบความถี่ในการส่งแต่ก็เป็นข้อตกลงเพื่อปรับเข้าหากันระหว่างสมรรถภาพและประสิทธิภาพ



ภาพที่ 6 การเสริมไซคลิกพรีฟิก

ที่มา: National Instruments (2012)

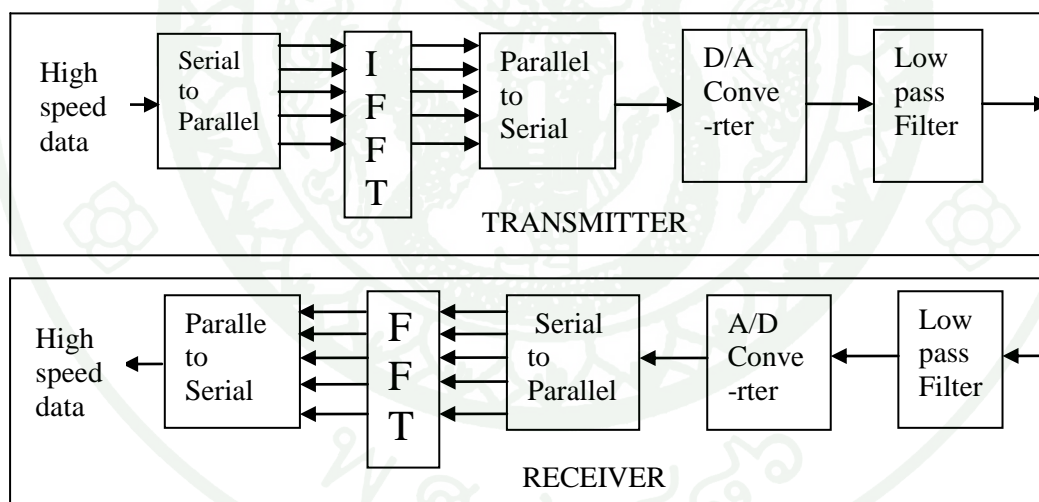
1.4 ระบบโอเอฟดีเอ็ม

1.4.1 หลักการทำงานของระบบ โอเอฟดีเอ็ม

โดยพื้นฐานแล้วระบบโอเอฟดีเอ็มเป็นการมัลติเพลกซ์โดยการแบ่งความถี่เมื่อช่องความถี่ถูกแบ่งออกเป็นความถี่ขนาดเล็กรวมจำนวน N ช่องแต่ละช่องมีขนาดเท่ากับขนาดของสัญลักษณ์ (Bit rate) ดิจิทัลซึ่งทำให้สัญญาณพาห่อย่อยนี้มีความถี่ต่างกันและกัน ทางด้านส่งสัญญาณดิจิทัลความเร็วสูงที่ถูกแบ่งออกเป็นกลุ่มที่มีความเร็วต่ำลงจำนวนหลายกลุ่มซึ่งแต่ละกลุ่มข้อมูลย่อยที่มีความเร็วต่ำกว่าจะถูกลำนำ้ไปกล้ำสัญญาณกับสัญญาณพาห่อย่อยที่นิยมทั่วไปได้แก่ QAM, 16-QAM, 64-QAM เป็นต้น ในระบบโอเอฟดีเอ็มกลุ่มของข้อมูลจะถูกแปลงให้อยู่ในรูปแบบขนานกันโดยการกล้ำสัญญาณกับสัญญาณพาห่อย่อยดังนั้นข้อมูลเหล่านั้นจะกลายเป็นสัญญาณบนแกนความถี่ในการที่จะแปลงกลับมาเป็นสัญญาณบนแกนเวลาอีกครั้งนั้นทำได้โดยการแปลงกลับฟาส์ฟูเรียร์ (IFFT) โดยที่สัญญาณบนแกนเวลาเหล่านี้จะถูกมัลติเพลกซ์เข้าด้วยกันเป็นอนุกรมของสัญญาณและสัญญาณที่ได้ทางเอาต์พุทของ IFFT จะถูกส่งบนความถี่ที่เหมาะสมในระบบสื่อสารสัญญาณ ในระบบโอเอฟดีเอ็มแต่ละสัญญาณพาห่อย่อยจะทำให้รูปร่างมีความถี่ต่างกัน

และกันกับสัญญาณพาห่อย่อยอื่นๆ ดังที่กล่าวมาแล้วซึ่งไม่ก่อให้เกิดการรบกวนซึ่งกันและกัน ดังนั้นจึงไม่ต้องการแถบป้องกัน (Guard band) ระหว่างแต่ละช่องสัญญาณย่อยทำให้ช่องสัญญาณระหว่างแต่ละสัญญาณพาห่อย่อยมีความแคบที่สุดเท่าที่จะทำได้มีผลให้ประสิทธิภาพในการใช้แถบความถี่สูงสุด

ความสัมพันธ์ระหว่างทุกสัญญาณพาห่อย่อยในระบบโอเอฟดีเอ็มจะต้องถูกควบคุมเพื่อรักษาให้มีลักษณะของความถี่จากซึ่งกันและกัน การแปลงกลับพัลส์ฟูรีเยร์เป็นการแปลงที่มีประสิทธิภาพสูงมากและเป็นวิธีการขึ้นต้นอย่างง่ายที่สามารถทำให้มั่นใจได้ว่าสัญญาณพาห่ที่สร้างขึ้นมีความถี่จากซึ่งกันและกัน หลังจากการกล้ำสัญญาณแบบโอเอฟดีเอ็มจะมีการสอดแทรกช่วงแถบป้องกันแคบๆ เพื่อลดสัญญาณรบกวนระหว่างสัญลักษณ์ที่เกิดจากสัญญาณหลายเส้นทาง เรียกแถบป้องกันนี้ว่าการเสริมไซคลิกพรีฟิก ภาครับจะดำเนินการบรรจบการตรงกันข้ามกับภาคส่ง ภาครับจะใช้การแปลงพัลส์ฟูรีเยร์แปลงสัญญาณที่อยู่บนโดเมนเวลาไปเป็นโดเมนความถี่



ภาพที่ 7 บล็อกไดอะแกรมของภาคส่งและภาครับของระบบโอเอฟดีเอ็ม

ที่มา: Institute for Communication Technologies and Embedded Systems (2013)

ข้อดีของระบบโอเอฟดีเอ็มช่วยแก้ปัญหาการจางหายของสัญญาณที่เกิดจากการรบกวนแบบแทรกสอดทางสัญญาณหรือไอเอสไอของสัญญาณข้อมูลขึ้นที่ภาครับและสามารถส่งข้อมูลที่มีอัตราเร็วสูงอย่างไม่มีปัญหาโดยระบบโอเอฟดีเอ็มโดยข้อมูลที่เป็นข้อมูลอนุกรมความเร็วสูงจะถูก

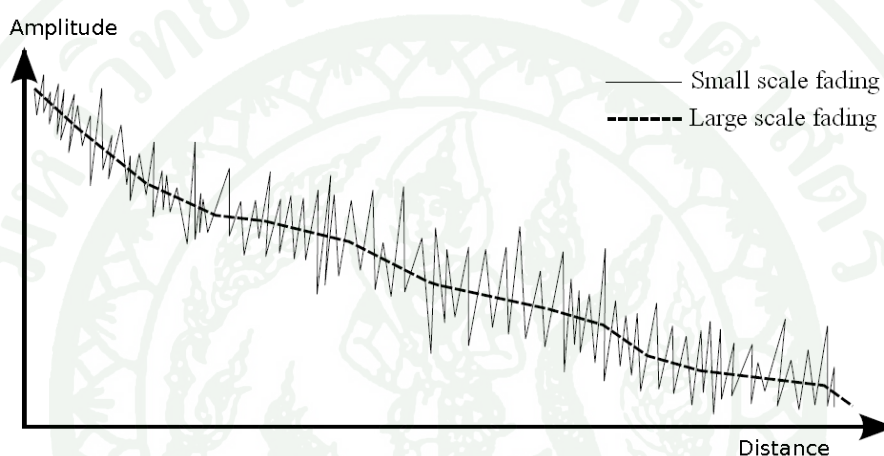
แปลงให้เป็นข้อมูลแบบขนานความเร็วต่ำแล้วจึงส่งข้อมูลเหล่านั้นออกไปยังภาครับพร้อมกันและสามารถใช้งานแถบความถี่ในระบบที่เคยใช้สัญญาณพาห์เดียวได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Spectral efficiency) ประมาณสองเท่าของการใช้สัญญาณพาห์เดียวอีกทั้งสามารถป้องกันผลกระทบจากการเคลื่อนที่ของสัญญาณหลายเส้นทางมีความไวต่ำต่อการเลือนหายไปของความถี่ที่เลือก (Less sensitivity of frequency selective fading) (ปราโมทย์, 2545)

ข้อเสียที่สำคัญมากของระบบโอเอฟดีเอ็มก็คือการที่สัญญาณมีอัตราส่วนกำลังงานสูงสุดต่อกำลังงานเฉลี่ย (Peak-to-Average Power Ratio: PAPR) ที่สูงเมื่อสัญญาณที่มีค่า PAPR สูงเข้าสู่ วงจรขยาย (Amplifier) ของภาคส่ง วงจรขยายจะต้องทำงานในช่วงอิมิตัวและทำงานไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear) จึงเกิดการบิดเบี้ยวของสัญญาณเป็นผลอัตราความผิดพลาดบิตข้อมูล (Bit Error Rate: BER) เพิ่มสูงขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้สเปกตรัมของสัญญาณล้าออกนอกแถบความถี่ของ ช่องสัญญาณไปรบกวนช่องสัญญาณอื่นหากต้องการการขยายสัญญาณเชิงเส้นก็จะมีผลต่อ ประสิทธิภาพทางกำลังของวงจรขยายที่ใช้งานทำให้ต้องใช้วงจรขยายที่มีราคาแพง

2. ช่องสัญญาณและการจางหาย (Channel and Fading)

สำหรับปัญหาที่สำคัญอย่างหนึ่งของระบบสื่อสารไร้สายคือการลดทอนของสัญญาณวิทยุที่ ภาครับสามารถรับได้เพราะนอกจากสัญญาณรบกวนเชิงความร้อนที่เกิดขึ้นภายในตัวภาครับเอง แล้วการแพร่กระจายหลายวิถีอันเกิดจากการสะท้อน (Reflection) การเลี้ยวเบน (Diffraction) หรือ การกระจายของคลื่นวิทยุ (Scattering) กับสภาวะแวดล้อมในช่องสัญญาณเคลื่อนที่ระหว่างภาคส่ง และรับก็เป็นสาเหตุสำคัญที่มีผลกระทบต่อคุณภาพของสัญญาณ ดังนั้นการศึกษาลักษณะการ แพร่กระจายและผลกระทบดังกล่าวจึงมีประโยชน์อย่างมากในการจำลองช่องสัญญาณที่เหมาะสม ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการลดทอนของคลื่นวิทยุสามารถแบ่งได้ 2 ประเภทคือเฟดดิ้งขนาดใหญ่ (Large-scale fading) เป็นแบบจำลองการแพร่กระจายสำหรับประมาณกำลังสูญเสียวิถี (Path loss) เมื่อระยะระหว่างภาครับและภาคส่งเปลี่ยนแปลงไปมาก (หลายร้อยเท่าของความยาวคลื่นพาห์) และมัก ใช้ในการออกแบบขนาดเซลล์ในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่เพื่อประมาณบริเวณพื้นที่ความแรงของ สัญญาณส่งครอบคลุมไปถึงโดยกำลังงานสูญเสียวิถีนี้ขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย เช่น ระยะทาง ความถี่ คลื่นพาห์ ชนิดและความสูงของเสาอากาศ รวมทั้งสภาพอากาศและสภาพแวดล้อมซึ่งก่อให้เกิดการ สูญเสียเนื่องจากถูกบดบัง (Shadow loss) จากภูเขา อาคาร ต้นไม้ เป็นต้น และเฟดดิ้งขนาดเล็ก (Small-scale fading) หรือเฟดดิ้งหลายวิถี (Multi-path fading) ใช้อธิบายลักษณะการเปลี่ยนแปลง

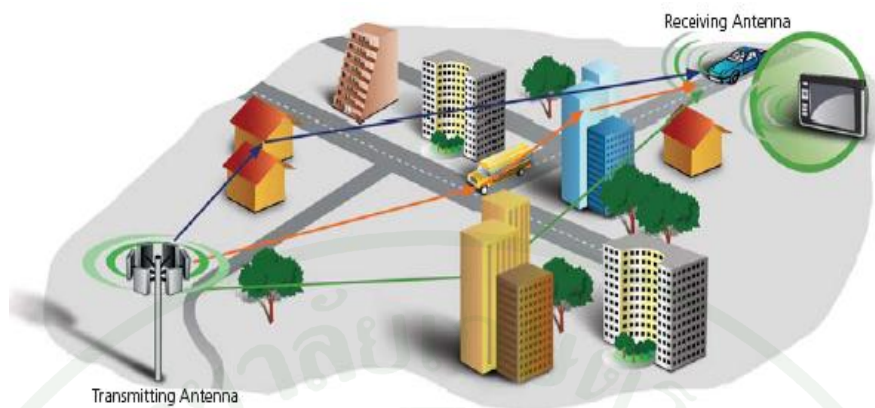
อย่างรวดเร็วทั้งแอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณในช่วงเวลาสั้นๆหรือระยะห่างที่เปลี่ยนไปเพียงเล็กน้อย (ครึ่งเท่าของความยาวคลื่น) ซึ่งเป็นผลมาจากการแพร่กระจายหลายวิถีในช่องสัญญาณไร้สายโดยขนาดของสัญญาณลดทอนจะมีการแจกแจงแบบเรย์ลี (Rayleigh distribution) เมื่อช่องสัญญาณไม่มีสัญญาณวิถีตรงจากภาคส่งมายังภาครับมีเพียงสัญญาณสะท้อนหลายวิถีจากวัตถุอื่นซึ่งช่องสัญญาณลักษณะนี้พบมากในตัวเมืองส่วนลักษณะช่องสัญญาณตามชานเมืองหรือที่โล่งจะมีการแจกแจงแบบไรเซียน (Rician) เมื่อมีสัญญาณวิถีตรงเดินทางมายังภาครับ



ภาพที่ 8 แสดงเฟดดิ้งขนาดใหญ่และเฟดดิ้งขนาดเล็ก

ที่มา: Sklar (1999)

ภาพที่ 8 แสดงกำลังงานสูญเสียวิถีและเฟดดิ้งหลายวิถีที่เกิดขึ้นกับสัญญาณที่ส่งผ่านช่องสัญญาณสื่อสารไร้สายโดยเฟดดิ้งหลายวิถีเป็นปัจจัยที่มีผลกระทบต่อคุณภาพของสัญญาณรับที่ภาครับเป็นอย่างมาก



ภาพที่ 9 แสดงการสื่อสารช่องสัญญาณไร้สาย

ที่มา: Proxim Wireless Corporation (2010)

ถ้าในสัญญาณที่ได้รับไม่มีองค์ประกอบตามเส้นแนวสายตา (Line-of-Sight: LOS) ตัวอย่างเช่น การแพร่กระจายสัญญาณระยะไกลในสภาพแวดล้อมกลางแจ้ง (Outdoor) ดังแสดงในภาพที่ 9 สัญญาณที่ได้รับจะประกอบไปด้วยองค์ประกอบที่กระจัดกระจาย (Scattered) อันเนื่องมาจากการสะท้อนที่ไม่มีวิถีหลักซึ่งสามารถแยกเป็นองค์ประกอบร่วมเฟส (In-phase) และองค์ประกอบตั้งฉาก (Quadrature) โดยแต่ละวิธีมีผลต่อทั้งสองส่วนนี้ด้วยจากทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (Central Limit Theorem) เมื่อวิธีมีจำนวนมากทำให้สามารถอนุมานได้ว่าองค์ประกอบร่วมเฟสและองค์ประกอบตั้งฉากเป็นตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ดังนั้นแอมพลิจูดทั้งหมดของสัญญาณที่ได้มาจากการบวกเวกเตอร์ขององค์ประกอบทั้งหมดจึงเป็นไปตามนิยามการกระจายตัวแบบเรย์ลี นอกจากนี้เฟสยังมีการกระจายตัวแบบเอกรูปในช่วง $[0, 2\pi]$ การกระจายตัวแบบเรย์ลีของแอมพลิจูดของสัญญาณ ρ มีนิยามดังนี้

$$f_{\rho}(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\left(\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (10)$$

โดยที่ σ^2 คือ ค่าความแปรปรวนขององค์ประกอบร่วมเฟสและองค์ประกอบตั้งฉากซึ่งปริมาณทางสถิติสองค่าที่เกี่ยวข้องในที่นี้คือค่าเฉลี่ยและ โมเมนต์ที่สองของตัวแปรสุ่มแบบเรย์ลีมีค่าเป็น

$$E\{\rho\} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma \quad (11)$$

$$E\{\rho^2\} = 2\sigma^2 \quad (12)$$

ถ้ามีองค์ประกอบ LOS แนวตรงดั่งในสภาวะแวดล้อมภายในอาคาร (Indoor) สัญญาณที่ได้รับจะมีองค์ประกอบตาม LOS หลัก และองค์ประกอบกระเจิงอันเนื่องมาจากการสะท้อนเมื่อกำหนดให้องค์ประกอบ LOS อยู่ในแนวร่วมเฟส โดยแอมพลิจูดของสัญญาณที่ได้รับ ρ จะมีการกระจายตัวแบบไรเซียนดังนี้

$$f_\rho(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\left(\frac{\rho^2+a_0^2}{2\sigma^2}\right)} I_0\left(\frac{a_0\rho}{\sigma^2}\right) \quad (13)$$

โดยที่ σ^2 แทนกำลังขององค์ประกอบร่วมเฟสและองค์ประกอบตั้งฉากจากกระเจิง a_0 คือ แอมพลิจูดขององค์ประกอบ LOS และ $I_0(\rho)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลดัดแปลงอันดับศูนย์ (Zero Order Modified Bessel Function) การกระจายตัวแบบไรเซียนนี้มักใช้ตัวประกอบ K ของไรเซียนเป็นตัวกำหนดลักษณะดังนี้

$$K = \frac{a_0^2}{2\sigma^2} \quad (14)$$

จากการวัดในสภาพแวดล้อมภายในอาคารต่างๆ พบว่าโดยทั่วไปค่าของ K มีค่าเป็น 10 ปริมาณทางสถิติที่เกี่ยวข้องในที่นี้คือ ค่าเฉลี่ยของการกระจายตัวแบบไรเซียน มีค่าเป็น

$$E\{\rho\} = e^{-K/2} \sqrt{\frac{\pi}{2(K+1)}} \bar{p} \left[(1+K)I_0\left(\frac{K}{2}\right) + KI_1\left(\frac{K}{2}\right) \right] \quad (15)$$

2.1 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ (Doppler)

นอกจากการเกิดพหุวิถีขึ้นแล้ว การเกิดปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ก็ส่งผลกระทบต่อการสื่อสารของระบบสื่อสารไร้สายด้วย เนื่องจากผลที่ผู้ใช้งานมีการเคลื่อนที่ทำให้คลื่นสัญญาณที่มาถึง

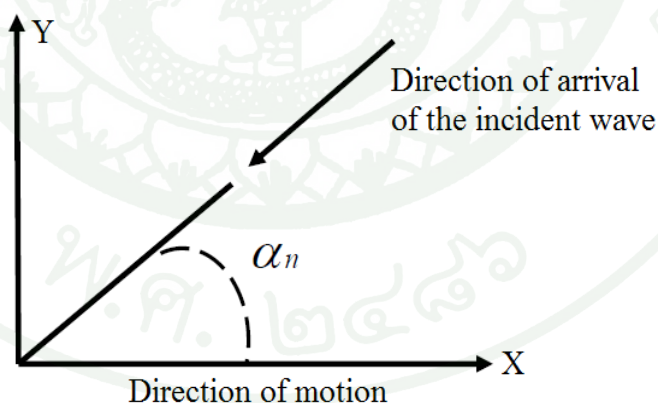
มีความถี่ที่เปลี่ยนไป โดยมุมของสัญญาณที่มาถึง (Angle of arrival: α_n) ถูกนิยามให้เป็นมุมระหว่างคลื่นสัญญาณที่มาถึงวิถีที่ n และทิศทางเคลื่อนที่ของผู้ใช้งาน ดังแสดงในภาพที่ 10 และค่าความถี่คอปเพลอร์ของคลื่นสัญญาณวิถีที่ n มีค่าดังนี้

$$f_n = f_{\max} \cos \alpha_n \quad (16)$$

เมื่อ f_{\max} คือ ค่าความถี่คอปเพลอร์สูงสุด ซึ่งขึ้นอยู่กับความเร็วของผู้ใช้งาน (v) และค่าความถี่กลางที่ใช้ในการส่งข้อมูลดังสมการที่ (17)

$$f_{\max} = \frac{v}{c_0} f_0 \quad (17)$$

โดย f_0 คือ ความถี่คลื่นสัญญาณพาห้และ c_0 คือ ความเร็วแสง มีค่าเท่ากับ 3×10^8 เมตรต่อวินาที เนื่องจากผลของปรากฏการณ์คอปเพลอร์นี้ ทำให้สเปกตรัมความถี่ของสัญญาณที่ถูกส่งนั้นกระจายออกระหว่างการส่งข้อมูล เมื่อพิจารณาผลเชิงเวลาพบว่าจะทำให้ผลตอบสนองอิมพัลส์ (Impulse response) ของช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงทางเวลา



ภาพที่ 10 แสดงมุม α_n ของคลื่นสัญญาณที่มาถึงของปรากฏการณ์คอปเพลอร์

ที่มา: Sklar (1999)

2.2 การจางหายหรือเฟดดิ้ง (Fading)

ในระบบการสื่อสารแบบไร้สายโดยเฉพาะในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่คุณลักษณะของช่องสัญญาณไม่อยู่ในสภาพคงที่ (Stationary) และไม่สามารถคาดเดาได้เหมือนช่องสัญญาณในระบบสื่อสารที่เชื่อมต่อกับสาย (Wired channel) แต่ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นมีลักษณะเชิงสุ่ม (Random) และเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาเนื่องจากการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณไร้สายระหว่างโทรศัพท์เคลื่อนที่กับสถานีฐานเกิดขึ้นสูงจากพื้นดินไม่มากนัก ดังนั้นสัญญาณที่ส่งอาจเกิดการสะท้อนกับสิ่งกีดขวางที่อยู่ในบริเวณนั้น เช่น อาคาร ต้นไม้ พื้นดิน เป็นต้น ส่งผลให้สัญญาณที่ได้รับที่ภาครับประกอบไปด้วยสัญญาณสะท้อนจากหลากหลายเส้นทางซึ่งมีขนาดและเฟสที่แตกต่างกัน นอกจากนี้การเคลื่อนที่ของสถานีส่งขณะที่มีการส่งสัญญาณหรือการที่สภาพแวดล้อมที่อยู่ระหว่างภาคส่งและภาครับมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา เช่น การเคลื่อนที่ของรถยนต์ที่อยู่ในบริเวณรอบๆภาคส่งก็มีผลต่อสัญญาณที่ได้รับด้วยเช่นกัน ปัจจัยต่างๆที่กล่าวมาข้างต้นนี้ส่งผลให้สัญญาณที่ได้รับที่ภาครับมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นลงอย่างรวดเร็วทั้งขนาดแอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณซึ่งเรียกปรากฏการณ์นี้ว่าการจางหายของสัญญาณ (Small scaled fading) หรือเฟดดิ้ง (Fading) ในกรณีที่ช่องสัญญาณไร้สายมีสัญญาณสะท้อนจากทิศทางต่างๆจำนวนมากแต่ไม่มีสัญญาณที่มาจากเส้นทางตรง (Line-of-sight: LOS) ระหว่างภาคส่งกับภาครับ จะเรียกการจางหายที่เกิดขึ้นนี้ว่า เรย์ลีเฟดดิ้ง (Rayleigh fading) เนื่องจากสภาพของเอนVELOP ของสัญญาณที่ได้รับมีการกระจายตัวทางสถิติเป็นแบบเรย์ลี โดยปัจจัยหลักที่ส่งผลต่อการเกิดการจางหายมีอยู่ด้วยกัน 2 ประการคือ

2.2.1 การแผ่แบบประวิงเวลา (Delay spread)

