บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในการหาสภาวะที่เหมาะสมในกระบวนการกัดร่องเพื่อให้ได้ค่าความเที่ยงตรงของความลึกและอัตราส่วนของร่องมีค่าตรงเป้าหมายมากที่สุด ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

2.1 เครื่องกัดโลหะด้วยเคมีไฟฟ้า (Electrochemical Machine)

2.2 ระบบเครื่องกัดโลหะด้วยเคมีไฟฟ้า (Electrochemical Machine)

2.3 สถิติในการเปรียบเทียบการทดลอง

2.1 เครื่องกัดโลหะด้วยเคมีไฟฟ้า(Electrochemical Machine)

John F. Wilson (1982) ได้กล่าวถึงเครื่องกัดโลหะด้วยเคมีไฟฟ้าเป็นลักษณะการแบ่งแยกประเภทของเครื่องจักรชนิดหนึ่งโดยเป็นกระบวนการใช้ตัวนำอิเล็กโตรไลท์ทำการกัดกร่อนโลหะและการขัดเกลาผิวที่สำเร็จรูป ซึ่งสามารถครอบคลุมการทำงานถึงชนิดที่เป็นแบบช่อง “Cavity-Type” กระบวนการทำงานของ ECM เป็นกระบวนการดังเหมือน Electrochemical Turning (ECT) ในขั้นแรกได้ใช้กระบวนการอิเล็กโตรเคมีคอลสำหรับการขัดเกลาผิวให้เรียบ ดังเหมือนกับ Electrochemical Deburring (ECD)

เครื่องกัดโลหะด้วยเคมีไฟฟ้าถูกนำมาใช้ในการกัดโลหะอย่างกว้างขวางโดยปราศจากการใช้ของทางกลไกหรือเกี่ยวกับพลังงานความร้อน พลังงานทางไฟฟ้าถูกรวบรวมกับสารเคมีที่เกิดปฏิกิริยาเป็นแบบโต้กลับตรงกันข้ามกับการชุบ (Reverse Plating) ความสัมพันธ์ของไฟฟ้ากระแสตรง คือ มีกำลังกระแสไฟฟ้าสูงและแรงดันไฟฟ้าต่ำ กระแสไฟฟ้าได้จ่ายไปอย่างต่อเนื่องระหว่างตัวชิ้นงานเป็นอาโนดขั้วบวกและอิเล็กโตรดเป็นคาโทรดขั้วลบ โดยตัวนำอิเล็กโตรไลท์ที่ผิวอาโนดอิเล็กตรอนได้ถูกกัดออกไปตรงการไหลของกระแสไฟฟ้า และโครงสร้างโมเลกุลของโลหะบริเวณผิวถูกแตกออก อะตอมหลุดออกไปปนกับสารละลายเป็นไอออนโลหะ ในเวลาเดียวกันก๊าซไฮโดรเจนไอออนบวกถูกดึงบริเวณผิวประจุลบและแพร่ที่ผิวคาโทรดกลายเป็นอะตอมไฮโดรเจน ซึ่งการรวมโมเลกุลแบบไฮโดรเจนวัตถุสารละลายที่ถูกกัดออกจากช่องระหว่างชิ้นงานและอิเล็กโตรด โดยการไหลของอิเล็กโตรไลท์ช่วยพาเอาความร้อนและก๊าซไฮโดรเจนที่เกิดขึ้น

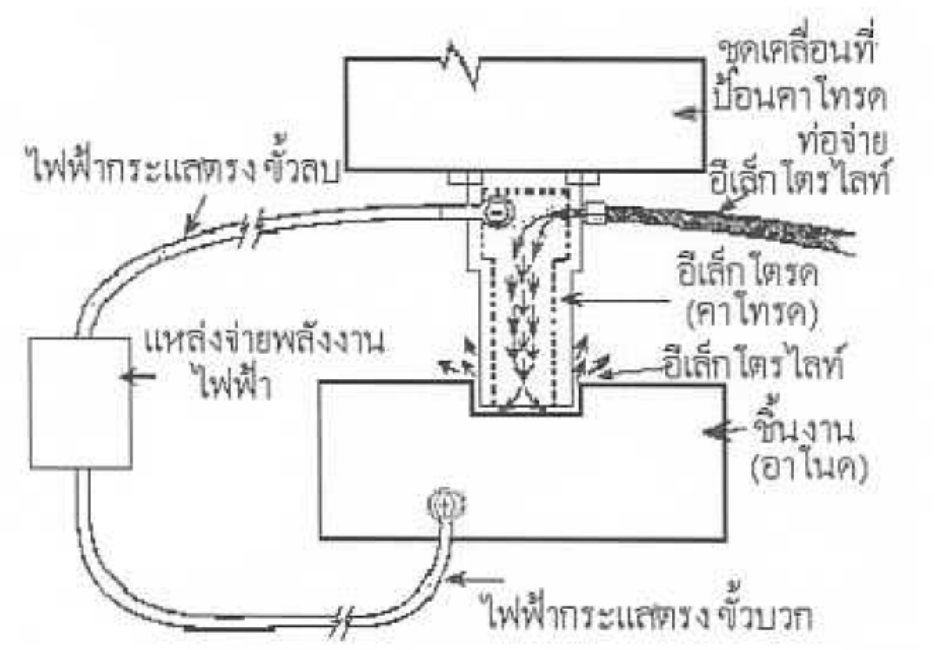
ออกไป ก๊าซไฮโดรเจนที่เกิดขึ้นของชิ้นงานถูกลดปริมาณลง ได้แสดงให้เห็นในภาพที่ 2.1 การทำงานดังนี้

1. อิเล็กโตรดแม่พิมพ์ได้เตรียมคร่าวๆ ของรูปร่างภายนอกที่เป็นการทำงานเป็นตัวชิ้นงาน

2. ชิ้นงานและอิเล็กโตรดแม่พิมพ์ ทำการเคลื่อนที่ให้ใกล้กัน (ในกรณีการทำงานของ ECM Sinking เป็นการป้อนอิเล็กโตรดไปหาตัวชิ้นงานขณะเดียวกันต้องรักษาระยะห่างที่ถูกต้อง)

3. ตัวกลางของการจ่ายช่องว่างระหว่างชิ้นงานกับอิเล็กโตรดใช้ความดันการไหลเวียนความนำของเหลวอิเล็กโตรไลท์

4. การควบคุมแหล่งจ่ายต้องระมัดระวังกำลังไฟฟ้ากระแสตรงที่สามารถรักษาความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าอย่างเพียงพอระหว่างชิ้นงานและอิเล็กโตรด



ภาพที่ 2.1

วงจรไฟฟ้าเครื่องกัดโลหะด้วยเคมีไฟฟ้า (Electrochemical machine)

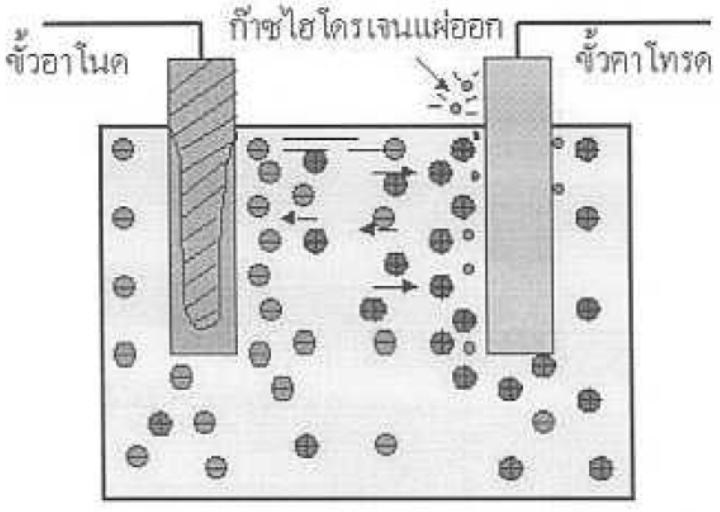
2.1.1 **หลักมูลฐานสำคัญของกระบวนการ** ECM

เมื่อเราทำการจ่ายกระแสไฟฟ้าระหว่างโลหะกับอิเล็กโตรดซึ่งมีตัวกลางเป็นอิเล็กโตรไลท์ กระแสไฟฟ้าที่จ่ายออกจะเดินทางในสารละลายอิเล็กโตรไลท์ จากอิเล็กโตรดหนึ่งผ่านไปยังอีกตัวหนึ่ง ซึ่งไม่เหมือนกับการนำของกระแสไฟฟ้าในโลหะที่อิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ไปตามโครงสร้างของโลหะต่างๆ ไอออนเป็นกลุ่มของอะตอมประจุไฟฟ้าพากันเคลื่อนที่ไปตาม

สารละลายอิเล็กโตรไลท์ และในขณะนั้นก็เป็นการเดินทางไปของกระแสไฟฟ้าด้วย ในการเคลื่อนย้ายของอิเล็กตรอนระหว่างไอออนและอิเล็ดโตรดเป็นการครบวงจรทางไฟฟ้าอย่างสมบูรณ์ เป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของการทำละลายโลหะที่อิเล็กโทรดขั้วบวก สิ่งนี้เป็นพื้นฐานของการเคลื่อนที่ของโลหะในกระบวนการ ECM

ในกระบวนการ ECM นี้ได้เกิดก๊าซไฮโดรเจนที่บริเวณผิวของอิเล็กโตรด ซึ่งเป็นการแผ่ออกมาจากผิวอิเล็กโตรดขั้วลบ โลหะจะถูกดึงออกจากผิวขั้วอาโนดอะตอมต่ออะตอม และหลังจากการทำงานค่อนข้างทีจะซับซ้อนทางกลไกที่บริเวณผิวของขั้วอาโนดก็จะปรากฏให้เห็นในสารละลายอิเล็กโตรไลท์ส่วนใหญ่เป็นไอออนบวกเป็นตะกอนของแข็งของสารประกอบโลหะไฮดรอไซด์ (Metal Hydroxide) ซึ่งเกิดจากการทำงานที่มากกว่าปกติของเครื่อง ECM

