

บทที่ 3

วิธีการวิจัย

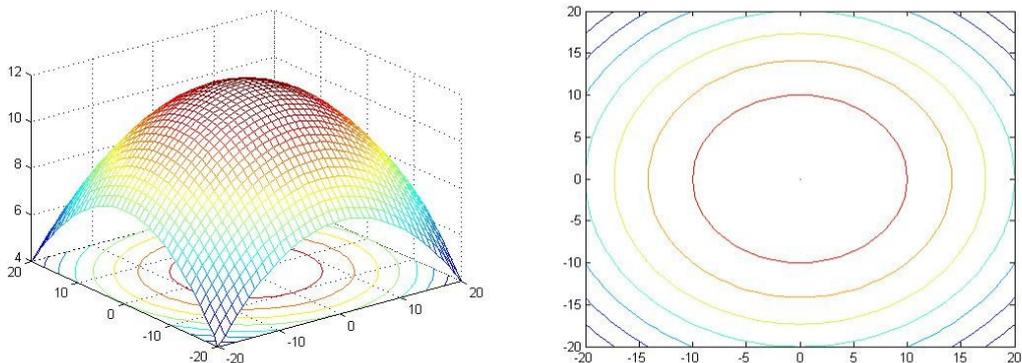
3.1. ปัญหาพื้นผิวตอบสนองที่ใช้ในการดำเนินงาน

ในการดำเนินงานจะทำการจำลองและวิเคราะห์ข้อมูลของระบบการผลิตผ่านทางสมการพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface Methodology) ที่แตกต่างกัน เช่น สมการพื้นผิวพาราโบลิก (Parabolic Surface) เป็นต้น ลักษณะของปัญหาอาศัยหลักการทางด้านสถิติและคณิตศาสตร์มาประกอบกัน โดยแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยในการผลิตและผลตอบสนองที่เกิดขึ้นจากกระบวนการผลิต ในการทดสอบจะเพิ่มสิ่งรบกวน (Noise) เข้าในระบบ เพื่อจำลองให้ใกล้เคียงกับรูปแบบกระบวนการผลิตจริง ทั้งนี้ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิต และผลตอบสนองที่เกิดจากกระบวนการผลิต สำหรับสมการที่มีจำนวนปัจจัย (Independence Factors) เท่ากับ k และกำหนดขอบเขตของปัจจัยในสมการต่าง ๆ ไว้ที่ -20 ถึง 20 ดังนี้

3.1.1. สมการพื้นผิวพาราโบลิก (Parabolic Surfaces)

$$f(x) = 12 - \sum_{j=1}^k [(-x_j)^2 / 100]$$

ค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการพื้นผิวพาราโบลิกที่มีค่าจำนวนปัจจัย (k) เท่ากับ 2 จะมีค่าเท่ากับ 12 ที่ $x_1 = 0$ และ $x_2 = 0$ ซึ่งแสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ (Contour Plot) ไว้ในภาพที่ 3.1

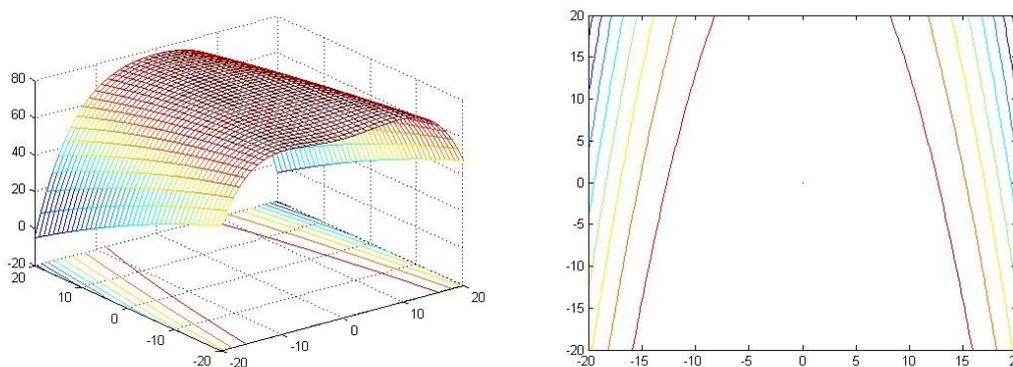


ภาพที่ 3.1 แสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับของสมการพาราโบลิกกรณี 2 ปัจจัย

3.1.2. สมการพื้นผิวโรเซนบรอก (Rosenbrock Curved Ridge Surfaces)

$$f(x) = 70 \left[\left(\{20 - ((-x_1 / a_1)^2 + \sum_{j=2}^k [(x_j / a_j) - (x_1 / a_1)^2]^2) \} + 150 \right) / 170 \right] + 10$$

โดยที่ a_1, a_2, a_3 และ a_4 เป็น 6, -7, -2, 4 และ 5 ตามลำดับ และค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการพื้นผิวโรเซนบรอกที่มีค่าจำนวนปัจจัย (k) เท่ากับ 2 จะมีค่าเท่ากับ 80 ที่ $x_1 = 0$ และ $x_2 = 0$ ซึ่งแสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ (Contour Plot) ไว้ในภาพที่ 3.2

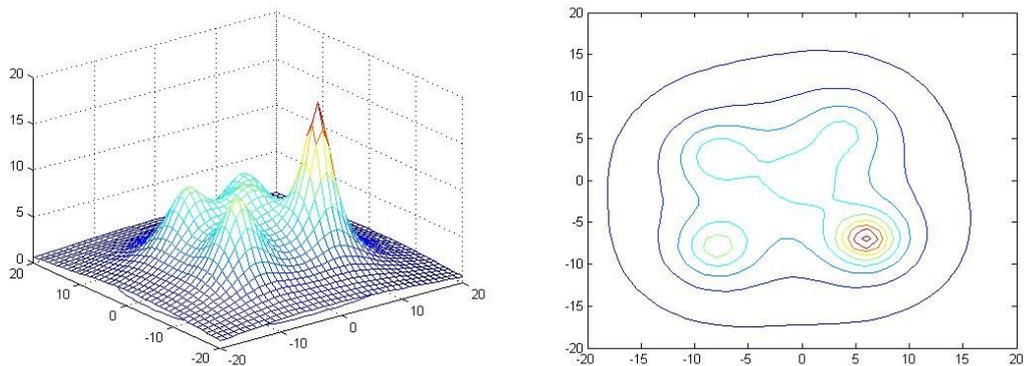


ภาพที่ 3.2 แสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับของสมการโรเซนบรอกกรณี 2 ปัจจัย

3.1.3. สมการพื้นผิวเชคเกิล (Shekel Multi Peak Surfaces)

$$f(x) = 100 \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i + \sum_{j=1}^k (x_j - a_{ij})^2}$$

โดยมี a_{ij} และ c_i เป็นค่าคงที่ตามค่าที่กำหนดไว้ในตารางที่ 3.1 ในกรณีที่ i มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 5 และ j มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 4 ตามลำดับ ค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการพื้นผิวเชคเกิลแบบ 5 จุดยอด ที่มีค่าจำนวนปัจจัย (n) เท่ากับ 2 และปัจจัย (k) เท่ากับ 5 มีค่าเท่ากับ 19 ที่ $x_1 = 6$ และ $x_2 = -7$ ซึ่งแสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ (Contour Plot) ไว้ในภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.3 แสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ ของสมการเชคเกล กรณีสองตัวแปร

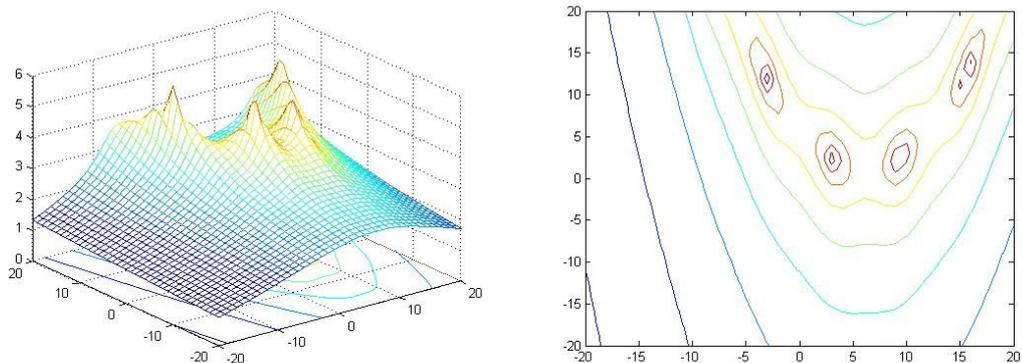
ตารางที่ 3.1 ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการเชคเกล

i	a _{ij}					C _i
	1	2	3	4	5	
1	4	6	-2	2	4	9
2	0	0	-8	-5	6	20
3	-8	3	4	1	5	14
4	-8	-8	1	-7	-1	11
5	6	-7	-2	4	2	6

3.1.4. สมการพื้นผิวบรานิน (Branin Surfaces)

$$f(x) = 5 - \log_{10} \left[\left(x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2} x_1^2 + \frac{5}{\pi} x_1 - 6 \right)^2 + \left(10 - \frac{5}{4\pi} \cos(x_1) \right) + 10 \right]$$

