

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



209106



ระเบียบวิธีสมาชิกตามขอบ โดยใช้วิธีสมาชิกกำลังสองสำหรับปัญหาข้าง
ใน 2 มิติ

BOUNDARY ELEMENT METHOD USING QUADRATIC
ELEMENT FOR TWO-DIMENSIONAL
POISSON PROBLEMS

นายเฉลิมวุฒิ คำเมือง

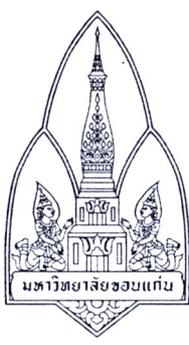
วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

พ.ศ. 2553

600857243

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



ระเบียบวิธีสมาชิกตามขอบ โดยใช้วิธีสมาชิกกำลังสองสำหรับปัญหาปัวซอง
ใน 2 มิติ

**BOUNDARY ELEMENT METHOD USING QUADRATIC
ELEMENT FOR TWO-DIMENSIONAL
POISSON PROBLEMS**



นายเฉลิมวุฒิ คำเมือง

วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
พ.ศ. 2553

ระเบียบวิธีสมาชิกตามชอบ โดยใช้วิธีสมาชิกกำลังสองสำหรับปัญหาปัวซอง
ใน 2 มิติ

นายเฉลิมวุฒิ คำเมือง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น

พ.ศ. 2553

**BOUNDARY ELEMENT METHOD USING QUADRATIC
ELEMENT FOR TWO-DIMENSIONAL POISSON
PROBLEMS**

MR. CHALEMWUT KAMMUANG

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE
REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS**

GRADUATE SCHOOL KHON KAEN UNIVERSITY

2010



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
หลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

ชื่อวิทยานิพนธ์: ระเบียบวิธีสมาชิกตามขอบ โดยใช้วิธีสมาชิกกำลังสองสำหรับ
ปัญหาปัวซงใน 2 มิติ

ชื่อผู้ทำวิทยานิพนธ์: นายเฉลิมวุฒิ คำเมือง

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ดร. มนตรี ทองมูล	ประธานกรรมการ
ดร. วัฒนา เถาว์ทิพย์	กรรมการ
รศ. ดร. สุพจน์ ไว้ทัยงูร	กรรมการ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์:


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ดร. วัฒนา เถาว์ทิพย์)


..... (รองศาสตราจารย์ ดร. ลำปาง แม่นมาตย์) คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย


..... (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เกียรติ แสงอรุณ) คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยขอนแก่น

เฉลิมวุฒิ คำเมือง 2553. ระเบียบวิธีสมาชิกตามชอบ โดยใช้วิธีสมาชิกกำลังสองสำหรับปัญหาปัวซองใน 2 มิติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ดร. วัฒนา เถาว์ทิพย์

บทคัดย่อ

209106

วัตถุประสงค์ของการศึกษานี้ เพื่อศึกษาการประยุกต์ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เรียกว่า วิธีสมาชิกกำลังสองโดยใช้ระเบียบวิธีควอลเรซิโปรซิติ์ ซึ่งเป็นวิธีที่ได้พัฒนาจากระเบียบวิธีสมาชิกตามชอบเพื่อแก้ปัญหาปัวซองเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับวิธีสมาชิกเชิงเส้น และผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหา ถือว่าอยู่ในเกณฑ์ดีกว่า

Chalemwut Kammuang. 2010. **Boundary Element Method Using Quadratic Element for Two-Dimensional Poisson Problems.** Master of Science Thesis in Applied Mathematics, Graduate School, Khon Kaen University.

Thesis Advisor : Dr. Wattana Toutip

ABSTRACT

209106

The purpose of this study is to apply a numerical technique called the quadratic boundary element method using dual reciprocity was developed from boundary element method to two-dimensional Poisson problems. The numerical results using the method with SCILAB are compared well with those from reference solutions using linear boundary element method and exact solutions.