อิเล็กโตรไลท์อาจจะเกิดจากสารประกอบของกรด โดยปกติพื้นฐานของสารละลายเกลือในน้ำ ผลึกเกลือแยกอยู่เป็นอนุภาคเล็กๆ ในน้ำทั้งประจุขั้วบวกและขั้วลบมีการเคลื่อนที่อย่างอิสระในสารละลายดูเหมือนไอออนและอาจจะเป็นอะตอมเดี่ยวหรือกลุ่มของอะตอมวงกลมหนึ่งหรือมากว่าของประจุฟฟ้า ประจุลบเท่ากันกับประจุบวกแต่จำนวนของประจุไอออนบวกและลบไม่จำเป็นต้องเท่ากัน



ภาพที่ 2.2
เซลล์อิเล็กโตรไลท์เป็นการเคลื่อนที่ของไอออน

ในการประยุกต์ความสามารถที่จะเป็นไปได้ระหว่างการติดตั้งจุ่มอิเล็กโตรดเป็นสนามไฟฟ้าหนึ่งนั้น การเคลื่อนที่ของไอออนเป็นการแสดงให้เห็นในภาพที่ 2.2 แสดงการกระจาย

ของไอออนภายใต้ที่มีผลกระทบของการจ่ายสนามไฟฟ้า ในการเข้ามารวมกันของไอออนบวกและอยู่ใกล้ชิดกับบริเวณผิวคาโทรด ทำให้เกิดการแยกวัตถุเหลวด้วยกระแสไฟฟ้าของน้ำ ในการแสดงผลนี้ อัตราขยายอิเล็กตรอนอณูน้ำจากคาโทรดจะแยกเป็นก๊าซไฮโดรเจนอิสระและไอออนไฮโดรเจน

$$2H_2O + 2e \rightarrow H_2 + 2OH^-$$

ความรู้เบื้องต้นของไฮโดรเจน ไอออนลบเป็นสมดุลทางไฟฟ้า โดยโลหะไอออนบวกรวมอยู่กับอิเล็กโตรไลท์เหมือนสารละลายอาโนด

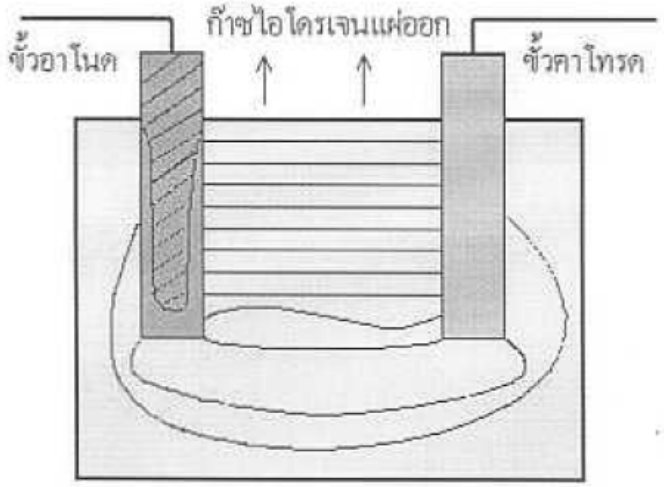
$$2Fe \rightarrow 2e \rightarrow Fe^{2+}$$

ไอออนโลหะไม่เหลืออยู่ในสารละลาย เมื่ออิเล็กโตรไลท์ที่ใช้อยู่ไม่ใช้บวกหรือลบ แต่รวมกันกับไอออนไฮโดรเจนถึงรูปแบบโลหะไฮดรอไซด์ โดยเหตุที่ไม่ได้เป็นการละลายในน้ำ ปรากฏเป็นเหมือนตะกอนของแข็ง และไม่กระทบกับผลอันเกิดขึ้นกับอิเล็กโตรเคมีคอล

$$Fe^{2+} + 2H_2O \rightarrow Fe(OH)_2 + 2H^+$$

กระบวนการนี้เป็นอีกอันหนึ่งของ “Electrochemistry” ซึ่งเป็นต้นกำเนิดการทำงานโดย Faraday’s และได้ปฏิบัติตามกฎที่มีชื่อเสียงของเขา ในการแยกวัตถุเหลวโดยกระแสไฟฟ้า (การเปลี่ยนแปลงทั้งหมดของสารเคมีที่เกิดขึ้นโดยการกระทำของกระแสไฟฟ้า ทุกตะกอนวัตถุหรือสารละลายที่เกิดขึ้นจะเป็นสัดส่วนถึงปริมาณของกระแสที่ไหลผ่าน) การแยกวัตถุเหลวโดยกระแสไฟฟ้าได้ประสบผลสำเร็จมากในการทำงานในอุตสาหกรรม

บนพื้นฐานการแยกวัตถุเหลวโดยกระแสไฟฟ้าถูกทำงานโดยการใช้ระยะความห่างของอิเล็กโตรดในแทงค์ของสารละลายอิเล็กโตรไลท์ที่มีความนำทางไฟฟ้าทั้งหมด อิเล็กโตรไลท์เป็นคุณสมบัติพิเศษที่มีเหนือธรรมชาติถูกใช้กระแสไฟฟ้าจำนวนน้อย เพียง 2-3 แอมป์ต่อตารางนิ้วของผิวอิเล็กโตรดและโลหะที่เคลื่อนที่ออกไปหรือตะกอนตามส่วนเล็กๆ ในภาพที่ 2.3 เส้นที่ลากเชื่อมถึงกันชี้บอก ระยะห่างการกระจายของกระแสไฟฟ้า ซึ่งมีอัตราการเคลื่อนที่ของโลหะออกจากผิวอาโนด การเคลื่อนที่ออกของโลหะคาโทรดก็เหมือนกันได้เกิดขึ้นบนส่วนผิวอื่นๆ

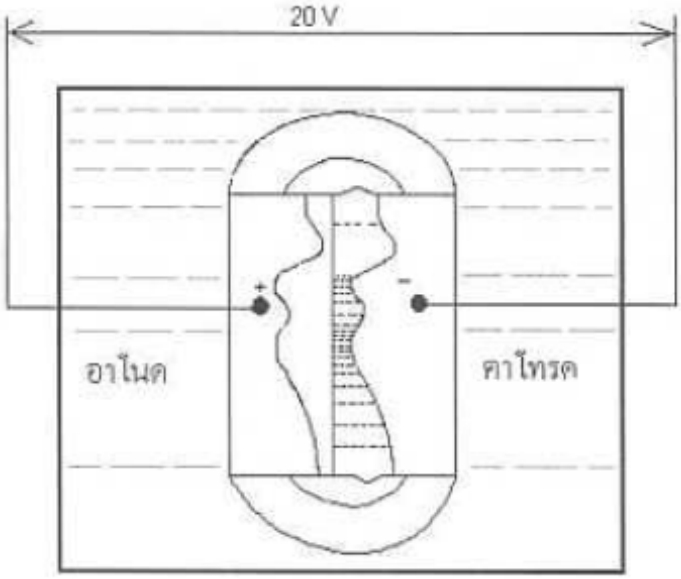


ภาพที่ 2.3
การกระจายการไหลของกระแสไฟฟ้าในเซลล์อิเล็กโตรไลท์

ถ้าอิเล็กโตรดสองอันแทนการควบคุมจากอีกอันหนึ่ง วางอยู่ใกล้กันมากๆ ประมาณ 0.020 นิ้ว ทำการป้อนแรงดันไฟฟ้า 20 โวลท์ระหว่างอิเล็กโตรด ไอออนประจุขั้วบวกถูกดึงไปยังประจุขั้วลบและไอออนประจุขั้วลบถูกดึงไปยังประจุขั้วบวก อัตราที่ประจุสามารถมาถึงที่อิเล็กโตรดนั้นได้กำหนดขึ้นโดยตรงกับการป้อนแรงดันไฟฟ้าเป็นการช่วยกระตุ้นแรง จำนวนไอออนเพิ่มขึ้นและเข้ามารวมกันซึ่งเป็นผลต้องแก้ไขอิเล็กโตรไลท์และต้องกำหนดขอบเขตความกว้างนั้น ซึ่งไอออนต้องวิ่งไปตามขอบเขตอิเล็กโตรดที่แคบมากๆ ไอออนได้พากันไปอยู่อีกที่อย่างเร็ว พอสมควรกระแสไฟฟ้าจำนวนมากตามสัดส่วนจะเป็น 100-1000 แอมป์ต่อตารางนิ้ว และการเคลื่อนที่ออกไปของโลหะจากผิวอาโนดจะป็น 0.010-0.100 นิ้วต่อนาที

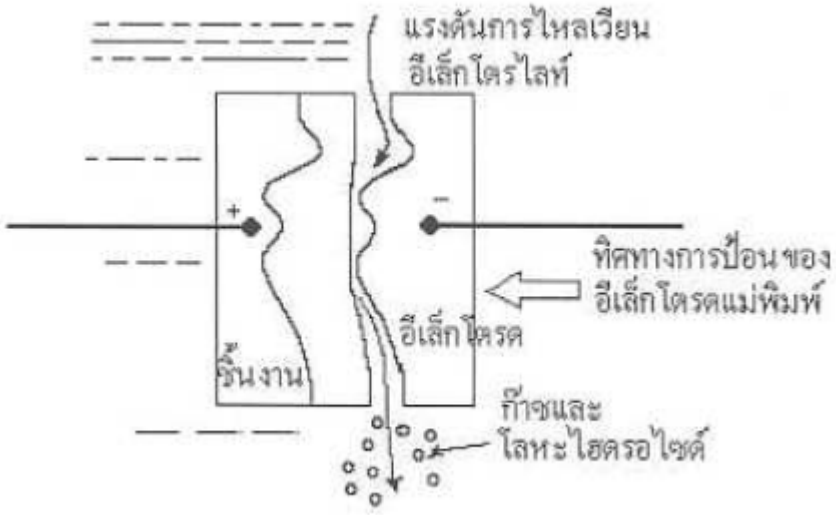
อิเล็กโทรดในภาพที่ 2.4 แสดงให้เห็นความหนาแน่นและทิศทางของการไหลของกระแสไฟฟ้าที่ใกล้กันมากๆ ได้ชี้ให้เห็นโดยเส้นต่อเข้าด้วยกันของอิเล็กโตรดช่องแคบที่เล็กมากๆ ซึ่งอัตราการไหลของกระแสไฟฟ้าจำนวนมากและการเคลื่อนที่ออกไปของโลหะจากอาโนดเส้นจุดๆ แสดงรูปร่างของอาโนดหลังจากการผ่านระยะเวลาของ ECM แล้วจะสามารถเห็นได้ดังภาพที่ 2.5 ซึ่งถ้าอิเล็กโตรดอยู่ในตำแหน่งเดิมรูปร่างที่ได้นั้นก็จะคล้ายคลึงกับคาโทรด