ค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการพื้นผิว **Branin** ที่มีค่าจำนวนปัจจัย (**k**) เท่ากับ 2 มีค่าเท่ากับ 5.3977 ที่ $x_1 = 15.7$ และ $x_2 = 12.9$ ซึ่งแสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ (Contour Plot) ไว้ในภาพที่ 3.4

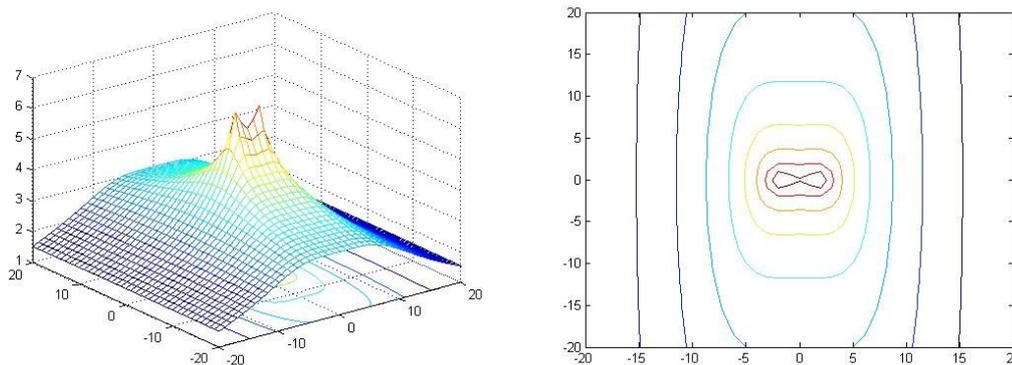


ภาพที่ 3.4 แสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ ของสมการบรานิน กรณีสองตัวแปร

3.1.5. สมการพื้นผิวคาเมลแบค (Camelback Surfaces)

$$f(x) = 10 - \log_{10} [x_1^2 (4 - 2.1x_1^2 + \frac{1}{3}x_1^4) + x_1x_2 + 4x_2^2(x_2^2 + 1)]$$

ค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการพื้นผิว Camelback ที่มีค่าจำนวนปัจจัย (k) เท่ากับ 2 มีค่าเท่ากับ 7.881 ที่จุด $x_1 = -1.8$ และ 1.8 และ $x_2 = 0$ ซึ่งแสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ (Contour Plot) ไว้ในภาพที่ 3.5

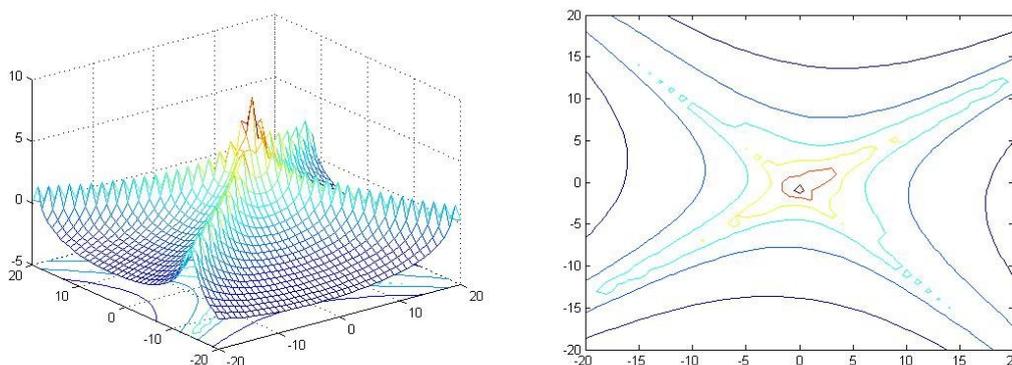


ภาพที่ 3.5 แสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ ของสมการคาเมลแบค กรณี 2 ปัจจัย

3.1.6. สมการพื้นผิวโกลด์สไตน์-ไพร์ซ์ (Goldstein-Price Surfaces)

$$f(x) = 10 + \log_{10} [1 / \{1 + (1 + x_1 + x_2)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)\} * \{30 + (2x_1 - 3x_2)^2 (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)\}]$$

ค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการพื้นผิว Goldstein-Price ที่มีค่าจำนวนปัจจัย (k) เท่ากับ 2 มีค่าเท่ากับ 9.5229 ที่จุด $x_1 = 0$ และ $x_2 = -1$ ซึ่งแสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ (Contour Plot) ไว้ในภาพที่ 3.6

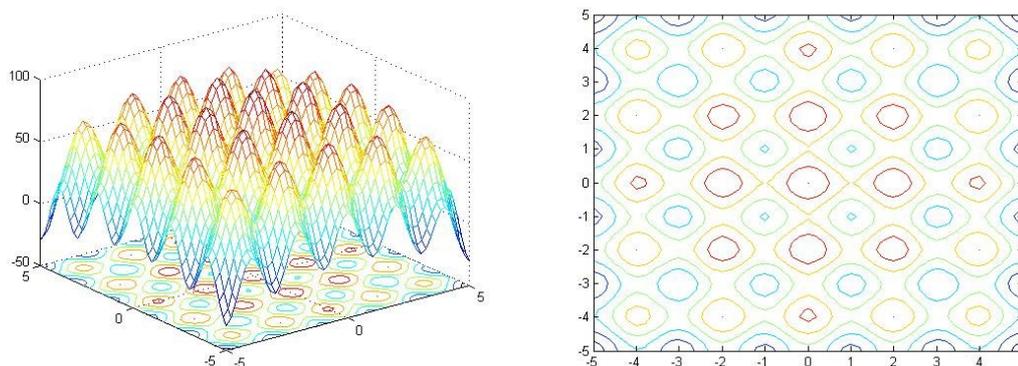


ภาพที่ 3.6 แสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ ของสมการโกลด์สไตน์-ไพร์ซ์ กรณี 2 ปัจจัย

3.1.7. สมการพื้นผิวราสทริจิน (Rastrigin Surfaces)

$$f(x) = 80 - [20 + \sum_{i=1}^n x_i^2 - 10(\sum_{i=1}^n \cos 2\pi x_i)]$$

ค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการพื้นผิว Rastrigin ที่มีค่าจำนวนปัจจัย (k) เท่ากับ 2 มีค่าเท่ากับ 100 ที่ $x_1 = 0$ และ $x_2 = 0$ ซึ่งแสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ (Contour Plot) ไว้ในภาพที่ 3.7

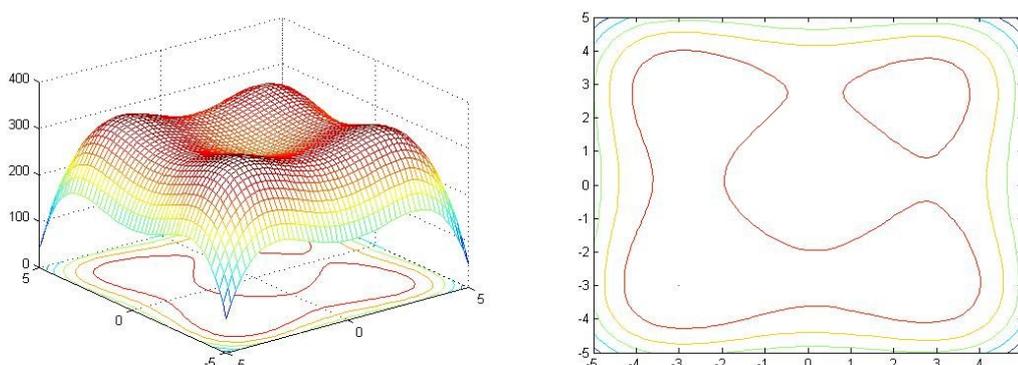


ภาพที่ 3.7 แสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับของสมการราสทริจิน กรณี 2 ปัจจัย

3.1.8. สมการพื้นผิวสไตบลินสกี (Styblinski Surfaces)

$$f(x) = 275 - \left[\left(\frac{x_1^4 - 16x_1^2 + 5x_1}{2} \right) + \left(\frac{x_2^4 - 16x_2^2 + 5x_2}{2} \right) + \sum_{i=3}^5 (x_i - 1)^2 \right]$$

ค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการพื้นผิว Styblinski ที่มีค่าจำนวนปัจจัย (k) เท่ากับ 2 มีค่าเท่ากับ 350 ที่ $x_1 = -3$ และ $x_2 = -3$ ซึ่งแสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับ (Contour Plot) ไว้ในภาพที่ 3.8



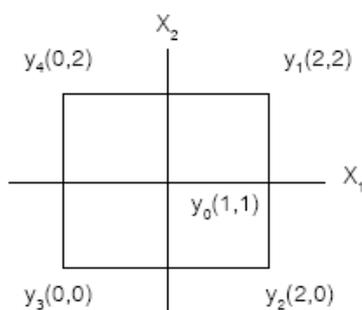
ภาพที่ 3.8 แสดงพื้นผิวตอบสนองและเส้นระดับของสมการสไตบลินสกี กรณี 2 ปัจจัย

