



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์	การศึกษา
สาขา	ภาควิชา
เรื่อง	ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช Effects of Organizing Mathematics Learning Activities on Conic-Section of Mathayomsuksa Four Students with Emphasize on Mathematical Skills and Processes by Using The Geometer's Sketchpad Program at Kanlayaneesithammarat School, Changwat Nakhon Si Thammarat
นามผู้วิจัย	นางสาวอังคณา สุวรรณพัฒน์
ได้พิจารณาเห็นชอบโดย	
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิศจิรา เลิศอมรพงษ์, ศษ.ค.)
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	(รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)
หัวหน้าภาควิชา	(อาจารย์สิทธิกร สุมาลี, ศษ.ค.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา วีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช

Effects of Organizing Mathematics Learning Activities on Conic-Section of Mathayomsuksa Four Students with Emphasize on Mathematical Skills and Processes by Using The Geometer's Sketchpad Program at Kanlayaneesithammarat School, Changwat Nakhon Si Thammarat

โดย

นางสาวอังคณา สุวรรณพัฒน์

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2556

อังคณา สุวรรณพัฒน์ 2556: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช ปรินญา ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิสวรา เลิศอมรพงษ์, ศษ.ค. 153 หน้า

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และ 2) เพื่อศึกษาพฤติกรรมการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช ที่กำลังศึกษาภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 46 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 4 ห้อง เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 16 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย และแบบสังเกตพฤติกรรมการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน matched-pairs t-test และ t-test

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ลายมือชื่อนิติ

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Angkhana Suwannaphant 2013: Effects of Organizing Mathematics Learning Activities on Conic-Section of Mathayomsuksa Four Students with Emphasize on Mathematical Skills and Processes by Using The Geometer's Sketchpad Program at Kanlayaneesithammarat School, Changwat Nakhon Si Thammarat. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Assistant Professor Chanisvara Lertamornpong, Ph.D. 153 pages.

The purposes of this research were 1) to study students' mathematics learning achievement on Conic-Section of mathayomsuksa four students with emphasize on mathematical skills and processes by using The Geometer's Sketchpad Program and 2) to study students' behavior on mathematical skills and processes of mathayomsuksa four students at Kanlayaneesithammarat School, Changwat Nakhon Si Thammarat.

The sample group was 46 mathayomsuksa four students of one classroom at Kanlayaneesithammarat School, Changwat Nakhon Si Thammarat in the second semester of the academic year 2012 that was selected by cluster random sampling from 4 classrooms. The instruments in data collection consisted of 16 lesson plans on Conic-Section, mathematics learning achievement test on Conic-Section and students' observation form for behaviors reflecting on mathematical skills and processes. The data were analyzed by percentage, mean, standard deviation, matched-pairs t-test, and t-test.

The research results showed that the mathematics learning achievement on Conic-Section by effect of learning activities with emphasize on mathematical skills and processes by using The Geometer's Sketchpad Program of students after learning was higher than before learning and was higher than 60% at .05 level of significance and the students had the ability capacity apply diverse methods for problem-solving, reasoning, communication, communication and presentation of mathematical concepts, linking various bodies of mathematical knowledge and linking mathematics with other disciplines.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้อย่างสมบูรณ์ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และรองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์และให้คำปรึกษา ตลอดจนตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาของท่านจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรพรรณ ต้นบรรจง และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่าน ที่ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งให้คำแนะนำและคำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ รวมถึงผู้เขียนตำราและเอกสารต่างๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า และนำมาอ้างอิง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช อาจารย์สุจินต์ เขาคูสิตและอาจารย์เรวดี วิทสุวรรณ อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่กรุณาให้คำแนะนำ คำปรึกษา และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี ตลอดจนขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช ปีการศึกษา 2555 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือและการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ที่สนับสนุนทุนอุดหนุนการค้นคว้าและวิจัยประเภทวิทยานิพนธ์ ระดับบัณฑิตศึกษา ประจำปีงบประมาณ 2555

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ผู้วิจัยมอบแด่บิดา มารดา ผู้ให้ความรัก ให้กำลังใจ สนับสนุนและส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้รับความสำเร็จในการศึกษาอย่างดียิ่งมาโดยตลอด จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

อังคณา สุวรรณพัฒน์

มีนาคม 2556

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(4)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	7
ประโยชน์ที่ได้รับ	7
ขอบเขตของการวิจัย	8
นิยามศัพท์	9
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	13
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	14
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)	35
การวัดผลและประเมินผล	46
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	59
สมมติฐานการวิจัย	64
กรอบแนวคิดในการวิจัย	65
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	66
ประชากร	66
กลุ่มตัวอย่าง	66
เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	66
การเก็บรวบรวมข้อมูล	71
การวิเคราะห์ข้อมูล	72
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	74
ผลการวิจัย	74
ข้อวิจารณ์	84

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	89
สรุปผลการวิจัย	89
ข้อเสนอแนะ	94
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	97
ภาคผนวก	105
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	106
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	108
ภาคผนวก ค ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย	138
ภาคผนวก ง แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์	144
ภาคผนวก จ ตัวอย่างภาพกิจกรรม	147
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	153

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถของผู้เรียนในด้านความรู้	48
2	พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถของผู้เรียนในด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	51
3	เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 3 คะแนน	70
4	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการเรียนและหลังการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) (คะแนนเต็ม 21 คะแนน)	75
5	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ของนักเรียนหลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% (คะแนนเต็ม 21 คะแนน คิดเป็น 12.6 คะแนน)	75
6	ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	77
ตารางผนวกที่		
1	ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	139

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC	22
2	โมเดลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการสื่อสารของ Shannon	28
3	คลื่นไซน์ที่เกิดจากการลากจุด E บนวงกลม	39
4	ความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมหนึ่งหน่วยกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	39
5	รอยพับของกระดาษที่ทำให้เกิดรูปพาราโบลา	40
6	การสร้างกราฟพาราโบลาด้วยโปรแกรม GSP	40
7	กราฟที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ในสมการต่าง ๆ ในเรื่องภาคตัดกรวย	40
8	ขั้นตอนการสร้างทศเลขฐานจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า	41
9	ค่าความยาวด้านและมุมที่วัดได้จากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่สร้างขึ้น	41
10	กราฟที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของมุมในการปิดของประตู	42
11	บริเวณพื้นที่ใต้กราฟแสดงระยะทางที่รถวิ่ง	42
12	กราฟที่เกิดจากพื้นที่ที่เปลี่ยนไปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	43
13	พื้นที่ที่เกิดจากผลคูณของพหุนาม	43

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
14	ตาหึ่งสองแขนใช้สอนเรื่องการแก้สมการ	44
15	การกระจายข้อมูลและค่าเฉลี่ยบนเส้นจำนวน	44
16	ค่ามัธยฐานและค่าเฉลี่ยเมื่อมีการกระจายของข้อมูล	45
17	กรอบแนวคิดในการวิจัย	65
18	กราฟแสดงคะแนนสอบหลังการเรียนกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	76
ภาพผนวกที่		
1	ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	149

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันประเทศไทยกำลังเผชิญกับการเปลี่ยนแปลงที่สำคัญ ทั้งระดับโลกและในประเทศที่ส่งผลกระทบต่อการพัฒนาประเทศ ไม่ว่าจะเป็นวิกฤตเศรษฐกิจและการเงินของโลก การปรับตัวเข้าสู่เศรษฐกิจโลกแบบหลายศูนย์กลาง ความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีมีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคม ความมั่นคงทางด้านอาหารและพลังงาน ซึ่งสถานการณ์การเปลี่ยนแปลงเหล่านี้มีผลต่อการพัฒนาประเทศสู่ความสมดุลและยั่งยืนจะต้องให้ความสำคัญกับการเสริมสร้างทุนของประเทศที่มีอยู่ให้เข้มแข็งและมีพลังเพียงพอในการขับเคลื่อนกระบวนการพัฒนาประเทศ โดยเฉพาะการพัฒนาคนหรือทุนมนุษย์ให้เข้มแข็ง พร้อมรับการเปลี่ยนแปลงโลกในยุคศตวรรษที่ 21 และการเสริมสร้างปัจจัยแวดล้อมที่เอื้อต่อการพัฒนาคุณภาพของคนทั้งในเชิงสถาบัน ระบบ โครงสร้างของสังคมให้เข้มแข็ง สามารถเป็นภูมิคุ้มกันการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่จะเกิดขึ้นในอนาคต จากผลการพัฒนาตามช่วงวัย พบว่า กลุ่มวัยเด็ก ระดับเซาว์ปัญญามีค่าเฉลี่ยลดลงจาก 91 เป็น 88 ในช่วงปี 2540 – 2552 (องค์การอนามัยโลกกำหนดไว้ที่ 90 - 110) เด็กอายุ 0 - 5 ปี ที่มีพัฒนาการสมวัยมีสัดส่วนลดลงจากร้อยละ 72.0 เหลือเพียงร้อยละ 67.0 ส่วนเด็กวัยเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าร้อยละ 50.0 และมาตรฐานความสามารถของผู้เรียนในเรื่องการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ มีวิจารณ์ญาณ และคิดสร้างสรรค์ค่อนข้างต่ำ ดังนั้นทิศทางการพัฒนาประเทศไทยในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่สิบเอ็ด (พ.ศ. 2555 - 2559) จึงยึด “คนเป็นศูนย์กลางของการพัฒนา” ในทุกมิติอย่างสมดุล ทั้งจิตใจ ร่างกาย ความรู้ และทักษะความสามารถ มีความพร้อมทั้งด้านสติปัญญาที่รอบรู้ และมีจิตใจที่สำนึกในคุณธรรม จริยธรรม มีความเพียร มีโอกาสและสามารถเรียนรู้ตลอดชีวิต (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2554)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลาย ๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ก็ล้วนอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น (สิริพร ทิพย์คง, 2536: 9) จึงกล่าวได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อความเป็นอยู่ของมนุษย์ ดังจะเห็นได้จากวิชา

คณิตศาสตร์อยู่ในหลักสูตรระดับประถมศึกษา จนถึงระดับมัธยมศึกษา ที่นักเรียนทุกคนต้องเรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 อย่างไรก็ตามบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อความก้าวหน้าของมนุษย์เป็นสิ่งที่บุคคลทั่วไปมักมองไม่เห็น เพราะคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เป็นามธรรม ไม่มีตัวตนให้จับต้องได้ หากแต่ถูกใช้เป็เครื่องมือในการศึกษาหาความรู้ในวิชาอื่น ๆ บทบาทคณิตศาสตร์จึงเป็บทบาทที่อยู่หลังฉาก (ยูพิน พิพิธกุล, 2543) ดังนั้นการพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์จึงเป็สิ่งที่สำคัญมาก

ในช่วงเวลาหลายปีที่ผ่านมา การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้เปลี่ยนแปลงไปมากจากที่เคยจัดการเรียนการสอนที่เน้นเนื้อหาสาระเพียงอย่างเดียวมาเป็การเน้นทั้งเนื้อหาสาระ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ร่วมด้วย การให้ความรู้เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ ด้วยเหตุผลและความจำเป็นหลายประการ ประการแรก เนื่องจากสังคมเปลี่ยนไปตลอดเวลา ความรู้ที่สำคัญและจำเป็นที่ได้เรียนรู้จากห้องเรียนในอดีต อาจจำเป็นน้อยลงในปัจจุบัน หรือความรู้บางอย่างที่มีในอดีต อาจไม่เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในปัจจุบัน ประการที่สอง ตลาดต้องการใช้แรงงานที่มีความรู้และทักษะเฉพาะมากขึ้น การให้ความรู้เพียงอย่างเดียวไม่สามารถทำให้นักเรียนพัฒนาความสามารถและทักษะเฉพาะตามที่ต้องการได้ เนื่องจากไม่สามารถนำความรู้ในโรงเรียน (School Knowledge) ปรึบไปสู่ความรู้ในการทำงาน (Work Knowledge) ได้ ซึ่งความสามารถนี้มีความสำคัญมากในทางการศึกษาคณิตศาสตร์ (Steen and Forman, 1995) ประการที่สาม การศึกษาในปัจจุบันไม่ต้องการคนเก่งเพียงเนื้อหา หรือมีแต่ความรู้ แต่ขาดความสามารถและคุณลักษณะของคนคิดคนเก่ง ที่จะสามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยเหตุผลและความจำเป็นดังกล่าว การพัฒนาการสอนให้นักเรียนมีทั้งความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะที่จำเป็นที่จะใช้แก้ปัญหาในชีวิตได้ จึงเป็สิ่งสำคัญและจำเป็นมากขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554)

การพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์เป็การพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ทั้งในส่วนที่เป็เนื้อหาสาระที่ใช้เป็พื้นฐาน ซึ่งประกอบด้วยความรู้ ทักษะ มโนมติ และส่วนที่เป็วิธีการ (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2545) ซึ่งหมายถึง การดำเนินการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีการแก้ปัญหา สามารถผสมผสานหรือประยุกต์ความรู้ความเข้าใจเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหา และตัดสินใจในสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล อีกทั้งยังสามารถสื่อแนวคิดของตนเองให้คนอื่นรับรู้ได้ การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย

5 ทักษะ ได้แก่ ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ทักษะการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ และทักษะการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนผู้สอนต้องสอดแทรกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ากับการเรียนการสอนด้านเนื้อหา ด้วยการให้นักเรียนทำกิจกรรม หรือตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด อธิบายและให้เหตุผล เช่น ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วหรือให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางพีชคณิตในการแก้ปัญหาหรืออธิบายเหตุผลทางเรขาคณิต ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน หรือกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสรรค์ผลงานที่หลากหลายและแตกต่างจากคนอื่น รวมทั้งการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากคนอื่นด้วย

การฝึกทักษะและกระบวนการควรทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกชั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนี้ จะมีวิธีแก้ไขปัญหานั้นได้อย่างไร เขียนรูปภาพแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรได้อย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย ดังนั้น การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงควรเน้นทั้งทางความรู้และทักษะกระบวนการ ให้นักเรียนได้รับการฝึกฝนและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และที่สำคัญต้องให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้เอง เน้นการปฏิบัติ และความสอดคล้องกับชีวิตจริงของนักเรียน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545) ซึ่งกระบวนการเหล่านี้สามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้นได้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ รัชนิ วันทองสุข (2554) ที่มีการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 82.22 และการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นทักษะกระบวนการของ

จุไรรัตน์ ประจวบมอญ (2548) พบว่าผู้เรียนผ่านเกณฑ์ความรอบรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น และช่วยให้ผู้เรียนสามารถใช้เหตุผลและตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง

จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของผู้วิจัยที่ผ่านมาพบว่า เรื่อง ภาคตัดกรวย เป็นหนึ่งในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนส่วนใหญ่ประสบปัญหาในการเรียน นักเรียนโดยส่วนใหญ่ไม่ผ่านเกณฑ์ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ได้แก่ การเขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวย เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของภาคตัดกรวยให้และการเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้น การนำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนขนานไปใช้ในการเขียนกราฟ การนำความรู้เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งจากการสังเกตการถามตอบในห้องเรียน การตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ พบว่านักเรียนบางคนมักจะทำผิดในโจทย์ที่มีลักษณะเดิม ๆ หรือถ้าโจทย์มีการประยุกต์นักเรียนมักจะทำได้ไม่ได้แม้ว่าจะใช้ความรู้พื้นฐานเดิมในการแก้โจทย์ปัญหานั้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังไม่เข้าใจในเนื้อหาอย่างแท้จริง ซึ่งปัญหาดังกล่าวผู้วิจัยขอสรุปเป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. นักเรียนไม่มีนิทสันของภาคตัดกรวยที่ชัดเจน นั่นคือ นักเรียนมองรูปร่างหน้าตาต่าง ๆ ของกรวยไม่ได้ว่าตัดรูปแบบใดจะได้กราฟอะไร นักเรียนสับสนเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟ เช่น เมื่อให้ $(x + 2)^2 = 20(y - 6)$ นักเรียนไม่สามารถตอบได้ว่า เป็นกราฟพาราโบลาแบบใด จุดยอด โฟกัสอยู่ตำแหน่งใด เส้นไดเรกทริกซ์คืออะไร

2. นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างรูปภาพกับสมการของภาคตัดกรวยได้ เช่น เมื่อให้นักเรียนหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$ โดยบอกค่า b (ความยาวแกนตั้งของไฮเพอร์โบลา) และค่า c (ระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางและโฟกัส) ซึ่งนักเรียนจะสามารถหาค่า a ได้ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าค่า a คือส่วนใดของไฮเพอร์โบลา หรือเมื่อกำหนดสมการของกราฟต่าง ๆ มาให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นกราฟอะไรแต่ไม่สามารถวาดรูปได้ถูกต้อง หรือเมื่อกำหนดกราฟมาให้ นักเรียนไม่สามารถเขียนสมการของภาคตัดกรวยได้

3. นักเรียนไม่เข้าใจการเลื่อนขนานแกน หรือนักเรียนไม่สามารถเขียนกราฟได้เมื่อจุดยอดของกราฟไม่อยู่ที่จุด $(0, 0)$ หรือนักเรียนตอบพิกัด (x, y) ผิดพลาดเมื่อเทียบกับแกน X' และแกน Y'

4. ครูผู้สอนเขียนตัวอย่างกราฟบนกระดาน ได้น้อยและการวาดกราฟให้ถูกต้องสวยงาม ต้องใช้เวลา ทำให้นักเรียนมองไม่เห็นความแตกต่างของกราฟแต่ละลักษณะ และยังขาดสื่อที่ใช้ในการวาดกราฟที่ทำให้สัดส่วนเหมือนจริง

นอกจากนี้เรื่อง ภาคตัดกรวย ยังเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาแคลคูลัสเบื้องต้น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และวิชาแคลคูลัสในระดับอุดมศึกษาอีกด้วย ดังนั้นนักเรียนควรจะมีความรู้เรื่อง “ภาคตัดกรวย” อย่างเพียงพอที่จะสามารถนำความรู้ไปใช้ในการเรียนวิชาแคลคูลัสขั้นสูงต่อไปได้

ในอดีตการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นลักษณะของการที่ครูอธิบาย แล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดให้มากที่สุด เพื่อจะได้ฝึกฝนให้มีความเข้าใจดียิ่งขึ้น ซึ่งในความเป็นจริงแล้วนักเรียนอาจไม่เข้าใจตามที่ครูสอน ส่งผลให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน ครูจึงควรปรับเปลี่ยนวิธีการสอนโดยครูจะเป็นผู้แนะนำให้นักเรียน รู้จักสังเกต แสวงหาความรู้และสร้างความรู้ด้วยตนเองซึ่งทำให้ได้ข้อสรุป ที่สามารถนำไปทำแบบฝึกหัดได้ด้วยความเข้าใจ นอกจากนี้การเรียนการสอนในห้องเรียนที่มีนักเรียนจำนวนมาก เป็นการยากที่จะให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ ฝึกฝน ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้พร้อมกัน การนำเทคโนโลยีมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในห้องเรียน จึงเป็นทางเลือกหนึ่งที่น่าสนใจ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2545: 34) ได้กล่าวไว้ว่า การใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนมีความสนใจ มีความกระตือรือร้นอยากที่จะเรียน และสามารถแสวงหาความรู้ได้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง สอดคล้องกับคำกล่าวของ จงกล ศิริประภา (2550) ที่ว่า เทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร เป็นสื่อที่สำคัญในการพัฒนาทักษะที่เป็นองค์ประกอบทั้งหมดของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การใช้เทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเกิดการสร้างองค์ความรู้ ที่มาจากการปฏิสัมพันธ์ระหว่างเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารกับผู้เรียน นอกจากนี้เทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร ยังเป็นเครื่องมือในการเพิ่มพูนการเรียนรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์อีกด้วย

ในประเทศสหรัฐอเมริกาคอมพิวเตอร์เป็นสื่อการเรียนรู้ประเภทหนึ่งที่ถูกนำมาใช้ประกอบการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ดังเห็นได้จากหลักการและมาตรฐานสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) ของสมาคมครูคณิตศาสตร์ระดับชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) ที่ได้บรรจุคำแนะนำโปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (Dynamic Geometry) ได้แก่ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรม GSP เพื่อนำมาใช้ประกอบกับเนื้อหา

คณิตศาสตร์ต่างๆในหลักสูตร การกล่าวถึงแหล่งเรียนรู้เพิ่มเติมและ E-example ที่ใช้โปรแกรม GSP สร้างสื่อการเรียนรู้ ตำราและสร้างชิ้นงานคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ทั้งนี้ NCTM ได้ระบุว่าควรมีการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่เหมาะสมมาช่วยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (NCTM, 1992)

ในประเทศไทยมีการยอมรับและนำเทคโนโลยีมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ส่งเสริมให้สถานศึกษานำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เช่น โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรม GSP ไปสร้างสื่อการเรียนการสอนในเรื่องต่าง ๆ ซึ่งโปรแกรม GSP นี้เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ผลิตจากประเทศสหรัฐอเมริกาและเป็นโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพโปรแกรมหนึ่ง สามารถนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายสาระการเรียนรู้ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส โปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) และเป็นการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (Learner-Centered Learning) โปรแกรม GSP เป็นสื่อการเรียนรู้ที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills)

นอกจากนี้ การใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาหุปัญญาอัน ได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2548 อ้างถึง Key Curriculum Press, 1997) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อุบล กลองกระโทก (2552) เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาค่าสูงสุดค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน โดยใช้ The Geometer's Sketchpad (GSP) และ Hiengraj (2006) ที่ได้ศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในมิติทางเรขาคณิตเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน ของนักศึกษาเป็นกรณีศึกษาโดยใช้กรอบทฤษฎีความเข้าใจระดับการกระทำ (Action Conceptual Understanding) ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding) และความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural Conceptual Understanding)

ความเป็นพลวัตของโปรแกรม GSP ยังช่วยเสริมกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ภาคตัดกรวย เพราะสามารถแสดงความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ ได้ เช่น จุดศูนย์กลาง รัศมีของวงกลม ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนาน หาเส้นตั้งฉาก สามารถคำนวณความยาวของเส้นที่กำหนด สามารถแสดงให้เห็นความเปลี่ยนแปลงของกราฟ วงกลม วงรี พาราโบลา ไฮเพอร์โบลาเมื่อเปลี่ยน

จุดศูนย์กลางหรือจุดยอด ซึ่งโปรแกรมนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้ทราบข้อมูลแบบภาพเคลื่อนไหว เป็นประโยชน์ในการเปรียบเทียบข้อมูล ทำให้สื่อความหมายได้ชัดเจน ผู้เรียนได้รับความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และสามารถทำความเข้าใจในเนื้อหาที่เป็นนามธรรมได้ง่าย ประหยัดเวลาและยังช่วยแก้ปัญหาการวาดกราฟที่ไม่ได้สัดส่วน

ด้วยปัญหาและความสำคัญที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มาเป็นสื่อประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อจัดกิจกรรมให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ของภาคตัดกรวยที่ชัดเจน เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างกราฟกับสมการได้ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในบทเรียนและสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์แก้ปัญหาได้ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)
2. ศึกษาพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ได้แนวทางในการนำรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปพัฒนาในการจัดการเรียนการสอนในเนื้อหาอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
2. ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ได้แนวทางในการนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ไปใช้เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ในบทอื่น ๆ ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยกำหนดขอบเขตของการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องที่มีนักเรียนคละความสามารถ จำนวนนักเรียน 46 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 4 ห้อง จำนวนนักเรียนทั้งหมด 180 คน ที่เรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
3. สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยเรื่องนี้ คือ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4
4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เวลาดำเนินการทั้งหมด 18 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555

- | | |
|-----------|--|
| คาบที่ 1 | ทดสอบก่อนเรียน |
| คาบที่ 2 | การเลื่อนแกนทางขนาน |
| คาบที่ 3 | บทนิยามของวงกลม และวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ |
| คาบที่ 4 | วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) |
| คาบที่ 5 | โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงกลม |
| คาบที่ 6 | ส่วนประกอบและบทนิยามของวงรี |
| คาบที่ 7 | วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ |
| คาบที่ 8 | วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) |
| คาบที่ 9 | โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงรี |
| คาบที่ 10 | ส่วนประกอบและบทนิยามของพาราโบลา |
| คาบที่ 11 | พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(0, 0)$ |

- คาบที่ 12 พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)
 คาบที่ 13 โจทย์ประยุกต์ เรื่อง พาราโบลา
 คาบที่ 14 ส่วนประกอบและบทนิยามของไฮเพอร์โบลา
 คาบที่ 15 ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$
 คาบที่ 16 ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)
 คาบที่ 17 โจทย์ประยุกต์ เรื่อง ไฮเพอร์โบลา
 คาบที่ 18 ทดสอบหลังเรียน

5. ตัวแปรที่ทำการศึกษาในงานวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

5.1. ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เรื่อง ภาคตัดกรวย

5.2. ตัวแปรตาม คือ ผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย และพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

นิยามศัพท์

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดนิยามศัพท์ไว้ดังนี้

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ประกอบการสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย ประกอบด้วยเนื้อหา 5 หน่วยการเรียนรู้ คือ

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 | การเลื่อนแกนทางขนาน |
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 | วงกลม |
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 | วงรี |
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 | พาราโบลา |
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 | ไฮเพอร์โบลา |

ซึ่งมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นของการเตรียมความพร้อมของผู้เรียนและทบทวนความรู้ สร้างสถานการณ์ที่หลากหลาย นำเสนอสิ่งของที่นักเรียนเคยพบในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นความสนใจ ประกอบการใช้คำถาม เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นเทคนิคที่หลากหลายในการจัดการเรียนรู้ เช่น การใช้ใบกิจกรรมควบคู่กับไฟล์โปรแกรม GSP โดยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยกิจกรรมดังต่อไปนี้

การเรียนรู้รายบุคคล จะเน้นการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม และนำเสนอสถานการณ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในความสนใจของนักเรียน สอดคล้องกับเนื้อหาที่จะสอน โดยเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการตั้งคำถามจากสถานการณ์ปัญหาทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ไขปัญหา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ด้วยตนเอง และนำเสนอ การหาคำตอบดำเนินการแก้ปัญหาและตรวจสอบ นักเรียนจะลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือก

การเรียนรู้กระบวนการกลุ่ม ผู้เรียนจะเข้ากลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม และช่วยกันตรวจสอบความรู้ความเข้าใจซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป เป็นการอภิปรายวิเคราะห์สรุปแนวคิด หลักความคิดรวบยอด ความรู้ที่ได้จากกิจกรรม

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัยทักษะที่สำคัญในการดำเนินการ ในงานวิจัยเรื่องนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษา ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 4 ด้าน ประกอบด้วย ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็จะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา โดยใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ และใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้

2. ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการคิด การตัดสินใจมีสมรรถนะในการรับรู้ทางคณิตศาสตร์และสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้ โดยนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความจริงหรือข้อสรุป และช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้ ได้แก่ การอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

3. ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ หมายถึง ความสามารถในการเขียนเพื่อบอกวิธีทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งเพื่อชี้แจง ตอบปัญหาความรู้หรือความคิดที่เข้าใจยาก ลำดับขั้นตอนหรือคำอธิบายอย่างแจ่มแจ้ง โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ได้แก่ การเลือกใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง การนำเสนอโดยใช้กราฟที่สอดคล้องกับรูปแบบสมการ การแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนเป็นระบบและมีรายละเอียดสมบูรณ์

4. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ ตลอดจนสามารถนำความรู้ และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

สื่อการเรียนรู้โปรแกรม **The Geometer's Sketchpad(GSP)** เป็นสื่อที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นในรูปแบบของไฟล์ GSP เพื่อประกอบการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวย เป็นรูปกราฟที่สามารถยืดหด เปลี่ยนค่าหรือเลื่อนกราฟได้ ซึ่งนำมาใช้เชื่อมโยงกับการอธิบายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เป็นสื่อที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GSP หมายถึง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งประกอบด้วย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
2. พฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย หมายถึง คะแนนสอบของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีลักษณะเป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อและแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยแบบทดสอบก่อนการเรียนรู้และหลังการเรียนรู้สิ้นสุดลง

พฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง พฤติกรรมที่เกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ การคิด โดยใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน เป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรม ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ควบคู่กับความรู้ในบทเรียน

เกณฑ์ 60% หมายถึง เกณฑ์ที่กำหนดขึ้นโดยคำนวณจากคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งคิดเป็นร้อยละของคะแนนทั้งหมด

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยการนำเสนอตามลำดับ

1. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายและความสำคัญของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 1.4 ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
- 1.5 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

2. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

- 2.1 ประวัติความเป็นมาของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)
- 2.2 การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) กับคณิตศาสตร์

3. การวัดผลและประเมินผล

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 4.1 งานวิจัยภายในประเทศ
- 4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความหมายและความสำคัญของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีผู้ให้ความหมายและแนวคิดหลากหลาย ดังนี้

ศักดิ์ดา ศรีผางค์ (2547) กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็น กระบวนการปฏิบัติที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีรูปแบบ และขั้นตอนในการดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่ชัดเจน ตรวจสอบได้ โดยที่ผู้เรียนสามารถปฏิบัติหรือ แสดงพฤติกรรมได้อย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้ให้ความหมายของทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ เน้นที่ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การ สื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทาง คณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สภาครูคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (สมวงษ์ แปลงประสพ โชค และคณะ, 2544: 5-7 อ้างอิงถึง National Council of Teacher of Mathematics, 1991) ได้กำหนดทักษะพื้นฐานทาง คณิตศาสตร์ที่สำคัญ 10 ประการ (Ten Basic Skills) ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียนเพื่อใช้เป็น พื้นฐานในการเรียนรู้และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ ซึ่งประกอบด้วย

