บทที่ 2

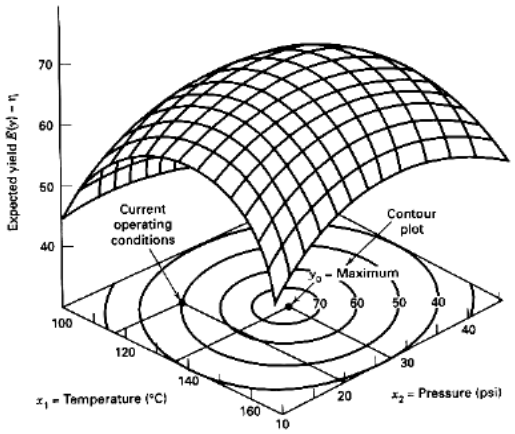
ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1. ทฤษฎีวิธีการพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface Methodology)

วิธีการพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface Methodology) หรือ RSM เป็นเทคนิคที่อาศัยหลักการด้านสถิติและคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการจำลองปัญหา และวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อหาค่าผลลัพธ์ หรือ ผลตอบสนองที่เหมาะสมที่สุด โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยในกระบวนการผลิต และผลตอบสนอง (y) ที่เกิดขึ้นจากกระบวนการผลิต โดยแสดงรูปแบบดังสมการ

$$E(y) = f(x_1, x_2) + \varepsilon$$

ซึ่ง ε แสดงถึง ค่าความผิดพลาด (Error) หรือสิ่งรบกวน (Noise) ที่เกิดขึ้นในกระบวนการ หากค่าประมาณของพื้นผิวตอบสนอง $E(y) = f(x_1, x_2) = \eta$ ดังนั้นพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface) คือ $\eta = f(x_1, x_2)$ โดยเป็นการพล็อต η กับแต่ละระดับ ของ x_1 และ x_2 และสามารถพล็อตแผนภาพเส้นระดับ (Contour) ของพื้นผิวตอบสนอง โดยเส้นระดับที่มีค่าของผลตอบสนองคงที่จะถูกพล็อตลงในระนาบ โดยแต่ละเส้นระดับจะมีความสอดคล้องกับความสูงของพื้นผิวตอบสนอง อาทิเช่น ในกระบวนการ ผลิตที่ประกอบด้วย 2 ปัจจัย จะมีพื้นผิวตอบสนองแสดงได้ดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 แสดงรูปร่างพื้นผิวตอบสนองที่ประกอบด้วย 2 ปัจจัย

ที่มา: Douglas C. Montgomery, Design and Analysis of Experiments, 5th edition, (USA: John Wiley and Sons, 2001), p.428.

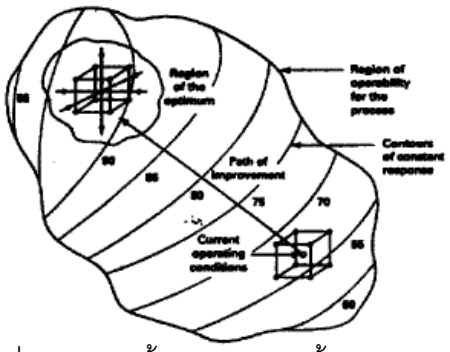
จากภาพที่ 2.1 ในแผนภาพเส้นระดับ (Contour Plot) ที่แสดงในระนาบของ x_1 และ x_2 จะแสดงด้วยเส้นที่ลากผ่านจุดที่ผลตอบสนองที่เท่ากัน โดยแสดงด้วยค่าพื้นผิวตอบสนองในแต่ละจุด กับระดับต่าง ๆ ของปัจจัยในกระบวนการผลิต ปัญหาพื้นผิวตอบสนองส่วนใหญ่มักไม่ทราบความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนองและปัจจัยอิสระ ดังนั้นขั้นตอนแรกในการแก้ไขปัญหา RSM มักจะทำการหาค่าประมาณที่เหมาะสมที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่า y และชุดของปัจจัยอิสระต่าง ๆ โดยทั่วไปแล้วมักจะใช้ความสัมพันธ์เชิงโพลิโนเมียลที่มีอันดับต่ำ (Low-Order Polynomial) ของชุดปัจจัยอิสระหรือปัจจัยจำนวน k ตัว ซึ่งแสดงในรูปของฟังก์ชั่นเชิงเส้น (Linear Function) ที่รู้จักกันดีในชื่อตัวแบบอันดับหนึ่ง (First-Order Model)

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

ในกรณีที่ผลตอบสนองมีลักษณะมีความโค้ง (Curvature) ต้องใช้ความสัมพันธ์เชิงโพลิโนเมียลที่มีอันดับสูง (Higher-Order Polynomial) หรือที่รู้จักกันในชื่อตัวแบบอันดับที่สอง (Second-Order Model)

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum \sum_{i<j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

การแก้ไขปัญหาพื้นผิวตอบสนองมักใช้เพียงแค่แบบแรก หรือ ทั้งสองแบบเท่านั้น การหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของปัญหาจะมีประสิทธิภาพ หากมีการวางแผนการทดสอบเพื่อรวบรวมข้อมูล การออกแบบการทดสอบให้เหมาะสมกับปัญหาเรียกว่าวิธีการออกแบบพื้นผิวผลตอบสนอง (Response Surface Designs) ดังภาพที่ 2.5 ดังนั้นจุดมุ่งหมายของวิธีการพื้นผิวตอบสนอง จึงเป็นการออกแบบการทดลองตาม Path of Improvement เพื่อนำไปสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุดของกระบวนการ ดังแสดงในภาพที่ 2.2



ภาพที่ 2.2 แสดงขั้นตอนการหาพื้นผิวตอบสนอง

ที่มา: Douglas C. Montgomery, Design and Analysis of Experiments, 5th edition, (USA: John Wiley and Sons, 2001), p.429.

การหาค่าที่เหมาะสมในกระบวนการผลิตด้วยวิธีพื้นผิวตอบสนองนั้น จะแตกต่างจากวิธีการหาค่าที่เหมาะสมด้วยวิธีดั้งเดิมอย่างน้อย 3 ประการคือ

1. การทดลองในการหาค่าที่เหมาะสม เป็นไปในลักษณะปฏิสัมพันธ์ ซึ่งหมายถึงผลในการทดลองหนึ่งครั้งจะบ่งชี้ถึงการปรับปรุงปัจจัยในกระบวนการในการทดลองในครั้งต่อไป ทำให้สัมประสิทธิ์ของสมการอาจมีการเปลี่ยนแปลงระหว่างการทดลองหาค่าที่เหมาะสม ทำให้แตกต่างจากวิธีการดั้งเดิม ซึ่งสมการในการหาค่าที่เหมาะสม จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง
2. รูปแบบของพื้นตอบสนอง เกิดจากข้อมูลจากการทดลองซึ่งมักจะมีปัจจัยสุ่มเนื่องจากสาเหตุที่ไม่ทราบหรือไม่สามารถควบคุมได้ ส่งผลให้การทดลองที่ซ้ำกัน ให้ผลลัพธ์ในรูปแบบของพื้นผิวตอบสนองที่ต่างกัน และนำไปสู่ค่าที่เหมาะสมต่างกันด้วย ดังนั้นตัวอย่างสุ่มนั้นจึงควรนำมาพิจารณาในการทดลองหาค่าที่เหมาะสม ซึ่งแตกต่างจากวิธีการดั้งเดิม ที่สมการในการหาค่าที่เหมาะสม จะมีการกำหนดมาให้อย่างชัดเจน
3. รูปแบบของพื้นผิวตอบสนอง มีการประมาณค่าจากข้อมูลพื้นฐานปัจจุบัน ซึ่งหมายถึงกระบวนการหาค่าที่เหมาะสม ต้องการข้อมูลจากการทดลองและบุคคลที่คุ้นเคยกับกระบวนการ ซึ่งแตกต่างจากวิธีการดั้งเดิม ที่มักจะถูกกำหนดโดยอัตโนมัติจากวิธีการทางคอมพิวเตอร์