3.2. วิธีสตีพเพสแอสเซนท์

วิธีการสตีพเพสแอสเซนท์ จะเริ่มจากพื้นผิวไฮเปอร์เพลน (Hyperplane) จะถูกสร้างขึ้นจากผลของ 2^k แฟคทอเรียลรอบจุดกึ่งกลาง ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดในปัจจุบัน จากนั้นการทดลองจะดำเนินไปตามเส้นทาง (Path) ของสตีพเพสแอสเซนท์ โดยทิศทางของสตีพเพสแอสเซนท์ จะเป็นเส้นทางที่พื้นผิวดตอบสนองเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วจากจุดกึ่งกลางของพื้นผิวจนกระทั่งผลตอบสนองที่เกิดขึ้นไม่มีการเพิ่มขึ้น จากนั้นรูปแบบสมการใหม่จะถูกกำหนดขึ้น และทำการทดลองจนถึงจุดที่เหมาะสมที่สุด หรือพบพื้นผิวกำลังสอง

3.2.1. การกำหนดพารามิเตอร์ที่สำคัญของวิธีการสตีพเพสแอสเซนท์

พื้นที่ของพื้นผิวดตอบสนอง (Response Surface) หรือระยะห่างของจุดรอบจุดกึ่งกลาง จากจุดกึ่งกลางของแฟคทอเรียล เพื่อที่จะหาจุดพิกัดของแต่ละระดับปัจจัยของวิธีการแฟคทอเรียล ซึ่งมีจำนวนเท่ากับ 2^k โดย k คือจำนวนปัจจัยในสมการ ดังแสดงในภาพที่ 3.9



ภาพที่ 3.9 แสดงถึงพื้นที่การทดลองเท่ากับ 4 หรือระยะห่างจากจุดกึ่งกลางเท่ากับ 1 กรณีสมการ 2 ปัจจัย โดยมีจุดกึ่งกลางที่ (1,1)

ขนาดในการเคลื่อนที่ (Step) ไปตามเส้นทางของ สตีพเพสแอสเซนท์ จากจุดกึ่งกลาง เดิมไปยังจุดกึ่งกลางใหม่ โดยขนาดในการเคลื่อนที่ (Step) คือสัดส่วนจากสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยเชิงเส้น (b) ในสมการ ซึ่งวิธีการ 2^k แฟคทอเรียล จะถูกนำมาใช้ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ดังกล่าว

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสิ่งรบกวนในระบบ โดยในที่นี้จะกำหนดสิ่งรบกวนในระบบมีการกระจายแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนคงที่ (Normal and Independently Distribution, $NID(0, s^2)$)

3.2.2. การวิเคราะห์ห้อย่างถดถอยเชิงเส้นเชิงพหุ (Multiple Linear Regression)

เพื่อการหาค่าที่เหมาะสมในวิธีสตีฟเพสแอสเซนที่จำเป็นที่จะต้องเข้าใจการแก้ไขปัญหาเชิงเส้นเชิงพหุ โดยยกตัวอย่างต้นแบบง่ายของปฏิกิริยาเคมีที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของโพลีเมอร์ กับปัจจัยอุณหภูมิ และ อัตราการเติมตัวเร่งปฏิกิริยา (Catalyst Feed Rate) ซึ่งสามารถเขียนอธิบายความสัมพันธ์ได้ดังสมการ

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

ซึ่งค่า y คือความหนืด ค่า X_1 คืออุณหภูมิ และ ค่า X_2 คืออัตราการเติมตัวเร่งปฏิกิริยา ลักษณะเช่นนี้เราเรียกว่าต้นแบบการถดถอยเชิงเส้นเชิงพหุ (Multiple Linear Regression Model) ที่มีปัจจัยอิสระจำนวน 2 ปัจจัย โดยทั่วไปมักเรียกปัจจัยอิสระเหล่านี้ว่าปัจจัยพยากรณ์ (Predictor Variables) หรือ ปัจจัยถดถอย (Regressors) ในขณะที่ค่าเชิงเส้น (Linear) นั้นถูกเรียกเพราะสมการข้างต้นมีลักษณะเป็นสมการเชิงเส้นที่มีปัจจัยที่ไม่ทราบค่า (Unknown Variables) คือ β_0 , β_1 และ β_2 นอกจากนี้สมการต้นแบบนี้มีลักษณะที่เป็นระนาบสองมิติคือ X_1 และ X_2 เท่านั้น พารามิเตอร์ β_0 จะบ่งชี้จุดตัดแกนบนระนาบ (Intercept) ในบางครั้งมักเรียก β_1 และ β_2 ว่าตัวสัมประสิทธิ์การถดถอยเฉพาะส่วน (Partial Regression Coefficients) เพราะว่าค่า β_1 จะแสดงค่าการเปลี่ยนแปลงค่า y ต่อหน่วยการเปลี่ยนแปลงค่า X_1 ในขณะที่ค่า X_2 คงที่ ในกรณีเดียวกัน ค่า β_2 จะแสดงค่าการเปลี่ยนแปลงค่า y ต่อหน่วยการเปลี่ยนแปลงค่า X_2 ในขณะที่ค่า X_1 คงที่

โดยทั่วไปนั้น ผลตอบสนองหรือปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า y มักจะมีความสัมพันธ์จากปัจจัยถดถอย k ปัจจัย ซึ่งสามารถแสดงเป็นสมการดังนี้

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

โดยทั่วไปเรียกสมการนี้ว่า ต้นแบบความสัมพันธ์ถดถอยเชิงเส้นเชิงพหุที่มีปัจจัยถดถอยจำนวน k ปัจจัย เรียกพารามิเตอร์ β_j ที่มีค่า $j = 0, 1, \dots, k$ ว่าสัมประสิทธิ์การถดถอย (Regression Coefficients) ซึ่งต้นแบบนี้จะถูกอธิบายด้วยไฮเปอร์เพลน (Hyperplane) ใน k มิติของปัจจัยถดถอย (Regressor Variables) $\{X_j\}$ และพารามิเตอร์ β_j จะแสดงค่าการเปลี่ยนแปลงค่า y ต่อหน่วยการเปลี่ยนแปลงค่า X_j ในขณะที่ค่า X_i ($i \neq j$) ทั้งหมดคงที่

สมการปัญหาต่าง ๆ โดยทั่วไปมักจะมี ความซับซ้อนมากกว่าสมการต้นแบบที่แสดงข้างต้น ส่วนใหญ่มักจะใช้วิธีการวิเคราะห์อย่างถดถอยเชิงเส้นเชิงพหุในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น การเพิ่มพจน์ที่แสดงถึงปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยในสมการตัวแบบอันดับแรก (First-Order Model) ที่มีปัจจัยอิสระ 2 ปัจจัย จะสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \varepsilon$$

หากให้ค่า $X_3 = X_1 X_2$ และ $\beta_3 = \beta_{12}$ จะสามารถแสดงสมการความสัมพันธ์ตัวแบบอันดับแรกได้ใหม่ดังนี้

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

และในกรณีของตัวแบบอันดับสอง (Second-Order Model) ที่มีปัจจัยอิสระจำนวน 2 ปัจจัย สามารถแสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \varepsilon$$

เช่นเดียวกันกับในกรณีของตัวแบบอันดับหนึ่ง หากให้ค่า $X_3 = X_1^2$, $X_4 = X_2^2$, $X_5 = X_1 X_2$, $\beta_3 = \beta_{11}$, $\beta_4 = \beta_{22}$ และ $\beta_5 = \beta_{12}$ จะสามารถแสดงสมการความสัมพันธ์ตัวแบบอันดับสองได้ใหม่ดังนี้

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \varepsilon$$

จากที่แสดงความสัมพันธ์ข้างต้น ทำให้สามารถสรุปวิธีการแก้ไขปัญหาสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบเชิงเส้นเชิงพหุได้ ซึ่งเราเรียกวิธีการนี้ว่าการปรับตัวแบบ (Model Fitting) และสามารถเขียนเป็นรูปแบบสมการง่าย

$$y = X\beta + \varepsilon$$

ด้วยวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบเชิงเส้นเชิงพหุ จะพิจารณาหาค่า β จากความสัมพันธ์ของปัจจัย และผลตอบสนอง หรือการวิเคราะห์ความถดถอย (Regression Analysis) ซึ่งในที่นี้ ผลตอบสนองที่มีปัจจัยมากกว่า 1 ปัจจัย จะสามารถเขียนแทนในรูปเมตริกซ์ คือ

$$y_i = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{2^k} \end{bmatrix} \quad x_{ji} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{j1} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{j2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{2^k1} & \cdots & x_{j2^k} \end{bmatrix}$$

$$\beta_j = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \varepsilon_j = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_{2^k} \end{bmatrix}$$

ทั้งนี้ ε คือความผิดพลาด หรือสิ่งรบกวนจากการแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ (Normal and Independently Distribution, NID(0, s^2))

จากรูปแบบสมการข้างต้น พบว่าผลรวมของกำลังสองของผลต่างของค่าสังเกต และค่าที่เกิดขึ้นจากสมการเส้นถดถอยที่แท้จริง (The sum of squares of the errors) แทนด้วยสัญลักษณ์ L โดยที่

$$L = \sum_{i=1}^{2^k} \varepsilon_i^2 = (\varepsilon^T \varepsilon) = (y - x\beta)^T (y - x\beta)$$