1. ทักษะการแก้ปัญหา เหตุผลหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ก็เพื่อนำความรู้ไปใช้ในการ แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่พบ นักเรียนต้องสามารถประยุกต์รูปแบบการคิดอย่างสมเหตุสมผล เพื่อ นำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง สามารถอธิบายข้อมูลและสรุปผลจากข้อมูลที่ปรากฏในชีวิตจริง นักเรียน จะพบกับปัญหาในหลาย ๆ รูปแบบ ปัญหาข้อความหรือปัญหาเรื่องราวเป็นเพียงรูปแบบหนึ่งของการแก้ปัญหา

2. ทักษะการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริง ในชีวิตประจำวันหากประสบปัญหาที่ไม่ยุ่งยากนัก นักเรียนสามารถใช้การคิดคำนวณหาคำตอบของปัญหาได้ แต่ถ้าเป็นปัญหาที่ซับซ้อน อาจต้องแปลงปัญหาที่พบให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ เช่น จัดให้อยู่ในรูปแบบสมการและแก้สมการ แล้วแปลผลที่ได้ไปอธิบายหรือตอบปัญหา

3. ทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล บางครั้งเกิดความผิดพลาดจากการคิดคำนวณ นักเรียนจะต้องเรียนรู้ที่จะตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สัมพันธ์กับปัญหาที่กำหนด ทักษะการตรวจสอบมีความสำคัญเมื่อมีการใช้เครื่องคำนวณมากขึ้น

4. ทักษะในการกะประมาณและการประมาณค่า นักเรียนต้องมีทักษะในการคิดคำนวณสามารถคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็ว อาจใช้การประมาณค่าโดยการปัดเป็นจำนวนเต็ม แล้วคิดค่าประมาณในรูปของจำนวนเต็ม พร้อมทั้งอธิบายได้ว่าคำตอบของปัญหานั้นมีค่าได้ไม่เกินเท่าไรหรือคำตอบของปัญหานั้นอย่างต่ำเป็นเท่าไร นอกจากนี้ นักเรียนยังต้องมีทักษะในการกะประมาณหรือประมาณความสูง ระยะทางและน้ำหนัก สามารถเลือกคำตอบที่เหมาะสมจากสถานการณ์ที่กำลังดำเนินการอยู่ โดยใช้การประมาณค่า

5. ทักษะในการคิดคำนวณที่เหมาะสม ทักษะในการบวก ลบ คูณ และหาร นับว่าเป็นทักษะเบื้องต้นที่นักเรียนต้องเข้าใจเพราะจะเป็นพื้นฐานสำคัญนำไปสู่การดำเนินการในเรื่องต่าง ๆ เช่น เศษส่วน ร้อยละ การคิดในใจ เป็นทักษะที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น ส่วนการคำนวณที่ยุ่งยากซับซ้อน ต้องสามารถเลือกใช้เครื่องคำนวณที่เหมาะสมได้

6. ทักษะทางเรขาคณิต ความคิดทางเรขาคณิตเป็นสิ่งที่จำเป็นที่จะนำไปใช้ในในชีวิตจริง เช่นความคิดเกี่ยวกับ จุด เส้น ระนาบ เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก แนวคิดดังกล่าวเป็นแนวคิดสำคัญที่ต้องเรียนรู้ นักเรียนจะต้องเรียนรู้จากการวัดพื้นฐานการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐานของรูปเรขาคณิตและสามารถประยุกต์ใช้สมบัติเหล่านั้นสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

7. ทักษะเกี่ยวกับการวัด ทักษะในการวัดที่สำคัญ เช่น การวัดระยะทาง น้ำหนัก เวลา ความจุ อุณหภูมิ การวัดมุมและการคำนวณหาพื้นที่ ตลอดจนการวัดปริมาตรก็เป็นสิ่งจำเป็น นักเรียนต้องได้รับความรู้ทั้งในระบบเมตริกและระบบที่ใช้กันตามประเพณีของแต่ละท้องถิ่น

8. ทักษะในการอ่านผล แปลผล การสร้างตาราง แผนภูมิและกราฟ นักเรียนต้องรู้ว่า จะอ่านและสรุปผลจากตาราง แผนภูมิ แผนที่และกราฟได้อย่างไร สามารถที่จะจัดกระทำข้อมูลที่เป็นตัวเลข เป็นข้อความที่มีความหมายโดยการสร้างเป็นตาราง แผนภูมิหรือกราฟ

9. ทักษะในการใช้คณิตศาสตร์ในการทำนาย ทักษะในการคาดเดาเหตุการณ์ข้างหน้าว่า เป็นอย่างไร นับว่าเป็นทักษะที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิตในปัจจุบัน การทำนายโดยใช้ความ น่าจะเป็น นักเรียนสามารถที่จะระบุสถานการณ์โดยอาศัยข้อมูลหรือประสบการณ์ที่ผ่านมาว่าจะมี ผลหรือไม่มีผลต่อเหตุการณ์ในอนาคตอย่างไร

10. ทักษะการใช้ความรู้เกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ นักเรียนจะต้องเข้าใจถึงความจำเป็นที่จะต้อง เรียนรู้เกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ เพราะคอมพิวเตอร์ได้นำมาใช้อย่างหลากหลายในสังคม ทั้งในการ ดำเนินธุรกิจ การเรียนการสอน การรวบรวมข้อมูล นอกจากเข้าใจถึงความจำเป็นในการใช้ คอมพิวเตอร์แล้วยังต้องเข้าใจถึงข้อจำกัด ในการใช้ในงานต่าง ๆ ด้วย

กล่าวโดยสรุป ทักษะทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถหรือความชำนาญในการนำ คณิตศาสตร์ไปประยุกต์และใช้แก้ปัญหา ในเหตุการณ์หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง ซึ่งชัยศักดิ์ ติลาจรัสกุล (2542: 11-13) กล่าวว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวิชา คณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดทักษะและกระบวนการ สามารถใช้กระบวนการได้หลากหลายกระบวนการ แต่กระบวนการที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เด่นชัดมี 3 กระบวนการ คือ

1. กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด มีขั้นตอนของกระบวนการ ดังนี้
 - 1.1 สังเกต
 - 1.2 จำแนกความต่าง
 - 1.3 หาลักษณะร่วม
 - 1.4 สรุปลักษณะร่วมเป็นความคิดรวบยอด
 - 1.5 ทดสอบและฝึกฝนการนำไปใช้
2. กระบวนการคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนของกระบวนการ ดังนี้

2.1 กระบวนการสร้างทักษะการคิดคำนวณ

2.1.1 ตรวจสอบความคิดรวบยอด

2.1.2 สรุปเป็นกฎ

2.1.3 ฝึกการใช้กฎ

2.1.4 ปรับปรุงแก้ไข

2.2 กระบวนการสร้างทักษะแก้โจทย์ปัญหา มีขั้นตอนของกระบวนการ ดังนี้

2.2.1 วิเคราะห์โจทย์

2.2.2 วางแผนขั้นตอน

2.2.3 ปฏิบัติตามขั้นตอน

2.2.4 ตรวจสอบคำตอบ

3. กระบวนการแก้ปัญหามีขั้นตอนของกระบวนการ ดังนี้

3.1 ทำความเข้าใจปัญหา

3.2 วางแผนแก้ปัญหา

3.3 ดำเนินการตามแผน

3.4 ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ

จากแนวคิดที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการปฏิบัติที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีรูปแบบและขั้นตอนในการดำเนินการ สามารถตรวจสอบได้ โดยที่ผู้เรียนสามารถปฏิบัติหรือแสดงพฤติกรรมได้อย่างเหมาะสม ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถในการแก้ปัญห การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไว้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรม กำหนดสถานการณ์หรือปัญหาเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานด้านทักษะและกระบวนการดังกล่าว ซึ่งประกอบด้วยทักษะและกระบวนการด้านความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหา (Problem solving)

การแก้ปัญหาคือการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาคือทักษะ (Skill) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ (อัมพร ม้าคอง, 2554: 39 อ้างอิง Krulik and Reys, 1980) การแก้ปัญหาคือทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมีรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสารและการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะและความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิดและความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาคือ อย่างไรก็ตาม แม้การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ซับซ้อนและดูยุ่งยาก แต่ก็มิใช่ประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนในหลาย ๆ ด้าน (อัมพร ม้าคอง, 2554) ดังนี้

1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
2. ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง
3. ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีนักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ เช่น

Polya (1957) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาแนวทางที่จะหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา หรือสิ่งที่ยุ่งยากออกไป เป็นการหาวิธีการที่ต้องการความสำเร็จในการแก้ปัญหากับอุปสรรคที่เผชิญเพื่อที่จะให้ได้ข้อสรุปและคำตอบที่มีความชัดเจน

Gagne (1970) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นรูปแบบของการเรียนอย่างหนึ่งที่จะต้องอาศัยหลักการที่มีความสัมพันธ์กันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการเหล่านี้ผนวกรวมกันจนเรียกว่าเป็นความสามารถในการแก้ปัญหา

Krulik and Rudnick (1993) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาคือเป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่มีอยู่ไปใช้ในการประยุกต์กับสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปจากเดิม

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึงวิธีการหาผลลัพธ์ที่ไม่รู้ ซึ่งในการหาผลลัพธ์ นักเรียนต้องเขียนสิ่งที่รู้ และใช้กระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้พัฒนาความเข้าใจใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์อยู่เสมอ การแก้ปัญหาไม่ใช่เป็นเพียงเป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ แต่หลักสำคัญคือการได้ลงมือปฏิบัติด้วย นักเรียนควรมีโอกาสที่จะได้คิดหาวิธี ได้จับต้องสื่อ และแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และครูควรจะให้กำลังใจเพื่อสะท้อนการคิดของนักเรียน

อัมพร ม้าคนอง (2547: 94-95) หมายถึง กระบวนการหรือวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาคือต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลกับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ได้มาซึ่งคำตอบโดยใช้ความรู้ ความสามารถ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้ โดยมีกระบวนการในการดำเนินการอย่างเป็นขั้นตอน

กระบวนการแก้ปัญหา

การสอนการแก้ปัญหาในห้องเรียน โดยทั่วไปมักเริ่มต้นที่ปัญหาที่กำหนดให้และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ และเมื่อเปลี่ยนเป็นปัญหาอื่นที่มีบริบทและวิธีแก้ปัญหาแตกต่างจากปัญหาเดิม ผู้เรียนก็จะได้เรียนรู้วิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไป การเรียนการสอนการแก้ปัญหามักเป็นเช่นนี้ ทำให้ให้ผู้เรียนไม่ได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ และเป็นภาพรวมที่สามารถนำไปใช้กับการแก้ปัญหาใด ๆ ก็ได้ ซึ่งสิ่งนี้สำคัญมาก เนื่องจากปัญหาไม่ว่าในเนื้อหาใดหรือหัวข้อใดก็ตาม มีหลากหลายรูปแบบจนไม่สามารถหาเกณฑ์มาจัดเป็นประเภทที่ชัดเจนได้ เมื่อเป็นเช่นนี้ การสร้างประสบการณ์หรือพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาให้ผู้เรียนจึงต้องให้หลักวิชาเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหของ Polya ซึ่งมีการนำไปใช้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2554: 40) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ของ Polya (1985) ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นนี้เป็นการวิเคราะห์ประเด็นของปัญหาว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร โจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง เริ่มต้นให้นักเรียนอ่านพิจารณาโจทย์ปัญหา และบอกรายละเอียดทั้งหมด ตามความเข้าใจของนักเรียนเอง ขั้นตอนที่ 1 นี้ ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญอย่างมาก เพราะครูต้องทำหน้าที่ตั้งคำถามนำ เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในโจทย์ข้อนั้น ๆ ได้ถูกต้อง

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan) ขั้นนี้เป็นขั้นตอนที่เชื่อมโยงความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการทราบ ครูผู้สอนควรที่จะแสดงบทบาทไปพร้อม ๆ กับนักเรียนร่วมกันวางแผนแก้ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาลากหลายวิธี แต่ถ้าไม่สามารถเชื่อมโยงได้ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหา ดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จัก โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับ โจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใดและรู้จัก ทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ใน โจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้ เหมือนกัน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับ โจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่าน โจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

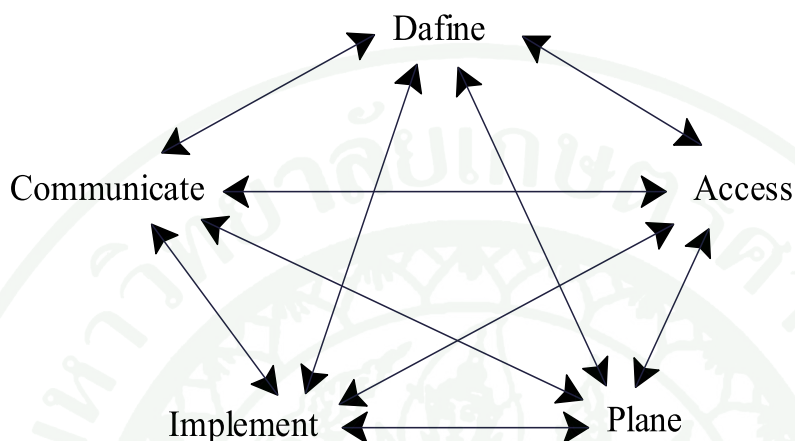
ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ขั้นนี้เป็นการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 และต้องมีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ในการคิดคำนวณ คำตอบ นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการคิดคำนวณ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง การแก้สมการ เป็นต้น

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบย้อนกลับ (Looking back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่น หรือวิธีการคิดเป็นอย่างอื่นได้อีกหรือไม่

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการของ Polya นับเป็นสิ่งที่ทั้งผู้สอนและผู้เรียนคุ้นเคยและใช้มานานมากในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในทางปฏิบัติ การดำเนินการตามกระบวนการนี้มักทำเพียงบางขั้นตอน เนื่องจากมีข้อจำกัดของเวลาและปัจจัยอื่น ๆ ทำให้ต้องยุบรวมบางขั้นตอนเข้าด้วยกัน เช่น รวมขั้นการวางแผนงานและขั้นการดำเนินการตามแผนเข้าด้วยกัน หรือทำบางขั้นตอนให้กระชับขึ้น เช่น ตรวจสอบเพียงความสมเหตุสมผลในขั้นตอนย้อนกลับ ทั้งนี้ เพื่อให้การแก้ปัญหามีความกระชับและรวดเร็วขึ้น และเพื่อไม่ให้ผู้เรียนรู้สึกว่าการแก้ปัญหาคือสิ่งที่ซับซ้อน กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์มาก เนื่องจากช่วยให้ผู้เรียนมีหลักคิด ทำให้ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ DAPIC (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 42 อ้างถึง The Integrated Mathematics, Science, and Technology, 2007) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทางวิทยาศาสตร์เข้าด้วยกัน โดย DAPIC เป็น

ชื่อที่เกิดจากการนำตัวอักษรตัวแรกขององค์ประกอบในกระบวนการแก้ปัญหามาเป็นชื่อเรียกกระบวนการ เพื่อให้สื่อถึงความหมายของกระบวนการและเพื่อให้ง่ายต่อการนำไปใช้งาน รายละเอียดของ DAPIC มีดังนี้



ภาพที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

ที่มา: อัมพร ม้าคอง (2554: 42)

Define	เป็นการทำความเข้าใจปัญหา กำหนดหรือระบุปัญหาที่จะแก้ให้มีความชัดเจน
Access	เป็นการระบุหรือเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
Plane	เป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และวางแผนการดำเนินงาน
Implement	เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับเปลี่ยนให้ดีขึ้น
Communicate	เป็นการนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสาร

กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน ไม่มีการกำหนดว่าต้องเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และไม่จำเป็นต้องทำตามเป็นลำดับขั้นตอนหรือเป็นวงจร ผู้แก้ปัญหาจะพิจารณาตามลักษณะของปัญหาว่าควรเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และจะใช้ องค์ประกอบใดบ้าง ด้วยความยืดหยุ่นดังกล่าว กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC จึงถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระดับมัธยมศึกษา

แนวทางในการพัฒนาความสามารถด้านการแก้ปัญหา

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางที่คล้ายคลึงกันในการพัฒนาความสามารถด้านการแก้ปัญหาให้ผู้เรียน ซึ่งสามารถสรุปเป็น 3 แนวทาง (อัมพร ม้าคอง, 2554: 47 อ้างถึง Baroody, 1993; Kilpatrick, 1989) ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่
2. การสอนให้แก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้
3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผล (Reasoning)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผล” แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือ สำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) การให้เหตุผลมีความสำคัญต่อชีวิตมนุษย์ทุกวัย ในแต่ละวันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับคนอื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การฝึกการใช้เหตุผลจึงเป็นเรื่องจำเป็นที่ผู้เรียนต้องฝึกฝนให้เกิดเป็นทักษะ หรือความชำนาญ

ในการพัฒนาความคิดและความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จากกิจกรรมที่ผสมผสานการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยฝึกการคิดวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งผู้เรียนจะได้แสดงพฤติกรรมการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวិธีการพิสูจน์ สังเกตหาแบบรูป (pattern) ได้ อธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลกัน

The National Council of Teachers of Mathematics (1989) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นการสร้างข้อคาดเดาและการตรวจสอบข้อคาดเดา จากสถานการณ์ที่กำหนด จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นกระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

ลักษณะการให้เหตุผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 39) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ (intuitive reasoning) การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ของเราไม่ได้ เกิดขึ้นมาจากพิจารณาถึงข้อเท็จจริงหรือหลักฐานใด ๆ แต่เกิดจากการที่คนเรานั้นรู้สึก ได้ว่า น่าจะเกิดเหตุการณ์ที่ตัวเองรู้สึก ได้นั้น
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วให้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน (O'Daffer, 1990)

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะ โดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม ลัจพจน์ และทฤษฎีบท การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

เจนสมุท แสงพันธ์ (2550: 10-11) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาปลายเปิดโดยเน้นการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ได้แบ่งประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมอีก 3 ข้อ คือ

1. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะ

2. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิเกี่ยวข้องกับความรู้อวกเชิงปริภูมิของบุคคล โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับการให้เหตุผลเกี่ยวกับคุณสมบัติ และความสัมพันธ์ของรูปสองมิติและรูปทรงสามมิติ

3. การให้เหตุผลเชิงนามธรรม (Abstracting reasoning) การให้เหตุผลเชิงนามธรรมเป็นลักษณะของการให้เหตุผลขั้นสูงที่สามารถอธิบายและให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นนามธรรมได้โดยไม่ต้องอาศัยการอ้างอิงสิ่งที่เป็นรูปธรรม

แนวทางในการพัฒนาความสามารถด้านการให้เหตุผล

การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น ได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผลสอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการ

กรมวิชาการ (2545: 198-199) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะและกระบวนการด้านการให้เหตุผลว่า การให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกในการเรียนเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ได้ โดยเสนอหลักไว้เป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้ว” “ผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่แตกต่างกันได้

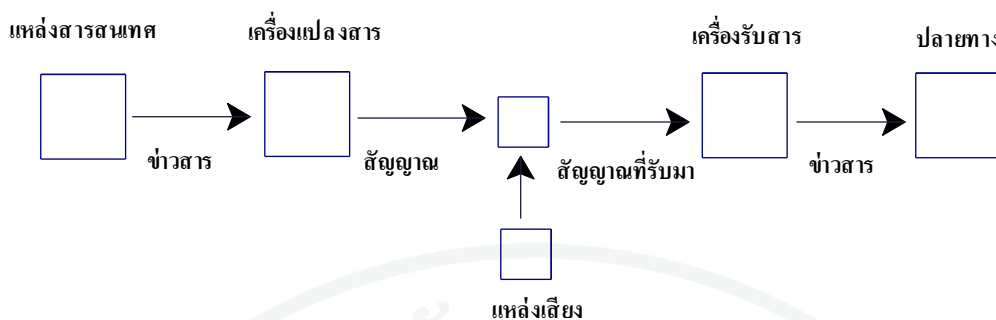
ดังนั้นการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรส่งเสริมให้โอกาสผู้เรียนได้พบ โจทย์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิด กระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระ และครูควรสรุปและเสนอแนะเหตุผลของผู้เรียน

ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ (Communication, Communications and presentations of mathematical concepts)

ทักษะและกระบวนการด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การสื่อสารเป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดูและการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช้สื่อหรือใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์หรือสิ่งตีพิมพ์ และอินเทอร์เน็ต การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตมีเนื้อหาที่ต้องฝึกการวิเคราะห์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ ผู้เรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมาย แล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น

อัมพร ม้าคนอง (2554) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นการสื่อความหมายระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสารให้มีความเข้าใจตรงกัน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Communications) จึงเป็นการสื่อสารและสื่อความหมายที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร ซึ่งมีความสำคัญและมีการกล่าวถึงมานานแล้ว ดังจะเห็นได้จากผลงานที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับการสื่อสารของนักวิชาการบางท่าน เช่น โมเดลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการสื่อสารของแชนนอน (Shannon's model of communications) ซึ่งเผยแพร่ในปี ค.ศ. 1949 และโมเดลดังกล่าวได้ถูกกล่าวถึงและนำมาใช้ในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ตลอดมา ลักษณะการสื่อสารตามโมเดลทางคณิตศาสตร์ของแชนนอนมีรายละเอียด ดังนี้



ภาพที่ 2 โมเดลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการสื่อสารของ Shannon

ที่มา: อัมพร ม้าคนอง (2554: 56)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้กล่าวถึงความหมายของการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไว้ ดังนี้

การสื่อสาร เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารของผู้ส่งสาร ไปยังผู้รับสาร โดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสารต่างๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช้สื่อ หรือใช้สื่อต่างๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ วารสารหรือสิ่งตีพิมพ์ต่างๆ และอินเทอร์เน็ต

การฟัง เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสารฟังแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการของผู้ส่ง ที่นำเสนอในรูปของคำพูดหรือภาษาพูด การฟังที่ดี ผู้ฟังจะต้องมีเจตนาที่จะรับฟังแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่ฟัง และถ้าเกิดข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจอย่าด่วนซักถามหรือคัดค้านพยายามให้โอกาสผู้พูดได้ขยายความ แล้วจึงถามอย่างสุ่ม เป็นลำดับขั้นและอย่าแสดงอารมณ์

การพูด เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสาร อธิบายแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการออกมาเป็นคำพูดหรือภาษาพูด ในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ผู้รับสารได้รับรู้หรือเข้าใจได้ชัดเจน การพูดอาจเป็นการพูดระหว่างบุคคลหรือการพูดในที่สาธารณะก็ได้ การพูดที่ดีผู้พูดจะต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาของข่าวสาร และรูปแบบของการพูดที่ถูกต้องและชัดเจน ตลอดจนมีระดับความดังของเสียง ความสูงต่ำของเสียง อัตราเร็วช้าในการพูด การหยุดระยะหรือเว้นช่วงหายใจที่เหมาะสม ไม่ควรพูดข่มผู้ฟังหรือใช้สรรพนามที่ไม่เหมาะสมระหว่างกันและกัน

การอ่าน เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสาร ศึกษาหรือพิจารณา แนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการ ของผู้ส่งสารที่นำเสนอในรูปแบบของลายลักษณ์อักษรหรือภาษาเขียน การอ่านที่ดี ผู้อ่านจะต้องมีเจตนาที่จะอ่านแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่อ่าน และถ้าเกิดข้อสงสัย หรือไม่เข้าใจผู้อ่านควรไปตามจากผู้รู้จนหายสงสัยหรือเข้าใจดีขึ้น

การดู เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสารเห็นแนวคิด ความคิดเห็น หรือ กระบวนการของผู้ส่งสารที่นำเสนอในรูปแบบของกริยา ท่าทาง อากาารต่างๆ การดูที่ดีผู้ดูจะต้องให้ความสนใจ มีเจตนาที่จะดูแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่เห็น

การแสดงท่าทาง เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสารแสดงแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการ ออกมาเป็นกริยา ท่าทาง อากาารต่างๆ เพื่อให้ผู้รับสาร ได้รับรู้หรือพิจารณาความ ถูกต้อง การแสดงท่าทางอาจเป็นผลงานของบุคคลเพียงคนเดียวหรือผลงานของกลุ่มบุคคลก็ได้ การแสดงท่าทางที่ดีผู้แสดงจะต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาของข่าวสารและรูปแบบของการแสดงท่าทางที่ ถูกต้อง ชัดเจน และเป็นลำดับขั้น

สิริพร ทิพย์คง (2545: 100) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การ สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งอาจแนะนำเสนอข้อมูลในรูปแบบแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง ตาราง กราฟ

วัชร ชันเชื้อ (2545: 49) ได้กล่าวถึงอุปสรรค หรือปัญหาที่จะมาขัดขวางการสื่อสารไม่ให้ เกิดประสิทธิภาพ ซึ่งมีหลายประการด้วยกัน ซึ่งอุปสรรคแต่ละอย่างล้วนแล้วมาจากองค์ประกอบ ของการสื่อสารทั้งนั้น ดังนั้นเมื่อเรามีความต้องการที่จะให้การสื่อสารของเรา เป็น ไปด้วยดีในทุก ส่วนของกระบวนการ การสื่อสารต้องมีการร่วมมือและมีการเตรียมการเป็นอย่างดี

แนวทางในการพัฒนาความสามารถด้านการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และ การนำเสนอ

ขั้นตอนในการดำเนินการเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์และการนำเสนอ เริ่มจากการกำหนดปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียน

ความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปของสมการหรือสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตัวเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางการสื่อความหมาย และการนำเสนอ การฝึกทักษะกระบวนการควรทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนี้ จะมีวิธีแก้ไขปัญหาได้อย่างไร เขียนรูปภาพแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารความหมาย

Shield and Swinson (1996) ได้เสนอแนวคิดในการใช้เอกสารเชื่อมโยง (Link sheet) เป็นเครื่องมือในการฝึกการสื่อสาร โดยให้ผู้เรียนอธิบายสิ่งที่ตนเข้าใจออกมาในรูปของการเขียน เพื่อสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจ เอกสารดังกล่าว นอกจากจะใช้ฝึกทักษะการสื่อสารแล้ว ยังอาจใช้เพื่อฝึกทักษะการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้ด้วย เนื่องจากมีส่วนหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนยกตัวอย่างในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน

House (1996) ได้นำเสนอกิจกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในหลายรูปแบบ เช่น การเขียนข่าวในหนังสือพิมพ์ ซึ่งอาจเป็นข่าวที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เช่น ข่าวธุรกิจและเศรษฐกิจ ข่าวการท่องเที่ยว ข่าวกีฬา การทำจดหมายข่าว (Newsletters) ของชั้นเรียนเป็นรายหนึ่งหรือสองเดือน การเขียนโฆษณา (Advertising campaigns) และการแต่งเพลงที่มีเนื้อร้องเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ กิจกรรมเหล่านี้ เป็นสิ่งที่ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนทำได้ทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งนอกจากจะเป็นการฝึกทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยตรงแล้ว ในกระบวนการทำงานผู้เรียนอาจได้พัฒนาทักษะอื่นด้วย เช่น ทักษะการเชื่อมโยงและการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

Rowan and Morrow (1993: 9-11) ได้เสนอแนะแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ดังนี้

1. การใช้สื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบเห็น
2. การใช้ความสนใจ และความสัมพันธ์ของหัวข้อทางการเรียน เช่น การสำรวจ โครงการ และงานที่เกี่ยวข้องกับความสนใจของนักเรียนซึ่งเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง และกิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปอย่าง สมบูรณ์
3. การใช้คำถามปลายเปิด เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนอง ออกมา คำถามปลายเปิดจะเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่าง สร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามกับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย
4. การเขียนสื่อสารแนวความคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกฝน เพื่อให้ นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนที่มีความสำคัญต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้อง เข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนเป็น นั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน
5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำ โต๊ะของตนเองไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกัน ใน การเรียนรู้เป็น โอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกัน ในกลุ่มและเป็นการส่งเสริม การสื่อสารโดยตรง
6. การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การ บริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการ เรียนรู้เพื่อที่นักเรียนจะแสดงแนวคิดเหล่านี้ได้อย่างไม่ต้องกังวล

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

การเชื่อมโยง (Connections)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้กับทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

กรมวิชาการ (2545) กล่าวถึงลักษณะพฤติกรรมที่แสดงว่านักเรียนมีทักษะและกระบวนการการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันอยู่ 3 ลักษณะ คือ การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ กับคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงวิชาอื่นกับคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงระหว่างชีวิตประจำวันกับคณิตศาสตร์

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้ให้ความหมายการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกัน ให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กันให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิตและตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำการเรียนของนักเรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันเป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

แนวทางในการพัฒนาความสามารถด้านการเชื่อมโยง

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคอง,

2554: 60 อ้างถึง Dossey, *et al.*, 2002) การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระ องค์ความรู้หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องเส้นจำนวน ระบบพิกัดฉาก คู่ลำดับ กราฟ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ กับนาโนเทคโนโลยี และการแบ่งตัวของแบคทีเรีย
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสอธิบายว่าการเดินทางลัดเป็นการเดินในระยะที่สั้นกว่าการเดินทางปกติ