การป้อนกระแสที่ให้ความเข้มสูงอย่างรวดเร็วจะเกิดสารประกอบของแข็งไฮดรอไซด์และถูกพามากับกระแสไฟฟ้าอิเล็กโตรไลซิ่ง (Electrolyzing) หลังประมาณ 2-3 วินาที เพื่อคงสภาพให้มีความต่อเนื่องจำนวนมากในชั่วขณะหนึ่ง



ภาพที่ 2.4

การกระจายการไหลของกระแสไฟฟ้าระหว่างช่องว่างอิเล็กโตรดที่แคบมากๆ



ภาพที่ 2.5

มูลฐานความรู้เบื้องต้นของ ECM

ชิ้นส่วนของผิวนี้ กระบวนการของการทำงานต้องถูกดึงออกไปอย่างต่อเนื่องและรุนแรง ซึ่งจะสำเร็จได้โดยการไหลเวียนของอิเล็กโตรไลท์ที่มีทิศทางการผ่านด้วยความเร็วสูงระหว่างช่องแคบๆ ของอิเล็กโตรด ในทางปฏิบัติอิเล็กโตรไลท์ถูกบังคับความเร็วมีทิศทางในช่องแคบที่จ่ายแรงดัน 25-500 ปอนด์ต่อตารางนิ้ว (psi)

ความแรงการไหลของอิเล็กโตรไลท์ได้ดึงเอาโลหะออกไปอย่างต่อเนื่องจากอาโนดที่ช่องแคบๆ ซึ่งบริเวณนี้จะเกิดความต้านทานไฟฟ้าเพิ่มมากขึ้น การให้คงสภาพความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าที่ค่าสูงๆ ในตอนเริ่มแรก โลหะก็จะถูกละลายไปกับสารละลาย กระแสไฟฟ้าจะยังคงที่อยู่ และอัตราการเคลื่อนที่ออกไปของโลหะจะคงสภาพที่จำนวนมากซึ่งแสดงให้เห็นในภาที่ 2.5 เป็นการประยุกต์ที่ขั้วคาโทรด ซึ่งที่ขั้วอาโนดจะดำเนินไปให้เกิดรูปร่างเป็นเหมือนต้นแบบทั้งหมดของขั้วคาโทรด ดังนั้นในความคิดการกระทำที่เป็นไปได้ที่จะดึงเอาโลหะออกไปด้วยอัตราความเร็วสูง โดยการพิ่มความแรงการไหลของอิเล็กโตรไลท์และควบคุมการเคลื่อนที่ของอิเล็กโตรด เหล่านี้ถือได้เป็นพื้นฐานสำคัญของกระบวนการ ECM

2.2 **ระบบเครื่องกัดโลหะด้วยเคมีไฟฟ้า** (Electrochemical Machining System)

2.2.1 **รายละเอียดขั้นตอนกระบวนการ** ECM

ในกระบวนการเครื่อง ECM เป็นการควบคุมลักษณะการไหลเวียนของน้ำอิเล็กโตรไลท์ ไปกระทำการแตกตัวและหลุดออกมาของอะตอมที่บริเวณผิวโลหะ โดยการไหลผ่านผิวโลหะที่ยึดติดแน่นและเกิดการแตกตัวของอะตอมเกิดเป็นไอออน ซึ่งเป็นผลมาจากการใช้กระแสไฟฟ้าปล่ยเข้าไปผสมกับน้ำอิเล็กโตรไลท์ การควบคุมลักษณะนี้เรียกว่าการชะล้าง(Dissolution) ที่เกิดขึ้นที่ผิวโลหะโดยอาศัยเป็นเครื่องมือที่เป็นตัวนำจากที่มีช่องว่างแคบๆ ขนาดเล็กกับการไหลผ่านตัวชิ้นงาน และผลของน้ำอิเล็กโตรไลท์ที่มีแรงดันขนาดพอเหมาะผ่านช่องว่างแคบๆ ขนาดเล็กที่บังคับให้ไหลผ่านไปพร้อมกับการปล่อยกระแสไฟฟ้า จากการจ่ายด้วยไฟฟ้ากระแสตรง ไปตามการไหลระหว่างผิวโลหะทั้งสองซึ่งมีขั้วไฟฟ้าต่างกัน

แบบกระบวนการทำงานวงจรอิเล็กโตรไลท์ ตัวชิ้นงานนั้นจะถูกต่อด้วยไฟฟ้ากระแสตรงด้านที่เป็นขั้วบวก ซึ่งขนาดของแรงดันไฟฟ้าประมาณ 15 โวลท์ และส่วนที่เป็นเครื่องมือยึดจับชิ้นงานจะต่อด้วยไฟฟ้ากระแสตรงที่เป็นขั้วลบ อิเล็กโตรไลท์ซึ่งเป็นสารละลายที่เป็นตัวนำไฟฟ้า ซึ่งจะมีการใช้ปั๊มแรงดันสูงช่วยให้เกิดการไหลเวียนระหว่างตัวชิ้นงานและอุปกรณ์ โดยจะมีการขึ้นรูปแบบของลายที่ต้องการกับอุปกรณ์ที่เรียกว่า “อิเล็กโตรด” ให้ตัวชิ้นงานนั้นเกิดรูปร่างตามที่กำหนด ในขณะที่มีการใช้งานการไหลของน้ำอิเล็กโตรไลท์ ต้องไหลผ่านช่องแคบๆ

ขนาดเล็กมีความจำเป็นจะต้องรักษาแรงดันให้คงที่ไว้ ซึ่งตัวอิเล็กโตรดจะต้องไม่สัมผัสกับตัวชิ้นงาน ผลของการไหลของกระแสไฟฟ้าทำให้เกิดการหลุดออกมาของอะตอมจากตัวชิ้นงานพียงอย่างเดียวและผลที่ได้จากการไหลของน้ำอิเล็กโตรไลท์ ทำให้เกิดการชะล้างการหลุดตัวออกไปของผิวโลหะอย่างรวดเร็วจากโลหะที่มีสภาพเป็นกลาง โลหะไฮดรอไซด์จะถูกกรองด้วยฟิลเตอร์จากการหมุนเวียนน้ำอิเล็กโตรไลท์ที่มีแรงดันสูง

ภาพที่ 2.6
ระบบเครื่องกัดโลหะด้วยเคมีไฟฟ้าสำหรับสปินเดิลมอเตอร์

2.2.2 ค่าตัวแปรของสารละลายอิเล็กโตรไลท์

ค่าตัวแปรต่างๆ ในกระบวนการทำงานของระบบ ได้เกิดจากการทดลองและพัฒนาบนตัวอย่างของการทำการทดลองบนตัวชิ้นงานต่างๆ ค่าตามรายการที่ได้มาและเลือกสำหรับการวิจัยแต่ละค่าตัวแปร ซึ่งหลายๆ ค่าได้ถูกกำหนดขึ้นสำหรับการทดลองในงานวิจัยนี้เท่านั้น

โดยปกติค่าตัวแปรที่ได้ควบคุมกระบวนการมีดังนี้

- อัตราการนำไฟฟ้า (Conductivity Rate) : มีค่าเท่ากับ 100+/-10mS ใช้ Sodium Nitrate ($NaNO_3$) เป็นสารละลายอิเล็กโตรไลท์
- ความถ่วงจำเพาะ (Specific Gravity) : 1.08 ที่ อุณหภูมิ 65 ^{o}F
- ค่า pH : 6.5-8.0 (ใช้กรดไนตริคเติมเพื่อปรับสภาพค่ามาทางด้าน pH ต่ำ)
- อุณหภูมิ (Temperature) : 50-60 ^{o}F
- อัตราการไหล (Flowrate) : 180 mL/min สำหรับการกัดร่องด้านบน (Thrust) และ 300 mL/min สำหรับการกัดร่องด้านข้างในรู (Radial)

2.2.3 ค่าตัวแปรของแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงควบคุม

แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงมีหน้าที่หลักในการควบคุมค่าตัวแปรต่างๆ ในกระบวนการของระบบ โดยขั้วบวกหรือ อาโนด ต่อไปยังชิ้นงานและขั้วลบหรือ คาโทรด ต่อเข้ากับอิเล็กโทรดแม่แบบ ซึ่งค่าตัวแปรที่ควบคุมกระบวนการปกติมีดังนี้

ค่าแรงดันไฟฟ้า(Voltage) : มีค่าเท่ากับ 15 โวลท์ (กำหนดไว้คงที่)

ค่ากระแสไฟฟ้า (Current) : มีค่าเท่ากับ 0-10 แอมป์ (ขึ้นอยู่กับชิ้นงาน)

ค่าอัตราการทำงานต่อคาบเวลา (Duty Clycle) มีค่าเท่ากับ 0-90 เปอร์เซนต์ (ขึ้นอยู่กับชิ้นงาน)

จำนวนสัญญาณพัลส์ (Pulse) : มีค่าเท่ากับ 10-50 สัญญาณ (ขึ้นอยู่กับชิ้นงาน)

คาบเวลาการทำงาน (Cycle Time): มีค่าเท่ากับ 100 มิลลิวินาที (กำหนดไว้คงที่)