ดังนั้นตัวประมาณค่าที่มีกำลังสอง (Least Squares Estimators) ของผลต่างที่ต่ำที่สุด กระทำได้โดย

$$\partial L / \partial \beta = 0$$

ซึ่งจะได้

$$X^T X \beta = X^T y$$

ซึ่งค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ β สามารถหาได้จาก

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y$$

โดยที่ X^T คือ เมตริกซ์ทรานสโพสของ X (Transpose of X) กรณีสมการ 2 ปัจจัยมีจุดกึ่งกลางที่ (1,1) และมีระยะห่างจากจุดกึ่งกลางเท่ากับ 1 กรณี สมการพาราโบลิก 2 ปัจจัย มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสิ่งรบกวนเท่ากับ 1 สามารถแสดงค่า เมตริกซ์ X และ y และหาค่า $\hat{\beta}$ ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 10.70 \\ 12.22 \\ 13.71 \\ 9.80 \end{bmatrix} \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} 57.70 \\ -1.84 \\ -0.49 \end{bmatrix}$$

ทำการพิจารณาความเหมาะสมของสมการที่หาได้ในข้างต้น โดยพิจารณาถึงค่าสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยเชิงเส้น (β_j) ที่หาได้แต่ละตัว (Significance Check) โดยมีสมมติฐานดังนี้

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0$$

ซึ่งการทดสอบทางสถิติ (Test Statistic) ของสมมติฐานคือ

$$t_0 = \beta_j / \sqrt{MSEC_{jj}}$$

C_{jj} คือ ค่าในแนวทแยงมุม (Diagonal) ของเมตริก $(X^T X)^{-1}$

MSE คือ $(y^T y - \beta^T X^T y) / 2^k - k - 1$ โดย k คือจำนวนปัจจัย

H_0 จะถูกปฏิเสธเมื่อ

$$|t_0| > t_{\alpha/2, 2^k - k - 1}$$

α คือ ระดับนัยสำคัญ (Significance Level)

ซึ่งถ้าสมมติฐาน เบื้องต้นถูกปฏิเสธ แสดงว่าปัจจัยในกระบวนการผลิตมีผลกระทบกับการทดลอง กรณีสมการกำลังหนึ่งที่สูงขึ้นมีความเหมาะสม ให้ทำการเคลื่อนที่จุดกึ่งกลาง (X_1, X_2, \dots, X_k) ไปยังจุดกึ่งกลางใหม่ ($X_1^T, X_2^T, \dots, X_k^T$) ตามเส้นตรง โดยมีขนาดในการเคลื่อนที่ (Step Length) เป็นระยะที่ได้กำหนดขึ้นแทนด้วยพารามิเตอร์ (a) ซึ่งจุดกึ่งกลางใหม่ ($X_1^T, X_2^T, \dots, X_k^T$) จะหาได้จาก

$$x_i^T = x_i + a \left(\frac{\hat{\beta}_i}{\sqrt{\hat{\beta}_1^2 + \dots + \hat{\beta}_k^2}} \right)$$

จากวิธีการที่กล่าวมาข้างต้น เมื่อดำเนินการซ้ำ ๆ ไปเรื่อย ๆ จะสามารถนำไปสู่วิธีการพัฒนาค่าตอบที่เหมาะสมอย่างต่อเนื่อง (Evolution Operation) ซึ่งนำไปสู่การแก้ไขปัญหาด้วยวิธีสตีเฟสแอสเซนท์

3.2.3. ขั้นตอนของวิธีการสตีเฟสแอสเซนท์

1. กำหนดสมการจุดมุ่งหมายที่ต้องการใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในที่นี้ เช่น **Maximization** หรือ **Minimization** ของปัญหาที่ต้องการทดสอบ ได้แก่ สมการพื้นผิวบรานิน (**Branin Surfaces**) สมการพื้นผิวคาเมลแบค (**Camelback Surfaces**) สมการพื้นผิวโกลด์สไตน์-ไพร์ซ์ (**Goldstein-Price Surfaces**) สมการพื้นผิวพาราโบลา (**Parabolic Surface**) สมการพื้นผิวราสทริจิน (**Rastrigin Surfaces**) สมการพื้นผิวโรเซินบร็อค (**Rosenbrock Curved Ridge Surface**) สมการพื้นผิวเชคเกิล (**Shekel Multi Peak Surface**) สมการพื้นผิวสไตบลินสกี (**Styblinski Surfaces**)
2. กำหนดจุดเริ่มต้น และ/หรือค่าที่เหมาะสมที่สุดในปัจจุบัน ซึ่งใช้เป็นจุดกึ่งกลางสำหรับวิธีการแพคทอเรียล

3. ทำการหาค่าผลตอบสนอง (y) ในแต่ละพิกัดของแฟคทอเรียลรอบจุดกึ่งกลาง ซึ่งประกอบด้วย จุดกึ่งกลาง และจุดโดยรอบ จากสมการจุดมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้ข้างต้น โดยสร้างพื้นผิว (Hyperplane) จะถูกสร้างขึ้นจากผลของ 2^k แฟคทอเรียลรอบจุดกึ่งกลาง ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดในปัจจุบัน โดยพื้นผิวจะถูกกำหนดโดยรูปแบบระนาบ หรือสมการกำลังหนึ่ง (First Order Model)
4. การหาค่า $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ ผ่านวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากรูปแบบสมการกำลังหนึ่ง พบว่าผลรวมของกำลังสองของผลต่างของค่าสังเกต และค่าที่เกิดขึ้นจากสมการเส้นถดถอยที่แท้จริง โดยที่

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

หรือสามารถหาค่า Y ได้จากสมการด้านล่าง

$$Y = (\sum Y \dots) / N + (\text{EFFECT } X_1 / 2) X_1 + (\text{EFFECT } X_2 / 2) X_2$$

5. ทำการพิจารณาความเหมาะสมของสมการที่หาได้ในข้างต้น โดยพิจารณาถึงค่าสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยเชิงเส้น (β_j) ที่หาได้แต่ละตัว (Significance Check) ซึ่งถ้า $\beta_j \neq 0$ แสดงว่าปัจจัยในกระบวนการผลิตมีผลกระทบกับการทดลอง ให้ทำการทดลองต่อในข้อ 7.
6. กรณีสมการที่หาได้ในข้างต้นไม่มีความเหมาะสม ($\beta_j \neq 0$) เนื่องจากมีสิ่งรบกวนระบบ ให้ทำการทดลองใหม่ โดยสุ่มค่าสิ่งรบกวนใหม่ จากนั้นทำการสร้างสมการกำลังหนึ่งและพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยเชิงเส้น ตามข้อ 4 ถึง 6 จนกว่าสมการที่หาได้เหมาะสม กรณีที่สุ่มค่าสิ่งรบกวนใหม่ตามจำนวนครั้งที่กำหนดแล้ว สมการที่หาได้ยังไม่มีที่เหมาะสม ให้ทำการพิจารณาถึงผลกระทบของสมการกำลังสอง (Quadratic Effect) ดังนี้
 - ทำการคำนวณซ้ำรอบจุดกึ่งกลาง โดยเปลี่ยนสิ่งรบกวนใหม่
 - ทำการเปรียบเทียบค่าผลตอบสนองของจุดรอบจุดกึ่งกลางหรือจุดของการ
 - ออกแบบแฟคทอเรียล (y_F) กับค่าเฉลี่ยของผลตอบสนองที่จุดกึ่งกลาง (y_C)

7. กรณีสมการกำลังหนึ่งที่เราสร้างขึ้นมีความเหมาะสม ให้ทำการเคลื่อนที่จุดกึ่งกลาง (x_1, x_2, \dots, x_k) ไปยังจุดกึ่งกลางใหม่ $(x_1^N, x_2^N, \dots, x_k^N)$ ตามเส้นทางของสติฟเฟิส เอชเซนท์ โดยมีขนาดในการเคลื่อนที่ (Step size) เป็นระยะที่ได้กำหนดขึ้นเลือกขนาดในการเคลื่อนที่ที่เหมาะสม จากปัจจัยที่มีค่าสมบูรณ์ของค่าสัมประสิทธิ์สูงสุด ($\beta_{Largest}$) และส่วนปัจจัยอื่น ๆ (ΔX_i) จะมีความสัมพันธ์ตามปัจจัยที่มีค่าสัมประสิทธิ์สูงสุด ($\Delta X_{Largest}$) ดังนี้