เนื่องจากสัญญาณที่ถูกส่งมาจากต้นทางเมื่อเดินทางไปกระทบกับสิ่งกีดขวางที่อยู่ระหว่างภาคส่งกับภาครับจะเกิดการสะท้อนและหักเหทำให้สัญญาณที่ได้รับทางภาครับประกอบด้วยสัญญาณสะท้อนจากหลายเส้นทางโดยถึงภาครับในเวลาที่แตกต่างกันทำให้เมื่อสัญญาณรวมกันที่ภาครับจะเกิดเป็นสัญญาณที่มีการประวิงเวลาหรือกล่าวได้ว่าสัญญาณเกิดการแผ่ทางเวลา (Time spread) ผลของการประวิงเวลานั้นทำให้การเดินทางไปยังภาครับของสัญญาณใช้เวลานานกว่าปกติจึงทำให้เกิดการรบกวนกันของสัญญาณในแต่ละสัญลักษณ์หรือการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ทั้งนี้การประวิงเวลาของสัญญาณจะเกิดขึ้นมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับลักษณะของช่องสัญญาณ

2.2.2 การแผ่แบบดอปเพลอร์ (Doppler spread)

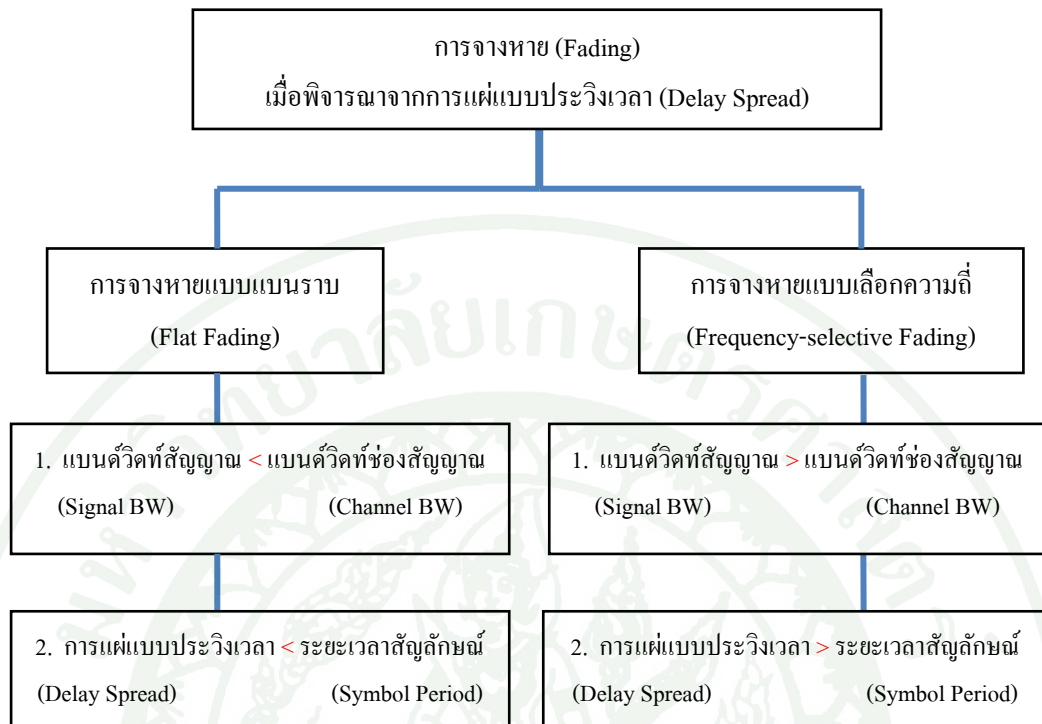
การเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างสถานีเคลื่อนที่กับสถานีฐานส่งผลให้สัญญาณที่เดินทางมาในแต่ละเส้นทางเกิดการเลื่อนทางความถี่เรียกว่า การเลื่อนความถี่แบบดอปเพลอร์ (Doppler shift) โดยความถี่ที่เลื่อนไปมีค่าเป็นบวกหรือลบเล็กน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับทิศทางและความเร็วในการเคลื่อนที่ของสถานีโมบายล์ด้วย นอกจากนี้การเคลื่อนที่ของวัตถุที่อยู่บริเวณรอบๆ สถานีโมบายล์ก็ส่งผลให้เกิดการเลื่อนความถี่แบบดอปเพลอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเหมือนกัน ดังนั้นการแผ่แบบดอปเพลอร์นี้ทำให้ช่องสัญญาณมีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (Time varying channel) และอัตราการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นจะส่งผลโดยตรงต่อความเร็วของการเกิดการจางหายด้วย

2.2.3 รูปแบบของการจางหาย

การจางหายที่เกิดขึ้นในการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณไร้สายมีอยู่หลายประเภท การพิจารณาว่าเป็นการจางหายแบบใดจะพิจารณาจากลักษณะของสัญญาณที่ส่งเปรียบเทียบกับคุณลักษณะของช่องสัญญาณ (Channel characteristic) เป็นหลักของสัญญาณที่ใช้พิจารณา ได้แก่ แบนด์วิดท์ (Bandwidth) ช่วงเวลาของสัญลักษณ์ (Symbol period) หรืออัตราการส่งสัญญาณ (Transmission rate) ส่วนปัจจัยของช่องสัญญาณที่ส่งผลต่อลักษณะของการจางหาย ได้แก่ การแผ่แบบประวิงเวลาและการแผ่แบบดอปเพลอร์เมื่อพิจารณาลักษณะของการจางหายจากการแผ่แบบประวิงเวลาจะได้การจางหาย 2 รูปแบบคือการจางหายแบบเนวราบ (Flat fading) และการจางหายแบบเลือกความถี่ (Frequency selective fading) ขณะที่การแผ่แบบดอปเพลอร์จะส่งผลกระทบต่อการจางหายอีก 2 รูปแบบคือการจางหายแบบเร็ว (Fast fading) และการจางหายแบบช้า (Slow fading)

2.2.3.1 รูปแบบการจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่แบบประวิงเวลา

การแผ่แบบประวิงเวลาเกิดขึ้นเนื่องมาจากคลื่นหลายวิธีทางทำให้เกิดการจางหายอยู่ 2 รูปแบบ คือ การจางหายแบบราบและการจางหายแบบเลือกความถี่ดังแสดงในภาพที่ 11



ภาพที่ 11 แสดงรูปแบบของการจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่แบบประวิงเวลา

ที่มา: Benbaum (2011)

ก) การจางหายแบบแบนราบ (Flat Fading)

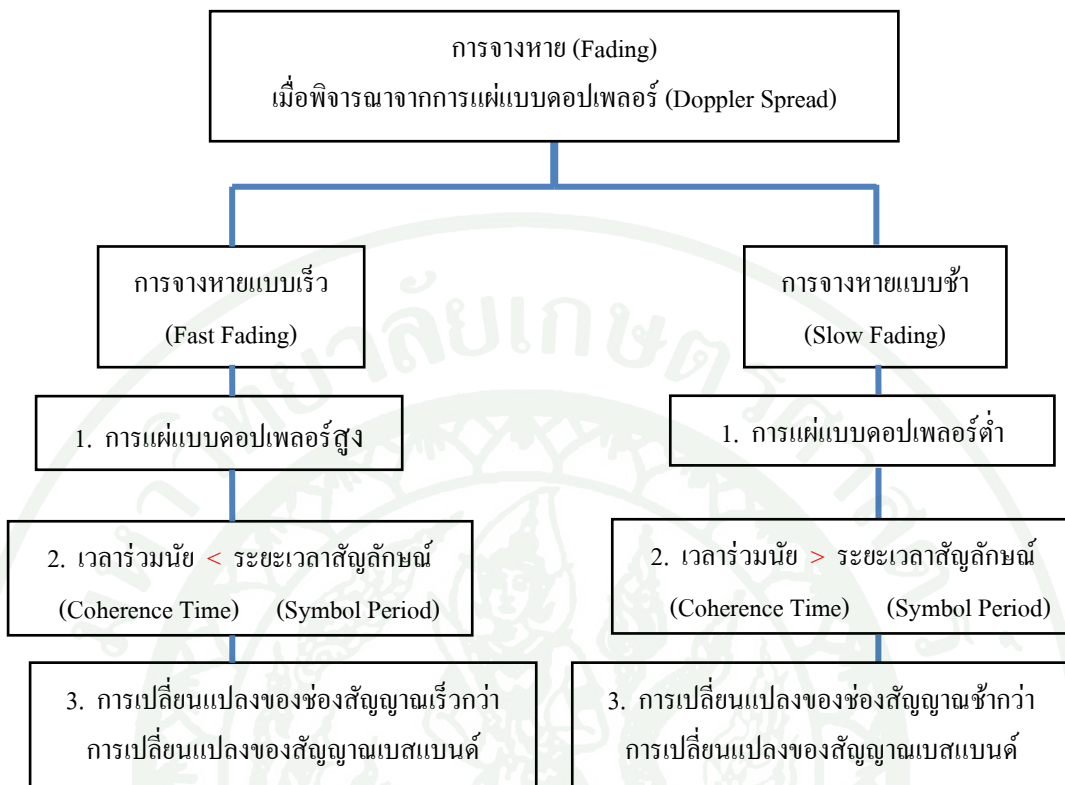
ถ้าช่องสัญญาณมีผลตอบสนองต่ออัตราขยายคงที่และมีผลตอบสนองเฟสเป็นเชิงเส้นในช่วงแบนด์วิทที่กว้างกว่าแบนด์วิทของสัญญาณทำให้การจางหายที่เกิดขึ้นเป็นแบบราบกล่าวคือสัญญาณที่ภาครับจะมีคุณลักษณะเชิงสเปกตรัม (Spectrum characteristic) เหมือนเดิมแต่ค่ากำลังของสัญญาณจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาเนื่องจากผลของสัญญาณหลายเส้นทางทางที่เกิดขึ้นในช่องสัญญาณ ดังนั้นช่องสัญญาณที่เกิดการจางหายแบบราบสามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งได้ว่าช่องสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงทางแอมพลิจูด (Amplitude varying channel) การแจกแจงของแอมพลิจูดที่มักพบ โดยทั่วไปจะเป็นการแจกแจงแบบเรย์ลี (Rayleigh distribution)

ข) การจางหายแบบเลือกความถี่ (Frequency selective fading)

ถ้าช่องสัญญาณมีผลตอบสนองต่ออัตราขยายคงที่และมีผลตอบสนองเฟสเป็นเชิงเส้นในช่วงแบนด์วิดท์ที่แคบกว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณการจางหายที่เกิดขึ้นจะเป็นแบบเลือกความถี่ กล่าวคือสเปกตรัมของสัญญาณจะได้รับผลกระทบจากช่องสัญญาณไม่เท่ากันทั้งหมด โดยส่วนประกอบสเปกตรัมที่อยู่นอกช่วงแบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณจะได้รับผลกระทบที่แตกต่างออกไป ซึ่งช่วงพิสัยของความถี่ที่ช่องสัญญาณจะส่งผลกระทบต่อส่วนประกอบของสเปกตรัม โดยเท่ากันเรียกว่าแบนด์วิดท์ร่วมนัย (Coherent bandwidth) เมื่อช่องสัญญาณเกิดการจางหายแบบเลือกความถี่ ผลตอบสนองช่องสัญญาณจะเกิดการแผ่ออกทางเวลา ซึ่งยาวกว่าช่วงเวลาของสัญลักษณ์ ทำให้สัญญาณที่ได้รับถูกลดทอนขนาดและมีการประวิงทางเวลา ส่งผลให้เกิดการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ขึ้น

2.2.3.2 รูปแบบการจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่แบบคอปเพลอร์

การเคลื่อนเลื่อนความถี่แบบคอปเพลอร์เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ที่สัมพันธ์กันระหว่างโทรศัพท์เคลื่อนที่กับสถานีฐาน ส่งผลต่อความเร็วของการจางหายทำให้เกิดการจางหายขึ้นมา 2 รูปแบบคือการจางหายแบบเร็วและการจางหายแบบช้า ดังแสดงในภาพที่ 12



ภาพที่ 12 แสดงรูปแบบของการจางหายเมื่อพิจารณาจากการแผ่แบบดอปเพลอร์

ที่มา: Benbaum (2011)

ก) การจางหายแบบรวดเร็ว (Fast fading)

การแผ่แบบดอปเพลอร์และเวลาพร้อมนัย (Coherence time) เป็นพารามิเตอร์ที่ใช้บ่งบอกถึงคุณสมบัติการเปลี่ยนแปลงตามเวลาของช่องสัญญาณซึ่งมีผลมาจากการเคลื่อนที่ เวลาพร้อมนัยคือช่วงเวลาทางสถิติที่ผลตอบสนองต่อช่องสัญญาณมีค่าไม่เปลี่ยนแปลงทั้งยังเป็นค่าที่บอกให้ทราบถึงความคล้ายกันของผลตอบสนองช่องสัญญาณในช่วงเวลาหนึ่งอีกด้วยกล่าวคือสัญญาณที่มาถึงภาครับที่เวลาต่างกันแต่ไม่เกินเวลาพร้อมนัย (เวลาพร้อมนัยมีค่าน้อยกว่าช่วงเวลาของสัญลักษณ์) จะได้รับผลกระทบจากช่องสัญญาณใกล้เคียงกันในกรณีของการจางหายแบบเร็ว ผลตอบสนองช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วภายในเวลาที่ส่งสัญญาณดังนั้นเวลาพร้อมนัยของช่องสัญญาณมีค่าน้อยกว่าช่วงเวลาของสัญลักษณ์และคุณลักษณะของการจางหายจะ

เปลี่ยนแปลงไปมาหลายครั้ง ในขณะที่สัญลักษณ์หนึ่งถูกส่งไปส่งผลให้รูปร่างของสัญญาณเบสแบนด์ผิดเพี้ยนไป

ข) การจางหายแบบช้า (Slow fading)

การจางหายแบบช้าเกิดขึ้นเมื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองช่องสัญญาณมีค่าน้อยกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณหรือเวลาร่วมกันมีค่ามากกว่าเวลาของสัญลักษณ์ในกรณีนี้ช่องสัญญาณจะมีผลตอบสนองคงที่ภายในช่วงเวลาหลายสัญลักษณ์ที่ทำการส่ง (ผลตอบสนองอิมพัลส์ของช่องสัญญาณเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ) ทำให้ได้รับผลกระทบจากช่องสัญญาณติดกันเป็นช่วงยาว

2.3 ความจุช่องสัญญาณ (Channel capacity)

เมื่อปริมาณความต้องการในการใช้บริการสื่อสารไร้สายเพิ่มมากขึ้นซึ่งถูกจำกัดโดยขนาดความจุของช่องสัญญาณ (Channel capacity) ของระบบ การสื่อสารข้อมูลผ่านช่องสัญญาณที่อัตราสูงสุดจะถูกจำกัดโดยสมมติว่าระบบไม่จำกัดการเคลื่อนที่หรือมีการเข้ารหัสและถอดรหัส ที่ผ่านมาแชนนอน (Shannon) ได้เสนอการหาขนาดความจุของช่องสัญญาณโดยใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตข่าวสารของช่องสัญญาณและเอาต์พุต ในทางปฏิบัติแชนนอนได้อธิบายความจุช่องสัญญาณจากความสัมพันธ์ระหว่างข่าวสารทั้งสอง (Mutual information) สูงสุดที่อินพุตมีการแจกแจงข่าวสารที่เป็นไปได้ โดยเสนอคณิตศาสตร์สำหรับทฤษฎีการเข้ารหัสเพื่อพิสูจน์ว่ารหัสดังกล่าวให้อัตราข้อมูลที่ใกล้เคียงกับขนาดความจุเมื่อไม่พิจารณาความน่าจะเป็นของความผิดพลาด ในทางกลับกันได้พิสูจน์ว่าเมื่ออัตราข้อมูลสูงกว่าขนาดความจุของช่องสัญญาณจะมีขอบเขตความน่าจะเป็นของความผิดพลาดเริ่มต้นจากศูนย์ แนวคิดของแชนนอนได้เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาในการทำนายการส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณ โทรศัพท์ที่อัตราเร็วสูงเมื่อใช้การเข้ารหัสจะสามารถลดความน่าจะเป็นของความผิดพลาดลงโดยไม่ต้องลดอัตราข้อมูลหรือการขยายแบนด์วิดท์ เทคโนโลยีการกล้ำสัญญาณและการเข้ารหัสทำให้อัตราเร็วที่ส่งใกล้เคียงกับความจุของแชนนอนที่ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดค่อนข้างต่ำ

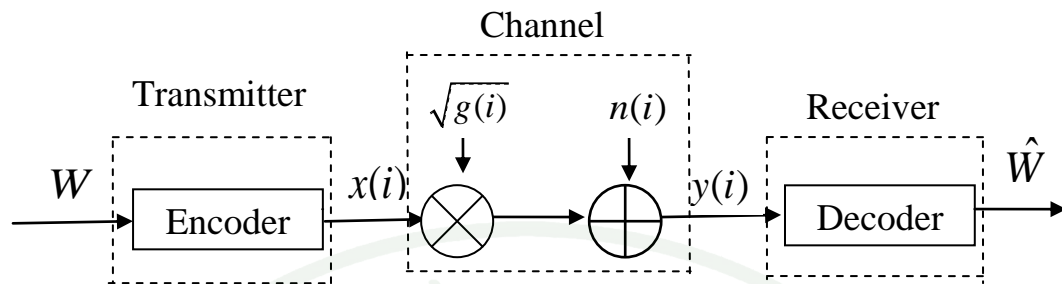
2.3.1 ความจุของช่องสัญญาณที่มีสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์

ช่องสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาที่มีสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์มีความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาต์พุตคือ $y(i) = x(i) + n(i)$ เมื่อ $x(i)$ คืออินพุตช่องสัญญาณที่เวลา i ส่วน $y(i)$ คือเอาต์พุตของสัญญาณและ $n(i)$ คือกระบวนการสุ่มของสัญญาณรบกวนแบบขาวสมมติให้ช่องสัญญาณมีแบนด์วิดท์ B กำลังส่งที่รับได้ P ค่าอัตราส่วนของกำลังสัญญาณส่งต่อกำลังสัญญาณรบกวนที่รับได้ (SNR) หาได้จากกำลังของ $x(i)$ หารด้วยกำลัง $n(i)$ จะเป็นค่าคงที่จะได้ $\gamma = P/(N_0B)$ เมื่อ $N_0/2$ คือความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวนความจุของช่องสัญญาณมีหน่วยเป็นบิตต่อวินาที หาได้จากสมการ

$$C = B \log_2(1 + \gamma) \quad (18)$$

2.3.2 ความจุช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบแบนราบ

สมมติช่องสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาเป็นกระบวนการสุ่มแบบนิ่ง (Stationary) และมีอัตราขยายเป็นเออร์กออดิกเปลี่ยนแปลงตามเวลา $\sqrt{g(i)}$, $0 \leq g(i)$ และสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์คือ $n(i)$ แสดงดังภาพที่ 13 อัตราขยายช่องสัญญาณ $g(i)$ หาได้จากการแจกแจงสำหรับการจางหายแบบเรลีย์เป็นเอกซ์โพเนนเชียล สมมติให้อินพุตช่องสัญญาณ $x(i)$ เป็นอิสระต่อกัน อัตราขยายช่องสัญญาณ $g(i)$ จะเปลี่ยนแปลงที่แต่ละเวลา i เป็นกระบวนการสหสัมพันธ์ในเวลาในช่องสัญญาณบล็อกเฟลคิง $g(i)$ จะเป็นค่าคงที่ในบางความยาวบล็อก T หลังจากนั้น $g(i)$ จะเปลี่ยนเป็นค่าใหม่ที่เป็นอิสระต่อกันขึ้นอยู่กับลักษณะการแจกแจงเมื่อ \bar{P} คือค่าเฉลี่ยของสัญญาณส่ง ความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวน $n(i)$ คือ $N_0/2$ และ B คือแบนด์วิดท์ของสัญญาณที่รับได้ อัตราส่วนของกำลังสัญญาณส่งต่อกำลังสัญญาณรบกวนที่รับได้ชั่วขณะค่าที่คาดว่าจะเป็นของสัญญาณรับเมื่อ $\gamma(i) = \bar{P}g(i)/(N_0B)$, $0 \leq \gamma(i) < \infty$ ที่เวลารวมคือ $\bar{\gamma} = \bar{P}g(i)/(N_0B)$ เมื่อ $\bar{P}/(N_0B)$ เป็นค่าคงที่



ภาพที่ 13 แบบจำลองระบบและช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบแบนราบ

ที่มา: Goldsmith (2005)

เมื่อสารอินพุต W ถูกส่งจากภาคส่งไปยังภาครับ การสร้างกลับสารอินพุต W โดยการประมาณจากสัญญาณที่รับได้ \hat{W} ข้อความจะถูกเข้ารหัสให้เป็นคำรหัส (Codeword) ส่ง $x(i)$ ผ่านช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาที่เวลา i เมื่อภาคส่งและ/หรือภาครับทราบข้อมูลข่าวสารที่เกี่ยวข้องกับช่องสัญญาณจึงเรียกอัตราขยายช่องสัญญาณ $g(i)$ ว่า CSI (Channel State Information) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงตามการส่งคำรหัส ความจุของช่องสัญญาณจะขึ้นอยู่กับว่าภาคส่งและภาครับทราบรายละเอียดข้อมูลข่าวสารของช่องสัญญาณ $g(i)$ โดยแบ่งเป็น 3 ลักษณะดังนี้

ก) ภาคส่งและรับทราบการแจกแจงข่าวสารของช่องสัญญาณ (Channel Distribution Information) หรือ CDI: ภาครับและส่งจะทราบการแจกแจงของ $g(i)$

ข) ภาครับทราบ CSI อย่างเดียว: ภาคส่งและภาครับทราบการแจกแจงของ $g(i)$ และภาครับจะทราบค่า $g(i)$ ที่เวลา i (ภาคส่งไม่ทราบ CSI) กรณี CSI ที่ภาครับทราบ $g(i)$ และ $\gamma(i)$ ที่เวลา i สมมติว่าทั้งภาคส่งและรับรู้การแจกแจง $g(i)$ ในกรณีนี้มีรายละเอียดความจุช่องสัญญาณที่ใช้ในการออกแบบคือความจุแชนนอนในบางครั้งเรียกว่าความจุเออร์годิก (Ergodic) และความจุเออร์годิก สำหรับช่องสัญญาณที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ความจุแชนนอนหาได้จากอัตราข้อมูลสูงสุดที่ส่งผ่านช่องสัญญาณซึ่งมีความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่ำ สำหรับความจุแชนนอนจากอัตราการส่งผ่านช่องสัญญาณคงที่ ภาคส่งจะไม่สามารถปรับเปลี่ยนรูปแบบการส่งให้สัมพันธ์กับ CSI ดังนั้นช่องสัญญาณจะลดความจุแชนนอนลงเพราะว่าวิธีการส่งจะส่งผลกระทบต่อสถานะที่แย่งกันในทางกลับกันความจุสำหรับช่องสัญญาณเฟดดิ้งที่ภาครับทราบ CSI อย่างเดียวคือความจุเออร์годิก ซึ่งการกำหนดอัตราสูงสุดในการส่งผ่านช่องสัญญาณมีความน่าจะเป็นเออร์годิก

สอดคล้องกับความน่าจะเป็นในการส่งที่ไม่สามารถถอดรหัสได้ซึ่งไม่พิจารณาความน่าจะเป็นของความผิดพลาด การหาค่าความจุด้วยเอาต์เดจสำหรับการสื่อสารความเร็วสูงบนช่องสัญญาณที่มีการถอดรหัสถูกต้องเมื่อช่องสัญญาณเป็นสโลว์เฟดดิ้งสูง โดยจะมีบางข้อมูลที่สูญหายไป การสื่อสารซึ่งข้อมูลจะมีอัตราสูงขึ้นถ้าการรับข้อมูลอยู่ในสถานะที่มีการเฟดดิ้งถูกต้อง เช่น กรณีความจุแชนนอน ความน่าจะเป็นเอาต์เดจของข้อมูลที่สูญหายหรือเกิดเฟดดิ้งที่รุนแรง

ความจุแชนนอน (เออร์กอดิก) ของช่องสัญญาณเฟดดิ้งที่ภาครับทราบ CSI อย่างเดียวโดยกำหนดค่าเฉลี่ยกำลัง \bar{P} คือ

$$C = \int_0^{\infty} B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d\gamma \quad (19)$$

ความจุเท่ากับความจุแชนนอนสำหรับช่องสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์ซึ่งค่า SNR γ หาได้จาก $B \log_2(1 + \gamma)$ และค่าเฉลี่ยบนการแจกแจง γ โดยเรียกความจุแชนนอนว่าความจุเออร์กอดิกเพราะสมการที่ 19 คือค่าเฉลี่ยในทางปฏิบัติหมายถึงค่าเฉลี่ยความจุที่ได้จาก $B \log_2(1 + \gamma)$ เมื่อค่าอัตราส่วนของกำลังสัญญาณส่งต่อกำลังสัญญาณรบกวนที่รับได้ชั่วขณะคือ γ และทราบค่า $\gamma(i)$ คือ γ ความจุของการเข้ารหัสจะเพียงพอ โดยการรับเข้ารหัสจะได้รับผลกระทบกระทบจากสถานะเฟดดิ้งทำให้เกิดดีเลย์