2.2. วิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบผลตอบสนองเดียว (Single Response)

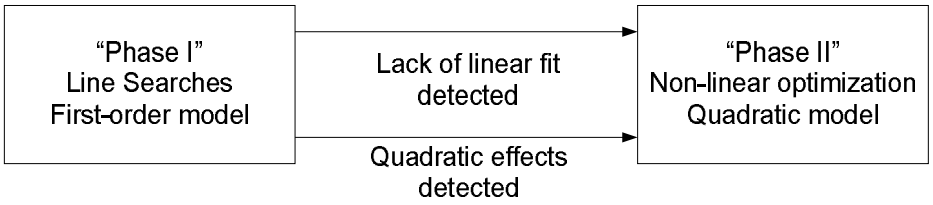
การหาค่าที่เหมาะสมแบบจุดมุ่งหมายเดียวมักจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกจะประกอบไปด้วยเส้นทางที่จะค้นหาค่าที่เหมาะสมอย่างต่อเนื่อง โดยในแต่ละการทดลองจะทำการพัฒนาจนกระทั่ง ผลตอบสนองของเส้นทางนั้นไม่มีการเพิ่มขึ้น เส้นทางในการหาค่าที่เหมาะสมจะถูกสร้างขึ้นจนกระทั่งไม่มีหลักฐานของความเหมาะสม (Lack of Fit) ซึ่งแสดงได้ดังสมการกำลังหนึ่ง (First Order Model) โดยที่ค่า $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_k$ หมายถึง สัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยเชิงเส้น

$$E(y) = b_0+b_1x_1+b_2x_2+ \ldots + b_kx_k$$

ส่วนที่สองจะถูกสร้างขึ้น กรณีที่ไม่มีหลักฐานของความเหมาะสม (Lack of fit) ในขั้นตอนแรก โดยสมการกำลังสอง (Second order, Quadratic Polynomial Model) จะถูกนำมาใช้ดังสมการ

$$E(y) = b_0+b_1x_1+b_2x_2+ \ldots +b_kx_k+b_{11}x_{12}+b_{22}x_2^2+ \ldots +b_{kk}x_{kk}^2+b_{12}x_1x_2+ b_{13}x_1x_3+ \ldots +b_{1k}x_1x_k+b_{23}x_2x_3+ \ldots +b_{2k}x_2x_k+ \ldots +b_{k-1,k}x_{k-1}x_k$$

ปกติแล้วผลตอบสนองทุกค่าไม่จำเป็นต้องใช้สมการกำลังสองในการหาคำตอบ ซึ่งโดยปกติจะถูกนำ มาใช้เมื่อการหาคำ ตอบโดยสมการกำลังหนึ่งในขั้นตอนแรกถูกหยุดเนื่องจากไม่สามารถที่จะปรับปรุงค่าผลตอบสนองได้อีก โดยสามารถแสดงรูปแบบการหาค่าที่เหมาะสมทั้งสองส่วนดังภาพที่ 2.3



ภาพที่ 2.3 แสดงขั้นตอนการหาค่าที่เหมาะสม

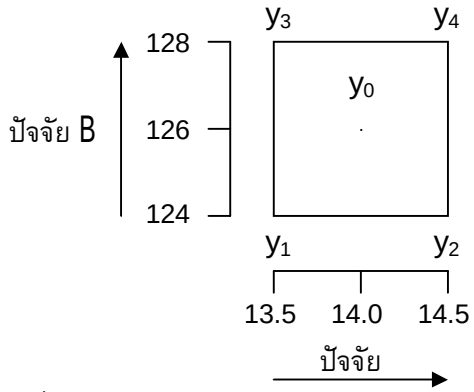
2.3. วิธีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง (Evolutionary Operation)

วิธีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ได้มีการนำเสนอครั้งแรกโดย Box (1969) ซึ่งเป็นวิธีการที่จะพัฒนาและปรับปรุงกระบวนการผลิตจริงอย่างต่อเนื่อง และมีจุดมุ่งหมายที่จะเปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัยในกระบวนการผลิตปัจจุบัน มุ่งไปสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยวิธีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง แสวงหาทิศทางของการ เปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัยในกระบวนการอย่างค่อยเป็นค่อยไปภายใต้การควบคุม แต่จะมีอัตราการเปลี่ยนแปลงที่มากพอที่จะใช้ในการวิเคราะห์ทางสถิติ เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของกระบวนการ ทั้งนี้จะต้องเป็นวิธีการที่จะทำให้การทดลองดำเนินไปบนการทำงานปกติได้

วิธีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องจะอาศัยการออกแบบทดลองชนิด 2^k แฟคทอเรียล แบบจุดกึ่งกลาง (2^k Factorial Design with Center Point) โดยจะมีการทดลองตามปกติ ภายใต้สภาพการทำงานจริง โดยข้อมูลจะถูกรวบรวมจากปัจจัยที่สนใจในแต่ละจุดของการออกแบบ 2^k แฟคทอเรียล โดยการเปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์ที่ต้องการจะเกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัยในกระบวนการผลิต และ ปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ที่ต้องการ

ผลกระทบ (Effect) ของแต่ละปัจจัยในกระบวนการผลิต และ ปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ระหว่างปัจจัยเหล่านั้นจะถูกนำมาวิเคราะห์ ในขั้นตอนสุดท้ายจะทำการทดสอบค่า

ผลกระทบหลัก และปฏิสัมพันธ์ของปัจจัยว่ามีนัยสำคัญหรือไม่ ผ่านประมาณค่าความผิดพลาด (Error) โดยจะคำนวณจากข้อมูลในแต่ละรอบด้วยวิธีกำหนดช่วง (Range Method) อย่างไรก็ตาม 2^k แฟคทอเรียล แบบจุดกึ่งกลาง ซึ่งจุดกึ่งกลางจะเป็นจุดที่ให้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดในปัจจุบัน โดยจะนำค่าที่จุดกึ่งกลางมาเปรียบเทียบกับค่าที่จุดอื่น ดังแสดงในภาพที่ 2.4 เพื่อตรวจสอบให้มั่นใจว่าว่าค่าที่จุดกึ่งกลางเป็นค่าที่ให้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด



ภาพที่ 2.4 ตัวอย่างการออกแบบ 2^2 design for EVOP

ดัดแปลงจาก: Douglas C. Montgomery, Design and Analysis of Experiments, 5th edition, (USA: John Wiley and Sons, 2001), p.485.

หลังจากที่ได้มีการคำนวณหลายรอบ (Cycle) จนกระทั่งผลกระทบจากปัจจัยหรือปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยเหล่านั้น มีผลต่อผลตอบสนองที่ต้องการอย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งในจุดนี้จะต้องมีการตัดสินใจที่จะเปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัย เพื่อใช้ในการปรับปรุงค่าของตอบสนองที่ต้องการอย่างต่อเนื่อง (Montgomery, 2001, p.484-485) โดยผลกระทบจากปัจจัยต่าง ๆ และปฏิสัมพันธ์ (Interaction) นั้น จะนำมาเปรียบเทียบกับข้อจำกัดความผิดพลาดมาตรฐาน (Standard Error Limit) ซึ่งกรณีที่ผลกระทบจากปัจจัยต่างๆและปฏิสัมพันธ์ (Interaction) มีค่ามากกว่า แสดงว่าปัจจัยและปฏิสัมพันธ์นั้นมีผลกระทบกับผลลัพธ์ที่ต้องการ (Box and Draper, 1969, p.69) สิ่งที่สำคัญของวิธีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง คือการป้อนข้อมูลที่ได้กลับไปให้กับบุคคลในกระบวนการผลิต และจะแสดงในรูปของรายงานข้อมูล (Information Board) ซึ่งจะมีผลต่อการตัดสินใจในขั้นพื้นฐาน 2 แบบคือ