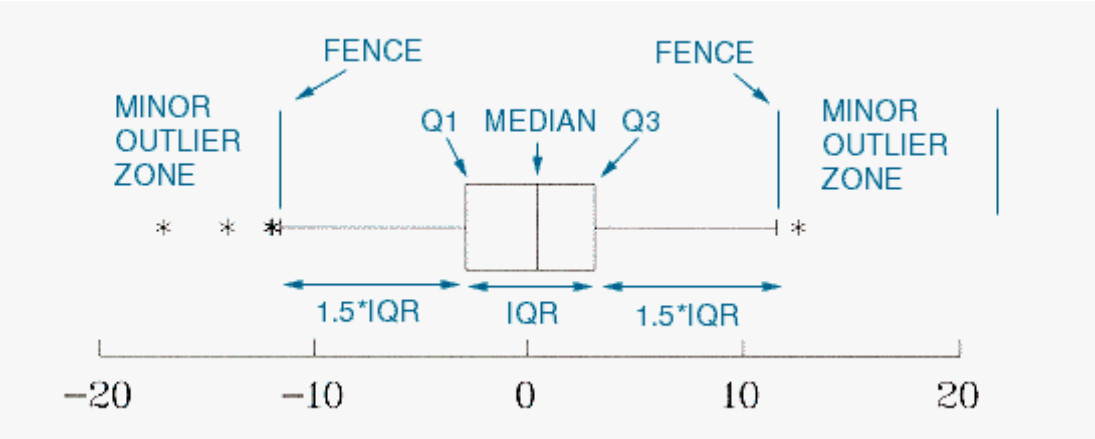
2.3 สถิติในการเปรียบเทียบการทดลอง

2.3.1 แผนภาพกล่อง (Box and Whisker Plot) Box Plot

เป็นภาพที่แสดงคุณลักษณะที่สำคัญของข้อมูลชุดนั้นๆ เช่น ค่ากลาง การกระจาย (Spread) ลักษณะการแจกแจงข้อมูล การหลุดออกจากการสมมาตร (Departure from Symmetry) และค่าของตัวอย่างที่หลุดออกจากกลุ่มตัวอย่างไปมากๆ (Outliers) โดยใช้ค่าที่คำนวณได้ในข้อมูล เช่น ควอไทล์ มาสร้างแผนภาพนี้ ดังนั้นแผนภาพกล่องจะแสดงลักษณะที่สำคัญของข้อมูลชุดนั้นๆ เช่น ค่ากลาง ค่าการกระจาย ลักษณะการแจกแจงข้อมูลและค่าผิดปกติของข้อมูล

ลักษณะของแผนภาพประกอบด้วยค่าควอร์ไทล์ (Q1, Q2 และ Q3) ในส่วนที่เป็นกล่องสี่เหลี่ยมจะแสดงถึง 3 ควอร์ไทล์ ด้านซ้ายหรือด้านล่างของกล่องจะแสดงถึง ควอร์ไทล์แรก (Q1) ส่วนด้านบนหรือด้านขวาของกล่องจะแสดงถึงควอร์ไทล์ที่สาม (Q3) เส้นตรงที่อยู่ในกล่องแสดงถึงควอร์ไทล์ที่ 2 (Q2) หรือมัธยฐาน (Median) ขอบเขตเส้นตรงที่ลากออกจากกล่องทั้งสองด้านค่าของข้อมูลที่น้อยที่สุดและที่มากที่สุดที่ตกอยู่ในช่วงข้อมูล 1.5 inter quartile (inter quartile = Q1 ถึง Q3) จุดที่ปรากฏใน Box Plot คือค่าของข้อมูลที่หลุดออกนอกกลุ่มมากๆ ถ้าจุดที่อยู่ในช่วง 3 inter quartile จะเรียกข้อมูลตรงจุดนี้ว่า Outlier แต่ถ้าจุดหลุดออกนอกช่วง 3 inter quartile จะเรียกจุดนี้ว่า Extreme Outlier

ความยาวของกล่องคลุมข้อมูล 50% ของทั้งหมด ค่า Q2 หรือ Median แบ่ง Box ออกเป็น 2 ส่วนที่มีอยู่ข้างละจำนวนเท่าๆ กันและสามารถบอกลักษณะการแจกแจงว่าเป็นแบบเบ้ซ้ายหรือสมมาตร



ภาพที่ 2.7

แผนภาพกล่อง

ข้อมูลผิดปกติ (Outlier) คือ ข้อมูลที่มีค่าต่ำหรือสูงมากเกินกว่าค่า Q1 + 1.5 เท่าของความยาวกล่องหรือ Q3 + 1.5 เท่าของความยาวกล่อง

นอกจากการใช้แผนภาพกล่องเพื่ออธิบายข้อมูลดังกล่าว แผนภาพกล่องยังใช้ในการนำเสนอผลจากการทดสอบสมมติฐาน การเปรียบเทียบผลความแตกต่างของค่าเฉลี่ยในแต่ละระดับของปัจจัยในการออกแบบการทดลองหรือการวิเคราะห์ความแปรปรวน เพื่อประโยชน์ในการกำหนดค่าที่เหมาะสม

2.3.2 **การทดสอบสมมติฐาน**

สมมติฐานทางสถิติ คือ การกำหนดพารามิเตอร์ของการแจกแจงความน่าจะเป็นของมัชฌิมสองมัชฌิมขึ้นไป เพื่อทดสอบความแตกต่างหรือเท่ากันของมัชฌิม ตัวอย่างเช่น ในการทดสอบมัชฌิมที่หนึ่งว่ามีค่าเท่ากันกับมัชฌิมที่สองหรือไม่จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

โดยที่ μ_1 เป็นมัชฌิมของสิ่งตัวอย่างกลุ่มที่หนึ่งและ μ_2 เป็นมัชฌิมของสิ่งตัวอย่างกลุ่มที่สอง ประโยคที่ว่า $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ เรียกว่า “สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis)” และ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ เรียกว่า “สมมติฐานรอง (Alternative Hypothesis)” การทดสอบในที่นี้เป็นการทดสอบแบบ 2 ด้าน เนื่องจาก $\mu_1 < \mu_2$ หรือ $\mu_1 > \mu_2$ ก็ได้

ในการทดสอบสมมติฐานอาศัยวิธีการในการสุ่มตัวอย่าง H_0 การคำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบที่เหมาะสมและทำการสรุปเพื่อปฏิเสธหรือยอมรับ นอกจากนี้ยังต้องมีการกำหนดกลุ่มของค่าที่จะนำไปสู่การปฏิเสธ H_0 ซึ่งกลุ่มของค่าที่เรียกว่า “พื้นที่วิกฤต” หรือ “พื้นที่ของการปฏิเสธ” ของการทดสอบ

ความผิดพลาด 2 ประเภทสามารถเกิดขึ้นได้ขณะทดสอบสมมติฐาน ถ้าหาก H_0 ถูกปฏิเสธทั้งๆ ที่ H_0 ถูกต้องจะต้องเกิดความผิดพลาดประเภท 1 (Type I Error) ขึ้น แต่ถ้าหาก H_0 ไม่ถูกปฏิเสธทั้งๆ ที่ H_0 นั้นไม่ถูกต้อง ความผิดพลาดประเภท 2 (Type II Error) ก็จะเกิดขึ้น ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดทั้ง 2 ประเภทก่อให้เกิดสัญลักษณ์พิเศษ

α = P (type I error) = P (reject H_0 / H_0 is true)

β = P (type II error) = P (fail to reject H_0 / H_0 is false)

บางครั้งเป็นการสะดวกกว่าที่จะใช้อำนาจของการทดสอบ (Power) ของการทดสอบเป็นตัวบอกกล่าวคือ

Power = 1- β = P (reject H_0 / H_0 is false)

ขั้นตอนทั่วไปในการทดสอบสมมติฐาน คือ การกำหนดค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภท 1 หรือ α ซึ่งเรียกว่า ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ แล้วหลังจากนั้นก็ออกแบบวิธีการทดสอบให้มีค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภท 2 หรือ β ให้มีค่าน้อยตามที่เห็นว่าเหมาะสม

ถ้าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่จะทดสอบทั้งสองกลุ่มมีค่าเท่ากัน จะได้ว่าการทดสอบที่เหมาะสมสำหรับการเปรียบทียบมัชฌิมของ 2 ปัจจัยในการทดลองแบบสุ่มอย่างบริบูรณ์ คือ

$$t_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

โดยที่ y_1 และ y_2 เป็นมัชฌิม ที่มี n1 และ n2 เป็นขนาดของกลุ่มตัวอย่าง และ S_P^2 เป็นค่าประมาณของความแปรปรวนร่วม ซึ่งคำนวณได้จาก $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ ซึ่งคำนวณได้จาก

$$S_P^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

ค่า S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของแต่ละตัวอย่าง จากนั้นทำการเปรียบเทียบ t_0 กับการแจกแจง ที่ระดับขั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ เพื่อพิจารณาว่าจะปฏิเสธ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ หรือไม่ ถ้า $|t_0| > t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ โดย $t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$ เป็นตำแหน่งที่เหนือจากค่า $\alpha/2$ ของการแจกแจงที่มีระดับขั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ จะต้องปฏิเสธ H_0 และสรุปว่า มัชฌิมทั้งสองมีความแตกต่างกัน ซึ่งสามารถพิสูจน์ว่าวิธีนี้ถูกต้องได้โดยพิจารณาจากเหตุผลที่ว่า ถ้าทำการสุ่มตัวอย่างจากการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระจะได้ว่าการแจกแจงของ $y_1 - y_2$ เป็น $N\left[\mu_1 - \mu_2, \sigma^2(1/n_1 + 1/n_2)\right]$ ดังนั้น ถ้า σ^2 ทราบค่า และถ้า $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ เป็นจริง การแจกแจงของ

$$Z_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \quad \text{โดยที่ } \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

จะเป็น N (0,1) อย่างไรก็ตาม การแทน σ ด้วย S_P ในสมการของ Z_0 ทำให้การแจกแจงของ Z_0 เปลี่ยนจากแบบปกติมาตรฐานเป็นแบบ t ด้วยระดับขั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ ซึ่งถ้าเป็นจริง H_0 และ t_0 การแจกแจงแบบ ทำให้สามารถคาดได้ว่า $100(1-\alpha)\%$ ของค่าของ t_0 จะตกอยู่ในช่วง $-t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}$ และ $t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}$ ถ้าสมมติฐานหลักเป็นจริงและมีหลักฐานแสดงว่า H_0 ควรจะถูกปฏิเสธตัวอย่างใดก็ตามที่ทำให้ค่าของ t_0 ตกนอกค่าจำกัดจะถือว่าเป็นสิ่งผิดปกติ ดังนั้นการแจกแจง ที่มีระดับขั้นความเสรี $n_1 + n_2 - 2$ เป็นการแจกแจงที่เหมาะสมที่จะนำมาใช้สำหรับทดสอบ t_0 นั่นคือ สามารถนำมาอธิบายลักษณะของ t_0 ได้เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง โดย α เป็นความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดประเภท 1 สำหรับการทดสอบนี้