ขอขอบคุณงานความดีของวิทยานิพนธ์นี้ให้บุพการีและคณาจารย์

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์เป็นอย่างดีได้ด้วยความช่วยเหลือ และการให้คำปรึกษาจากอาจารย์ที่ปรึกษา ดร. วัฒนา เถาว์ทิพย์ คำแนะนำในทุกขั้นตอนที่ได้ทำการศึกษารายวิชาวิทยานิพนธ์ การวางแผนการศึกษาทั้งหลักสูตร การนำเสนอผลงาน ตลอดจนการเขียนรายงานทางวิชาการเพื่อนำเสนอผลงานวิจัย การตรวจสอบ แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ของงานทุกอย่าง ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ดร. มนตรี ทองมูล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไวท์ยางกูร กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้คำแนะนำและตรวจสอบความบกพร่องในการทำเค้าโครงวิทยานิพนธ์ รวมทั้งให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ตลอดจนเจ้าหน้าที่ทุกท่าน ที่ให้การสั่งสอนรายวิชาที่เป็นพื้นฐานในการศึกษา และการทำวิทยานิพนธ์ พร้อมทั้งประสบการณ์อันมีค่ายิ่งแก่ลูกศิษย์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อ.จรรย์ยuth เวทย์วิระพงศ์ ที่เป็นผู้ให้ความรู้เกี่ยวกับโปรแกรมชายแลบ

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น นักศึกษาปริญญาโท และนักศึกษาปริญญาเอก ภาควิชาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการศึกษาตลอดมา

ขอขอบคุณ นางสาวณัฐวิญญ์ เกษมลักษณ์ สำหรับกำลังใจ แรงกระตุ้น ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำต่าง ๆ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณกำลังใจจากบิดา มารดา และพี่ชายที่มีให้เสมอมา พร้อมทั้งให้ทุนทรัพย์ในการศึกษาเล่าเรียนครั้งนี้

ขอขอบคุณผู้ที่มีส่วนร่วมกับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทุก ๆ ท่านที่ไม่ได้กล่าวถึงในที่นี้

ท้ายที่สุด ผู้ทำวิจัยหวังว่าวิทยานิพนธ์เล่มนี้จะเป็นประโยชน์อย่างมากสำหรับผู้ศึกษาและผู้ที่สนใจ ซึ่งถ้านำไปประยุกต์ใช้ในการทำวิจัยหรือศึกษาต่อก็จะเกิดผลดีมากยิ่งขึ้น

เฉลิมวุฒิ คำเมือง

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
คำอุทิศ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ฌ
บทที่ 1 บทนำ	1
1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย	1
บทที่ 2 คณิตศาสตร์พื้นฐาน	2
1. การอินทิเกรตแบบเกาส์	2
2. เวกเตอร์เส้นสัมผัสและเวกเตอร์ตั้งฉาก	5
3. ปัญหาศักร์	6
4. ทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์	7
5. ทฤษฎีบทของกรีนรูปแบบที่สอง	7
6. ตัวดำเนินการลาปลาซในระบบพิกัดเชิงขั้ว	8
7. ฟังก์ชันไดแรคเดลตา	9
8. ผลเฉลยมูลฐานของสมการลาปลาซ	10
9. สมการอินทิกรัลพื้นฐานสำหรับจุดภายใน	12
10. สมการอินทิกรัลพื้นฐานสำหรับจุดขอบ	13
บทที่ 3 ระเบียบวิธีสมาชิกตามขอบ	15
1. รูปแบบระเบียบวิธีสมาชิกตามขอบ	15
2. วิธีสมาชิกกำลังสอง	16
3. การคำนวณเมตริกซ์ H_{ij} และ G_{ij}	20
บทที่ 4 วิธีตัวเลขปริมาตร	25
1. กระบวนการวิธีตัวเลขปริมาตร	25
2. ฟังก์ชันรัศมีฐานหลัก	27
บทที่ 5 การดำเนินการคำนวณของวิธีตัวเลขปริมาตร	29
1. การคำนวณกรณี $\nabla^2 u = b(x, y)$	29
2. การคำนวณกรณี $\nabla^2 u = b(x, y, u)$	29
3. การคำนวณกรณี $\nabla^2 u = b(x, y, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y})$	30
บทที่ 6 ผลเฉลยเชิงตัวเลข	32

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ 7	ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ	หน้า
	บรรณานุกรม	42
	ภาคผนวก	43
	การเผยแพร่ผลงานวิทยานิพนธ์	44
		99