- เพื่อที่จะให้การทดลองดำเนินการต่อไป โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลง และรอข้อมูลเพิ่มเติมจากการทดลองรอบต่อไป

- ตัดสินใจที่จะเปลี่ยนแปลงกระบวนการไปสู่อีกขั้นตอน (Phase) หนึ่งของวิธีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

ซึ่งจะทำให้การทำงานเป็นไปแบบปิด (Closed Loop) และทำให้ วิธีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง มีประสิทธิภาพมากขึ้น (Box and Draper, 1969, p.19-20) ต่อมาได้มีการพัฒนาแนวคิดนี้ โดยอาศัยหลักการออกแบบการทดลองเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพที่ดียิ่งขึ้น โดยในที่นี้จะกล่าวถึงวิธีการสตีพเพสแอสเซนท์ (Factorial and Steepest Ascent Method)

2.4. วิธีสตีพเพสแอสเซนท์ (Steepest Ascent Method)

วิธีการแฟคทอเรียล และ 2^k แฟคทอเรียล การออกแบบแฟคทอเรียลเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดวิธีหนึ่งในการศึกษาหาผลกระทบของปัจจัยตั้งแต่ 2 ปัจจัยขึ้นไป โดยผลกระทบของปัจจัย จะถูกกำหนดจากการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองในแต่ละระดับของปัจจัย เรียกว่า ผลกระทบหลัก (Main Effect) และในบางการทดลอง เมื่อเปลี่ยนระดับของปัจจัย อาจพบความแตกต่างของผลตอบสนองของปัจจัยหนึ่งในแต่ละระดับของปัจจัยอื่น ซึ่งกรณีนี้เรียกว่าเกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย (Interaction Effect) อย่างไรก็ตามในงานวิจัยมักเกี่ยวข้องกับการออกแบบเฉพาะจึงมีการออกแบบแนวคิดให้ง่ายต่อการทำงานจริงได้แก่ การทดลองแบบ 2^k แฟคทอเรียล หมายถึงการทดลองใน 2 ระดับ ของปัจจัยที่เกี่ยวข้อง k ตัว โดยแบ่งออกเป็นระดับสูง (High) และต่ำ (Low) โดยการออกแบบ 2^k นี้มักใช้ในงานทดลอง เมื่อมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องหลายตัว ซึ่งให้การทดลองที่ต่ำที่สุดใน k ปัจจัยของการออกแบบแฟคทอเรียลที่สมบูรณ์ ดังนั้นจึงถูกเรียกว่า “การทดลองเพื่อวิเคราะห์หาจำนวนปัจจัย” (Factor Screening Experiment) เนื่องจากพิจารณาเพียง 2 ระดับในแต่ละปัจจัย นอกจากนี้ยังมีการสมมติให้ค่าของผลตอบสนองเป็นแบบ ”เชิงเส้น” ในช่วงระดับของการทดลองที่เลือกไว้ ซึ่งสามารถแสดงรูปแบบของวิธีการออกแบบแฟคทอเรียลสำหรับกรณีการออกแบบ 2 ระดับ 2 ปัจจัย (2^2 Factorial) ได้ดังภาพที่ 2.4

ในกรณีของตัวอย่าง วิธีการออกแบบแฟคทอเรียลกรณี 2 ปัจจัย ดังรูปข้างต้นนั้น ผลกระทบจากปัจจัย ต่าง ๆ ใน กระบวนการผลิต สามารถหาได้จาก

ผลกระทบหลักของปัจจัย A (Main Effect of A) = $1/2\ (y_4 + y_2 - y_3 - y_1)$

ผลกระทบหลักของปัจจัย B (Main Effect of B) = $1/2\ (y_4 + y_3 - y_2 - y_1)$

ปฏิสัมพันธ์ (Interaction) = 1/2 (y_4+ y_1- y_3 – y_2)

โดย y_k แสดงผลตอบสนองที่เกิดขึ้น ในกระบวนการผลิตในแต่ละวิธีปฏิบัติ (Treatment) ของการออกแบบการทดลอง

ข้อดีในการออกแบบแฟคทอเรียล

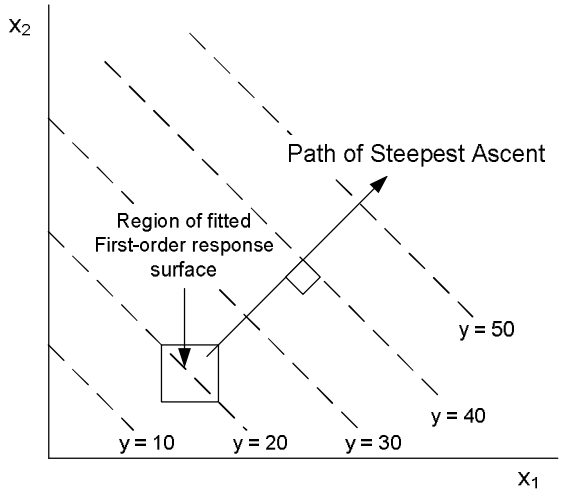
- การออกแบบจะใช้ได้หากมีผลกระทบจากความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย ในขณะที่การออกแบบการทดลองปัจจัยเชิงเดียว จะไม่สามารถใช้ได้และมีข้อผิดพลาดได้ในการสรุปผลข้อมูล
- สามารถตรวจสอบผลกระทบของปัจจัยในแต่ละระดับของปัจจัยอื่นได้ ในขณะที่การออกแบบปัจจัยเชิงเดียว จะเป็นการสรุปผลเท่านั้น ว่าปัจจัยนั้นมีผลต่อระบบโดยรวมอย่างไร

สตีพเพสแอสเซนท์ (Steepest Ascent) เป็นวิธีการที่นำเสนอโดย Box และ Wilson มีจุดประสงค์ที่จะทำการทดลองไปตามเส้นทาง เพื่อที่จะให้ ผลตอบสนอง (Response) เคลื่อนสู่จุดที่เหมาะสม (Optimum) หรือมีการเพิ่มของผลตอบสนองเร็วที่สุด ในทางตรงกันข้ามกรณีสมการเป้าหมายต่ำสุด (Minimization) จะเรียกว่าวิธีสตีพเพสดีเซนท์ โดยวิธีการของสตีพเพสแอสเซนท์จะตั้งอยู่บนสมมติฐานของรูปแบบสมการกำลังหนึ่ง (First Order Model) นั่นคือ ผลตอบสนองมีความสัมพันธ์แบบเส้นตรง (Linear Function) กับปัจจัยอิสระ แสดงรูปแบบด้วยสมการ

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_j$$

โดยที่ค่า $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ หมายถึง สัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยเชิงเส้น

ทิศทางของสตีพเพสแอสเซนท์ ดังแสดงในภาพที่ 2.5 จะเป็นเส้นทางที่พื้นผิวตอบสนองเพิ่มขึ้น อย่างรวดเร็วจากจุดกึ่งกลางของพื้นผิวโดยขนาดในการเคลื่อนที่ (Step) คือสัดส่วนจาก สัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยเชิงเส้น (b) ซึ่งวิธีการ 2^k แฟคทอเรียล จะถูกนำมาใช้ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ดังกล่าว



ภาพที่ 2.5 แสดงเส้นทางของสตีพเพสแอสเซนท์

ที่มา: Douglas C. Montgomery, Design and Analysis of Experiments, 5th edition, (USA: John Wiley and Sons, 2001), p.430.