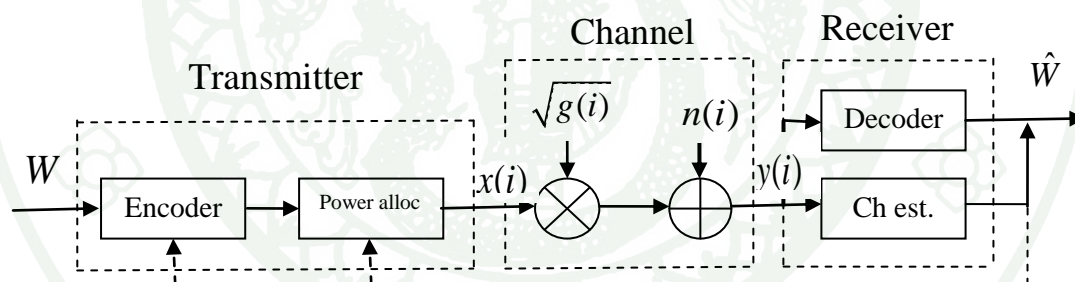
$$E[B \log_2(1 + \gamma)] = \int B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d\gamma \leq B \log_2(1 + E[\gamma]) = B \log_2(1 + \bar{\gamma}) \quad (20)$$

เมื่อ $\bar{\gamma}$ คือค่าเฉลี่ยค่าอัตราส่วนของกำลังสัญญาณส่งต่อกำลังสัญญาณรบกวนที่รับได้ของช่องสัญญาณจะเห็นได้ว่าความจุแชนนอนของช่องสัญญาณเฟดดิ้งที่ภาครับทราบ CSI จะมีค่าน้อยกว่าความจุแชนนอนของช่องสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์ที่ค่าอัตราส่วนของกำลังสัญญาณส่งต่อกำลังสัญญาณรบกวนที่รับได้เท่ากัน โดยเฟดดิ้งจะทำให้ความจุแชนนอนลดลงเมื่อภาครับทราบ CSI และภาคส่งไม่ทราบ CSI ส่วนความจุเอาต์เดจใช้ประยุกต์กับช่องสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆเมื่อค่า SNR γ คือค่าคงที่ เมื่อการเปลี่ยนแปลงค่าใหม่ขึ้นอยู่กับ การแจกแจงเฟดดิ้งถ้าช่องสัญญาณมี SNR γ ระหว่างการสื่อสารข้อมูลผ่านช่องสัญญาณที่อัตรา $B \log_2(1 + \gamma)$ ซึ่งจะไม่พิจารณาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดเมื่อภาคส่งไม่ทราบค่า SNR γ จะกำหนดให้อัตราการส่งคงที่ไม่ขึ้นกับ SNR ชั่วขณะที่รับได้ ความจุเอาต์เดจที่ได้จากการส่งบิตโดยการส่งเบริสท์จะถูก

ถอดรหัสเบริสท์ลำดับสุดท้ายด้วยความน่าจะเป็นที่ถูกต้องที่ถูกต้อง ภาครับจะกำหนด SNR ช่วง γ_{\min} ที่รับได้ต่ำที่สุด โดยเข้ารหัสที่อัตรา $C = B \log_2(1 + \gamma_{\min})$ ข้อมูลที่รับได้จะถูกส่งถ้า SNR ที่รับได้มากกว่าหรือเท่ากับ γ_{\min} ในทางตรงข้ามกันบิตที่รับได้จากการส่งเบริสท์จะไม่สามารถถอดรหัสได้อย่างถูกต้อง มีความน่าจะเป็นเข้าใกล้หนึ่งผลลัพธ์ความน่าจะเป็นคือ $P_{out} = p(\gamma < \gamma_{\min})$ อัตราเฉลี่ยการรับถูกต้องในการส่งเบริสท์คือ

$C_{out} = (1 - P_{out})B \log_2(1 + \gamma_{\min})$ เมื่อข้อมูลที่รับได้อย่างถูกต้องจากการส่ง $1 - P_{out}$ โดย γ_{\min} คือพารามิเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับความน่าจะเป็นเอาต์เตจ

ค) ภาคส่งและภาครับทราบ CSI: ภาคส่งและภาครับทราบ $g(i)$ ที่เวลา i และทราบการแจกแจงของ $g(i)$ ภาคส่งสามารถปรับเปลี่ยนทั้งกำลังและอัตราขยายช่องสัญญาณที่เวลา i (ภาครับส่ง CSI กลับไปให้ภาคส่ง) โดยภาคส่งจะปรับเปลี่ยนวิธีการส่งให้สัมพันธ์กับ CSI ดังภาพที่ 14 ในกรณีนี้จะไม่พิจารณาความจุเทียบกับเอาต์เตจเมื่อภาคส่งทำการส่งบิตแล้วไม่สามารถถอดรหัสได้ ภาคส่งจะทราบรายละเอียดช่องสัญญาณและจะไม่ส่งบิตที่ไม่สามารถถอดรหัสได้ถูกต้อง



ภาพที่ 14 แบบจำลองระบบช่องสัญญาณที่ภาคส่งและภาครับทราบข้อมูลช่องสัญญาณ

ที่มา: Goldsmith (2005)

ความจุแชนนอนเมื่อภาคส่งและภาครับทราบอัตราขยายกำลังช่องสัญญาณ $g(i)$ ที่เวลา i ความจุแชนนอนของช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาโดยข้อมูลของช่องสัญญาณได้ถูกนำเสนอโดยสมมติให้ $s(i)$ เป็นกระบวนการสุ่มแบบหนึ่งและแบบเออร์กอดิกแทนสถานะช่องสัญญาณ มีค่าบนเซตจำกัด S ของช่องสัญญาณหน่วยความจำแบบดิสครีตให้ C_s คือความจุช่องสัญญาณในทางปฏิบัติ $s \in S$ และ $p(s)$ คือความน่าจะเป็นหรือสัดส่วนของเวลาที่ช่องสัญญาณมีสถานะ s ความจุช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาหาได้จากสมการ

$$C = \sum_{s \in S} C_s p(s) \quad (21)$$

ใช้สมการที่ (21) กับภาพที่ 14 ความจุของช่องสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์ที่ค่าเฉลี่ย SNR γ คือ $C_\gamma = B \log_2(1 + \gamma)$ เมื่อ $p(\gamma) = p(\gamma(i) = \gamma)$ คือการแจกแจงของ SNR ที่รับได้จากสมการที่ (21) ความจุของช่องสัญญาณเฟดดิ้งที่ภาคส่งและรับทราบข้อมูลช่องสัญญาณคือ

$$C = \int_0^\infty C_\gamma p(\gamma) d\gamma = \int_0^\infty B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d\gamma \quad (22)$$

สมการที่ (19) และ (22) จะเหมือนกันเมื่อไม่มีการปรับเปลี่ยนกำลังคั้งนั้นภาคส่งเมื่อทราบข้อมูลช่องสัญญาณจะไม่เพิ่มความจุนอกจากจะมีการปรับเปลี่ยนกำลังให้เหมาะสม โดยกำลังส่ง $P(\gamma)$ จะมีค่าเปลี่ยนแปลงโดย γ ซึ่งมีค่ากำลังเฉลี่ยที่จำกัด \bar{P}

$$\int_0^\infty P(\gamma) p(\gamma) d\gamma \leq \bar{P} \quad (23)$$

นอกจากนี้เมื่อกำลังที่จำกัดมีค่าเพิ่มขึ้นจะไม่ใช้สมการที่ (22) เพื่อหาความจุโดยตรงซึ่งความจุที่มีการจำกัดกำลังเฉลี่ยจะหาค่าเฉลี่ยความจุได้จากสมการที่ (22) โดยที่กำลังที่เหมาะสมที่สุดบนการแจกแจงเวลารายละเอียดของความจุช่องสัญญาณเฟดดิ้งซึ่งกำลังเฉลี่ยจำกัดและจากสมการ (23) จะได้จาก

$$C = \max_{P(\gamma): \int_0^\infty P(\gamma) p(\gamma) d\gamma = \bar{P}} \int_0^\infty B \log_2\left(1 + \frac{P(\gamma)\gamma}{\bar{P}}\right) p(\gamma) d\gamma \quad (24)$$

และสามารถหาค่ากำลังเฉลี่ยที่เหมาะสมที่สุด $P(\gamma)$ จากรูปลาการานจ์

$$J(P(\gamma)) = \int_0^\infty B \log_2\left(1 + \frac{P(\gamma)\gamma}{\bar{P}}\right) p(\gamma) d\gamma - \lambda \int_0^\infty P(\gamma) p(\gamma) d\gamma \quad (25)$$

จากนั้นทำการดิฟเฟอเรนเชียลลากรานจ์และจับสมการเท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial J(P(\gamma))}{\partial P(\gamma)} = \left[\left(\frac{B/\ln(2)}{1 + \gamma P(\gamma)/\bar{P}} \right) \frac{\gamma}{P} - \lambda \right] p(\gamma) = 0 \quad (26)$$

การคำตอบของ $P(\gamma)$ โดยกำหนดให้ $P(\gamma) > 0$ จะได้การจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดสูงสุดคือ

$$\frac{P(\gamma)}{\bar{P}} = \begin{cases} 1/\gamma_0 - 1/\gamma; \gamma \geq \gamma_0 \\ 0; \gamma < \gamma_0 \end{cases} \quad (27)$$

ในบางค่าคัทออฟ γ_0 ถ้า $\gamma(i)$ ต่ำกว่าคัทออฟนี้เมื่อส่งข้อมูลผ่านช่วงเวลาลำดับที่ i จะใช้งานช่องสัญญาณเฉพาะที่เวลา i ถ้า $\gamma_0 \leq \gamma(i) < \infty$ และเมื่อแทนสมการที่ (27) ลงในสมการที่ (24) จะได้ค่าความจุคือ

$$C = \int_0^{\infty} B \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right) p(\gamma) d(\gamma) \quad (28)$$

ความจุที่ได้คืออัตราข้อมูลที่ได้จากช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาอัตรานี้สอดคล้องกับ SNR ช่วง γ คือ $B \log_2(\gamma/\gamma_0)$ เมื่อ γ_0 เป็นค่าคงที่หมายถึง SNR ช่วงสูงขึ้นไปอัตราข้อมูลที่ส่งผ่านช่องสัญญาณที่มี SNR ช่วงสูงจะสูงขึ้น การจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดตามสมการ (27) จะขึ้นอยู่กับค่าการแจกแจงเฟดดิ้ง $p(\gamma)$ โดยค่าคัทออฟ γ_0 หาได้จากการจำกัดกำลังใหม่ตามสมการที่ (23) ดังนั้นจะได้การจัดสรรกำลังคือ

$$\int_0^{\infty} \frac{P(\gamma)}{\bar{P}} p(\gamma) d(\gamma) = 1 \quad (29)$$

แทนการปรับกำลังที่เหมาะสมที่สุดสมการที่ (27) ในสมการที่ (29) จะได้ค่าคัทออฟ γ_0 คือ

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma} \right) p(\gamma) d(\gamma) = 1 \quad (30)$$

ซึ่งจะขึ้นอยู่กับค่าการแจกแจง $p(\gamma)$ ค่า γ_0 จะหาได้จากวิธีทางจำนวนเพราะว่าไม่สามารถหาสมการที่ใกล้เคียงกับการแจกแจง $p(\gamma)$ เมื่อ γ เปลี่ยนแปลงตามเวลา วิธีการจัดสรรกำลังตามสมการที่ (27) คือสมการการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดหรือวิธีการเติมน้ำ (Water-filling) การใช้วิธีการเติม

น้ำจะทำให้ช่องสัญญาณดีขึ้นเมื่อช่องสัญญาณช่วงขณะตกลง (γ มาก) กำลังส่งและอัตราส่งผ่านช่องสัญญาณสูงขึ้น คุณภาพช่องสัญญาณแยกลง (γ น้อย) เมื่อกำลังและอัตราการส่งผ่านช่องสัญญาณลดลงถ้า SNR ช่วงขณะตกลงต่ำกว่าค่าคัทออฟช่องสัญญาณจะไม่สามารถใช้งานได้จึงมีการพัฒนาวิธีการปรับแต่งการกล้าสัญญาณและการเข้ารหัส จากสมการที่ (24) วิธีการปรับเปลี่ยนกำลัง $p(\gamma)$ ด้วยการปรับเปลี่ยนกำลังเฉลี่ย \bar{P} จะได้ความจุ

$$C = \int_0^{\infty} B \log_2 \left(1 + \frac{P(\gamma)\gamma}{\bar{P}} \right) p(\gamma) d(\gamma) \quad (31)$$

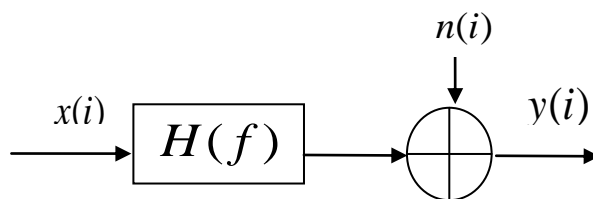
ซึ่งจะมีความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่ำซึ่งค่าความจุจะไม่เกินสมการที่ (24) โดยจะการปรับเปลี่ยนกำลังให้เหมาะเพื่อให้ค่าความจุมรวมสูงที่สุด

2.3.3 ความจุของช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเลือกความถี่

การวิเคราะห์ความจุช่องสัญญาณเฟดดิ้งแบบเลือกความถี่ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาจะเหมือนกับกรณีช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเบนราบแต่เปลี่ยนจากโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่

ก) ช่องสัญญาณที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

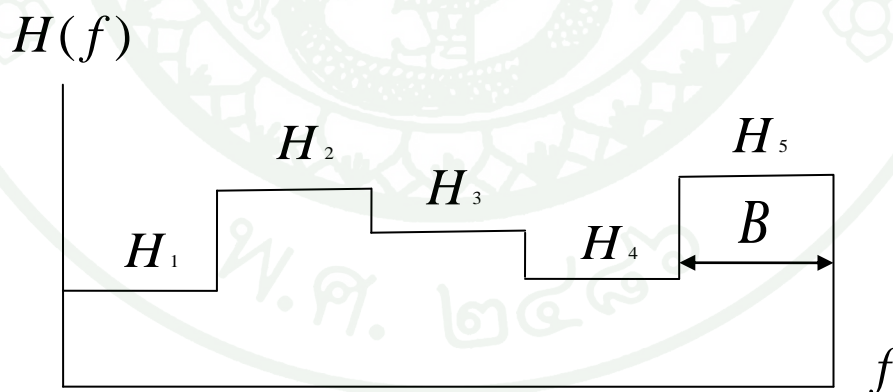
กำหนดให้ช่องสัญญาณที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลามีผลตอบแทนของความถี่เป็น $H(f)$ และ P คือกำลังส่งซึ่งทางภาคส่งและรับทราบ $H(f)$



ภาพที่ 15 แสดงช่องสัญญาณเฟดดิ้งแบบเลือกความถี่ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

ที่มา: Goldsmith (2005)

กำหนดให้ $H(f)$ เป็นการบล็อกเฟดดิ้งโดยแบ่งความถี่ออกเป็นช่องสัญญาณย่อยที่มีแบนด์วิดท์ B เมื่อ $H(f) = H_j$ ค่าคงที่ของแต่ละบล็อกแสดงดังภาพที่ 16 ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเลือกความถี่ประกอบด้วยเซตของช่องสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์ที่ขนานกันมี SNR บนช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ j คือ $|H_j|^2 P_j / (N_0 B)$ เมื่อ P_j คือกำลังของเซตช่องสัญญาณที่ขนานกันลำดับที่ j และมีการจำกัดกำลังส่ง $\sum_j P_j \leq P$ จะได้ความจุของเซตของช่องสัญญาณที่ขนานกัน ซึ่งคือผลรวมของอัตราที่แต่ละช่องสัญญาณมีการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุด



ภาพที่ 16 แสดงบล็อกการจางหายแบบเลือกความถี่

ที่มา: Goldsmith (2005)

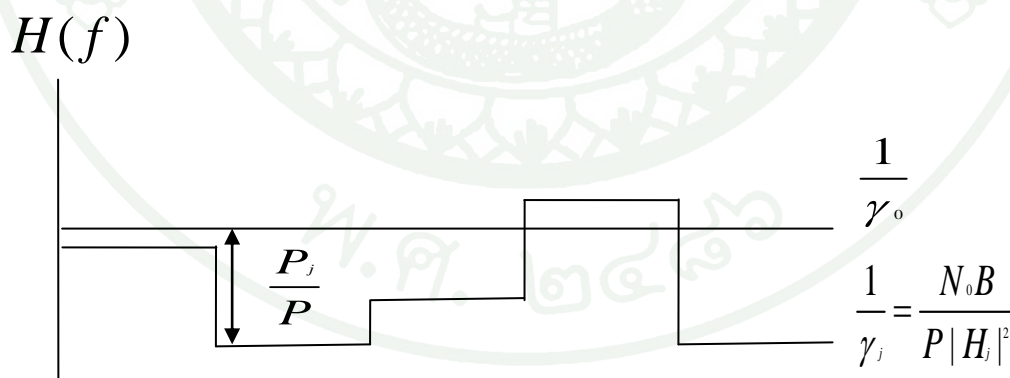
$$C = \sum_{\max P_j; \sum_j P_j \leq P} B \log_2 \left(1 + \frac{|H_j|^2 P_j}{N_0 B} \right) \tag{32}$$

จะคล้ายกับความจุและการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดสำหรับช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบแบนราบ การเปลี่ยนแปลงกำลังและอัตราบนความถี่ดีเทอร์มินิสตริกมากกว่าบนพาราโบลา การจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดหาได้จากลากรางจ์ที่ใช้ในกรณีการจางหายแบบแบนราบ เมื่อการจัดสรรกำลังโดยวิธีการเติมน้ำคือ

$$\frac{P_j}{P} = \begin{cases} 1/\gamma_0 - 1/\gamma_j; & \gamma_j \geq \gamma_0 \\ 0; & \gamma_j < \gamma_0 \end{cases} \tag{33}$$

สำหรับค่าคutoff γ_0 เมื่อ $\gamma_j = |H_j|^2 P / (N_0 B)$ คือ SNR ของช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ j โดยการปรับกำลังตามการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดแสดงในภาพที่ 17 ค่าคutoffจะหาได้จากการแทนสมการปรับเปลี่ยนกำลังลงในการจำกัดกำลังดังนั้น γ_0 ที่เหมาะสมที่สุดคือ

$$\sum_j \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_j} \right) = 1 \tag{34}$$



ภาพที่ 17 แสดงวิธีการเติมน้ำในบล็อกการจางหายแบบเลือกความถี่

ที่มา: Goldsmith (2005)

จะได้ความจุกคือ

$$C = \sum_{j:\gamma_j \geq \gamma_0} B \log_2 \left(\frac{\gamma_j}{\gamma_0} \right) \quad (35)$$

การส่งบนแต่ละช่องสัญญาณย่อยที่กำลังส่งและอัตราแตกต่างกันเมื่อ $H(f)$ มีค่าต่อเนื่อง ค่าความจุกสามารถหาได้จาก

$$C = \max_{P(f): \int P(f) df \leq P} \int \log_2 \left(1 + \frac{|H(f)|^2 P(f)}{N_0} \right) df \quad (36)$$

จากการอินทิเกรตจะเพิ่มความจุกสัมพันธ์กับความถี่ f บนแบนด์วิดท์ B มีการจัดสรรกำลัง $P(f)$ และมีอัตราขยายช่องสัญญาณ $|H(f)|^2$ โดยแยกช่องสัญญาณเป็นเซตที่ขนานกันโดยใช้การแปลงฟูเรียร์แบบไม่ต่อเนื่อง (DFT) การจัดสรรกำลังบนความถี่ โดยสมการที่ (36) จะมีค่าสูงสุดเมื่อใช้ลากรางจ์ ผลของการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดคือวิธีการเติมน้ำบนโดเมนความถี่

$$\frac{P(f)}{P} = \begin{cases} 1/\gamma_0 - 1/\gamma(f); & \gamma(f) \geq \gamma_0 \\ 0; & \gamma(f) < \gamma_0 \end{cases} \quad (37)$$

เมื่อ $\gamma(f) = |H(f)|^2 P/N_0$ จะได้ค่าความจุกคือ

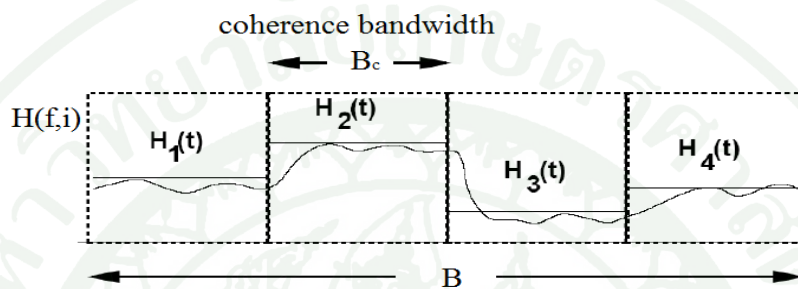
$$C = \int_{f:\gamma(f) \geq \gamma_0} \log_2 \left(\frac{\gamma(f)}{\gamma_0} \right) df \quad (38)$$

ข) ช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

การประมาณค่าจุกช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเลือกความถี่ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเมื่อพิจารณาแบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณ โดยแบ่งช่องสัญญาณย่อยมีขนาดแบนด์วิดท์ร่วมกัน B_c ดังภาพที่ 18 สมมติแต่ละช่องสัญญาณย่อยเป็นอิสระต่อกันและมีการจางหายแบบแบนราบ $H(f, i) = H_j(i)$ บนช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ j ความจุกของแต่ละช่องสัญญาณย่อยที่มีการจางหายแบบแบนราบจะขึ้นอยู่กับค่าเฉลี่ยกำลัง \bar{P}_j เมื่อช่องสัญญาณเป็นอิสระต่อกันค่า

ความจุทั้งหมดของช่องสัญญาณจะมีค่าเท่ากับผลรวมของช่องสัญญาณแบนด์แคบที่มีการจางหายแบบแบนราบและค่าเฉลี่ยบนโดเมนเวลาและโดเมนความถี่คือ

$$C = \max_{\{P_j\}: \sum_i P_j \leq \bar{P}} \sum_j C_j(\bar{P}_j) \quad (39)$$



ภาพที่ 18 แสดงการแบ่งช่องสัญญาณในการจางหายแบบเลือกความถี่

ที่มา: Goldsmith (2005)

เมื่อ $C_j(\bar{P}_j)$ คือความจุของช่องสัญญาณย่อยที่มีการจางหายแบบแบนราบ มีกำลังเฉลี่ย \bar{P}_j แบนด์วิดท์ B_c สำหรับความจุแชนนอนภายใต้ข้อมูลช่องสัญญาณที่แตกต่างกันและการจัดสรรกำลังจะได้ $C_j(\bar{P}_j)$ คือความจุเทียบกับเอาต์เดจเฉพาะที่ภาครับทราบข้อมูลของช่องสัญญาณ

การจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดรองลงมาเป็นการปรับเปลี่ยนโดยวิธีการเติมน้ำแบบสองมิติคือทั้งในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ซึ่งสอดคล้องกับความจุของแชนนอนดังนี้

$$C = \max_{P_j(\gamma_j): \sum_i \int_0^\infty P_j(\gamma_j) p(\gamma_j) d\gamma_j \leq \bar{P}} \sum_j \int_0^\infty B_c \log_2 \left(1 + \frac{P_j(\gamma_j)}{\bar{P}} \right) p(\gamma_j) d\gamma_j \quad (40)$$

และสามารถหาค่าการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุด $P_j(\gamma_j)$ โดยจัดรูปลากรานจ์จะได้

$$J(P_j(\gamma_j)) = \sum_i \int_0^\infty B_c \log_2 \left(1 + \frac{P_j(\gamma_j) \gamma_j}{\bar{P}} \right) p(\gamma_j) d\gamma_j - \lambda \sum_i \int_0^\infty P_j(\gamma_j) p(\gamma_j) d\gamma_j \quad (41)$$