ในบางปัญหาอาจจะต้องการที่จะปฏิเสธ H_0 ก็ต่อเมื่อมัชฌิมค่าหนึ่งมากกว่าอีกค่าหนึ่ง ซึ่งจึงควรใช้การทดสอบสมมติฐานแบบด้านเดียว กล่าวคือ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ และควรปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t_0 > t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}$ แต่ถ้าต้องการปฏิเสธ H_0 เมื่อกรณี μ_1 น้อยกว่า μ_2 ก็ต้องกำหนด $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ และควรปฏิเสธ H_0 ถ้าหากว่า $t_0 < t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}$

2.3.3 การใช้ P-value ในการทดสอบสมมติฐาน

วิธีรายงานผลของการทดสอบสมมติฐานวิธีหนึ่ง คือ การแสดงว่าสมมติฐานหลักจะถูกปฏิเสธหรือไม่ที่ค่า α หรือระดับนัยสำคัญที่กำหนด ตัวอย่างเช่น เราสามารถบอกได้ว่า $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ถูกปฏิเสธที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 คำกล่าวสรุปมักจะไม่เพียงพอ เพราะไม่ได้บอกให้ผู้ตัดสินใจรู้ว่าค่าทดสอบทางสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ที่ใดบนพื้นที่วิกฤตยิ่งกว่านั้นการหาผลลัพธ์โดยวิธีนี้อาจจะไม่เป็นที่พึงพอใจ เนื่องจากผู้ทำการทดลองบางคนอาจไม่ต้องการใช้ระดับความเสี่ยงที่ α = 0.05

วิธีการของ P-value ได้ถูกนำมาใช้อย่างมากเพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งยากดังกล่าว P-value คือ ความน่าจะเป็นที่ค่าทดสอบทางสถิติจะมีค่าเป็นอย่างน้อยที่จะทำให้ค่านี้มีค่ามากเท่ากับค่าสังเกต ในทางสถิติเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง ดังนั้น P-value นี้จะแสดงถึงน้ำหนักของหลักฐานที่จะใช้ในการปฏิเสธ H_0 และผู้ตัดสินใจสามารถสร้างข้อสรุปที่ระดับนัยสำคัญอื่นๆ ได้

นอกจากนี้ยังสามารถนิยาม P-value ว่าเป็นเหมือนกับค่าที่น้อยที่สุดระดับนัยสำคัญซึ่งนำไปสู่การปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ก็ได้ ปกติแล้วนิยมที่จะบอกว่าค่าทดสอบทางสถิติมีนัยสำคัญก็ต่อเมื่อ สมมติฐานหลัก H_0 ถูกปฏิเสธ ดังนั้น อาจจะพิจารณาค่า P-value แล้วผู้ตัดสินใจก็สามารถทราบว่าข้อมูลมีนัยสำคัญอย่างไร โดยไม่ต้องอาศัยการวิเคราะห์ข้อมูลซึ่งมีการกำหนดระดับนัยสำคัญไว้ก่อน

2.3.4 **การวิเคราะห์ความแปรปรวน** (Analysis of Variance; ANOVA)

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากรตั้งแต่สองชุดขึ้นไปและต้องการทำการทดสอบเพียงครั้งเดียวสามารถที่จะทำการวิเคราะห์ได้โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่งมีประสิทธิภาพมากกว่าการทำการทดสอบทีละคู่ กล่าวคือ

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$: μ_i คือ ค่าเฉลี่ยที่ระดับที่ i ; i = 1,2,3,4

$H_0 : \mu_i \neq \mu_j$; $\exists_{ij}$

ถ้าการทดสอบแต่ละครั้งทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ (α_i) ระดับนัยสำคัญรวมจะมีค่าเท่ากับ

$$\alpha_{total} = 1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - \alpha)$$

โดยที่ k = จำนวนครั้งทั้งหมดที่สอบ

α_i = ระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการทดสอบครั้งที่ i

ระดับนัยสำคัญรวม หรือความผิดพลาดโดยรวมจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อทำการทดสอบมากครั้งขึ้น

2.3.5 **การทดลองอย่างสุ่มสมบูรณ์หรือการจำแนกทางเดียว** (Complete Randomized Design; CRD **หรือ** One-Way ANOVA)

เป็นการสนใจศึกษาปัจจัยเพียงปัจจัยเดียว ซึ่งจำนวนระดับที่สนใจศึกษาของปัจจัยนี้เท่ากับ a ระดับ เพื่อดูว่าระดับที่แตกต่างกันของปัจจัยนั้น จะมีผลกระทบต่อค่าเฉลี่ยของตัวแปรตอบสนอง (Y's) อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่อย่างไร ซึ่งมีลักษณะข้อมูลเป็นดังตารางที่ต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1

แผนการเก็บข้อมูลอย่างสุ่มสมบูรณ์

ลำดับที่	**วิธีปฏิบัติ**						
	1	2	3	4	...i...	a	
1 2 3 . . j . . n	Y_{11} Y_{12} Y_{13} . . Y_{1j} . . Y_{1n}	Y_{21} Y_{22} Y_{23} . . Y_{2j} . . Y_{2n} d.f.=?	Y_{31} Y_{32} Y_{33} Y_{3j} Y_{3n}	Y_{41} Y_{42} Y_{43} Y_{4j} Y_{4n}	$\dots Y_{i1} \dots$ $\dots Y_{i2} \dots$ $\dots Y_{i3} \dots$ $\dots Y_{ij} \dots$ $\dots Y_{in} \dots$	Y_{a1} Y_{a2} Y_{a3} Y_{aj} Y_{an}	
ผลรวม $(T_{i.})$	$T_{1.}$	$T_{2.}$	$T_{3.}$	$T_{4.}$	$\dots T_{i.} \dots$	$T_{a.}$	$T_{..}$
(ผลรวม)^2 $(T_{i.}^2)$	$T_{1.}^2$	$T_{2.}^2$	$T_{3.}^2$	$T_{4.}^2$	$\dots T_{i.}^2 \dots$	$T_{a.}^2$	$\sum T_{i.}^2$

$T_{i.}$ = ผลรวมของข้อมูลจากวิธีปฏิบัติที่ i ; = 1,2...,a

$= \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$; n_i = จำนวนข้อมูลในวิธีปฏิบัติที่ i

$T_{..}$ = ผลรวมข้อมูลทั้งหมด = $\sum\sum Y_{ij}$

N = ผลรวมข้อมูลทั้งหมด = $\sum_{i=1}^{a} n_i$

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนของการทดลองแบบ CRD นี้จะทำการวิเคราะห์ส่วนของความแปรปรวนได้จากสมการต้นแบบ ดังนี้ คือ

จาก $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$

$(Y_{ij} - \mu) = \tau_i + \varepsilon_{ij}$

$V(Y_{ij} - \mu) = V(\tau_i) + V(\varepsilon_{ij})$

จาก $\sum_{i}^{a}\sum_{j}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 = \sum_{i}^{a}\left[n_i(\bar{y}_{i.}-\bar{y}..)^2\right]+\sum_{i}^{a}\sum_{j}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2$

ความแปรปรวนทั้งหมดที่ปรับแล้วด้วยค่าเฉลี่ย = ความแปรปรวนจากปัจจัย + ความแปรปรวนจากค่าผิดพลาด จะเห็นได้ว่าแหล่งที่มา (Source) ของความแปรปรวนแบ่งได้เป็น 2 ส่วน ซึ่งจะเขียนในตาราง ANOVA ต่อไป และสามารถเขียนแทนด้วย SST = SSA + SSE

โดย SST = ผลบวกกำลังสองของทั้งหมดที่ปรับแล้ว

= Sum Square of Total

SSA = ผลบวกกำลังสองของปัจจัย A หรือวิธีปฏิบัติ

= Sum Square of Factor A Effect or Treatment

และ SSE = ผลบวกกำลังสองของค่าผิดพลาดหรือสิ่งที่อธิบายไม่ได้

= Sum Square Error or Residuals

SST = $\sum_i\sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$; $\bar{y}_{..}$ = $\frac{\sum\sum y_{ij}}{N}$ หรือค่าเฉลี่ยรวม (Grand Mean)

= $\sum_i\sum_j y_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{N}$; $T_{..}$ = ผลรวมทั้งหมด (Grand Total)

N = จำนวนการทดลองทั้งหมด

SSA = $\sum_{i=1}^{a}\frac{T_{i.}^2}{n_i} - \frac{T_{..}^2}{N}$ หรือ $\sum_{i=1}^{a}\left[n_i(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2\right]$

SST = SST - SSA

สามารถสรุปและนำไปเขียนตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของจำแนกทางเดียว (CRD) ได้ ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2

การวิเคราะห์ความแปรปรวน กรณีจำแนกทางเดียว

Source (แหล่งที่มา)	d.f. (องศาเสรี)	Sum Square (ผลบวกกำลังสอง)	Mean Square (ค่าเฉลี่ย SS)	F (ค่าสถิติ)
Treatment (วิธีปฏิบัติ)	a – 1	SSA	MSE=SSA/(a-1)	F=MSA/MSE
Error (ความผิดพลาด)	N – a	SSE = SST – SSA	MSE=SSE/(N-a)	
Total (adj) (ทั้งหมดที่ปรับแล้ว)	N - 1	SST		

จากตารางที่ 2.2 สามารถนำข้อมูลมาใช้ในการทดสอบสมมติฐาน กรณี CRD หรือการทดลองแบบจำแนกทางเดียว โดยมีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้ คือ

(I) $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = ... = \mu_4$

(ปัจจัยที่ทำการศึกษาไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าตอบสนอง)

