

บทที่ 3

แนวคิด ทฤษฎี และงานการให้คำปรึกษาที่เกี่ยวข้อง

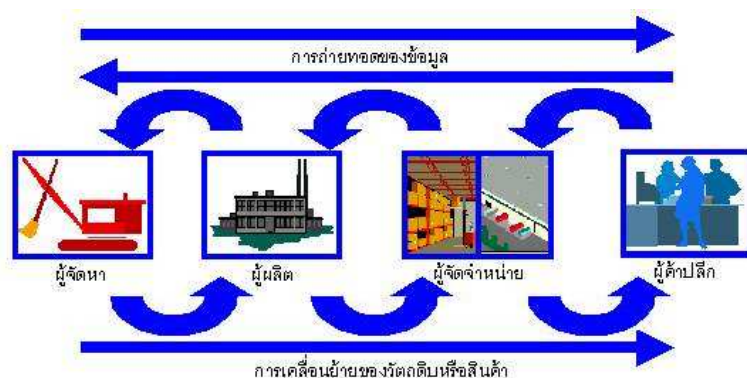
3.1 การจัดการโซ่อุปทาน

3.1.1 คำจำกัดความของโซ่อุปทาน

คำจำกัดความทั่วไปของการจัดการโซ่อุปทาน (Supply Chain Management) (Houlihan, 1985; Stevens, 1989; Lee and Billington, 1993; and Lamming, 1996) เป็นวิธีการบริหารกระบวนการผลิตและจัดจำหน่ายให้มีประสิทธิภาพมากที่สุด ซึ่งระบบโซ่อุปทานจะประกอบไปด้วย ผู้จัดหา ผู้ผลิต ผู้จัดจำหน่าย ผู้ค้าปลีกและผู้ซื้อ โดยการเคลื่อนย้ายของวัตถุดิบหรือผลิตภัณฑ์จะเริ่มต้นจากผู้จัดหาไปสู่ผู้ซื้อ และมีการแลกเปลี่ยนข้อมูลภายในระบบโซ่อุปทานทั้ง 2 ทิศทาง ดังแสดงในภาพที่ 3.1

ภาพที่ 3.1

รูปแบบของโซ่อุปทาน



โดยปกติ โซ่อุปทานประกอบด้วย การดำเนินการของหลายหน่วยงานที่มีวัตถุประสงค์ที่แตกต่างกัน ซึ่งวัตถุประสงค์ของแต่ละหน่วยงานนั้นมีความเป็นอิสระต่อกัน ทำให้เกิดความขัดแย้งเกิดขึ้น ดังเช่นวัตถุประสงค์ของการตลาดคือ ยอดขายที่สูงที่สุดและระดับการบริการลูกค้าที่สูง ซึ่งขัดแย้งกับเป้าหมายของปริมาณการผลิตทั้งหมดและการกระจายสินค้า แต่วัตถุประสงค์ของการผลิตคือ ผลผลิตที่สูงที่สุดและต้นทุนต่ำ โดยคำนึงถึงผลกระทบต่อสินค้าคงคลังและความสามารถในการกระจายสินค้า ดังนั้นการจัดการโซ่อุปทานจึงควรรวบรวมวัตถุประสงค์ของแต่ละหน่วยงานให้เป็นวัตถุประสงค์เดียวกัน และสอดคล้องในการดำเนินการของโซ่อุปทาน เพื่อให้

บรรลุเป้าหมายที่ดีที่สุดโซ่อุปทานดำเนินการตามวัตถุประสงค์ ในการสรรหาวัตถุดิบเพื่อแปรรูป วัตถุดิบเป็นผลิตภัณฑ์ และจัดส่งสินค้าไปยังผู้จัดจำหน่าย ดังนั้นโซ่อุปทานจะมีการดำเนินการใน ลักษณะที่แตกต่างกันระหว่างการเคลื่อนย้ายของวัตถุดิบหรือสินค้า ที่มีทิศทางไปข้างหน้า และ การถ่ายทอดของข้อมูลที่มีทิศทางทั้งไปข้างหน้าและย้อนกลับอย่างไรก็ตาม การให้คำจำกัดความ ของการจัดการโซ่อุปทานจากผู้ทรงคุณวุฒิหลายท่าน ซึ่งมีความแตกต่างกันไป แต่ก็อยู่ในแนวทาง และวัตถุประสงค์เดียวกัน ดังที่จะได้กล่าวเพื่อแสดงให้เห็นถึงแนวความคิดของแต่ละท่านต่อไปนี้

Ganeshan and Harrison (1995) เสนอว่า โซ่อุปทานไม่ได้เป็นเพียงห่วงโซ่แต่เป็น โครงข่ายของสถานที่และการกระจายสินค้าที่ดำเนินการเกี่ยวกับการจัดหาวัตถุดิบ การแปรรูป วัตถุดิบไปเป็นส่วนประกอบและสินค้าสำเร็จรูป และการกระจายของสินค้าสำเร็จรูปไปยังลูกค้าซึ่งเป็นหน้าที่ของการจัดการโซ่อุปทาน

Peter J Metz แห่ง Sloan School of Management (1998) กล่าวถึง คำนิยามของ MITเกี่ยวกับ Integrated Supply Chain Management (ISCM) ว่าเป็นกระบวนการ ซึ่ง ประกอบด้วยการจัดหา การผลิต การจัดส่งสินค้าและบริการให้แก่ลูกค้า ISCM มีขอบเขตอย่าง กว้าง ๆ รวมทั้งผู้จัดหาย่อย ผู้จัดหา การปฏิบัติการภายใน ลูกค้าขายส่ง ลูกค้าขายปลีก และผู้ใช้ สุดท้าย ครอบคลุมถึงการจัดการวัตถุดิบและสินค้า ข้อมูล และเงินทุน

เพชรรัตน์ ลิ้มสุปรียารัตน์ และ สุธาริน ปฐมวาณิชย์ (2004) โซ่อุปทานคือ โครงข่าย ขององค์กรที่เกี่ยวข้องกันโดยมีการเชื่อมต่อในกระบวนการที่แตกต่างกัน ซึ่งให้ผลลัพธ์ในรูปของ ผลิตภัณฑ์และบริการที่จะส่งไปยังผู้บริโภคลำดับสุดท้ายการจัดการโซ่อุปทาน (Supply Chain Management) เป็นการประสานงานกันของกิจกรรมต่างๆ ระหว่างผู้ขายกับผู้ผลิต และผู้ผลิตกับ ลูกค้า เพื่อที่จะนำสินค้าและบริการไปตอบสนองความต้องการของลูกค้าให้ทันเวลาและเชื่อถือได้ การจัดการโซ่อุปทานที่มีประสิทธิภาพจะทำให้เกิดความได้เปรียบเชิงแข่งขันก่อให้เกิดความสมดุล ระหว่างความพึงพอใจสูงสุดของลูกค้าและต้นทุนที่ต่ำสุดได้

3.1.2 กลยุทธ์การผลิตสำหรับตอบสนองอุปสงค์ในโซ่อุปทาน

Chopra, Sunil, and Meindl Peter (1999) วิธีการวางแผนและควบคุมการผลิตเป็น ส่วนสำคัญของการจัดการโซ่อุปทาน การสั่งซื้อสินค้าแสดงถึงประเภทของกระบวนการผลิตในโซ่ อุปทาน โดยทั่วไปกลยุทธ์การจัดการผลิต สำหรับตอบสนองอุปสงค์ที่ใช้ในการจัดการโซ่อุปทาน มี ดังต่อไปนี้

1. **Engineering-to-Order (ETO)** เป็นกลยุทธ์การผลิตที่เน้นถึงการออกแบบเชิงวิศวกรรมโดยเฉพาะตามข้อกำหนดของลูกค้า หรือมีการปรับเปลี่ยนให้เข้ากับความต้องการลูกค้า โดยเฉพาะ และได้รับความเห็นชอบจากลูกค้า การสั่งของลูกค้าทำให้ชุดของหมายเลขชิ้นส่วนรายการวัสดุ และเส้นทางการผลิต มีลักษณะเป็นแบบเฉพาะงานเดียว เพราะฉะนั้นจึงไม่มีการจัดเก็บคงคลังหรือแม้กระทั่งการออกแบบก่อนอุปสงค์เกิดขึ้น

2. **Make-to-Stock (MTS)** เป็นกลยุทธ์การผลิตที่เน้นถึงการสั่งสินค้าจากการจัดเก็บสินค้าสำรองของสินค้าสำเร็จรูปที่เก็บไว้ในแต่ละขั้นตอนของโซ่อุปทาน และสินค้าจะต้องมีการผลิตก่อนที่จะมีใบสั่งซื้อมาจากลูกค้า ดังนั้นกำหนดการแม่บทและกำหนดการประกอบขั้นสุดท้ายจะดำเนินการที่ระดับสินค้าสำเร็จรูป ทำให้การจัดเก็บสินค้าคงคลังขึ้นอยู่กับพยากรณ์และต้องการจำกัดความเสี่ยงโดยการกำหนดประเภทของสินค้า

3. **Make-to-Order (MTO)** เป็นกลยุทธ์การผลิตที่เน้นถึงการผลิตสินค้าตามใบสั่งซื้อจากลูกค้า ทำให้เกิดการเคลื่อนย้ายของวัตถุดิบหรือสินค้า และการแลกเปลี่ยนข้อมูลภายในโซ่อุปทาน ดังนั้นการจัดเก็บสินค้าคงคลังจะมีอยู่เพียงเล็กน้อยหรือไม่มีเลย สิ่งที่สำคัญคือ การกำหนดวันครบกำหนดและวันอนุมัติสำหรับการสั่งที่เกิดขึ้นในโซ่อุปทาน การจัดตารางของการสั่งทั้งหลาย เพื่อให้การเปลี่ยนแปลงของระยะเวลาในการสั่งที่เกิดขึ้นน้อยที่สุด การจัดสรรทรัพยากรที่มีประสิทธิภาพ และกลไกของการวางแผนการสั่งเพื่อตอบสนองลูกค้าอย่างมีประสิทธิภาพ

4. **Assembly-to-Order (ATO)** เป็นกลยุทธ์การผลิตที่เน้นถึงการประกอบสินค้าตามใบสั่งซื้อ โดยนำส่วนประกอบสำคัญที่มีอยู่มาใช้ในการประกอบสำหรับสินค้าหลายชนิด และสามารถเปลี่ยนแปลงส่วนประกอบอื่น ๆ ทั้งหมดของสินค้าสำเร็จรูป ดังนั้นส่วนประกอบสำคัญได้มีการวางแผนและจัดเก็บสินค้าคงคลังไว้รอการสั่งของลูกค้าอยู่แล้วการเปรียบเทียบคุณลักษณะระหว่างกลยุทธ์การจัดการผลิตสำหรับอุปสงค์ของโซ่อุปทานที่แตกต่างกันทั้ง 4