โดยการทดลองจะดำเนินไปตามเส้นทาง (Path) ของสตีพเพสแอสเซนท์ จนกระทั่งผลตอบสนองที่เกิดขึ้นไม่มีการเพิ่มขึ้น จากนั้นรูปแบบสมการใหม่จะถูกกำหนดขึ้น และทำการทดลองจนถึงจุดที่เหมาะสม (Optimum) หรือจนกระทั่งพบผลกระทบของสมการกำลังสอง

ขั้นตอนของวิธีสตีพเพสแอสเซนท์

1. กำหนดสมการจุดมุ่งหมายที่ต้องการใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด
2. กำหนดจุดเริ่มต้นหรือค่าที่เหมาะสมที่สุดในปัจจุบัน ซึ่งใช้เป็นจุดกึ่งกลางสำหรับวิธีการแฟคทอเรียล
3. กำหนดพื้นที่ของพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface) เพื่อที่จะหาจุดพิกัดของแต่ละระดับปัจจัยของวิธีการแฟคทอเรียลและขนาดในการเคลื่อนที่ (Step) ไปตามเส้นทางของสตีพเพสแอสเซนท์จากจุดกึ่งกลางในแต่ละสมการ
4. ทำการหาค่าผลตอบสนอง (y) ในแต่ละพิกัดของแฟคทอเรียลรอบจุดกึ่งกลาง
5. สร้างสมการกำลังหนึ่ง (First Order Model) ซึ่งเป็นตัวแทนของพื้นผิวตอบสนอง จากค่าปัจจัย ($x_1, x_2, \ldots x_k$) และผลตอบสนอง (y) ที่ได้จากข้างต้นโดยวิธี ความสัมพันธ์เชิงเส้น(Linear Regression)

6. ทำการพิจารณาความเหมาะสมของสมการที่หาได้ในข้างต้น ซึ่งถ้าสมมติฐานเบื้องต้นไม่ถูกปฏิเสธ แสดงว่าพื้นที่ที่ได้ทำการทดลองนั้นไม่พบผลกระทบของพื้นผิวสมการกำลังสอง
7. ทำการเคลื่อนที่จุดกึ่งกลาง $(x_1, x_2, \ldots x_k)$ ไปยังจุดกึ่งกลางใหม่ $(x_1^T, x_2^T, \ldots x_k^T)$ ตามเส้นทางของสตีพเพสเอสเซนท์ โดยมีขนาดในการเคลื่อนที่ (Step) เป็นระยะที่ได้กำหนดขึ้น
8. ทำการหาผลตอบสนองจากวิธีการแฟคทอเรียลรอบจุดกึ่งกลางใหม่ซ้ำ

2.5. วิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง (Simulated Annealing, SA)

วิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง (SA) ได้ถูกนำมาใช้เป็นเทคนิคในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดตั้งแต่ต้นปี ค.ศ.1980 โดย Kirkpatrick และคณะ โดยมีพื้นฐานขั้นตอนวิธีการคิด (algorithm) มาจากการจำลองการเย็นตัวของวัสดุ เป็นทฤษฎีที่จำลองมาจากกลศาสตร์สถิติ (Statistical Mechanics) ซึ่งเป็นการศึกษาถึงลักษณะโครงสร้างทางกายภาพโดยรวมของสสาร ซึ่งจะมีอะตอมประกอบอยู่เป็นจำนวนถึง 10^{23} หน่วยต่อลูกบาศก์เซนติเมตร โดยลักษณะพฤติกรรมต่าง ๆ จะแสดงออกมาตามแรงกระตุ้น และการเปลี่ยนอุณหภูมิที่ได้รับ จึงเปรียบเสมือนเป็นการหาค่าเฉลี่ยของผลที่เกิดขึ้นจากทุก ๆ อะตอมในระบบโดยรวบรวมจากค่าสถิติที่เกิดขึ้นนั่นเอง ซึ่งเป็นปัญหากลศาสตร์สถิติ ในขั้นตอนสุดท้ายจะมีการศึกษาถึงผลกระทบต่อระบบขณะที่อุณหภูมิเข้าสู่สถานะพื้นฐาน (Ground State) ซึ่งเป็นช่วงที่พลังงานของระบบมีค่าต่ำสุด โดยกระบวนการแอนนิลลิง (Annealing) จะประกอบไปด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. ทำการหลอมระบบ (Melting) ระบบในครั้งแรกด้วยอุณหภูมิที่สูง
2. ทำให้อุณหภูมิลดต่ำลงอย่างช้า ๆ โดยลดตามตารางอุณหภูมิแอนนิลลิง (Annealing)
3. ขณะที่อุณหภูมิใกล้เคียงกับจุดเยือกแข็ง ให้คงสภาพนั้นไว้ในช่วงระยะเวลาหนึ่ง โดยในแต่ละช่วงของการลดอุณหภูมิให้ต่ำลงนี้ กระบวนการแอนนิลลิง (Annealing) จะต้องจัดสรรเวลาที่นานพอที่จะทำให้ระบบเกิดภาวะสมดุล หรือเรียกว่าสภาวะเสถียร (Steady State) และเมื่อระบบเกิดสภาวะเสถียรในแต่ละช่วงอุณหภูมิจนกระทั่งพบว่าไม่มีการพัฒนาผลลัพธ์ที่ได้อีกแล้ว ซึ่งแสดงถึงระบบได้เข้าสู่สถานะพื้นฐาน (Ground State) แล้ว ระบบก็จะทำการหยุดลง (Golden and Skiscim, 1984)

ตารางที่ 2.1 ความคล้ายคลึงกันระหว่าง Thermodynamics – Simulated Annealing

Thermodynamics	Simulated Annealing
System states	Feasible solution
Energy	Evaluation function
Ground state	Optimal solution
Rapid quenching	Local search
Temperature	Control parameter T

Metropolis ได้แนะนำวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo) เพื่อใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของอะตอม ขณะเข้าสู่สภาวะสมดุลที่อุณหภูมิต่าง ๆ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดรูปร่างของส่วนประกอบของระบบกลศาสตร์สถิติ
2. การย้ายตำแหน่งของส่วนประกอบต่าง ๆ และคำนวณหาผลของการเปลี่ยนแปลงของพลังงาน
3. ผลการเปลี่ยนแปลงพลังงาน (ΔE) ที่เกิดขึ้นจาก $E_{เก่า}$-$E_{ใหม่}$ น้อยกว่าศูนย์แสดงว่าเกิดการเปลี่ยนแปลงพลังงานที่เพิ่มขึ้นซึ่งเป็นสิ่งที่ดีต่อระบบ ดังนั้นให้ยอมรับการย้ายตำแหน่งของอะตอมที่เกิดขึ้น และนำไปเป็นรูปร่างของระบบใหม่ในขั้นตอนต่อไป แต่หากพบว่าผลการเปลี่ยนแปลงพลังงาน (ΔE) มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงพลังงานที่ลดลงในทิศทางที่ไม่ดี จะต้องยอมรับการย้ายตำแหน่งที่เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็นของสมการโบล์สแมน (Boltzman) $P(\Delta E) = Exp(-\Delta E/K_bT)$ โดย

   Exp แทน ฟังก์ชั่นเอ็กโปเนนเชียล
   T แทน อุณหภูมิ
   K_b แทน ค่าคงที่ของโบล์สแมน (Boltzman)

วิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo) วิธีการนี้จะมีการสุ่มตัวอย่างเพื่อใช้ในการจำลองสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบค่า $P(\Delta E)$ ด้วยตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0, 1) ทำให้มีโอกาสในการยอมรับการย้ายตำแหน่งของอะตอมที่เกิดขึ้นในระบบ และทำให้พลังงานของระบบเพิ่มขึ้น แทนการปฏิเสธการย้ายตำแหน่งของอะตอมนั้น กระบวนการต่าง ๆ เหล่านี้จะดำเนินไปเพื่อให้ระบบเข้าสู่สภาวะสมดุล ณ อุณหภูมิปัจจุบัน จากนั้นจะทำการลดอุณหภูมิลงตามตารางอุณหภูมิแอนนิลลิงจนกระทั่งระบบถึงสถานะพื้นฐาน (Ground State) ซึ่งมีพลังงานในระบบต่ำสุด (Metropolis et al., 1953)