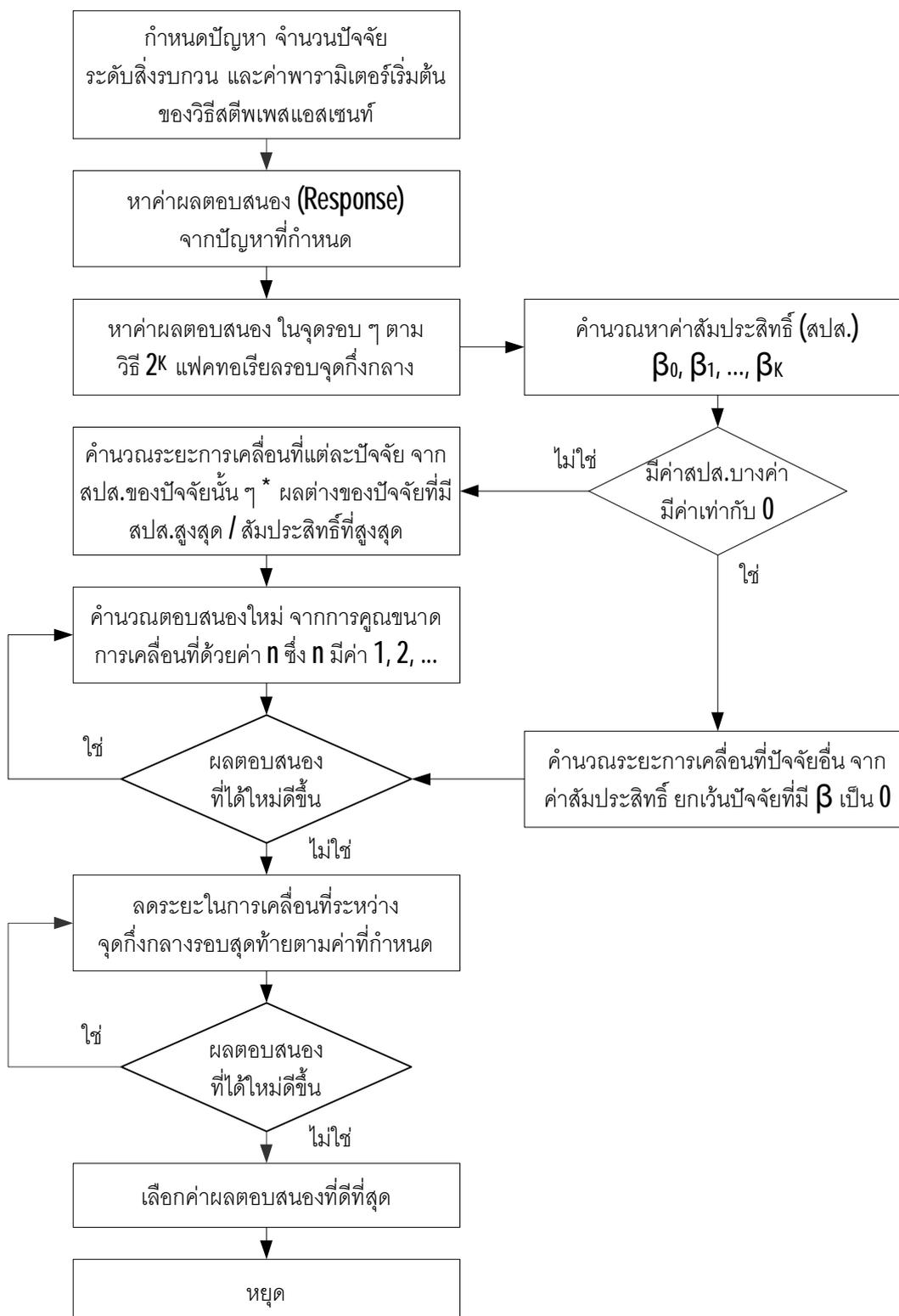
$$\Delta X_i = \beta_i / (\beta_{Largest} / \Delta X_{Largest})$$

จากนั้นดำเนินการปรับขนาดของการเดินของวิธีการโดยการเพิ่มค่าตัวคูณ (n) ในสมการด้านล่าง โดยที่ค่า $n = 1, 2, \dots$ จนกระทั่งได้ค่า Y_n ที่มีค่าน้อยกว่าเดิมให้หยุด

$$Y_n = \text{Origin} + n\Delta$$

8. ทำการหาผลตอบสนองจากวิธีการแพททอเรียลรอบจุดกึ่งกลางใหม่ซ้ำดังขั้นตอนที่ 4-7
9. ทำการหยุดเมื่อผลตอบสนองของจุดกึ่งกลางใหม่ที่ได้มีค่าลดลงจากจุดกึ่งกลางเดิม
10. ดำเนินการปรับระยะในการเคลื่อนที่ให้เร็วขึ้น โดยจะทำการเคลื่อนที่เป็นระยะเป็นจำนวน 1, 2, 3 ... ตามลำดับ ยกตัวอย่างเช่น ค่าผลตอบสนองจุดกึ่งกลางเดิม เท่ากับ 8.19 ส่วนค่าผลตอบสนองจุดกึ่งกลางใหม่ เท่ากับ 10.13 ที่ขนาดในการเคลื่อนที่ $n = 1$ ในการวนซ้ำ (Iteration) ถัดไปจะเพิ่มขนาด โดยกำหนดให้ $n = n + 1$ เท่ากับ 2, 3, ..., n จากนั้นทำการหาผลตอบสนองที่จุดกึ่งกลางใหม่ หากผลที่ได้มีค่าลดลง ให้หยุดและบันทึกผล
11. ค่าผลตอบสนองที่เหมาะสมที่สุดในแต่ละช่วงระยะการเคลื่อนที่ลดลงในข้อ 10. จะเป็นคำตอบของการทดลอง

3.2.4. แผนผังการไหลวิธีสตีเฟสแอสเซนท์



ภาพที่ 3.10 แสดงแผนผังการไหลวิธีสตีเฟสแอสเซนท์

3.2.5. อัลกอริทึมของวิธีสตีพเพสแอสเซนท์ (Steepest Ascent Algorithm)

การทำงานของสตีพเพสแอสเซนท์ (Steepest Ascent Algorithm) มีเพียงแค่หนึ่งพารามิเตอร์ (single parameter) ซึ่งได้แก่ จำนวนครั้งของการทำซ้ำ (the number of tries/restarts)

```

1. Procedure Steepest Ascent() / Steepest Descent()
2.    $s \leftarrow \text{random StartPoint}$ 
3.   While not stopCriterion()
4.     do  $s_n \leftarrow \text{getBestNeighbourhood Solution}(s)$ 
5.     if acceptNewSolution( $s_n$ ) then  $s \leftarrow s_n$ 
6.     report( $s$ )
7.     End if
8.   Loop
9.   end while
10. end procedure

```

ภาพที่ 3.11 Steepest Ascent Algorithm

3.3. วิธีซิมมูลาเตดแอนนิลลิง

3.3.1. วิธีการทำงานของซิมมูลาเตดแอนนิลลิง

วิธีซิมมูลาเตดแอนนิลลิงในการวิจัยนี้ ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการทดสอบ โดยจะใช้โปรแกรมไมโครซอฟท์วิซวลเบสิก (Microsoft Visual Basic) จากนั้นเมื่อเลือกสมการพื้นผิวตอบสนอง และเลือกรบบโปรแกรมก็จะคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Y) พร้อมกับค่าปัจจัย (X) ที่ส่งผลให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยเช่นกัน โดยวิธีการทำงานเป็นดังนี้

1. กำหนดค่าของตัวพารามิเตอร์ของระบบ ได้แก่ อุณหภูมิเริ่มต้น (Starting Temp) อุณหภูมิสุดท้าย (Freezing Temp) อัตราการลดอุณหภูมิ (Reducing rate) และจำนวนวนซ้ำ (Iteration)
2. สุ่มตัวเลขเริ่มต้น 1 ชุด จำนวน n ตัว แล้วนำมาแทนค่าปัจจัย X_i ในสมการพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface) ตามลำดับ จากนั้นคำนวณหาค่าผลลัพธ์ Y_i (Yield) ของสมการ เพื่อเป็นค่าตั้งต้น (S)