ภาพที่ 3.2

จุดแยกของการสั่งซื้อของลูกค้า



การจำแนกประเภทของกลยุทธ์การผลิตระหว่าง MTS MTO และ ATO โดยใช้ตำแหน่งที่แตกต่างกันของจุดแยกของการสั่งซื้อของลูกค้า ดังแสดงในภาพที่ 3.2 ซึ่งจุดแยกของการสั่งซื้อของลูกค้าคือตำแหน่งภายในโซ่อุปทานของระบบการผลิต ทำให้แยกออกเป็น 2 ส่วนคือ การผลิตบนพื้นฐานของการพยากรณ์และการผลิตบนพื้นฐานของการสั่งซื้อของลูกค้า จุดแยกของการสั่งซื้อของลูกค้าจะกำหนดระยะเวลาของการสั่งซื้อของลูกค้าที่น้อยที่สุด ซึ่งเกี่ยวข้องกับสินค้าสำรองในโซ่อุปทาน ในความเป็นจริงการพยากรณ์ไม่มีความแม่นยำเท่าที่ควร

3.2 การพยากรณ์

3.2.1 การจัดการอุปสงค์

วิชิต หล่อจิระชุมห์ และ คณะ(2536) คำจำกัดความทั่วไปของการจัดการอุปสงค์ ได้มีผู้ทรงคุณวุฒิจำกัดความไว้ว่าการจัดการอุปสงค์เกิดจากการแทรกแซงในตลาดที่มีอิทธิพลต่ออุปสงค์สำหรับการบริการ และทรัพยากรที่ใช้สำหรับอุปทานของการบริการ เพื่อให้ทรัพยากรที่มีอยู่กับความต้องการที่แท้จริงมีความเหมาะสมกันได้ดีที่สุด และเพื่อแสดงว่าการบริการที่ให้ไปนั้นมีคุณค่ามากที่สุดสำหรับเงินที่จ่ายไปการจัดการอุปสงค์ องค์กรจำเป็นต้องเข้าใจถึงหน้าที่ขององค์กรในการให้บริการอย่างละเอียด ดังนั้นองค์กรจะต้องมีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับลูกค้า เพื่อทราบถึงลักษณะความต้องการ และความคาดหวังของลูกค้าจุดประสงค์ของการจัดการอุปสงค์ไม่ได้ต้องการที่จะลดขอบข่ายหรือมาตรฐานของการบริการ เพื่อชดเชยการจัดการในส่วนที่ไม่ดีอื่นๆ ดังนั้นการจัดการอุปสงค์ จึงเป็นปัจจัยสำคัญในการเปลี่ยนแปลงการวางแผนทรัพยากรและกระบวนการจัดการในการสนับสนุนองค์กรในการวางแผนสำหรับการให้บริการเป็นขั้นตอนใน

การศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจของลูกค้าที่เหมาะสมและการกำหนดต้นทุนที่แท้จริงเพื่อการจัดหาบริการ ข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนนี้จะป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับขั้นตอนการวิเคราะห์และการวางแผน

กลยุทธ์เกี่ยวกับอุปทานต้องการทราบถึงบริการ และผลิตภัณฑ์ส่วนกลยุทธ์เกี่ยวกับอุปสงค์ต้องการข้อมูลเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบเกี่ยวกับความจำเป็น การจูงใจ ความคาดหวัง และแนวทางในการดำเนินการของลูกค้า ทักษะคิตของลูกค้าที่มีต่อองค์กร บริการที่นำเสนอ ค่านิยมทางสังคม และปัจจัยอื่น ๆ ส่งผลกระทบต่อการมีส่วนร่วมและสนับสนุนการนำไปใช้ของการจัดการอุปสงค์ การตอบสนองของลูกค้าต่อการเปลี่ยนแปลงของบริการและระดับของการบริการ ซึ่งส่งผลต่อการตัดสินใจในการยอมรับหรือปฏิเสธอุปสงค์ผลกระทบจากค่าใช้จ่ายของลูกค้า ส่งผลต่อกลยุทธ์การจัดการอุปสงค์ ซึ่งผลกระทบขึ้นอยู่กับความสามารถในการจับจ่ายและปริมาณการใช้บริการความไว้วางใจในการใช้บริการ และความสามารถในการยอมรับของลูกค้าต่อการเปลี่ยนแปลงแบบแผนของการบริโภค ดังนั้นแนวทางในการแก้ไขโดยการเสนอทางเลือกของการบริการ และการให้ความรู้และข้อมูลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงในการดำรงชีวิตให้แก่ลูกค้าการตอบสนองของลูกค้าต่อสิ่งกระตุ้น ซึ่งต้องยอมรับว่าสิ่งกระตุ้นมีผลต่อการมีส่วนร่วมของลูกค้า สิ่งกระตุ้นแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ สิ่งกระตุ้นที่ชัดเจน ได้แก่ ผลประโยชน์ทางการเงินที่เกิดขึ้น และสิ่งกระตุ้น ที่ไม่ชัดเจน ได้แก่ การปรับปรุงคุณภาพชีวิตในอนาคตความรู้เกี่ยวกับต้นทุนแท้จริงของการบริการที่จัดหา และทรัพย์สินในการดำเนินการมีความสำคัญสำหรับการให้บริการซึ่งต้นทุนที่แท้จริงเกี่ยวข้องกับต้นทุนทางการเงิน (Financial Cost) และต้นทุนเกี่ยวกับภาวะทางเศรษฐกิจ (Economic Cost) ต้นทุนทางการเงิน โดยทั่วไปเป็นต้นทุนในระบบทางบัญชีขององค์กร ส่วนต้นทุนเกี่ยวกับภาวะทางเศรษฐกิจได้จากการวิเคราะห์ต้นทุนและผลประโยชน์ที่ได้รับจากด้านต่าง ๆ ทั้งหมดตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

อุปสงค์มีความจำเป็นที่จะต้องกำหนดให้ชัดเจนและสนองต่อการจัดการที่กำหนดการวิเคราะห์และการวางแผนสำหรับอุปสงค์นั้นจะได้รับข้อมูลพื้นฐานจากขั้นตอนการเตรียมการที่ได้ทำการศึกษาไว้ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย 2 ขั้น ได้แก่อุปสงค์ในปัจจุบันและอนาคตจำเป็นจะต้องกำหนดประเภทและปริมาณที่แน่นอน ก่อนพัฒนาทางเลือกของการจัดการอุปสงค์ ข้อมูลสำหรับการนำมาใช้ได้มาจากการวิเคราะห์สภาวะของตลาดและประชากรศาสตร์ ขั้นนี้เป็นขั้นที่สำคัญในกระบวนการจัดการอุปสงค์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการกำหนดกลยุทธ์ที่เหมาะสม ซึ่งมีอิทธิพลต่ออุปสงค์และนำไปรวมกับทางเลือกสำหรับการประเมิน ซึ่งความสำคัญของขั้นนี้คือการค้นหากลยุทธ์ที่มีประสิทธิภาพโดยการกำหนดและประเมินทางเลือกที่เป็นไปได้หลายทางเลือก

การวางแผนเป็นงานเอกสารที่เกี่ยวกับขั้นตอนของกระบวนการ รวมถึงแนวทางของการดำเนินการ การตรวจสอบ และการประเมินการตอบสนองของการจัดการอุปสงค์ที่กำหนดไว้ชัดเจน การวางแผนการดำเนินการ ควรรวมถึงเป้าหมายสำหรับอุปสงค์ที่เปลี่ยนแปลงและแนวทางที่จัดทำขึ้นสำหรับการประเมินผลกระทบของการนำไปใช้เกี่ยวกับอุปสงค์ ต้นทุน การประยุกต์ใช้ และรายรับ ซึ่งวิธีการในเชิงปริมาณได้ถูกนำมาใช้ โดยการรวบรวมข้อมูล และประเมินเพื่อกำหนดการเปลี่ยนแปลงของคุณลักษณะเกี่ยวกับอุปสงค์ทางตรงเพื่อการนำไปใช้การจัดการอุปสงค์ที่ได้เลือกไว้ สิ่งที่ต้องคำนึงถึง คือ การตรวจสอบและการประเมินผลกระทบที่เกิดจากลูกค้าเนื่องจากสิ่งที่ยากก็คือการพยากรณ์ที่ควรจะมีการปรับปรุงให้ดีขึ้นโดยการดำเนินการอย่างต่อเนื่อง

3.2.2 การพยากรณ์อุปสงค์

วิชิต หล่อจิระชูณห์ และ คณะ(2536) การเลือกวิธีการพยากรณ์ที่เหมาะสม จะต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการนำไปใช้ ดังนั้นความสำคัญของวัตถุประสงค์สามารถจัดลำดับได้ตั้งแต่ความต้องการพยากรณ์ 1 หน่วยเวลาล่วงหน้าสำหรับการตัดสินใจระยะสั้นจนกระทั่งถึงการพยากรณ์สำหรับการตัดสินใจในระยะยาว ดังนั้นการดำเนินการตัดสินใจระยะสั้น ซึ่งมีระยะเวลาที่ไม่เพียงพอต่อการได้รับผลกระทบของกลยุทธ์ใหม่ที่นำมาใช้และแรงผลักดันที่เกิดขึ้นในอดีตที่มีอิทธิพลที่สำคัญต่ออุปสงค์ จึงเป็นเหตุผลที่วิธีการของอนุกรมเวลาที่มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้นสำหรับความต้องการพยากรณ์เพื่อการตัดสินใจในระยะเวลาด้านและปานกลาง ซึ่งมีความจำเป็นที่ต้องการความถูกต้องของผลที่ตามมาที่เกิดจากแนวโน้มที่เกิดขึ้นในการพิจารณาปัจจัยต่าง ๆ ดังนั้นการวิเคราะห์อนุกรมเวลาและความเชี่ยวชาญที่เกิดจากประสบการณ์เกี่ยวกับแนวโน้มที่ขยายเพิ่มขึ้นสามารถใช้กับการพยากรณ์ระยะสั้นได้ การพยากรณ์ระยะยาวสำหรับการตัดสินใจจำเป็นต้องการใช้แบบจำลองสำหรับการพยากรณ์เพื่อความเหมาะสมและความแม่นยำมากยิ่งขึ้น เนื่องจากผลกระทบที่เกิดจากการขยายผลของปัจจัยต่างๆ มากขึ้นในการดำเนินการระยะยาว ดังนั้นความเชี่ยวชาญที่เกิดจากประสบการณ์และข้อมูลที่นำมาใช้ทำให้ทราบถึงผลกระทบของแต่ละปัจจัยในเชิงปริมาณ ซึ่งสามารถหาได้จากหลักเกณฑ์ของพฤติกรรมของอุปสงค์ในอดีต และนำไปประยุกต์ใช้ในอนาคตภายใต้สถานการณ์ที่ต้องการพยากรณ์ ในมุมมองเกี่ยวกับความซับซ้อนของวิธีการที่ใช้นั้น ความน่าเชื่อถือของแนวโน้มที่มีการขยายเพิ่มขึ้นทำให้