Kirkpatrick ได้กล่าวถึงซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงไว้ว่า เป็นวิธีการหาคำตอบโดยประมาณซึ่งเกิดจากการนำสองทฤษฎีมาเชื่อมกันระหว่าง ทฤษฎีทางกายภาพในการอบอ่อน

ของวัสดุแข็ง รวมกับทฤษฎีในการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดแบบการรวม (Combinatorial Optimization) โดยซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงจะเริ่มต้นจากการหลอม (Melting) ระบบในครั้งแรกด้วยอุณหภูมิที่สูง จากนั้นจะทำการลดอุณหภูมิลงอย่างช้า ๆ จนกระทั่งผ่านจุดเยือกแข็ง (Freezes) และไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงใด ๆ ขึ้นอีกภายในระบบ

ในแต่ละช่วงอุณหภูมิที่มีการเปลี่ยนแปลงนี้ กระบวนการจะต้องจัดสรรเวลาที่นานเพียงพอที่จะทำให้ระบบเกิดสภาวะเสถียร (Steady State) ซึ่งลักษณะการเกิดสถานะเสถียรจะประยุกต์มาจาก การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีการรวม (Combinatorial Optimization) ที่ได้กล่าวไว้ในขั้นต้น คือ ระบบจะจัดเรียงรูปแบบใหม่ (Rearrangement) จนกระทั่งพบว่าการจัดเรียงใหม่นี้มีการพัฒนาที่ดีขึ้น ระบบก็จะนำการจัดเรียงใหม่ที่ได้นี้มาเป็นจุดเริ่มต้นในการดำเนินการใหม่ ซึ่งระบบจะดำเนินการอย่างต่อเนื่องจนกระทั่งพบว่าไม่มีการพัฒนาผลลัพธ์ที่ได้แล้ว ระบบก็จะหยุด (Kirkpatrick, Gelatt และ Vecchi, 1983)

<u>ข้อดีและข้อแตกต่างของซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการอื่นๆ</u>

1. ง่ายต่อการนำไปประยุกต์ใช้งาน
2. สามารถนำไปใช้แก้ไขปัญหาแบบรวมได้ (Combinatorial optimization problem)
3. สามารถแสดงผลลัพธ์ได้ในเกณฑ์ดี ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่เลือก

<u>ข้อเสียของซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง</u>

1. การเปลี่ยนแปลง หรือปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ต้องใช้ความระมัดระวังสูง
2. การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ต้องอาศัยเวลานาน
3. การประมวลผลลัพธ์ต้องใช้เวลาในการค้นหาคำตอบที่นาน

2.6. <u>วิธีฝูงมด (Ant Colony Optimization, ACO)</u>

เทคนิคต่างๆ ที่นำมาประยุกต์ใช้ในการปรับปรุงงานต่าง ๆ มักมีที่มาจากธรรมชาติรอบ ๆ ตัวเรา ตัวอย่างของเครือข่ายสมอง (Neural Network) ก็เลียนแบบจากโครงสร้างของสมองของมนุษย์ ซึ่งวิธีฝูงมดที่คิดค้นโดย Dorigo ได้เสนออัลกอริทึ่มที่นำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาแบบรวม (Combinatorial Optimization Problem) เช่น ปัญหาเซลล์แมน (Traveling Salesman Problem) (Dorigo M., Vittorio และ Colorni A., 1996) ปัญหาการจัดวางเครื่องจักรแบบแถว

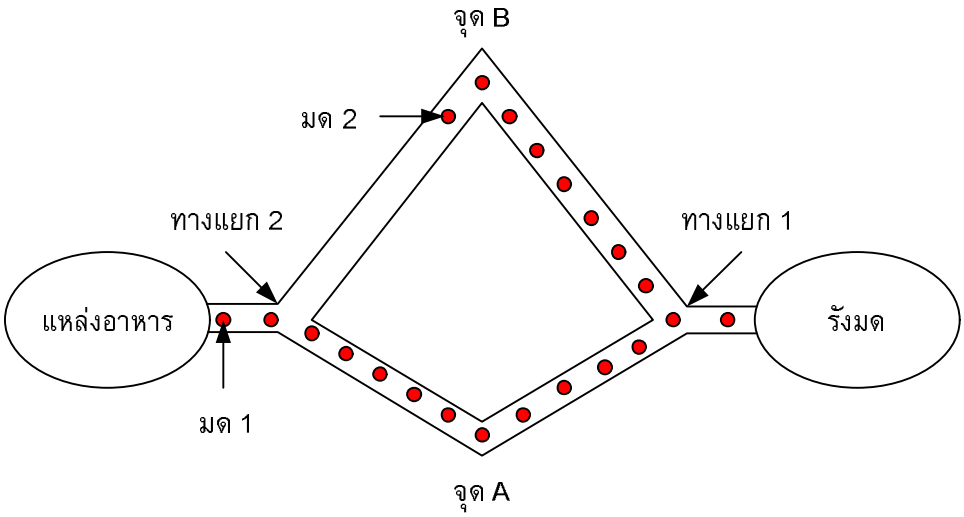
เดียว (Single row machine layout problem) (Solimanpur M., 2005) และปัญหาเส้นทางเดินของพาหนะ (Vehicle Routing Problem) (Bell J.E., 2004)

ในปี 1989 Goss และคณะ ได้ดำเนินการทดลองกับมดสายพันธ์ Iridomyrmex Humilis หรือรู้จักกันในชื่อ Argentine ants ซึ่งได้นำมดเหล่านี้มาแสดงความสามารถในการค้นหาเส้นทางที่สั้นที่สุดจากรังไปยังแหล่งอาหาร โดยการทดลองนำอาหารและรังของมดไปวางไว้ที่สะพานที่แยกออกเป็นสองทางที่มีระยะทางสั้นยาวต่างกัน ฝูงมดที่ออกหาเสบียงต้องเลือกทางเดินระหว่างเส้นทางทั้งสอง จากการทดลองพบสิ่งที่น่าสนใจดังนี้

1. ภายหลังจากระยะแรก มดส่วนใหญ่จะเลือกเส้นทางที่สั้นกว่า
2. ความน่าจะเป็นในการเลือกเส้นทางที่สั้นกว่าเป็นสัดส่วนกับระยะทางที่แตกต่างกันระหว่างสองเส้นทาง

พฤติกรรมการเลือกเส้นทางเดินที่สั้นที่สุดเป็นผลมาจากผลตอบสนองเชิงบวก (positive feedback) และระยะทาง (trails) ที่มีความแตกต่างกัน ซึ่งมาจากการปล่อยสารเคมีที่เรียกว่าฟีโรโมน (Pheromone) ระหว่างที่ฝูงมดออกหาอาหาร จัดเป็นการสื่อสารกัน จากการทดลอง (ภาพที่ 2.6) ในแต่ละจุดฝูงมดจะทำการตัดสินใจเพื่อเลือกเส้นทาง โดยการใช้ไบอัส (Bias) จากระดับความแรงของฟีโรโมนจากแต่ละเส้นทาง ซึ่งกระบวนการนี้จะถูกกระตุ้นเองตามธรรมชาติ เนื่องจากเส้นทางที่ฝูงมดต่อๆ มาจะเลือกเส้นทางที่มีระดับฟีโรโมนที่สูงกว่า และขณะที่ฝูงมดนั้นใช้เส้นทางที่สั้นกว่า ก็ทำให้เกิดการเพิ่มขึ้นของระดับฟีโรโมนเช่นกัน (Self-reinforce processing)

จากกระบวนการสลายตัวตามธรรมชาติ สารฟีโรโมนที่มดปล่อยออกมาจะระเหยเมื่อเวลาผ่านไป อัตราการสลายตัวนี้ขึ้นอยู่กับสายพันธุ์ของมด ประเภทของพื้นผิวที่มดเดินผ่าน ด้วยวิธีการนี้ทำให้เส้นทางเดิมที่ฝูงมดเคยเลือกใช้ตั้งแต่แรกจะมีความเข้มข้นของลดลง เนื่องจากฝูงมดที่เลือกใช้เส้นทางนี้ลดลง (Goss et al., 1989)



ภาพที่ 2.6 การทดลองของ Goss กับ Argentine ants

ที่มา: ดัดแปลงมาจาก Goss et al., Self-organized shortcuts in the Argentine ant. *Naturwissenschaften*, 76:579-581, 1989.