สำหรับช่องสัญญาณที่ทำการกระจายแบบแบนราบที่คาดว่ามิติของความถี่จะเพิ่มขึ้นโดยการรวมช่องสัญญาณย่อย การดิฟเฟอเรนเชียลลากรางจ์และให้เท่ากับศูนย์ดังสมการ

$$\frac{\partial J(P_j(\gamma_j))}{P_j(\gamma_j)} = \left[\left(\frac{B/\ln 2}{1 + \gamma_j P_j/\bar{P}} \right) \frac{\gamma_j}{\bar{P}} - \lambda \right] p(\gamma_j) = 0 \quad (42)$$

และสามารถหาค่าคำตอบของการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุด $P_j(\gamma_j)$ ได้เหมือนกับกรณีการเติมน้ำสำหรับการกระจายแบบแบนราบ

$$\frac{P_j(\gamma_j)}{\bar{P}} = \begin{cases} 1/\gamma_0 - 1/\gamma_j; \gamma_j \geq \gamma_0 \\ 0; \gamma_j < \gamma_0 \end{cases} \quad (43)$$

เมื่อค่าคัทออฟ γ_0 จากการจำกัดกำลังรวมบนโดเมนความถี่และโดเมนเวลา

$$\sum_j \int_0^\infty P_j(\gamma) p_j(\gamma) d\gamma_j = \bar{P} \quad (44)$$

การจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดคือวิธีการเติมน้ำแบบสองมิติ มีคัทออฟ γ_0 จำกัด โดย \bar{P} คือค่ากำลังส่งและเมื่อแทนลงในสมการการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุดจะได้ γ_0 ดังนี้

$$\sum_j \int_0^\infty \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_j} \right) p_j(\gamma_j) d\gamma_j = 1 \quad (45)$$

สำหรับวิธีการเติมน้ำแบบสองมิติค่าคัทออฟสำหรับช่องสัญญาณย่อยจะเหมือนกัน หมายถึงถ้าการแจกแจงเฟดดิ้งหรือค่ากำลังเฉลี่ยการเลื่อนบนช่องสัญญาณย่อยต่างกันจะใช้ช่องสัญญาณย่อยส่งเมื่อค่า SNR ช่วงขณะตกลงต่ำกว่าค่าคัทออฟ γ_0 ดังนั้นจะได้สมการความจุคือ

$$C = \sum_j \int_0^\infty B_c \log_2 \left(\frac{\gamma_j}{\gamma_0} \right) p(\gamma_j) d\gamma_j \quad (46)$$

2.4 อัตราผิดพลาดของการส่งข้อมูล

การส่งสัญญาณดิจิทัลผ่านช่องสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์สมรรถนะของการสื่อสารดิจิทัลจะแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือความผิดพลาดสัญลักษณ์หรือบิตน่าจะเป็นและความน่าจะเป็นที่สัญญาณขาดหายหรือความน่าจะเป็นเอาต์เดจคือความน่าจะเป็นที่ SNR ลดลงต่ำกว่าค่าขีดแบ่งทำให้ไม่สามารถติดต่อสื่อสารได้ กรณีที่การจางหายแบบเบนราบเพิ่มขึ้นอย่างกระทันหันความผิดพลาดบิตเล็กน้อยน่าจะเป็นที่สัญญาณขาดหายจะเพิ่มขึ้นสำหรับช่องสัญญาณสื่อสารที่เกิดการจางหายแบบเลือกความถี่และคอปเพลอร์ซีฟการเกิดการจางหายแบบเลือกความถี่ส่งผลให้เกิดการแทรกสอดทางสัญลักษณ์ที่รุนแรงทำให้ไม่สามารถแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดกับสัญญาณได้ การเกิดคอปเพลอร์ส่งผลให้สเปกตรัมของสัญญาณขยายกว้างไปแทรกสอดช่องสัญญาณข้างเคียงส่งผลให้เกิดความผิดพลาดที่ไม่สามารถแก้ไขได้ อัตราส่วน SNR จะขึ้นอยู่กับพลังงานต่อบิต (E_b) และพลังงานต่อสัญลักษณ์ (E_s) ความผิดพลาดน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณที่มีวิธีการกล้ำสัญญาณต่างกันบนช่องสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์

ส่งสัญญาณที่ผ่านการกล้ำสัญญาณ $s(t)$ ผ่านช่องสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์ที่มีสัญญาณรบกวน $n(t)$ มีความหนาแน่นสเปกตรัมกำลัง $N_0/2$ สัญญาณรับคือ $r(t) = s(t) + n(t)$ เมื่อ SNR ของสัญญาณรับคือค่าอัตราส่วนกำลังของสัญญาณรับ P_r ต่อกำลังของสัญญาณรบกวนภายใต้แบนด์วิดท์ของสัญญาณส่ง $s(t)$ กำลังของสัญญาณรับ P_r จะขึ้นอยู่กับกำลังส่งส่วนกำลังสัญญาณรบกวนขึ้นอยู่กับแบนด์วิดท์ขึ้นอยู่กับแบนด์วิดท์ของสัญญาณส่งและคุณลักษณะของสเปกตรัมของ $n(t)$ ถ้าแบนด์วิดท์ของสัญญาณส่ง $s(t)$ อยู่ในรูปของสัญญาณเชิงซ้อนแบนด์วิดท์ของสัญญาณส่ง $s(t)$ เป็น $2B$ ความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวน $n(t)$ จะเป็นยูนิฟอร์มเท่ากับ $N_0/2$ กำลังของสัญญาณรบกวนทั้งหมดภายใต้แบนด์วิดท์ $2B$ คือ $N = N_0/2 \times 2B$ จะหาร SNR ของสัญญาณรับได้จาก

$$SNR = \frac{P_r}{N_0B} = \frac{E_s}{N_0BT_s} = \frac{E_b}{N_0BT_b} \quad (47)$$

เมื่อ T_s คือเวลาของสัญลักษณ์และ T_b คือเวลาของบิตโดย $T_s = 1/B$ โดยจะเรียก $\gamma_s = E_s/N_0$ ว่า SNR ต่อสัญลักษณ์และ $\gamma_b = E_b/N_0$ ว่า SNR ต่อบิตมีความผิดพลาดน่าจะเป็น P_b สำหรับสัญญาณหลายระดับ MPAM หรือ MPSK จะขึ้นอยู่กับทั้งความผิดพลาดสัญลักษณ์น่าจะเป็นและการแมปบิตให้เป็นสัญลักษณ์ การหาความผิดพลาดสัญลักษณ์น่าจะเป็น P_s จาก γ_s และ P_b จาก

γ_b หรือใช้การแปลงที่สมมติให้พลังงานสัญญาณเท่ากับทุกบิตและการเข้ารหัสแบบเกรย์จะเกิด สัญญาณผิดพลาด 1 สัญญาณเช่นเดียวกับ 1 บิตที่ผิดพลาดสำหรับสัญญาณหลายระดับ M-ary จะ ได้

$$\gamma_b \approx \frac{\gamma_s}{\log_2 M} \quad (48)$$

$$P_b \approx \frac{P_s}{\log_2 M} \quad (49)$$

2.4.1 ความผิดพลาดน่าจะเป็นสำหรับการกล้ำสัญญาณ BPSK และ QPSK

สำหรับการกล้ำสัญญาณ BPSK ที่ใช้การตรวจจับแบบร่วมนัยซึ่งมีการสร้าง กลับเฟสและความถี่ที่สมบูรณ์ การกล้ำสัญญาณไบนารีที่แต่ละสัญญาณมี 1 บิต อัตราผิดพลาด สัญญาณและบิตจะมีค่าเท่ากันดังนั้นความผิดพลาดน่าจะเป็นคือ

$$P_b = Q\left(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}}\right) \quad (50)$$

คอนสแตลชันของสัญญาณ BPSK ในเทอมพลังงานต่อบิตหาได้จาก $s_0 = \sqrt{E_b}$ และ $s_1 = -\sqrt{E_b}$ จะได้ระยะต่ำสุด $d_{\min} = 2\sqrt{E_b}$ จะได้

$$P_b = Q\left(\frac{2\sqrt{E_b}}{\sqrt{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q(\sqrt{2\gamma_b}) \quad (51)$$

การกล้ำสัญญาณแบบ QPSK ประกอบด้วยการกล้ำสัญญาณแบบ BPSK ทั้งส่วนสัญญาณอินเฟส และควอดราเจอร์มีการสร้างกลับสัญญาณพาห้และเฟสที่สมบูรณ์ สัญญาณรับสอดคล้องกับแต่ละ ส่วนที่ตั้งฉากกันความผิดพลาดน่าจะเป็นในแต่ละส่วนจะเหมือนกับ BPSK ความผิดพลาด สัญญาณน่าจะเป็นจะเท่ากับความผิดพลาดบิตน่าจะเป็นในแต่ละส่วน

$$P_s = 1 - [1 - Q(\sqrt{2\gamma_b})]^2 \quad (52)$$

โดยพลังงานสัญญาณจะแบ่งระหว่างส่วนอินเฟสและควอดราเจอร์จะได้ $\gamma_s = 2\gamma_b$ จะได้ P_s ในเทอม γ_s คือ

$$P_s = 1 - \left[1 - Q(\sqrt{\gamma_s}) \right]^2 \quad (53)$$

ใช้ระยะระหว่างคอนสเทลเลชันต่ำสุด d_{\min} จะได้การประมาณข้างเคียงใกล้ที่สุดคือ

$$P_s = 2Q(\sqrt{\gamma_s}) \quad (54)$$

การเข้ารหัสเกรย์จะประมาณค่า P_b จาก P_s โดย $P_b \approx P_s/2$ ซึ่งการกล้ำสัญญาณแบบ QPSK จะประกอบด้วย 2 บิตต่อสัญลักษณ์

2.4.2 ความผิดพลาดน่าจะเป็นสำหรับ MPSK

คอนสเทลเลชันสำหรับสัญญาณ MPSK มี $s_{i1} = A \cos(2\pi(i-1)/M)$ และ $s_{i2} = A \sin(2\pi(i-1)/M)$ โดย i คือจุดคอนสเทลเลชันของสัญญาณส่งลำดับที่ i และพลังงานสัญญาณคือ $E_s = A^2$ ดังนั้น $\gamma_s = A^2 / N_0$ สำหรับ $M > 4$ ค่าที่ถูกต้องของ P_s จะหาได้จากวิธีทางจำนวนโดยแต่ละจุดในคอนสเทลเลชันของ MPSK จะมี 2 จุดที่ใกล้ที่สุดที่ระยะ $d_{\min} = 2A \sin(\pi/M)$ การประมาณจุดข้างเคียงที่ใกล้ที่สุดจะได้

$$P_s = 2Q(\sqrt{2\gamma_s \sin(\pi/M)}) \quad (55)$$

2.4.3 ความผิดพลาดน่าจะเป็นสำหรับ MPAM และ MQAM

คอนสเทลเลชันของ MPAM คือ $A_i = (2i-1-M)d, i=1,2,3,\dots,M$ แต่ละ $M-2$ ภายในจุดคอนสเทลเลชันจะมี 2 จุดที่อยู่ใกล้กันที่ระยะ $2d$ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดเมื่อส่งหนึ่งของจุดคอนสเทลเลชันด้านในคือ

$$P_s = \frac{2M-1}{M} Q\left(\frac{\sqrt{2d^2}}{N_0}\right) = \frac{2M-1}{M} Q\left(\sqrt{\frac{6\gamma_s}{M^2-1}}\right) \quad (56)$$

การกล้าสัญญาณแบบ MQAM มีขนาดของคอนสเทลเลชันสัญญาณกำลังสอง $M = L^2$ ซึ่งจะพิจารณา 2 ระบบ MPAM มีคอนสเทลเลชันสัญญาณขนาด L ถูกส่งบนส่วนสัญญาณอินเฟสและควอดราเจอร์ แต่ละส่วนมีพลังงานเป็นครึ่งหนึ่งของการกล้าสัญญาณแบบ MQAM ซึ่งค่าความผิดพลาดสัญลักษณ์น่าจะเป็นของ MQAM คือ

$$P_s = 1 - \left(1 - \frac{2(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M}} Q \left(\sqrt{\frac{3\bar{\gamma}_s}{M - 1}} \right) \right)^2 \quad (57)$$

โดยจะประมาณจุดข้างเคียงที่ใกล้ที่สุดไปยังความผิดพลาดสัญลักษณ์น่าจะเป็นซึ่งขึ้นอยู่กับจุดคอนสเทลเลชันด้านในหรือด้านนอก จุดด้านในประกอบด้วย 4 จุดที่ใกล้กัน จุดด้านนอกจะประกอบด้วย 2 จุดหรือ 3 จุดที่อยู่ใกล้กัน ทั้งสองกรณีจะมีระยะระหว่างจุดข้างเคียงที่ใกล้ที่สุด $2d$ ถ้าเซตจำนวนจุดข้างเคียงที่ใกล้กันเป็น 4 จุดจะประมาณจุดข้างเคียงที่ใกล้ที่สุดได้ดังนี้

$$P_s \approx 4Q \left(\sqrt{\frac{3\bar{\gamma}_s}{M - 1}} \right) \quad (58)$$

3. การปรับการส่งสัญญาณ

3.1 การปรับการกล้าสัญญาณในระบบโอเอฟดีเอ็ม

การกล้าสัญญาณแบบหลายคลื่นพาห้ส่วนใหญ่จะใช้วิธีการกล้าสัญญาณแบบคงที่สำหรับทุกสัญญาณพาห้ย่อยในระบบที่ใช้วิธีนี้จะต้องเลือกประเภทของการกล้าสัญญาณแบบดิจิทัล (Digital modulation) สำหรับสัญญาณพาห้ย่อยที่อัตราการผิดพลาดของข้อมูลที่ยอมรับได้ในสภาวะช่องสัญญาณสื่อสารที่แย่ที่สุดโดยทั่วไปจะเลือกใช้การกล้าสัญญาณแบบ BPSK หรือ QPSK ตามลำดับในการส่งข้อมูลหนึ่งไปยังหลายปลายทางของระบบโอเอฟดีเอ็มอาจทำได้โดยการปรับเปลี่ยนวิธีการกล้าสัญญาณ โดยขึ้นอยู่กับคุณภาพของสัญญาณสามารถรับได้ที่ภากรับ ประเภทของการกล้าสัญญาณที่นิยมใช้ประกอบด้วย BPSK, QPSK, 8-PSK, 16-QAM หรือ 64-QAM เพื่อให้ระบบสามารถยอมรับอัตราการผิดพลาดของข้อมูลสามารถเลือกวิธีการกล้าโดยอัตโนมัติตามขนาดของความถี่ที่ใช้ในการส่ง การปรับ (Adaptive) วิธีการกล้าสัญญาณทำให้คุณภาพการ

รับส่งดีขึ้นไม่ว่าคุณภาพของช่องสัญญาณสื่อสารจะดีหรือไม่ก็ตามสิ่งที่ตามมาคือการปรับการกล้าทำให้เพิ่มประสิทธิภาพการใช้งานแถบความถี่ของระบบ

3.2 การจัดสรรกำลังส่ง

กำลังส่งมีอยู่อย่างจำกัดในระบบการสื่อสาร ในงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีการนำเสนอวิธีการสำหรับการจัดสรรกำลังส่งในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยใช้กำลังส่งเหล่านั้นให้มีประสิทธิภาพอย่างมากที่สุด เป็นที่รู้ดีว่าในกรณีซึ่งข้อมูลของช่องสัญญาณ (Channel State Information: CSI) ปรากฏขึ้นทั้งทางภาคส่งและภาครับ โดยทางภาครับสามารถประมาณค่าข้อมูลของช่องสัญญาณจากสัญญาณนำร่อง (Pilot signal) (Tong *et al.*, 2004) และทำการลำเลียงข้อมูลเหล่านั้นกลับไปยังทางภาคส่งผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับ (Feedback channel) โดยการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดคือการจัดสรรกำลังส่งด้วยวิธีการเติมน้ำ (Water filling power allocation) วิธีการนี้ให้ความจุรวมของช่องสัญญาณสูงที่สุดโดยกำลังส่งรวมมีจำกัด โดยพิจารณาจากส่วนกลับของอัตราขยายช่องสัญญาณแล้วทำการคำนวณค่าขีดแบ่ง (Threshold) ซึ่งเทียบได้กับค่าของระดับน้ำ การคำนวณค่าระดับน้ำเท่ากับผลรวมมากที่สุดของส่วนกลับของแต่ละอัตราขยายช่องสัญญาณย่อยหลังจากได้ค่าระดับน้ำแล้วกำลังส่งที่ถูกจัดสรรให้แต่ละช่องสัญญาณย่อยจะถูกคำนวณโดยการลบด้วยส่วนกลับของอัตราขยายช่องสัญญาณ ซึ่งวิธีการนี้จะมีการคำนวณซ้ำไปมาเพื่อหาค่าระดับน้ำที่เหมาะสม สูตรความจุช่องสัญญาณของ Shannon ของช่องสัญญาณ AWGN เพื่อปรับกำลังส่งอัตราเร็วในการส่งข้อมูลโดยปัญหาการ optimization สำหรับช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\max_{\{P_1, P_2, \dots, P_{N-1}\}} C = \sum_{i=0}^{N-1} \log(1 + |H_i|^2 P_i) \quad (59)$$

มีเงื่อนไขดังนี้ $\sum_{i=0}^{N-1} P_i \leq P_T$ และ $P_i \geq 0$ ซึ่ง P_T คือกำลังส่งทั้งหมดโดยมีอยู่อย่างจำกัดต้องการเพิ่มกำลังที่ถูกจัดสรรบนช่องสัญญาณย่อยในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยใช้ลากรางจ์

$$\mathcal{L}(P_i, \lambda) = C + \lambda \left(\sum_{i=0}^{N-1} P_i - P_T \right) \quad (60)$$

ซึ่ง λ คือตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange multiplier) และทำการหาค่าอนุพันธ์ของ P_i จะได้

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = \frac{1}{\ln 2} \times \frac{|H_i|^2}{1 + |H_i|^2 P_i} + \lambda = 0 \quad (61)$$

แล้วทำการจัดรูปสมการที่ (61) ใหม่จะได้ค่าของกำลังส่งที่ถูกจัดสรรในแต่ละช่องสัญญาณย่อยดังนี้

$$P_i = \left[\frac{-1}{\lambda} - \frac{1}{|H_i|^2} \right]^+ \quad (62)$$

โดย $\frac{-1}{\lambda} = \alpha$ คือค่าระดับน้ำและเครื่องหมาย $[x]^+ = \max(x, 0)$ โดยกำหนดให้เซต

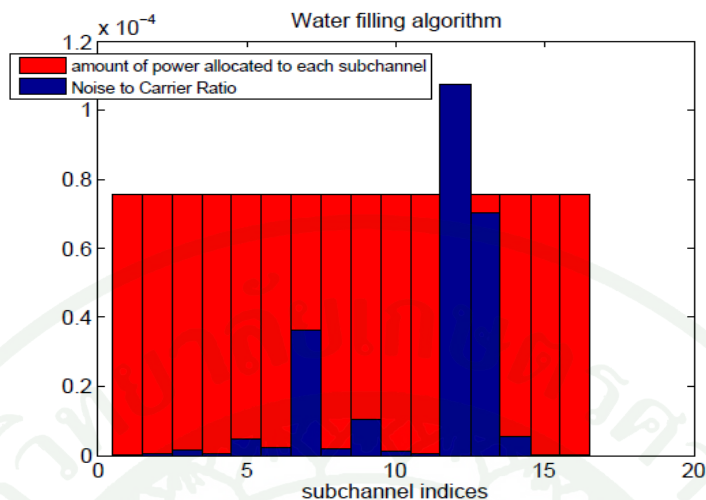
$S = \{i | P_i > 0\}$ และสามารถหาค่าของระดับน้ำได้จากสมการ

$$\sum_{\{i\} \in S} \left[\alpha - \frac{1}{|H_i|^2} \right] = P_T \quad (63)$$

ทำการจัดรูปสมการที่ (63) จะได้ค่าของระดับน้ำดังนี้

$$\alpha = \frac{P_T + \sum_{\{i\} \in S} \frac{1}{|H_i|^2}}{n(S)} \quad (64)$$

โดย $n(S)$ คือจำนวนสมาชิกในเซต S ทั้งหมดซึ่งโดยปกติแล้วช่องสัญญาณย่อยจะมีจำนวนมากมีจำนวนมากทำให้มีความซับซ้อนในการสร้างและการคำนวณอีกทั้งทางภาครับจะต้องส่งข้อมูลของช่องสัญญาณที่ได้จากการประมาณช่องสัญญาณกลับไปยังฝั่งภาคส่งผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับที่มีอัตราการป้อนกลับที่จำกัด ซึ่งโดยปกติจำนวนช่องสัญญาณย่อยในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มมักมีขนาดใหญ่ทำให้จำนวนบิตป้อนกลับมีจำนวนมากตามไปด้วย



ภาพที่ 19 แสดงวิธีการจัดสรรกำลังส่งโดยวิธีการเติมน้ำ

นอกจากนี้วิธีการจัดสรรกำลังส่งอย่างง่ายในกรณีที่ข้อมูลของช่องสัญญาณไม่ปรากฏทั้งทางภาคส่งและภาครับได้แก่วิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบยูนิฟอร์ม (Uniform power allocation) โดยเป็นวิธีที่ง่ายที่สุดในการกระจายกำลังส่งให้แก่ช่องสัญญาณย่อยในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม เท่ากัน โดยกำลังส่งที่ถูกจัดสรรให้กับแต่ละช่องสัญญาณย่อยสามารถหาได้จากกำลังที่มีอยู่ทั้งหมดหารด้วยจำนวนของช่องสัญญาณย่อยทั้งหมด (P_T / N) ซึ่งการจัดสรรกำลังส่งโดยวิธีนี้ไม่ต้องการบิตป้อนกลับใดๆ แต่ประสิทธิภาพค่อนข้างแย่ในบางกรณีที่กำลังส่งรวมมีค่าต่ำ โดยความจรวมจะมีค่าขึ้นอยู่กับข้อมูลของช่องสัญญาณที่ทางภาคส่งและภาครับอย่างไรอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างเพื่อเพิ่มความจรวมและจำกัดอัตราการป้อนกลับของข้อมูลช่องสัญญาณซึ่งในงานวิจัยของ (Sun and Honig, 2008) พิจารณาการสื่อสารแบบหลายคลื่นพาห်บนช่องสัญญาณแบบเลือกความถี่ซึ่งมีการอัตราการป้อนกลับที่จำกัดโดยสมมติว่าข้อมูลของช่องสัญญาณปรากฏทางฝั่งภาครับ เพื่อจำกัดอัตราการป้อนกลับได้นำเสนอการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยทางฝั่งภาคส่งจะทำการจัดสรรกำลังส่งอย่างเท่าๆกัน P_i ให้แต่ละช่องสัญญาณย่อยซึ่งค่าอัตราขยายช่องสัญญาณ $|H(i)|^2$ มีค่ามากกว่าระดับค่าขีดแบ่ง μ ในทางตรงกันข้ามจะไม่ทำการจัดสรรกำลังส่งและช่องสัญญาณย่อยนั้นจะไม่ถูกนำมาใช้ซึ่งกำลังส่งมีอยู่อย่างจำกัด โดย $\sum_{i=0}^{N-1} P_i = \sum_{i=0}^{N-1} P_i 1_{|H(i)|^2 \geq \mu} = P_T$ หรือ

$$P_i = \frac{P_T}{\sum_{N=0}^{N-1} 1_{|H(i)|^2 \geq \mu}} \quad (65)$$

วิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิดปิดต้องการเพียงแค่หนึ่งบิตป้อนกลับต่อหนึ่งช่องสัญญาณย่อยและยังให้สมรรถนะค่าความจุรวมใกล้เคียงกับการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดอีกด้วย

ในงานวิจัยของ (Santipach, 2010) คล้ายกับงานวิจัยที่ได้กล่าวมาในข้างต้น โดยพิจารณาค่าความจุรวมโดยวิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิด โดยสมมติว่าข้อมูลช่องสัญญาณไม่ปรากฏทางภาคส่ง บนพื้นฐานของการประมาณช่องสัญญาณทางฝั่งภาครับสามารถคำนวณกำลังส่งอย่างเท่าๆกันให้กับแต่ละช่องสัญญาณย่อยและในงานวิจัยของ (Liu *et al.*, 2009) เพื่อลดอัตราการป้อนกลับของสเปกตรัมของช่องสัญญาณได้นำเสนอวิธีการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่มโดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณย่อยและการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณ โดยการประมาณค่าของข้อมูลช่องสัญญาณถูกทำทางภาคส่งวิธีการนี้กำลังส่งถูกจัดสรรให้แต่ละช่องสัญญาณย่อยโดยวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มค่าอัตราขยายช่องสัญญาณของช่องสัญญาณย่อยมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องด้วยแบนด์วิดท์รวมนัยโดยได้ทำการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่มจากนั้นทำการส่งข้อมูลช่องสัญญาณบางส่วนซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละกลุ่มผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับไปยังภาคส่ง โดยวิธีการนี้สามารถลดจำนวนของบิตข้อมูลป้อนกลับลงอย่างมาก เมื่อข้อมูลบางส่วนเหล่านั้นไปถึงยังภาคส่ง ภาคส่งจะทำการประมาณค่าของข้อมูลช่องสัญญาณทั้งหมดกลับมาโดยใช้วิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณ โดยพื้นฐานของข้อมูลช่องสัญญาณบางส่วนและทำการจัดสรรกำลังให้แต่ละช่องสัญญาณย่อยโดยวิธีเดิมนำบนพื้นฐานของการประมาณข้อมูลช่องสัญญาณ โดยในงานวิจัยนี้ไม่มีการจำกัดอัตราป้อนกลับของข้อมูล