การเกิดความถูกต้องแม่นยำใน การพยากรณ์สำหรับอุปสงค์ที่มีผลมาจากการปรับปรุงผลิตภัณฑ์ใหม่ที่มีผลต่ออุปสงค์

การวางแผนเกี่ยวกับอุปสงค์ในระยะยาวบนพื้นฐานของการวิเคราะห์หอนุกรมเวลาสามารถปรับปรุงให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เนื่องจากความเชี่ยวชาญในการประเมินเกี่ยวกับผลกระทบของการพัฒนาแนวทางใหม่ ดังนั้นอุปสงค์ในระยะยาวไม่สามารถแยกการพิจารณาออกจากอุปสงค์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งสามารถประเมินได้จากการใช้ทั้งข้อมูลส่งออก (Output) หรือข้อมูลป้อนเข้า (Input) ผลของการใช้ข้อมูลส่งออกมาทำให้ใกล้เคียงความเป็นจริงมากขึ้น โดยการนำ ผู้เชี่ยวชาญที่มีประสบการณ์มาร่วมในการพิจารณาเกี่ยวกับปัจจัยสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ส่วนความแม่นยำของการใช้ข้อมูลป้อนเข้าสามารถปรับปรุงให้ดีขึ้นจากการสำรวจตัวอย่างที่เจาะจงเพิ่มขึ้น

การพยากรณ์ยอดขายระยะสั้นสำหรับการตัดสินใจ เป็นการพยากรณ์สำหรับอุปสงค์ที่ชัดเจน เนื่องจากสามารถทราบถึงความต้องการของผู้บริโภคสุดท้ายทั้งหมด เพื่อให้ข้อมูลมีความแม่นยำในการพยากรณ์มากยิ่งขึ้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการสำรวจจากผู้ค้าปลีกเป็นวิธีการที่มีความเหมาะสมดี แนวโน้มที่เกิดการขยายเพิ่มขึ้น และวิธีการจึงกลายเป็นสาเหตุที่ทำให้ความต้องการในปริมาณข้อมูลเกี่ยวกับปัจจัยหลายอย่างที่มีอิทธิพลต่ออุปสงค์ที่เพิ่มขึ้น แต่ปัญหาที่อาจเกิดขึ้นคือการเก็บข้อมูลที่ละเอียดและยากมากขึ้น และข้อมูลที่สำคัญมานั้นไม่ได้เป็นข้อมูลใหม่ ความเชี่ยวชาญ และการสำรวจตัวอย่างมีบทบาทที่สำคัญในการแสดงถึงตัวอย่างสำหรับข้อมูลในอดีตที่ไม่เหมาะสม และเป็นประโยชน์ในการสนับสนุนสำหรับการพยากรณ์ระยะสั้นและระยะยาว การใช้เครื่องมือที่มีความซับซ้อนสำหรับการรวบรวมข้อมูลที่ต้องการและการใช้ความเชี่ยวชาญในการพิจารณาสามารถใช้กับข้อจำกัดเฉพาะได้อย่างเหมาะสมยิ่งขึ้น

3.2.3 เทคนิคการพยากรณ์

วิจิต หล่อจิระชุนห์ และ คณะ(2536) เทคนิคการพยากรณ์เป็นวิธีการหนึ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการวางแผนและการตัดสินใจในการดำเนินงาน เนื่องจากการแข่งขันและความซับซ้อนในวงการธุรกิจมากขึ้นทำให้เทคนิคการพยากรณ์ได้มีการพัฒนาขึ้น และสามารถแยกออกได้เป็น 2 ประเภท คือ เทคนิคการพยากรณ์เชิงคุณภาพ เป็นเทคนิคที่ให้ความสำคัญต่อความเชี่ยวชาญของผู้พยากรณ์ที่เกิดจากประสบการณ์ในการพยากรณ์ และเทคนิคการพยากรณ์เชิงปริมาณ เป็นเทคนิคที่ให้ความสำคัญต่อข้อมูลในอดีตในการพยากรณ์ ดังนั้นในงานให้คำปรึกษานี้

จะกล่าวถึงเทคนิคการพยากรณ์เชิงปริมาณ นั่นคือการพยากรณ์เชิงปริมาณ และเทคนิคการพยากรณ์แนวทางใหม่ที่สำคัญต่อข้อมูลในอดีตและความเชี่ยวชาญของผู้พยากรณ์ โดยการเรียนรู้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของข้อมูลในอดีตดังต่อไปนี้

3.2.3.1 การพยากรณ์เชิงปริมาณ Cliff T.Rangsdale (2005) การพยากรณ์เชิงปริมาณ หรืออนุกรมเวลา เป็นการแสดงความต่อเนื่องของค่าสังเกตที่เกิดขึ้นอย่างมีแบบแผนในช่วงเวลา ถ้าค่าสังเกตที่เกิดขึ้นได้รับผลกระทบจากปรากฏการณ์โดยตลอดระยะเวลา ซึ่งปรากฏการณ์นี้จะแสดงออกให้เห็นทางข้อมูลที่เปลี่ยนแปลง อนุกรมเวลาใช้วิธีการกำหนดจุดแบบกระจายในการแสดงความต่อเนื่องของค่าสังเกตในช่วงเวลา โดยค่าสังเกตจะถูกกำหนดจุดในแนวแกนตั้ง ส่วนเวลาจะกำหนดจุดในแนวนอน ซึ่งเวลาจะเป็นตัวแปรอิสระนอกจากข้อมูลที่ใช้ในการพยากรณ์แล้ว ยังมีปัจจัยอื่นที่สามารถเป็นข้อจำกัดในเลือกวิธีการพยากรณ์ ดังต่อไปนี้

ขอบเขตเวลาของการพยากรณ์ การพยากรณ์สามารถวิเคราะห์ได้ตั้งแต่ 1 หน่วยเวลาล่วงหน้าถึงระยะยาว และเทคนิคการพยากรณ์อาจจะเหมาะสมกับขอบเขตเวลาที่แตกต่างกัน ลักษณะของข้อมูล ข้อมูลในอดีตจะมีปัจจัยที่ส่งผลต่อลักษณะของข้อมูล ได้แก่ แนวโน้ม (Trend) ฤดูกาล (Seasonal) วัฏจักร (Cycle) และสิ่งผิดปกติ (Irregular) ซึ่งปัจจัยเหล่านี้จะเป็นตัวกำหนดเทคนิคในการพยากรณ์ที่เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลความรู้ของผู้พยากรณ์ เทคนิคการพยากรณ์จำเป็นจะต้องใช้ความรู้ทางด้านสถิติมาช่วยในการวิเคราะห์และประมวลผล และความเชี่ยวชาญของผู้พยากรณ์ทางด้านการพยากรณ์ก็เป็นปัจจัยหนึ่งในการเลือกใช้เทคนิคการพยากรณ์ที่เหมาะสมค่าใช้จ่าย เนื่องจากการพยากรณ์เชิงปริมาณจำเป็นจะต้องใช้ข้อมูลในการวิเคราะห์ ซึ่งเทคนิคการพยากรณ์บางวิธีอาจจะต้องใช้จำนวนข้อมูลในปริมาณมากและใช้ระยะเวลาในการรวบรวมข้อมูลมาก ดังนั้นค่าใช้จ่ายในการสำรวจตัวอย่างเพื่อเก็บข้อมูลจึงสูงขึ้น บางครั้งเทคนิคการพยากรณ์จะต้องคำนึงถึงค่าใช้จ่ายที่เหมาะสมด้วยความแม่นยำ เทคนิคการพยากรณ์ที่ดีควรมีความแม่นยำในค่าพยากรณ์สูง ซึ่งทำให้ผู้พยากรณ์เชื่อมั่นในการใช้ค่าพยากรณ์สำหรับการวางแผนและการตัดสินใจการพยากรณ์โดยใช้เทคนิคการปรับให้เรียบ (Smoothing Technique) เป็นวิธีการวิเคราะห์อนุกรมเวลาวิธีหนึ่งที่นิยมนำมาใช้ประโยชน์ในการพยากรณ์ หลักการของเทคนิคการปรับให้เรียบ คือ การใช้ข้อมูลหรือค่าสังเกตในอดีตจำนวนหนึ่ง หรือทั้งหมดสำหรับการสร้างสมการพยากรณ์โดยการให้น้ำหนักแก่ข้อมูลแต่ละค่าที่แตกต่างกัน ซึ่งเทคนิคการปรับให้เรียบสามารถแบ่งออกเป็น 4 กลุ่มใหญ่ ๆ ตามลักษณะของข้อมูล ดังนี้