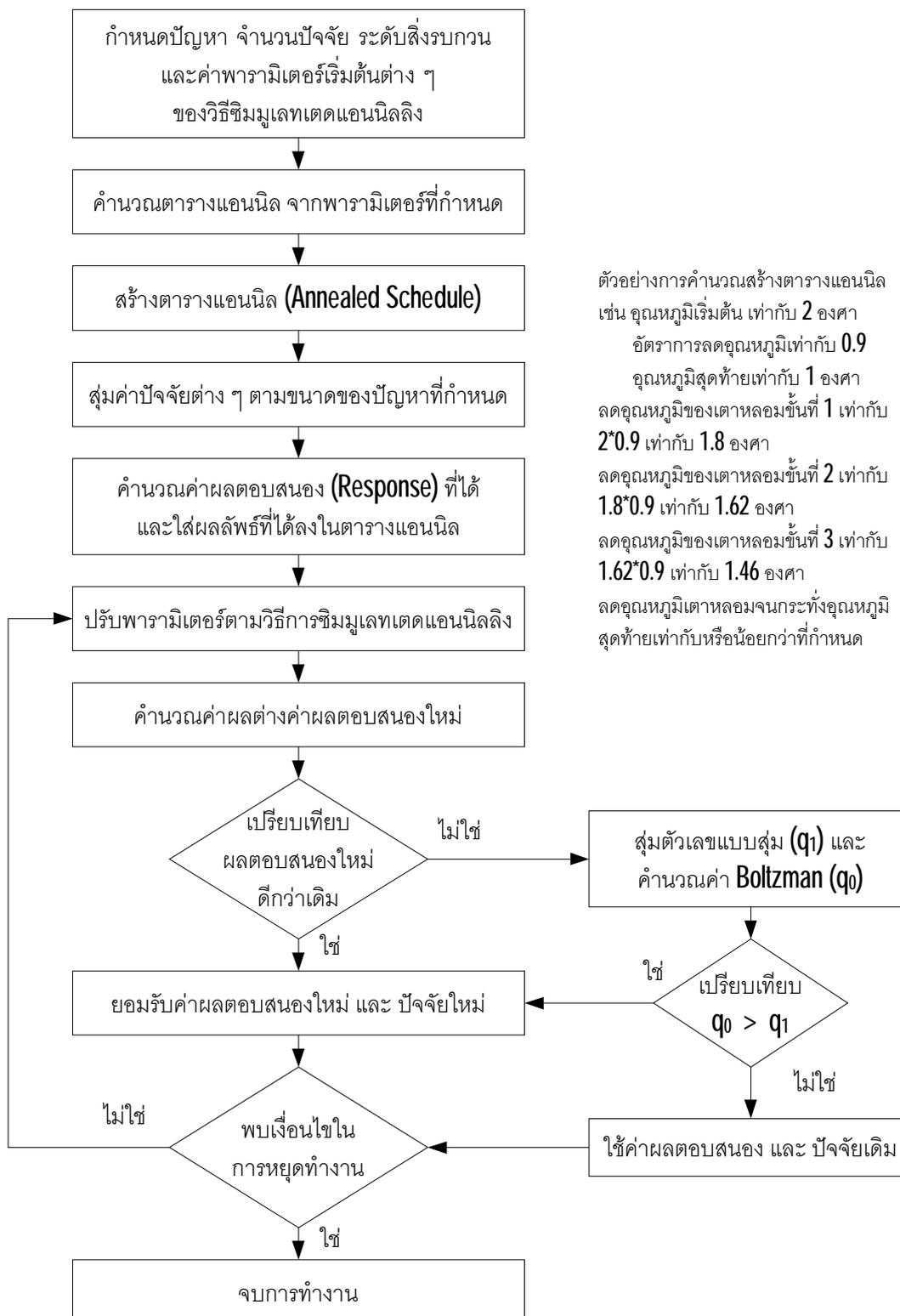
3. คำนวณในโปรแกรมตามตารางแอนนัล (Anneal Schedule) ที่เกิดจากการการลดลงของอุณหภูมิ ตามอัตราการลดอุณหภูมิ เช่น อุณหภูมิปัจจุบัน เท่ากับ 2°C อัตราการลดอุณหภูมิเท่ากับ 0.9 ดังนั้นอุณหภูมิเดาหลอมใหม่ เท่ากับ 1.8°C
4. ตั้งค่าตัวนับ (Counter) เพื่อตรวจสอบการวนซ้ำ ในแต่ละจุดของอุณหภูมิ
5. คำนวณค่าที่ได้จากระบบใหม่ตามตารางอุณหภูมิ โดยการแทนค่าค่าปัจจุบัน X_i ในสมการพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface) ตามลำดับ จากนั้นคำนวณหาค่าผลลัพธ์ Y_i (Yield) ของสมการ เพื่อเป็นเปรียบเทียบ (S_n)
6. เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ 2 และข้อ 5 โดยคำนวณจากค่า ΔE ที่เปลี่ยนแปลงของค่า S และ S_n โดย ผลต่าง = $S_n - S$ (ในกรณีของ Maximization) หากค่าผลต่างมีค่าเป็นบวก ให้รับค่า S_n เป็นค่าที่สูงที่สุด โดยนำไปแทนค่า S เดิม
7. ในกรณีที่ผลต่าง ΔE มีค่าน้อยกว่า 0 หรือ ติดลบ ให้ทำการสุ่มตัวเลข 0-1 (q_1) เพื่อเทียบกับค่าที่ได้จากสมการของโบลทซ์แมน Boltzman (q_0) = $\exp(-\Delta E/Kbt)$
8. หากค่า q_0 มีค่ามากกว่า q_1 ให้ยอมรับค่า S_n ที่ได้เป็นค่า S
9. เปรียบเทียบค่าต่อไปเรื่อย ๆ จนครบตามจำนวนซ้ำที่กำหนด
10. ทำการคำนวณหาอุณหภูมิหลอมเย็นถัดไปตามอัตราการลดอุณหภูมิ
11. ดำเนินการซ้ำข้อ 4.-10. จนกระทั่งอุณหภูมิหลอมเย็นที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ อุณหภูมิสุดท้าย (Freezing temperature) จึงหยุดกระบวนการ

3.3.2. ค่าพารามิเตอร์ และส่วนประกอบที่สำคัญของซิมูเลทเตดแอนนัลลิง

โปรแกรมวิธีซิมูเลทเตดแอนนัลลิงในการวิจัยนี้ มีปัจจัยพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมระบบ และรายละเอียดหน้าที่การทำงานดังนี้

1. อุณหภูมิเริ่มต้น (Starting temperature) เป็นค่าอุณหภูมิเริ่มต้นของระบบ
2. อุณหภูมิสุดท้าย (Freezing temperature) เป็นค่าอุณหภูมิสุดท้ายของระบบ
3. อัตราการลดลงของอุณหภูมิใด ๆ (Reducing rate) ตลอดช่วงของข้อ 1 และ 2
4. จำนวนวนซ้ำ (Iteration) ในการสุ่มค่าใด ๆ ตามตารางอุณหภูมิแอนนัลลิง
5. q_0 เป็นความน่าจะเป็นของการยอมรับระบบจาก ΔE ที่น้อยกว่า 0 หรือติดลบ การยอมรับตามสมการโบลทซ์แมน $\exp(-\Delta E/KbT)$ เทียบกับค่าที่สุ่ม (q_1)

3.3.3. แผนผังการไหลวิธีซิมูเลทเตดแอนนัลลิ่ง



ภาพที่ 3.12 แสดงแผนผังการไหลวิธีซิมูเลทเตดแอนนัลลิ่ง

3.3.4. อัลกอริทึมวิธีซิมูเลทเตดแอนนิง (Simulated Annealing Algorithm)

ขั้นตอนการทำงานของซิมูเลทเตดแอนนิง (Simulated Annealing Algorithm)

ดังแสดงไว้ในภาพที่ 3.13

```

1. Procedure SimulatedAnnealing()
2.    $T \leftarrow \text{findStartTemp}()$ 
3.    $s \leftarrow \text{randomStartSolution}()$ 
4.   While not FreezingPoint()
5.     do while not equilibrium()
6.        $s_n \leftarrow \text{getNeighbourhoodSolution}(s)$ 
7.        $\delta f \leftarrow \text{eval}(s_n) - \text{eval}(s)$ 
8.       if  $\delta f \geq 0$  then  $s \leftarrow s_n$ 
9.       else if  $\text{random}(0,1) \leq \text{Boltzman}()$  then  $s \leftarrow s_n$ 
10.      End if
11.      $T \leftarrow \text{cool}(T)$ 
12.     report( $s$ )
13.   Loop
14.   Loop
15.   end while
16. end procedure