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้กล่าวว่า ครูจำเป็นต้องเริ่มการบูรณาการแต่ละปัญหาเพราะวัตถุประสงค์ของการสอนโดยส่วนมาก มุ่งเน้นที่ขอบเขตของเนื้อหา มีการจัดหลักสูตรแยกออกจากกัน เช่น เรขาคณิต พีชคณิต และสถิติ ครูต้องพัฒนาความรู้ความชำนาญในการทำการเชื่อมโยงทางวิชาคณิตศาสตร์ และช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถของพวกเขา และสิ่งหนึ่งที่เป็นส่วนประกอบสำคัญ ในการให้ความช่วยเหลือนักเรียนทำการเชื่อมโยง คือ การสร้างบรรยากาศของชั้นเรียนให้มีการเข้าถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถใช้วิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ และถ้านักเรียนทำผิด ไม่ควรบอกว่าผิดแล้วปล่อยให้มันผ่านไป ครูควรจะช่วยให้นักเรียนได้พบแก่น (ข้อเท็จจริง) ของแนวคิดที่ถูกต้อง ซึ่งบางทีอาจจะนำไปสู่วิธีการใหม่ ๆ และเกิดการเชื่อมโยงขึ้น นักเรียนได้รับการส่งเสริมให้พิจารณาและเปรียบเทียบวิธีการของตนเองกับกลุ่มอื่น แสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น

2. เชื่อมโยงสถานการณ์อื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดคล้องในการเรียนอยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการเชื่อมโยงความรู้ เนื้อหาสาระ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือการนำมาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนด ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้เท่านั้นเพราะคำตอบอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

ประวัติความเป็นมาของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้รับการพัฒนามาจากส่วนหนึ่งของโครงการพัฒนาเรขาคณิตที่มองเห็นได้ (Visual Geometry Project) ของมูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1987 นิโคลัส แจคคิวิ (Nicholas Jackiw) ร่วมกับโครงการพัฒนาเรขาคณิตที่มองเห็นได้ ดำเนินการพัฒนาโปรแกรม GSP นี้จนสามารถนำมาใช้กับเครื่องแมคอินทอช (Macintosh) ได้สำเร็จ ในปี ค.ศ. 1990 นิโคลัสเข้ามาทำงานร่วมกับสำนักพิมพ์ คีย์ เคอร์ริคูลัม (Key Curriculum) และได้ผลิตซอฟต์แวร์ตัวแรกขึ้น เป็นรุ่นเบต้า (Beta Version) การเปิดตัวของโปรแกรม GSP ทำให้เกิดการพัฒนารวดเร็ว ในปี ค.ศ. 1991 โปรแกรม GSP นี้ เริ่มใช้กันอย่างแพร่หลายมากขึ้นในหมู่ครู อาจารย์ และนักเรียนที่สนใจ ในปี ค.ศ. 1993 โปรแกรม GSP ได้มีการปรับปรุงรูปแบบการทำงานอีกครั้ง จนสามารถนำมาใช้กับระบบปฏิบัติการวินโดวส์ (Window) ได้เป็นผลสำเร็จ โปรแกรม GSP มีรุ่นสาธิต (Demo Version) ซึ่งสามารถดาวน์โหลด (Download) ได้ทางอินเทอร์เน็ต สำหรับผู้ที่สนใจใช้ในการศึกษา โดยโปรแกรม GSP รุ่นสาธิตมีประสิทธิภาพในการปฏิบัติงานใกล้เคียงกับโปรแกรม GSP รุ่นเต็ม (Full Version) เพียงไม่มีคู่มือประกอบการใช้งาน และไม่สามารถบันทึกเก็บไว้ได้เท่านั้น โปรแกรม GSP ถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้สำหรับการเรียนในระดับมัธยมศึกษา และในปัจจุบันโปรแกรมนี้ก็ใช้กันอย่างแพร่หลายในนักเรียนระดับมัธยมศึกษาของสหรัฐอเมริกา (Key Curriculum Press, 1997)

จุดเด่นของโปรแกรม GSP เป็น โปรแกรมที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาทักษะการนึกภาพ (Visualization) ซึ่งจะเปลี่ยนวิชาคณิตศาสตร์จากรูปธรรมให้กลายเป็นนามธรรม ทำให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น นอกจากนี้โปรแกรม GSP ยังสามารถนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายเนื้อหา เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส ซึ่งวิชาดังกล่าวข้างต้น ต้องอาศัยการนึกภาพเข้ามาช่วยในการเรียนรู้โปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) และเป็นการเรียน โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (Learner-Centered Learning) โปรแกรม GSP เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นอกจากนี้การใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญาอัน ได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้าน

ศิลปะ ด้วยเหตุผลดังกล่าว โปรแกรม GSP จึงได้รับรางวัลยอดเยี่ยมหลายรางวัล เช่น Best Educational Software of All Time จาก Stevens Institute of Technology Survey of Mentor Teachers และ Most Valuable Software for Students จาก National Survey of Mathematics Teachers, USA. โปรแกรม GSP มีใช้อย่างแพร่หลายกว่า 50 ประเทศทั่วโลกอีกทั้งบรรจุอยู่ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับต่างๆ ถึง 10 ประเทศ เช่น สิงคโปร์ มาเลเซีย ญี่ปุ่น จีน อังกฤษ อเมริกา เป็นต้น นอกจากนี้ได้มีการแปลซอฟต์แวร์โปรแกรม GSP เป็นภาษาต่างๆ ถึง 14 ภาษา ได้แก่ ฝรั่งเศส สเปน เดนมาร์ก เกาหลี ญี่ปุ่น รัสเซีย นอร์เวย์ ฟินแลนด์ อารัมเบก เซกโก เปรู เยอรมัน จีน และอังกฤษ สำหรับในวงการการศึกษาไทย ได้ลงนามในพิธีรองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์โปรแกรม GSP เวอร์ชัน 4.06 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เมื่อปี พ.ศ. 2547 (นารี วงศ์สิโรจน์กุล, 2549)

ทั้งนี้ก่อนที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จะตัดสินใจลงนามรองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ GSP นั้น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้นำร่องทดลองนำโปรแกรม GSP มาใช้ในโรงเรียนและสถาบันการศึกษาอื่นๆ ที่เป็นเครือข่ายของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีจำนวน 30 แห่งก่อน ตั้งแต่ปีการศึกษา พ.ศ. 2546 จากการติดตามผลการใช้งานในวิชาคณิตศาสตร์พบว่าเมื่อเทียบกับซอฟต์แวร์อื่น ๆ ประเภทเดียวกันแล้ว โปรแกรมนี้สามารถใช้ได้ดี และรองรับมาตรฐานในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ทุกช่วงชั้น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีจึงมั่นใจในการส่งเสริมให้สถานศึกษาทั่วประเทศใช้โปรแกรม GSP เพื่อก้าวสู่มิติใหม่ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างสนุก เข้าใจง่าย และเป็นรูปธรรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548: 1- 2) ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีที่ช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้และเรียนรู้อย่างมีความหมาย จึงได้พิจารณาโปรแกรมต่าง ๆ และเห็นว่าโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนัก และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรพัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการเงินธนาคาร เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีจึงซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรม GSP จากบริษัท Key Curriculum Press

และแปลเป็นภาษาไทยเพื่อให้ครูสามารถใช้โปรแกรมในการสอน และนักเรียนสามารถใช้ในการเรียนรู้ได้ง่ายและสะดวก

การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) กับคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548: 2- 4) กล่าวว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมที่เหมาะสมกับการนำมาใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาจนถึงระดับมหาวิทยาลัยนั้น สำนักพิมพ์ Key Curriculum Press (2009) ได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า โปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือที่นักเรียนสามารถใช้กับเนื้อหาเรขาคณิตแบบ Euclidean หรือ Non-Euclidean พีชคณิต แคลคูลัสและตรีโกณมิติ ในการเรียนรู้บทสนทนาทางเรขาคณิตนั้น โปรแกรม GSP สามารถช่วยในการสร้างรูปเรขาคณิตต่าง ๆ ทำให้นักเรียนได้เกิดการสำรวจ และทำความเข้าใจในเนื้อหาเรขาคณิตได้ง่ายขึ้นกว่าการสอนแบบเดิม โปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือที่ช่วยกระตุ้นให้เกิดกระบวนการค้นพบ โดยนักเรียนจะเห็นภาพในตอนแรกแล้วทำการวิเคราะห์ปัญหา หลังจากนั้นนักเรียนจะตั้งข้อคาดเดาก่อนที่จะทำการพิสูจน์ในเรื่องนั้น ๆ กระบวนการเรียนรู้จากโปรแกรม GSP จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาพื้นฐานของตนเองในเชิงรูปธรรมก่อนแล้วค่อย ๆ พัฒนาการเรียนรู้ไปสู่ระดับที่สูงขึ้น ผู้ใช้จะสามารถสร้างรูปเรขาคณิต วัดความยาวของส่วนของเส้นตรง ส่วนโค้ง มุม และพื้นที่ได้รวดเร็วและถูกต้อง ทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนสร้างรูปสองมิติและสามมิติบนหน้าจอ แล้วทำกิจกรรมสำรวจการยืด หด เลื่อนรูปในมุมมองต่าง ๆ เพื่อเรียนรู้บทสนทนาทางเรขาคณิตได้รวดเร็ว นำไปสู่การค้นหาค้นคว้าต่าง ๆ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น ดึงดูดความสนใจ เกิดจินตนาการในการค้นคว้าหาเหตุผลและเพิ่มพูนความรู้ ซึ่งการเรียนรู้เรขาคณิตในลักษณะดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนมองเห็นสิ่งต่าง ๆ รอบตัวได้อย่างมีความหมายมากขึ้น การใช้โปรแกรม GSP จะช่วยให้สร้างรูปได้รวดเร็ว ทำให้การแก้ปัญหาในเรื่องที่ยากและซับซ้อนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและประหยัดเวลาในการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังใช้งานง่าย ใช้เวลาน้อยในการศึกษาวิธีการใช้งาน ผู้สอนสามารถทำเป็นสคริปต์ใช้ในการสาธิตหรือสรุปให้ผู้เรียนศึกษาตามเพื่อทบทวนเนื้อหาได้

โปรแกรม GSP เป็นซอฟต์แวร์ที่ใช้สำหรับสร้าง สำรวจ และวิเคราะห์สิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาเรขาคณิตศาสตร์ที่มีปฏิสัมพันธ์ได้หลากหลาย ตั้งแต่การค้นหาค้นหาในระดับพื้นฐานซึ่งเกี่ยวกับรูปร่างและจำนวน ไปจนถึงภาพวาดขั้นสูงที่มีความซับซ้อนและเป็นระบบซอฟต์แวร์ทางคอมพิวเตอร์ที่มีคุณค่าสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2548ก)

หนังสือเรขาคณิตมักจะเต็มไปด้วย ทฤษฎีบท สังพจน์ บทแทรก บทตั้ง และบทนิยาม ซึ่งมีหลายอย่างที่ยากแก่การเข้าใจ ถึงแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้งนัก วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยาก ๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้โปรแกรม GSP สร้างแบบจำลองต่าง ๆ ทำให้นักเรียนสามารถสำรวจ สร้างข้อความคาดการณ์ และตรวจสอบได้อย่างเต็มที่หลายครั้งเท่าที่ต้องการ โดยการใช้ระยะเวลาอันสั้น พร้อมทั้งสามารถสร้างรูปเหล่านั้น และสำรวจให้เหตุผลแบบอุปนัย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2548ข)

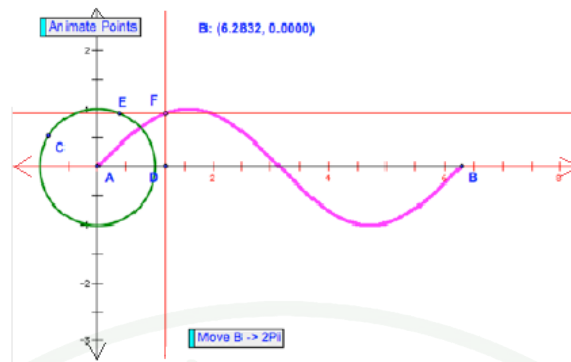
นารี วงศ์โรจน์กุล (2549) กล่าวว่า เราสามารถใช้ โปรแกรม GSP สร้างรูปเรขาคณิตจำนวนมากเพื่อพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ ทั้งยังทบทวนได้ง่ายและบ่อยขึ้น การสอนด้วยโปรแกรม GSP จะทำให้นักเรียนเรียนได้สนุก เข้าใจได้เร็ว น่าตื่นเต้น นอกจากนี้การใช้โปรแกรม GSP สร้างสื่อการสอนและใบงานยังทำได้รวดเร็ว สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (animation) มาใช้อธิบายเนื้อหาที่ยาก ๆ เช่น ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ พิสูจน์ให้เป็นรูปธรรม และโปรแกรมยังเน้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเองได้

Key Curriculum Press (2009) ได้ยกตัวอย่าง ความสามารถของโปรแกรม GSP กับวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ตรีโกณมิติ (Trigonometry)

ในตรีโกณมิติ เราสามารถใช้โปรแกรม GSP ในการสำรวจและคำนวณหาค่าต่าง ๆ ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

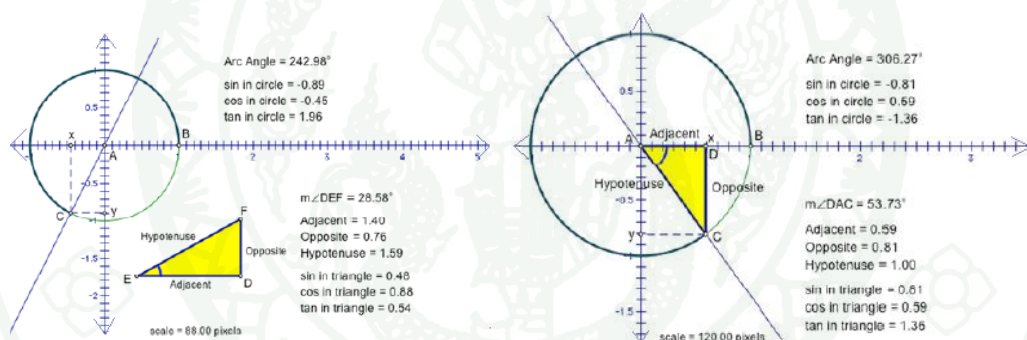
การสำรวจคลื่นไซน์โดยการลากจุดต่างๆที่สร้างเอาไว้ เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมหนึ่งหน่วย เส้นรอบวงและร่องรอยของคลื่นไซน์



ภาพที่ 3 คลื่นไซน์ที่เกิดจากการลากจุด E บนวงกลม

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

เรื่องวงกลมหนึ่งหน่วยและรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนสามารถสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างบทนิยามวงกลมหนึ่งหน่วยของฟังก์ชันตรีโกณมิติและค่าจำกัดความของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เกิดได้



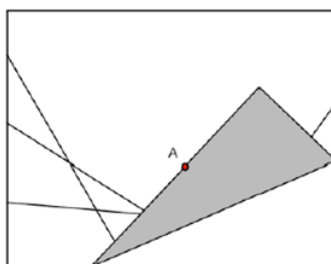
ภาพที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างวงกลมหนึ่งหน่วยกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

2. ภาคตัดกรวย (Conic Section)

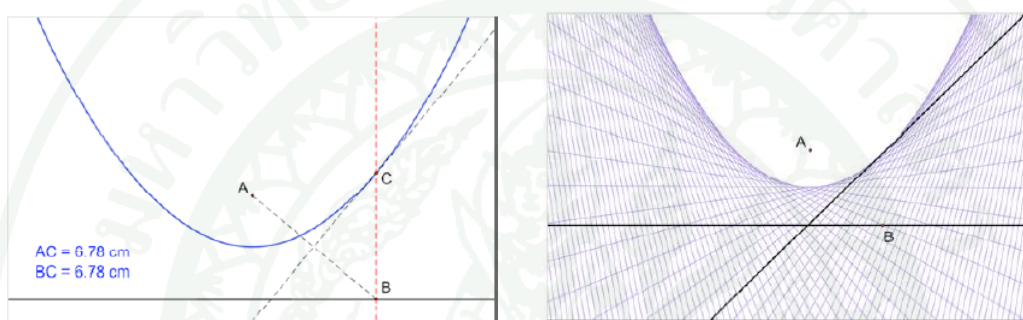
ในเรื่องนี้โปรแกรม GSP สามารถพิสูจน์สูตรต่าง ๆ ของรูปกราฟและสามารถสำรวจเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่เกิดขึ้นกับกราฟได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

การสอนเรื่องพาราโบลาโดยให้นักเรียนสังเกตจากรอยพับกระดาษที่เป็นเส้นโค้งเปรียบเทียบกับกราฟพาราโบลาของนักเรียนกับเพื่อน ๆ เพื่อดูว่ารูปร่างขึ้นอยู่กับตำแหน่งของโฟกัสและไดเรกทริกซ์ จากนั้นนักเรียนทำการสร้างกราฟด้วยโปรแกรม GSP และสำรวจการเปลี่ยนแปลงของรูปร่างเมื่อมีการย้ายโฟกัสหรือไดเรกทริกซ์



ภาพที่ 5 รอยพับของกระดาษที่ทำให้เกิดรูปพาราโบลา

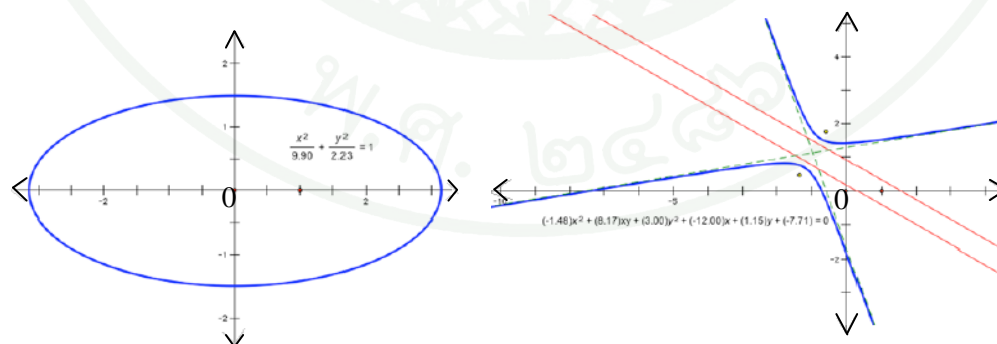
ที่มา: Key Curriculum Press (2009)



ภาพที่ 6 การสร้างกราฟพาราโบลาด้วยโปรแกรม GSP

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

นักเรียนสามารถเปลี่ยนพารามิเตอร์ของสมการต่าง ๆ ในเรื่องภาคตัดกรวย เช่น วงกลม วงรี พาราโบลา ไฮเพอร์โบลาของรูปกรวยจากตำแหน่งมาตรฐานได้ พร้อมทั้งสำรวจและสังเกตการเปลี่ยนแปลงของกราฟ



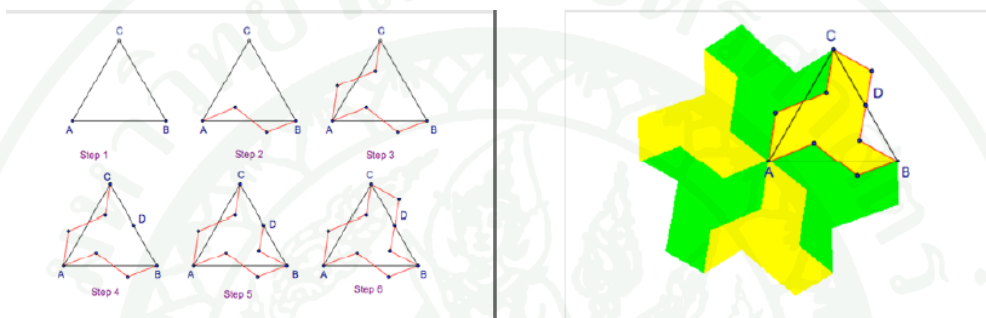
ภาพที่ 7 กราฟที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ในสมการต่าง ๆ ในเรื่องภาคตัดกรวย

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

3. เรขาคณิต (Geometry)

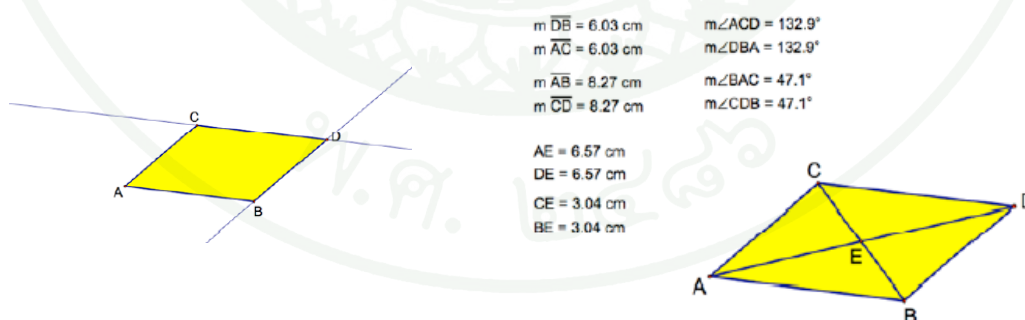
ในโปรแกรม GSP สามารถใช้เครื่องมือที่กำหนดมาให้สร้างรูปเรขาคณิตต่าง ๆ หรือนำการแปลงมาประยุกต์กับการสร้างเรขาคณิตเป็นทฤษฎีบทที่สวยงาม นอกจากนี้สามารถวัดหาปริมาณต่าง ๆ ของรูปเรขาคณิตได้ เช่น ความยาวเส้นรอบรูป พื้นที่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

นักเรียนสร้างกระเบื้องรูปหลายเหลี่ยมที่แตกต่างกันจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าโดยอาศัยความรู้เรื่องการหมุนและทฤษฎีบท



ภาพที่ 8 ขั้นตอนการสร้างทฤษฎีบทจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน วัดความยาวด้านและมุม และสังเกตความสัมพันธ์ของด้านตรงข้าม มุมตรงข้าม

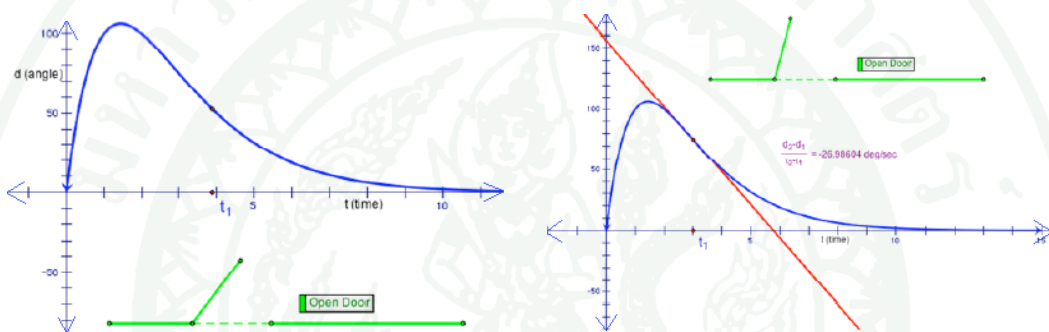


ภาพที่ 9 ค่าความยาวด้านและมุมที่วัดได้จากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่สร้างขึ้น
ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

4. แคลคูลัส (Calculus)

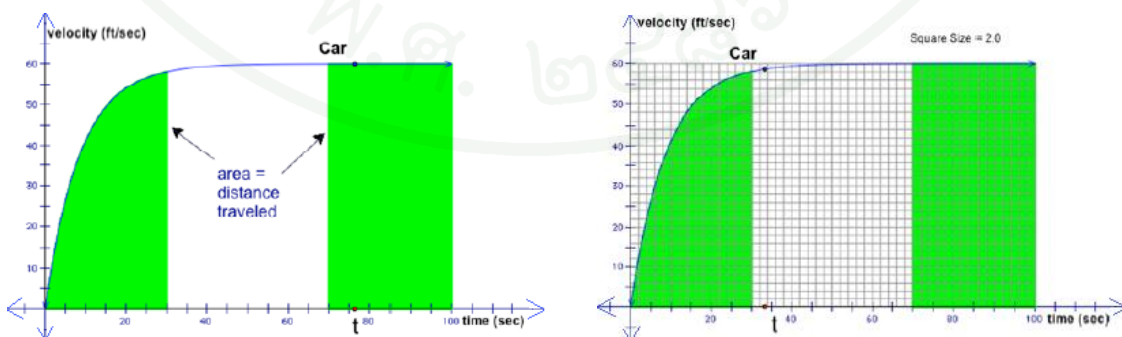
ในโปรแกรม GSP สามารถคำนวณหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะห่างระหว่างจุดสองจุดในกราฟ (ความชันของเส้นตรง) ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการหาอนุพันธ์ ทำนายรูปร่างของกราฟอนุพันธ์จากรูปร่างของกราฟฟังก์ชัน เรียนรู้พื้นฐานของปริพันธ์หรือทฤษฎีของเทเลอร์ได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงและอนุพันธ์โดยการตรวจสอบอัตราการเปลี่ยนแปลงของมุมในการปิดของประตู โดยสังเกตกราฟที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของมุม



ภาพที่ 10 กราฟที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของมุมในการปิดของประตู
ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

นักเรียนสำรวจแนวคิดของวิธีการหาปริพันธ์ โดยใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วและเวลาที่รถวิ่ง ด้วยการหาพื้นที่ใต้กราฟ และนักเรียนยังสามารถทำตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เล็กลงได้เพื่อให้การประมาณค่าระยะทางถูกต้องยิ่งขึ้น

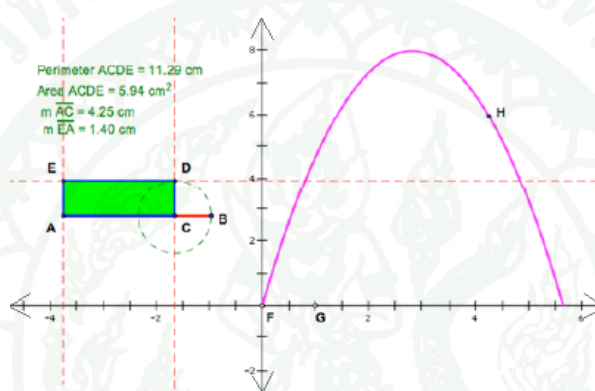


ภาพที่ 11 บริเวณพื้นที่ใต้กราฟแสดงระยะทางที่รถวิ่ง
ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

5. พีชคณิต (Algebra)

ในโปรแกรม GSP นักเรียนสามารถเรียนรู้เกี่ยวกับการคูณพหุนาม การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากกิจกรรมที่สร้างขึ้นด้วยโปรแกรม GSP นอกจากนี้โปรแกรม GSP ช่วยส่งเสริมความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันและกราฟด้วยฟังก์ชันกราฟ สามารถใช้ตารางกราฟแก้ปัญหที่เกิดขึ้นจริง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

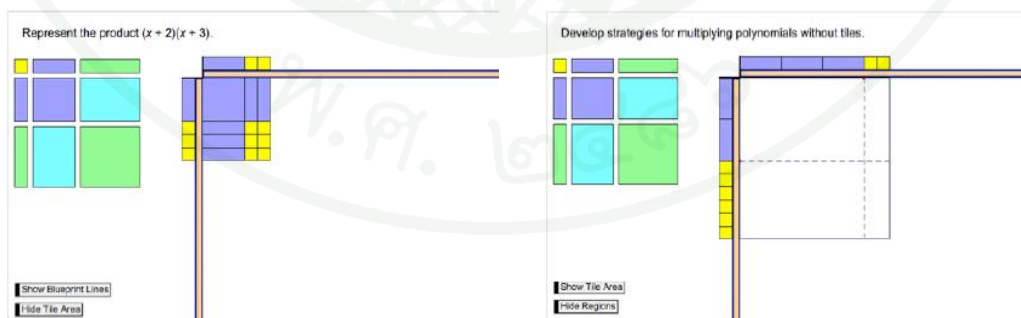
ตัวอย่างสื่อ การหาพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสี่เหลี่ยม



ภาพที่ 12 กราฟที่เกิดจากพื้นที่ที่เปลี่ยนแปลงไปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

ตัวอย่างสื่อ ผลคูณของพหุนาม



ภาพที่ 13 พื้นที่ที่เกิดจากผลคูณของพหุนาม

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

ตัวอย่างสื่อ การแก้สมการ

Keep the two sides balanced. How much does x weigh?

Equation $-x + 4 = 2x - 2$

Step 1 $+x$

Step 2 $+2$

Step 3 $6 = 3x$

$2 = x$

ภาพที่ 14 ตาชั่งสองแขนใช้สอนเรื่องการแก้สมการ

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

6. สถิติ (Statistics)

ในโปรแกรม GSP นักเรียนสามารถเรียนรู้ค่าสถิติต่าง ๆ โดยอาศัยฟังก์ชันกราฟ และฟังก์ชันการคำนวณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างสื่อ การกระจายของข้อมูลและค่าเฉลี่ย

เรื่องการกระจายข้อมูลและค่าเฉลี่ยของข้อมูล นักเรียนสามารถลากจุดที่แสดงจำนวนของข้อมูลที่อยู่บนเส้นจำนวนและสังเกตการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย

Keep the two sides balanced. How much does x weigh?