$H_0 : \mu_i \neq \mu_j$; $\exists_{ij}$ (มีอย่างน้อย 1 คู่ที่แตกต่างกัน)

(ปัจจัยที่ทำการศึกษามีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าตอบสนอง)

แต่เนื่องจาก $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$

$= \mu_i + \varepsilon_{ij}$; $\because \mu_i = \mu + \tau_i$

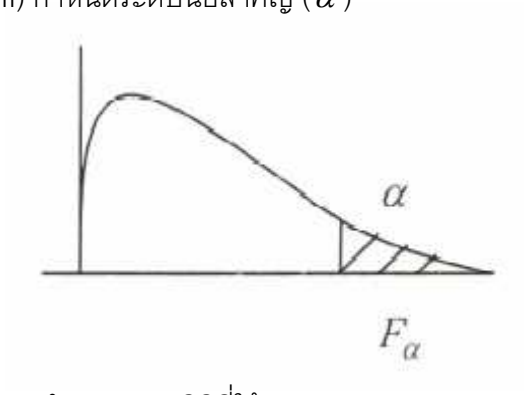
จะเห็นได้ว่าถ้า $\tau_i = 0$; $\forall_i$ ค่าเฉลี่ยของทุกวิธีปฏิบัติจะเท่ากันหมดจึงสามารถเขียนสมมติฐานได้อีกรูปแบบหนึ่ง คือ

$H_0 : \tau_i = 0$; $\forall_i$ (ปัจจัยไม่มีผลต่อค่าตอบสนอง)

$H_0 : \tau_i \neq 0$; $\exists_i$ (ปัจจัยมีผลต่อค่าตอบสนอง)

โดยที่ τ_i = ผลกระทบของปัจจัยที่ระดับที่ i ; i = 1,2…,a

(II) กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)



(III) คำนวณตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ

$$F_0 = \frac{MSA}{MSE} \text{ ; } v=(a-1, N-a)$$

(IV) สรุปผล จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ p-value = $P(F > F_0) < \alpha$

หรือ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F_0 > F_{\alpha,(a-1,N-a)}$

ข้อสังเกต การทดสอบเป็นการทดสอบทางเดียวด้านบนเท่านั้น

2.3.6 **การตรวจสอบความถูกต้องของรูปแบบ** (Model Adequacy Checking)

จากสมการ $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ ซึ่ง μ คือ ค่าเฉลี่ย , τ_i คือ อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัยที่ i และ ε_{ij} คือ ความคาดเคลื่อน ในการออกแบบการทดลองส่วนใหญ่มักตั้งสมมุติฐานในการวิเคราะห์จากการที่ตัวแปรตามมีการแจกแจงปกติ (Normal Distribution) ดังนั้น y จะมีการกระจายแบบนี้ต้องให้ ε มีการกระจายแบบปกติด้วย ต้องเป็นการกระจายที่เป็นอิสระ $\varepsilon_{ij} \approx NID\left(0, \sigma^2\right)$ และต้องมีความเสถียรสำหรับความแปรปรวน (Variance Stability) การทดสอบ ε_{ij} มี 3 ขั้นตอน คือ

1. การตรวจสอบการกระจายตัวว่าเป็นแบบแจกแจงปกติ (Normal Distribution) หรือไม่ โดยใช้

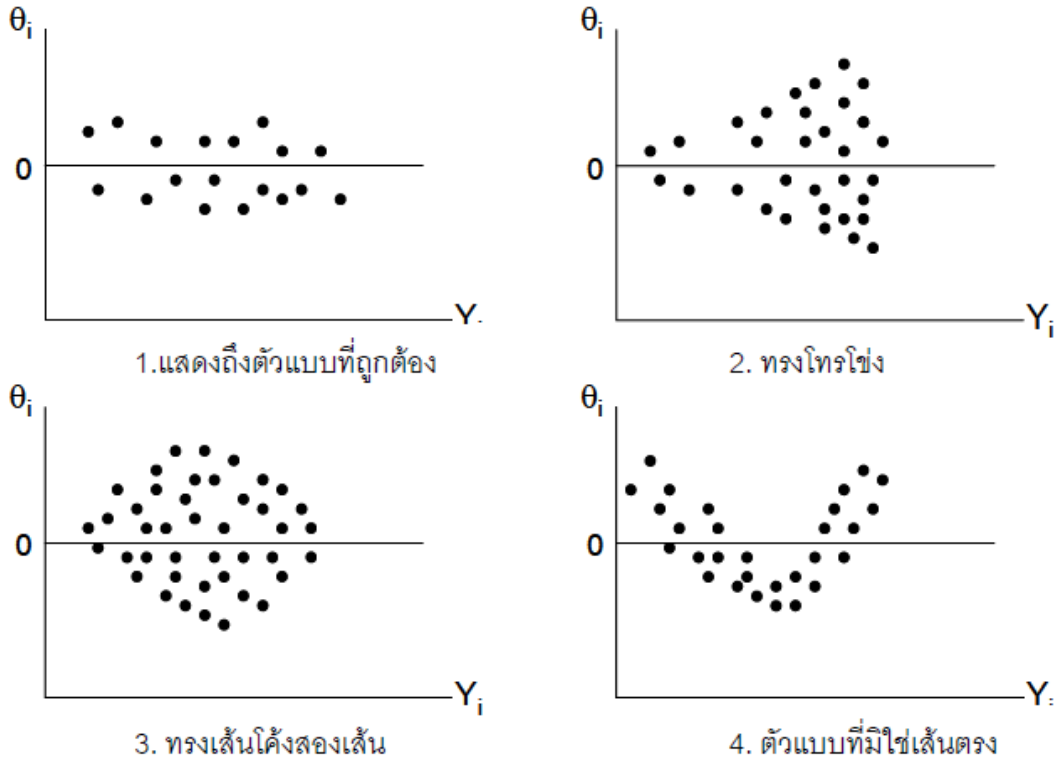
- การทดสอบแบบไคร์สแควร์ (χ^2 - Goodness of Fit Test)
- การทดสอบแบบโคโกโมรอฟ- สเมอร์นอฟ (Kolgomorov-Smirnov Test)
- การทดสอบโดยใช้กระดาษตรวจสอบการแจกแจงปกติ (NOP)

ข้อมูลมีการกระจายตัวปกติ หมายความว่า ข้อมูลแต่ละตัวที่เป็นตัวแปรสุ่มจะต้องมีแนวโน้มที่ค่าจะเข้าหาค่าหนึ่งที่คงที่ แล้วมีการกระจายรอบค่าดังกล่าวในลักษณะสมมาตร ทั้งนี้หากข้อมูลไม่ได้มีรูปแบบปกติแล้วก็จะทำให้วิเคราะห์ข้อมูลไม่ได้ ดังนั้น ถ้าหากข้อมูลมิได้เป็นตัวแปรสุ่มปกติแล้ว แสดงว่าข้อมูลที่ได้มาจากกระบวนการที่มิได้กำหนดมาตรฐาน จึงจำเป็นต้องค้นหาสาเหตุเพื่อแก้ไขก่อนการวิเคราะห์

2. การตรวจความเป็นอิสระ (Independent) โดยใช้แผนภูมิการกระจาย (Scatter Plot) แล้วดูลักษณะการกระจายของจุดที่แทนข้อมูลบนแผนภูมิว่า เป็นอิสระหรือไม่ ข้อมูลมีความอิสระหมายความว่า ข้อมูลแต่ละตัวที่ใช้ในการสร้างแบบถดถอยจะต้องเป็นอิสระต่อกันอันเนื่องมาจากการสุ่ม ทั้งนี้หากข้อมูลไม่มีการสุ่มแล้ว จะทำให้วิเคราะห์ข้อมูลมิได้ โดยเฉพาะการหาค่าเฉลี่ย หรือค่าความคาดหมายของตัวแปรตาม ดังนั้น ถ้าหากข้อมูลไม่มีการสุ่ม แสดงว่าข้อมูลมีความลำเอียง (Bias) จึงจำเป็นต้องค้นหาสาเหตุเพื่อการแก้ไขก่อนการวิเคราะห์

3. การตรวจสอบความเสถียรความแปรปรวน (Variance Stability) โดยใช้แผนภูมิการกระจาย ซึ่งเป็นแผนภูมิการกระจายของค่าความคาดเคลื่อน (Residual Plot) ในแต่ละระดับของปัจจัย ถ้ารูปร่างของการกระจายของข้อมูลที่ออกมา ไม่เป็นลักษณะของการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของความแปรปรวน แสดงว่าข้อมูลมีความเสถียรของความแปรปรวน

ความเสถียรภาพของค่าความแปรปรวน (Variance Stability) หมายความว่า ข้อมูลจะต้องได้รับการเก็บมาจากกระบวนการที่ได้จัดทำเป็นมาตรฐานแล้ว จึงทำให้ความแตกต่างของข้อมูลมีค่าความแปรปรวนที่ไม่มีเสถียรภาพแล้ว แสดงว่าข้อมูลเกิดขึ้นจากสาเหตุที่สามารถควบคุมได้ แต่ไม่ได้รับการควบคุม (Assignable Cause) จึงจำเป็นต้องค้นหาสาเหตุเพื่อแก้ไขก่อนการวิเคราะห์ต่อไป



ภาพที่ 2.8

ตัวแบบสำหรับการวิเคราะห์เศษเหลือ

ในการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลและการทดสอบความมีเสถียรภาพของค่าความแปรปรวนนั้น ปกติมักจะทดสอบผ่านแผนภาพการกระจาย ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความคาดเคลื่อนกับค่าใดค่าหนึ่งใน 3 ค่านี้

1. ลำดับต่อเนื่องในการเก็บข้อมูล
2. ค่าประมาณการของค่าควรจะเป็นของตัวแปรตาม (Y_i)
3. ค่าตัวแปรถดถอย (x)

