The Numerical Solution of the Two-Dimensional Heat Conduction Equation Subject to Non-Local Boundary Conditions

Mr. Tanapat Techapirom M.Ed. (Mathematics)

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy (Applied Mathematics)
Department of Mathematics
Faculty of Science
King Mongkut's University of Technology Thonburi
2012

Thesis Committee

..... Chairman of Thesis Committee
(Assoc. Prof. Sanoe Koonprasert, Ph.D.)

..... Member and Thesis Advisor
(Asst. Prof. Anirut Luadsong, Ph.D.)

..... Member
(Lect. Dusadee Sukawat, Ph.D.)

..... Member
(Lect. Chatchawan Watchararuangwit, Ph.D.)

Thesis Title	The Numerical Solution of the Two-Dimensional Heat Conduction Equation Subject to Non-Local Boundary Conditions
Thesis Credits	36
Candidate	Mr. Tanapat Techapirom
Thesis Advisor	Asst. Prof. Dr. Anirut Luadsong
Program	Doctor of Philosophy
Field of Study	Applied Mathematics
Department	Mathematics
Faculty	Science
B.E.	2555

Abstract

A Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) method is presented to solve the two-dimensional time-dependent heat conduction equation, subject to non-local boundary conditions on a square domain. To find the approximate solution of this problem, one first needs to approximate the unknown field function using shape functions then constructing the linear system. There are various methods for constructing a shape function. The Moving Least Square (MLS) approximation is used here for constructing shape functions, but it does not satisfy the Kronecker delta property. In this research, two techniques are presented to treat this problem. The first technique uses a penalty parameter to impose at Dirichlet’s boundary conditions and Neumann’s boundary conditions. The second technique improves the weight function in the MLS approximation scheme. Those shape functions obtained from this technique almost have the Kronecker delta property. The results show that the approximation by using the second technique demonstrated higher accuracy than the first technique. Moreover, the coding work, calculation time, and memory cost can also be reduced.

Keywords: Meshless Local Petrov-Galerkin / Moving Least Square / Heat Conduction Equation / Non-local Boundary Condition / Dirichlet's and Neumann's Boundary Conditions / Kronecker Delta

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการนำความร้อนใน 2 มิติภายใต้เงื่อนไขค่าขอบเขตแบบไม่เฉพาะที่
หน่วยกิต	36
ผู้เขียน	นาย ธนภัทร เตชาภิรมณ์
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร. อนิรุธ ลวดทรง
หลักสูตร	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
คณะ	วิทยาศาสตร์
พ.ศ.	2555

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอการใช้วิธีเมชเลสพีทรอฟ-กาเลอคินเพื่อหาผลเฉลยสมการนำความร้อนใน 2 มิติที่ขึ้นกับเวลาภายใต้เงื่อนไขค่าขอบเขตแบบไม่เฉพาะที่ในโดเมนจัตุรัส ในการประมาณค่าผลเฉลยของปัญหานี้อันดับแรกจำเป็นต้องหาฟังก์ชันรูปร่างเพื่อนำไปสร้างฟังก์ชันทดลองก่อนจากนั้นนำไปสร้างระบบสมการเชิงเส้น การสร้างฟังก์ชันรูปร่างนั้นมีหลากหลายวิธี วิธีการประมาณค่ามูวิงลีสท์สแควร์นั้นได้ถูกเลือกมาใช้สร้างฟังก์ชันรูปร่างซึ่งฟังก์ชันรูปร่างที่ได้มาขาดสมบัติโครเนคเคอร์เดลตา ในงานวิจัยนี้มี 2 วิธีที่ถูกนำเสนอในการแก้ปัญหาดังกล่าว วิธีที่ 1 ใช้เพนอลทีพารามิเตอร์มาแก้ไขปัญหาค่าขอบเขตแบบดีรีเคลและนอยมันน์ และวิธีที่ 2 ใช้การปรับปรุงฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักในกระบวนการของการประมาณค่ามูฟวิ่งลีสท์สแควร์ซึ่งจะทำให้ฟังก์ชันรูปร่างที่ได้เกือบจะมีสมบัติโครเนคเคอร์เดลตา ผลเฉลยที่ได้สำหรับวิธีที่ 2 ให้ผลเฉลยที่มีความแม่นยำสูงกว่าวิธีที่ 1 อีกทั้งด้านการรหัส เวลาการคำนวณ และต้นทุนหน่วยความจำลดลง

คำสำคัญ : วิธีเมชเลสพีทรอฟ-กาเลอคิน / มูวิงลีสท์สแควร์ / สมการนำความร้อน / ขอบเขตแบบไม่เฉพาะที่ / เงื่อนไขขอบเขตแบบดีรีเคลและนอยมันน์ / โครเนคเคอร์เดลตา

ACKNOWLEDGEMENT

I would like to thank Asst. Prof. Dr. Anirut Luadsong, my thesis advisor, who helped and taught me about usability of the MATLAB model in order for the paper to be done well, verified and gave good counsel during work. I want to thank Assoc. Prof. Dr. Sanoe Koonprasert from the Department of Mathematics, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Dr. Dusadee Sukawat and Dr. Chatchawan Watchararuangwit from the Department of Mathematics, King Mongkut's University of Technology Thonburi, members of the examination committee.

Also, I want to thank all of the lecturers from the Department of Mathematics, King Mongkut's University of Technology, who taught and advised me. Moreover, I would like to thank Bansomdejchaopraya Rajabhat University (BSRU) for providing a scholarship, Centre of Excellence in Mathematics (Faculty of Science at Mahidol University - Phayathai Campus), and my parents for financial support for my study in the Doctorate program.