อย่างไรก็ตามในวิทยานิพนธ์นี้พิจารณาถึงการเพิ่มสมรรถนะความจุรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มให้มีค่าใกล้เคียงกับวิธีจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดยิ่งขึ้น โดยต้องการลดอัตราข้อมูลป้อนกลับที่ส่งผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับโดยประยุกต์วิธีการที่ได้อธิบายข้างต้นเข้าด้วยกันด้วยอัตราการป้อนกลับที่จำกัดซึ่งแสดงประสิทธิภาพใกล้เคียงกับการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยปราศจากการจำกัดอัตราการป้อนกลับ

4. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของช่องสัญญาณโอเอฟดีเอ็ม

งานวิจัยนี้พิจารณาการเชื่อมโยงแบบจุดต่อจุดสำหรับช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (Discrete-time) กล่าวคือมีเครื่องส่งส่งสัญญาณกับหนึ่งเครื่องรับ ไม่มีการแทรกสอดจากผู้ใช้อื่น กำหนดให้ N คือจำนวนของช่องสัญญาณย่อยทั้งหมดซึ่งมีผลตอบสนองอิมพัลส์ของช่องสัญญาณจำนวนเท่ากับ M แท็บ

$$\mathbf{h} = [h_0 \quad h_1 \quad \dots \quad h_{M-1}]^T \quad (66)$$

โดยที่ \mathbf{h} แทนเวกเตอร์ของผลตอบสนองช่องสัญญาณขนาด $M \times 1$ กำหนดให้มีการจางหายแบบชนิดเรลีย์ (Rayleigh fading) และมีดีเลย์โปรไฟล์กำลังแบบสม่ำเสมอ (Uniform power delay profile) โดยผลตอบสนองอิมพัลส์ของช่องสัญญาณแต่ละ h_m เป็นการกระจายแบบเกาส์เชิงซ้อนที่เป็นอิสระต่อกัน โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวน (Variance) $\sigma^2 = 1/M$ ซึ่ง

$$\sum_{m=1}^{M-1} \sigma_m^2 = 1$$

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้กำหนดให้ไซคลิกพรีฟิสิกสำหรับแต่ละสัญลักษณ์โอเอฟดีเอ็มมีความยาวมากเพียงพอเพื่อกำจัดปัญหาที่เกิดจากการแทรกสอดทางสัญลักษณ์ (ISI) และประยุกต์ใช้การแปลงฟูรีเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Fourier Transform: DFT) กำหนดให้ผลตอบสนองเชิงความถี่ของช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ i คือ

$$H(i) = \sum_{m=0}^{M-1} h_m e^{\frac{-j2\pi mi}{N}}, 0 \leq i \leq N-1 \quad (67)$$

ช่องสัญญาณแบบเลือกความถี่จะถูกเปลี่ยนเป็นช่องสัญญาณแบบแบนราบจำนวน N ช่องสัญญาณย่อยที่ขนานกันดังนั้นสัญญาณรับที่ได้จากการแปลงฟูรีเยร์ไม่ต่อเนื่องที่ทางภาครับสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณส่งและรับได้ดังนี้

$$y(i) = \sqrt{P_i} H(i)x(i) + n(i), 0 \leq i \leq N-1 \quad (68)$$

ซึ่ง $x(i)$ คือสัญญาณที่ถูกส่งบนช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ i และ P_i คือกำลังที่ถูกส่งที่ถูกจัดสรรสำหรับช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ i และ $n(i)$ คือสัญญาณรบกวนโดยกำหนดให้สัญญาณรบกวนเป็นประเภทสัญญาณรบกวนสีขาวเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายทางความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนเท่ากับ (Variance) σ_n^2 โดยมีผลรวมความจุนทุกๆ ช่องสัญญาณย่อยที่สอดคล้องถูกกำหนดโดยสมการดังนี้

$$C = \sum_{i=0}^{N-1} E \log \left(1 + \frac{P_i |H(i)|^2}{\sigma_n^2} \right) \quad (69)$$

ซึ่งผลรวมของกำลังทั้งหมดถูกจำกัดกำหนดโดยสมการ

$$\sum_{i=0}^{N-1} P_i \leq P_T \quad (70)$$

ให้เซตของผลตอบสนองช่องสัญญาณคือ $\{H(0), H(1), \dots, H(N-1)\}$ และกำหนดให้ $\{P_i\}$ คือเซตของระดับกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งวิธีการจัดสรรกำลังที่เหมาะสมที่สุด (Water filling solution) ถูกนำมาใช้สำหรับการเพิ่มความจุนรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล AMD Turion(tm) X2 Ultra Dual-Core Mobile ZM-82 2.2GHz
2.00 GB of RAM
2. โปรแกรม Matlab

วิธีการ

ในวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีการจัดสรรกำลังส่งสองวิธีสำหรับช่องสัญญาณสื่อสารไร้สาย โอเอฟดีเอ็มแบบจุดต่อจุดซึ่งมีการจำกัดอัตราการป้อนกลับโดยมีการสมมติว่าข้อมูลช่องสัญญาณปรากฏที่ทางภาครับ โดยทางภาคส่งจะทำการปรับระดับกำลังส่งให้สอดคล้องกับข้อมูลช่องสัญญาณจากทางภาครับ

1. การจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยการแบ่งช่องสัญญาณย่อย

เพื่อลดจำนวนของบิตข้อมูลโดยทำการแบ่งนับเขตของระดับกำลังส่ง วิธีการนี้จะประยุกต์การจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดซึ่งจะทำการจัดสรรกำลังส่งอย่างเท่าๆกันสำหรับแต่ละช่องสัญญาณย่อย ถ้าค่าอัตราขยายช่องสัญญาณ $|H(i)|^2$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับระดับค่าขีดแบ่งโดยช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ i จะถูกจัดสรรกำลังส่งอย่างเท่าๆกันในระหว่างช่วงคาบเวลาของการส่งในทางตรงกันข้ามช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ i จะไม่ถูกจัดสรรกำลังส่งและไม่ถูกนำมาใช้ โดยวิธีการจัดสรรกำลังแบบเปิด-ปิดแสดงสมรรถนะความจุรวมของช่องสัญญาณใกล้เคียงกับวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุด

กำหนดให้ N_D แทนจำนวนของช่องสัญญาณย่อยซึ่งมีค่าอัตราขยายช่องสัญญาณมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับระดับค่าขีดแบ่งซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการ ได้ดังนี้

$$N_D = \sum_{i=0}^{N-1} 1_{\mu}(|H(i)|^2) \quad (71)$$

ซึ่ง $1_\mu(x)$ คือฟังก์ชันบ่งชี้หรือฟังก์ชันลักษณะเฉพาะ (Indicator function) เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนเซต x ซึ่งบ่งชี้ว่าสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งจะเป็นสมาชิกบนเซตย่อยในเซต x หรือไม่โดยให้ค่าเป็น 1 ถ้าสมาชิกตัวนั้นอยู่ในเซตย่อยหรือให้ค่าเป็น 0 ถ้าสมาชิกตัวนั้นไม่อยู่ในเซตย่อยในเซต x แต่ยังคงอยู่ในเซต x ถูกกำหนดโดย

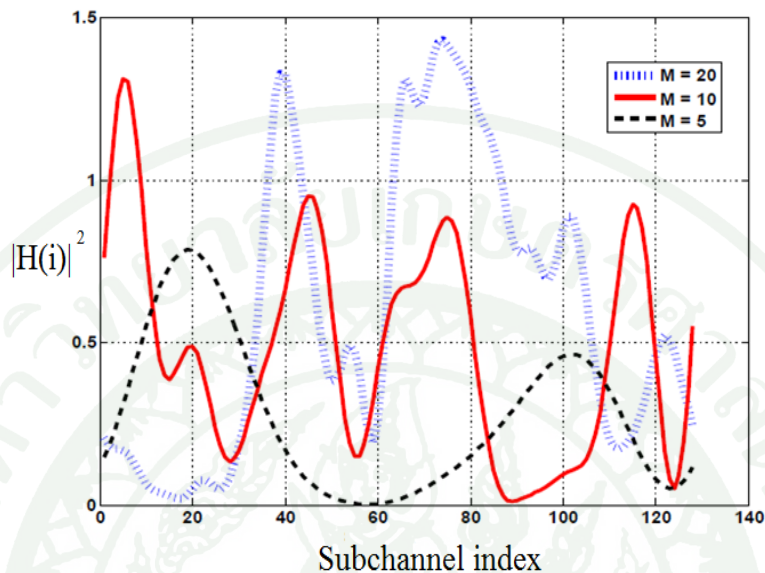
$$1_\mu(x) = \begin{cases} 1: x \geq \mu \\ 0: x < \mu \end{cases} \quad (72)$$

สำหรับกำลังส่งที่ถูกจัดสรรให้กับช่องสัญญาณย่อยที่มีค่าอัตราขยายช่องสัญญาณมากกว่าหรือเท่ากับระดับค่าขีดแบ่งหาได้จากค่ากำลังส่งทั้งหมดหารด้วยจำนวนช่องสัญญาณย่อยที่มีค่าอัตราขยายช่องสัญญาณมากกว่าหรือเท่ากับระดับค่าขีดแบ่ง (P_T / N_D) โดยจำนวนของบิตข้อมูลที่ถูกป้อนกลับไปยังทางภาคส่งผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับใช้เพียงแค่หนึ่งบิตต่อหนึ่งช่องสัญญาณย่อย โดยต่อไปเพื่อทำการลดจำนวนของข้อมูลป้อนกลับในงานวิจัยนี้ได้อาศัยประโยชน์จากความสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณย่อยที่อยู่ใกล้เคียงกันซึ่งในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มอัตราขยายช่องสัญญาณของช่องสัญญาณย่อยมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญเกี่ยวเนื่องจากแบนด์วิดท์รวมนัยของช่องสัญญาณย่อย โดยมีค่าขึ้นอยู่กับจำนวนวิถีของสัญญาณถ้าจำนวนของวิถีมีหลายวิถีจะทำให้ค่าอัตราขยายช่องสัญญาณมีค่าไม่คงที่เปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วและในทางตรงข้ามกันอัตราขยายช่องสัญญาณจะมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงด้วยเหตุนี้จึงทำให้จำนวนของช่องสัญญาณย่อยต่อหนึ่งแบนด์วิดท์รวมนัยมีจำนวนเปลี่ยนไปซึ่งสามารถหาจำนวนของช่องสัญญาณย่อยต่อหนึ่งแบนด์วิดท์รวมนัยได้จากสมการ

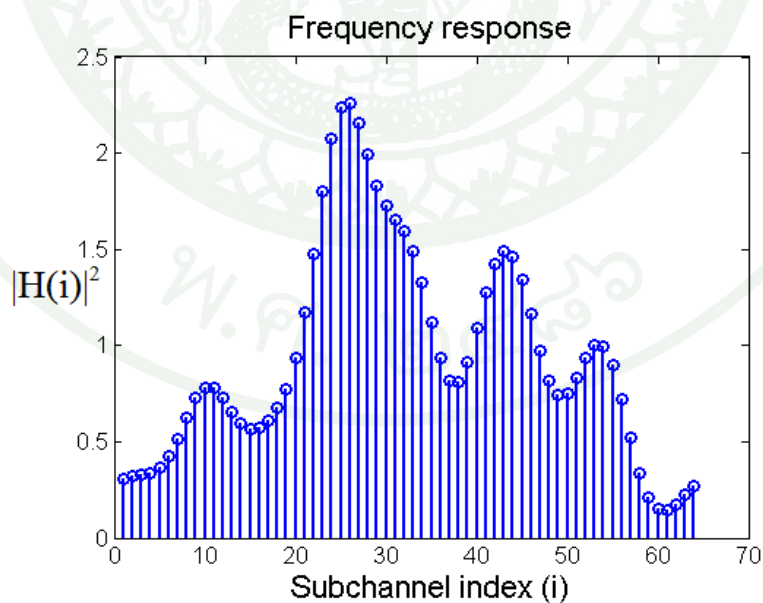
$$B_c \approx \frac{N}{2M} \quad (73)$$

โดย N และ M คือจำนวนของช่องสัญญาณย่อยทั้งหมดและจำนวนเส้นทางของสัญญาณตามลำดับ ซึ่งให้จำนวนของจำนวนเส้นทางของสัญญาณมีค่าน้อยกว่าจำนวนทั้งหมดของช่องสัญญาณย่อยมากๆ ($M \ll N$) ทำให้อัตราขยายช่องสัญญาณของช่องสัญญาณย่อยมีความสัมพันธ์กันเป็นอย่างมาก โดยในภาพที่ 20 ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณย่อยของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยมีค่าของจำนวนวิถีที่แตกต่างกัน ถ้าจำนวนวิถีมีมากจะส่งผลให้ช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วช่องสัญญาณมีความสัมพันธ์กันน้อยลง ส่วน

จำนวนวิธีน้อยช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มจะคงที่เปลี่ยนแปลงอย่างช้าช่องสัญญาณมีความสัมพันธ์กันมาก



ภาพที่ 20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณย่อยของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มด้วยจำนวนวิธีที่แตกต่างกัน



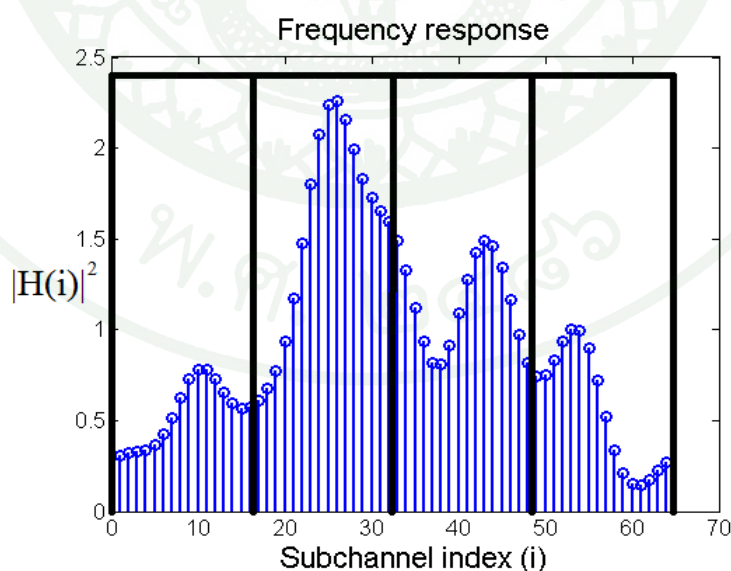
ภาพที่ 21 แสดงตัวอย่างข้อมูลช่องสัญญาณที่ปรากฏทางภาครับ

ภาพที่ 21 แสดงตัวอย่างอัตราขยายช่องสัญญาณที่ปรากฏทางภาครับโดยงานวิจัยนี้สมมติว่าภาครับทราบข้อมูลช่องสัญญาณ โดยสมบรูณ์ ดังนั้นช่องสัญญาณย่อยจะถูกแบ่งออกเป็นกลุ่มโดยในแต่ละกลุ่มประกอบด้วย R ช่องสัญญาณย่อยที่อยู่ใกล้กันแสดงดังภาพที่ 22 (กลุ่มสุดท้ายอาจจะมิจำนวนช่องสัญญาณย่อยไม่เท่ากับกลุ่มอื่นๆ) ซึ่งจำนวนของกลุ่มที่แบ่งทั้งหมดมีค่าเท่ากับจำนวนของช่องสัญญาณย่อยทั้งหมดถูกหารด้วยจำนวนของช่องสัญญาณย่อยในแต่ละกลุ่มซึ่งกำหนดโดย $K \triangleq \lceil N/R \rceil$ ซึ่ง $\lceil x \rceil$ คือฟังก์ชันเพดาน (Ceiling function) เป็นฟังก์ชันที่จับคู่จำนวนจริงไปยังจำนวนเต็มที่อยู่ถัดจากจำนวนนั้นซึ่งเป็นจำนวนเต็มทีน้อยที่สุดที่ไม่น้อยกว่า x และทำการหาค่าเฉลี่ยของอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองในแต่ละกลุ่มซึ่ง $0 \leq k \leq K-2$ ถูกกำหนดโดยสมการ

$$\frac{1}{R} \sum_{r=0}^{R-1} |H(Rk+r)|^2 \quad (74)$$

และสำหรับการหาค่าเฉลี่ยของกลุ่มสุดท้ายสามารถหาได้จากสมการ

$$\frac{1}{N-(K-1)R} \sum_{i=(K-1)R}^{N-1} |H(i)|^2 \quad (75)$$



ภาพที่ 22 ตัวอย่างการแบ่งช่องสัญญาณย่อยเป็นกลุ่มตามความสัมพันธ์ของช่องสัญญาณย่อย

จากนั้นทำการประยุกต์ใช้วิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดมาใช้โดยถ้าค่าเฉลี่ยอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองของกลุ่มที่ K มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าขีดแบ่ง (โดยในงานวิจัยนี้หาค่าของระดับค่าขีดแบ่งจากการทำการจำลอง (Simulation)) กำลังส่งที่เท่ากันจะถูกจัดสรรสำหรับทุกช่องสัญญาณย่อยที่อยู่ในกลุ่มนั้นและจะไม่ทำการจัดสรรในทางตรงกันข้าม ซึ่งสามารถหาจำนวนของกลุ่มที่มีค่าเฉลี่ยของอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองได้จากสมการนี้

$$N_A = \sum_{k=0}^{K-2} 1_{\mu} \left(\frac{1}{R} \sum_{r=0}^{R-1} |H(Rk+r)|^2 \right) + 1_{\mu} \left(\frac{1}{N - (K-1)R} \sum_{i=(K-1)R}^{N-1} |H(i)|^2 \right) \quad (76)$$

ซึ่ง $1_{\mu}(x)$ คือฟังก์ชันบ่งชี้ (Indicator function) ดังที่กล่าวมาแล้วจากสมการที่ (72) และกำลังส่งที่ถูกจัดสรรให้แต่ละช่องสัญญาณย่อยมีค่าเท่ากับ P_T / N_A โดยค่าของความจุรวมของช่องสัญญาณจะมีค่าขึ้นอยู่กับจำนวนของกลุ่มที่ทำการแบ่งและการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดด้วยการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่มต้องการจำนวนของข้อมูลป้อนกลับเพียงแค่หนึ่งบิตต่อหนึ่งกลุ่มซึ่งมีจำนวนของบิตข้อมูลป้อนกลับทั้งหมดคือ $K + \log_2 R$ โดยน้อยกว่าวิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยปราศจากการแบ่งช่องสัญญาณย่อยซึ่งมีจำนวนของบิตข้อมูลป้อนกลับเท่ากับ N

2. การจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยการใช้วิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณ

สำหรับวิธีการจัดสรรกำลังส่งโดยวิธีการนี้ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอด้วยกันสองวิธีการโดยแทนเซตของระดับกำลังที่ถูกส่งสำหรับช่องสัญญาณย่อยซึ่งทางภาครับจะทำการส่งเซตของอัตราขยายช่องสัญญาณของช่องสัญญาณย่อยบางส่วนกลับไปยังทางภาคส่งโดยเซตที่ทางภาคส่งได้รับจะถูกนำมาใช้เพื่อหาอัตราขยายช่องสัญญาณของช่องสัญญาณย่อยส่วนที่เหลือทั้งหมดโดยใช้วิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณและทำการจัดสรรกำลังส่งด้วยวิธีจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดซึ่งอยู่บนพื้นฐานของการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณจากภาครับ

สมมติให้ข้อมูลช่องสัญญาณปรากฏขึ้นทางภาครับโดยข้อมูลดังกล่าวคืออัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองมีจำนวน N ช่องสัญญาณย่อย โดยทางภาครับจะทำการแบ่งนับค่าอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองเหล่านั้นเพียงบางส่วนจำนวน K ช่องสัญญาณย่อยซึ่งใช้เป็นตัวแทนในการส่งกลับไปยังทางภาคส่งโดยนิยามอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่ถูกทำการ

แบ่งนัยสำหรับช่องสัญญาณย่อยลำดับที่ i ด้วย $\alpha(i) \triangleq Q(|H(i)|^2)$ ซึ่ง $Q(x)$ คือตัวแบ่งนัยระดับแบบสม่ำเสมอ (Uniform quantizer) แต่ระดับจะมีช่วงห่างหรือขนาดเท่าๆกัน โดยอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่ถูกใช้เป็นตัวแทนหลังจากถูกทำการแบ่งนัยแล้วจะมีผลรวมของจำนวนบิตของมูลทั้งหมดเป็น B บิตเพื่อไม่ให้เกินค่าอัตราป้อนกลับที่ช่องสัญญาณป้อนกลับสามารถทำได้ จากนั้นทางภาครับจากการส่งอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่ถูกแบ่งนัยดังต่อไปนี้กลับไปยังทางภาคส่ง

$$\{\alpha(0), \alpha(R), \alpha(2R), \dots, \alpha((K-2)R), \alpha(N)\} \quad (77)$$

2.1 การประมาณค่าของฟังก์ชันในช่วงแบบเชิงเส้น

สมมติว่ามีข้อมูลเพียงสองข้อมูลที่ตำแหน่ง x_0 ค่าของฟังก์ชันคือ $f(x_0)$ และที่ตำแหน่ง x_1 ค่าของฟังก์ชันคือ $f(x_1)$ การประมาณค่าของฟังก์ชันในช่วงระหว่าง x_0 และ x_1 ฟังก์ชันที่ง่ายที่สุดจะอยู่ในรูปแบบของสมการเส้นตรง (Linear equation) ซึ่งอธิบายได้โดยสมการ

$$f(x) = ax + b \quad (78)$$

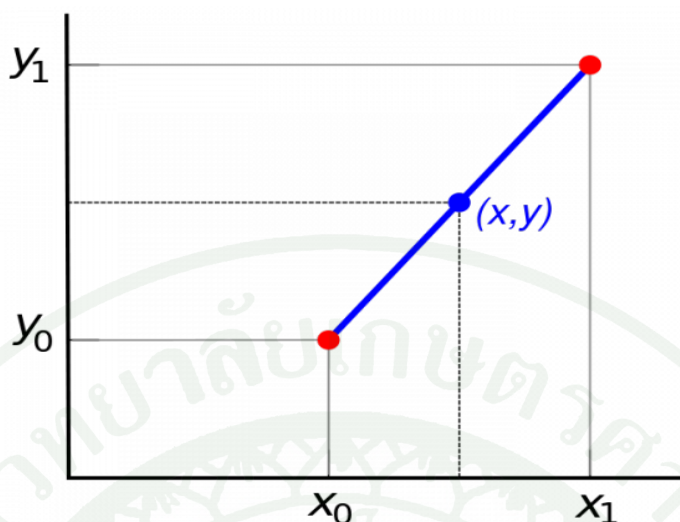
ซึ่ง a และ b เป็นตัวแปรที่ไม่รู้ค่าโดยสามารถหาได้จากเงื่อนไขที่ตำแหน่ง x_0 และ x_1 ที่ $x = x_0$ จะได้ $f(x_0) = ax_0 + b$ และที่ $x = x_1$ จะได้ $f(x_1) = ax_1 + b$ ดังนั้นสามารถหาค่าของตัวแปร a และ b ได้ดังนี้

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (79)$$

$$b = f(x_0) - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} x_0 \quad (80)$$

หลังจากนั้นทำการจัดพจน์ต่างๆจะได้ฟังก์ชันสำหรับใช้ในการประมาณค่าของฟังก์ชันในช่วงแบบเชิงเส้นดังสมการ

$$f(x) = \left(\frac{x_1 - x}{x_1 - x_0} \right) f(x_0) + \left(\frac{x_0 - x}{x_0 - x_1} \right) f(x_1) \quad (81)$$