โดยรูปแบบการกระจายจะมีตัวแบบดังภาพที่ 2.8 ซึ่งจะได้ผลว่าถ้าหากเป็นไปตามรูป 1. แสดงว่าข้อมูลมีความอิสระและมีความผันแปรคงที่ ในรูปของความเสถียรภาพของค่าความแปรปรวน แต่หากเป็นไปตามรูปแบบ 2, 3 และ 4 แล้ว แสดงว่ามีความผิดปกติเกิดขึ้น มีความจำเป็นที่ต้องได้รับการแก้ไขก่อนการวิเคราะห์ต่อไป โดยรูป 2 และ 3 จะแสดงถึงภาวะที่ไม่มีความเสถียรภาพของค่าความแปรปรวน ในขณะที่รูป 4 แสดงว่าตัวแบบไม่มีความเหมาะสม

2.3.7 **วิธีการทากูชิ** (Taguchi Method)

แนวความคิดของการออกแบบแผนการทดลองแบบอื่นที่นอกเหนือจากการออกแบบแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลสมบูรณ์ (Full Factorial Design) และการออกแบบแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลบางส่วน (Fractional Factorial Design) ที่ได้รับการยอมรับในเวลาต่อมาคือแนวคิดของ Dr. Genichi Taguchi นักวิศวกรชาวญี่ปุ่น ผู้ที่ได้เสนอปรัชญาในการออกแบบทางวิศวกรรม เพื่อมีความประสิทธิภาพที่ว่า ผลิตภัณฑ์ควรจะออกแบบเพื่อให้ได้ผลในการทำงานที่ดีและมีความผันแปรน้อยที่สุดต่อผลการดำเนินงาน โดยเฉพาะอย่างยิ่งผลิตภัณฑ์ควรถูกทำให้ Robust ต่อความไม่คงที่ของกระบวนการผลิต การผันแปรของผู้ใช้และสิ่งแวดล้อม และต่อองค์ประกอบที่ทำให้คุณภาพลดลง ซึ่งแน่นอนว่าถ้าสามารถทำได้ตามแนวคิดนี้ก็จะทำให้ผลิตภัณฑ์มีความน่าเชื่อถือ ดังนั้น จึงมีการนำวิธีการทางทากูชิไปใช้อย่างแพร่หลายในภาคอุตสาหกรรมเพื่อปรับปรุงทางด้านคุณภาพวิธีการทางทากูชิได้ให้ความสำคัญกับกาออกแบบที่ทำให้สภาวะของกระบวนการ หรือผลิตภัณฑ์ดีที่สุด ภายใต้ความไวน้อยที่สุดต่อสาเหตุที่ทำให้เกิดความผันแปรต่างๆ และผลิตภัณฑ์ที่ผลิตได้ต้องมีคุณภาพสูง ด้วยค่าใช้จ่ายในการพัฒนาและการผลิตที่ต่ำ นอกจากนี้วิธีการทางทากูชิยังเป็นการทดลองที่สามารถศึกษาปัจจัยหลาย ๆ ปัจจัยพร้อมกัน โดยมีวิธีการคำนวณที่ไม่ยุ่งยาก และใช้จำนวนการทดลองน้อยกว่าการออกแบบแผนการทดลองแบบอื่นๆ เช่น การออกแบบแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลสมบูรณ์ (Full Factorial Design) โดยการใช้เครื่องมือที่เรียกว่า ออทอกอนอล อะเรย์ (Orthogonal Array) ซึ่งวิธีทางทากูชิเป็นการศึกษาเพื่อหาผลกระทบของปัจจัย และกำหนดค่าในการทดลองมากที่สุด โดยวิธีทากูชิมีรากฐานมาจากเหตุผลที่สำคัญ 2 ประการ คือ

1. สังคมจะเกิดความสูญเสียทุกๆ ครั้งที่คุณลักษณะของผลิตภัณฑ์ไม่ตรงตามเป้าหมายดังนั้น Taguchi จึงให้เหตุผลว่า การเบี่ยงเบนออกไปจากเป้าหมายเป็นผลทำให้เกิดความสูญเสียและให้คำจำกัดความคุณภาพว่า เป็นความสูญเสียที่ผลิตภัณฑ์สร้างให้แก่สังคม

2. การออกแบบผลิตภัณฑ์และกระบวนการผลิตต้องการระบบที่สามารถพัฒนา และมีความก้าวหน้าในทุกขั้นตอน ตั้งแต่การออกแบบระบบ (System Design) การออกแบบพารามิเตอร์ (Parameter Design) และการออกแบบค่าเผื่อ (Tolerance Design) Taguchi (1986) ได้เสนอแนะว่า ผู้ผลิตควรทำการตรวจสอบและประเมินความสูญเสียทั้งหมดของผลิตภัณฑ์อันเกิดจากองค์ประกอบต่างๆ ที่ผันแปรไปจากคุณภาพตามเป้าหมายและหาว่าเงื่อนไขของกระบวนการผลิตเป็นอย่างไร เพื่อความแน่ใจว่าผลิตภัณฑ์ที่เกิดขึ้นจะตรงตามเป้าหมาย รวมไปถึงคุณลักษณะ

ของผลิตภัณฑ์ซึ่งจะส่งผลให้ผลิตภัณฑ์ทนต่อสภาพแวดล้อมและปัจจัยอื่น ๆ ที่อยู่นอกการควบคุม และได้จำแนกตัวแปรออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

1. ตัวแปรที่ควบคุมได้ (Signal Variable) เป็นตัวแปรที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิต และเป็นตัวแปรที่สามารถควบคุมได้

2. ตัวแปรที่ควบคุมไม่ได้ (Noise Variable) เป็นตัวแปรที่โดยทั่วไป เกิดภายนอกกระบวนการและยากที่จะควบคุมในระหว่างกระบวนการผลิต เช่น การแปรปรวนของสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ (อุณหภูมิ, ความชื้น หรือ ฝุ่นผง)

การออกแบบการทดลองในอุตสาหกรรมปัจจุบันจำเป็นต้องใช้การออกแบบการทดลองที่มีจำนวนการทดลองน้อย เพื่อประหยัดต้นทุนและเวลา รวมไปถึงข้อจำกัดอื่น ๆ เช่น ผลต่อสิ่งแวดล้อม การทดลองแบบต้องทำลายไม่สามารถนำกลับมาใช้ได้ใหม่ได้ หรือการมีต้นทุนต่อการทดลองสูง ดังนั้นเพื่อเป็นการลดปัญหาต่าง ๆ โดยทั่วไปจึงนิยมใช้การออกแบบการทดลองของนายทากูชิ ที่ใช้ตารางออทอกอนอล อะเรย์ ในการทดลอง

การปรับตัวแปรตามวิธีของ Taguchi

1. ระบุปัญหาด้านคุณภาพของขบวนการหรือผลิตภัณฑ์ ปัญหาด้านคุณภาพนั้นหลายๆ คนอาจคิดว่า คนที่รู้ปัญหาด้านคุณภาพของขบวนการดีที่สุด คือ คนที่ทำงานอยู่ในขบวนการนั้น อันที่จริงแล้วผู้รู้ถึงปัญหาด้านคุณภาพของขบวนการนั้น คือ ผู้ที่รับผลพวงของขบวนการไป เช่น แผนกถัดไปหรือลูกค้าที่ใช้ผลิตภัณฑ์

2. ระบุกลไกที่จะใช้วัดปริมาณของปัญหานั้น เช่น การเปลี่ยนแปลงความหนา ซึ่งที่จะใช้วัดนั้นสามารถจำแนกออกได้เป็น 3 รูปแบบ ดังนี้

2.1 ยิ่งมากยิ่งดี (The-Larger-the-Better) เช่น ความแข็ง, การส่องสว่าง

2.2 ยิ่งน้อยยิ่งดี (The-Smaller-the-Better) เช่น ส่วนเบี่ยงเบนจำนวนของเสีย

2.3 ตรงตามค่า (Nominal-the-Best) เช่น ขนาดของผลิตภัณฑ์ ความโค้ง

รวบรวมตัวแปรสำคัญที่ควบคุมได้และคิดว่ามีผลต่อปัญหาด้านคุณภาพที่สนใจ และระบุระดับค่าที่จะทำการทดลองสัก 2-3 ค่าต่อตัวแปร ตัวแปรที่สำคัญนั้นเราต้องคำนึงถึงสิ่งที่เราจะวัดด้วยว่า ตัวแปรที่เราจะปรับนั้นมีผลต่อสิ่งที่เราจะวัดหรือไม่ การที่จะรู้ว่าตัวแปรไหนมีผลหรือไม่ เราสามารถประมาณการณ์ได้จากประสบการณ์ของผู้ควบคุมเครื่องนั่นเอง เราไม่จำเป็นต้องใส่ตัวแปรทั้งหมดลงไป เพราะจะทำให้สิ้นเปลืองเวลาในการทำการทดลองมากขึ้นโดยไม่จำเป็น

3. ระบุสิ่งรบกวนที่ควบคุมไม่ได้เท่าที่จะทำได้

4. เลือกแบบแผนการทำการทดลอง (Orthogonal Array) หรือ OA

การออกแบบการทดลองของทากูชิอาศัยเครื่องมือที่เรียกว่า ออทอกอนอล อะเรย์ (Orthogonal Array) โดยกำหนดให้ ปัจจัยที่ควบคุมได้ เป็น Outer Array และ ปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้เป็น Inner Array เช่น $L_{16}\ 2^{15}$ Orthogonal Array สำหรับการทดลองตั้งแต่ 2 ถึง 15 ปัจจัย และ ปัจจัยละ 2 ระดับ

ตารางที่ 2.3

ตารางออทอกอนอล อะเรย์ $L_{16}\ 2^{15}$

RUN	$L_{16}\ 2^{15}$ Design														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

หรือ $L_4\,2^3$ Orthogonal Array สำหรับการทดลองตั้งแต่ 2 ถึง 3 ปัจจัย และ ปัจจัยละ 2 ระดับ

ตารางที่ 2.4

ตารางออทอกอนอล อะเรย์ $L_4\,2^3$

RUN	$L_4\,2^3$ Design		
	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

5. ในแต่ละการทดลอง คำนวณ Signal-to-Noise Ratio (S/N) S/N สามารถจำแนกออกได้ เป็น 3 ประเภท

