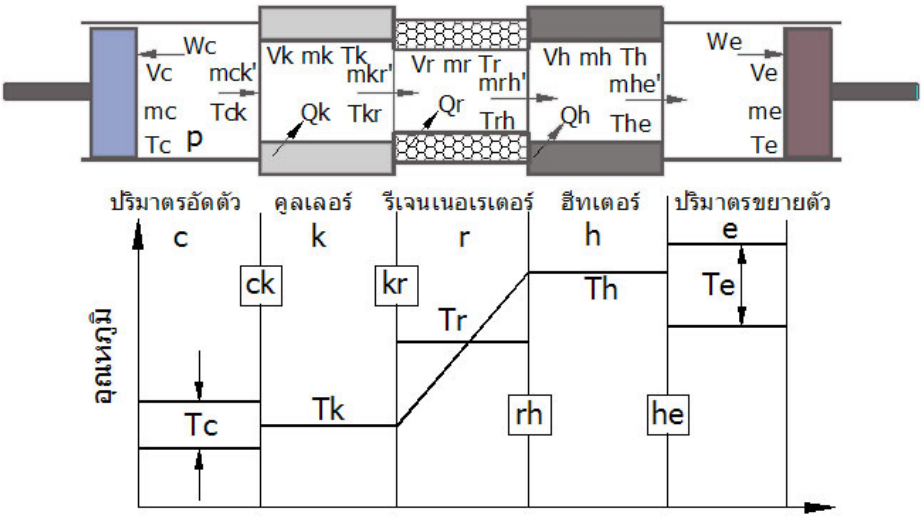
ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองอะเดียบาติก

แบบจำลองอะเดียบาติกเป็นแบบจำลองที่ใช้เพื่อหาสมการเพื่อใช้ในการคำนวณหางานและความร้อนในเครื่องยนต์สเตอลิง โดยพิจารณาเครื่องยนต์โดยแบ่งย่อยเป็น 5 ส่วนดังรูป โดยตัวห้อย h k r c e แทนฮีทเตอร์ คูลเลอร์ รีเจนเนอเรเตอร์ ปริมาตรส่วนอัดและส่วนขยาย ตามลำดับ โดยส่วนระหว่างขอบเขตปริมาตรใช้ตัวแปรระหว่างส่วนนั้นๆ เช่น c-k แทนส่วนขอบเขตของส่วนอัดและคูลเลอร์ ตามภาพที่ ก1



ภาพ ก1

แสดงปริมาตรส่วนต่างๆ ตามแบบจำลองอะเดียบาติกและสัญลักษณ์

พิจารณาก๊าซสารทำงานเป็นก๊าซอุดมคติ สมการสภาวะและความสัมพันธ์สมบัติของก๊าซ

$$pV = mRT$$

$$c_p - c_v = R$$

$$c_p / c_v = \gamma$$

ผลรวมของมวลของก๊าซมีค่าคงที่

$$m_c + m_k + m_r + m_h + m_e = M \qquad \text{(ก-1)}$$

การเปลี่ยนแปลงรวมของมวลในระบบเป็นศูนย์

$$dm_c + dm_k + dm_r + dm_h + dm_e = 0 \qquad \text{(ก-2)}$$

จากกฎของก๊าซอุดมคติ

$$\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dm}{m} + \frac{dT}{T} \qquad \text{(ก-3)}$$

ส่วนที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงปริมาตร คือ ฮีทเตอร์,รีเจนเนอเรเตอร์และคูลเลอร์ ให้อุณหภูมิคงที่ อนุพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิและปริมาตรเป็นศูนย์

$$\frac{dp}{p} = \frac{dm}{m} \qquad \text{(ก-4)}$$

จากสมมติฐานให้ความดันมีค่าสม่ำเสมอทุกส่วน จะได้

$$dm_i = dp(\frac{m_i}{p}) = \frac{dp}{R}(\frac{V_i}{T_i}) \qquad \text{(ก-5)}$$

โดยที่ $i = 1,2,3$ สำหรับคูลเลอร์,รีเจนเนอเรเตอร์และฮีทเตอร์ แทนสมการ(ก-5) ใน (ก-1)

$$dm_c + dm_e + (\frac{dp}{R})(\sum_{i=1-3}\frac{V_i}{T_i}) = 0 \qquad \text{(ก-6)}$$