Equation $-x + 4 = 2x - 2$

Step 1 $+x$

Step 2 $+2$

Step 3 $6 = 3x$

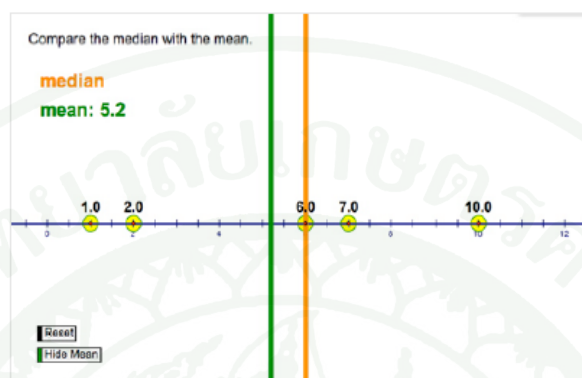
$2 = x$

ภาพที่ 15 การกระจายข้อมูลและค่าเฉลี่ยบนเส้นจำนวน

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

ตัวอย่างสื่อ คำนวณฐาน

เรื่องคำนวณฐาน นักเรียนสามารถสำรวจคำนวณฐานและค่าเฉลี่ย เมื่อข้อมูลมีการกระจายในลักษณะต่าง ๆ หรือเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจำนวนข้อมูล และสามารถหาคำนวณฐานได้



ภาพที่ 16 คำนวณฐานและค่าเฉลี่ยเมื่อมีการกระจายของข้อมูล

ที่มา: Key Curriculum Press (2009)

จากความสามารถของโปรแกรม GSP ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า โปรแกรม GSP มีความสามารถในการนำเสนอภาพเคลื่อนไหว นำมาใช้ในการอธิบายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ สามารถสร้างรูปเรขาคณิต สามารถเลื่อน หมุน ยืด หด พลิกได้ สามารถวัดขนาดของมุมและเส้นตรง แสดงการหาระยะห่างของวัตถุที่สร้างขึ้น คำนวณหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ สร้างกราฟจากสมการต่าง ๆ ทำให้โปรแกรม GSP สะดวกต่อการใช้งาน ผู้เรียนสามารถทำความเข้าใจเรื่องที่กำลังศึกษาได้อย่างถูกต้อง รวดเร็ว และสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยการลงมือปฏิบัติ เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การวัดผลและประเมินผล

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการวัดผลและประเมินผลดังต่อไปนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 244) ได้ให้ความหมายของการวัดผลและการประเมินผลไว้ว่า

การวัดผล หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบเพื่อต้องการทราบคุณภาพ จำนวน หรือปริมาณ ในสิ่งที่ต้องการวัดนั้น

การประเมินผล หมายถึง การนำผลจากการวัดมาสรุปหรือตีค่า การประเมินผลนั้นจะต้องอาศัยการวัดผล

นอกจากนี้ สิริพร ทิพย์คง (2545: 187) ได้กล่าวว่า “การวัดผล หมายถึง การตรวจสอบหรือค้นหาสิ่งที่คุณผู้สอนต้องการตรวจสอบนั้นว่ามีปริมาณและคุณภาพมากน้อยเพียงใด และการประเมินผล หมายถึง การนำผลจากการวัดต่าง ๆ มาประมวลชี้ขาดในขั้นสรุปหรือขั้นของการตัดสินใจ”

จากความหมายของการวัดผลและประเมินผลข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดผล หมายถึง การใช้เครื่องมือตรวจสอบหรือค้นหาว่าสิ่งที่ต้องการตรวจสอบนั้นมีปริมาณและคุณภาพมากน้อยเพียงใด และการประเมินผล หมายถึง การนำผลการวัดมาสรุปหรือตีค่า โดยมีการตรวจสอบตัดสินค่าที่ได้จากการวัดต่าง ๆ มาประมวลชี้ขาดในขั้นสรุปหรือขั้นของการตัดสินใจ

สิริพร ทิพย์คง (2545: 187-188) ได้กล่าวถึงวัตถุประสงค์และหลักของการวัดผลและประเมินผลไว้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวัดผลและประเมินผล

1. เพื่อบ่งชี้ว่านักเรียนมีทักษะและความรู้ที่สำคัญเพียงพอหรือไม่
2. เพื่อบ่งชี้ระดับสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคน

3. เพื่อพิจารณาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียน โดยสังเกตจากผลการเรียนของนักเรียนที่แสดงออกมา

4. เพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

หลักของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

1. เน้นการนำผลการประเมินมาใช้เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนมากกว่าการตัดสินสอบได้ สอบตกของนักเรียน

2. คำนึงถึงพื้นฐานความรู้ ประสบการณ์และลักษณะของนักเรียนในระดับชั้นที่เรียนอยู่

3. จัดดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน ดำเนินการอย่างมีระบบและผสมผสานกับการเรียนการสอน

4. ประเมินนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์และสังคม

5. บอกแนวทางการประเมินและเกณฑ์ในการตัดสิน ตลอดจนแนวทางในการปฏิบัติของนักเรียน ให้นักเรียนทราบล่วงหน้า

6. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดผลและประเมินผล

จุดมุ่งหมายของการวัดผลและประเมินผล

อนันต์ จันทร์ทวี (2537: 242-243) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการวัดผลและประเมินผล จำแนกตามจุดประสงค์ของการนำไปใช้ ดังนี้

1. เพื่อจัดประเภทโดยเปรียบเทียบผลการวัดของแต่ละบุคคลกับบุคคลอื่น ๆ ว่าสูงกว่า ต่ำกว่า มากน้อยเพียงใด

2. เพื่อวินิจฉัยว่าสถานภาพของผู้เรียนใครเด่น ด้อยในส่วนใด เพื่อหาทางช่วยเหลือ

3. เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนว่าได้พัฒนาขึ้นมากน้อยเพียงใด
4. เพื่อพยากรณ์ โดยการใช้การวัดเป็นตัวแปรในการทำนายความสำเร็จในอนาคต
5. เพื่อประเมินค่า โดยการใช้การวัดไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์แล้วตัดสินให้เห็นว่า ดี-ไม่ดี ผ่าน-ไม่ผ่าน

ชานนท์ จันทรา (2555: 43-49) กล่าวถึง ความสามารถของผู้เรียนที่ต้องประเมินในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 3 ด้าน คือ

1. ความสามารถด้านความรู้

ความสามารถของผู้เรียนในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นความสามารถที่ผู้เรียนได้สะท้อนว่ามีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระ ไม่ว่าจะเป็นคำศัพท์ ข้อเท็จจริง ความคิดรวบยอด บทนิยาม ทฤษฎีบท หลักการ ลำดับขั้นตอน กฎ สูตร โดยการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในด้านนี้ สามารถแสดงออกด้วยพฤติกรรมต่าง ๆ ดังนี้

ตารางที่ 1 พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถของผู้เรียนในด้านความรู้

ด้าน	การแสดงออก	พฤติกรรมที่แสดงออก
1. ความรู้ ความจำและการคิด คำนวณ (Computation)	บอก บ่งชี้ ระบุ เลือกราย กำหนด นิยาม ระลึก คิด คำนวณ	- บอกความหมาย คำศัพท์ บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร วิธีการ ขั้นตอน ข้อเท็จจริง และข้อตกลงต่าง ๆ - ปฏิบัติตามคำสั่งโดยใช้ กระบวนการคิดคำนวณอย่าง ง่าย ๆ ได้
2. ความเข้าใจ (Comprehension)	อธิบาย ยกตัวอย่าง แปล สรุป จัดลำดับ จำแนก คาดคะเน เปรียบเทียบ เลือกราย เขียน อธิบาย แสดงให้เห็น	- อธิบายและยกตัวอย่าง ประกอบ - เปรียบเทียบความเหมือน หรือแตกต่างกัน

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ด้าน	การแสดงผล	พฤติกรรมที่แสดงผล
		<ul style="list-style-type: none"> - สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเอง หรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปแบบใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียน - สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ - แปลงหรือเปลี่ยนรูปจากข้อความที่เป็นภาษาให้เป็นสัญลักษณ์ให้เป็นภาพ หรือสลับกัน - ชี้แจงความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้ - แปลความหรือตีความโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ว่าข้อความนั้นกำหนดอะไรให้ และต้องการถามหาอะไร
3. การนำไปใช้ (Application)	นำความรู้ไปใช้ เลือกสร้าง แสดงการแก้ปัญหา หาคำตอบ สาธิต ปฏิบัติ อธิบาย ดำเนินการ คัดแปลง	<ul style="list-style-type: none"> - นำความรู้ไปใช้ในการแก้สถานการณ์ที่กำหนดให้หรือเกิดขึ้นจริง - ใช้ความคิดรวบยอดและหลักการกับสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ด้าน	การแสดงออก	พฤติกรรมที่แสดงออก
4. การวิเคราะห์ (Analysis)	บ่งชี้ จำแนก แยกแยะ ค้นหา เลือก เปรียบเทียบ บอกความ แตกต่าง ความคล้ายคลึง พิสูจน์ ตรวจสอบ	- แยกแนวคิดที่ซับซ้อน ออกเป็นส่วน ๆ - แก้ปัญหาที่มีความซับซ้อน หรือปัญหาที่ไม่ธรรมดา - ค้นหาความสัมพันธ์ - บอกความเหมือนและความ แตกต่าง - พิสูจน์เอกลักษณ์ กฎ สูตร หรือข้อความทางคณิตศาสตร์ - วิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์ ข้อความทางคณิตศาสตร์ - ตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับนัย ทั่วไปและตรวจสอบความ ถูกต้องของนัยทั่วไป

2. ความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกบรรจุให้เป็นสาระหลักซึ่งเป็นองค์ความรู้ที่สำคัญสาระหนึ่งที่เป็นสำหรับผู้เรียนเพราะทักษะและกระบวนการเป็นความสามารถที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 1) ความสามารถในการแก้ปัญหา 2) ความสามารถในการให้เหตุผล 3) ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ 4) ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และ 5) ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกของแต่ละทักษะ ดังนี้

ตารางที่ 2 พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถของผู้เรียนในด้านทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการ	พฤติกรรมที่แสดงออก
1. ความสามารถในการแก้ปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> - ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา - ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม - ทำความเข้าใจกับปัญหา โดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร - สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้ - ตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ - ตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา - ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา
2. ความสามารถในการให้เหตุผล	<ul style="list-style-type: none"> - รวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหา - เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและการลงข้อสรุป - ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม - ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
3. ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ	<ul style="list-style-type: none"> - ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน - เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอด้วยวิธีที่เหมาะสม

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ทักษะและกระบวนการ	พฤติกรรมกรรมการแสดงออก
	<ul style="list-style-type: none"> - ใช้ข้อความ คำศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิ ที่เป็นสากล - บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล - สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้ จากแหล่งการเรียนรู้ - เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา
<p>4. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น ๆ</p>	<ul style="list-style-type: none"> - เปรียบเทียบความรู้ของแต่ละสาระ - เชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ - หาข้อสรุปจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ - สรุปสาระสำคัญที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และศาสตร์อื่น ๆ - เชื่อมโยงความรู้ในและสาระทางคณิตศาสตร์ หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้มีโนทัศน์ที่ซับซ้อน
<p>5. ความสามารถในการคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ใช้ความรู้หรือมีโนทัศน์เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ - สร้างสรรค์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์หรือชิ้นงานที่มีประโยชน์ต่อการเรียนรู้

3. ความสามารถด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนที่ได้จากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

3.1 การทำงานอย่างเป็นระบบ

3.2 มีระเบียบวินัย

- 3.3 มีความรอบคอบ
- 3.4 มีความรับผิดชอบ
- 3.5 มีวิจรรณญาณ
- 3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง และ
- 3.7 ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

การประเมินผลนั้นอาจทำได้ ดังที่ ยูพิน พิพิชกุล (2539: 244-246) กล่าวไว้ดังนี้

1. การประเมินผลเบื้องต้น (pre-assessment evaluation) ทำได้ 2 ลักษณะ คือ

1.1 ประเมินความรู้พื้นฐาน เรื่องที่ครูควรจะได้สำรวจดูว่าในแต่ละภาคเรียนจะสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์อะไรบ้าง ความรู้พื้นฐานทั่วไปที่นักเรียนควรจะมีอะไรบ้าง ครูควรออกแบบทดสอบประเมินความรู้พื้นฐานคู่เสียก่อน ถ้านักเรียนอ่อนเรื่องใดก็ควรจะได้อธิบายเสียก่อน

1.2 ประเมินก่อนเรียน ซึ่งโดยมากครูก็ให้ทำแบบทดสอบก่อนเรียน (Pretest) ทั้งนี้เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้ในเรื่องที่จะเรียนเพียงใด บางคนอาจจะรู้เกินเกณฑ์ที่ครูตั้งใจเรานิยมใช้กับชุดการเรียนการสอน เมื่อให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน ถ้าผ่านเกณฑ์ก็ให้เรียนชุดอื่น ๆ ต่อไป

2. การประเมินผลย่อย (formative-evaluation) มีลักษณะดังนี้

2.1 ในขณะที่ครูทำการสอนนั้น ย่อมจะมีการทดสอบอยู่ตลอดเวลา อาจจะแบ่งบทเรียน ออกเป็นหน่วยย่อยหลาย ๆ หน่วย หรืออาจจะแบ่งเป็นบทเรียนหนึ่ง ๆ เมื่อจบบทเรียนแล้ว ก็มีการทดสอบเพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

2.2 การประเมินผลย่อยนี้จะกระทำขณะที่กำลังดำเนินการสอนอยู่และจะกระทำต่อเนื่องกันไปโดยสม่ำเสมอ เมื่อพบข้อบกพร่องตอนใดก็จะแก้ไขได้ทันที

2.3 การประเมินผลย่อยนั้น ควรจะกระทำก่อนที่สอนเรื่องใหม่ต่อไป

2.4 การประเมินผลย่อย มุ่งเพื่อนำผลมาปรับปรุงการเรียนการสอนให้ดีขึ้น ไม่ได้นำผลมาตัดสินสอบได้สอบตก แต่ประการใด เมื่อครูสอนหัวข้อต่างๆ ไปแล้ว เมื่อจบตอนครูก็จะประเมิน คุณครูหนึ่ง ผลแห่งการประเมินจะเป็นเครื่องชี้ว่าการสอนของครูเป็นอย่างไร เมื่อพบข้อบกพร่องจะได้นำมาปรับปรุงแก้ไข นอกจากนั้นยังพบว่านักเรียนไม่เข้าใจเรื่องใด

2.5 การประเมินผลย่อย อาจจะใช้ทั้งคาบเรียน หลังจากที่เรียนเนื้อหาไปมากพอแล้ว หรืออาจจะทำการทดสอบสั้น ๆ (Quiz) ตอนต้นชั่วโมงก่อนที่จะทำการสอนต่อไปก็ได้

3. การประเมินผลรวม (summative evaluation) มีลักษณะ ดังนี้

3.1 เป็นการประเมินผลรวมทั้งหมดของหลักสูตร หรือเมื่อเรียนจบวิชาหนึ่งเป็นการประเมินผลเมื่อการเรียนการสอนได้สิ้นสุดลงแล้วในภาคเรียนนั้น ๆ หรือจะเรียกว่า ทดสอบ-หลังเรียน (post-test)

3.2 จุดมุ่งหมายของการประเมินผลรวมก็คือให้มีการทดสอบรวมและให้คะแนนเพื่อนำไปตัดสินการสอบได้ สอบตก หรือเลื่อนชั้น

3.3 ประเมินผลรวมนี้ใช้เปรียบเทียบผลการเรียนรู้ตลอดปี หรือตลอดเทอมของนักเรียนเป็นรายบุคคล

3.4 การประเมินผลรวมนี้ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษา จะมีการทดสอบย่อยในระหว่างภาคเรียน และทดสอบปลายภาค ครูจะเอาคะแนนทั้งหมดมาประเมินผลรวม เพื่อตัดสินได้-ตก จะเรียกว่าเป็นการประเมินผลรวมก็ต่อเมื่อนำคะแนนนั้นมาตัดสินผล ได้-ตก สอดคล้องกับ ชานนท์ จันทรา (2555: 54-59) กล่าวถึง การประเมินการปฏิบัติและการประเมินตามสภาพจริงไว้ดังนี้

1. การประเมินการปฏิบัติ (Performance-base assessment) เป็นการตรวจสอบและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับทักษะและความสามารถในการปฏิบัติงาน ทั้งด้านการดำเนินงานและผลงานตามวัตถุประสงค์ของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนด โดยงานหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้อาจเป็นงานหรือสถานการณ์ที่สอดคล้องกับเรื่องที่เรียน เกิดขึ้นจริง หรือใกล้เคียงกับความเป็นจริงและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาหรือปฏิบัติงานจริง โดยประเมินจากกระบวนการทำงาน กระบวนการ

คิด โดยเฉพาะการคิดขั้นสูงและผลงานที่ได้ตลอดจนลักษณะนิสัยในการทำงานของผู้เรียน ดังนั้นความสามารถในการปฏิบัติงานของผู้เรียนจึงเป็นผลรวมของความสามารถด้านความรู้ความคิด ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาใช้ในการตรวจสอบว่าผู้เรียนสัมฤทธิ์ผลตามเป้าหมายของการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ และยังมีทักษะ ความสามารถ และคุณลักษณะใดของผู้เรียนที่ต้องได้รับการปรับปรุงหรือสนับสนุนให้พัฒนาขึ้นอีก

การประเมินการปฏิบัตินั้น ผู้เรียนจะได้รับงานหรือสถานการณ์ที่มีความหมาย มีความสำคัญ มีความสัมพันธ์กับหลักสูตร เนื้อหาวิชา และชีวิตจริงของผู้เรียน ที่ต้องการให้ผู้เรียนได้แสดงออกไม่ว่าจะเป็นการพูด การแสดงท่าทาง การสาธิต การทดลอง การแสดงบทบาทสมมติ และอื่น ๆ ซึ่งทำให้ครูผู้สอนในฐานะผู้ประเมินสามารถใช้การสังเกตเพื่อตรวจสอบสิ่งที่ผู้เรียนแสดงออกมาว่ามีความสามารถ ทักษะและคุณลักษณะตามที่กำหนดไว้ในเป้าหมายของการเรียนการสอนหรือไม่ หรือตรวจสอบว่าผู้เรียนได้ใช้ความสามารถ ทักษะ และคุณลักษณะที่มีอยู่ในตัวผู้เรียนในการแก้ไขปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดหรือไม่ อย่างไร

ลักษณะที่สำคัญของการประเมินการปฏิบัติ คือ มีการกำหนดวัตถุประสงค์ของงาน วิธีการทำงาน และผลสำเร็จของงาน มีคำสั่งควบคุมสถานการณ์ในการปฏิบัติงานและมีเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจน การประเมินการปฏิบัติหรือความสามารถของผู้เรียนสามารถทำได้หลายแนวทางขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อม สถานการณ์ และความสนใจของผู้เรียน

2. การประเมินตามสภาพจริง (Authentic assessment) เป็นการประเมินที่สอดคล้องกับความสามารถหรือคุณลักษณะตามสภาพที่แท้จริงของผู้เรียน สามารถนำไปสู่การพัฒนาผู้เรียนได้อย่างแท้จริง โดยการประเมินตามสภาพจริงจะไม่เน้นการประเมินเฉพาะทักษะพื้นฐาน แต่จะเน้นการประเมินทักษะการคิดที่ซับซ้อนหรือการคิดขั้นสูงในการทำงานของผู้เรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และการแสดงออกที่เกิดจากการปฏิบัติในสภาพจริงในการจัดการเรียนรู้ รวมทั้งเน้นการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนและการนำความรู้ในวิชาต่าง ๆ ไปปรับใช้ การประเมินชนิดนี้จะช่วยทำให้ครูผู้สอนได้พัฒนาผู้เรียนให้บรรลุจุดมุ่งหมายของหลักสูตร สนองความต้องการของผู้เรียนและสังคม ได้เป็นอย่างดี และยังช่วยให้ข้อมูลเชิงคุณภาพที่เป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนเพื่อใช้เป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้

การประเมินตามสภาพจริงเป็นการประเมินผลงานจากหลักฐาน ร่องรอยหรือผลที่ได้จากการเรียนรู้ผ่านการปฏิบัติที่ผู้สอนมอบหมายงานหรือกิจกรรมซึ่งให้ผู้เรียนทำตามที่กำหนดหรือเลือกทำตามความถนัด ความสนใจ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การบันทึก การทดลอง การทำแฟ้มสะสมงาน การจัดนิทรรศการ การทำงานกลุ่ม การนำเสนอผลงาน การทำแบบฝึกหัด การบันทึกรายวัน การรวบรวมผลงานหรือกิจกรรมที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง เป็นต้น เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แสดงถึงสมรรถภาพของผู้เรียนที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์อย่างเพียงพอและตรงตามความเป็นจริง ตลอดจนการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนที่สอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนแต่ละคนตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตรแกนกลางที่ได้กำหนดไว้

ลักษณะที่สำคัญของการประเมินตามสภาพจริง คือ

1. งานที่ให้ผู้เรียนปฏิบัติต้องเป็นงานที่มีความหมาย สอดคล้องกับชีวิตจริง ซึ่งอาจเป็นสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมที่จำลองขึ้นเพื่อใช้ในการทดสอบ ที่สามารถวัดทั้งความรู้และความสามารถของผู้เรียนได้
2. เป็นงานที่ผู้เรียนได้มีโอกาสปฏิบัติมากกว่าการท่องจำ การบรรยาย การอธิบาย หรือการสาธิต โดยใช้หลักการทางวิทยาศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หรือหลักวิชาต่าง ๆ และได้รับคำแนะนำหรือข้อมูลป้อนกลับจากผู้สอนเพื่อนำมาใช้แก้ไขปรับปรุงผลงาน
3. เป็นการประเมินรอบด้านด้วยวิธีการที่หลากหลาย ในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง ทั้งด้านความรู้ ความสามารถ ทักษะและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยใช้เครื่องมือที่เหมาะสม สอดคล้องกับวิธีการเรียนรู้และพัฒนาการของผู้เรียน เน้นให้ผู้เรียนตอบสนองด้วยการปฏิบัติ แสดงสร้างสรรค์ ผลิตหรือทำงาน
4. เป็นงานที่ซับซ้อน และใช้การคิดขั้นสูงที่ผู้เรียนต้องใช้ความรู้ ความสามารถและทักษะในการทำงานหรือผลิตผลงานขึ้นมาเป็นอย่างมาก ซึ่งเป็นผลงานที่เกิดจากการคิดวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การประเมินทางเลือก การลงมือกระทำ ตลอดจนการใช้ทักษะการแก้ปัญหา เมื่อพบปัญหาที่เกิดขึ้น

5. เป็นการประเมินความสามารถของผู้เรียน เพื่อวินิจฉัยผู้เรียนในส่วนที่ควรส่งเสริมและส่วนที่ควรแก้ไข เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาเต็มศักยภาพ ตามความต้องการของแต่ละบุคคล เป็นการประเมินที่เปิดเผย และยังสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการจัดการเรียนรู้และการวางแผนการสอนของผู้สอนว่าตอบสนองความต้องการของผู้เรียนได้หรือไม่

6. มีการถ่ายโอนการเรียนรู้ไปสู่ชีวิตจริง โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อทำให้ผู้เรียนตอบสนองและปฏิบัติ แต่ปัญหาต้องสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน พฤติกรรมที่ประเมินต้องเป็นพฤติกรรมที่แท้จริงเกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน ดังนั้น ผู้ปกครองของผู้เรียนจึงมีบทบาทที่สำคัญยิ่งในการประเมินตามสภาพที่แท้จริง

7. งานและกิจกรรมที่จะให้ผู้เรียนปฏิบัติต้องมีขอบเขตและวิธีการในการปฏิบัติที่ชัดเจน สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายหรือความคาดหวังที่ต้องการให้เกิดพฤติกรรมดังกล่าวขึ้น

8. เกิดปฏิสัมพันธ์ในทางบวก ผู้เรียนต้องไม่รู้สึกรีด อึดอัดหรือเบื่อหน่ายกับการประเมิน และใช้ผลจากการประเมินเพื่อแก้ไขปรับปรุงการเรียนของผู้เรียน

9. มีการสะท้อนผลจากตนเอง โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความรู้สึก ความคิดเห็น หรือเหตุผลที่มีต่อการปฏิบัติ การแสดงออก การกระทำ จากผลงานของตนเองว่าทำไม่ถึงปฏิบัติ-ไม่ปฏิบัติ ทำไม่ถึงชอบ-ไม่ชอบ ซึ่งเป็นการประเมินที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทั้งของตนเองและของเพื่อน เพื่อส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาตนเอง

10. ผลผลิต/ผลงานมีคุณภาพ เนื่องจากผู้เรียนมีโอกาสดูประเมินตนเองตลอดเวลา และนำผลที่ได้ไปใช้แก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นของตนเอง จนได้ผลงานที่มีคุณภาพ นอกจากนี้การทำให้ผลงานมีคุณภาพจำเป็นต้องมีมาตรฐานหรือตัวชี้วัดความสำเร็จของงานที่เกิดจากการกำหนดร่วมกันระหว่างครู ผู้เรียน และอาจรวมถึงผู้ปกครองด้วย โดยที่มาตรฐานหรือตัวชี้วัดความสำเร็จดังกล่าวจะเป็นสิ่งที่บ่งบอกว่าผลงานของผู้เรียนมีคุณภาพอยู่ในระดับใด

11. มีการบูรณาการความรู้ ในการทำงานที่มอบหมาย โดยงานที่ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัตินั้น ควรเป็นงานที่ต้องใช้ความรู้ ความสามารถ และทักษะที่เกิดจากการเรียนรู้ในวิชาต่าง ๆ มาใช้ในการปฏิบัติงานหรือแก้ปัญหาที่พบ ซึ่งสอดคล้องกับชีวิตประจำวันที่ว่างานแต่ละงานหรือปัญหาแต่ละปัญหานั้นต้องใช้ความรู้ ความสามารถ และทักษะหลายอย่างมาช่วยในการทำงานหรือแก้ไขปัญหา

ขั้นตอนการวัดผลและประเมินผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 15-16) ได้สรุปขั้นตอนการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีขั้นตอนและวิธีการที่หลากหลายและแตกต่างกันตามจุดมุ่งหมายและความต้องการของผู้ประเมิน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. การวางแผนการวัดผลและประเมินผล โดยผู้สอน ผู้เรียนและผู้เกี่ยวข้องร่วมกันกำหนดรายละเอียดสำคัญที่ประกอบด้วย

- 1.1 จุดประสงค์ของการนำข้อมูลสารสนเทศที่ได้จากการประเมินผลไปใช้
- 1.2 กรอบของสาระการเรียนรู้และทักษะกระบวนการที่ต้องการวัดประเมินผล
- 1.3 การเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล
- 1.4 เกณฑ์การตัดสินสมรรถภาพของผู้เรียน
- 1.5 รูปแบบที่ใช้ในการสรุป ตัดสินและรายงานผล

2. การรวบรวมข้อมูล ในการจัดการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงการประเมินผลควบคู่ไปกับการใช้เครื่องมือวัดผลประเมินผลที่เหมาะสม เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลให้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ ทั้งนี้ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องจะต้องสร้างเครื่องมือวัดผลประเมินผลที่หลากหลายตามสภาพจริง มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่สอดคล้องกับการประเมินสมรรถภาพของผู้เรียน ทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์

3. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้สอนจะต้องนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มตามประเภทของงานและตามมาตรฐานการเรียนรู้ พร้อมทั้งจัดเก็บบันทึกข้อมูลไว้เป็นหลักฐาน

4. การนำผลไปใช้ ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องสามารถนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ไปใช้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

ประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผล

สิริพร ทิพย์คง (2545: 188) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลไว้ดังนี้

1. ช่วยให้ครูทราบพฤติกรรมของนักเรียนก่อนทำการสอบ เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน และพฤติกรรมก่อนเข้าเรียนยังสามารถใช้เป็นพื้นฐานในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนอันเนื่องมาจากการสอน
2. ช่วยให้ครูได้ปรับปรุงเป้าหมายของการสอนให้เหมาะสมกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียนแต่ละคน
3. ช่วยให้ครูทราบว่านักเรียนได้เรียนรู้และบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายของการสอนเพียงใด
4. ช่วยให้ครูได้ทราบถึงข้อบกพร่องที่ครูจะต้องปรับปรุงแก้ไข โดยเฉพาะวิธีการสอน
5. ช่วยเพิ่มแรงจูงใจ กระตุ้นให้นักเรียนมีความต้องการในการเรียนรู้มากขึ้น
6. ช่วยให้นักเรียน ได้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของตนเองในการเรียนการสอนเนื้อหาแต่ละเรื่อง
7. ใช้เป็นข้อมูลประกอบการประเมินผลการใช้หลักสูตรหรือโปรแกรมการศึกษา

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GSP พบว่ามีงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547: 30) ได้ทำการวิจัย เรื่อง ผลการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 48 คน

ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา หลังจากได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอนด้วยโปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิลาวัณย์ ไชยประสพ (2550) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรมจีโอเมเตอร์ สเตตซ์แพด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมงฟอร์ตวิทยาลัย จากผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้น ทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในแต่ละความคิรวบยอดของภาคตัดกรวย สามารถเขียนกราฟ บอกส่วนประกอบต่าง ๆ และหาสมการมาตรฐานของภาคตัดกรวยได้ รวมทั้งนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับภาคตัดกรวยได้ถูกต้องมากขึ้น

อุษา จันทร (2552) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาร สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้รูปแบบแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่งผลถึงคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของนักเรียนในด้านต่าง ๆ ให้สูงขึ้นด้วย

อรอุมา รักษาชล (2552) ได้ทำการวิจัย การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ในการให้เหตุผล ในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

อุบล กลองกระโทก (2552) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวิจัยเชิงปฏิบัติการการแก้โจทย์ปัญหา ค่าสูงสุดต่ำสุดของฟังก์ชันโดยใช้ The Geometer's Sketchpad (GSP) ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักศึกษาคณะ สาขาคณิตศาสตร์ ที่มีความรู้ความสามารถในการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป The Geometer's Sketchpad (GSP) ในระดับดี ต่อการแก้โจทย์ปัญหาค่าสูงสุดต่ำสุดของฟังก์ชัน โดยใช้ GSP และพัฒนาโมเดลการแก้โจทย์ปัญหาที่เหมาะสม กลุ่มตัวอย่าง คือ นักศึกษาวิชาเอก

คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์จำนวน 33 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่าโมเดลการแก้โจทย์ปัญหาค่าสูงสุดต่ำสุดของฟังก์ชันที่เหมาะสมมีทั้งหมด 10 ขั้นตอน

พรรณวิภา แก่นนาคำ (2554) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคิดเป็นร้อยละ 72.56 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 70 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ดังกล่าวคิดเป็นร้อยละ 72.50 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 70

รัชณี วันทองสุข (2554) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีหลักการและเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ การคิด และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเอง ร่วมแก้ปัญหา ได้พัฒนาความรู้และทักษะกระบวนการต่างๆ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

(1) ชี้นำเข้าสู่บทเรียน โดยการแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ และทบทวนความรู้เดิม

(2) ชี้นสอน นำเสนอสถานการณ์ปัญหา จะเน้นที่ใช้สื่อรูปธรรม และนำเสนอสถานการณ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในความสนใจของผู้เรียนสอดคล้องกับเนื้อหาที่สอนโดยเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการตั้งคำถามจากสถานการณ์ปัญหาซึ่งสถานการณ์ปัญหานั้นสัมพันธ์กับเรื่องที่เรียน และสถานการณ์ที่น่าสนใจและท้าทาย และผู้เรียนต้องรวมกลุ่มกัน สมาชิกทุกคนจะต้องร่วมกิจกรรมกลุ่มโดยผู้เรียนกำหนดขึ้น หาแนวทางในการแก้ปัญหาอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น วิธีได้มาซึ่งคำตอบ ผู้เรียนจะต้องนำเสนองานต่าง ๆ ครูคอยให้คำแนะนำเท่านั้น

(3) ชี้นสรุป ชี้นี้เป็นการสรุปมโนคติกระบวนการคิด กระบวนการในการแก้ปัญหา โดยผู้เรียนจะเป็นผู้สรุปมโนคติ กระบวนการคิดหรือกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง แล้วทำการจดบันทึกลงในสมุด

(4) ชี้นวัดและประเมินผล เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูดำเนินการดังนี้ วัดประเมินผลระหว่างการเรียนรู้ ประเมินความรู้ความเข้าใจในบทเรียน ทำได้โดยการทำแบบฝึกหัด การแก้สถานการณ์ใหม่ การสร้างสถานการณ์ให้มีประเมินทักษะและกระบวนการคณิตศาสตร์ที่

เกิดขึ้น ได้แก่ ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ทักษะและกระบวนการให้เหตุผล ทักษะและกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอ ทักษะและกระบวนการเชื่อมโยง และการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งจะทำการพิจารณาจากพฤติกรรมและผลงานของผู้เรียน

นอกจากนี้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้เรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 82.22

งานวิจัยต่างประเทศ

Foletta (1994: 2311-A) ได้ศึกษาผลของการสอน โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต(GSP) ในการเรียนการสอนเรื่องการสำรวจพื้นที่ โดยแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนในรัฐไอโอวา สหรัฐอเมริกา ปี ค.ศ. 1994 จุดมุ่งหมายของการศึกษาในครั้งนี้เพื่อวาดรูปเรขาคณิตในธรรมชาติของนักเรียนเกรด 9 และ 10 จำนวน 4 คน คำถามที่ใช้เป็นคำถามเกี่ยวกับเรขาคณิตในธรรมชาติ สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากการสังเกตวิธีการที่นักเรียนใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) และจากการปฏิบัติในกลุ่มย่อย การสังเกตในชั้นเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียน การปฏิบัติของนักเรียนใช้การลงมือปฏิบัติในกระดาษและจากคอมพิวเตอร์ในการทำงาน ผลการวิจัยพบว่า

1. การวาด การวัด หรือการสำรวจของนักเรียนเกิดจากการผลักดันและคำแนะนำจากครู
2. โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) เป็นเครื่องมือใหม่ของการเรียนรู้ทางเรขาคณิต นักเรียนใช้ GSP ในส่วนที่เพิ่มเติมจากการใช้กระดาษและดินสอ
3. การสืบเสาะโดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) สำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำสามารถทำได้ดี แต่จะต้องมีขั้นตอนมากกว่า
4. นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ได้ตั้งแต่เมื่อเริ่มใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) ในการสืบเสาะ นักเรียนจะมองหาจุดสำคัญที่ต้องค้นหาเพื่อสรุปข้อมูลบางส่วนของข้อสรุปนี้ นักเรียนจะมีการอธิบายถึงเครื่องมือ การคิด การมีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มย่อย ปัจจัยที่

สนับสนุนการค้นพบของนักเรียนถึงบทบาทของโปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) การออกแบบการสืบเสาะและธรรมชาติของการปฏิสัมพันธ์อย่างแท้จริง

Lester (1996) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย สหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1996 ผลวิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติโดยใช้ไม้บรรทัด ดินสอ ไม้โปรแทรกเตอร์ และวงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

Yousif (1997) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) ว่ามีผลต่อเจตคติของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ลงทะเบียนเรียนวิชาเรขาคณิตเบื้องต้นที่โรงเรียนเซาท์เวสเทิน รัฐโอไฮโอ ประเทศสหรัฐอเมริกา ค.ศ. 1996-1997 โดยให้กลุ่มทดลองเรียนด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Christen (2012) ได้ศึกษาผลกระทบของระบบคอมพิวเตอร์ การแทรกแซงทางปัญญาบนหน่วยความจำในการทำงานและประสิทธิภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาจากโรงเรียนในเมือง โดยให้การทดสอบย่อยสองระบบเป็นตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์พบว่า หลังจากการแทรกแซงทางปัญญาหน่วยความจำในการทำงาน คะแนนประสิทธิภาพของคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

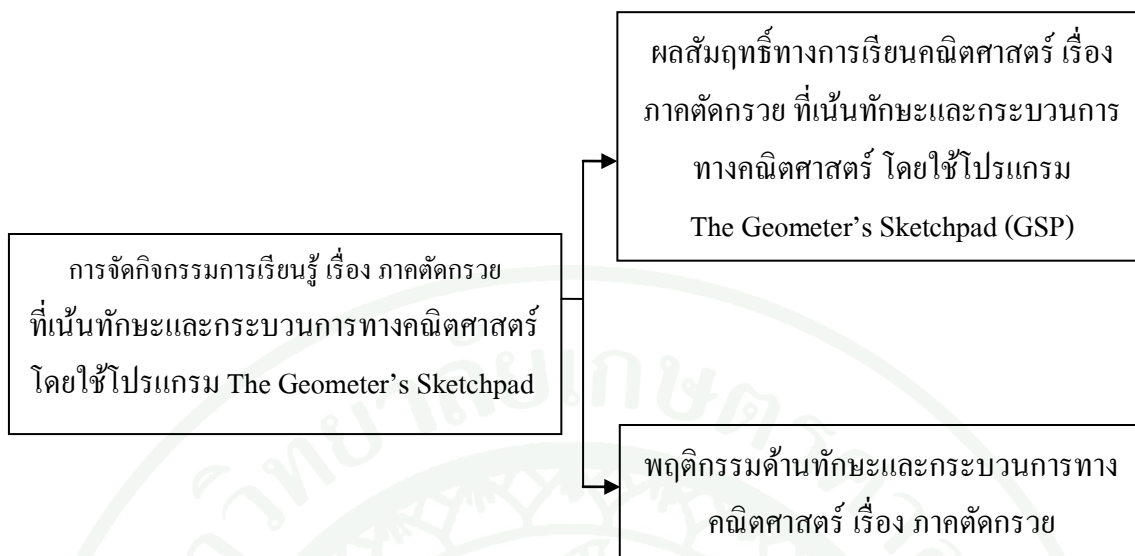
จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ จะเห็นได้ว่าการนำโปรแกรม GSP มาใช้เป็นสื่อการเรียนรู้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น สามารถทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นและยังสามารถส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเนื่องด้วยประสิทธิภาพของโปรแกรม GSP ที่เป็นแบบพลวัต นักเรียนสามารถสำรวจ สืบเสาะค้นพบ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจนำโปรแกรม GSP มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

สมมติฐานการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สูงกว่าก่อนเรียน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ
3. นักเรียนมีพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย และศึกษาการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำมากำหนดเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพที่ 17 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 46 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 4 ห้อง จำนวนนักเรียนทั้งหมด 180 คน ที่เรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ซึ่งการจัดห้องเรียนแต่ละห้องเป็นแบบคละความสามารถ

เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ ประกอบด้วยเครื่องมือ 3 ชนิด คือ

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 16 คาบ และเวลาในการทดสอบ 2 คาบ ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช

2. ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 และคู่มือการสอนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และหลักสูตรคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ศึกษาวิธีการสอน เทคนิคการสอน การใช้งานโปรแกรม GSP การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการ และแบบฝึกหัดในรูปเอกสารฝึกหัด การวัดผลและประเมินผลจากตำรา คู่มือและเอกสารต่าง ๆ

4. ศึกษาวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จากตำราต่าง ๆ

5. วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาของบทเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

6. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) อย่างละเอียด จำนวน 16 แผน โดยแต่ละแผนใช้เวลาสอนแผนละ 50 นาที ดังนี้

หน่วยที่ 1 การเลื่อนแกนทางขนาน	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	การเลื่อนแกนทางขนาน
หน่วยที่ 2 วงกลม	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	บทนิยามของวงกลม และวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงกลม
หน่วยที่ 3 วงรี	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	ส่วนประกอบและบทนิยามของวงรี
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงรี

หน่วยที่ 4 พาราโบลา

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9	ส่วนประกอบและบทนิยามของพาราโบลา
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10	พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(0, 0)$
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11	พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง พาราโบลา

หน่วยที่ 5 ไฮเพอร์โบลา

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13	ส่วนประกอบและบทนิยามของไฮเพอร์โบลา
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14	ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15	ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง ไฮเพอร์โบลา

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องตามคำแนะนำ

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสม สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ความเหมาะสมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

9. นำแผนการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไข ไปสอนเพื่อเก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เป็นแบบทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักเกณฑ์การสร้างแบบทดสอบ เทคนิคการสร้าง และการวิเคราะห์แบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และแบบอัตนัยจากตำรา งานวิจัยและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2. สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อกำหนดอัตราส่วนของเนื้อหา และจำนวนข้อสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการมุ่งวัด ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ และการนำไปใช้ให้เหมาะสม
3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ตามแนวทางที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์ข้อสอบ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อและแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ พร้อมทั้งจัดทำแนวการตอบและเกณฑ์การให้คะแนน
4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่สร้างเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ช่วยพิจารณาความเหมาะสมของแบบทดสอบในแง่ความครอบคลุมของเนื้อหา รวมทั้งความเหมาะสมและความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก จากนั้นนำแบบทดสอบตามที่ได้รับข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม
5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบพิจารณา ความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบในแต่ละข้อกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Consistency: IOC) และความเหมาะสม ความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก จากนั้นนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม และทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมโดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญพบว่า แบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 จำนวน 22 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ทุกข้อ
6. นำแบบทดสอบที่ผ่านการวิเคราะห์ความสอดคล้องและปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 100 คน
7. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบแบบปรนัยที่นักเรียนทำโดยใช้วิธี Zero-One Method คือ ให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนนสำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก และตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยเทียบกับเกณฑ์ ดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 3 คะแนน

1.	- บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง	1 คะแนน
	- ไม่ได้บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	0 คะแนน
2.	- แสดงวิธีทำงานได้คำตอบที่ถูกต้อง	2 คะแนน
	- แสดงวิธีทำแต่ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง	1 คะแนน
	- ไม่ได้แสดงวิธีทำและไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง	0 คะแนน

8. นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ค่าดัชนีความยาก (p) และค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ โดยเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความยากอยู่ในเกณฑ์ 0.2 - 0.8 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ 0.2 ขึ้นไป โดยเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 22 ข้อ จากการหาคุณภาพของแบบทดสอบพบว่า แบบทดสอบมีค่าดัชนีความยากระหว่าง 0.23 ถึง 0.77 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกระหว่าง 0.20 ถึง 0.80 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเท่ากับ 0.74

9. คัดเลือกแบบทดสอบที่สร้างขึ้น โดยมีข้อสอบที่ครอบคลุมเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้และมีค่าดัชนีความง่ายและค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ซึ่งประกอบด้วย แบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และแบบอัตนัย 2 ข้อ ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเท่ากับ 0.72 นำไปใช้ทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน 4 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนา ดังนี้

1. วิเคราะห์ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนเพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและเกณฑ์ในการประเมินผล

2. สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยมีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ตามกรอบแนวคิดและเกณฑ์การประเมินผลที่กำหนดไว้จากนั้นผู้วิจัยนำแบบประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความครอบคลุม ความเหมาะสมและความชัดเจนของคำชี้แจงและเกณฑ์ในการประเมิน

3. นำแบบประสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยดำเนินการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยผู้วิจัยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังผู้อำนวยการ โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้วแบบปรนัยจำนวน 15 ข้อและอัตนัย 2 ข้อ มาทำการทดสอบก่อนการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 50 นาที

3. ดำเนินการสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) จำนวน 16 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งระหว่างการสอน ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

4. เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 15 ข้อและอัตนัย 2 ข้อ มาทำการทดสอบหลังการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 50 นาที

5. นำผลการทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบกัน และเปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไปนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่
 - 1.1 ค่าร้อยละ
 - 1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})
 - 1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้แก่
 - 2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC)
 - 2.2 ค่าดัชนีความยาก (p)
 - 2.3 ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r)
 - 2.4 ค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรของคูเดอร์ริชาร์ดสัน (KR-20)
3. สถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังการเรียน โดยใช้ Matched-paires t-test
4. สถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% โดยใช้ One sample t-test
5. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพที่ได้จากแบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใช้วิธีวิเคราะห์เนื้อหา และนำข้อมูลมาเรียบเรียง จำแนกอย่างเป็น

ระบบ จากนั้นนำมาตีความหมายเชื่อมโยงความสัมพันธ์ และสร้างข้อสรุปจากข้อมูลต่างๆ ที่รวบรวมได้



บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การวิจัยเรื่อง ผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม
The Geometer's Sketchpad (GSP) ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ ดังนี้

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการประเมิน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง
“ภาคตัดกรวย”

ตอนที่ 2 ผลการสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์การใช้
กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

ตอนที่ 1 ผลการประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัด
กรวย”

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนการเรียน แล้วนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้
ดำเนินการสอนกับนักเรียน เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบ
หลังการเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ซึ่งเป็น
แบบทดสอบเดียวกันกับแบบทดสอบก่อนการเรียน ผลการเปรียบเทียบคะแนนก่อนการเรียนและ
หลังการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
หลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 4 และตารางที่ 5 ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 4 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการเรียนและหลังการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP)

คะแนน	n	\bar{x}	S.D.	t	sig.
ก่อนการเรียน	46	4.36	1.22	16.43	.000*
หลังการเรียน	46	13.59	3.39		

* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

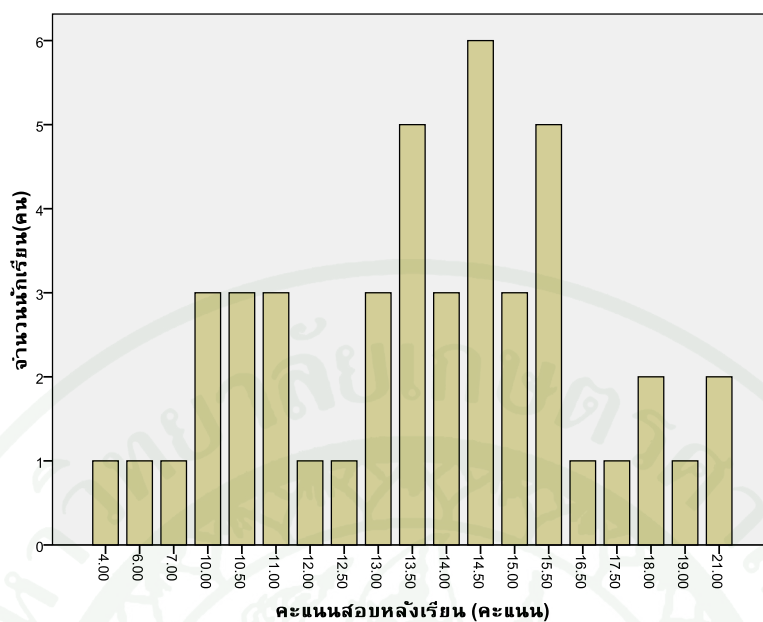
จากตารางที่ 4 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 5 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ของนักเรียน หลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม 21 คะแนน คิดเป็น 12.6 คะแนน

คะแนน	n	\bar{x}	μ	S.D.	t	sig.
หลังการเรียน	46	13.59	69.57	3.39	1.98	0.027*

* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 5 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังการเรียนเท่ากับ 13.59 คิดเป็นร้อยละ 69.57



ภาพที่ 18 กราฟแสดงคะแนนสอบหลังการเรียนกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จากกราฟในภาพที่ 18 แสดงให้เห็นว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช มีคะแนนหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% (12.6 คะแนน) จำนวน 32 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 69.57 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตอนที่ 2 ผลการสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์การใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP)

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งสรุปเป็นตารางได้ ดังนี้

ตารางที่ 6 ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนที่	สาระการเรียนรู้	ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับ
1	การเลื่อนแกนทางขนาน	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- ไฟล์ 1_translation of axes.gsp - แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้
2	บทนิยามของวงกลม และวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- กรวยจริง - ไฟล์ 2_circle.gsp - ไฟล์ 2_cone.gsp - ใบงานที่ 1	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้
3	วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย	- แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
4	โจทย์ประยุกต์ เรื่องวงกลม	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3	- ให้เหตุผล - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
5	ส่วนประกอบและบทนิยามของวงรี	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต - ปฏิบัติกิจกรรม	- เชือกและปากกาไวท์บอร์ด - ไฟล์ 2_circle.gsp - ไฟล์ 5_ellipse.gsp - ใบกิจกรรมที่ 1 “วงรีเป็นอย่างไร”	- ให้เหตุผล - สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้ - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
6	วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- ไฟล์ 6_ellipse.gsp - ใบงานที่ 2 - ใบงานที่ 3	- แก้ปัญหา - สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้ - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 6 (ต่อ)

แผนที่	สาระการเรียนรู้	ลักษณะการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	ทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับ
7	วงรีที่มีจุดศูนย์กลาง อยู่ที่จุด (h, k)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- ไฟล์ 7_ellipse.gsp	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
8	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงรี	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- แบบฝึกเสริมทักษะ ที่ 4 - ไฟล์ 8_ellipse.gsp	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้ - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
9	ส่วนประกอบและ บทนิยามของ พาราโบลา	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต - ปฏิบัติกิจกรรม	- กรวยจริง - ไฟล์ 2_cone.gsp - ไฟล์ 9_parabola.gsp - ใบกิจกรรมที่ 2 “ระยะทางที่เท่ากัน” - ใบงานที่ 3	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้ - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
10	พาราโบลาที่มีจุด ยอดอยู่ที่จุด $(0, 0)$	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย		- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
11	พาราโบลาที่มีจุด ยอดอยู่ที่จุด (h, k)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- ไฟล์ 11_parabola.gsp	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
12	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง พาราโบลา	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- ไฟล์ 12_parabola.gsp - แบบฝึกเสริมทักษะ ที่ 5	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 6 (ต่อ)

แผนที่	สาระการเรียนรู้	ลักษณะการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	ทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับ
13	ส่วนประกอบและ บทนิยามของ ไฮเพอร์โบลา	- การถามตอบ ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- กรวยจริง - ไฟล์ 2_cone.gsp - ไฟล์ 13_hyperbola.gsp - ใบกิจกรรมที่ 3 “ส่วนประกอบของ ไฮเพอร์โบลา”	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้ - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
14	ไฮเพอร์โบลาที่มี จุดศูนย์กลางอยู่ที่ จุด (0, 0)	- การถามตอบ ประกอบการอธิบาย		- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
15	ไฮเพอร์โบลาที่มี จุดศูนย์กลางอยู่ที่ จุด (h, k)	- การถามตอบ ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- ไฟล์ 15_hyperbola.gsp	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
16	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง ไฮเพอร์โบลา	- การถามตอบ ประกอบการอธิบาย - การสาธิต	- ไฟล์ 16_hyperbola.gsp	- แก้ปัญหา - ให้เหตุผล - สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้ - เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

จากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน โดยใช้แบบบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการ
เรียนรู้ในด้านต่าง ๆ โดยในแต่ละกิจกรรมจากตารางที่ 6 ข้างต้น พอสรุปได้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การเลื่อนแกนทางขนาน

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเลื่อนแกนทางขนานเป็นหน่วยที่จัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP
ไฟล์ 1_translation of axes.gsp เป็นสื่อการเรียนรู้ให้นักเรียนเห็นมโนทัศน์เมื่อแกนพิกัดเดิม เลื่อน

ไปยังจุดกำเนิดใหม่ให้นักเรียนเห็นการเปลี่ยนแปลงของจุด P เมื่อครูทำการเลื่อนจุด P ไปยังพิกัดต่าง ๆ ในจตุภาคที่ 1 ให้นักเรียนเปรียบเทียบจุด P กับแกนพิกัดเดิมและแกนพิกัดใหม่ โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่นักเรียนได้ ด้วยการตอบที่เป็นเหตุเป็นผลจากสื่อโปรแกรม ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนพบว่า นักเรียนสามารถสรุปเป็นสูตรได้เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ถึงที่มาของการเลื่อนแกนและสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง จากนั้นครูให้นักเรียนทำโจทย์ตัวอย่างประยุกต์ในการเลื่อนแกนทางขนานอย่างเป็นขั้นตอน โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิดหาคำตอบ สุดท้ายครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการเลื่อนแกนทางขนาน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 วงกลม

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง วงกลมเป็นหน่วยที่ใช้เวลาในการจัดกิจกรรม 3 คาบ โดยคาบแรกเริ่มจากการเข้าสู่บทเรียนด้วยการนำรูปกรวยในชีวิตจริงมาเป็นสื่อให้นักเรียนรู้จักลักษณะของกรวย จากนั้นเพื่อให้นักเรียนจะได้มองเห็นลักษณะของรูปที่มีการยืด หดและเคลื่อนไหวได้อย่างชัดเจน ครูจึงนำเสนอรูปกรวยที่สร้างด้วยโปรแกรม GSP ไฟล์ 2_circle.gsp ให้นักเรียนมองเห็นระนาบแบบใดที่ตัดกรวยแล้วได้รูปวงกลม รวมทั้งอธิบายบทนิยามของวงกลมและส่วนประกอบของวงกลมไปพร้อม ๆ กับการใช้คำถามกระตุ้นเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล และการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนพบว่า นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดได้ว่า “วงกลม คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุด ๆ หนึ่งที่ตรงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว” จากนั้นจึงให้นักเรียนรู้จักกับวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 0)$ ในคาบที่ 2 เป็นกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับเนื้อหาวงกลมในคาบแรกและการเลื่อนแกนทางขนาน โดยครูแสดงให้เห็นว่าเมื่อจุดศูนย์กลางของวงกลมเลื่อนจาก $(0, 0)$ เป็น (h, k) จะมีสิ่งใดเปลี่ยนแปลงบ้าง และรูปเป็นเช่นไร จนสุดท้ายนักเรียนสามารถสรุปสูตรของสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) ได้ และในคาบที่ 3 เป็นการฝึกให้นักเรียนทำโจทย์ โดยใช้แบบฝึกทักษะที่ประกอบด้วยตัวอย่าง โจทย์ประยุกต์ที่หลากหลาย

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 วงรี

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง วงรีเป็นหน่วยที่ใช้เวลาในการจัดกิจกรรม 4 คาบ โดยคาบแรกเริ่มจากการเข้าสู่บทเรียนด้วยกิจกรรม “นิยามของวงรี” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ให้ตัวแทนนักเรียนออกมา

ปฏิบัติกิจกรรม เพื่อให้นำเข้าสู่บทนิยามของวงรี โดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมในที่นี่คือเชือกและปากกาไวท์บอร์ดเพื่อนำไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม ครูตั้งคำถามให้นักเรียนในห้องร่วมกันคิดว่าทำไมทำแบบนี้แล้วได้รูปวงรี นักเรียนได้ความสัมพันธ์อะไรบ้างจากสิ่งที่เห็น ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนพบว่า นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดได้ว่า ปลายเชือกแต่ละข้างที่นักเรียนกดเปรียบเหมือนจุดตรงสองจุดที่คงที่ นักเรียนสามารถวาดรูปวงรีได้เมื่อระยะห่างระหว่างจุดทั้งสองน้อยกว่าความยาวของเชือก และระยะห่างระหว่างจุดทั้งสองมีผลต่อรูปร่างของวงรี โดยถ้าเชือกยาวกว่าระยะห่างระหว่างปลายเชือกเพียงเล็กน้อย วงรีที่วาดได้จะมีรูปร่างเรียวยาว ถ้าปลายเชือกทั้งสองอยู่ใกล้กันมาก วงรีที่วาดได้จะมีรูปร่างเกือบจะเป็นวงกลม นอกจากนี้ นักเรียนยังสรุปได้ว่า “ผลบวกของระยะทางจากจุดปลายปากกาถึงจุดปลายทั้งสองเท่ากับความยาวของเชือกที่มีความยาวคงตัวเสมอ

จากกิจกรรม “วงรีเป็นอย่างไร” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นรายกลุ่ม โดยใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 5_ellipse.gsp” เป็นสื่อการเรียนรู้ส่วนประกอบและความสัมพันธ์ค่าต่าง ๆ ของวงรี นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องวางแผนให้ได้มาซึ่งคำตอบในเวลาที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องบันทึกสิ่งที่เปลี่ยนแปลงเมื่อนักเรียนได้กดปุ่มต่าง ๆ ของโปรแกรม GSP ตามคำสั่งในใบกิจกรรม นอกจากนี้ นักเรียนได้ทำการสำรวจตามเงื่อนไขที่กำหนด บันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นอย่างละเอียด และสรุปสิ่งที่ได้สุดท้ายนำเสนอสิ่งที่นักเรียนค้นพบจากการสำรวจหน้าห้อง ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนพบว่ากิจกรรมนี้นักเรียนค่อนข้างใช้เวลามากในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการปฏิบัติกิจกรรม ครูจึงต้องอธิบายและชี้แจงเพิ่มเติมให้แก่ นักเรียนเพื่อให้ นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจนก่อนเมื่อนักเรียนสามารถวางแผนการทำงานได้อย่างเรียบร้อย ก็สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างรวดเร็วขึ้น โดยนักเรียนสามารถบันทึกผลได้อย่างถูกต้องทั้งหมดร้อยละ 80 นักเรียนร้อยละ 18 บันทึกผิดพลาดบางส่วน และนักเรียนร้อยละ 2 ไม่เข้าใจคำสั่งทำให้บันทึกไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนส่วนใหญ่ให้เหตุผลเกี่ยวกับสมบัติของวงรีและความสัมพันธ์ระหว่าง a , b และ c ได้อย่างถูกต้อง ดังที่นักเรียนได้สรุปร่วมกันว่า “ความสัมพันธ์ระหว่าง a , b และ c คือ $a^2 = b^2 + c^2$ ” ในคาบที่ 2 และคาบที่ 3 เป็นเนื้อหาของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ และ (h, k) ตามลำดับ จากการที่ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย โดยใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 6_ellipse.gsp และ 7_ellipse.gsp เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในคาบที่ 1- 3 ผลปรากฏว่าสำหรับนักเรียนที่เข้าใจเรื่องวงรีตั้งแต่คาบที่ 1 – 3 สามารถทำโจทย์ประยุกต์ในคาบที่ 4 ได้ ซึ่งครูสังเกตได้จากผลการทำแบบฝึกเสริมทักษะ และจากการสังเกตผู้วิจัยยังพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้การวาดรูปในการแก้โจทย์ปัญหา โดยนักเรียนกลุ่มเก่งจะใช้การวาดรูปในการตรวจสอบความถูกต้อง และนักเรียนกลุ่มอ่อนจะใช้การวาดรูปในการทำโจทย์มากกว่าการใช้สูตรในการแก้ปัญหา