1. อนุกรมเวลาไม่มีแนวโน้มและไม่มีฤดูกาล จะมีเทคนิคการพยากรณ์ 2 วิธี ได้แก่

1. วิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งเดียว (Single Moving Average Method; SMA) ค่าพยากรณ์จะได้จากค่าสังเกตล่าสุดจำนวนหนึ่ง โดยน้ำหนักที่ให้กับค่าสังเกตแต่ละค่าเท่ากันทั้งหมด กรณีใช้ k ค่าสังเกต จะให้ค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t+1$ การพยากรณ์สามารถนิยามทางคณิตศาสตร์ได้คือ

$$\hat{Y}_{t+1} = \frac{Y_t + \dots + Y_{t-k+1}}{k} \dots\dots\dots (3.1)$$

ปัญหาของวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งเดียว คือ การกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่ใช้ในการคำนวณค่าเฉลี่ย (k) โดยปกติแล้วถ้าค่าสังเกตมีการเคลื่อนไหวค่อนข้างช้าควรใช้ ค่า k มาก ซึ่งจะทำให้การพยากรณ์มีความเฉื่อยมากและเคลื่อนไหวช้า แต่ถ้าค่าสังเกตเปลี่ยนแปลงค่อนข้างรวดเร็วควรใช้ค่า k น้อย เพื่อให้ค่าพยากรณ์มีความเฉื่อยน้อย พร้อมทั้งจะเปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของค่าสังเกต ในการกำหนดค่า k ในทางปฏิบัติจะทดสอบใช้ค่า k หลายค่าแล้วนำมาเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน ซึ่งจะใช้ค่า k ที่มีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ซึ่งการพยากรณ์โดยใช้ค่า k หลายค่านี้จึงเป็นข้อเด่นที่ใช้ในการพิจารณาการกลับทิศทางของแนวโน้มของค่าสังเกต และปัญหาอีกประการคือ ค่าการพยากรณ์ผิดจากความเป็นจริง ซึ่งถ้าค่าสังเกตมีแนวโน้มสูงขึ้น ค่าการพยากรณ์มักจะต่ำกว่าความเป็นจริง ในทางตรงกันข้ามถ้าค่าสังเกตมีแนวโน้มต่ำลง ค่าการพยากรณ์มักจะสูงกว่าความเป็นจริง เนื่องจากค่าสังเกตได้รับอิทธิพลมาจากสิ่งผิดปกติที่เกิดขึ้น และการพยากรณ์วิธีนี้ให้น้ำหนักของค่าสังเกตในการเฉลี่ยเท่ากันหมด

2. วิธีการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลครั้งเดียว (Single Exponential Smoothing Method; SES) วิธีการนี้ปรับปรุงวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งเดียว ที่มีการโต้แย้งเกี่ยวกับการให้น้ำหนักแก่ค่าสังเกตที่หน่วยเวลาต่าง ๆ เท่ากันในกรณีที่ค่าสังเกตไม่มีฤดูกาล ดังนั้นค่าพยากรณ์จะได้จากค่าสังเกตที่ผ่านมาทั้งหมด โดยน้ำหนักที่ให้กับค่าสังเกตแต่ละค่าไม่เท่ากัน ซึ่งน้ำหนักที่ให้กับค่าที่เกิดขึ้นล่าสุดจะมากและจะลดหลั่นไปสำหรับค่าสังเกตที่อยู่ห่างออกไป การลดลงของน้ำหนักนี้จะเป็นการลดแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล และน้ำหนักนี้ขึ้นอยู่กับค่าปรับน้ำหนัก (α) การพยากรณ์ ณ เวลา t สามารถนิยามทางคณิตศาสตร์ได้คือ

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha) \hat{Y}_t \dots\dots\dots (3.2)$$

ปัญหาของวิธีการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลครั้งเดียว คือ ค่าเริ่มต้น ในกรณีที่ไม่มีข้อมูลที่ $t = 0$ ซึ่งจะต้องหาข้อมูลที่มีค่าใกล้เคียงกันเพื่อกำหนดค่าเริ่มต้น และ การกำหนดค่า α ที่เหมาะสม โดยที่ $0 < \alpha < 1$ เพื่อทำให้ค่าพยากรณ์ล่วงหน้า 1 หน่วยเวลาใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุดโดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ล่าสุด ซึ่งการหา

ค่า α เพื่อให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ต่ำสุด จำเป็นต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ชั้นสูง

2. อนุกรมเวลามีแนวโน้มแต่ไม่มีอิทธิพลของฤดูกาล จะมีเทคนิคการพยากรณ์ 2 วิธีได้แก่

1. วิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำสองครั้ง (Double Moving Average Method; DMA) วิธีการนี้ปรับปรุงวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งเดียวเกี่ยวกับค่าการพยากรณ์ผิดจากความเป็นจริง ดังที่กล่าวมาแล้วในปัญหาของวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งเดียว ดังนั้นในกรณีที่ค่าสังเกตมีแนวโน้มในลักษณะเส้นตรงทำให้การเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาในการปรับครั้งที่สองเรียกว่าการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งแรก การพยากรณ์ ณ เวลา $t+p$ เมื่อใช้ค่าสังเกต t ค่าสามารถนิยามทางคณิตศาสตร์ได้คือ

$$\hat{Y}_{t+p}(t) = \hat{T}_t(t) + p\hat{\beta}_1(t) \quad \text{สำหรับ } p = 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

ปัญหาของวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำสองครั้ง จะคล้ายคลึงกับปัญหาของวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งเดียว แต่ข้อได้เปรียบของวิธีนี้คือค่าความคลาดเคลื่อนลดลงจากการพยากรณ์จากวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งเดียว

2. วิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลซ้ำสองครั้ง (Double Exponential Smoothing Method; DES) วิธีการนี้มีความคล้ายคลึงกับวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำสองครั้ง แต่มีการให้น้ำหนักแก่ค่าสังเกตที่หน่วยเวลาต่าง ๆ มีค่าไม่เท่ากัน ซึ่งน้ำหนักที่ให้น้ำหนักกับค่าปรับน้ำหนักที่เหมาะสมที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 การพยากรณ์ ณ เวลา $t+p$ เมื่อใช้ค่าสังเกต t ค่าสามารถนิยามทางคณิตศาสตร์ได้คือ

$$\hat{Y}_{t+p}(t) = \hat{T}_t(t) + p\hat{\beta}_1(t) \quad \text{สำหรับ } p = 1, 2, \dots \quad (3.4)$$

ปัญหาของวิธีการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลซ้ำสองครั้ง คล้ายคลึงวิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลครั้งเดียวคือ ค่าเริ่มต้น ซึ่งไม่มีทฤษฎีใดที่กล่าวถึงการกำหนดค่าเริ่มต้นที่ดีที่สุดเพื่อการพยากรณ์ที่เหมาะสมได้ แต่ถ้ามีปริมาณของข้อมูลจำนวนมาก (ประมาณ 30 ข้อมูลขึ้นไป) ทำให้การกำหนดค่าเริ่มต้นไม่มีผลกระทบ เนื่องจากการพยากรณ์ของข้อมูลมีค่าใกล้เคียงกันมาก นอกจากการกำหนดค่าเริ่มต้นที่แตกต่างกันทำให้การพยากรณ์แตกต่างกันแล้ว

3. อนุกรมเวลาที่ไม่แนวโน้มแต่มีอิทธิพลของฤดูกาล จะมีเทคนิคการพยากรณ์ 2 วิธี

1. วิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบฤดูกาลรูปแบบบวก (Seasonal Additive Exponential Smoothing Method) วิธีการนี้ใช้กับ อนุกรมเวลาที่ไม่แนวโน้มแต่มีอิทธิพลของฤดูกาล ซึ่งลักษณะของค่าสังเกตมีการเปลี่ยนแปลงภายในแต่ละฤดูกาลมีลักษณะค่อนข้างคงที่ และเป็นการปรับน้ำหนักสำหรับค่าแนวโน้มและค่าวัดอิทธิพลของฤดูกาลตามลำดับ

มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 การพยากรณ์ ณ เวลา $t+p$ เมื่อใช้ค่าสังเกต t ค่า สามารถนิยามทางคณิตศาสตร์ได้คือ

$$\hat{Y}_{t+p}(t) = \hat{T}_t(t) + \hat{S}_{t+p}(t) \text{ สำหรับ } p = 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

ซึ่ง $\hat{S}_{t+p}(t) = \hat{S}_t(t)$ เมื่อ $t+p$ อยู่ในฤดูที่ I

ปัญหาของวิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบฤดูกาลรูปแบบบวก คือ อนุกรมเวลาซึ่งมีปัจจัยที่ส่งผลกระทบหลากหลาย แต่ปัจจัยดังกล่าวแต่ละชนิดจะเป็นอิสระต่อกัน ซึ่งแต่ละปัจจัยจะต้องอาศัยประสบการณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลของอนุกรมเวลาถึงสาเหตุและผลกระทบที่เกิดขึ้น

2. วิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบฤดูกาลรูปแบบคูณ (Seasonal Multiplicative Exponential Smoothing Method) วิธีการนี้ใช้กับอนุกรมเวลาที่ไม่มีความโน้มแต่มี

$$\hat{Y}_{t+p}(t) = \hat{T}_t(t) \hat{S}_{t+p}(t) \text{ สำหรับ } p = 1, 2, \dots \quad (3.6)$$

ซึ่ง $\hat{S}_{t+p}(t) = \hat{S}_t(t)$ เมื่อ $t+p$ อยู่ในฤดูที่ I

อิทธิพลของฤดูกาล ซึ่งลักษณะของค่าสังเกตมีการเปลี่ยนแปลงภายในฤดูกาล แปรเปลี่ยนไปตามปัจจัยแนวโน้มและเป็นการปรับน้ำหนักสำหรับค่าแนวโน้มและค่าวัดอิทธิพลของฤดูกาลตามลำดับมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 การพยากรณ์ ณ เวลา $t+p$ เมื่อใช้ค่าสังเกต t ค่า สามารถนิยามทางคณิตศาสตร์ได้คือ

ปัญหาของวิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบฤดูกาลรูปแบบคูณ คือ อนุกรมเวลาซึ่งมีปัจจัยที่ส่งผลกระทบหลากหลาย และมีความเกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน หรืออาจจะเกิดจากสาเหตุเดียวกัน ทำให้จำแนกแยกออกมาลำบากว่าผลกระทบดังกล่าวเกิดจากปัจจัยใด

4 อนุกรมเวลาที่มีแนวโน้มและมีอิทธิพลของฤดูกาล จะมีเทคนิคการพยากรณ์ 2 วิธี

1. วิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบ Holt และ Winters รูปแบบบวก (Holt-Winter's Additive Exponential Smoothing Method) วิธีการนี้ใช้กับอนุกรมเวลาที่มีการเคลื่อนไหวทั้งจากแนวโน้มและมีอิทธิพลของฤดูกาล และมีหลักการคล้ายวิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบฤดูกาลรูปแบบบวก แต่วิธีการนี้จะมีการปรับน้ำหนัก 3 ค่า คือ α เป็นค่าปรับน้ำหนักสำหรับค่าแนวโน้ม γ เป็นค่าปรับน้ำหนักสำหรับ slope และ δ เป็นค่าปรับน้ำหนักสำหรับฤดูกาลการพยากรณ์ ณ เวลา $t+p$ เมื่อใช้ค่าสังเกต t ค่า สามารถนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

$$\hat{Y}_{t+p}(t) = \hat{T}_t(t) + \hat{S}_{t+p}(t) \text{ สำหรับ } p = 1, 2, \dots$$

$$\text{ซึ่ง } \hat{Y}_{t+p}(t) = \hat{T}_t(t) + p\beta_1(t) \quad (3.7)$$

ปัญหาของวิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบ Holt และ Winters รูปแบบบวก คล้ายคลึงวิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบฤดูกาลรูปแบบบวก

2. วิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบ Holt และ Winters รูปแบบคูณ (Holt-Winter's Multiplicative Exponential Smoothing Method) วิธีการนี้ใช้กับอนุกรมเวลาที่มีความเคลื่อนไหวทั้งจากแนวโน้มและมีอิทธิพลของฤดูกาล และมีหลักการคล้ายวิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบฤดูกาลรูปแบบคูณ แต่วิธีการนี้จะมีการปรับน้ำหนัก 3 ค่า คือ α เป็นค่าปรับน้ำหนักสำหรับค่าแนวโน้ม γ เป็นค่าปรับน้ำหนักสำหรับ slope และ δ เป็นค่าปรับน้ำหนักสำหรับฤดูกาลการพยากรณ์ ณ เวลา $t+p$ เมื่อใช้ค่าสังเกต t ค่า สามารถนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

$$\hat{Y}_{t+p}(t) = \hat{T}_t(t) \hat{S}_{t+p}(t) \quad \text{สำหรับ } p=1,2,\dots \quad (3.8)$$

$$\text{ซึ่ง } \hat{Y}_{t+p}(t) = \hat{T}_t(t) + p \hat{\beta}_1(t)$$

ปัญหาของวิธีการการปรับให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลแบบ Holt และ Winters รูปแบบคูณ คล้ายคลึงวิธีการการปรับให้เรียบแบบคูณ

3.3 การจัดการสินค้าคงคลัง

3.3.1 การบริหารและจัดการสินค้าคงคลัง

คำจำกัดความทั่วไปของการจัดการสินค้าคงคลัง (Inventory Management) ได้มีผู้ทรงคุณวุฒิหลายท่านให้คำจำกัดความไว้ว่าการจัดการสินค้าคงคลังเป็นการจัดการดำเนินการที่สำคัญโดยศึกษาพฤติกรรมของต้นทุนของสินค้าคงคลังกับระดับของสินค้าคงคลังที่มีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากการจัดเก็บสินค้าคงคลังมีส่วนเกี่ยวข้องกับต้นทุนและส่งผลกระทบต่อการจัดส่งสินค้าไปยังลูกค้า ซึ่งการจัดการสินค้าคงคลังส่งผลกระทบต่อทุกหน่วยงานภายในธุรกิจการจัดการสินค้าคงคลังมักจะประสบปัญหาเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ที่ขัดแย้งภายในองค์กร ดังนั้นการจัดการสินค้าคงคลังจึงจำ เป็นต้องคำนึงถึงความสมดุลระหว่างวัตถุประสงค์ที่ขัดแย้งและการจัดการระดับของสินค้าคงคลังที่ดีที่สุดสำหรับการดำเนินการขององค์กรการจัดการสินค้าคงคลังจึงเป็นวิธีการหนึ่งที่สามารถสร้างความยืดหยุ่นภายในโซ่อุปทาน เนื่องจากการจัดการสินค้าคงคลัง

เกิดขึ้นในทุกขั้นตอนของโซ่อุปทาน วัตถุประสงค์เบื้องต้นของการจัดการสินค้าคงคลังมีดังต่อไปนี้

1. เพื่อป้องกันความไม่แน่นอนต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น
2. เพื่อทำให้ประหยัดต่อการผลิตและการจัดซื้อ
3. เพื่อครอบคลุมการเปลี่ยนแปลงที่คาดการณ์ไว้เกี่ยวกับอุปสงค์และอุปทาน
4. เพื่อจัดหาสำหรับการเคลื่อนย้ายจากขั้นตอนหนึ่งไปยังอีกขั้นตอนหนึ่ง

การจัดการสินค้าคงคลังที่เหมาะสมที่สุดได้มีผู้ศึกษาไว้หลายท่าน โดยเขียนอยู่ในรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) หรือสูตรคำนวณทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Formula) ดังจะแสดงต่อไปนี้

Wallace J. Hopp และ Mark L. Spearman (1995) ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึง อัตราการตอบสนองของทั้งหมด (Total Fill Rate) โดยพิจารณาอัตราการตอบสนองสินค้าประเภทเดียวจากอุปสงค์ที่คาดหวัง และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการจัดการสินค้าคงคลังที่เหมาะสมที่สุดอย่างง่ายไว้คืออัตราการตอบสนองของทั้งหมด เป็นอัตราการตอบสนองสินค้าประเภทเดียวจากอุปสงค์ที่คาดหวัง

$$\text{Total Fill Rate} = \frac{\sum_j (E[D_j] \text{Prob}\{D_j \leq Q_j\})}{\sum_k E[D_k]} \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

โดยที่ j คือ ช่วงเวลา

K คือ ปัจจัยลำดับเกี่ยวกับ s.k.u. หรือประเภท s.k.u.

D คือ อัตราของอุปสงค์ (หน่วยเป็นวัน, สัปดาห์) สำหรับหน่วยเก็บสินค้าสำรอง (SKU)

Q คือ ระดับการสำรองสินค้า (ปริมาณการสั่ง) สำหรับ SKU

$\text{Prob}\{D_j < Q_j\}$ คือ ระดับการบริการสำหรับแต่ละ SKU

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการจัดการสินค้าคงคลังที่เหมาะสมที่สุดอย่างง่าย

$$\begin{aligned} \text{Minimize : Total Inventory Cost} &= \sum_j C_j Q_j \\ \text{Subject to } \frac{\sum_j (E[D_j] \text{Prob}\{D_j \leq Q_j\})}{\sum_k E[D_k]} &\geq T \quad \dots\dots\dots (3.10) \end{aligned}$$

โดยที่ C_j คือ ต้นทุนในการจัดเก็บสินค้าคงคลังสำหรับ SKU j

T คือ อัตราการตอบสนองเป้าหมายสำหรับสินค้าคงคลังทั้งหมด

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการจัดการสินค้าคงคลังที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งเป็นวิธีการที่มีการพัฒนาโดยเน้นในทางปฏิบัติเพื่อความสะดวกระหว่างการลงทุนและเป้าหมายของระดับการบริการ โดยใช้การแบ่งประเภทของหน่วยเก็บสำรอง (SKU) ซึ่งการกำหนดระดับการ

สำรวจ SKU ทั้งหมดในเวลาเดียวกันนั้น เพื่อสนองต่อวัตถุประสงค์หรือข้อจำกัดเกี่ยวกับการบริการและการลงทุนทั้งหมด แต่การหาระดับการสำรวจสินค้าที่เพิ่มมาตรฐานต้องการการกระจายของความน่าจะเป็นของความต้องการ SKU ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ สามารถจำแนกข้อดีและข้อเสียของการจัดการสินค้าคงคลังที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้วิธีการตอบสนองได้ดังต่อไปนี้

ข้อดีของการจัดการสินค้าคงคลังที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีการตอบสนอง คือ

1. การควบคุมสินค้าคงคลังที่มีอัตราการตอบสนองเป็นเป้าหมายเพียงอย่างเดียว และหลีกเลี่ยงการกำหนดต้นทุนที่มีผลต่อระดับการบริการของทุก ๆ SKU
2. การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างเป้าหมายของการดำเนินการอย่างง่าย คืออัตราการตอบสนอง กับการลงทุนของการจัดเก็บสินค้าคงคลังทั้งหมด
3. การพิจารณาถึงการแลกเปลี่ยนระหว่างระดับการบริการของระดับการสำรวจสินค้าแต่ละชนิดส่วนข้อเสียที่สำคัญของแนวทางของอัตราการตอบสนองคือ ระดับการบริการต่ำที่ได้รับของ SKU บางประเภท แต่ข้อเสียนี้สามารถแก้ไขให้เป็นที่ยอมรับ โดยการใช้กระบวนการควบคุมสินค้าคงคลัง

Frank Grange (1998) ได้ศึกษาและเขียนบทความ "Challenges in modeling demand for inventory optimization of slow-moving items" ซึ่งผลงานวิจัยฉบับนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับการจัดการสินค้าคงคลังที่เหมาะสมที่สุดและการกระจายของอุปสงค์ โดยเน้นถึงอุปสงค์ของรายการต่าง ๆ ที่เคลื่อนไหวช้าเป็นสำคัญ ซึ่งการกระจายแบบไม่ต่อเนื่องแสดงถึงอุปสรรคในการสร้างแบบจำลองของความน่าจะเป็นในเชิงปริมาณและคุณภาพของข้อมูลอุปสงค์ในอดีต และได้เสนอว่าการระบุประเภทของการกระจายจากข้อมูลในอดีตทำได้ยากมาก และการใช้การกระจายของอุปสงค์ที่ผิดประเภททำให้การจัดการสินค้าคงคลังไม่เหมาะสม

Gerard P. Cachon (Cachon, 1999) ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงการจัดเก็บสินค้าคงคลังและอัตราการตอบสนองของผู้จัดหา (Supplier Inventory and Fill Rate) โดยพิจารณาผู้จัดหาหนึ่งรายกระจายสินค้าประเภทเดียวไปยังผู้ค้าปลีก N ราย โดยสมมติฐานดังต่อไปนี้

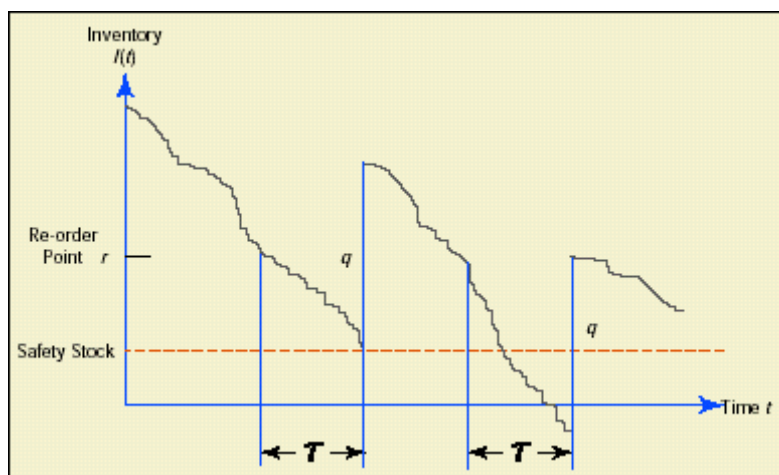
1. ทราบถึงอุปสงค์ที่แท้จริง
2. พิจารณาการสั่งซื้อจากการจัดเก็บสินค้าคงคลัง
3. ใช้การขนส่งในการนำออกจำหน่าย
4. ประเมินต้นทุน