สมการทั่วไปพลังงานในส่วนปริมาตรต่าง ๆ (2.7)

$$dQ + c_p(T_i m_i - T_o m_o = dW + c_v d(mT) \qquad \text{(ก-7)}$$

สมการทั่วไปพลังงานในส่วนปริมาตรอัดตัวและมีทิศทางการไหลออกจากปริมาตรอัดตัว

$$-c_p T_{c-k} m_{c-k} = dW_c + c_v d(m_c T_c) \qquad \text{(ก-8)}$$

สมการทั่วไปพลังงานในส่วนปริมาตรอัดตัวและมีทิศทางการไหลออกจากปริมาตรอัดตัว

$$c_p T_{c-k} dm_c = pdV_c + c_v d(m_c T_c) \qquad \text{(ก-9)}$$

จัดสมการ(2.9)ให้อยู่ในรูปของ dm_c และจากสมการของก๊าซ

$$dm_c = (pdV_c + V_c dp/\gamma)/(RT_{c-k}) \qquad \text{(ก-10)}$$

สำหรับปริมาตรขยายตัว จะได้สมการ

$$dm_e = (pdV_e + V_e dp/\gamma)/(RT_{h-e}) \quad \text{(ก-11)}$$

แทนสมการการเปลี่ยนแปลงมวลก๊าซ(2.10)และ(2.11) ลงในสมการมวลก๊าซ (2.6) จัดรูปให้อยู่ในสมการเปลี่ยนแปลงความดัน

$$dp = \frac{-\gamma \cdot p(dV_c / T_{c-k} + dV_e / T_{h-e})}{\frac{V_c}{T_{c-k}} + \gamma\left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h}\right) + \frac{V_e}{T_{h-e}}} \quad \text{(ก-12)}$$

นำสมการ(2.12) แทนลงในสมการก๊าซอุดมคติ จะได้สมการการเปลี่ยนแปลงค่าอุณหภูมิส่วนอัดและส่วนขยาย

$$dT_c = T_c\left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c}\right) \quad \text{(ก-13)}$$

$$dT_e = T_e\left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_e}{V_e} - \frac{dm_e}{m_e}\right) \quad \text{(ก-14)}$$

สำหรับ heat exchanger ทั้งสามส่วน ปริมาตรไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงและ อุณหภูมิคงที่ไม่เกิดงาน $dW = 0$ จากสมการพลังงาน

$$dQ + c_p(T_i m_i - T_0 m_o) = c_v T dm = c_v T dp / R \quad \text{(ก-15)}$$

สมการพลังงานสำหรับคูลเลอร์

$$dQ_k = \frac{V_k \cdot dp \cdot cv}{R} - cp(T_{ck} \cdot m_{ck}' - T_k \cdot m_{kr}') \quad \text{(ก-16)}$$

สมการพลังงานสำหรับรีเจนเนอเรเตอร์

$$dQ_r = \frac{V_r \cdot dp \cdot cv}{R} - cp(T_k \cdot m_{kr}' - T_h \cdot m_{krh}') \quad \text{(ก-17)}$$

สมการพลังงานสำหรับฮีทเตอร์

$$dQ_h = \frac{V_h \cdot dp \cdot cv}{R} - cp(T_h \cdot m_{rh}' - T_{he} \cdot m_{he}) \quad \text{(ก-18)}$$