ภาพที่ 23 ลักษณะฟังก์ชันเชิงเส้นสำหรับการประมาณค่าของฟังก์ชันในช่วงระหว่าง x_0 และ x_1

ที่มา: ปราโมทย์ (2551)

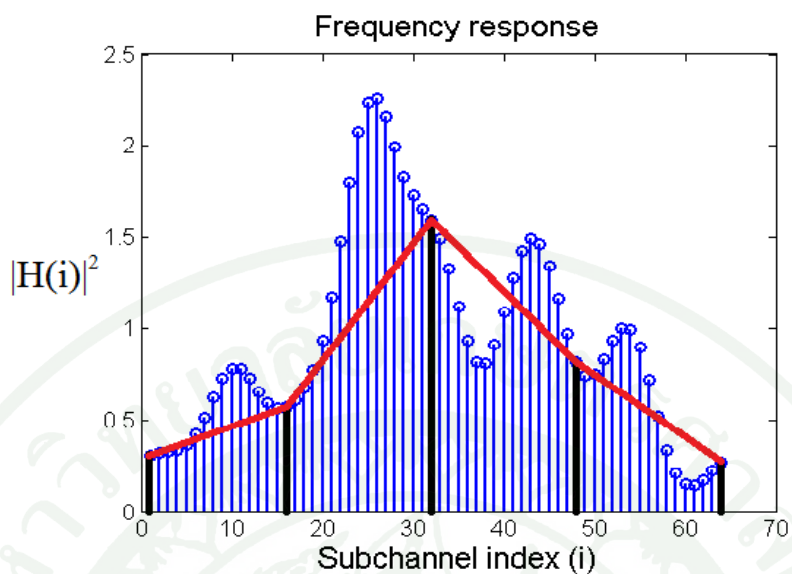
ที่ภาคส่งอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่เหลือทั้งหมดสามารถถูกประมาณกลับมาจากเซตของอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่ถูกทำการแบ่งนับจำนวน K ช่องสัญญาณย่อยโดยสำหรับ $K-1$ กลุ่มแรกอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่ถูกประมาณค่าถูกกำหนดโดยสมการดังนี้

$$\hat{\alpha}(Rk+r) = \alpha(Rk) + (\alpha(R(k+1)) - \alpha(Rk)) \frac{r}{R} \quad (82)$$

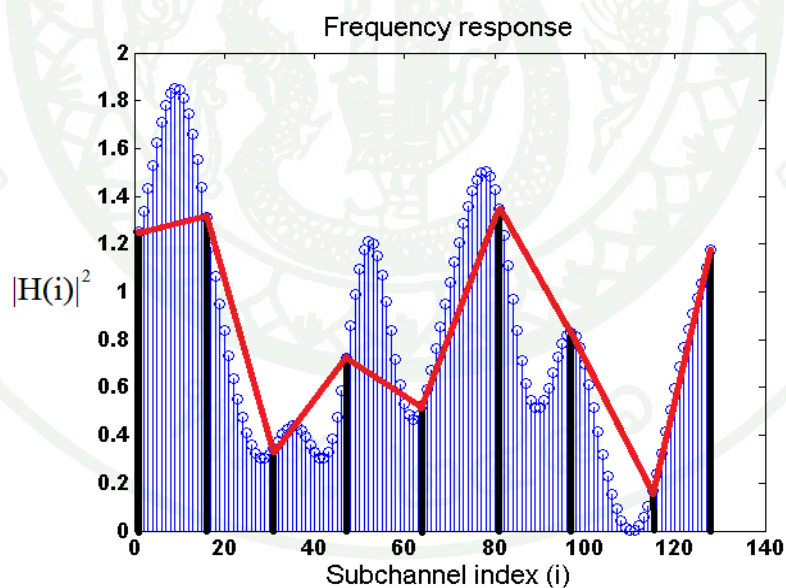
เมื่อ $1 \leq r \leq R$ และ $0 \leq k \leq K-2$ และสำหรับกลุ่มสุดท้ายอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่ถูกประมาณค่าถูกกำหนดโดยสมการที่ (83)

$$\hat{\alpha}(R(K+1)+r) = \alpha(R(K-1)) + (\alpha(N) - \alpha(R(K-1))) \frac{r}{N - R(K-1)} \quad (83)$$

เมื่อ $1 \leq r \leq N - R(K-1)$ ซึ่งกำหนดให้เซตของอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่ได้จากการประมาณค่าทั้งหมดคือ $\{\hat{\alpha}(i)\}$



ภาพที่ 24 แสดงการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้น โดยแบ่งกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยด้วยจำนวนกลุ่มที่มีค่าน้อย



ภาพที่ 25 แสดงการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้น โดยแบ่งกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยด้วยจำนวนกลุ่มที่มีค่ามาก

จากภาพที่ 24 และ 25 แสดงตัวอย่างการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณย่อยแบบเชิงเส้นที่ภาคส่ง จากอัตราขยายช่องสัญญาณย่อยที่ใช้เป็นตัวแทนซึ่งถูกป้อนกลับจากทางภาครับจะเห็นว่าเมื่อ

อัตราขยายช่องสัญญาณย่อยที่ใช้เป็นตัวแทนเพิ่มมากขึ้นอัตราขยายช่องสัญญาณที่ได้จากการประมาณมีค่าใกล้เคียงกับช่องสัญญาณจริงมากขึ้น

หลังจากนั้นทางภาคส่งจะทำการจัดสรรกำลังส่งให้แต่ละช่องสัญญาณย่อยโดยใช้วิธีจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดสำหรับกำลังส่งที่ถูกจัดสรรให้แต่ละช่องสัญญาณย่อยถูกใช้โดยสมการที่ (84)

$$P_i = \left[\gamma - \frac{\sigma_n^2}{\hat{\alpha}(i)} \right]^+ \quad (84)$$

สำหรับ $0 \leq i \leq N-1$ และฟังก์ชัน $[x]^+$ กำหนดโดยใช้สมการ

$$[x]^+ = \begin{cases} x & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0 \end{cases} \quad (85)$$

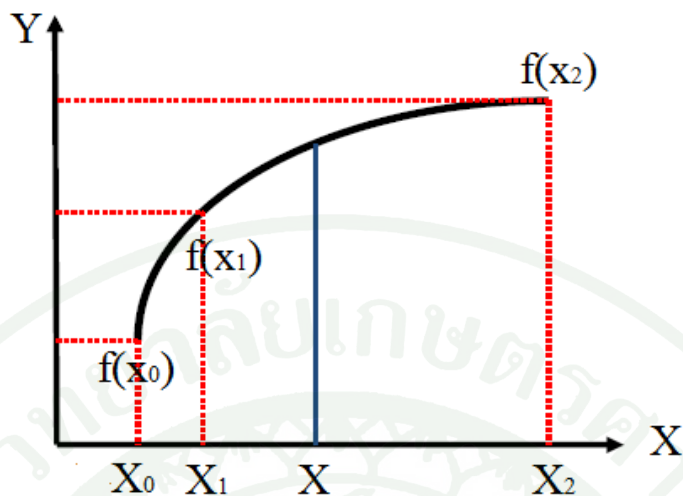
ซึ่ง γ คือค่าของระดับน้ำและกำลังส่งที่ใช้ในการจัดสรรให้แต่ละช่องสัญญาณย่อยมีอยู่จำกัดโดยที่

$$\sum_{i=0}^{N-1} P_i = P_T$$

2.2 การประมาณค่าของฟังก์ชันในช่วงแบบกำลังสอง

หากทราบข้อมูลทั้งหมดสามข้อมูลคือ $f(x_0), f(x_1), f(x_2)$ ที่ตำแหน่ง x_0, x_1, x_2 ตามลำดับถ้าต้องการประมาณค่าของฟังก์ชันในช่วงระหว่าง x_0 และ x_2 ฟังก์ชันที่เหมาะสมที่สุดจะอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันกำลังสอง (Quadratic function) ซึ่งอธิบายได้โดยสมการดังนี้

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (86)$$



ภาพที่ 26 ลักษณะฟังก์ชันกำลังสองสำหรับการประมาณค่าฟังก์ชันในช่วงระหว่าง x_0 และ x_2

ที่มา: ปราโมทย์ (2551)

โดย a, b, c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ทราบค่าซึ่งสามารถหาค่าได้จากเงื่อนไขที่ตำแหน่ง x_0, x_1, x_2 จากสมการดังต่อไปนี้

$$f(x_0) = ax_0^2 + bx_0 + c \quad (87)$$

$$f(x_1) = ax_1^2 + bx_1 + c \quad (88)$$

$$f(x_2) = ax_2^2 + bx_2 + c \quad (89)$$

จากสมการที่ (87) ถึง (89) สามารถหาค่าของตัวแปร a, b, c หลังจากที่ได้ค่าคงตัวเหล่านี้แล้วทำการแทนกลับลงในสมการที่ (86) แล้วทำการจัดพจน์ ดังนั้นสมการที่ (86) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันประมาณค่าในช่วงของลากรานจ์ได้ดังนี้

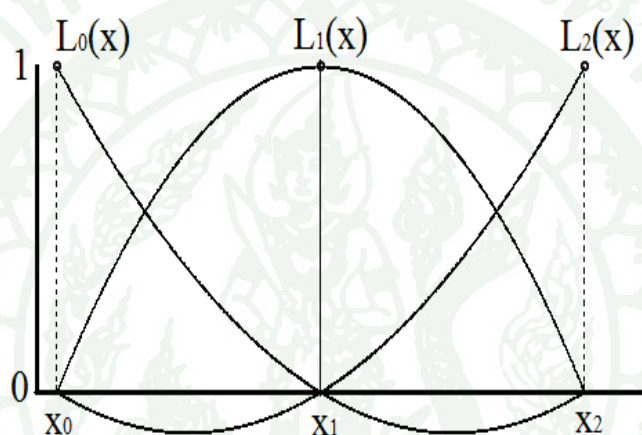
$$f(x) = \mathcal{L}_0(x)f(x_0) + \mathcal{L}_1(x)f(x_1) + \mathcal{L}_2(x)f(x_2) \quad (90)$$

โดยที่ $\mathcal{L}(x)$ คือลากรานจ์เบสิสฟังก์ชันถูกกำหนดดังสมการต่อไปนี้

$$\mathcal{L}_0(x) = \frac{(x_2 - x)(x_1 - x)}{(x_2 - x_0)(x_1 - x_0)} \quad (91)$$

$$\mathcal{L}_1(x) = \frac{(x_2 - x)(x_0 - x)}{(x_2 - x_1)(x_0 - x_1)} \quad (92)$$

$$\mathcal{L}_2(x) = \frac{(x_1 - x)(x_0 - x)}{(x_1 - x_2)(x_0 - x_2)} \quad (93)$$



ภาพที่ 27 ฟังก์ชันประมาณค่าในช่วงของลากรานจ์แบบกำลังสอง

ที่มา: ปราโมทย์ (2551)

ทางภาคส่งสามารถทำการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่เหลือทั้งหมดกลับมาโดยวิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบกำลังสองโดยการใช้อัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองซึ่งผ่านการแบ่งนับที่ถูกใช้เป็นตัวแทนซึ่งอยู่ใกล้เคียงกันจำนวนสามค่าด้วยกัน ได้แก่ $\alpha_{Rk}, \alpha_{R(k+1)}, \alpha_{R(k+2)}$ จากนั้นใช้รูปแบบของฟังก์ชันกำลังสองตามสมการที่ (86) ซึ่งสอดคล้องกับ

$$q(R(k+j)) = \alpha_{R(k+j)} \quad (94)$$

โดย $j = 0, 1, 2$ หรือสามารถเขียนในอีกรูปแบบหนึ่งของการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบกำลังสองโดยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันประมาณค่าในช่วงของลากรานจ์ตาม

สมการที่ (90) สำหรับการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$q(x) = Rk\mathcal{L}_0(x) + R(k+1)\mathcal{L}_1(x) + R(k+2)\mathcal{L}_2(x) \quad (95)$$

โดยลากรางจ์เบซิสฟังก์ชันสามารถหาค่าได้จากสมการดังนี้

$$\mathcal{L}_0(x) = \frac{1}{2R^2}(x - R(k+1))(x - R(k+2)) \quad (96)$$

$$\mathcal{L}_1(x) = -\frac{1}{R^2}(x - Rk)(x - R(k+2)) \quad (97)$$

$$\mathcal{L}_2(x) = \frac{1}{2R^2}(x - Rk)(x - R(k+1)) \quad (98)$$

จากสมการที่ (96) ถึง (98) จากในข้างต้นสำหรับค่า $0 \leq r \leq 2R-1$ และ $0 \leq k \leq K-3$ ทางภาคส่งสามารถทำการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังสองที่เหลือทั้งหมดจาก

$$\hat{\alpha}_{Rk+r} = q(Rk+r) \quad (99)$$

โดยจากสมการที่ (99) ฟังก์ชัน $q(\cdot)$ ได้ถูกกำหนดไว้ในสมการที่ (95) แต่สำหรับในสองกลุ่มสุดท้ายซึ่งในการแบ่งกลุ่มจำนวนของช่องสัญญาณย่อยอาจมีค่าน้อยกว่า $2R$ ช่องสัญญาณย่อยลากรางจ์เบซิสฟังก์ชัน $\mathcal{L}(x)$ สามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\mathcal{L}_0(x) = \frac{(x - R(K-1))(x - N)}{R(N - R(K-2))} \quad (100)$$

$$\mathcal{L}_1(x) = \frac{(x - R(K-2))(x - N)}{R(N - R(K-1))} \quad (101)$$

$$\mathcal{L}_2(x) = \frac{(x - R(K-2))(x - R(K-1))}{(N - R(K-1))(N - R(K-2))} \quad (102)$$

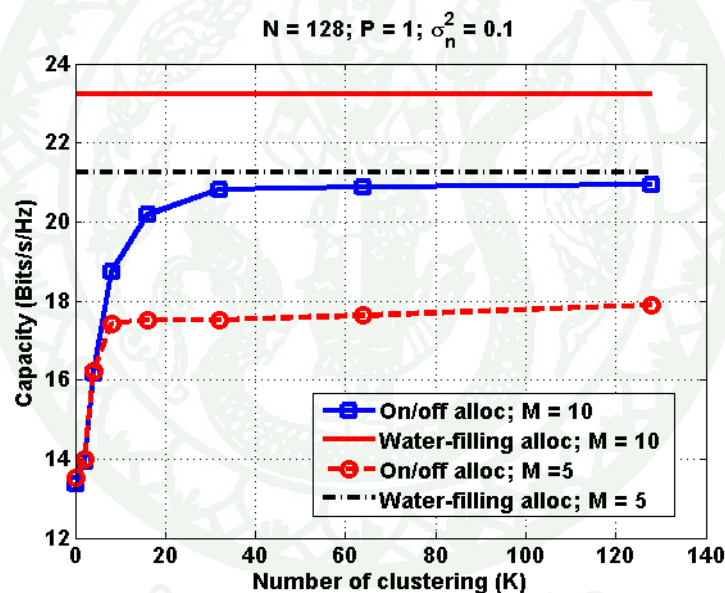
สำหรับการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณยกกำลังโดยวิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบกำลังสองค่าอัตราขยายช่องสัญญาณย่อยยกกำลังสองที่ได้จากการประมาณกลับมาทั้งหมดจะได้รับการจัดสรรกำลังส่งให้แก่ช่องสัญญาณย่อยโดยวิธีจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยอยู่บนพื้นฐานของค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่ได้มาจากการประมาณคล้ายกับการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นที่กล่าวมาแล้ว

โดยทั้งสองวิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณที่ได้นำเสนอค่าความจรวมของช่องสัญญาณจะมีค่าขึ้นอยู่กับจำนวนของช่องสัญญาณย่อยที่อยู่ในแต่ละกลุ่ม R หรืออาจกล่าวได้ว่ามีค่าขึ้นอยู่กับจำนวนของกลุ่ม K ที่ทำการแบ่ง ถ้าจำนวนกลุ่มที่ทำการแบ่งมีจำนวนน้อยจำนวนของข้อมูลที่ถูกป้อนกลับไปยังทางภาคส่งจะน้อยตามไปด้วยส่งผลให้ทางภาคส่งเมื่อทำการประมาณค่าอัตราขยายช่องสัญญาณทั้งหมดกลับมาจะได้ค่าข้อมูลเหล่านั้นมีค่าไม่ใกล้เคียงกับข้อมูลของช่องสัญญาณจริงที่ปรากฏขึ้นทางภาครับแต่ในทางตรงข้ามกันเมื่อทำการแบ่งจำนวนกลุ่มมากยิ่งขึ้นจำนวนข้อมูลที่ถูกป้อนกลับจะมีค่ามากขึ้นทำให้ค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่ได้จากการประมาณมีค่าใกล้เคียงกับข้อมูลของช่องสัญญาณอีกทั้งค่าความจรวมของช่องสัญญาณยังมีค่าขึ้นกับจำนวนของบิตข้อมูลป้อนกลับทั้งหมด B ซึ่งถูกจำกัดไว้อีกด้วย

ผลและวิจารณ์

ผล

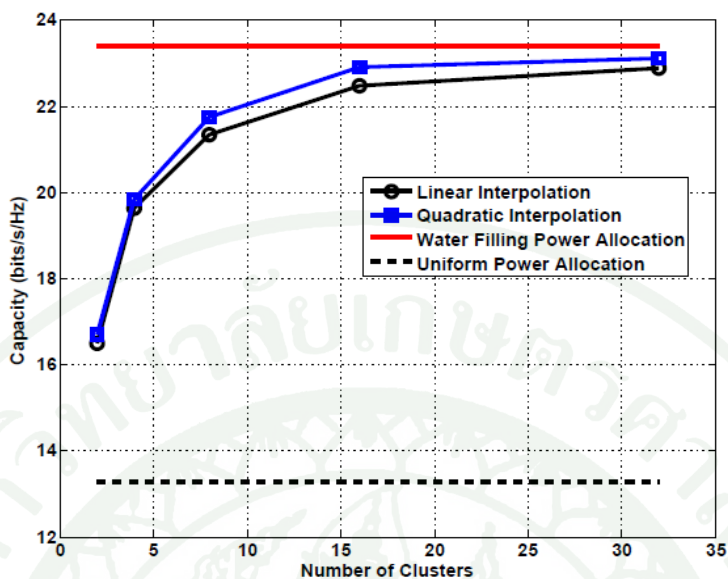
วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอวิธีการในการจัดสรรกำลังส่งในช่องสัญญาณโอเอฟดีเอ็มสองวิธีการคือการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่มและการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยการใช้การประมาณค่าอัตราขยายช่องสัญญาณ ซึ่งทำการทดสอบสมรรถนะ (performance) ของการจัดสรรกำลังส่งแต่ละวิธีการโดยใช้โปรแกรม MATLAB ในการทดสอบและการจำลองระบบซึ่งผลการทดลองได้ถูกแสดงในบทนี้



ภาพที่ 28 แสดงความจรรวมของการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยการแบ่งช่องสัญญาณย่อยและการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดกับจำนวนกลุ่ม

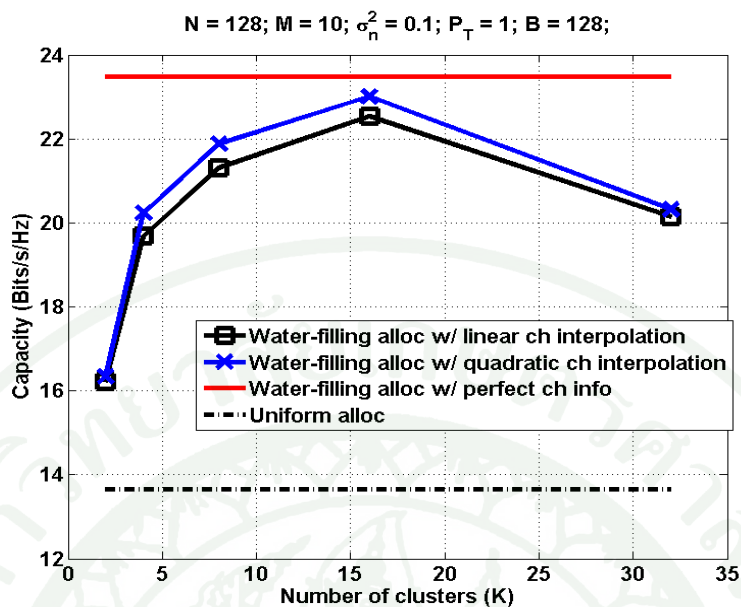
ความจรรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มของการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดด้วยการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่ม K ที่แตกต่างกันโดยใช้จำนวนช่องสัญญาณย่อยทั้งหมด N เท่ากับ 128 ช่องสัญญาณย่อย กำลังส่งทั้งหมด P_T เท่ากับ 1 วัตต์ (0 dB) และค่าความแปรปรวน σ_n^2 เท่ากับ 0.1 วัตต์ (-10 dB) แสดงในภาพที่ 28 สังเกตว่าเมื่อจำนวนของกลุ่มที่ทำการแบ่งมีค่าเพิ่มมากขึ้นค่าความจรรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย เนื่องมาจากค่าความจรรวมของ

ช่องสัญญาณมีค่าขึ้นอยู่กับข้อมูลป้อนกลับที่ถูกป้อนกลับจากภาครับกลับมายังภาคส่งโดยวิธีการนี้ จำนวนกลุ่มที่ทำการแบ่งมีค่าเท่ากับจำนวนบิตข้อมูลที่ใช้ในการป้อนกลับ โดยสำหรับจำนวนวิถีของสัญญาณ M เท่ากับ 10 จำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ทำการแบ่งเพื่อให้ค่าความจุรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มมีค่าใกล้เคียงกับค่าความจุรวมที่มากที่สุดโดยวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดคือ K มีค่าเท่ากับ 32 กลุ่มหรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งคือจำนวนของช่องสัญญาณย่อยในแต่ละกลุ่ม R มีค่าเท่ากับ 4 ช่องสัญญาณย่อยและเมื่อจำนวนวิถีของสัญญาณ M เท่ากับ 5 นั้นหมายความว่าช่องสัญญาณกลายเป็นช่องสัญญาณแบบเลือกความถี่ลดลง (ช่องสัญญาณกลายเป็นช่องสัญญาณแบบแบนราบมากขึ้น) โดยผลตอบสนองเชิงความถี่ของช่องสัญญาณจะเกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆสำหรับกรณีนี้จำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ทำการแบ่งเพื่อให้ค่าความจุรวมของช่องสัญญาณมีค่าใกล้เคียงกับค่าความจุรวมที่มากที่สุดโดยวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดคือ K มีค่าเท่ากับ 8 กลุ่มหรือมีจำนวนช่องสัญญาณย่อย 16 ช่องสัญญาณย่อยต่อหนึ่งกลุ่ม อีกทั้งเปรียบเทียบวิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยการแบ่งกลุ่มช่องสัญญาณย่อยกับวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยมีจำนวนวิถีของสัญญาณ M เท่ากับ 10 ซึ่งเมื่อสังเกตค่าความจุรวมของช่องสัญญาณมีค่าลดลงประมาณ 10% เทียบกับวิธีการที่นำเสนอเมื่อจำนวนกลุ่ม K มีค่าเท่ากับ 32 กลุ่มซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยการแบ่งกลุ่มช่องสัญญาณย่อยต้องการข้อมูลป้อนกลับประมาณ 32 บิตน้อยกว่าการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดซึ่งใช้บิตป้อนกลับเป็นจำนวนอนันต์



ภาพที่ 29 แสดงค่าความจุรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองกับจำนวนกลุ่มที่ทำการแบ่ง โดยไม่มีการจำกัดอัตราป้อนกลับ