5. ใช้ระบบขนส่งในการรับสินค้า

Jeremy F. Shapiro ได้เขียนบทความ "Approaches for Integrating Inventory With Other Supply Chain Decisions" และวิจารณ์ถึงแบบจำลองการจัดการสินค้าคงคลังแบบดั้งเดิม ซึ่งได้พิจารณาถึงสินค้าสำรอง ปริมาณสินค้าทดแทน และตำแหน่งการส่งสินค้าใหม่นั้นไม่เหมาะสมกับแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งพิจารณาแผนสำหรับทำให้ต้นทุนของห่วงโซ่อุปทานทั้งหมดต่ำที่สุด โดยเฉพาะอย่างยิ่งทฤษฎีของความน่าจะเป็นที่แฝงอยู่ในแบบจำลองการจัดการสินค้าคงคลังแบบดั้งเดิม ซึ่งไม่สามารถใช้ Linear Programming และ Mixed Integer Programming ได้ แบบจำลอง (r, q) เป็นแบบจำลองที่ใช้กับสินค้าที่เคลื่อนไหวอย่างรวดเร็ว ทำให้ต้องตรวจสอบสินค้าคงคลังอย่างใกล้ชิด ระยะเวลาระหว่างปริมาณของอุปสงค์แบบสุ่มที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับการจัดส่งสินค้าปริมาณ q ซึ่งเป็นค่าที่ทราบอย่างแน่นอน วงจรการสั่งซื้ออาจเกิดอุปสงค์ที่มีค่าเป็นลบก่อนที่จะได้รับการสั่งซื้อ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้จะถูกควบคุมโดยปริมาณของสินค้าสำรองที่มีอยู่ อุปสงค์ที่มีค่าเป็นลบนั้นคือปริมาณสั่งซื้อค้างค้างที่ต้องถูกเติมด้วยปริมาณทดแทนของสินค้า ดังแสดงในภาพที่ 3.3

ภาพที่ 3.3

สินค้าคงคลังภายใต้ความไม่แน่นอนเกี่ยวกับอุปสงค์



ที่มา : Approaches for Integrating Inventory With Other Supply Chain
Decision, Jeremy F. Shapiro

3.3.2 ระบบการควบคุมสินค้าคงคลัง

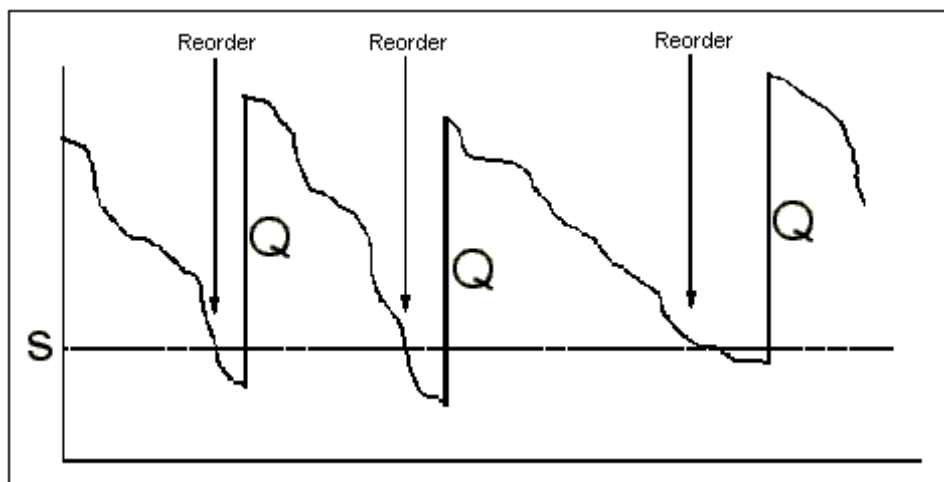
การจัดการสินค้าคงคลังภายใต้ความไม่แน่นอนของอุปสงค์ องค์การจำเป็นจะต้องทราบถึงสถานะการจัดเก็บสินค้าคงคลังของสินค้า เพื่อที่จะสามารถดำเนินการจัดสรรปริมาณของสินค้าให้เพียงพอกับความต้องการของลูกค้าได้ตรงตามระยะเวลา รวมถึงกำหนดปริมาณการสั่งซื้อสินค้าจัดเก็บไว้เป็นสินค้าสำรอง เนื่องจากปริมาณการสั่งซื้อสินค้าจะส่งผลกระทบต่อต้นทุนในการดำเนินการทั้งทางด้านการจัดเก็บและการสั่งซื้อ ดังนั้นการจัดการสินค้าคงคลังเพื่อทำให้เกิดประสิทธิภาพจำเป็นจะต้องคำนึงถึงความสำคัญ 3 ประการ ดังต่อไปนี้

1. ความถี่ของการพิจารณาถึงสถานะของสินค้าคงคลัง
2. ช่วงเวลาที่การสั่งซื้อเพื่อทดแทนสินค้า
3. ปริมาณการสั่งซื้อเพื่อทดแทนสินค้า

ระบบของการควบคุมสินค้าคงคลัง จึงเป็นแนวทางที่ใช้ในการพิจารณาถึงการจัดการสินค้าคงคลังโดยถึงความสำคัญทั้ง 3 ประการ โดยที่ระบบการควบคุมสินค้าคงคลังนี้มีการจัดการที่แตกต่างสามารถแบ่งออกได้ 4 ระดับ ดังต่อไปนี้

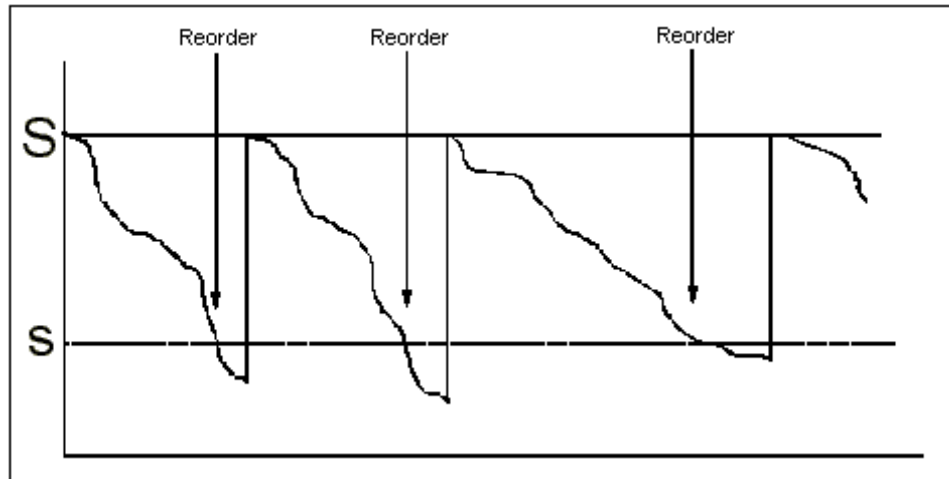
1. ระบบจุดสั่งซื้อและปริมาณการสั่งซื้อ (Order Point, Order Quantity System, (s,Q)) ระบบนี้เป็นระบบการจัดการสินค้าคงคลังที่มีการควบคุมอย่างต่อเนื่อง ซึ่งช่วงพิจารณา (R) เท่ากับศูนย์ โดยปริมาณการสั่งซื้อในแต่ละครั้งเท่ากับ Q หน่วย ซึ่งเป็นปริมาณการสั่งซื้อที่คงที่และเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงจนถึงจุดสั่งซื้อใหม่ (s) หรือต่ำกว่าโดยที่ระดับสินค้าคงคลัง จะเท่ากับปริมาณสินค้าที่มีอยู่จริงในคลัง - ปริมาณความต้องการสินค้าที่มีคำสั่งซื้อ + ปริมาณสินค้าที่อยู่ระหว่างการสั่งซื้อ ซึ่งระบบการควบคุมสินค้าคงคลังนี้สามารถเรียกได้อีกอย่างว่า ระบบสองถัง (Two-Bin System) เนื่องจากสินค้าคงคลังถูกเก็บไว้ในสองถัง ปริมาณสินค้าทดแทนจะถูกสั่งซื้อเมื่อถังแรกว่างลง ในระหว่างที่รอปริมาณสินค้าทดแทน สินค้าจะถูกใช้จากถังที่สอง เมื่อสินค้าที่สั่งซื้อมาถึง ถังที่สอง (ซึ่งเก็บของในปริมาณที่เผื่อไว้สำหรับความต้องการในระหว่างรอสินค้าที่สั่งซื้อและปริมาณสินค้าสำรอง) จะถูกเติมให้เต็มและส่วนที่เหลือจะเก็บไว้ในถังที่ใช้ จากนั้นสินค้าสำรองจะถูกนำ มาใช้จากถังแรกก่อนจนกว่าจะหมด ดังแสดงในภาพที่ 3.4