```

ภาพที่ 3.13 Simulated Annealing Algorithm

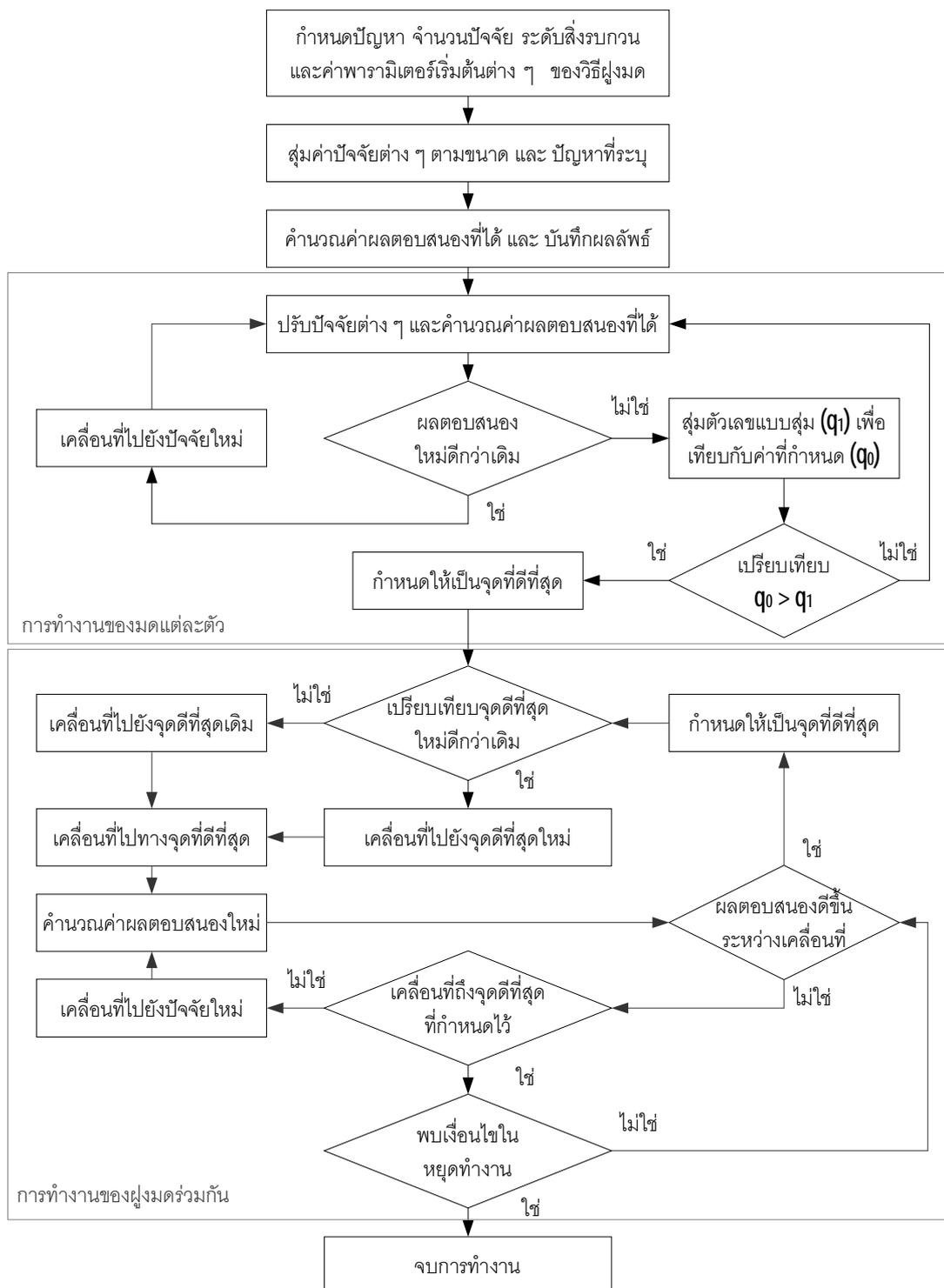
3.4. วิถีฝูงมด

วิถีฝูงมดประกอบด้วยขั้นตอนที่ประกอบเข้าด้วยกันหลาย ๆ ขั้นตอน ในแต่ละรอบของการทำซ้ำ (Iteration) มดแต่ละตัวจะสร้างแนวทางการแก้ไขปัญหามหาในระหว่างที่เดินไปยังจุดต่าง ๆ โดยแต่ละจุดเป็นตัวแทนของความเป็นไปได้ของการเลือกแต่ละเส้นทางระหว่างจุด ซึ่งสามารถอธิบายคุณลักษณะการทำงานของฝูงมดได้ดังนี้

1. สามารถค้นหาคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible solution) ของปัญหาที่ต้องการ
2. มดแต่ละตัวมีความสามารถในการสื่อสารข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับเส้นทาง ซึ่ง
 - ใช้ในการสร้างคำตอบ (Feasible solution)
 - ใช้ในการประเมินคำตอบที่ได้ (Evaluate the generated solution)

- ใช้ในการย้อนกลับไปใช้เส้นทางเดิม (Retrace the path that the ant has followed)
3. ระบบต้องมีสถานะเริ่มต้น (Initial state) แทนด้วยสัญลักษณ์ S ที่สอดคล้องกับขั้นตอนการดำเนินการที่ต่อเนื่อง และมีเงื่อนไขในการหยุดที่สัมพันธ์กัน
 4. ระบบจะเริ่มจากสถานะเริ่มต้น (Initial state) และเคลื่อนย้ายไปยังสถานะถัด ๆ ไป (Feasible states) ที่สัมพันธ์กับคำตอบของปัญหาที่ค่อย ๆ เพิ่มสูงขึ้น
 5. ขณะที่ระบบอยู่ที่สถานะ S_r (ระบบอยู่ที่จุด r และมีลำดับก่อนหน้าเป็น S_{r-1}) ระบบจะสามารถเคลื่อนย้ายไปยังจุดใด ๆ S ที่อยู่ใกล้เคียง (Feasible neighbourhood, $N(r)$)
 6. การเคลื่อนย้ายจะเกิดขึ้นโดยการส่งผ่านฟังก์ชันของเส้นทางฟีโรโมน (pheromone trail) และ ค่าฮิวริสติก (ความสามารถในการสื่อสารของมด และ ข้อจำกัดจากปัญหา)
 7. ขณะที่มดเคลื่อนย้ายจากจุด S ไปยังจุด r จะเกิดเส้นทางที่สัมพันธ์กับเส้นทางเดิม
 8. ขั้นตอนการทำงานจะสิ้นสุด เมื่อเงื่อนไขในการหยุดเกิดขึ้น หรือเมื่อได้คำตอบตรงกับที่ต้องการ
 9. เมื่อได้คำตอบครั้งหนึ่งแล้ว มดจะสามารถสร้างเส้นทางเดิมเพื่อไปยังจุดที่เคยไป กลวิธีการสื่อสารระหว่างฝูงมดนี้ จะเป็นข้อมูลตามระดับคำตอบที่ต้องการ ตามเส้นทางเดินต่าง ๆ ร่วมกันของฝูงมด

3.4.1. แผนผังการไหลวิธีฝูงมด



ภาพที่ 3.14 แสดงแผนผังการไหลวิธีฝูงมด

3.4.2. อัลกอริทึมวิหิงมด (Ant Colony Optimization Algorithm)

ขั้นตอนการทำงานของวิหิงมด (Ant Colony Optimization Procedures)

ประกอบจากการทำงานร่วมกันของบล็อกต่าง ๆ ดังแสดงไว้ในภาพที่ 3.15

-
1. **Procedure ACO Meta heuristic()**
 2. **While**(termination criterion not satisfied)
 3. **Schedule activities**
 4. ants generation and starting point;
 5. make path or step for each ants
 6. compare cost function
 7. **if** no improvement cost function
 8. communication with best ant cost function
 9. make path or step from local trap to best ant
 10. **if** ant found the better cost function
 11. go to line 5.
 12. **else**
 13. wait for best ant communication
 14. **end if**
 15. **end schedule activities**
 16. **end while**
 17. **end procedure**
-

ภาพที่ 3.15 Ant Colony Algorithm

3.5. วิหิงมดผสมผสาน

จากแนวคิดที่จะใช้วิหิงมดผสมผสานวิหิงมดวิหิงมดที่มีอยู่เข้าด้วยกัน แทนที่จะค้นหาวิหิงมดวิหิงมดใหม่ ๆ เพื่อการค้นหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นแนวทางการดำเนินการทดลองนี้ จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อผสมผสานวิหิงมดวิหิงมดต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เนื่องจากวิหิงมดวิหิงมดแต่ละวิหิงมดมีขั้นตอนและความสามารถในการค้นหาผลลัพธ์ตามวิหิงมดที่เหมาะสมแตกต่างกัน เช่น วิหิงมดตีพเพสแอสเซนท์ จะหยุดที่ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดตัวแรก (**First Local Optima**) ที่พบ ดังนั้นจึงมีแนวคิดที่จะขยายขีดความสามารถของวิหิงมดนี้ เช่น นำค่าที่ได้ไปใช้งานในวิหิงมดอื่น ๆ ต่อไป

การผสมผสานวิหิงมดวิหิงมดต่าง ๆ จะวัดความสามารถของวิหิงมดผสมผสานแต่ละวิหิงมดด้วยตัวชี้วัด 3 ชนิด คือ ค่าเฉลี่ยผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน และอัตราส่วนแอสต่อเอ็น (**S/N Ratio, Signal-to-Noise Ratio**) จากแต่ละวิหิงมดเพื่อชี้วัดผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด

3.6. วิธีการของทาคุชิ (Taguchi's Method)

ในต้นปี 1980 นักวิศวกรชาวญี่ปุ่น ดร.เจนิชิ ทาคุชิ ได้นำเสนอวิธีการแก้ไขปัญหาแบบต่าง ๆ ซึ่งได้รวบรวมและอ้างถึงในมุมมองเฉพาะที่เรียกว่า ปัญหาการออกแบบพารามิเตอร์ที่คงทน (**Robust Parameter Design Problem, RPD Problem**) โดยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. การออกแบบระบบ (ผลิตภัณฑ์ หรือ กระบวนการ) ที่ไม่ตอบสนองต่อปัจจัยแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงไป แต่สามารถส่งผลกระทบต่อสมรรถภาพของระบบ ตัวอย่างเช่น การผสมสูตรของสีทาพื้นผิวภายนอกนั้นควรมีอายุการใช้งานที่ยาวนาน ไม่ว่าจะสภาพอากาศจะมีลักษณะเช่นใด แต่เนื่องจากสภาวะอากาศนั้นไม่สามารถคาดเดาได้ล่วงหน้า ทั้งแปรปรวน และ ไม่คงที่ ดังนั้นผู้ผลิตสูตรของสีทาพื้นผิวภายนอกนั้น จึงต้องการผลิตผลิตภัณฑ์ที่ทนทานต่ออุณหภูมิที่ช่วงความแตกต่างของอุณหภูมิก่อนข้างกว้าง ทนต่อความชื้น และปัจจัยในเรื่องการตกตะกอน ซึ่งที่กล่าวมาส่งผลต่อความสึกหรอ และ ผิวสัมผัสของสี
2. การออกแบบผลิตภัณฑ์ ที่ทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบของระบบ ตัวอย่างเช่น การออกแบบเครื่องขยายสัญญาณไฟฟ้า เพื่อให้ขนาดของความต่างศักย์เอาต์พุต (**Output Voltage**) ใกล้เคียงค่าที่ต้องการมากที่สุด โดยไม่รับผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าของ ลวดต้านทาน (**Resistors**), ทรานซิสเตอร์ (**Transistors**) และ ตัวจ่ายไฟฟ้า (**Power Supplies**) ที่เป็นองค์ประกอบของอุปกรณ์ขยายสัญญาณไฟฟ้า
3. ออกแบบกระบวนการ เพื่อให้สามารถผลิตผลิตภัณฑ์ตามเป้าหมายที่ต้องการให้ได้มากที่สุด ถึงแม้จะมีการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการ (เช่น อุณหภูมิ) หรือ ลักษณะประจำตัวของวัตถุดิบต่าง ๆ ที่ไม่สามารถควบคุมได้
4. การกำหนดเงื่อนไขในการปฏิบัติการสำหรับกระบวนการ เพื่อให้ผลิตภัณฑ์มีลักษณะที่มีค่าใกล้เคียงกับเป้าหมายที่ตั้งไว้ และความผันแปรของสิ่งแวดล้อมมีผลกระทบต่อค่าเป้าหมายที่ต้องการน้อยที่สุด ตัวอย่าง การลดความถี่ของปัญหาที่เกิดขึ้นบ่อย ๆ ให้น้อยลง เช่น การผลิตเซมิคอนดักเตอร์ต้องทำให้ค่าความหนาของออกไซด์ที่อยู่บนเวเฟอร์ (**Wafer**) มีค่าใกล้เคียงกับค่าความหนาเป้าหมายมากที่สุด หรือต้องการให้มีความผันแปรของความหนาน้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นวิธีการแก้ไขปัญหของทากูชิจะใช้วิธีการออกแบบออกโธกอนดอล (Orthogonal Design) สำหรับปัจจัยที่ควบคุมได้ เรียกว่า “ครอส” (Crossed) ออกจากสิ่งรบกวน (Noise) นอกจากนี้ทากูชิยังเสนอให้รวบรวมข้อมูลจากการทดสอบครอสอาสาเรย์ ด้วยวิธีการทางสถิติ 2 วิธี คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูล และ ค่าอัตราส่วนเอสต่อเอ็น (S/N Ratio or Signal-to-Noise Ratio) ซึ่งค่านี้จะหมายถึง ค่าอัตราส่วนที่มากที่สุดจะลดความผันแปรที่ส่งผ่านจากปัจจัย สิ่งรบกวนให้น้อยที่สุด ดังนั้นการวิเคราะห์จะสามารถแสดงและชี้บ่งได้จากปัจจัยที่ควบคุมได้ที่ส่งผลต่อไปยัง