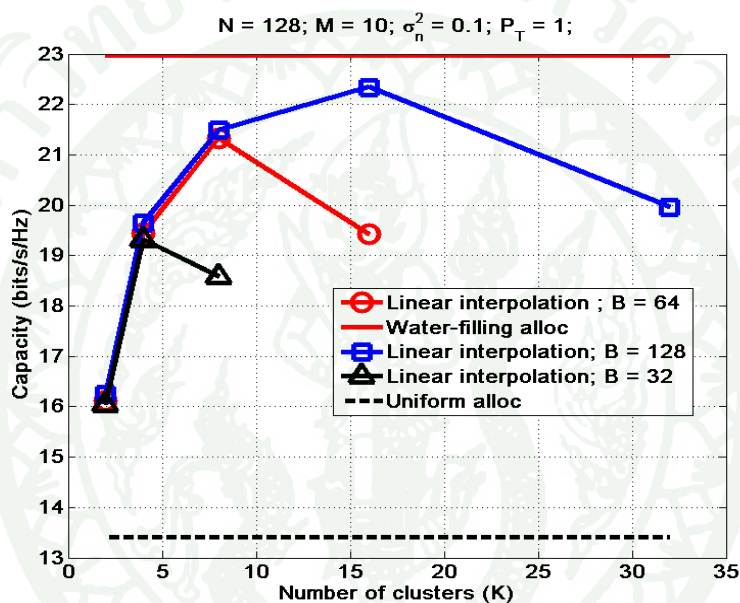
จากภาพที่ 29 แสดงค่าความจุรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองกับจำนวนกลุ่มที่ทำการแบ่ง โดยไม่มีการจำกัดอัตราการป้อนกลับ โดยมีจำนวนช่องสัญญาณย่อยทั้งหมด N เท่ากับ 128 ช่องสัญญาณย่อยกำลังส่งทั้งหมด P_T เท่ากับ 1 วัตต์ (0 dB) และค่าความแปรปรวน σ_n^2 เท่ากับ 0.1 วัตต์ (-10 dB) และจำนวนวิถีของสัญญาณ M เท่ากับ 10 สังเกตว่าทั้งสองวิธีการที่นำเสนอเมื่อจำนวนของกลุ่มที่ทำการแบ่งเพิ่มมากขึ้นค่าความจุรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มเพิ่มมากขึ้นเข้าใกล้ค่าความจุโดยวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดเนื่องจากค่าอัตราขยายช่องสัญญาณย่อยที่ใช้เป็นตัวแทนซึ่งถูกป้อนกลับจากทางภาครับกลับมายังภาคส่งเพิ่มมากขึ้นและค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่ได้จากการประมาณมีค่าอัตราขยายช่องสัญญาณใกล้เคียงกับช่องสัญญาณจริงมากขึ้น อีกทั้งตัวแทนเหล่านั้นไม่ได้ถูกทำการแบ่งนับเป็นผลทำให้จำนวนบิตข้อมูลป้อนกลับเพิ่มขึ้นดังนั้นเพื่อลดจำนวนของบิตข้อมูลป้อนกลับในภาพที่ 30 จึงทดลองจำกัดค่าอัตราการป้อนกลับ B เท่ากับ 128 บิตซึ่งผลการทดลองแสดงดังภาพ



ภาพที่ 30 แสดงค่าความจุรวมของช่องสัญญาณโอเอฟดีเอ็มโดยวิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองกับจำนวนกลุ่มที่ทำการแบ่งโดยกำหนดอัตราป้อนกลับ B เท่ากับ 128 บิต

ในภาพที่ 30 ทำการเปรียบเทียบค่าความจุรวมของช่องสัญญาณซึ่งใช้การจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยการใช้วิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองโดยกำหนดค่าอัตราการป้อนกลับทั้งหมด B เท่ากับ 128 บิต จากภาพสังเกตว่าวิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบกำลังสองให้ค่าความจุรวมของช่องสัญญาณสูงกว่าวิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นโดยสำหรับทั้งสองวิธีจำนวนของกลุ่มที่ทำการแบ่ง K มีค่าเท่ากับ 16 กลุ่มทำให้ค่าความจุรวมของช่องสัญญาณมีค่าสูงที่สุดซึ่งเมื่อแบ่งจำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยมากขึ้นมีผลทำให้จำนวนของค่าอัตราขยายช่องสัญญาณบางส่วนที่ถูกใช้เป็นตัวแทนในการป้อนกลับจากภาครับยังภาคส่งมีจำนวนเพิ่มมากขึ้นด้วยเหตุนี้จำนวนบิตที่ใช้แทนค่าอัตราขยายช่องสัญญาณแต่ละค่าที่ใช้เป็นตัวแทนถูกแทนด้วยจำนวนบิตที่น้อยลงเพื่อให้ผลรวมของจำนวนบิตข้อมูลป้อนกลับทั้งหมดไม่เกินที่กำหนดไว้เป็นผลทำให้เมื่อข้อมูลของอัตราขยายช่องสัญญาณเหล่านี้เมื่อเดินทางมาถึงยังภาคส่ง เมื่อภาคส่งทำการประมาณค่าอัตราขยายช่องสัญญาณทั้งหมดกลับมาโดยวิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณทำให้ค่าอัตราขยายที่ได้จากการประมาณค่าเกิดความผิดพลาดมากขึ้นเพราะฉะนั้นสำหรับการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่มมากยิ่งขึ้นมีผลทำให้เมื่อทำการหาค่าผลรวมความจุของช่องสัญญาณจึงมีค่าลดลงและ

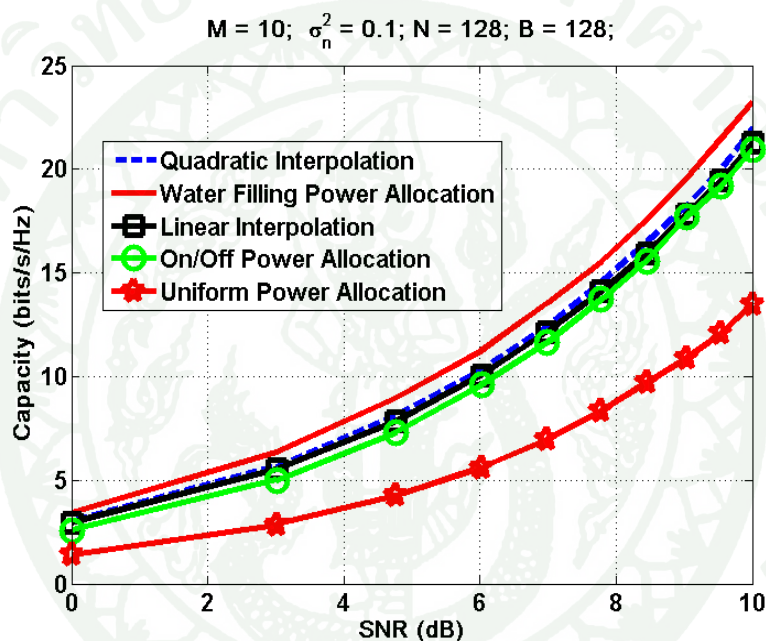
สำหรับการใช้วิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบกำลังสองเมื่อทำการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็น 16 กลุ่มค่าความจุรวมของช่องสัญญาณมีค่าเข้าใกล้ความจุเมื่อใช้วิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุด (ความแตกต่างประมาณร้อยละ 3) และแสดงการจัดสรรกำลังส่งแบบยูนิฟอร์มโดยวิธีการนี้ไม่ต้องการข้อมูลป้อนกลับจากภาพจะเห็นว่าช่วงห่างของกราฟระหว่างวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณที่นำเสนอและวิธีจัดสรรกำลังส่งแบบยูนิฟอร์มมีความแตกต่างของสมรรถนะมากกว่าร้อยละ 30



ภาพที่ 31 แสดงผลรวมความจุของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม โดยวิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นกับจำนวนของกลุ่มที่ทำการแบ่งเมื่อใช้จำนวนของบิตป้อนกลับที่แตกต่างกัน

ในภาพที่ 31 แสดงสมรรถนะของวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นซึ่งทำการแบ่งกลุ่มของช่องสัญญาณย่อย K ให้มีค่าแตกต่างกันและกำหนดค่าอัตราการป้อนกลับ B ที่แตกต่างกันสังเกตว่าจำนวนของกลุ่มที่ทำให้ค่าความจุรวมของช่องสัญญาณมีค่าสูงที่สุดจะมีจำนวนลดลงเมื่อจำนวนของบิตป้อนกลับถูกจำกัดด้วยอัตราที่น้อยลง โดยจากภาพเมื่อบิตป้อนกลับถูกจำกัดไว้ที่ 128 บิตจำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ทำการแบ่งมีค่าเท่ากับ 16 กลุ่มและเมื่อบิตป้อนกลับถูกจำกัดไว้ที่ 64 บิตจำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ทำการแบ่งมีค่าเท่ากับ 8 กลุ่ม โดยจากผลการทดลองที่ได้ออกมาแสดงให้เห็นว่าเมื่อทำการจำกัดค่าอัตราการ

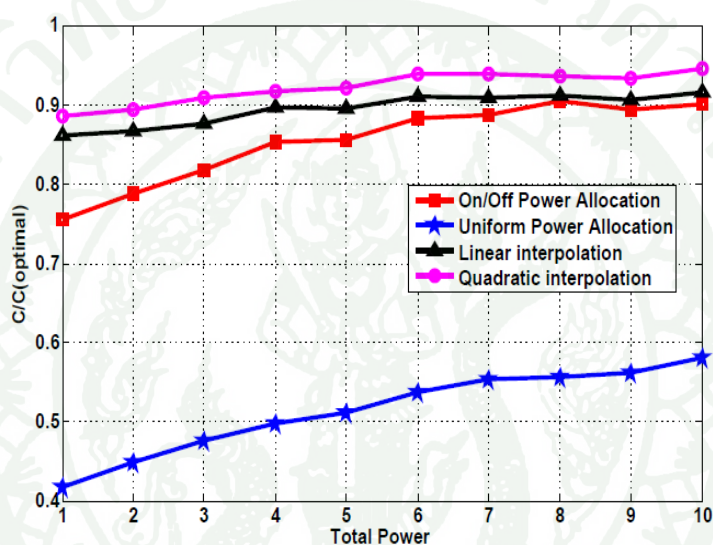
ป้อนกลับมากยิ่งขึ้นจำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ทำการแบ่งเพื่อให้ได้ค่าความจุรวมของช่องสัญญาณสูงที่สุดจะสามารถแบ่งได้ในจำนวนที่น้อยลงหรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งคือจำนวนของช่องสัญญาณย่อยในแต่ละกลุ่มจะมีจำนวนเพิ่มมากยิ่งขึ้นซึ่งจำนวนของบิตข้อมูลที่ใช้แทนค่าอัตราขยายช่องสัญญาณซึ่งถูกใช้เป็นตัวแทนจะถูกแทนด้วยจำนวนบิตที่น้อยลงโดยเมื่ออัตราการป้อนกลับทั้งหมดลดลงจาก 128 บิตเหลือ 32 บิตค่าความจุรวมของช่องสัญญาณจะลดลงประมาณร้อยละ 15



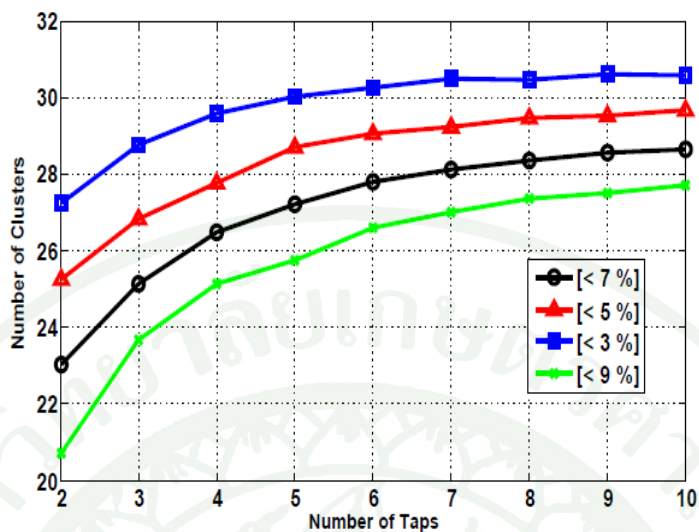
ภาพที่ 32 แสดงการเปรียบเทียบความจุรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มของวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่นำเสนอกับค่าอัตราส่วนกำลังสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกันและจำกัดอัตราป้อนกลับ B เท่ากับ 128 บิต

จากภาพที่ 32 เปรียบเทียบค่าความจุรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็มของวิธีการทั้งหมดที่ได้นำเสนอกับค่าอัตราส่วนกำลังสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal-to-noise-ratio: SNR) และจำกัดค่าอัตราการป้อนกลับ B เท่ากับ 128 บิต จากภาพจะเห็นว่าวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบกำลังสอง โดยแบ่งจำนวนของช่องสัญญาณทั้งหมดให้มีค่าเหมาะสมที่สุด (K เท่ากับ 16) ให้ผลดีกว่าวิธีการประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้น โดยแบ่งช่องสัญญาณทั้งหมดออกเป็น 16 กลุ่มเช่นเดียวกันและวิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดสำหรับทุกค่ากำลังส่งซึ่งในบริเวณที่ค่าของกำลังส่งต่ำวิธีการที่นำเสนอทั้งหมดให้ผลดีกว่าวิธีการจัดสรร

กำลังส่งแบบยูนิฟอร์ม จากภาพที่ 33 ในบริเวณที่ค่าของกำลังส่งสูงค่าความจรรวมของช่องสัญญาณในแต่ละวิธีการจะเข้าใกล้ค่าความจรรวมของช่องสัญญาณด้วยวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นในบริเวณที่กำลังส่งมีค่าสูงค่าอัตราการป้อนกลับจะไม่มีผลกระทบต่อค่าความจุ โดยจากภาพได้แสดงค่าอัตราส่วนระหว่างค่าความจุของวิธีการจัดสรรกำลังที่นำเสนอกับค่าความจุของวิธีการเติมน้ำและค่ากำลังส่งทั้งหมดที่แตกต่างกันสังเกตว่าเมื่อกำลังส่งสูงขึ้นอัตราส่วนมีค่าเข้าใกล้หนึ่งมากขึ้น



ภาพที่ 33 แสดงค่าอัตราส่วนระหว่างค่าความจุของวิธีการจัดสรรกำลังที่นำเสนอกับค่าความจุของวิธีการเติมน้ำและค่ากำลังส่งทั้งหมดที่แตกต่างกัน



ภาพที่ 34 แสดงจำนวนวิถีของสัญญาณกับจำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ถูกแบ่งและร้อยละของความแตกต่างระหว่างค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่อยู่ใกล้กัน

จากภาพที่ 34 แสดงจำนวนวิถีของสัญญาณกับจำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ถูกแบ่งและร้อยละของความแตกต่างระหว่างค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่อยู่ใกล้เคียงกัน โดยถ้าค่าความแตกต่างอยู่ในช่วงที่กำหนดช่องสัญญาณย่อยเหล่านั้นจะอยู่ในกลุ่มเดียวกัน จากภาพสังเกตว่าถ้าจำนวนของวิถีของสัญญาณมีค่าน้อยทำให้ช่องสัญญาณมีลักษณะเป็นช่องสัญญาณแบบแบนราบซึ่งค่าอัตราขยายช่องสัญญาณจะมีค่าค่อนข้างคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงมีผลทำให้เมื่อทำการแบ่งกลุ่มโดยพิจารณาจากร้อยละของความต่างของค่าอัตราขยายที่ใกล้กันพบว่าจำนวนกลุ่มที่ทำการแบ่งจะมีจำนวนน้อยที่ร้อยละความต่างมีค่ามากและจำนวนของกลุ่มที่ทำการแบ่งมากขึ้นที่ร้อยละความต่างลดลงและเมื่อจำนวนของวิถีของสัญญาณมีค่ามากขึ้นทำให้ช่องสัญญาณมีลักษณะเป็นช่องสัญญาณแบบเลื้อยความถี่ซึ่งค่าอัตราขยายช่องสัญญาณจะมีค่าเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วเมื่อทำการแบ่งกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยจะได้จำนวนกลุ่มที่มากขึ้น

วิจารณ์

1. สำหรับวิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิด โดยการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่ม การเลือกว่ากลุ่มใดได้จัดสรรกำลังส่งต้องพิจารณาจากค่าขีดแบ่งหากเลือกใช้ค่าขีดแบ่งที่มีค่าไม่เหมาะสมจะทำให้ได้ค่าประสิทธิภาพน้อยกว่าที่ควร

2. การจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยประยุกต์ใช้การประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบกำลังสองให้ประสิทธิภาพดีกว่าการใช้การประมาณค่าของอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นเพราะลักษณะของฟังก์ชันมีลักษณะเป็นเส้นโค้งคล้ายกับกราฟผลตอบแทนเชิงความถี่ของช่องสัญญาณทำให้เมื่อทำการประมาณค่าอัตราขยายช่องสัญญาณกลับมาจึงมีค่าใกล้เคียงกับค่าอัตราขยายจริง

3. กรณีที่แบ่งกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยด้วยจำนวนน้อยและมากประสิทธิภาพของการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยประยุกต์ใช้การประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันเพราะค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่ได้จากการประมาณมีค่าไม่ใกล้เคียงและใกล้เคียงกับช่องสัญญาณจริงตามลำดับ

4. การแบ่งกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยด้วยจำนวนที่เหมาะสมจะทำให้ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่นำเสนอให้มีค่าความจุรวมของช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม เข้าใกล้วิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุด

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

การนำเสนอวิธีการจัดสรรระดับกำลังส่งให้แก่แต่ละช่องสัญญาณย่อยด้วยวิธีการต่างๆ ในงานวิจัยนี้ โดยพิจารณาช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม ไร้สายที่มีการเชื่อมโยงแบบจุดต่อจุดซึ่งช่องสัญญาณป้อนกลับมีอัตราป้อนกลับที่จำกัด โดยมีสมมติว่าข้อมูลช่องสัญญาณปรากฏทางภาครับ วิธีแรกคือการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่มและวิธีที่สองคือการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้การประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบเชิงเส้นและแบบกำลังสองจากผลการทดลองพบว่าประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอทั้งหมดขึ้นอยู่กับจำนวนกลุ่มของช่องสัญญาณย่อยที่ทำการแบ่ง โดยทั้งสองวิธีที่นำเสนอสามารถช่วยลดข้อมูลบิตป้อนกลับที่ส่งผ่านช่องสัญญาณป้อนกลับจากภาครับกลับมายังภาคส่ง โดยการจัดสรรกำลังส่งโดยประยุกต์ใช้วิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบกำลังสองให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกับวิธีจัดสรรกำลังส่งโดยวิธีการเดิมน้ำซึ่งไม่มีการจำกัดอัตราป้อนกลับอีกทั้งเพิ่มประสิทธิภาพสเปกตรัมดีกว่าวิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบยูนิฟอร์มซึ่งไม่ต้องการข้อมูลป้อนกลับ

ข้อเสนอแนะ

1. วิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดโดยประยุกต์ใช้วิธีการประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณแบบพหุนามดีกรีที่สูงขึ้นสามารถนำมาประยุกต์ใช้โดยกระทำตามขั้นตอนที่ได้นำเสนอซึ่งคาดหวังว่าค่าความจุรวมของช่องสัญญาณที่ได้จะมีค่าสูงเข้าใกล้ความจุของวิธีการจัดสรรกำลังส่งที่เหมาะสมที่สุดมากขึ้นแต่ไม่มีนัยสำคัญ
2. การจัดสรรกำลังส่งโดยวิธีที่ได้นำเสนอทั้งหมดสำหรับในการนำไปสร้างในระบบงานจริงของการปรับระดับของกำลังส่งในช่องสัญญาณ โอเอฟดีเอ็ม ไร้สายวิธีการจัดสรรกำลังส่งแบบเปิด-ปิดโดยการแบ่งช่องสัญญาณย่อยออกเป็นกลุ่มมีความเหมาะสมมากกว่าวิธีการจัดสรรกำลังส่งโดยการใช้อัตราประมาณอัตราขยายช่องสัญญาณเพราะมีความซับซ้อนในการสร้างน้อยกว่าและให้สมรรถนะความจุของช่องสัญญาณใกล้เคียงกับค่าความจุเมื่อทำการจัดสรรกำลังส่งโดยวิธีการเดิมน้ำ

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

ปราโมทย์ เฉชะอำไพ และ นิพนธ์ วรรณโสภากย์. 2551. **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม.**
สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

ปราโมทย์ อนันต์วราพงษ์. 2545. **OFDM เทคโนโลยีการมัลติเพลกซ์ในระบบการสื่อสารยุคใหม่**
ซีเอ็ดยูเคชั่น, กรุงเทพฯ.

พรชัย ทรัพย์นิธิ. 2551. **การสื่อสารดิจิทัล (Digital Communication): คณะ**
วิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าลาดกระบัง, กรุงเทพฯ.

Goldsmith, A. 2005. **Wireless communications.** Stanford University, California.

Tong, L., B.M. Sadler and M. Dong. 2004. Pilot-Assisted wireless transmissions:
General model, design criteria, and signal processing, pp. 12-25. *In IEEE Signal
Processing Magazine.*

Santipach, W. 2010. On the optimal sum capacity for ofdm with On/Off power allocation
and imperfect channel estimation, pp. 75-80. *In Processing IEEE International
Symposium on Spread-Spectrum Technology & Applications (ISSSTA).* Taichung,
Taiwan.

Sun, Y. and M.L. Honig. 2008. Asymptotic capacity of multicarrier transmission
with frequency-selective fading and limited feedback, pp. 2879-2902. *In IEEE
Transactions Information theory.*

Liu, Y., Q. Ma and H. Zhang. 2009. Power Allocation and Adaptive Modulation for OFDM
Symstems with Imperfect CSI, pp. 1-4. *In Processing IEEE Vehicular Technology
Conference.* Barcelona, Spain.



ภาคผนวก

Transmit Power Allocation Schemes For Wireless OFDM Channels with Finite-Rate Feedback

Ake Tonsirisittikun and Wiroonsak Santipach

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering, Kasetsart University

Bangkok, Thailand 10900

Email: lanthanide@hotmail.com and wiroonsak.s@ku.ac.th

Abstract—We propose two schemes of allocating transmit power for a point-to-point OFDM channel with a finite-rate feedback. Assuming perfect channel information at a receiver, a corresponding transmitter adapts power levels across subcarriers based on limited feedback from the receiver. To reduce feedback amount, we partition subcarriers into different clusters and apply an on/off threshold-based power allocation to subcarrier clusters. For the second scheme, we propose two options to interpolate a channel frequency response from a set of quantized channel gains and apply the optimal water-filling allocation based on channel interpolation. The two proposed schemes with a finite feedback rate are shown to perform close to the optimal allocation without a feedback constraint.

I. INTRODUCTION

Orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM) has been widely used in current wireless communication embedded systems, for example, digital audio broadcast (DAB), digital video broadcast (DVB), IEEEStd. 802.11 (WiFi), IEEEStd. 802.16 (WiMAX), and LTE, due to its high spectral efficiency and robustness to frequency-selective fading channels. In OFDM, data stream is divided and transmitted over many low rate parallel subchannels, which help increase symbol duration and reduce inter-symbol interference (ISI) [1], [2]. In other words, OFDM transforms a frequency-selective channel into a collection of parallel flat-fading channels.

A performance of an OFDM embedded system depends on transmission power, transmission bandwidth, and also channel information available at both a transmitter and receiver. With channel information at a receiver, coherent detection can be performed while a transmitter with channel information can adapt modulation and power allocation across subcarriers [3]. A receiver can estimate a channel from pilot signal and several pilot-aided channel estimation schemes have been proposed [4, see also references therein]. However, a transmitter may not be able to estimate a forward channel by itself, for example, in a frequency-division duplex, and has to rely on the receiver for channel update via a finite-rate feedback channel.

Based on channel estimates, the receiver can optimize transmit power over all subcarriers and then can feed back a set of optimized power levels to the transmitter. To reduce feedback amount, an on/off threshold-based power allocation

This work was supported by a joint funding from Thailand Commission on Higher Education, Thailand Research Fund, and Kasetsart University under grant MRG5580236.

was proposed and was shown to perform close to the optimal water-filling allocation [5], [6]. Channel update at the transmitter can also be used to adapt modulation [7]. In this work, we propose to further reduce the feedback further by partitioning adjacent subcarriers into different clusters and subsequently applying the on/off power allocation. Thus, the feedback rate to relay power levels is reduced to essentially one bit per cluster. Numerical results have shown that selecting appropriate cluster size and threshold can boost the performance of the proposed scheme close to the optimum, but with much smaller feedback. Reference [8] has considered an on/off allocation with imperfect channel information at both the transmitter and receiver, but without subcarrier clustering.

Instead of a set of power levels, the receiver can relay channel estimates back to the transmitter, which then can allocate transmit power based on the channel estimates. Since feedback is limited, we propose to quantize channel gain of only one subcarrier in a cluster. Based on a set of quantized channel gains for certain subcarriers, the transmitter reconstructs the entire channel frequency response by interpolating the rest of channel gains, and find the water-filling solution based on channel interpolation. In [3], similar scheme was proposed, however, the set of channel gains that is relayed from the receiver is assumed to be perfect. Here we apply both linear and quadratic channel interpolation methods and find that the performance difference is not significant while the quadratic interpolation is more complex. With only a few feedback bits per update, the proposed scheme is shown to perform close to the optimum, which requires large feedback, and perform significantly better than uniform power allocation, which requires zero feedback.