5.1 คุณภาพเป็นประเภทยิ่งมากยิ่งดี (The-larger-the-better)

$$S/N = -10\log\left(\frac{1}{n}\sum\frac{1}{y_i^2}\right)$$

$$= -10\log\left(\frac{1}{n}\times\left(\frac{1}{y_1^2}+\frac{1}{y_2^2}+\ldots\frac{1}{y_n^2}\right)\right)$$

y_i = สิ่งที่วัดในการทำซ้ำครั้ง i

n = จำนวนที่ทดลองซ้ำ

5.2 คุณภาพเป็นประเภทยิ่งน้อยยิ่งดี(The-smaller-the-better)

$$S/N = -10\log\left(\frac{1}{n}\sum y_i^2\right)$$

$$= -10\log\left(\frac{1}{n}\times\left(y_1^2+y_2^2+\ldots y_n^2\right)\right)$$

อีกกรณีหนึ่ง

$$S/N = -10\log\left(\frac{1}{n}\sum\left(y_i - \bar{y}\right)^2\right)$$
$$= -10\log\left(\frac{1}{n}\times\left(\left(y_1 - \bar{y}\right)^2 + \left(y_2 - \bar{y}\right)^2 + \ldots\left(y_n - \bar{y}\right)^2\right)\right)$$

5.3 คุณภาพเป็นประเภทตรงตามค่าออกแบบ (Nominal-the-best)

$$S/N = 10\log\left(\frac{T^2}{\sigma^2}\right)$$

T^2 = ค่าที่ถูกออกแบบไว้ว่าควรจะเป็น

S/N อาจจะไม่อยู่ในรูปแบบที่กล่าวขึ้นก็ได้ขอเพียงให้ทราบว่าเราต้องการอะไรแล้ววัดอะไร

6. ระบุตัวแปรที่สำคัญ ในระบบใดๆ ก็ตามมักจะมีตัวแปรบางตัวเท่านั้นที่มีความสำคัญมาก และส่วนที่เหลือเป็นเพียงตัวประกอบในการทำงานเท่านั้น ดังนั้น กลวิธีที่ดีในการพัฒนาคุณภาพน ก็คือ เราควรจะมุ่งไปที่ตัวแปรที่สำคัญ แทนที่จะทุ่มเททรัพยากรให้กับตัวแปรทั้งหมด กลวิธีที่จะดูว่าตัวแปรตัวไหนสำคัญนั้น ค่อนข้างง่าย กล่าวคือ เมื่อตัวแปรใดก็ตามที่เปลี่ยนระดับไปแล้วทำให้ค่า S/N เปลี่ยนไปมากที่สุด ตัวแปรนั้นสำคัญที่สุด หากตัวแปรที่เปลี่ยนระดับไปแล้ว ค่า S/N แทบที่จะไม่เปลี่ยนไปเลย ตัวแปรนั้นก็ไม่สำคัญ

7. เลือกระดับที่ให้ค่า S/N เฉลี่ยสูงสุดของแต่ละตัวแปร ในตัวอย่างนี้จะเลือกตัวแปร A ที่ ระดับ 1 เพราะให้ค่า S/N ที่สูงกว่า

8. ทดลองเปรียบเทียบระหว่างระดับตัวแปรของ Taguchi กับของเดิมการทดลองต่อเนื่อง หลังจากทราบแล้วว่าตัวแปรไหนสำคัญ ก็ปรับตัวแปรนั้นในทิศทางที่เห็นว่าดี เช่น จากตัวอย่างตัวแปร A สำคัญและระดับที่ 1 ก็ดีกว่าระดับที่ 2 แสดงว่า เราต้องปรับตัวแปร A ให้ต่ำกว่าระดับ 1 ก็ลองค่อย ๆ ปรับทีละนิดจนกว่าจะได้ไม่ดีกว่านี้อีกแล้ว

2.3.8 **วิธีการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น** (Linear Regression Analysis)

การวิเคราะห์การถดถอย เป็นวิธีการทางสถิติอย่างหนึ่ง ที่ใช้ในการตรวจสอบลักษณะของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป โดยแบ่งเป็นตัวแปรอิสระ (Independent Variable) และตัวแปรตาม (Dependent Variable) ในการวิเคราะห์การถดถอยมักเรียกตัวแปรอิสระว่า ตัวทำนาย (Predictor) หรือตัวแปรกระตุ้น (Stimulus Variable) ส่วนตัว

แปรตาม มักเรียกว่า ตัวแปรตอบสนอง (Response Variable) หรือตัวแปรเกณฑ์ (Criterion Variable) การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น มี 2 แบบ คือ

1. การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression) การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย จะประกอบด้วยตัวแปรตาม 1 ตัว และตัวแปรอิสระ เพียง 1 ตัว การวิเคราะห์เป็นการหาความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองและสร้างรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นการพยากรณ์ค่าของตัวแปรตาม

แบบจำลองการถดถอยเชิงเส้น

ตัวแปรอิสระ (X) 1 ตัว *ตัวแปรตาม (Y) 1 ตัว*

$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ เป็นสมการถดถอยของประชากร

$Y' = b_0 + b_1 X$ เป็นสมการถดถอยของกลุ่มตัวอย่าง

$Z'_Y = B_1 Z_X$ เป็นสมการถดถอยของกลุ่มตัวอย่างในรูปคะแนนมาตรฐาน

เมื่อ X, Z_X เป็น ค่าของตัวแปรอิสระในรูปคะแนนดิบ และคะแนนมาตรฐาน

Y เป็น ค่าของตัวแปรตาม

Y', Z'_Y เป็น ค่าพยากรณ์ของตัวแปรตามในรูปคะแนนดิบ และคะแนนมาตรฐาน

β_0 และ β_1 เป็น ค่าคงที่ และสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรอิสระในสมการ (ประชากร)

b_0 และ b_1 เป็น ค่าคงที่ และสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรอิสระในสมการ (กลุ่มตัวอย่าง)

B_1 เป็น สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรอิสระในสมการ (คะแนนมาตรฐาน)

ε เป็น ค่าความคลาดเคลื่อน

การหาค่าคงที่และสัมประสิทธิ์ในสมการ

จาก $Y' = b_0 + b_1 X$ เป็นสมการถดถอยของกลุ่มตัวอย่างสามารถหาค่าของ b_0 และ b_1 ได้จากสูตร

$$Z'_Y = B_1 Z_X \qquad \text{และ} \qquad b_1 = r_{xy} \frac{S_y}{S_X}$$

เมื่อ $\bar{Y}, \bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวแปร Y และ X

r_{xy} เป็นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X กับ Y

ซึ่งคำนวณได้จากสูตร $r_{xy} = \dfrac{N\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - (\sum X)^2\right]\left[N\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]}}$

S_Y, S_X เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปร Y และ X

การหาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการพยากรณ์ (Standard Error of Estimation) สามารถหาได้จากสูตร

$$S_{Y.X} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n-2}} \qquad \text{หรือ} \qquad S_{Y.X} = S_Y\sqrt{\frac{(1-r^2)(n-1)}{n-2}}$$

2.การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นแบบพหุ (Multiple Linear Regression) จะประกอบด้วยตัวแปรตาม 1 ตัว และ ตัวแปรอิสระตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป การวิเคราะห์เป็นการหาขนาดของความสัมพันธ์ และสร้างรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นการพยากรณ์ค่าของตัวแปรตามโดยใช้ตัวแปรอิสระที่ศึกษา

แบบจำลองการถดถอยเชิงเส้น

ตัวแปรอิสระ (X) n ตัว *ตัวแปรตาม (Y) 1 ตัว*

$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_n X_n + \varepsilon$	เป็นสมการถดถอยของประชากร
$Y' = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \ldots + b_n X_n + \varepsilon$	เป็นสมการถดถอยของกลุ่มตัวอย่าง
$Z'_Y = B_1 Z_{X_1} + B_2 Z_{X_2} + \ldots + B_n Z_{X_n}$	เป็นสมการถดถอยของกลุ่มตัวอย่างในรูปคะแนนมาตรฐาน

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นแบบพหุ เป็นการศึกษาความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรอิสระหลายๆ ตัวกับตัวแปรตาม ดังนั้นในการสร้างแบบจำลองสมการพยากรณ์ จะพิจารณาจากการมีตัวแปรอยู่ในระบบสมการ ซึ่งเรียกว่า การนำตัวแปรเข้าระบบสมการ ที่นิยมมีด้วยกัน 4 วิธี คือ

- All Enter ถือว่าตัวแปรอิสระทุกตัวมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม จึงนำตัวแปรอิสระทุกตัวเข้าระบบสมการพร้อมๆกันในทีเดียว

- Forward กำหนดให้เริ่มต้นสร้างสมการยังไม่มีตัวแปรใดอยู่ในระบบสมการจากนั้นใ ห้เริ่มทำการสร้างระบบสมการโดยนำตัวแปรอิสระที่มีขนาดของอิทธิพลสูงสุด (โดยพิจารณาจากค่า Partial F ไม่ได้ดูจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์) เข้าไปสร้างสมการกับตัวแปรตามก่อน จากนั้นจึงนำตัวแปรอิสระที่เหลือที่มีขนาดของอิทธิพลรองลงไปเข้าทีละตัว และจะหยุดการนำตัวแปรอิสระเข้าระบบสมการหากพบว่าตัวแปรนั้นมีขนาดของอิทธิพลน้อย (ไม่มีนัยสำคัญ) หรือไม่มีอิทธิพลเลย

- Backward กำหนดให้เมื่อเริ่มสร้างสมการมีตัวแปรอิสระทุกตัวอยู่ครบในระบบสมการจากนั้นให้ทำการดึงตัวแปรอิสระที่มีขนาดของอิทธิพลน้อยที่สุด (ไม่มีนัยสำคัญ) ออกจากสมการทีละตัว (โดยพิจารณาจากค่า Partial F) จนกระทั่งเหลือตัวแปรในระบบสมการเฉพาะที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม

- Stepwise เป็นวิธีการที่นำตัวแปรอิสระเข้าสมการทีละตัวเช่นเดียวกับ Forward และเมื่อตัวแปรนั้นเข้าไปอยู่ในระบบสมการแล้ว จะทำการตรวจสอบย้อนกลับโดยวิธี Backward อีกทีหนึ่ง ในทุกครั้งที่มีการนำตัวแปรอิสระเข้าสมการ