ภาพที่ 3.4
ระบบจุดสั่งซื้อและปริมาณการสั่งซื้อ



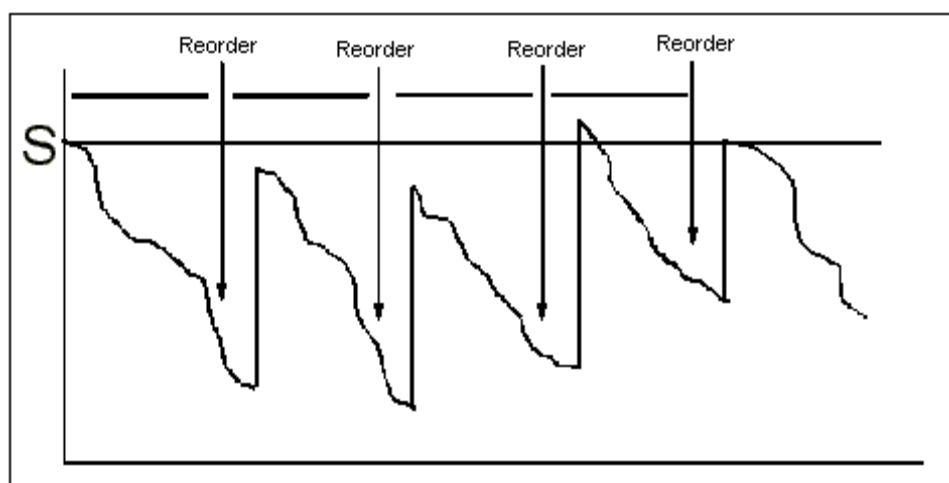
2. ระบบจุดสั่งซื้อและระดับที่สั่งซื้อถึง (Order Point, Order Up-to-Level System, (s,S)) ระบบนี้เป็นระบบการจัดการสินค้าคงคลังที่มีการควบคุมอย่างต่อเนื่องเช่นเดียวกับระบบจุดสั่งซื้อและปริมาณการสั่งซื้อ คือการทดแทนสินค้าเกิดขึ้นเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงถึงจุดสั่งซื้อ (s) หรือต่ำกว่า ระบบนี้แตกต่างจากระบบจุดสั่งซื้อและปริมาณการสั่งซื้อ คือปริมาณสินค้าทดแทนจะมีการเปลี่ยนแปลงตลอด การสั่งซื้อจะเพิ่มจากระดับสินค้าคงคลังถึงระดับที่สั่งซื้อถึง (S) ความต้องการปริมาณสินค้าทดแทนเกิดขึ้นเมื่อระดับสินค้าคงคลังเท่ากับ s ดังนั้น $S = s + Q$ ระบบนี้ สามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ระบบ Min-Max System ซึ่งเป็นระบบการสั่งสินค้าเพิ่มโดยกำหนดปริมาณสินค้าต่ำสุด (s) เป็นจุดสั่งซื้อ และปริมาณสินค้าสูงสุด (S) เป็นระดับที่สั่งซื้อเพื่อเติมเต็ม ดังนั้นปริมาณการสั่งซื้อจะไม่คงที่ คือ ระดับสินค้าคงคลังจะลดลงต่ำกว่าจุดสั่งซื้อ ซึ่งอยู่ระหว่างระดับต่ำสุด s และระดับสูงสุด S ดังแสดงในภาพที่ 3.5

ภาพที่ 3.5
ระบบจุดสั่งซื้อและระดับที่สั่งซื้อถึง



3. ระบบพิจารณาเป็นช่วง และระดับที่สั่งซื้อถึง (Periodic Review, Order Up-to-Level System, (R,S)) ระบบนี้สามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ระบบการสั่งซื้อตามรอบ (Replenishment Cycle System) คือระบบนี้จะกำหนดช่วงเวลาในการพิจารณาระดับสินค้าคงคลังเป็นระยะเวลาที่มีช่วงห่างเท่า ๆ กัน โดยการสั่งซื้อจะเพิ่มจากระดับสินค้าคงคลังถึงระดับที่สั่งซื้อถึง (S) ดังนั้นในการพิจารณา ช่วงเวลา (R) จะดำเนินการสั่งซื้อให้เท่ากับผลต่างระหว่างปริมาณสินค้าสูงสุด (S) กับระดับสินค้าคงคลัง ณ ขณะการสั่งซื้อสินค้า ดังแสดงในภาพที่ 3.6

ภาพที่ 3.6
ระบบพิจารณาเป็นช่วงและระดับที่สั่งซื้อถึง



4. ระบบรวม (Combination System, (R,s,S)) ระบบนี้เป็นการรวมระบบจุดสั่งซื้อและระดับที่สั่งซื้อถึง และระบบพิจารณาเป็นช่วงและระดับที่สั่งซื้อถึงเข้าด้วยกัน โดยจะมีการเช็คระดับสินค้าคงคลังทุกช่วงเวลา R ถ้าระดับสินค้าคงคลังเท่ากับหรือต่ำกว่าจุดสั่งซื้อ (s) จะทำการสั่งซื้อเพื่อให้ระดับสินค้าคงคลังเพิ่มขึ้นเท่ากับ S ถ้าระดับสินค้าคงคลังสูงกว่าจุดสั่งซื้อ (s) จะไม่ดำเนินการสั่งซื้อจนกระทั่งถึงรอบการพิจารณาครั้งต่อไป

3.3.3 แนวทางในการตัดสินใจสำหรับการจัดการสินค้าคงคลังเกี่ยวกับปริมาณสินค้าสำรอง

การพิจารณาตัดสินใจเกี่ยวกับการจัดการสินค้าคงคลัง โดยการเลือกแนวทางที่เหมาะสมและระดับการบริการที่ขึ้นอยู่กับสภาวะการแข่งขันทางธุรกิจ ซึ่งแนวทางที่เลือกและระดับการบริการจะต้องสอดคล้องกัน ดังนั้นแนวทางที่เหมาะสมสำหรับระดับการบริการเพื่อสนองต่อความไม่แน่นอนของอุปสงค์ ก็คือแนวทางในการจัดเก็บสินค้าสำรอง เพื่อป้องกันปัญหาเกี่ยวกับปริมาณสินค้าขาดที่ทำให้เกิดต้นทุนในการสูญเสียโอกาสเนื่องจากปริมาณสินค้าขาด ซึ่งเมื่อทราบถึงต้นทุนที่เกิดจากปริมาณสินค้าขาดที่แน่นอนทำให้ลดต้นทุนการจัดเก็บสินค้าคงคลังต่ำที่สุด และสามารถทำให้เกิดกำไรสูงสุด การตัดสินใจสำหรับการจัดการสินค้าคงคลังเกี่ยวกับปริมาณสินค้าสำรองจึงมีแนวทางดังต่อไปนี้

1. ปริมาณสินค้าสำรองที่กำหนดโดยอาศัยวิธีการอย่างง่ายแนวทางการกำหนดปริมาณสินค้าสำรองนี้ เป็นแนวทางในการกำหนดปริมาณสินค้าสำรองจากระยะเวลาในการจัดส่ง หรือการกำหนดปริมาณสินค้าสำรองจาก Safety Factor ซึ่งถือว่าเป็นแนวทางอย่างง่ายในการกำหนดจึงเป็นที่นิยม แต่การกำหนดปริมาณสินค้าสำรองสำหรับแนวทางนี้จำเป็นต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญที่มีประสบการณ์ เนื่องจากแนวทางนี้สามารถเกิดข้อบกพร่องจากการตัดสินใจด้วยเหตุผล แนวทางนี้สามารถแบ่งออกเป็น 2 แนวทางดังต่อไปนี้

1.1 การกำหนดปริมาณสินค้าสำรองให้เท่ากับระยะเวลาในการจัดส่ง (Equal Time Supplies) แนวทางนี้เป็นแนวทางอย่างง่ายโดยปริมาณสินค้าสำรองของสินค้าส่วนใหญ่จะกำหนดให้เท่ากับระยะเวลาในการจัดส่งเดียวกัน แต่แนวทางนี้จะให้ความสำคัญกับความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความแตกต่างที่เกิดจากความไม่แน่นอนในการพยากรณ์อุปสงค์

1.2 การกำหนดปริมาณสินค้าสำรองให้เท่ากับค่า Safety Factor (Equal Safety Factor) แนวทางนี้เป็นแนวทางที่ขึ้นอยู่กับระดับการบริการที่กำหนด ซึ่งถือว่าเป็นค่า Safety

Factor โดยเป็นค่าที่กำหนดมาจากโอกาสที่ไม่ยอมให้เกิดปริมาณสินค้าขาดในช่วงการนำส่งสินค้าที่มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งสามารถกำหนดปริมาณสินค้าสำรองได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$SS = k\sigma_L \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

k คือ ค่าที่กำหนดมาจากโอกาสที่ไม่ยอมให้เกิดปริมาณสินค้าขาดในช่วงการนำส่งสินค้าที่มีการแจกแจงแบบปกติ

σ_L คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความต้องการสินค้าเฉลี่ยในช่วงเวลานำส่งสินค้า

2. ปริมาณสินค้าสำรองที่กำหนดโดยการพิจารณาจากต้นทุนต่ำที่สุดแนวทางการกำหนดปริมาณสินค้าสำรองนี้ เป็นแนวทางที่เกี่ยวข้องกับการกำหนดวิธีการประเมินต้นทุนที่ทำให้เกิดปริมาณสินค้าขาดทั้งต้นทุนที่เกิดขึ้นอย่างชัดเจนและไม่ชัดเจนเพื่อคำนวณหาต้นทุนรวมต่ำที่สุด ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็น 4 กรณี ดังต่อไปนี้

2.1 ต้นทุนคงที่ที่กำหนด (B_1) ต่อโอกาสในการเกิดปริมาณสินค้าขาด แนวทางนี้สมมติเพียงต้นทุนที่เกี่ยวข้องกับโอกาสในการเกิดปริมาณสินค้าขาด ซึ่งให้เป็นค่าคงที่ (B_1) ที่เป็นอิสระต่อขนาดหรือระยะเวลาของสินค้าขาด ต้นทุนนี้เป็นผลมาจากเมื่อความรวดเร็วในการตอบสนองต่อปริมาณสินค้าขาดที่เกิดขึ้น

2.2 อัตราส่วนค่าใช้จ่ายที่กำหนด (B_2) ต่อหน่วยที่ไม่เพียงพอ แนวทางนี้สมมติว่าอัตราส่วน B_2 ของหน่วยสินค้าเป็นค่าใช้จ่ายต่อหน่วยสินค้าที่ไม่เพียงพอของรายการ i คือ B_2v_i โดยที่ v_i เป็นต้นทุนผันแปรของรายการ i ซึ่งแนวทางนี้เหมาะสมกับสินค้าไม่เพียงพอเกิดขึ้นระหว่างการผลิตนอกเวลา

2.3 อัตราส่วนค่าใช้จ่ายที่กำหนด (B_3) ต่อหน่วยสินค้าที่ไม่เพียงพอต่อหน่วยเวลา แนวทางนี้สมมติค่าใช้จ่าย B_3 ต่อต้นทุนของสินค้าที่ไม่เพียงพอ (ซึ่งเท่ากับ B_3v ต่อหน่วยสินค้าที่ไม่เพียงพอ) ต่อหน่วยเวลา แนวทางนี้ใช้พิจารณากับสินค้าเก็บสำรองและหน่วยสินค้าที่ไม่เพียงพอแต่ละหน่วยที่เครื่องจักรหยุดทำงานซึ่งเวลาที่สูญเสียไปเท่ากับระยะเวลาของสินค้าขาด

2.4 ค่าใช้จ่ายที่กำหนด (B_4) ต่อรายการที่ถูกคำสั่งซื้อไม่เพียงพอ แนวทางนี้พิจารณาค่าใช้จ่าย B_4 สำหรับรายการที่ติดค้างส่งลูกค้า รายการที่ถูกคำสั่งซื้ออาจเป็นรายการหนึ่งของการสั่งซื้อของลูกค้าหลายรายการ