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 พาราโบลา

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง พาราโบลาเป็นหน่วยที่ใช้เวลาในการจัดกิจกรรม 4 คาบ โดยคาบแรกเริ่มจากการเข้าสู่บทเรียนด้วยกิจกรรม “ระยะทางที่เท่ากัน” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล โดยให้นักเรียนหาจุดต่าง ๆ ที่ทำให้ระยะห่างระหว่างจุดคงที่จุดหนึ่ง และส่วนของเส้นตรง 1 มีค่าเท่ากัน โดยให้ระยะห่างจากจุดต่าง ๆ นั้น ตั้งฉากกับเส้นตรง 1 จากนั้นลากเส้นเชื่อมจุดต่าง ๆ ที่ได้ แล้วสังเกตรูปที่เกิดขึ้น ครูสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งสามารถแสดงเหตุผลในการหาความสัมพันธ์ของเงื่อนไข โจทย์กับสิ่งที่เกิดขึ้น โดยเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับระยะห่างระหว่างจุดคงที่ และส่วนของเส้นตรง 1 ไปสู่นิยามของพาราโบลา ซึ่งนักเรียนแต่ละคนมีวิธีการในการแก้ปัญหาที่ต่างกันบางคนเริ่มจากการใช้สมบัติของด้านที่เท่ากันของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก บางคนใช้สมบัติของรัศมีที่เท่ากันของรูปวงกลมโดยใช้วงเวียนช่วยในการสร้างรูป แต่มีนักเรียน 2 - 3 คน ที่ทำผิดคำสั่งของโจทย์โดยใช้สัญลักษณ์ที่เท่ากันแต่เมื่อตรวจสอบด้วยการวัดแล้วระยะห่างระหว่างจุดคงที่ และส่วนของเส้นตรง 1 ไม่เท่ากัน นอกจากนี้นักเรียนต้องให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนสังเกตได้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ได้สรุปพร้อมกันว่า “พาราโบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งห่างจากจุด F ที่ตรงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรง 1 ที่ตรงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน” จากนั้นครูใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 9_parabola.gsp สร้างในเรื่องนิยามและส่วนประกอบของพาราโบลาอีกครั้ง ในคาบที่ 2 และคาบที่ 3 เป็นเนื้อหาของพาราโบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ และ (h, k) ตามลำดับ โดยใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 11_parabola.gsp ในการสอนประกอบการอธิบาย และในคาบที่ 4 เป็นการให้นักเรียนฝึกทำโจทย์ประยุกต์เรื่องพาราโบลาโดยใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 12_parabola.gsp ประกอบ พบว่านักเรียนสามารถทำโจทย์ประยุกต์ในคาบที่ 4 ได้ ซึ่งสังเกตจากแบบฝึกเสริมทักษะและยังพบว่านักเรียนอาศัยการวาดรูปมากกว่าการใช้สูตรในการแก้ปัญหา เช่นเดียวกับเรื่องวงรี

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ไฮเพอร์โบลา

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ไฮเพอร์โบลาเป็นหน่วยที่ใช้เวลาในการจัดกิจกรรม 4 คาบ โดยคาบแรกเริ่มจากการเข้าสู่บทเรียนด้วยกิจกรรม“ส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลา” ร่วมกับโปรแกรม GSP ไฟล์ 13_hyperbola.gsp ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล โดยนักเรียนทำการสำรวจไฮเพอร์โบลาต่าง ๆ ในไฟล์ 13_hyperbola.gsp แล้วบันทึกสิ่งที่เกิดขึ้น พร้อมกับตอบคำถามจากโจทย์ที่ให้มา ซึ่งลักษณะของโจทย์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทด้วยกัน คือ ประเภทแรกโจทย์ให้กราฟไฮเพอร์โบลามา นักเรียนต้องตอบคำถามเกี่ยวกับส่วนประกอบ และค่าต่าง ๆ ของไฮเพอร์โบลา ประเภทที่ 2 โจทย์ให้สมการไฮเพอร์โบลามา นักเรียนต้องวาดรูปไฮเพอร์โบลาและใส่ค่าสำคัญต่าง ๆ ของไฮเพอร์โบลาให้ครบถ้วน ครูสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนพบว่านักเรียนให้ความสนใจในการปฏิบัติกิจกรรมเป็นอย่างดี และนำความรู้เกี่ยวกับการเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลา ซึ่งเริ่มจากการวาดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากศูนย์กลางมาใช้ โดยจากกิจกรรมข้างต้นนักเรียนสามารถร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการพิจารณากราฟไฮเพอร์โบลา เพื่อให้ได้ส่วนประกอบต่าง ๆ และนำส่วนประกอบเหล่านั้นมาคำนวณหาสมการไฮเพอร์โบลาได้ ในทางกลับกันเมื่อให้สมการไฮเพอร์โบลานักเรียนสามารถพิจารณาสมการไฮเพอร์โบลา เพื่อให้ได้ส่วนประกอบต่าง ๆ และนำมาเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลาได้ ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรมเป็นรายบุคคลพบว่า มีนักเรียนบางส่วนที่เขียนสมการไฮเพอร์โบลาผิดพลาด เมื่อตรวจสอบถึงสาเหตุ พบว่านักเรียนมีความเข้าใจสับสนระหว่างความสัมพันธ์ของค่า a , b และ c ของวงรีและความสัมพันธ์ของค่า a , b และ c ของไฮเพอร์โบลา แต่ในกรณีที่ให้สมการของไฮเพอร์โบลาและให้นักเรียนหาค่าต่าง ๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟ พบว่านักเรียนทั้งหมดทำได้ถูกต้องในคาบที่ 2 และคาบที่ 3 เป็นเนื้อหาของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ และ (h, k) ตามลำดับ โดยใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 15_hyperbola.gsp ในการสอนหรือการถามตอบประกอบการอธิบาย และในคาบที่ 4 เป็นการให้นักเรียนฝึกทำโจทย์ประยุกต์เรื่องไฮเพอร์โบลาโดยใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 16_hyperbola.gsp ประกอบ ซึ่งปรากฏว่านักเรียนสามารถทำโจทย์ประยุกต์ในคาบที่ 4 ได้

ดังนั้นจากลักษณะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในแต่ละกิจกรรมข้างต้น พบว่าจากการใช้โปรแกรม GSP มาประกอบการสอน นักเรียนสามารถนำความรู้มาเชื่อมโยงใช้ในการปฏิบัติที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม นักเรียนได้ฝึกคิด ตัดสินใจ อธิบาย และแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนมีความน่าสนใจ และยังทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

ข้อวิจารณ์

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ผู้วิจัยได้นำมาวิจารณ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปและข้อเสนอแนะของการวิจัย ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ภายหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังการเรียนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังการเรียน 13.59 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 69.57 และสูงกว่าเกณฑ์ 60% ที่ได้กำหนดไว้ซึ่งถือว่าผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ของกระทรวงศึกษาธิการ คือ อย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อรุมา รักษาชล (2552) ที่ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการใช้กิจกรรมเสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นการจัดการเรียนการสอนรูปแบบหนึ่งที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นักเรียนมีโอกาสได้เรียนรู้และเกิดประสบการณ์จากการได้ลงมือปฏิบัติจริง ทั้งในด้านความรู้ ด้านทักษะและกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ และใช้การประเมินผลผู้เรียนตามสภาพจริง เป็นการช่วยส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนให้เกิดความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของเพ็ญศรี วรศิริ (2550) ที่ว่า “การประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริง ไม่ได้มุ่งเน้นการให้ความรู้แก่เด็กเพียงการส่งผ่านความรู้ด้วยการบอก การอ่านหรือการทำข้อสอบเท่านั้น แต่การประเมินผลตามสภาพจริง เน้นให้ผู้เรียนนำความรู้ในวิชาต่าง ๆ ไปแก้ปัญหาโดยใช้ความคิดที่ซับซ้อน เน้นการปฏิบัติงานที่มีคุณค่าและมีความหมายต่อ นักเรียน เน้นการปฏิบัติงานที่มีแนวทางการปฏิบัติที่หลากหลาย เน้นการปฏิบัติงานที่สอดคล้องกับโลกความเป็นจริง เน้นการเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกปฏิบัติงานตามความถนัดความสนใจ และส่งเสริมให้นักเรียนประเมินตนเองและสะท้อนตนเองในการปฏิบัติงานนั้น และที่สำคัญที่สุดคือ เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจุดสำคัญของแนวคิดดังกล่าวแตกต่างจากแนวคิดการประเมินแบบดั้งเดิม”

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) มีความหลากหลายทั้งทางด้านเนื้อหาและลักษณะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ โดยมีการใช้สื่อการเรียนรู้ประกอบการเรียนการสอน เช่น โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ใบกิจกรรม ใบงาน แบบฝึกเสริมทักษะ และใช้แหล่งการเรียนรู้ในโรงเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าอย่างอิสระ สามารถเชื่อมโยงความรู้แต่ละเนื้อหาที่เรียนไปใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งรู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และบางกิจกรรมยังทำให้นักเรียนมองเห็นสิ่งที่เป็นรูปธรรม สามารถเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมได้โดยอาศัยโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ซึ่งส่งผลให้กิจกรรมมีความน่าสนใจ ทำทนายให้ปฏิบัติ ทำให้ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดในแต่ละหน่วย ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ทักษะการแก้ปัญหา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง ภาคตัดกรวย ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้ทำโจทย์ปัญหาที่หลากหลาย หรือ โจทย์ที่ใช้การอ้างอิงจากข้อมูลจริง เพื่อฝึกให้นักเรียนเข้าใจปัญหา วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาย่างเป็นระบบ ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้เครื่องมือหรือแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้ ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหานั้นขึ้นการทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา กล่าวคือ เมื่อนักเรียนเห็น โจทย์หรือสถานการณ์ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาไม่ได้ บางคนวิเคราะห์ได้แต่ทำไม่ได้ซ้ำไม่ทันเวลา แต่ส่วนมากไม่มั่นใจในขั้นทำความเข้าใจ โจทย์ จึงทำให้ใช้เวลามากในการเขียนแยกส่วนของสิ่งที่โจทย์ต้องการ และส่วนที่โจทย์กำหนดให้ และนักเรียนไม่มีการตรวจสอบคำตอบที่ได้ ทำให้คำตอบที่นักเรียนได้มาไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งผู้วิจัยได้แก้ไขโดยการอธิบายและปรับกิจกรรมในขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหาให้นักเรียนเข้าใจชัดเจนยิ่งขึ้น โดยนำเสนอโจทย์ด้วยโปรแกรม GSP ทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นที่ชัดเจน และเน้นให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นของ Polya (1957) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหานั้น ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ ควบคู่ไปกับการที่ครูใช้คำถามเป็นตัวกระตุ้น ให้นักเรียนอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และวิธีการให้ได้มาซึ่งสิ่งที่โจทย์ต้องการ ทำให้นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการที่ใช้ได้ถูกต้อง และเลือกใช้กลวิธีการหา

คำตอบได้อย่างเหมาะสม ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ นรวิชญ์ ภูสงัด (2553) ที่การศึกษาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา พบว่านักเรียนมีวิธีการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นเป็นตอน มีกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการทำโจทย์ และมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากยิ่งขึ้น

2. ทักษะการให้เหตุผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง ภาคตัดกรวย ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้สื่อโปรแกรม GSP ประกอบ ให้ที่นักเรียนได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจรูปต่าง ๆ สร้างข้อความคาดการณ์ สามารถตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิดและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสมเหตุสมผล จนสามารถสรุปข้อค้นพบต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนเป็นอย่างดีและสามารถจดจำได้นาน ครูทำหน้าที่กระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์โดยใช้คำถามปลายเปิดและเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถเขียนแสดงเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล และจากการใช้คำถามปลายเปิด มีส่วนช่วยให้นักเรียนใช้การคิดวิเคราะห์ เกิดการอภิปรายมากขึ้น เนื่องจากคำตอบอาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบใดที่ถูกต้องที่สุด ซึ่งตรงกับข้อเสนอแนะของสภาครูแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000: 56) ที่เสนอว่าการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะการให้เหตุผลนั้น ควรให้ผู้เรียนได้ฝึกพูดอภิปรายเพื่อแสดงความคิดเห็นและยืนยันวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง รู้จักคาดการณ์หรือคาดเดาคำตอบและการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไปได้อย่างสมเหตุสมผล นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการวัดผลและประเมินผลงานของตนเองและงานของนักเรียนคนอื่น รวมทั้งผู้วิจัยจะเป็นผู้ตรวจความถูกต้องของผลงานใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ แล้วคืนให้นักเรียนและนำข้อบกพร่องมาอธิบายในคาบถัดไป

3. ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เรื่อง ภาคตัดกรวย ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนต้องฝึกการวิเคราะห์ การให้เหตุผล การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมาย ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิด ความคิดเห็นหรือกระบวนการในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล โดยใช้สื่อโปรแกรม GSP ประกอบเนื่องจากโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปแบบพลวัตทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบแนวคิดได้อย่างสะดวก รวดเร็ว ทำให้ไม่เสียเวลามากนักในการนำเสนอ และครู

คอยช่วยชี้แนะแนวทางการสื่อความหมายและการนำเสนอ ซึ่งจากการสังเกตพฤติกรรมพบว่าการใช้โปรแกรม GSP เป็นสื่อในการเรียนการสอน ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ปฏิบัติร่วมกันเป็นกลุ่ม ภายในกลุ่มจะมีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิด การซักถาม อภิปรายเนื้อหาในเรื่องที่เรียน เพื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้และมีความเหมาะสมที่สุด สรุปเป็นวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มและบันทึกผลลงในใบกิจกรรมเพื่อเตรียมนำเสนอต่อทั้งชั้น การที่นักเรียนได้พูดคุย ซักถาม โต้แย้ง อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ทำให้ครูได้ทราบว่านักเรียนคิดอะไรและแก้ปัญหาอย่างไร นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่มีการสื่อความหมายโดยเลือกที่จะวาดภาพในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง ภาคตัดกรวย ทำให้การสื่อสารมีประสิทธิภาพมากขึ้นในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2554) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่น ได้รับรู้

4. ทักษะการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เรื่อง ภาคตัดกรวย ผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม GSP เป็นสื่อในการเรียนการสอน โดยการนำรูปกรวยในชีวิตจริงมาเป็นสื่อ เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนเรื่องภาคตัดกรวย จากนั้นนำเสนอรูปกรวยที่สร้างด้วยโปรแกรม GSP นักเรียนได้เห็นลักษณะของรูปที่มีการยืด หดและเคลื่อนไหวได้อย่างชัดเจน ทำให้มองเห็นภาพที่เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ สังเกต สำรวจ คาดการณ์และค้นพบด้วยตนเอง ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนเกี่ยวกับการศึกษา ครูทำหน้าที่เป็นผู้สร้างบรรยากาศของชั้นเรียนให้มีการเข้าถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนใช้วิธีการหลากหลายในการหาคำตอบ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดสามารถบอกแนวคิด แสดงเหตุผล และส่งเสริมให้นักเรียนพิจารณาและเปรียบเทียบวิธีการของตนเองกับกลุ่มอื่น จากการสังเกตพบว่าบางครั้งนักเรียนไม่สามารถสรุปความรู้ ความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นได้ ซึ่งผู้วิจัยแก้ไขโดยใช้คำถามกระตุ้นหรือให้ย้อนกลับไปสำรวจสิ่งที่ผ่านมา ชี้แนะให้เห็นประเด็นสำคัญของปัญหาและความสัมพันธ์ของสิ่งที่เกี่ยวข้อง ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ และสามารถเชื่อมโยงความรู้ระหว่างบทเรียนได้ สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของ จอห์น ดิวอี้ (John Dewey) ซึ่งมีความเชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้จากการปฏิบัติจริง เป็นการสอนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ทดลองปฏิบัติเสาะหาข้อมูล จัดระเบียบข้อมูล พิจารณาข้อมูล ค้นหาวิธีการและกระบวนการด้วยตนเองและยุพิน พิพิธกุล (2545: 7) ที่กล่าวว่า ในการสอนคณิตศาสตร์

นั่น ปัจจุบันก็มีสื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรมมาช่วยมากมาย ครูจะต้องให้นักเรียน ได้ลงกระทำ หรือปฏิบัติจริงแล้วจึงให้สรุปมโนคติ ครูไม่ควรเป็นผู้บอก เพราะถ้านักเรียนได้ค้นพบด้วยตัวเอง แล้วจะจดจำได้นาน

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GSP เป็นกิจกรรมที่นักเรียน ได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองได้ นักเรียนมีความ ตั้งใจ กระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรม ให้ความสนใจกับสื่อที่ใช้ นักเรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอดเกี่ยวกับวงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา บอกลักษณะสำคัญพร้อมทั้ง ส่วนประกอบต่างๆ ของกราฟ สามารถเขียนกราฟ เขียนสมการมาตรฐานของภาคตัดกรวย สมการ รูปทั่วไป นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์อีกด้วย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยที่ต้องการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช ทั้ง 5 หน่วยการเรียนรู้ คือ การเลื่อนแกนทางขนาน วงกลม วงรี พาราโบลาและไฮเพอร์โบลา สรุปผลได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)
2. ศึกษาพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช

ขอบเขตของการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตไว้ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องที่มี

นักเรียนคละความสามารถ จำนวนนักเรียน 46 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 4 ห้อง จำนวนนักเรียนทั้งหมด 180 คน ที่เรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

3. สารระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยเรื่องนี้ คือ สารระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสารระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เวลาดำเนินการทั้งหมด 18 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555

- | | |
|-----------|--|
| คาบที่ 1 | ทดสอบก่อนการเรียน |
| คาบที่ 2 | การเลือนแกนทางขนาน |
| คาบที่ 3 | บทนิยามของวงกลม และวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ |
| คาบที่ 4 | วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) |
| คาบที่ 5 | โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงกลม |
| คาบที่ 6 | ส่วนประกอบและบทนิยามของวงรี |
| คาบที่ 7 | วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ |
| คาบที่ 8 | วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) |
| คาบที่ 9 | โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงรี |
| คาบที่ 10 | ส่วนประกอบและบทนิยามของพาราโบลา |
| คาบที่ 11 | พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(0, 0)$ |
| คาบที่ 12 | พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) |
| คาบที่ 13 | โจทย์ประยุกต์ เรื่อง พาราโบลา |
| คาบที่ 14 | ส่วนประกอบและบทนิยามของไฮเพอร์โบลา |
| คาบที่ 15 | ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ |
| คาบที่ 16 | ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) |
| คาบที่ 17 | โจทย์ประยุกต์ เรื่อง ไฮเพอร์โบลา |
| คาบที่ 18 | ทดสอบหลังการเรียน |

5. ตัวแปรที่ทำการศึกษาในงานวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

5.1. ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เรื่อง ภาคตัดกรวย

5.2. ตัวแปรตาม คือ ผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย และพฤติกรรมการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ชนิด ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 16 คาบ และเวลาในการทดสอบ 2 คาบ

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนกับกลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบปรนัยเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ แบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ จากการหาคุณภาพของแบบทดสอบพบว่าแบบทดสอบมีค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.23 ถึง 0.77 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 ถึง 0.80 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเท่ากับ 0.74

3. แบบประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน 4 ด้าน คือ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากนั้นนำเครื่องมือไปหาคุณภาพ

2. นำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการทำวิจัย จากภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปติดต่อผู้อำนวยการ โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้ดังนี้

2.1 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ แบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างขึ้น ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว มาทำการทดสอบก่อนการเรียนกับนักเรียน จำนวน 1 คาบ โดยใช้เวลา 50 นาที

2.2 ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่สอนโดยเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) กับนักเรียนเป็นเวลา 16 คาบ คาบละ 50 นาที และเมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละคาบ ครูจะใช้แบบประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์แบบไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งสี่ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

2.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับเดิม มาทำการทดสอบหลังการเรียนกับนักเรียน จำนวน 1 คาบ เป็นเวลา 50 นาที

3. นำผลการทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบกัน และผลการทดสอบหลังการเรียนมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ 60% จากนั้นจึงนำผลทั้งหมดมาวิเคราะห์ แปรผล และสรุปผล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้สถิติดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่
 - 1.1 ค่าร้อยละ
 - 1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})
 - 1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้แก่
 - 2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC)
 - 2.2 ค่าดัชนีความยาก (p)
 - 2.3 ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r)
 - 2.4 ค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรของคูเดออร์ริชาร์ดสัน (KR-20)
3. สถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้ Matched-paires t-test
4. สถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% โดยใช้ One sample t-test
5. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพที่ได้จากแบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใช้วิธีวิเคราะห์เนื้อหา และนำข้อมูลมาเรียบเรียง จำแนกอย่างเป็นระบบ จากนั้นนำมาตีความหมายเชื่อมโยงความสัมพันธ์ และสร้างข้อสรุปจากข้อมูลต่าง ๆ ที่รวบรวมได้

ผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช สูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนนเฉลี่ย 13.59 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 69.57
3. นักเรียนมีพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น

ข้อเสนอแนะ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ 60% เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จัดได้ว่าเป็น

รูปแบบการจัดกิจกรรมที่น่าสนใจที่สามารถทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา ลักษณะสำคัญของเนื้อหาในแต่ละกิจกรรม นักเรียนสามารถสรุปและอธิบายเนื้อหาของภาคตัดกรวย ทำให้รู้จักคิด วิเคราะห์ นำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้การจัดการเรียนรู้ครั้งนี้ประสบความสำเร็จตามวัตถุประสงค์ดังนั้นครูสามารถนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไปประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ต่อไป

2. เนื่องจากจุดเด่นของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad คือ ลักษณะของโปรแกรมแบบพลวัต ที่สามารถทำให้รูปมีการยืด หดและเคลื่อนไหวได้อย่างชัดเจน ทำให้มองเห็นภาพที่เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น จึงทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ สามารถเห็นลักษณะสำคัญของกราฟวงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลาได้ชัดเจน นักเรียนสามารถเข้าใจถึงความคิดรวบยอดของภาคตัดกรวยได้ และใช้เวลาในการทำความเข้าใจน้อยกว่าการเรียนรู้จากกราฟบนกระดานดำ ไม่มีการเคลื่อนไหว ดังนั้นเมื่อใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อในการเขียนกราฟเรื่องภาคตัดกรวยนี้ ช่วยลดข้อจำกัดในเรื่องของการเขียนกราฟ ดังนั้นครูสามารถนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไปจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่มีกราฟเข้ามาเกี่ยวข้องได้เป็นอย่างดี

3. ในขั้นตอนการทำกิจกรรม เมื่อครูให้นักเรียนสังเกตลักษณะของกราฟในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ครูควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและเรียนรู้ลักษณะสำคัญของกราฟ ทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ สามารถวิเคราะห์ในสิ่งที่ครูถาม และนำสิ่งที่ได้เรียนรู้มาสรุปเป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับภาคตัดกรวยได้

4. ในการวาดกราฟของภาคตัดกรวยด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ครูควรชี้แจงให้นักเรียนจัดสมการก่อนที่จะพิมพ์ให้โปรแกรมวาดกราฟ เนื่องจากโปรแกรมจะสร้างกราฟจากฟังก์ชันเท่านั้น เช่น การสร้างวงกลมจะต้องจัดสมการ $x^2 + y^2 = r^2$ เป็น $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ และ $y = -\sqrt{r^2 - x^2}$ ซึ่งจะได้ครึ่งวงกลม 2 รูปประกบกัน

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรเพิ่มการเคลื่อนไหว หรือเพิ่มเทคนิคการนำเสนอด้วยโปรแกรม GSP ที่แปลกใหม่เข้าไปเพื่อความน่าสนใจและความสมบูรณ์ของสื่อในเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวย เช่น การนำเสนอเทคนิคที่หลากหลายในการสร้างรูปวงรีนอกจากการสร้างจากบทนิยาม

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ควรมีการศึกษาเจตคติของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และพัฒนาความสามารถในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม



เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. 2550. **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: ม.ป.ท.
(เอกสารอัดสำเนา)

กรมวิชาการ. 2545. **คู่มือการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์
องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

จงกล ศิริประภา. 2550. **การศึกษาสมรรถภาพด้านเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารของ
ครูผู้สอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3**. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์
มหาบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา, มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์.

จุไรรัตน์ ประจวบมอญ. 2548. **การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะ
กระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์
ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการประถมศึกษา, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

เจนสมุทร แสงพันธ์. 2550. **การศึกษาการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาปลายเปิด: เน้น
การแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย**. รายงานการวิจัยคณะศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. 2544. **ปฏิกณะคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์สุวีริยาสาส์น.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2542. **ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์**.
กรุงเทพมหานคร. : เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

ชานนท์ จันทรา. 2555. **การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ**.
กรุงเทพมหานคร: บริษัท อาร์ แอนด์ เอ็น ปริ้นท์ จำกัด.

ทิสนา แคมมณี. 2544. **14 วิธีสอนสำหรับครูมืออาชีพ**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ทีศนา แคมมณี. 2547. รูปแบบการเรียนการสอน ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นรวิษณุ ภูสังข์. 2553. การศึกษาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่เน้นขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- นวลนดา สงวนวงษ์ทอง. 2549. แนะนำให้รู้จักโปรแกรม Sketchpad (Online). <http://www.ipst.ac.th/article/math/bar.html>, 17 กุมภาพันธ์ 2555.
- นารี วงศ์ลิโรจน์กุล. 2549. สสวท.ชวนครุคณิตศาสตร์อบรม GSP ช่วงปิดเทอม (Online). <http://www.blogth.com/blog/Science/Science/3081.html>, 17 กุมภาพันธ์ 2555.
- เพ็ญศรี วรศิริ. 2550. การพัฒนารูปแบบการประเมินตามสภาพจริง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษายโสธร เขต 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิจัยและประเมินผลการศึกษา, มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.
- พงศธร มหาวิจิตร. 2550. กิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้ จำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิต และพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พรรณวิภา แก่นนาคำ. 2554. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

- ไพฑูล นารคร. 2549. “การพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์เป็นการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์”. วารสารศึกษาศาสตร์ มข. 29(3-4): 38-47.
- ยุพิน พิพิธกุล. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์ จำกัด.
- _____. 2543. การเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์ จำกัด.
- _____. 2545. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์ จำกัด.
- รัชณี วันทองสุข. 2554. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- วิลาวัณย์ ไชยประสพ. 2550. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรมจีโอเมตอร์ สเก็ทแพด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมงฟอร์ตวิทยาลัย. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- วราภรณ์ มีหนัก. 2545. “การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์”. ว.วิชาการ. 2545 (9): 26-27.
- วัชรวิ ขันเชื้อ. 2545. การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- วิวรรณ จันทร์เทพย์. 2543. เทคโนโลยีทางการศึกษา. ราชบุรี: คณะครุศาสตร์. มหาวิทยาลัยราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง.

ศักดิ์ดา ศรีผางศ์. 2547. การพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยโครงการ เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2548. คู่มือแนะนำการใช้งาน The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2548. คู่มืออ้างอิง The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2550. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2551. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วน จำกัด ส. เจริญการพิมพ์.

_____. 2554. เอกสารสำหรับผู้รับการอบรมโครงการพัฒนาครูและบุคลากรทางการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2545. กิจกรรมส่งเสริมการคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: Learn and play Mathgroup. สถาบันราชภัฏพระนคร.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค, ปรีชา จันทร์กล้า และ สมเดช บุญประจักษ์. 2544. ถ่ายคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สถาบันราชภัฏพระนคร.

สิริพร ทิพย์คง. 2536. ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร. คณะศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สิริพร ทิพย์คง. 2545. **หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์
บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ จำกัด.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2545. **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542**.
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี. 2554.
แผนพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่สิบเอ็ด พ.ศ.2555-2559 (Online).
<http://www.nesdb.go.th/Default.aspx?tabid=395>, 11 กุมภาพันธ์ 2556.

อนันต์ จันทร์ทวี. 2537. **สาระและวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8-11**.
กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.

อรอุมา รักษาชล. 2552. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสอง
มิติและสามมิติ ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช**. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร
มหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อัมพร ม้าคนอง. 2547. **“การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” ในประมวล
บทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**.
กรุงเทพฯ: บริษัทการพิมพ์.

_____. 2554. **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ**. กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อุบล กลองกระโทก. 2552. **การแก้โจทย์ปัญหาค่าสูงสุดต่ำสุดของฟังก์ชันโดยใช้ The Geometer's
Sketchpad (GSP)**. กรณีศึกษา: สาขาวิชาคณิตศาสตร์สารสนเทศ คณะวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.

- อุษา จันทร. 2552. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาร สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้รูปแบบแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา, มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย.
- อำนาจ เชื้อบ่อคา. 2547. ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์การศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- Baroody, A. 1993. **Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically.** New York: Merrill.
- Christen, D. R. 2012. **The Effect of a Computerized, Cognitive Intervention on the Working Memory and Mathematical Skill Performance of Inner-City Children.** Educational Psychology, Miami University.
- Foletta, G. M. 1994. **Technology and Guided Inquiry Understanding of Students Thinking While Using a Cognitive Computer Tool, the Geometer's Sketchpad, in a Geometry Class.** Dissertation Abstracts International. 55(8): 2311-A.
- Gagne, R. M. 1970. **The Conditions of Learning.** New York: Holt Rinehart and Winston.
- Hiengraj, C. 2006. **Roles of Geometer's Sketchpad in students's processes of geometric conceptual construction on Transition : A case study.** Paper presented at the Thailand International Conference on 21st Century Information Technology in Mathematics Education, held at Chiang Mai Rajabhat University, Chiang Mai, Thailand. 17-20.
- House, P. 1996. Try a little of write stuff. In P.C. Elliott & M.J. Kenney(Eds.). **Communication in mathematics, K-12 and Beyond.** Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, 89-94.

Key Curriculum Press. 1997. **Discovering Geometry** (Online). <http://www.keycurriculum.com>, June 21, 2012.

_____. 2009. **Sketchpad Activities** (Online). <http://www.keycurriculum.com/resources/sketchpad-resources/free-activities>, June 21, 2012.

Krulik, S. and J. Rudnick. 1993. **Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers**. Boston: Allyn and Bacon.

Lester, M. L. 1996. **The Effect of the Geometer's Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students**. Dissertation Abstracts International. 57(6): 2611-A.

O'Daffer, P. 1990. Inductive and deductive reasoning. **Mathematics Teachers**. 84(5): 378-410.

Polya, G. 1957. **How To Solve It. A New Aspect of Mathematical Method**. Garden City, New York: Doubleday and Company.

_____. 1985. **How To Solve It(2nd Edition)**. New York: Princeton University Press.

Rowan, T. E. and J.L. Morrow. 1993. **Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standard: Reading From the Arithmetic Teacher**. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Shield, M. and K. Swinson. 1996. The link sheet: A communication aid for clarifying and developing mathematical ideas and processes. In P.C. Elliott & M.J. Kenney(Eds.). **Communication in mathematics, K-12 and Beyond**. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, 35-39.