ยกตัวอย่าง จากภาพที่ 2.6 มีฝูงมดที่กำลังเดินทางออกจากรัง มด1 และ มด2 เป็นมดกลุ่มแรกที่เริ่มออกหาอาหารในเวลาเดียวกัน มดทั้ง 2 ตัวจะมายังตำแหน่งทางแยก 1 พร้อมกัน และตัดสินใจด้วยความน่าจะเป็น 50/50 เนื่องจากไม่มีไบอัสจากฟีโรโมน

มด1 ซึ่งเลือกเส้นทางที่สั้นกว่าจะไปถึงแหล่งอาหาร (ผ่านจุด A) และนำอาหารที่ได้กลับไปยังรัง ระหว่างที่เดินทางกับ มด1 จะต้องตัดสินใจอีกครั้งในการเลือกเส้นทางที่จุด 2 เนื่องจาก มด1 รับรู้ได้ถึงระดับฟีโรโมนบนเส้นทางที่สั้นกว่า และด้วยความน่าจะเป็นที่มากกว่า (ซึ่งเป็นฟีโรโมนที่ปล่อยไว้ระหว่างเดินทางจากรังมายังแหล่งอาหาร) เนื่องจากระยะทางที่ยาวกว่าทำให้ทางแยกที่ทางแยก 2 ไม่มีฟีโรโมนที่จะไปยังจุด B ส่งผลให้ฝูงมดที่ตามมาเลือกเส้นทางที่สั้นกว่าเช่นกัน ในระหว่างนั้นเองเส้นทางที่สั้นกว่าก็จะถูกเลือกมากขึ้นเรื่อย ๆ ทำให้ระดับฟีโรโมนสูงขึ้นตามเช่นกัน ในที่สุดมด 2 ก็จะเลือกเส้นทางที่สั้นกว่าด้วยความน่าจะเป็นและระดับฟีโรโมนที่สูงกว่า ในขณะที่เส้นทางที่ยาวกว่าจะไม่มีการเพิ่มขึ้นของระดับฟีโรโมนมีแต่การระเหยของฟีโรโมนอย่างเดียว จนในที่สุดฝูงมดทั้งหมดก็จะเลือกเดินทางในเส้นทางที่สั้นที่สุด

2.7. วรรณกรรมปริทรรศน์ที่เกี่ยวข้อง

ปี 2005 McKendall และคณะ ได้นำเสนอวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการจัดการสิ่งอำนวยความสะดวกแบบไดนามิก (Dynamic Facility Layout Problem, DFLP) แทนการแก้ไขปัญหาแบบสถิตย์ (Static Facility Layout Problem, SFLP) เช่น ในโรงงานผลิตสินค้าต่าง ๆ ที่ต้องมีการจัดส่งวัตถุดิบระหว่างเครื่องจักร ในปริมาณ และ เวลาที่เหมาะสม ทั้งนี้เพื่อให้เกิดความปลอดภัยในการทำงาน และ ลดจำนวนชิ้นงานในกระบวนการ (Work-in-process) รวมทั้งสามารถใช้ความสามารถของระบบการจัดส่งอย่างมีประสิทธิภาพ และลดต้นทุนการผลิต แต่ในความเป็นจริงการจัดส่งวัตถุดิบต่าง ๆ ระหว่างเครื่องจักรสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตลอดเวลาจึงไม่สามารถนำคำตอบของ SFLP ไปใช้งานได้เมื่อเวลาเปลี่ยนไป

คณะผู้วิจัยจึงได้นำเสนอวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงแบบใหม่จำนวน 2 วิธี คือ วิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงแบบแรก (The First Simulated Annealing, SA I) และแบบที่สอง (The Second Simulated Annealing, SA II) เพื่อใช้แก้ไขปัญหา DFLP โดยนำวิธีฮิวริสติกต่าง ๆ มาเปรียบเทียบ ได้แก่ วิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงโดย Baykasoglu และ Gindy (2001) (SA_EG), Hybrid Genetic Algorithm (GA) โดย Balakrishnan และ คณะ (2003) Dynamic Programming Approach (DP) โดย Erel E. และ คณะ (2003) Hybrid Ant System (HAS) โดย McKendall และ Shang (2004) จากการเปรียบเทียบพบว่าที่จำนวนแผนก (Department, N) = 6 วิธี SA I และ HAS ให้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด เมื่อเพิ่มจำนวนแผนก (N) = 15 พบว่าวิธี SA_EG ได้ผลดีที่สุดแตกต่างจากวิธีอื่น ๆ อย่างชัดเจน แต่เมื่อเพิ่มจำนวนแผนก (N) = 30 พบว่าวิธี SAII จะให้ผลดีที่สุด สาเหตุเนื่องจากวิธี SA I เป็นการสุ่มสมบูรณ์ ในขณะที่วิธี SA II จะเพิ่มกลยุทธ์ค้นหาข้อมูลข้างเคียงทั้งหน้า และ หลัง ทั้งนี้ในการสลับตำแหน่งสองตำแหน่งข้างเคียงหน้า และ/หรือ หลัง อาจให้ค่าที่เป็น Optimal Solution

ดังนั้นจากผลการทดสอบจึงนำวิธีการของ SA II เพิ่มเติมเข้าไปในวิธีของ SA I เพื่อแก้ปัญหาทั้งสิ้นจำนวน 48 ปัญหาอีกครั้ง พบว่าวิธีที่นำเสนอสามารถแก้ไขปัญหา DFLP ได้สูงสุดทั้งสิ้น 35 ปัญหา (SA_EG=23, HAS= 21, DP=12 และ GA=10 ตามลำดับ) นอกจากผลลัพธ์ที่ได้แล้วยังพบสิ่งที่น่าสังเกตคือ เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการประมวลผลที่น้อยกว่าวิธีอื่น ๆ

ปี 2005 Solimanpur ได้ศึกษาและเปรียบเทียบผลลัพธ์จากการแก้ไขปัญหาการวางผังเครื่องจักรเชิงแถวเดียว (Single row layout problem) ที่ใช้ในระบบการผลิตแบบยืดหยุ่น

(Flexible manufacturing systems) ซึ่งต้องอาศัยระบบการจัดส่งวัตถุที่ยืดหยุ่น (Flexible material-handling system) เช่น หุ่นยนต์ (Robot) ยานยนต์ลำเลียงอัตโนมัติ (Automated guided vehicle, AGV) เป็นต้น โดย Solimanpur ได้ศึกษาถึงปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อการวางผังระบบ เช่น ขนาดและมิติของเครื่องจักรต่าง ๆ ระยะห่างระหว่างเครื่องจักร สถานที่ที่เครื่องจักรติดตั้งอยู่ และเสนอวิธีการแก้ไขปัญหาด้วยการประยุกต์ใช้วิธีฝูงมด และเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับวิธีการอื่น ๆ เพื่อลดระยะทางในการจัดส่งวัสดุต่าง ๆ ที่ใช้กับเครื่องจักรในกระบวนการผลิต ดังนี้