สมการเงื่อนไขค่าเริ่มต้น

$$T_{c_0} = T_k, T_{e_0} = T_h \quad \text{(ก-19)}$$

$$Q_{k_0} = Q_{r_0} = Q_{h_0} = W_{c_0} = W_{e_0} = 0 \qquad \text{(ก-20)}$$

สรุปสมการ

$dT_c = T_c(\frac{dp}{p} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c})$ $dT_c = T_c(\frac{dp}{p} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c})$ $dQ_k = \frac{V_k \cdot dp \cdot cv}{R} - cp(T_{ck} \cdot m_{ck}' - T_k \cdot m_{kr}')$ $dQ_r = \frac{V_r \cdot dp \cdot cv}{R} - cp(T_k \cdot m_{kr}' - T_h \cdot m_{krh}')$ $dQ_h = \frac{V_h \cdot dp \cdot cv}{R} - cp(T_h \cdot m_{rh}' - T_{he} \cdot m_{he})$ $dW_c = pdV_c$ $dW_e = pdV_e$	สมการพลังงาน
$p = MR / \left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_e} \right)$ $dp = \frac{-\gamma \cdot p(dV_c / T_{c-k} + dV_e / T_{h-e})}{\frac{V_c}{T_{c-k}} + \gamma\left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h}\right) + \frac{V_e}{T_{h-e}}}$	สมการความดัน
$m_i = pV_i / RT_i$ โดยที่ i=1-5 สำหรับปริมาตรทั้ง 5	สมการมวล
$dm_c = (pdV_c + V_c dp / \gamma) / (RT_{c-k})$ $dm_e = (pdV_e + V_e dp / \gamma) / (RT_{h-e})$ $dm_i = dp(\frac{m_i}{p}) = \frac{dp}{R}(\frac{V_i}{T_i})$ โดยที่ i=1-3 สำหรับปริมาตรไม่เปลี่ยนแปลงทั้งสามส่วน	การเปลี่ยนแปลงมวล
$m_{c-k} = -dm_c$, $m_{k-r} = -m_{c-k} - dm_k$ $m_{h-e} = -dm_e$, $m_{r-h} = -m_{h-e} - dm_h$	การไหลของก๊าซระหว่างขอบเขตปริมาตร
ถ้า $m_{c-k} > 0$, $T_{c-k} = T_c$ มิเช่นนั้น $T_{c-k} = T_k$ ถ้า $m_{h-e} > 0$, $T_{h-e} = T_h$ มิเช่นนั้น $T_{h-e} = T_e$	ค่าอุณหภูมิตามทิศทางการไหล

ขั้นตอนการหาผลลัพธ์

ลำดับ	ขั้นตอน	ตัวแปรที่ทราบค่า
1	กำหนดอุณหภูมิด้านร้อนและด้านเย็น	T_h , T_k
2	คำนวณอุณหภูมิรีเจนเนอเรเตอร์	T_r
3	กำหนดปริมาตรอัดตัวและขยายตัว	V_c , V_e
4	หาการเปลี่ยนแปลงปริมาตร	dV_c , dV_e
5	กำหนดก๊าซที่ใช้เป็นสารทำงาน	R , c_p , c_v
6	กำหนดค่าเริ่มต้น สมการ(2.19)	$T_{c_0}, T_{e_0}, Q_{k_0}, Q_{r_0}, Q_{h_0}$, W_{c_0}, W_{e_0}
7.	หาค่าความดันและการเปลี่ยนแปลงความดัน	p , dp
8.	หามวลของก๊าซในแต่ละส่วนจากสมการมวล	m_c, m_k, m_r, m_h, m_e
9.	หาการเปลี่ยนแปลงมวลของก๊าซในแต่ละส่วน	$dm_c, dm_k, dm_r, dm_h, dm_e$
10.	การไหลของก๊าซระหว่างขอบเขตปริมาตร	$m_{c-k}, m_{k-r}, m_{h-e}, m_{r-h}$
11.	ค่าอุณหภูมิตามทิศทางการไหล	T_{c-k} , T_{h-e}
12.	นำเวคเตอร์ของค่าตัวแปรหาผลรวมเชิงตัวเลขจนค่าอุณหภูมิ ส่วนเย็น T_c และส่วนร้อน T_e ลู่เข้าสู่ค่าเริ่มต้น และอยู่ในเปอร์เซนต์ความผิดพลาดที่กำหนด	ค่าของตัวแปรทุกตัวที่เปลี่ยนไปในช่วงมุมหมุนที่กำหนด