1. การปรับค่าเฉลี่ยของข้อมูลให้ใกล้เคียงกับค่าเป้าหมายที่ต้องการให้มากที่สุด
2. การปรับให้ค่าอัตราส่วนเอสต่อเอ็นให้มีค่ามากที่สุด

วิธีการคำนวณค่าอัตราส่วนเอสต่อเอ็น เป็นไปตามสมการและค่าเป้าหมายดังนี้

1. ค่ามากกว่าคือค่าที่ดีที่สุด (Larger is Better) โดยการปรับค่าอัตราส่วนเอสต่อเอ็น ให้มีค่ามากที่สุด ซึ่งจะส่งผลต่อคำตอบของปัญหาให้มีความเหมาะสมมากที่สุด โดยคำนวณค่าดังกล่าวจากสมการด้านล่าง

$$S/N = -10 \cdot \log(\Sigma(1/Y^2)/n)$$

2. ค่าน้อยกว่าคือค่าที่ดีที่สุด (Smaller is Better) โดยการปรับค่าอัตราส่วนเอสต่อเอ็น ให้มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งจะส่งผลต่อคำตอบของปัญหาให้มีความเหมาะสมมากที่สุด โดยคำนวณค่าดังกล่าวจากสมการด้านล่าง

$$S/N = -10 \cdot \log(\Sigma(Y^2)/n)$$

ในการศึกษานี้จะใช้วิธีการหาค่าอัตราส่วนเอสต่อเอ็น เป็นตัวชี้บ่งความสามารถในการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของวิธีการแก้ไขปัญหในแต่ละวิธีการ

3.7. วิธีการทดลอง

การศึกษาและวิจัยนี้ มุ่งประเด็นที่จะทำการศึกษาถึงวิธีการหาค่าที่เหมาะสมของกระบวนการ 3 วิธี คือวิธีสตีฟเพสแอสเซนท์ ซิมูเลทเตดแอนนิลลิง และวิธีฝูงมด โดยทำการ

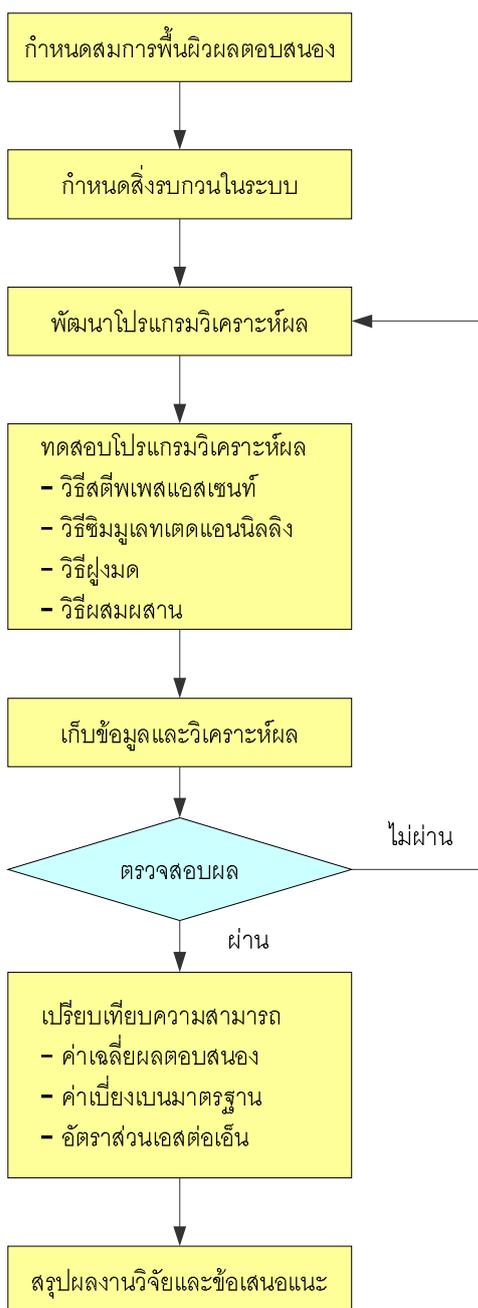
เปรียบเทียบสมรรถนะ ข้อดีข้อเสียของทั้ง 3 วิธี ผ่านทาง รูปแบบสมการคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ซึ่งได้จัดทำโปรแกรมที่ช่วยในการวิเคราะห์ของทั้ง 3 วิธี และ วิธีผสมผสานของวิธีทั้งสาม โดยใช้วิธีวงเบสิค จากแนวคิดข้างต้น ได้แบ่งงานวิจัยออกเป็น 8 ขั้นตอนดังนี้

3. กำหนดสมการพื้นผิวตอบสนองที่ต้องการใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด เช่น สมการพื้นผิวพาราโบลิก (**Parabolic Surface**) สมการพื้นผิวโรเซนบร็อค (**Rosenbrock Curved Ridge Surface**) โดยในแต่ละสมการจะมีการกำหนดจำนวนปัจจัยที่จะใช้ในการทดลอง ซึ่งจะมีตั้งแต่ 2 ถึง 5 ปัจจัย
4. กำหนดสิ่งรบกวนระบบ (**Noise**) โดยปรับสิ่งรบกวนที่ใส่เข้าไปแบบการกระจายแบบปกติ (**Normal Distribution**) ที่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 2 และ 3 ตามลำดับ
5. กำหนดขอบเขตของปัจจัยในสมการไว้ที่ -20 ถึง 20 เพื่อควบคุมทิศทางในการหาคำตอบของโปรแกรม
6. นำผลลัพธ์แต่ละวิธีมาวิเคราะห์ โดยดูจากค่าเฉลี่ยผลตอบสนอง ค่า **Standard Deviation** และ **S/N ratio** จากการเก็บข้อมูลทั้ง 15 ซ้ำ
7. สรุปข้อดี / วิธีที่เหมาะสมที่สุดที่ได้คำตอบใกล้เคียงกับ **Global solution**
8. พัฒนาโปรแกรมที่ช่วยในการจำลอง และวิเคราะห์การหาคำตอบของวิธีสถิติเพสแอสเซนท์ วิธีซิมูเลทเตดแอนนิลลิง และ วิธีฝูงมด
9. เก็บข้อมูลที่ได้จากวิธีสถิติเพสแอสเซนท์ วิธีซิมูเลทเตดแอนนิลลิง และ วิธีฝูงมด ผ่านวิธีพื้นผิวตอบสนอง ที่ระดับสิ่งรบกวน และจำนวนปัจจัยที่กำหนด
10. พัฒนาและทดสอบโปรแกรมวิธีผสมผสาน ผ่านสมการพื้นผิวตอบสนอง ที่ระดับสิ่งรบกวน และจำนวนปัจจัยที่กำหนด จากนั้นเก็บข้อมูลที่ได้

จากนั้นวิเคราะห์ผลโดยรวมทั้งหมด พร้อมทั้งเปรียบเทียบสมรรถนะ พร้อมทั้งการนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาในอุตสาหกรรม และสรุปผลการศึกษาและวิจัย

3.7.1. แผนภาพรวมของการทดลอง

จากแนวคิดที่อธิบายวิธีการทดลองข้างต้น สามารถแสดงเป็นแผนภาพขั้นตอนการทำวิจัย แสดงดังรูป



ภาพที่ 3.16 แผนภาพรวมของการศึกษาและวิจัย