- วิธีแก้ไขปัญหาการวางผังเครื่องจักรที่มีประสิทธิภาพ (An efficient equipment layout problem) ของ Neghabat (1974)
- วิธีฮิวริสติกสำหรับการวางผังของสิ่งอำนวยความสะดวกที่มีจำนวนมาก (A Heuristic procedure for the layout of a large number of facilities) ของ Drezner (1987)
- วิธีแก้ไขปัญหาการวางผังของสิ่งอำนวยความสะดวกด้วยแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพ (Efficient models for the facility layout problem) ของ Heragu และคณะ (1991)
- การแก้ไขปัญหาการวางผังด้วยวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง (Experimental analysis of simulated annealing based algorithms for the layout problem) โดย Heragu (1992) และ Braglia (1996) ตามลำดับ
- การแก้ไขปัญหาการวางผังด้วยวิธีคอนสตรัคทีพกรีดดี้ฮิวริสติก (A constructive greedy heuristic) โดย Kumar (1995)

ผลการศึกษาพบว่าวิธีฝูงมดที่นำไปใช้แก้ไขปัญหาการวางผังเครื่องจักรได้ดีเทียบเท่ากับวิธีการอื่น ๆ ในกรณีที่เครื่องจักรมีไม่เกิน 8 เครื่อง แต่มีข้อได้เปรียบที่เวลาในการประมวลผลต่ำกว่า แต่ในกรณีที่เครื่องจักรมีเป็นจำนวนมาก (12-30 เครื่อง) พบว่าค่าที่ได้จากวิธีฝูงมดให้ค่า objective function และเวลาที่ใช้ในการประมวลผลที่ต่ำกว่าวิธีการอื่น ๆ ในการประยุกต์ใช้แก้ไขปัญหาการวางผังเครื่องจักรเชิงเดี่ยว

ในปี 2004 Tang เสนอวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง เพื่อแก้ไขปัญหาขนาดของลอต (Lot Sizing Problems) โดยนำวิธีไบนารี่เมตริกซ์มาประยุกต์ใช้ตามขนาดของแผนการผลิต ซึ่งแปรผันตามระดับของ BOM (Bill of Materials) และจำนวนผลิตภัณฑ์ ค่าควบคุมระบบ (Parameters) ที่สำคัญได้แก่ Configuration, Cost Function, Move set และ Cooling Schedule โดยออกแบบการทดลองเป็นงานประกอบ (Assembly) อย่างง่าย ๆ โดยมีอัตราส่วนความต้องการ

แบบหนึ่งต่อหนึ่ง (One-to-One Demand Ratio) ระยะเวลาในการวางแผน n=12 ช่วงเวลา และจำนวนชิ้นงานจะมีค่าเปลี่ยนแปลงที่ m=1, 3 และ 9 ชิ้น โดยมีการสร้างความต้องการจากภายนอกแบบสุ่มด้วยการกระจายแบบยูนิฟอร์มที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 100 และกำหนดให้ค่า Holding cost (H_i) และ set-up cost (K_i) คงที่ในแต่ละช่วงเวลา และกำหนดปัจจัยที่มีผลต่อการทดสอบปัญหาดังนี้

- อุณหภูมิเริ่มต้น (Starting Temperature, T) ที่ 25 50 และ 100 ตามลำดับ
- อัตราเร็วในการลดอุณหภูมิ (Reducing Rate, R) ที่ 0.8 0.4 และ 0.2 ตามลำดับ
- จำนวนการเคลื่อนย้ายในแต่ละอุณหภูมิ (Moves at each temperature, M) ที่ 2 4 และ 8 เท่าของจำนวนชิ้นงาน (m) และจำนวนช่วงเวลา (n) เช่น 8*m*n

จากการทดสอบแก้ไขปัญหา พบว่าปัจจัยที่ส่งผลให้ได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดคือ อุณหภูมิเริ่มต้น (T) และ อัตราเร็วในการลดอุณหภูมิ (R) ส่วนในกรณีของจำนวนการเคลื่อนย้าย (M) ไม่มีผลต่อต้นทุนอย่างมีนัยสำคัญ และจากการทดลองนี้พบข้อสังเกตว่า ค่าที่เหมาะสมของอุณหภูมิเริ่มต้นควรใช้ค่าที่ต่ำ (T=25) และอัตราเร็วในการลดอุณหภูมิที่สูง (R=0.2) ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง เพื่อใช้ในการแก้ไขปัญหา

ปี 2004 Bell และคณะ ได้ดำเนินงานวิจัย โดยมีวัตถุประสงค์ในการลดต้นทุนการกระจายสินค้า (distribution) และ ลอจิสติกส์ (Logistics) โดยผ่านตัวแบบปัญหาเส้นทางพาหนะ (Vehicle Routing Problem, VRP) โดยวัดผลเปรียบเทียบจากระยะทางที่น้อยที่สุด หรือ ต้นทุนต่ำที่สุด ปัจจัยที่สำคัญของคำตอบประกอบด้วยเส้นทาง และจำนวนพาหนะที่ใช้ในการส่งสินค้า หรือบริการไปยังลูกค้าต่าง ๆ ปัญหานี้ต้องสามารถตอบสนองต่อข้อจำกัดต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี เช่น พาหนะที่ใช้ต้องไปหาลูกค้าเพียงแค่ครั้งเดียวเท่านั้น จุดเริ่มและสิ้นสุดของเส้นทางต้องอยู่ที่ศูนย์กระจายสินค้าเท่านั้น และ ระยะทางที่ไกลที่สุด (Maximum Route Length) ของแต่ละเส้นทางต้องไม่เกินเวลาในการให้บริการ (Maximum Service Time)

ได้มีการศึกษาและค้นหาวิธีต่างๆ ที่ใช้แก้ไขปัญหาเส้นทางพาหนะ (Vehicle Routing Problem) จำนวนมาก ด้วยการประยุกต์การแก้ไขปัญหาแบบฮิวริสติก ได้แก่ วิธีค้นหาแบบตาบู (Tabu Search) วิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง เป็นต้น ดังนั้นงานวิจัยนี้มุ่งเน้นการประยุกต์และดัดแปลงวิธีฝูงมดในการแก้ปัญหา VRP ที่มีความซับซ้อน และขนาดของปัญหาต่าง ๆ กัน เช่น จำนวนลูกค้า จำนวนเส้นทาง และยานพาหนะ เป็นต้น

ผลการศึกษาและทดลองพบว่าที่จำนวนลูกค้า 50 ราย วิธีฝูงมดเดียว (Single ACO) และหลายฝูง (Multiple ACO) สามารถค้นหาผลลัพธ์ได้ใกล้เคียงโดยแตกต่างจากค่าที่เหมาะสมที่สุดไม่เกิน 1% ในกรณีที่มีลูกค้าจำนวน 100 ราย วิธีฝูงมดเดียวสามารถค้นหาได้ผลลัพธ์ใกล้เคียงโดยแตกต่างจากค่าที่เหมาะสมที่สุด ไม่เกิน 3.9% และ 1.7% ในวิธีหลายฝูง และในกรณีที่มีลูกค้าจำนวน 150 ราย วิธีฝูงมดเดียว และหลายฝูง สามารถค้นหาได้ผลลัพธ์ใกล้เคียงโดยแตกต่างจากค่าที่เหมาะสมที่สุด ไม่เกิน 10.06% และ 6.45% ตามลำดับ และจากการทดลองพบว่าหากจำนวนยานพาหนะที่ใช้มีจำนวนมาก การประยุกต์ใช้วิธีฝูงมดหลายฝูงจะให้ผลลัพธ์ในการแก้ไขปัญหาที่ดีกว่า