Steen, L. A. and S.L. Forman. 1995. "Mathematics for work and life". In I.M. Carl(Ed.), **Seventy-Five Years of Progress: Prospects for School Mathematics**. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, 219-241.

The National Council of Teachers of Mathematics. 1989. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_____. 1992. **Geometry in the middle grades**. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

_____. 2000. **Principles and Standard for School Mathematics**. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Yousif , A. E. 1997. **The Effect of the Geometer' s Sketchpad on the Attitude Toward Geometry of High School Students**. Dissertation Abstracts International.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิณ
อาจารย์ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน
2. นางเรวดี วิทสุวรรณ
อาจารย์หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช
จังหวัดนครศรีธรรมราช
3. นายสุจินต์ เขาคูสิต
อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช



ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การทดสอบก่อนเรียน (pre - test)		จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	การเลื่อนแกนทางขนาน	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	บทนิยามของวงกลม และวงกลมที่มี จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงกลม	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	ส่วนประกอบและบทนิยามของวงรี	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง วงรี	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9	ส่วนประกอบและบทนิยามของ พาราโบลา	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10	พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(0, 0)$	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11	พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง พาราโบลา	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13	ส่วนประกอบและบทนิยามของ ไฮเพอร์โบลา	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14	ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ จุด $(0, 0)$	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15	ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ จุด (h, k)	จำนวน 1 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16	โจทย์ประยุกต์ เรื่อง ไฮเพอร์โบลา	จำนวน 1 คาบ
การทดสอบหลังเรียน (post - test)		จำนวน 1 คาบ

รวม 18 คาบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 41202 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 ชื่อหน่วยการเรียนรู้ เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555
 ชื่อแผน การเลื่อนแกนทางขนาน เวลา 1 คาบ
 ผู้เขียนแผน : นางสาวอังคณา สุวรรณพัฒน์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. เปลี่ยนแปลงแกนพิกัดเดิมโดยให้แกนพิกัดใหม่ขนานกับแกนพิกัดเดิมได้
2. บอกพิกัดของจุดที่กำหนดให้เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ที่เลื่อนแกนทางขนานได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอได้

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียนมี

1. ระเบียบวินัยในตนเอง
2. ความรอบคอบ
3. ความสนใจ และมีความกระตือรือร้น
4. ความมุ่งมั่นตั้งใจในการทำงาน
5. ความตรงต่อเวลา

สาระการเรียนรู้

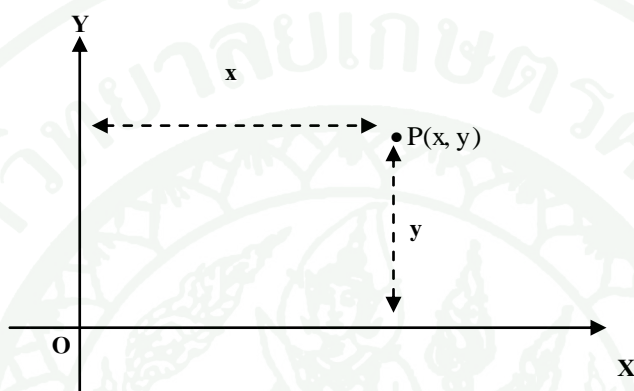
การเลื่อนแกนทางขนาน(Translation of Axes)

การเลื่อนแกนทางขนาน หมายถึง การเปลี่ยนแปลงแกนพิกัดเดิมอย่างน้อยหนึ่งแกน(แกน X หรือแกน Y) โดยให้แกนพิกัดใหม่ขนานกับแกนพิกัดเดิม

1. การเปลี่ยนแปลงพิกัดของจุด

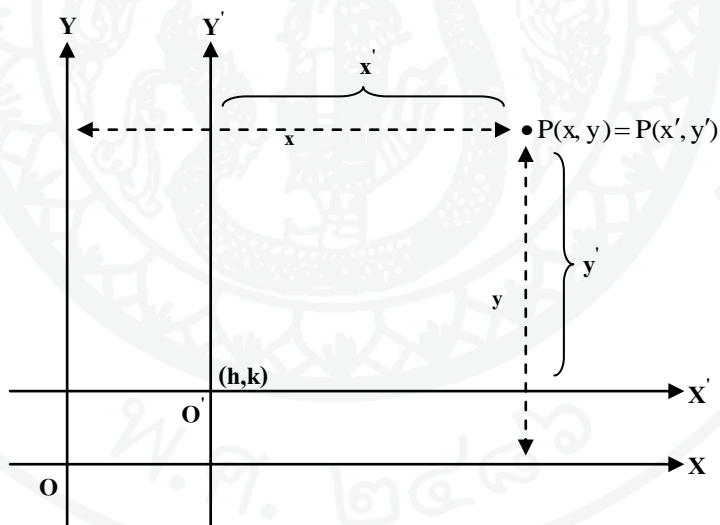
การเลื่อนแกนทางขนานนับเป็นพื้นฐานที่สำคัญที่จะช่วยในการศึกษาเกี่ยวกับภาคตัดกรวยให้สะดวกยิ่งขึ้น ในระบบพิกัดฉากเราใช้แกน X และแกน Y สำหรับอ้างอิงพิกัดหรือตำแหน่งของจุดในระนาบ

จุด $P(x,y)$ เป็นจุดที่อยู่ห่างจากแกน Y ไปทางขวามือเป็นระยะ x หน่วย และอยู่ห่างจากแกน X ซึ่งอยู่เหนือแกน X เป็นระยะ y หน่วย



เมื่อเลื่อนแกน จุด $P(x,y)$ ยังคงที่แต่พิกัดของจุด P จะเปลี่ยนไปเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

ดังรูป



สมมติให้แกน X' และแกน Y' เป็นแกนพิกัดใหม่ ซึ่งเกิดจากการเลื่อนแกนทางขนานแกน X และแกน Y ตามลำดับ ดังนั้น แกน X' จะขนานกับแกน X และแกน Y' จะขนานกับแกน Y

ให้ $O'(h, k)$ เป็นจุดกำเนิดของแกน X' และแกน Y'

จุด P เป็นจุดใด ๆ ในระนาบ

(x, y) เป็นพิกัดของจุด P เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม

(x', y') เป็นพิกัดของจุด P เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

เพราะฉะนั้น

$$x = x' + h$$

$$y = y' + k$$

$$x' = x - h$$

$$y' = y - k$$

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเลื่อนแกนไปโดยให้จุด (2, 4) เป็นจุดกำเนิดใหม่ และจุด P(-1, 3) เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม จงหาพิกัดของจุด P เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

วิธีทำ ให้ (x, y) เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม

(x', y') เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

$O'(h, k)$ เป็นจุดกำเนิดของแกนพิกัดใหม่

จะได้ จุด $O'(h, k) = (2, 4)$

ดังนั้น $h = 2, k = 4$

$$P(x, y) = P(-1, 3)$$

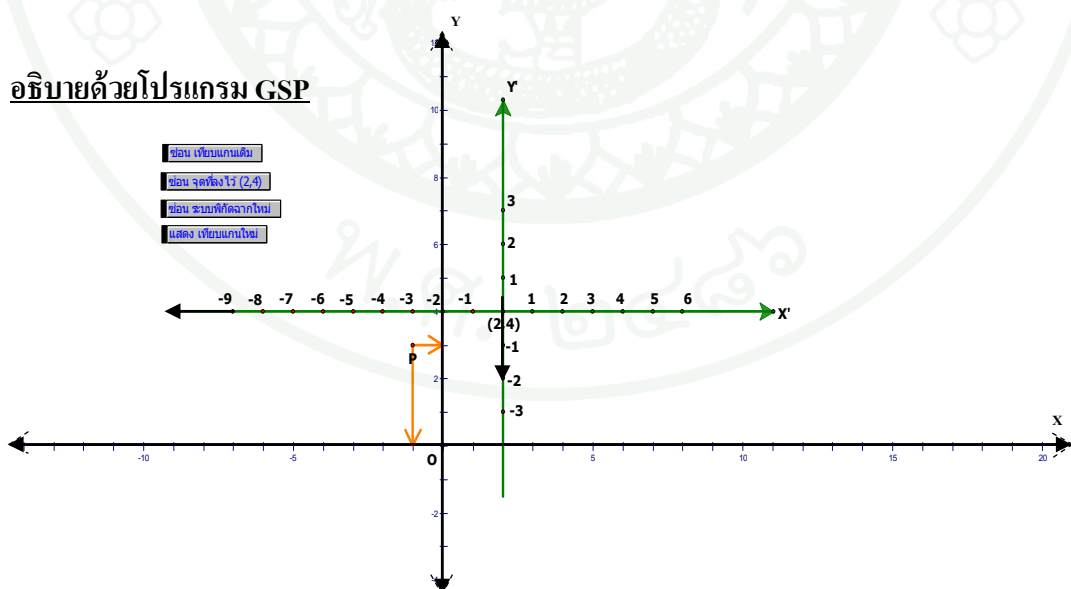
จาก $x' = x - h$ และ $y' = y - k$

จะได้ $x' = x - 2$ และ $y' = y - 4$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } P(x', y') &= P(-1-2, 3-4) \\ &= P(-3, -1) \end{aligned}$$

ดังนั้น พิกัดของจุด P เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ คือ $(-3, -1)$

อธิบายด้วยโปรแกรม GSP



ตัวอย่างที่ 2 ถ้าเลื่อนแกนไปโดยให้จุด $(4, -1)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่และจุด $R(-2, 5)$ เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ จงหาพิกัดของจุด R เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม

วิธีทำ ให้ (x, y) เป็นพิกัดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม

(x', y') เป็นพิกัดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

$O'(h, k)$ เป็นจุดกำเนิดของแกนพิกัดใหม่

จะได้ จุด $O'(h, k) = (4, -1)$

ดังนั้น $h = 4, k = -1$

$$R(x', y') = R(-2, 5)$$

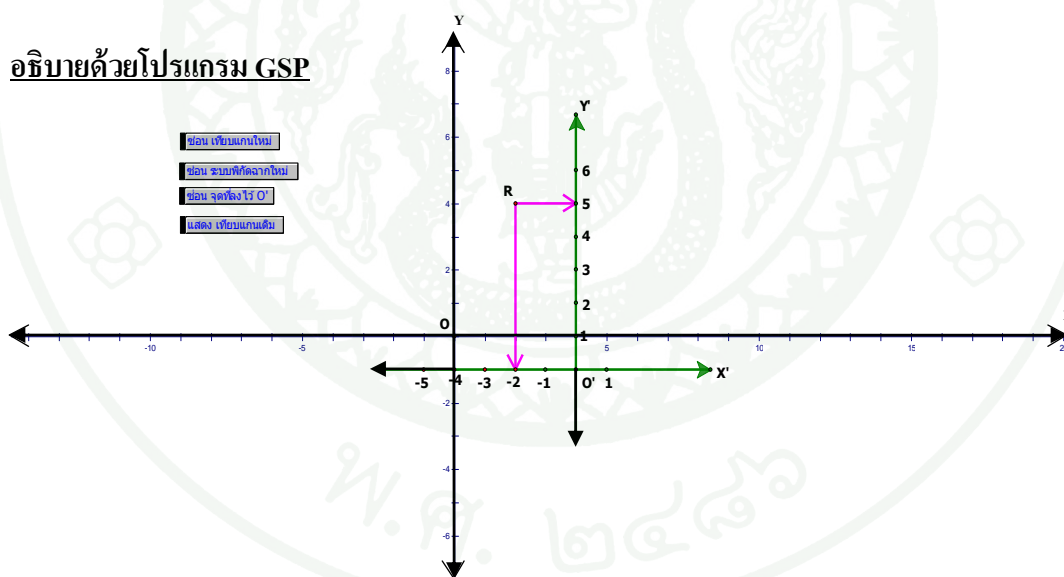
จาก $x = x' + h$ และ $y = y' + k$

จะได้ $x = x' + 4$ และ $y = y' + (-1)$

ดังนั้น $R(x, y) = R(-2 + 4, 5 + (-1))$
 $= R(2, 4)$

ดังนั้น พิกัดของจุด R เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม คือ $(2, 4)$

อธิบายด้วยโปรแกรม GSP



2. การเลื่อนแกนทางขนานกับการเขียนกราฟ

กราฟของสมการบางสมการ ถ้าเขียนกราฟในระบบพิกัดฉากที่มีจุดกำเนิดที่จุด $(0,0)$ อาจเขียนได้ยาก แต่ถ้าเลื่อนแกนไปที่จุด (h, k) ที่เหมาะสม และเปลี่ยนพิกัดของจุด $P(x, y)$ ใด ๆ ในระบบพิกัดฉากเดิมเป็น $P(x', y')$ ทำให้สมการเทียบกับแกนใหม่มีรูปร่างง่ายต่อการเขียนกราฟ

ตัวอย่างที่ 3 ถ้าเลื่อนแกนไปที่จุด $(3,-7)$ กราฟของสมการ $x^2 - 6x + y^2 + 14y - 2 = 0$ จะมีสมการเมื่อเทียบกับแกนใหม่ซึ่งใช้พิกัด (x', y') แทนพิกัด (x, y) เป็นอย่างไร

วิธีทำ ให้ $O'(h, k)$ เป็นจุดกำเนิดของแกนพิกัดใหม่

จากโจทย์เลื่อนแกนไปที่จุด $(3,-7)$ จะได้ $O'(h, k) = O'(3,-7)$

ดังนั้น $h = 3, k = -7$

จาก $x = x' + h$ และ $y = y' + k$

จะได้ $x = x' + 3$ และ $y = y' + (-7)$

จากสมการ $x^2 - 6x + y^2 + 14y - 2 = 0$ แทนค่า $x = x' + 3$ และ $y = y' + (-7)$

จะได้ $(x' + 3)^2 - 6(x' + 3) + (y' + (-7))^2 + 14(y' + (-7)) - 2 = 0$

$$(x')^2 + 6x' + 9 - 6x' - 18 + (y')^2 - 14y' + 49 + 14y' - 98 - 2 = 0$$

$$(x')^2 + (y')^2 = 60$$

ดังนั้น สมการเทียบกับแกนใหม่ของกราฟ คือ $(x')^2 + (y')^2 = 60$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องพื้นฐานเกี่ยวกับระบบแกนพิกัดจากโดยใช้การถามตอบ
2. ครูอธิบายเรื่องความหมายของการเลื่อนแกนทางขนานและการเปลี่ยนแปลงพิกัดของจุด โดยใช้โปรแกรม GSP พร้อมทั้งใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย และซักถามข้อสงสัยเกี่ยวกับความหมายของการเลื่อนแกนขนานและการเปลี่ยนแปลงพิกัดของจุด
3. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของการเลื่อนแกนทางขนานและการเปลี่ยนแปลงพิกัดของจุด
4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย จากนั้นครูอธิบายด้วยโปรแกรม GSP อีกครั้งหนึ่งและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้การถามตอบ จากนั้นครูอธิบายด้วยโปรแกรม GSP อีกครั้งหนึ่งและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
6. ครูยกตัวอย่างที่ 3 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
7. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปการเปลี่ยนแปลงแกนพิกัดเดิมโดยให้แกนพิกัดใหม่ขนานกับแกนพิกัดเดิม และการหาพิกัดของจุดที่กำหนดให้เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ที่เลื่อนแกนทางขนาน โดยใช้การถามตอบ

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 เรื่อง การเลื่อนแกนทางขนาน โดยครูให้นักเรียนทำและส่งในห้องเรียนข้อ 1.1, 1.3, 2.2, 2.4 และข้อ 3 ข้อที่เหลือให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP ไฟล์ 1_translation of axes.gsp
2. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 เรื่อง การเลื่อนแกนทางขนาน

การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือและร่วมกิจกรรมเป็นอย่างดี
3. การทำโจทย์ตัวอย่างในชั้นเรียน	3. นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจในโจทย์ตัวอย่างเป็นอย่างดี
4. การทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1	4. นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลาและทำได้ถูกต้องร้อยละ 90 แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ยังต้องแก้ไข ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการสอน

1. ด้านความรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเปลี่ยนแปลงแกนพิกัดเดิมโดยให้แกนพิกัดใหม่ขนานกับแกนพิกัดเดิมได้ เมื่อครูยกตัวอย่างการเลื่อนแกน นักเรียนบอกพิกัดของจุดที่กำหนดให้เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ที่เลื่อนแกนทางขนานได้ถูกต้อง แต่เมื่อให้ทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 มีนักเรียนประมาณร้อยละ 10 ที่ไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาที่นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานมาประยุกต์ในข้อ 3 และข้อ 4 ได้ ครูแก้ไขด้วยการอธิบายแนวคิดในการวางแผนแก้ปัญหาก่อนเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการทำต่อด้วยตนเอง

2. ด้านทักษะและกระบวนการ

แผนการจัดการเรียนรู้นี้เป็นแผนที่จัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 1_translation of axes.gsp เป็นสื่อในการสอนให้นักเรียนเห็นมโนทัศน์เมื่อแกนพิกัดเดิมเลื่อนไปยังจุดกำเนิดใหม่ โดยครูให้นักเรียนเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างจากสื่อโปรแกรม พบว่านักเรียนสามารถสรุปเป็นสูตรได้ ซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ถึงที่มาของการเลื่อนแกนและสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง จากนั้นครูให้นักเรียนทำโจทย์ตัวอย่างประยุกต์ในการเลื่อนแกนทางขนานซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาโดยครูใช้คำถามกระตุ้นซึ่งพบว่านักเรียนสามารถใช้ทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอได้ดี

3. ด้านคุณลักษณะ

นักเรียนเข้าเรียนได้ตรงเวลา มีความสนใจ และกระตือรือร้นในบทเรียนที่ครูสอน ขณะที่ครูให้นักเรียนฝึกทำในห้องนักเรียนมีความมุ่งมั่นตั้งใจที่จะทำงาน ไม่พูดคุยเสียงดัง มีระเบียบวินัย และมีความรอบคอบในการทำงาน

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1

เรื่อง การเลื่อนแกนทางขนาน

รหัสวิชา ค 41202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

1. ถ้าเลื่อนแกนไปโดยให้จุด $(-5, 2)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่ จุดในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม จงหาพิกัดของจุดเหล่านี้ เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

1.1 $A(0,0)$	1.2 $B(6,0)$
1.3 $C(-3,4)$	1.4 $D(5,-5)$

2. ถ้าเลื่อนแกนไปโดยให้จุด $(3, 1)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่ จุดในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ จงหาพิกัดของจุดเหล่านี้เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม

<p>2.1 $P(-4,2)$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>2.2 $Q(3,-5)$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>2.3 $R(3,3)$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>2.4 $S(-6,-2)$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 41202 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 ชื่อหน่วยการเรียนรู้ เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555
 ชื่อแผน วังรี เวลา 1 คาบ
 ผู้เขียนแผน : นางสาวอังคณา สุวรรณพัฒน์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามของวงรี
2. บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรีและความสัมพันธ์ของส่วนประกอบเหล่านั้นได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. ให้เหตุผล
2. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอได้
3. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

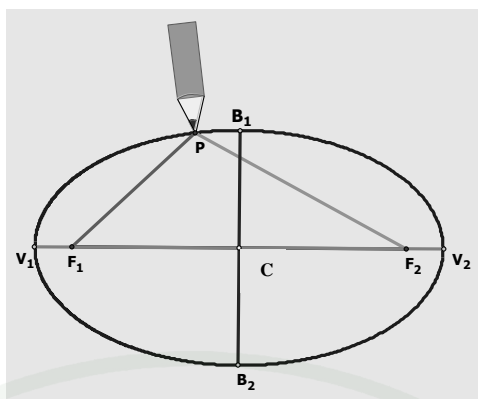
ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. ทำงานอย่างเป็นระบบ
2. เป็นคนช่างสังเกต
3. ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
4. มีความรอบคอบ

สาระการเรียนรู้

บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี

วงรี(ellipse) คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุด F_1 และ F_2 ที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวนี้ต้องมากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสองจุด จุดสองจุดที่ตรึงอยู่กับที่นี้เรียกว่า โฟกัส (focus) ของวงรี



- เรียกจุด F_1 และจุด F_2 ที่เป็นจุดตรึงทั้งสองจุด ว่า **โฟกัสของวงรี**
- เรียก $PF_1 + PF_2$ เมื่อ P เป็นจุดใด ๆ บนวงรี ว่า **ผลบวกคงตัว**
- เรียกจุด C ที่เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างโฟกัสทั้งสอง ว่า **จุดศูนย์กลางของวงรี**
- เรียกจุด V_1 และจุด V_2 ที่เป็นจุดตัดระหว่างเส้นตรงที่ผ่านโฟกัสทั้งสองกับวงรี ว่า **จุดยอดของวงรี**
- เรียก $\overline{V_1V_2}$ ที่เป็นส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดยอดทั้งสอง ว่า **แกนเอก (major axis)** ของวงรี
- เรียก $\overline{B_1B_2}$ ที่เป็นส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกนเอกของวงรี ณ จุดศูนย์กลางของวงรี และมีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงรี ว่า **แกนโท (minor axis)** ของวงรี
- เรียกส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกนเอกที่โฟกัส และมีจุดปลายของส่วนของเส้นตรงทั้งสองอยู่บนวงรี ว่า **เลตัสเรกตัม** ของวงรี

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครุณาเข้าสู่บทเรียน โดยครูแสดงแบบจำลองรูปกรวยจริงให้นักเรียนสังเกตว่าถ้าเราตัดกรวยกลมตรงด้วยระนาบที่ไม่ขนานกับเส้นประกอบรูปกรวยและไม่ตั้งฉากกับแกนของกรวย จะทำให้เกิดรอยตัดที่มีลักษณะอย่างไร(รูปวงรี) จากนั้นจึงสาธิตการใช้ระนาบตัดกรวยด้วยโปรแกรม GSP(2_cone.gsp)
2. ครูสาธิตการสร้างรูปวงรีบนกระดาน โดยครูขออาสาสมัครนักเรียนจำนวน 2 คน ออกมาเป็นผู้ช่วยครูสร้างรูปวงรี โดยให้นักเรียนแต่ละคนกดปลายเชือกแต่ละข้าง ให้จุดปลายของเชือกอยู่ ณ จุดที่ครูกำหนดให้ (ระยะห่างระหว่างจุดน้อยกว่าความยาวของเชือก) จากนั้นครูใช้ปากกาไวท์บอร์ดดึงเชือกให้ตึงตลอดเวลา ขณะที่ค่อย ๆ เคลื่อนปากกาไปรอบ ๆ ปลายเส้นเชือกที่นักเรียนทั้งสองคนกดไว้ แล้วครูตั้งคำถาม ดังนี้
 - รูปที่เกิดขึ้นเป็นรูปอะไร (รูปวงรี)
 - ระยะทางจากจุดปลายปากกาไปยังจุดคงที่ที่กำหนดให้สองจุด(จุดปลายเชือก) มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (ผลบวกของระยะทางจากจุดปลายปากกาถึงจุดปลายทั้งสองเท่ากับความยาวของเชือกที่มีความยาวคงตัวเสมอ)

- ถ้าเชื่อกว่าระยะห่างระหว่างปลายเชือกเพียงเล็กน้อย วงรีที่วาดได้จะมีรูปร่างอย่างไร (มีรูปร่างเรียวยาว)
 - ถ้าปลายเชือกทั้งสองอยู่ใกล้กันมาก วงรีที่วาดได้จะมีรูปร่างอย่างไร (วงรีที่วาดได้รูปร่างเกือบจะเป็นวงกลม)
3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คนต่อคอมพิวเตอร์ 1 เครื่อง ครูแนะนำขั้นตอนการทำกิจกรรมการสำรวจวงรีโดยใช้โปรแกรม GSP(5_ellipse_stu.gsp)
 4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 “วงรีเป็นอย่างไร” ให้นักเรียนศึกษาและปฏิบัติตามใบกิจกรรมเป็นกลุ่มตามที่แบ่งไว้ โดยใช้เวลาประมาณ 15 นาที ระหว่างทำกิจกรรมครูเดินดูนักเรียนรอบ ๆ ห้อง สังเกตการทำงานของนักเรียน
 5. เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติเรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มเลือกตัวแทนกลุ่ม ๆ ละ 1 คนจำนวน 3 กลุ่มมานำเสนอหน้าห้องเรียน โดยใช้เวลากลุ่มละ 5 นาที และเพื่อน ๆ สามารถซักถามได้
 6. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีของวงรี และส่วนประกอบของวงรีโดยใช้การถามตอบ

สื่อการเรียนรู้

1. เชือกและปากกาไวท์บอร์ด
2. โปรแกรม GSP ไฟล์ 2_cone.gsp และไฟล์ 5_ellipse.gsp
3. ใบกิจกรรมที่ 1 “วงรีเป็นอย่างไร”

การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตการทำงานร่วมกันของนักเรียน	2. นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่มเป็นอย่างดี
3. การทำใบกิจกรรมที่ 1	3. นักเรียนสามารถทำใบกิจกรรมที่ 1 ได้

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการสอน

1. ด้านความรู้

นักเรียนสามารถบอกนิยามของวงรีได้ จากการสาธิตของเพื่อน และสามารถบอก ส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรีและบอกความสัมพันธ์ของส่วนประกอบเหล่านั้นได้ จากการทำ กิจกรรมที่ 1 “วงรีเป็นอย่างไร”

2. ด้านทักษะและกระบวนการ

จากการสาธิตโดยตัวแทนนักเรียนออกมาปฏิบัติกิจกรรม เพื่อให้นำเข้าสู่บทนิยามของวงรี โดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมเพื่อนำไปสู่สิ่งที่เป็นามธรรม ครูตั้งคำถามให้นักเรียนในห้องร่วมกันคิดว่าทำไมทำแบบนี้แล้วได้รูปวงรี นักเรียนได้ความสัมพันธ์อะไรบ้างจากสิ่งที่เห็น ผู้วิจัยสังเกต พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนพบว่า นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดบทนิยามของวงรีได้ และจาก กิจกรรม “วงรีเป็นอย่างไร” ที่ให้นักเรียนทำงานเป็นรายกลุ่ม โดยใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 5_ellipse.gsp พบว่านักเรียนค่อนข้างใช้เวลามากในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการปฏิบัติกิจกรรม ครูจึงต้องอธิบายและชี้แจงเพิ่มเติมให้แก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจนก่อน เมื่อนักเรียน สามารถวางแผนการทำงานได้อย่างเรียบร้อย ก็สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างรวดเร็วขึ้น โดย นักเรียนสามารถบันทึกผลได้อย่างถูกต้องทั้งหมดร้อยละ 80 นักเรียนร้อยละ 18 บันทึกผิดบางส่วน และนักเรียนร้อยละ 2 ไม่เข้าใจคำสั่งทำให้บันทึกไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนส่วนใหญ่ให้เหตุผลเกี่ยวกับ สมบัติของวงรีและความสัมพันธ์ระหว่าง a , b และ c ได้ถูกต้อง

3. ด้านคุณลักษณะ

จากการให้ทำกิจกรรม “วงรีเป็นอย่างไร” พบว่านักเรียนมีการวางแผนการทำงานอย่างเป็น ระบบ รู้จักช่างสังเกต และมีความรอบคอบในการทำกิจกรรมและยังเห็นได้ว่านักเรียนสามารถ ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

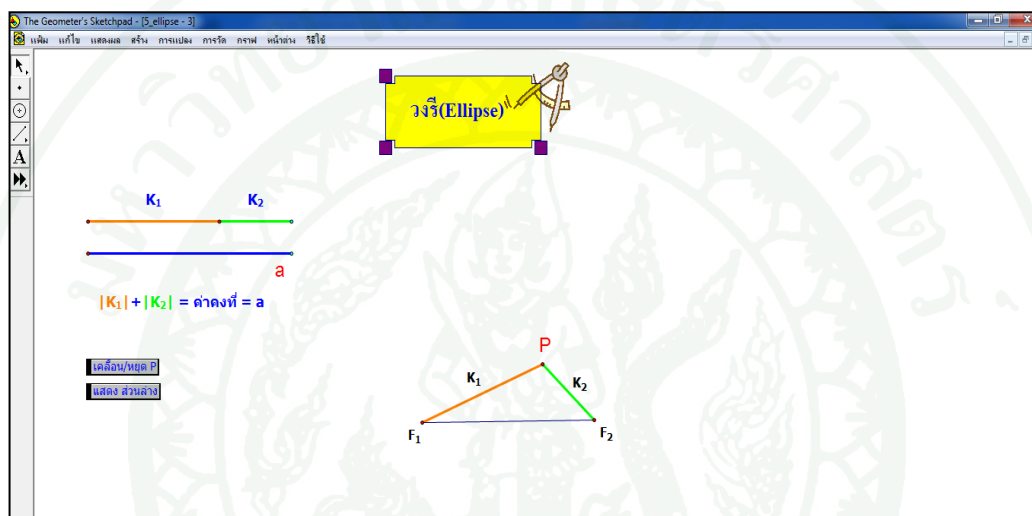
ใบกิจกรรมที่ 1 “วงรีเป็นอย่างไร”

อุปกรณ์ :

- 1) เครื่องคอมพิวเตอร์ 1 เครื่อง
- 2) ไฟล์ 2_cone.gsp
- 3) ใบกิจกรรมที่ 1

คำสั่ง: ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมที่ 1 ตามหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1



1. ให้นักเรียนคลิกที่ปุ่ม **เคลื่อน/หยุด P** สังเกตสิ่งที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ และบันทึกผลโดยอธิบายอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนเปลี่ยนตำแหน่งของ F_1 สังเกตการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น แล้วคลิกที่ปุ่ม **เคลื่อน/หยุด P** สังเกตการเปลี่ยนแปลง และบันทึกผลโดยอธิบายอย่างละเอียด

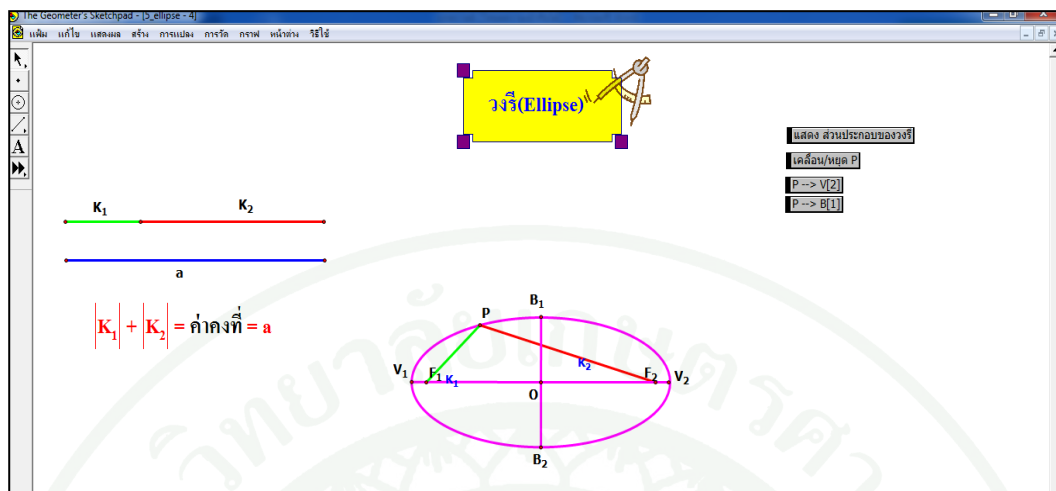
.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 2 (เปิดหน้า 2 ของไฟล์ 5_ellipse.gsp)



3. ให้นักเรียนคลิกที่ปุ่ม **แสดง ส่วนประกอบของวงรี** แล้วใช้เมนูของโปรแกรม GSP ตรวจสอบ ส่วนประกอบของวงรีและบันทึกผล

- 3.1 ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงจุดยอด.....
- 3.2 ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงจุดปลายของแกนโท.....
- 3.3 ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงโฟกัส.....