II. SYSTEM MODEL

We consider a point-to-point discrete-time OFDM channel with N subcarriers. An M -tap channel impulse response is denoted by $\mathbf{h} = [h_0 \ h_2 \ \dots \ h_{M-1}]^T$. Assuming Rayleigh fading and uniform power delay profile, each channel tap h_m is modeled by an independent complex Gaussian random variable with zero mean variance $\sigma_m^2 = \frac{1}{M}$. Thus, $\sum_{m=0}^{M-1} \sigma_m^2 = 1$. A cyclic prefix for each OFDM symbol is assumed to be long enough to suppress ISI. Applying discrete Fourier transform (DFT) gives a channel frequency response of the i th subcarrier

as follows

$$H(i) = \sum_{m=0}^{M-1} h_m e^{-j\frac{2\pi m i}{N}}, \quad 0 \leq i \leq N-1. \quad (1)$$

A frequency-selective channel is converted to N parallel flat-fading subchannels and the output signal of DFT at the receiver can be written as

$$y(i) = \sqrt{P_i} H(i) x(i) + n(i), \quad 0 \leq i \leq N-1, \quad (2)$$

where $x(i)$ is a transmitted symbol on the i th subchannel, P_i is a transmitted power allocated for the i th subchannel, and $n(i)$ is an additive white Gaussian noise (AWGN) with zero mean and variance σ_n^2 . A corresponding sum capacity over all subchannels is given by

$$C = \sum_{i=0}^{N-1} E \log \left(1 + \frac{P_i |H(i)|^2}{\sigma_n^2} \right) \quad (3)$$

where the expectation is over a joint distribution of $H(i)$ and there exists a total-power constraint given by $\sum_{i=0}^{N-1} P_i \leq P_T$. Given the set of channel response $\{H(0), H(1), \dots, H(N-1)\}$, the optimal set of transmit power levels $\{P_i\}$ that maximizes the sum capacity is the water-filling solution. Channel information can be estimated at the receiver from pilot signal. Thus, the receiver can obtain the optimal set of transmit power based on channel estimates, and feeds the set back to the transmitter. Here we assume that the receiver can estimate channel perfectly. Since the feedback rate is limited, the optimal power allocation needs to be quantized. Hence, the associated sum capacity depends on quantization error, which in turn, depends on feedback rate. Given a feedback rate, we propose two power allocation schemes in the following sections.

III. ON/OFF POWER ALLOCATION WITH SUBCHANNEL CLUSTERING

To reduce the number of bits to quantize the set of transmitted power, we consider an on/off power allocation in which an equal power is allocated for a subcarrier if its channel gain exceeds certain threshold and zero power, otherwise [6]. The on/off power allocation is clearly suboptimal, but performs close to the optimum in a large signal-to-noise ratio regime. The number of bits required to relay the transmitted power is only 1 bit per subcarrier. To further reduce the number of bits, we exploit the correlation among nearby subcarriers. Since the number of channel taps is much lower than the total number of subcarriers ($M \ll N$), channel gains of adjacent subcarriers are highly correlated. Therefore, we group subchannels into clusters, which consist of R neighboring subcarriers (except possibly the last cluster). The number of total clusters is denoted by $K \triangleq \lceil N/R \rceil$ where $\lceil \cdot \rceil$ is the ceiling function. Average channel gain squared over the k th cluster, where $0 \leq k \leq K-2$, is given by

$$\frac{1}{R} \sum_{r=0}^{R-1} |H(Rk+r)|^2 \quad (4)$$

and the average of the last cluster is given by

$$\frac{1}{N - (K-1)R} \sum_{i=(K-1)R}^{N-1} |H(i)|^2. \quad (5)$$

We propose to allocate equal power for all subcarriers in the cluster whose average channel gain squared exceeds threshold μ and allocate zero power, otherwise. Thus, the number of subcarriers with nonzero power or activated subcarriers is given by

$$N_A = \sum_{k=0}^{K-2} \mathbf{1}_\mu \left(\frac{1}{R} \sum_{r=0}^{R-1} |H(Rk+r)|^2 \right) + \mathbf{1}_\mu \left(\frac{1}{N - (K-1)R} \sum_{i=(K-1)R}^{N-1} |H(i)|^2 \right) \quad (6)$$

where an indicator function

$$\mathbf{1}_\mu(x) = \begin{cases} 1 & : x \geq \mu \\ 0 & : x < \mu \end{cases}$$

and transmitted power allocated for each activated subcarrier is P_T/N_A . The corresponding sum capacity will depend on the number of subcarriers in a cluster, R , and the threshold μ . Feeding back the set of transmit power levels, the proposed on/off power with subchannel clustering requires 1 bit per cluster with total feedback bits equal to $K + \log_2 R$ bits, which can be significantly less than N . We note that for $K = N$, the proposed scheme reverts back to the conventional on/off power without clustering.

IV. WATER-FILLING POWER ALLOCATION WITH CHANNEL INTERPOLATION

Instead of a set of transmitted power levels for subcarriers, the receiver in this scheme feeds back a set of channel gains of certain subcarriers to the transmitter. From the given set of channel gains, the transmitter then interpolates the rest of channel response and allocates subcarrier powers by the water-filling solution based on the channel interpolation.

With perfect channel information, the receiver quantizes the squared channel gains of K subcarriers, which are R subcarriers apart (except possibly the last pair). We denote the quantized squared channel gain for the i th subcarrier by $\alpha(i) \triangleq Q(|H(i)|^2)$, where $Q(\cdot)$ is a uniform scalar quantizer. Thus, with B bits, the receiver feeds back the following set of K quantized squared channel gains

$$\{\alpha(0), \alpha(R), \alpha(2R), \dots, \alpha((K-2)R), \alpha(N)\}.$$

A. Linear Interpolation

At the transmitter, the rest of squared channel gains can be interpolated from the set of K quantized squared channel gains. First, we consider a linear interpolation. For the first $K-1$ clusters, the interpolated squared channel gain is given by

$$\hat{\alpha}(Rk+r) = \alpha(Rk) + (\alpha(R(k+1)) - \alpha(Rk)) \frac{r}{R} \quad (7)$$

where $1 \leq r \leq R$ and $0 \leq k \leq K-2$. For the last cluster,

$$\hat{\alpha}(R(K-1)+r) = \alpha(R(K-1)) + (\alpha(N) - \alpha(R(K-1))) \frac{r}{N-R(K-1)} \quad (8)$$

where $1 \leq r \leq N-R(K-1)$.

With the set of interpolated squared channel gains $\{\hat{\alpha}(i)\}$, the water-filling solutions for transmission power can be found by solving the following equations

$$P_i = \left[\gamma - \frac{\sigma_n^2}{\hat{\alpha}(i)} \right]^+ \quad (9)$$

for $0 \leq i \leq N-1$, where the function

$$[x]^+ = \begin{cases} x & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0 \end{cases} \quad (10)$$

and the water level γ is chosen such that $\sum_{i=0}^{N-1} P_i = P_T$.

B. Quadratic Interpolation

Using the three nearest quantized channel gains, the transmitter can perform quadratic interpolation to estimate other neighboring channel gains. Given α_{Rk} , $\alpha_{R(k+1)}$, and $\alpha_{R(k+2)}$, we want to find a quadratic function $q(x) = ax^2 + bx + c$, which satisfies

$$q(R(k+j)) = \alpha_{R(k+j)}, \quad j = 0, 1, 2. \quad (11)$$

One formula for such quadratic function is Lagrange's form of the interpolation polynomial given by [9]

$$q(x) = Rk\mathcal{L}_0(x) + R(k+1)\mathcal{L}_1(x) + R(k+2)\mathcal{L}_2(x) \quad (12)$$

where Lagrange basis functions are given by

$$\mathcal{L}_0(x) = \frac{1}{2R^2}(x-R(k+1))(x-R(k+2)), \quad (13)$$

$$\mathcal{L}_1(x) = -\frac{1}{R^2}(x-Rk)(x-R(k+2)), \quad (14)$$

$$\mathcal{L}_2(x) = \frac{1}{2R^2}(x-Rk)(x-R(k+1)). \quad (15)$$

Thus, for $0 \leq r \leq 2R-1$ and $0 \leq k \leq K-3$,

$$\hat{\alpha}_{Rk+r} = q(Rk+r) \quad (16)$$

where $q(\cdot)$ is defined in (12).

For the last two clusters, which may consist of fewer than $2R$ subcarriers, Lagrange basis functions are given by

$$\mathcal{L}_0(x) = \frac{(x-R(K-1))(x-N)}{R(N-R(K-2))}, \quad (17)$$

$$\mathcal{L}_1(x) = -\frac{(x-R(K-2))(x-N)}{R(N-R(K-1))}, \quad (18)$$

$$\mathcal{L}_2(x) = \frac{(x-R(K-2))(x-R(K-1))}{(N-R(K-1))(N-R(K-2))}. \quad (19)$$

Similar to linear interpolation, the channel estimates obtained by quadratic interpolation can be used to find the water-filling power allocation. The resulting sum capacity from the water-filling solution based on either interpolation methods will depend on subcarrier interval R and the number of

total feedback bits B . Higher-order channel interpolation can be obtained in a similar manner, however, capacity gain is expected to be incremental.

V. SIMULATION RESULTS

In Fig. 1, we show the sum capacity of the on/off power allocation with subcarrier clustering with different number of clusters K for $N = 128$, $P_T = 1$, and $\sigma_n^2 = 0.1$. We note that as K increases, the sum capacity increases. For the number of channel taps $M = 10$, the capacity almost achieves the maximum with $K = 32$ or 4 subcarriers per cluster. As channel becomes less frequency-selective ($M = 5$), the number of subcarriers to achieve close to the maximum capacity is larger, for example, 16 in this figure. We also compare capacity of the proposed on/off power allocation scheme with the optimal water-filling capacity for $M = 10$, and observe approximately 10% performance degradation when $K = 32$. However, we note that the on/off scheme requires about 32 feedback bits, which is much lower than that required by the water-filling allocation. We remark that for the on/off power scheme, the optimal threshold μ was used and was found by numerical search.

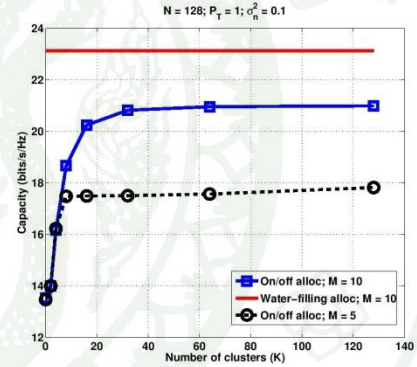


Fig. 1. A sum capacity of the proposed on/off power allocation with subcarrier clustering and optimal water-filling allocation is shown with different number of clusters.

Fig. 2 compares the sum capacity of water-filling power allocation with linear and quadratic channel interpolations. The total number of feedback bits is fixed at $B = 128$ bits. We observe that the quadratic channel interpolation performs better than the linear interpolation does as expected and note that the performance gain from linear interpolation is not significant. For both interpolation methods, the optimal $K = 16$. As K increases, the number of channel gains that needs to be fed back increases and hence, each channel gain is quantized with fewer bits. Therefore, for very large K , the capacity is smaller. The proposed quadratic interpolation scheme with optimal K performs close to the water-filling capacity (within 3% difference). We also show a uniform

power allocation, which does not require any feedback, and see a very large capacity gap between the uniform power and the proposed schemes (more than 30% performance gain).

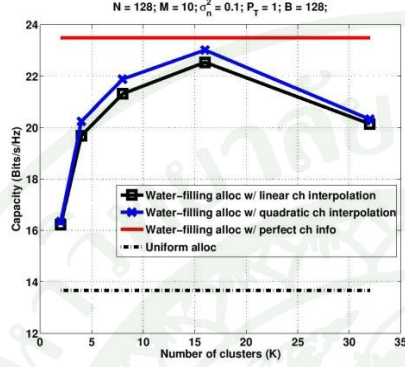


Fig. 2. Shown is sum capacity of linear and quadratic interpolation schemes for different number of clusters with $B = 128$.

In Fig. 3, we show the performance of the linear interpolation scheme for different K and also different number of total feedback bits B . The capacity as well as the optimal K decrease with available feedback bits. For $B = 128$, the optimal $K = 16$ while for $B = 64$, the optimal $K = 8$. The result implies that for very limited feedback rate, the cluster size R should be large so that the number of channel gains to quantize is small. The capacity degrades as much as 15% when the feedback rate is reduced from 128 to 32 bits per update.

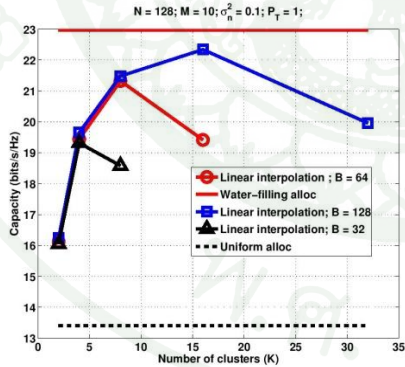


Fig. 3. A sum capacity of the linear interpolation scheme is shown with the number of clusters and the number of available feedback bits.

The last figure compares the sum capacity of all proposed schemes with signal-to-noise ratio (SNR) and fixed number of feedback bits $B = 128$. We see that the quadratic interpolation

method outperforms the linear interpolation method and the on/off scheme for all SNR. All the proposed schemes perform close to the water-filling solution. In a low SNR regime, the proposed power allocation schemes, which in this example require 128 feedback bits, can outperform the uniform power allocation by 100%. In a high SNR regime, the effect of feedback is not as prominent.

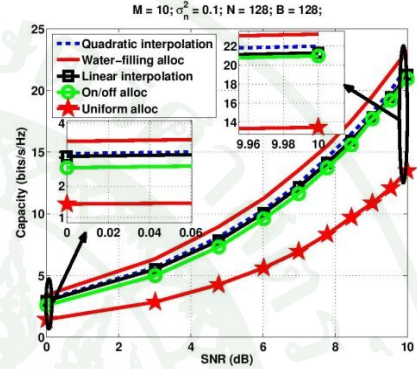


Fig. 4. A capacity comparison of all proposed power allocation schemes is shown with different SNR and $B = 128$.

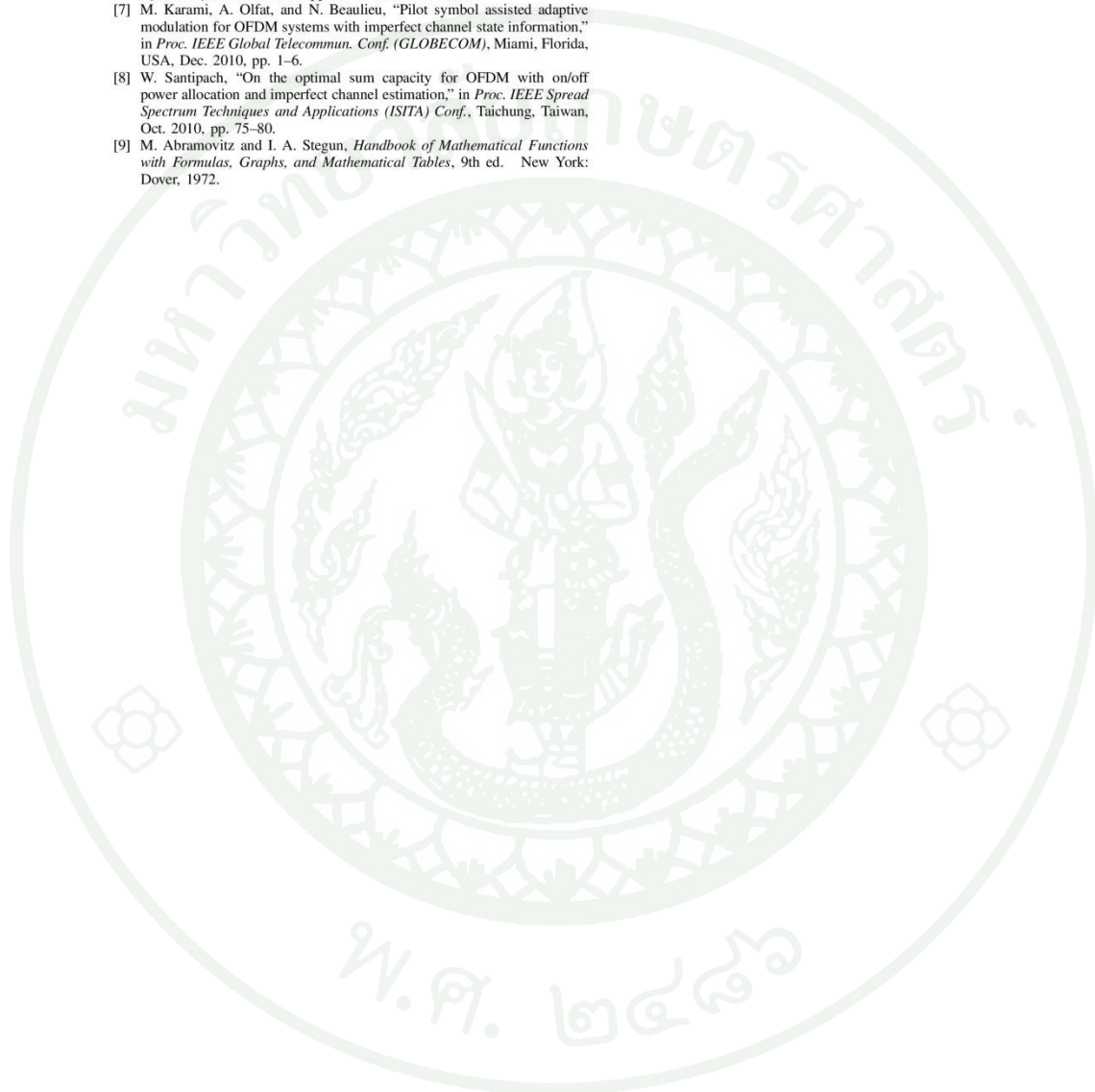
VI. CONCLUSIONS

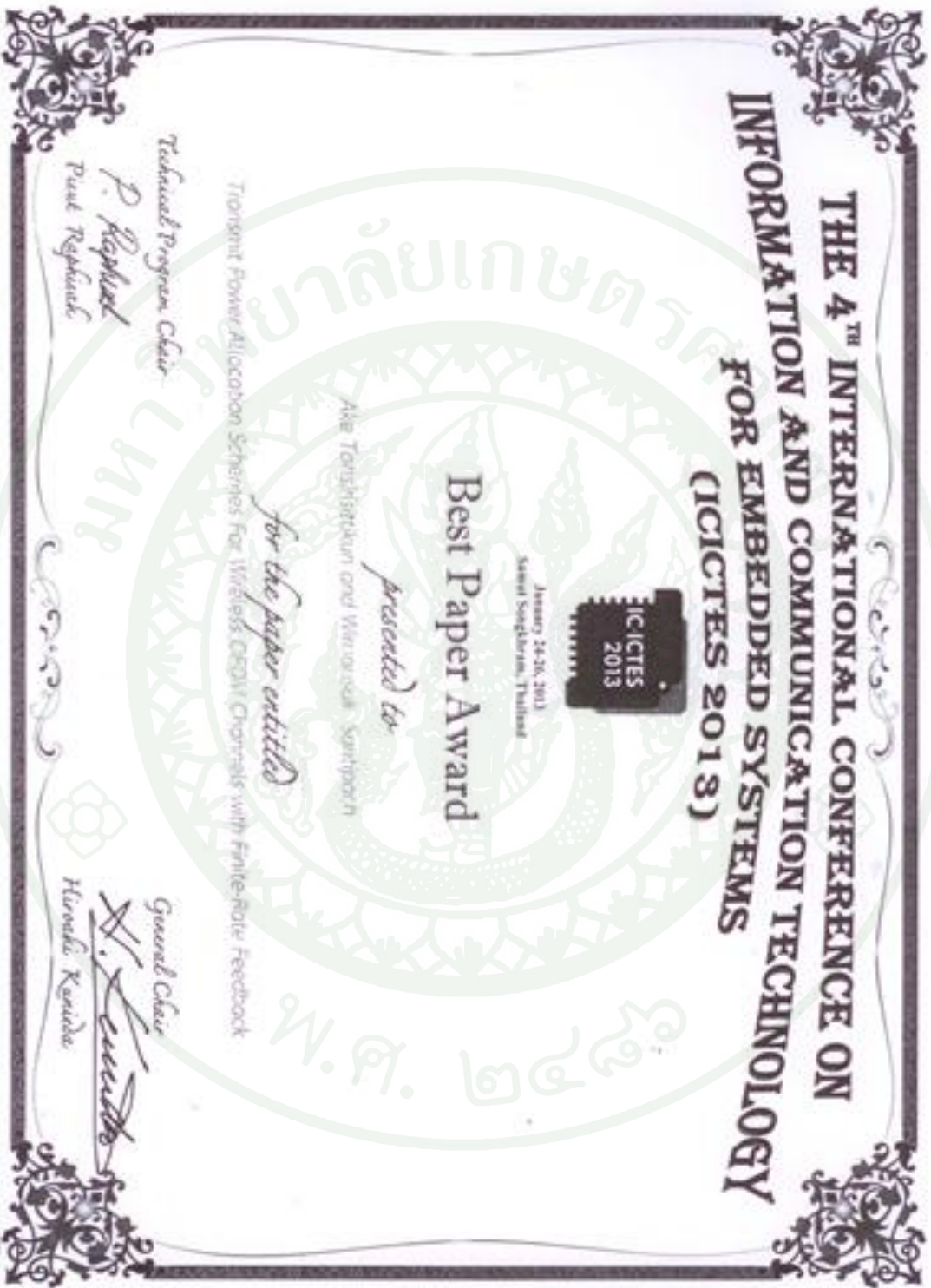
In this work, we have proposed two schemes to allocate power levels across subcarriers for a given feedback rate. Numerical results have shown that the water-filling allocation with quadratic channel interpolation performs best among the schemes and performs close to the optimum with unlimited feedback. For a given total transmission power and limited feedback rate, the proposed schemes can increase spectral efficiency over a uniform-power transmission. For an actual implementation of adapting power levels in a wireless OFDM embedded system, the on/off scheme with subcarrier clustering may be a more attractive choice due to much less complexity on the transmitter. Performance of all proposed schemes depend on the cluster size, which is currently found by simulations. An analysis of the optimal cluster size is desirable and remains an open question.

REFERENCES

- [1] S. B. Weinstein and P. M. Ebert, "Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 19, no. 5, pp. 628–634, Oct. 1971.
- [2] L. J. Cimini, "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 33, no. 7, pp. 665–675, Jul. 1985.
- [3] Y. Liu, Q. Ma, and H. Zhang, "Power allocation and adaptive modulation for OFDM systems with imperfect CSI," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, Barcelona, Spain, Feb. 2009, pp. 1–4.
- [4] L. Tong, B. M. Sadler, and M. Dong, "Pilot-assisted wireless transmissions: General model, design criteria, and signal processing," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 21, no. 6, pp. 12–25, Nov. 2004.

- [5] J. Jang and K.-B. Lee, "Transmit power adaptation for multiuser OFDM systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 21, no. 2, pp. 171–178, Feb. 2003.
- [6] Y. Sun and M. L. Honig, "Asymptotic capacity of multicarrier transmission with frequency-selective fading and limited feedback," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 54, no. 7, pp. 2879–2902, Jul. 2008.
- [7] M. Karami, A. Olfat, and N. Beaulieu, "Pilot symbol assisted adaptive modulation for OFDM systems with imperfect channel state information," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM)*, Miami, Florida, USA, Dec. 2010, pp. 1–6.
- [8] W. Santipach, "On the optimal sum capacity for OFDM with on/off power allocation and imperfect channel estimation," in *Proc. IEEE Spread Spectrum Techniques and Applications (ISITA) Conf.*, Taichung, Taiwan, Oct. 2010, pp. 75–80.
- [9] M. Abramovitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9th ed. New York: Dover, 1972.





ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล	นายเอก ตันศิริสิทธิกุล
วัน เดือน ปี ที่เกิด	17 กรกฎาคม 2529
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	วศ.บ. (วิศวกรรมโทรคมนาคม) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	นักศึกษาปริญญาโท มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	อาคารชูชาติกำภู ชั้น 5 ห้อง 505/7
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	- ได้รับการตีพิมพ์ผลงานเรื่อง “Transmit Power Allocation Schemes for Wireless OFDM Channel with Finite-Rate Feedback” ใน IC-ICTES 2013 International Conference, Jan 2013, Amphawa, Samut Songkhram, Thailand - ได้รับรางวัล Best paper award ผลงานเรื่อง “Transmit Power Allocation Schemes for Wireless OFDM Channel with Finite-Rate Feedback” ใน IC-ICTES 2013 International Conference, Jan 2013, Amphawa, Samut Songkhram, Thailand
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	-