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1 จำนวนจุด (n) น้ำหนักแก๊ส (w_i) และค่าจุด (t_i)	4
ตารางที่ 6.1 การเปรียบเทียบผลเฉลยภายใน จากตัวอย่างที่ 1	33
ตารางที่ 6.2 การเปรียบเทียบผลเฉลยภายใน จากตัวอย่างที่ 2	35
ตารางที่ 6.3 การเปรียบเทียบผลเฉลยภายใน จากตัวอย่างที่ 3	36
ตารางที่ 6.4 การเปรียบเทียบผลเฉลยภายใน จากตัวอย่างที่ 4	37
ตารางที่ 6.5 การเปรียบเทียบผลเฉลยภายใน จากตัวอย่างที่ 5	38
ตารางที่ 6.6 การเปรียบเทียบผลเฉลยภายใน จากตัวอย่างที่ 6	39
ตารางที่ 6.7 การเปรียบเทียบผลเฉลยภายใน จากตัวอย่างที่ 7	40

สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 2.1 การเปลี่ยนค่าโดเมนจาก $a \leq x \leq b$ เป็น $-1 \leq t \leq 1$	2
ภาพที่ 2.2 เวกเตอร์เส้นสัมผัสและเวกเตอร์ตั้งฉาก	5
ภาพที่ 2.3 สมการลาปลาซบนโดเมน Ω ที่มีขอบ Γ	6
ภาพที่ 2.4 แสดงตัวอย่างกราฟฟังก์ชันไดเรกต์เดลตา	9
ภาพที่ 2.5 ย่านใกล้เคียงของจุด P ภายในโดเมน Ω	10
ภาพที่ 2.6 แสดงมุมภายในของจุดบนขอบ	13
ภาพที่ 3.1 การแบ่งส่วนของขอบออกเป็น N	15
ภาพที่ 3.2 การประมาณฟังก์ชัน u, q	16
ภาพที่ 3.3 ระยะเวลาถิกนันต์ ds บนเส้นโค้ง	16
ภาพที่ 3.4 เส้นโค้งที่ถูกกำหนดโดยจุดสามจุด	17
ภาพที่ 3.5 การแบ่งส่วนขอบสมาชิกกำลังสอง	18
ภาพที่ 3.6 การเปลี่ยนค่าโดเมนจาก $-1 \leq \xi \leq 1$ เป็น $0 \leq \eta \leq 1$	22
ภาพที่ 6.1 การประมาณค่าจุดภายใน 4 จุด ของปัญหาศักย์ เมื่อ \bullet เป็นตำแหน่งจุดขอบ และ $*$ เป็นตำแหน่งจุดภายใน	32
ภาพที่ 6.2 แสดงการเปรียบเทียบของผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 1	33
ภาพที่ 6.3 การประมาณค่าจุดภายใน 3 จุด ของปัญหาศักย์ เมื่อ \bullet เป็นตำแหน่งจุดขอบ และ $*$ เป็นตำแหน่งจุดภายใน	34
ภาพที่ 6.4 แสดงการเปรียบเทียบของผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 2	35
ภาพที่ 6.5 การแบ่งขอบออกเป็น 16 จุด จุดภายใน 17 จุด ของปัญหาศักย์ เมื่อ $*$ เป็นตำแหน่งจุดขอบและ $+$ เป็นตำแหน่งจุดภายใน	36
ภาพที่ 6.6 กราฟแสดงอนุพันธ์แนวฉากหรือฟลักซ์ที่จุดขอบสำหรับตัวอย่างที่ 3	37
ภาพที่ 6.7 กราฟแสดงอนุพันธ์แนวฉากหรือฟลักซ์ที่จุดขอบสำหรับตัวอย่างที่ 4	38
ภาพที่ 6.8 กราฟแสดงอนุพันธ์แนวฉากหรือฟลักซ์ที่จุดขอบสำหรับตัวอย่างที่ 5	39
ภาพที่ 6.9 กราฟแสดงอนุพันธ์แนวฉากหรือฟลักซ์ที่จุดขอบสำหรับตัวอย่างที่ 6	40
ภาพที่ 6.10 กราฟแสดงอนุพันธ์แนวฉากหรือฟลักซ์ที่จุดขอบสำหรับตัวอย่างที่ 7	41