4. ให้นักเรียนคลิกที่ปุ่ม **P--> V[2]** แล้วสังเกต $PF_1 + PF_2$ มีค่าเท่าใดและสัมพันธ์กับ ส่วนประกอบของวงรีอย่างไร

.....

.....

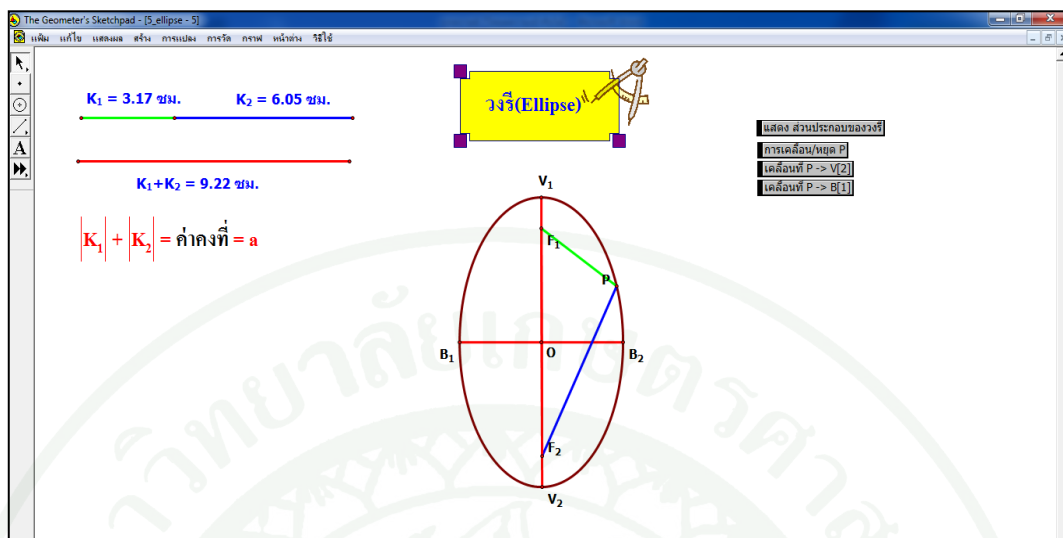
.....

5. ให้นักเรียนคลิกที่ปุ่ม **P--> B[1]** แล้วสังเกตและบันทึกผล

- 5.1 ระยะ PF_1 และ PF_2 สัมพันธ์กันอย่างไร.....
- 5.2 รูปสามเหลี่ยม F_1OP เป็นรูปสามเหลี่ยมอะไร.....
- 5.3 ความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม F_1OP เป็นอย่างไร.....

.....

ตอนที่ 3 (เปิดหน้า 3 ของไฟล์ 5_ellipse.gsp)



6. เปิดหน้า 3 ของกิจกรรม แล้วเปรียบเทียบวงรีในหน้า 1 กับหน้า 2 และบันทึกผลโดยอธิบายอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. กำหนดให้
- a แทน ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงจุดยอด
 - b แทน ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงจุดปลายของแกนโท
 - c แทน ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงโฟกัส

นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง a , b และ c อย่างไร

.....

.....

.....

.....

8. แต่ละกลุ่มเตรียมนำเสนอ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 41202 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 ชื่อหน่วยการเรียนรู้ เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555
 ชื่อแผน พาราโบลา เวลา 1 คาบ
 ผู้เขียนแผน : นางสาวอังคณา สุวรรณพัฒน์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามของพาราโบลา
2. บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ของพาราโบลาและบอกความสัมพันธ์ของส่วนประกอบเหล่านั้นได้
3. เขียนกราฟของพาราโบลาจากเงื่อนไขที่กำหนดให้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอได้
4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

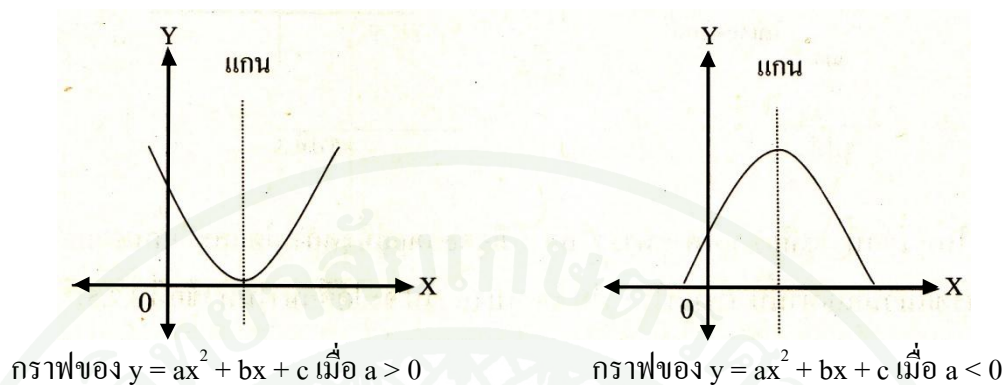
ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
2. ทำงานอย่างเป็นระบบ
3. เป็นคนช่างสังเกต
4. มีความมุ่งมั่นตั้งใจในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

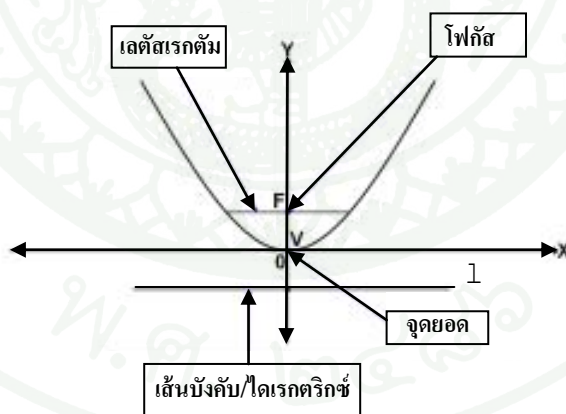
กราฟของสมการในรูปแบบ $y = ax^2 + bx + c$ เป็นเส้นโค้งที่เรียกว่า **พาราโบลา** ซึ่งอาจเป็นเส้นโค้งหงายขึ้นหรือคว่ำลงขึ้นอยู่กับค่าของ a ว่ามากกว่าหรือน้อยกว่าศูนย์ ดังรูป จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของพาราโบลาเรียกว่า **จุดยอด (vertex)** พาราโบลามีลักษณะสมมาตรเทียบกับเส้นตรงเส้น

หนึ่งทีผ่านจุดยอด เรียกเส้นตรงนี้ว่า **แกน**(axis) ของพาราโบลา หรือ **แกนสมมาตร** (axis of symmetry) ของพาราโบลา



บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

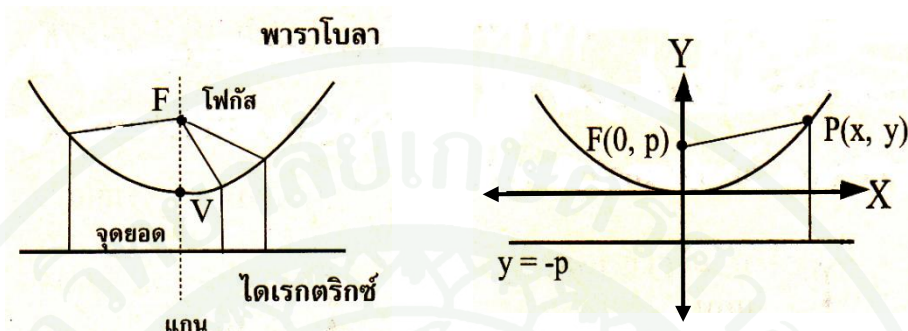
พาราโบลา (parabola) คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งห่างจากจุด F ที่ตั้งอยู่กึ่งกลางที่จุดหนึ่งและเส้นตรง l ที่ตั้งอยู่กึ่งกลางที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน จุดที่ตั้งอยู่กึ่งกลางที่นี้ เรียกว่า **โฟกัส** และเส้นตรงที่ตั้งอยู่กึ่งกลางที่นี้เรียกว่า **เส้นบังค้ำ** หรือ **ไดเรกทริกซ์** (directrix) ของพาราโบลา



- เส้นตรง l ที่ตั้งอยู่กึ่งกลางที่ เรียกว่า **เส้นบังค้ำ** หรือ **ไดเรกทริกซ์**
- จุด F คือจุดคงที่ เรียกว่า **โฟกัส**
- เส้นตรงที่ผ่านโฟกัสและไปตั้งฉากกับไดเรกทริกซ์ เรียกว่า **แกนของพาราโบลา** หรือ **แกนสมมาตร** ของพาราโบลา
- จุด V คือ จุดที่อยู่กึ่งกลางระหว่างโฟกัสกับไดเรกทริกซ์ เรียกว่า **จุดยอด**

- ส่วนของเส้นตรงที่ผ่าน โฟกัสและมีจุดปลายทั้งสองอยู่บนพาราโบลา และตั้งฉากกับแกนของพาราโบลา เรียกว่า เลตัสเรกตัม

บทนิยามนี้แสดงในรูปด้านล่าง สังเกตว่า จุดยอด V ของพาราโบลาอยู่กึ่งกลางระหว่างโฟกัสกับไดเรกทริกซ์ และแกนสมมาตร คือเส้นตรงที่ผ่านโฟกัสและตั้งฉากกับไดเรกทริกซ์



ถ้าพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและโฟกัสอยู่ที่จุด $F(0, p)$ บนแกน Y แล้วแกนสมมาตรอยู่ในแนวตั้งและสมการของไดเรกทริกซ์คือ $y = -p$ ดังรูปข้างบน

ถ้า $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลาแล้วระยะทางจากจุด P ถึงโฟกัส F เท่ากับ

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-p)^2} = \sqrt{x^2 + (y-p)^2} \text{ หน่วย}$$

ระยะทางจากจุด P ถึงไดเรกทริกซ์ เท่ากับ $|y - (-p)| = |y + p|$ หน่วย

จากบทนิยามของพาราโบลา ระยะทางทั้งสองนี้ต้องเท่ากัน

$$\sqrt{x^2 + (y-p)^2} = |y + p|$$

$$x^2 + (y-p)^2 = |y + p|^2 = (y + p)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2py + p^2 = y^2 + 2py + p^2$$

$$x^2 = 4py$$

ถ้า $p > 0$ แล้ว พาราโบลาเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น แต่ถ้า $p < 0$ แล้ว พาราโบลาเป็นเส้นโค้งคว่ำสรุปสิ่งที่ได้พิสูจน์แล้ว ดังนี้

พาราโบลาที่มีแกนสมมาตรในแนวตั้ง

สมการรูปแบบมาตรฐาน

$$x^2 = 4py$$

จุดยอด

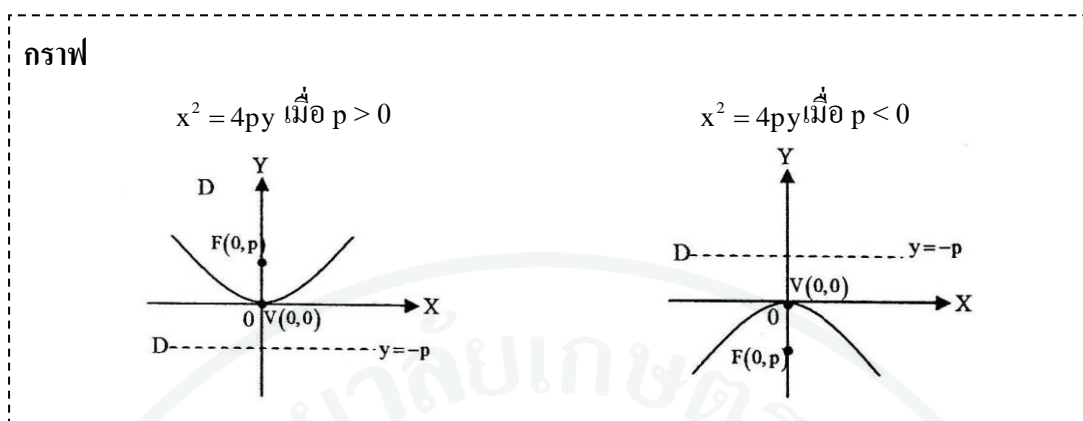
$$V(0, 0)$$

โฟกัส

$$F(0, p)$$

ไดเรกทริกซ์

$$y = -p$$

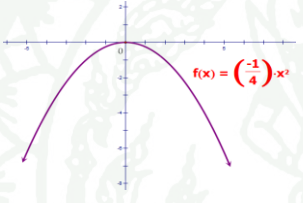
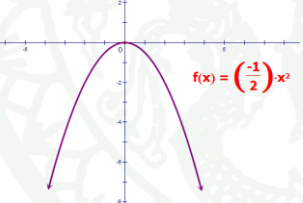
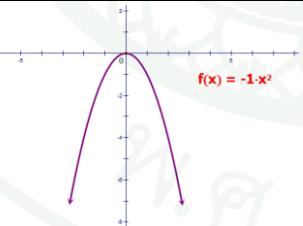
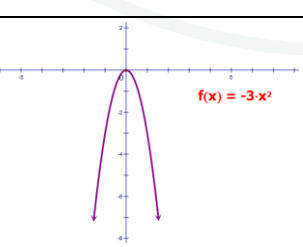


ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของสมการที่กำหนดให้และเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์ แล้วตอบคำถามท้ายตาราง

สมการในรูป $y = ax^2$	ลักษณะกราฟ	ค่าของ a	โฟกัส	แกนสมมาตร	เส้น ไดเรกทริกซ์
1. $y = \frac{1}{4}x^2$		$\frac{1}{4}$	$(0, 1)$	แกน $X = 0$ หรือ แกน Y	$y = -\frac{1}{4}$
2. $y = \frac{1}{2}x^2$		$\frac{1}{2}$	$(0, \frac{1}{2})$	แกน $X = 0$ หรือ แกน Y	$y = -\frac{1}{2}$
3. $y = x^2$		1	$(0, \frac{1}{4})$	แกน $X = 0$ หรือ แกน Y	$y = -1$
4. $y = 3x^2$		3	$(0, \frac{3}{4})$	แกน $X = 0$ หรือ แกน Y	$y = -\frac{3}{4}$

1. ทุกสมการตัวแปร y มีเลขชี้กำลังเท่ากับ.....1.....และตัวแปร x มีเลขชี้กำลังเท่ากับ.....2.....
2. สมการทุกสมการมีค่า a เป็นจำนวน.....บวก.....(บวก/ลบ) ลักษณะของกราฟ..... หาย.....
(หาย/คว่ำ)
3. ค่าสัมบูรณ์ a มีค่ามากขึ้น กราฟจะมีลักษณะเปลี่ยนแปลงอย่างไร....กราฟมีความกว้างลดลง.....
ค่าสัมบูรณ์ a มีค่าน้อยลง กราฟจะมีลักษณะเปลี่ยนแปลงอย่างไร....กราฟมีความกว้างมากขึ้น....
4. กราฟพาราโบลา มีแกนสมมาตรคือ.....แกน $X = 0$ หรือ แกน Y

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของสมการที่กำหนดให้และเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์ แล้วตอบคำถามท้ายตาราง

สมการในรูป $y = ax^2$	ลักษณะกราฟ	ค่าของ a	โฟกัส	แกนสมมาตร	เส้น ไดเรกทริกซ์
1. $y = -\frac{1}{4}x^2$		$-\frac{1}{4}$	$(0, -1)$	แกน $X = 0$ หรือ แกน Y	$y = \frac{1}{4}$
2. $y = -\frac{1}{2}x^2$		$-\frac{1}{2}$	$(0, -\frac{1}{2})$	แกน $X = 0$ หรือ แกน Y	$y = \frac{1}{2}$
3. $y = -x^2$		-1	$(0, -\frac{1}{4})$	แกน $X = 0$ หรือ แกน Y	$y = 1$
4. $y = -3x^2$		-3	$(0, -\frac{3}{4})$	แกน $X = 0$ หรือ แกน Y	$y = \frac{3}{4}$

1. ทุกสมการตัวแปร y มีเลขชี้กำลังเท่ากับ.....1.....และตัวแปร x มีเลขชี้กำลังเท่ากับ.....2.....
2. สมการทุกสมการมีค่า a เป็นจำนวน.....ลบ.....(บวก/ลบ) ลักษณะของกราฟ.....คว่ำ.....
(หงาย/คว่ำ)
3. ค่าสัมบูรณ์ a มีค่ามากขึ้น กราฟจะมีลักษณะเปลี่ยนแปลงอย่างไร...กราฟมีความกว้างลดลง.....
ค่าสัมบูรณ์ a มีค่าน้อยลง กราฟจะมีลักษณะเปลี่ยนแปลงอย่างไร....กราฟมีความกว้างมากขึ้น....
4. กราฟพาราโบลา มีแกนสมมาตรคือ.....แกน $X = 0$ หรือ แกน Y

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครุณาเข้าสู่บทเรียน โดยครูแสดงแบบจำลองรูปกรวยจริงให้นักเรียนสังเกตว่าถ้าครูตัดกรวยกลมตรงด้วยระนาบที่ขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวยและตัดกรวยเพียงข้างเดียว จะทำให้เกิดรอยตัดที่มีลักษณะอย่างไร(รูปพาราโบลา) จากนั้นจึงสาธิตการใช้ระนาบตัดกรวยด้วยโปรแกรม GSP(2_cone.gsp)
2. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2 “ระยะทางที่เท่ากัน” ครูชี้แจงการทำใบกิจกรรมแก่นักเรียน และให้นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมเรื่อง “ระยะทางที่เท่ากัน” ไปพร้อม ๆ กับครูบนกระดาน แล้วครูบอกนักเรียนว่ารูปที่นักเรียนได้จากการทำใบกิจกรรมเรื่อง “ระยะทางที่เท่ากัน” คือ พาราโบลา ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปว่า พาราโบลาคืออะไร โดยอาศัยใบกิจกรรมข้างต้น โดยใช้การถามตอบและครูแสดงการสร้างพาราโบลาให้นักเรียนดูอีกครั้งด้วยโปรแกรม GSP (9_parabola.gsp หน้า 2)
3. ครูสรุปบทนิยามพาราโบลา ส่วนประกอบของพาราโบลา โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
4. ครูอธิบายรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด พาราโบลาที่มีแกนสมมาตรอยู่ในแนวตั้ง โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ ของพาราโบลา $y = ax^2$ ในกรณี $a > 0$ และ $a < 0$ ด้วยโปรแกรม GSP (9_parabola.gsp หน้า 3 และหน้า 4) พร้อมทั้งสอนการเขียนกราฟในโปรแกรม GSP ด้วยคำสั่งเขียนกราฟของฟังก์ชันใหม่
6. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามพาราโบลาและส่วนประกอบของพาราโบลา โดยใช้การถามตอบ
7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 เรื่อง พาราโบลา เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP ไฟล์ 2_cone.gsp และ ไฟล์ 9_parabola.gsp
2. ใบกิจกรรมที่ 2 “ระยะทางที่เท่ากัน”
3. ใบงานที่ 3 เรื่อง พาราโบลา

การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตการทำงานร่วมกันของนักเรียน	2. นักเรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
3. การทำใบกิจกรรมที่ 2	3. นักเรียนร้อยละ 85 ทำใบกิจกรรมที่ 2 ได้ถูกต้องทั้งหมด
4. การทำใบงานที่ 3	4. นักเรียนร้อยละ 90 ทำใบงานที่ 3 ได้ถูกต้อง

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการสอน

1. ด้านความรู้

นักเรียนสามารถบอกบทนิยามของพาราโบลาได้ถูกต้อง บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ของพาราโบลาและบอกความสัมพันธ์ของส่วนประกอบเหล่านั้นได้ นอกจากนี้ นักเรียนสามารถเขียนกราฟของพาราโบลาได้

2. ด้านทักษะและกระบวนการ

ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยกิจกรรม “ระยะทางที่เท่ากัน” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งสามารถแสดงเหตุผลในการหาความสัมพันธ์ของเงื่อนไขโจทย์กับสิ่งที่เกิดขึ้น โดยเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับระยะห่างระหว่างจุดคงที่ และส่วนของเส้นตรง 1 ไปสู่บทนิยามของพาราโบลา จากนั้นครูใช้โปรแกรม GSP ไฟล์ 9_parabola.gsp สรุบบทนิยามและส่วนประกอบของพาราโบลา

3. ด้านคุณลักษณะ

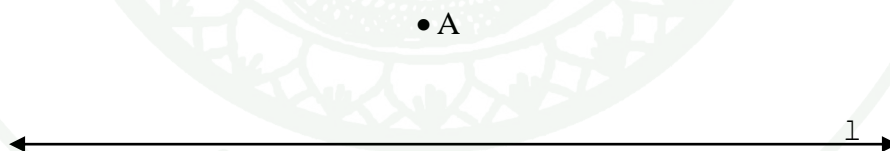
จากการให้ทำกิจกรรม “วงรีเป็นอย่างไร” พบว่านักเรียนมีการวางแผนการทำงานอย่างเป็นระบบ รู้จักช่างสังเกต และมีความรอบคอบในการทำกิจกรรมและยังเห็นได้ว่านักเรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้



ใบกิจกรรมที่ 2 “ระยะทางที่เท่ากัน”

คำชี้แจง กำหนดเส้นตรง 1 และจุดคงที่ A ดังรูป

- ให้นักเรียนหาจุดต่าง ๆ ที่ทำให้ระยะห่างระหว่างจุด A และส่วนของเส้นตรง 1 มีค่าเท่ากัน โดยให้ระยะห่างจากจุดต่าง ๆ นั้น ตั้งฉากกับเส้นตรง 1
- ให้นักเรียนลากเส้นเชื่อมจุดต่าง ๆ ที่ได้จากข้อ 1 แล้วสังเกตรูปที่เกิดขึ้น



สิ่งที่ได้จากการสังเกต

ใบงานที่ 3

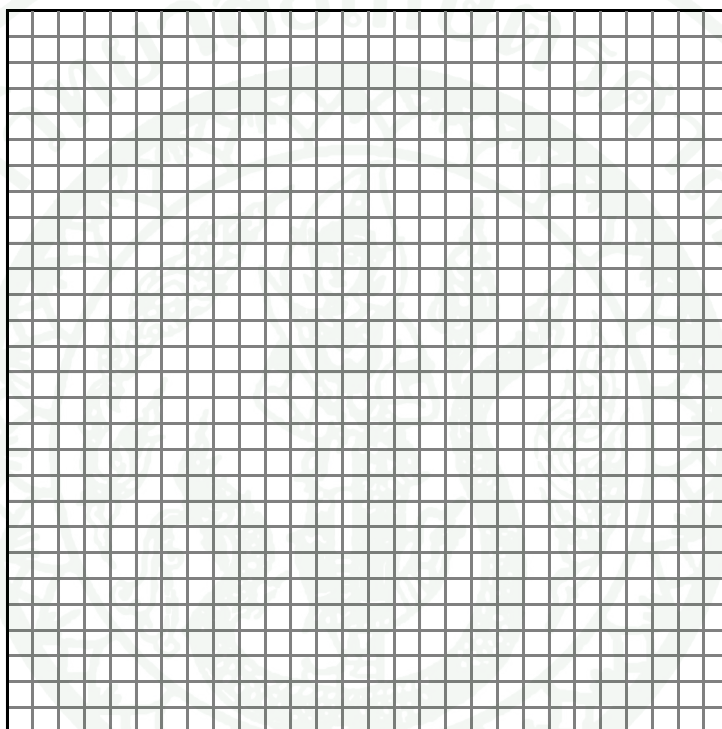
เรื่อง พาราโบลา

รหัสวิชา ค 41202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

1. ให้นักเรียนเขียนกราฟพาราโบลา $x^2 = 6y$ พร้อมทั้งหาจุดยอด โฟกัส สมการของไดเรกทริกซ์ ความยาวเลตัสเรกตัม และแกนของพาราโบลา



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ค

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่อง ภาคตัดกรวย

ตารางผนวกที่ 1 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สาระการ เรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด						รวม
	ความเข้าใจ		การนำไปใช้		การวิเคราะห์		
	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	
1.วงกลม	2 (ข้อ 1, 3)		1 (ข้อ 2)				3
2.พาราโบลา	2 (ข้อ 4, 5)		3 (ข้อ 6, 7, 8)				5
3.วงรี	3 (ข้อ 9, 10, 11)	1 (ข้อ 1)	1 (ข้อ 12)	1 (ข้อ 2)			6
4. ไฮเพอร์โบลา					1 (ข้อ 13)		1
5. การเลื่อนกราฟ			1 (ข้อ 15)		1 (ข้อ 14)		2
รวม	7	1	6	1	2		17

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง แบบทดสอบชุดนี้มี 2 ตอน จำนวน 17 ข้อ

ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมาย × ลงในช่องที่ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการ
ในแต่ละข้อของกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นความสัมพันธ์ของวงกลมที่ผ่านจุดกำเนิด และมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรง
 $2x - y = 4$ และ $3x + y = 6$
 - ก. $\{(x, y) \in R \times R / x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0\}$
 - ข. $\{(x, y) \in R \times R / x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0\}$
 - ค. $\{(x, y) \in R \times R / x^2 + y^2 - 4x = 0\}$
 - ง. $\{(x, y) \in R \times R / x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0\}$
2. รูปวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(5, -3)$ และมีพื้นที่ 154 ตารางหน่วย ผ่านจุด $(5, k)$ แล้ว k
เท่ากับเท่าใด ($\pi \approx \frac{22}{7}$)

ก. $-10, -4$	ข. $-10, 4$
ค. $10, -4$	ง. $10, 4$
3. สมการวงกลมใดที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-1, -3)$ และสัมผัสกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-2, 4)$ และ $(2, 1)$
 - ก. $x^2 + y^2 - 4x + y - 10 = 0$
 - ข. $x^2 + y^2 - 3x - y + 6 = 0$
 - ค. $x^2 + y^2 - 3x - 2y + 8 = 0$
 - ง. $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 15 = 0$
4. กราฟพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(5, 3)$ สมการไดเรกทริกซ์ คือ $x = -5$ จะผ่านจุดใด

ก. $\left(\frac{4}{5}, 7\right)$	ข. $\left(\frac{17}{4}, 5\right)$
ค. $\left(5, \frac{17}{4}\right)$	ง. $\left(7, \frac{4}{5}\right)$



ภาคผนวก ง
แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ภาคตัดกรวย

คาบที่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

วัน/เดือน/ปี ที่สังเกต ช่วงเวลา น. ถึง น.

คำชี้แจง แบบสังเกตนี้เป็นแบบสังเกตสำหรับใช้บันทึกผลการสังเกตเกี่ยวกับพฤติกรรมที่ปรากฏของนักเรียนในด้านต่างๆ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ความสามารถในการแก้ปัญหา	
ประเด็นที่ประเมิน พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ	บันทึก
ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหา อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ มีการวางแผนการทำงาน และเมื่อทำเสร็จแล้วมีการตรวจสอบการทำงาน หรือตรวจคำตอบอีกครั้ง	
ความสามารถในการให้เหตุผล	
ประเด็นที่ประเมิน พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ	บันทึก
มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล	

ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ	
ประเด็นที่ประเมิน พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ	บันทึก
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดง ข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน ได้เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์	
ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่นๆ	
ประเด็นที่ประเมิน พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ	บันทึก
นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ ในชีวิตประจำวันเพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือ ประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม	



ภาคผนวก จ
ตัวอย่างภาพกิจกรรม



ภาพผนวกที่ 1 ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้



ภาพผนวกที่ 1(ต่อ)



ภาพผนวกที่ 1(ต่อ)



ภาพผนวกที่ 1(ต่อ)



ภาพผนวกที่ 1(ต่อ)