ในปี 2004 สมศักดิ์ สนเทศ ได้ศึกษาวิธีการแก้ไขปัญหาของกระบวนการโดยวิธีเมตาฮิวริสติก 2 วิธี คือ วิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm, GA) และ วิธีค้นหาแบบตาบู (Tabu Search) ผ่านการจำลองปัญหาแบบกลวิธีพื้นผิวตอบสนอง โดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ กัน เช่น สมการพาราโบลิค สมการเช็คเกลที่มีจุดยอดหลายจุด และสมการโรเซ็นบรอคที่มีจุดยอดอยู่ตรงขอบ ซึ่งสมการที่ใช้ประกอบด้วยปัจจัย 2 3 และ 4 ปัจจัย นอกจากนั้นยังประกอบด้วยค่าความผิดพลาด หรือสิ่งรบกวน ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตั้งแต่ 0 ถึง 3

ผลการศึกษาพบว่าวิธีเชิงพันธุกรรมและวิธีค้นหาแบบตาบูเป็นวิธีที่สามารถหาค่าได้ดีที่สุดใกล้เคียงกันในระยะเวลาที่จำกัด แต่สิ่งที่พบจากการทดลองคือ วิธีเชิงพันธุกรรมมีแนวโน้มที่จะได้คำตอบที่ดีกว่าในกรณีที่สมการมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น สาเหตุอันเนื่องมาจากโครงสร้างของวิธีเชิงพันธุกรรมทำงานด้วยการแปลงค่าของปัจจัย เป็นบิตโดยตรง และพารามิเตอร์ที่ซับซ้อนทำให้สามารถทำงานภายใต้สิ่งรบกวนที่สูงกว่าได้

ในปี 2003 อนิสา ชลายนเดชะ ได้ศึกษาการจำลองวิธีการแก้ไขปัญหาด้วย วิธีการซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด (Modified Simplex Algorithm) และวิธีการสตีพเพสแอสเซนท์ (Steepest Ascent Method) ด้วยคอมพิวเตอร์ โดยใช้แบบจำลองปัญหาแบบกลวิธีพื้นผิวตอบสนอง เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ เช่น สมการพาราโบลิค สมการเช็คเกลที่มีจุดยอดหลายจุด และสมการโรเซ็นบรอคที่มีจุดยอดอยู่ตรงขอบ ซึ่งสมการที่ใช้ประกอบด้วยปัจจัย 2 ถึง 4 ปัจจัย นอกจากนั้นยังประกอบด้วยค่าความผิดพลาด หรือสิ่งรบกวน ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตั้งแต่ 0 ถึง 3

ผลการศึกษาพบว่าวิธีการซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด และวิธีการสตีพเพสแอสเซนท์สามารถหาคำตอบของผลตอบสนองที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ระบบที่ไม่มีสิ่งรบกวน ในกรณีระบบที่

มีสิ่งรบกวน 1 ถึง 3 วิธีการซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาดสามารถหาคำตอบ ที่ค่าเฉลี่ยของคำตอบไม่แตกต่างกันมาก แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการทนต่อสิ่งรบกวนได้ค่อนข้างดี แต่ต้องเพิ่มจำนวนครั้งในการทดลองขึ้นเมื่อสิ่งรบกวนสูงขึ้น ส่งผลเสียในแง่ของเวลาที่ใช้ โดยที่ไม่ทำให้ผลตอบสนองที่ได้มีค่าสูงขึ้น ส่วนวิธีการสตีพเพสแอสเซนท์ กลับพบปัญหาจากการหยุดการทดสอบเนื่องจากผลกระทบจากพื้นผิวของสมการกำลังสอง (Quadratic effect)

ปี 2003 พิศลย์ มีแก้ว ได้ศึกษาและวิจัย โดยมีวัตถุประสงค์ในการเปรียบเทียบผลที่ได้จากวิธีเชิงพันธุกรรม (GA) เทียบกับวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง (Simulated Annealing, SA) ด้วยการจำลองการแก้ไขปัญหาด้วยคอมพิวเตอร์ โดยผ่านกลวิธีพื้นผิวตอบสนอง เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ 3 แบบ คือ สมการพาราโบลิค สมการเซ็คเกล และสมการโรเซ็นบรอค ซึ่งสมการที่ใช้ประกอบด้วยปัจจัย 2 ถึง 4 ปัจจัย และค่าความผิดพลาดตั้งแต่ 0 ถึง 3

ผลการศึกษาพบว่าวิธีเชิงพันธุกรรมและวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงสามารถหาค่าที่เหมาะสมที่สุดได้ใกล้เคียงกันในระยะเวลาที่จำกัด ในกรณีของสมการ 2 ปัจจัย แบบไม่มีสิ่งรบกวน พบว่าวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงสามารถหาคำตอบได้ดีกว่าและรวดเร็วกว่า ในทางตรงกันข้ามหากสมการมีความซับซ้อนมากขึ้นวิธีเชิงพันธุกรรมมีแนวโน้มในการหาคำตอบได้ดีกว่า

ปี 1995 Khan และคณะ ได้ศึกษาและวิจัย โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาสภาวะที่เหมาะสมในการทำงานของเครื่องจักร เพื่อให้เกิดผลประหยัด ผ่านวิธีการแก้ไขปัญหาแบบนอนเกรเดียนเบส (Non-Gradient Based Optimization Techniques) เช่น GA, SA โดยเปรียบเทียบกับวิธีการแบบเกรเดียนเบส (Gradient Based Methods) เช่น ซีเควนเชียนอันคอนสเตรนมินิไมเซชั่น (Sequential Unconstrained Minimization Technique, SUMT), บอกซ์คอมเพลกซ์เสิร์ช (Box's Complex Search), ฮิลอัลกอริทึ่ม (Hill Algorithm Sequential search technique), เจเนอรัลรีดิวซ์เกรเดียน (Generalized Reduced Gradient, GRG) เป็นต้น

โดยนำวิธีการต่าง ๆ ข้างต้น มาทดสอบผ่านโมเดลต่างๆ ทั้ง 5 แบบ ดังนี้

1. โมเดลของฮาติและราโอ (Hati and Rao) ซึ่งมีเป้าหมายในการลดต้นทุนต่อชิ้นงาน (Yens/pc) สำหรับเครื่องจักรแบบกลึงหลายครั้ง (Multi-Pass Turning) ของชิ้นงานที่มีวัสดุเป็นเหล็กเหนียว (Mild Steel)
2. โมเดลของเอมเมอร์ (Ermer) ซึ่งต้องการลดต้นทุนต่อชิ้นงาน (Dollars/pc) สำหรับเครื่องจักรแบบกลึงครั้งเดียว (Single Pass Turning)

3. โมเดลของเปโตรเปารัส (Petropoulos) ซึ่งมีเป้าหมายในการลดต้นทุนต่อชิ้นงาน (Pence/pc) สำหรับเครื่องจักรแบบกลึงครั้งเดียว (Single Pass Turning) ของชิ้นงานที่มีวัสดุเป็นเหล็กคาร์บอน (Carbon Steel)
4. โมเดลของเอมเมอร์และโครโมดิฮาดโจ (Ermer and Kromodihardjo) ซึ่งต้องการลดต้นทุนต่อชิ้นงาน (Dollars/pc) สำหรับเครื่องจักรแบบกลึงครั้งเดียว (Single Pass Turning)
5. โมเดลของอิวาตา โอบะ และ มุโรสึ (Iwata, Oba and Murotsu) ซึ่งต้องการลดต้นทุนต่อชิ้นงาน (Yens/pc) สำหรับเครื่องจักรแบบกลึงหลายครั้ง (Multi-Pass Turning) ของชิ้นงานที่มีวัสดุเป็นเหล็กกึ่งคาร์บอน (Medium Carbon Steel)

ผลการทดสอบพบว่าวิธีการนอนเกรเดียนเบส (Non-Gradient Based Optimization Techniques) ให้ผลที่มีความแน่นอนและถูกต้อง สำหรับปัญหาการปรับแต่งเครื่องจักรมากกว่าวิธีการแบบเกรเดียนเบส (Gradient Based Methods)