3. ปริมาณสินค้าสำรองที่กำหนดโดยการพิจารณาถึงระดับการบริการแนวทางการกำหนดปริมาณสินค้าสำรองนี้ เป็นแนวทางที่พิจารณาถึงอุปสรรคอย่างเข้มงวดที่เกี่ยวข้องกับต้นทุนของปริมาณสินค้าขาดที่เกิดขึ้น แนวทางนี้นำเสนอถึงระดับการบริการซึ่งระดับการบริการเป็นข้อ

จำกัดในการกำหนดปริมาณสินค้าสำรองของรายการ ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็น 4 กรณีดังต่อไปนี้

3.1 ความน่าจะเป็นที่กำหนด (P_1) ของปริมาณสินค้าขาดที่ไม่เกิดขึ้นต่อรอบการสั่งซื้อทดแทน แนวทางนี้กำหนดให้ เป็นอัตราส่วนของรอบที่ไม่เกิดสินค้าขาดสินค้าขาดเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อสินค้าสำรองที่มีอยู่ลดลงเท่ากับระดับศูนย์ ซึ่งค่า P_1 จะมีค่าเท่ากับ Safety Factor (k) เมื่อใช้ค่านี้กับกลุ่มของรายการการบริการของความน่าจะเป็นที่กำหนด P_1 เรียกว่าระดับรอบการบริการ

3.2 อัตราส่วนที่กำหนด (P_2) ของปริมาณสินค้าที่เพียงพอต่ออุปสงค์ที่ทำให้ลูกค้าพอใจได้ หรืออัตราการเติมเต็ม (Fill Rate) แนวทางนี้พิจารณาถึงอัตราการเติมเต็ม ซึ่งเป็นอัตราส่วนของอุปสงค์ของลูกค้าที่เกิดขึ้นตามปกติที่ไม่มีปริมาณสินค้าติดค้างส่งหรือสูญเสียโอกาสในการขาย รูปแบบของการบริการขึ้นอยู่กับความพึงพอใจของผู้ประกอบการในการพิจารณา การใช้วิธีการคำนวณหาต้นทุนของปริมาณสินค้าไม่เพียงพอ (B_3) เพื่อนำ ไปสู่กฎการตัดสินใจเทียบเท่ากับวิธีการบริการ (P_2) ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$P_2 = \frac{B_3}{B_3 + r} \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

ซึ่ง r คือค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บ

3.3 อัตราส่วนของเวลาที่กำหนด (P_3) ในช่วงเวลาที่สินค้าสำรองสุทธิมีค่าเป็นบวก หรือ อัตราความพร้อม (Ready Rate) แนวทางนี้พิจารณาถึงอัตราความพร้อมซึ่งเป็นอัตราของเวลาในช่วงเวลาที่สินค้าสำรองสุทธิมีค่าเป็นบวกนั้นหมายถึง การมีสินค้าสำรองเพียงพอ การใช้ อัตราความพร้อมในกรณีของอุปกรณ์ที่ใช้สำหรับวัตถุประสงค์ที่มีเหตุการณ์ฉุกเฉิน ภายใต้อุปสงค์ที่มีการกระจายแบบ Poisson วิธีการนี้จะเท่ากับวิธีการ P_2 แต่การแก้ปัญหาสำหรับนโยบายสินค้าคงคลังที่เหมาะสมในกรณีนี้มีความซับซ้อนมากขึ้นกว่าปกติสำหรับวิธีการบริการอื่น ๆ

3.4 เวลาเฉลี่ยที่กำหนด (TBS) ระหว่างโอกาสในการเกิดปริมาณสินค้าขาดแนวทางนี้สามารถใช้ความสัมพันธ์ของ TBS ซึ่งแสดงถึงค่าเฉลี่ยของโอกาสในการเกิดปริมาณสินค้าขาดที่ต้องการต่อปี ถ้าโอกาสในการเกิดปริมาณสินค้าขาดเกี่ยวข้องกับค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น ดังนั้นสามารถเลือกค่า TBS เฉพาะที่ส่งผลต่อค่าใช้จ่าย

4. ปริมาณสินค้าสำรองที่กำหนดโดยการพิจารณาภาพรวมแนวทางการกำหนดปริมาณสินค้าสำรองนี้ เป็นแนวทางที่พิจารณาถึงปริมาณสินค้าสำรองเฉพาะรายการ โดยการใช้

งบประมาณที่จัดสรรให้เพื่อสรรหาบริการโดยรวมที่เป็นไปได้จากรายการทั้งหมด การเลือกปริมาณสินค้าสำรองเฉพาะซึ่งทำให้การลงทุนทั้งหมดในสินค้าคงคลังต่ำเท่าที่สามารถทำได้ ณ ระดับการบริการโดยรวมที่ต้องการ ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กรณี ดังต่อไปนี้

4.1 การจัดสรรปริมาณสำรองรวมของรายการต่าง ๆ เพื่อหาค่าโอกาสในการเกิดปริมาณสินค้าขาดต่อปีทั้งหมดต่ำที่สุดที่คาดไว้ (Expected Total Stockout Occasions per Year : ETSOPY) แนวทางนี้พิจารณาถึงการจัดสรรปริมาณสำรองรวมที่คงที่ของหลายรายการเพื่อหาค่าโอกาสในการเกิดปริมาณสินค้าขาดต่อปีรวมต่ำที่สุดที่คาดไว้ เพื่อนำ ไปสู่กฎการตัดสินใจสำหรับการเลือก Safety Factor ของแต่ละรายการบนพื้นฐานของ B_1 กฎการตัดสินใจเช่นเดียวกับที่ได้มาจากการสมมติค่าเดียวกันสำหรับรายการทั้งหมดของ B_1 และการเลือก Safety Factor เพื่อให้ต้นทุนทั้งหมดของการจัดเก็บและการเกิดปริมาณสินค้าขาดต่ำเท่าที่เป็นไปได้

4.2 การจัดสรรปริมาณสำรองรวมของรายการต่าง ๆ เพื่อหาค่าของปริมาณสินค้าขาดต่อปีทั้งหมดต่ำที่สุดที่คาดไว้ (Expected Total Value of Shortage per Year : ETVSPY) แนวทางนี้พิจารณาถึงการจัดสรรปริมาณสำรองรวมที่คงที่ของหลายรายการเพื่อหาค่าของปริมาณสินค้าขาดต่อปีรวมต่ำที่สุดที่คาดไว้ เพื่อนำไปสู่กฎการตัดสินใจสำหรับการเลือก Safety Factor ดังต่อไปนี้

4.2.1 สิ่งที่ได้จากการสมมติค่าเดียวกันสำหรับรายการทั้งหมดของปัจจัย B_2 และการเลือก Safety Factor สำหรับแต่ละรายการเพื่อหาต้นทุนทั้งหมดของการจัดเก็บและการเกิดปริมาณสินค้าขาดต่ำที่สุด

4.2.2 สิ่งที่ได้จากการกำหนดเวลาเฉลี่ยเดียวกันระหว่างโอกาสในการเกิดปริมาณสินค้าขาดสำหรับทุกรายการในกลุ่มภาพโดยรวมของการจัดสรรทรัพยากรที่จำกัด มาพิจารณาใช้ในการจัดการมากกว่าพยายามหาค่า B_2 หรือกำหนดค่า TBS ที่ชัดเจนโดยใช้ผู้เชี่ยวชาญ

3.4 การทดสอบอัตโนมัติสหสัมพันธ์ (Autocorrelation)

ปัญหาสหสัมพันธ์ของตัวคลาดเคลื่อน (Autocorrelation) คือ ปัญหาที่เกิดจากตัวคลาดเคลื่อน (residual) ในเทอมปัจจุบัน มีความสัมพันธ์กับตัวคลาดเคลื่อนของเทอมก่อนหน้านั้น ซึ่งสาเหตุมาจากหลายสาเหตุ หรือการกำหนดสมการผิดพลาด หรือเกิดจากการสร้างรูปฟังก์ชันผิด เช่น ฟังก์ชันเส้นโค้งเป็นฟังก์ชันเส้นตรง (model specification) หรือเกิดจากปัญหา Cob-Web Phenomenon การเกิด autocorrelation เป็น correlation อย่างหนึ่งซึ่งไม่ได้เป็นการแสดง

ความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร แต่แสดงความสัมพันธ์ของค่าต่างๆ ของตัวแปรเดียวกัน มักพบได้บ่อยในข้อมูลประเภท time series ซึ่งทำให้ค่าคลาดเคลื่อนในเวลา t และ $t-1$ มีความสัมพันธ์กัน การเกิดสหสัมพันธ์ของตัวคลาดเคลื่อนมักเกิดขึ้นกับข้อมูลอนุกรมเวลาที่เราเรียกว่า *serial correlation* ซึ่งต่างจากปัญหาความแปรปรวนไม่คงที่ (heteroscedasticity) ซึ่งมักเกิดกับข้อมูลที่เป็นภาคตัดขวาง (cross-section) อย่างไรก็ตามการเกิดสหสัมพันธ์ในตัวยังอาจเกิดได้กับข้อมูลภาคตัดขวางด้วยเช่นกัน ซึ่งเรียกว่า *spatial correlation* ถ้าสมมุติว่า ในแบบจำลอง

$$\underline{y} = X\underline{\beta} + \underline{u} \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

เรามีความสงสัยว่าพจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) หรือพจน์ตัวรบกวน (disturbance term) มีความสัมพันธ์ในลักษณะ AR(1) ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

เราก็สามารถจะตั้งสมมุติฐานว่าง (null hypothesis) ได้ดังนี้คือ

$$H_0 : \rho = 0$$

และสมมุติฐานทางเลือก (alternative hypothesis) คือ

$$H_a : \rho \neq 0 \quad (\text{Johnston and Dinardo, 1997, pp178-179})$$

จะเห็นได้ว่าสมมุติฐานนั้นเกี่ยวข้องกับ u 's ซึ่งไม่สามารถสังเกตได้ เพราะฉะนั้นเราก็จะต้องหาการทดสอบ (test) ที่ใช้ส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residuals) จาก OLS นั่นคือ

$$\underline{e} = \underline{y} - X\underline{\hat{\beta}} \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

Johnston and Dinardo (1997, p178) กล่าวว่า การทำอย่างนี้ทำให้เกิดความยุ่งยากหลายประการ กล่าวคือ เราพบว่า

$$\underline{e} = M\underline{u} \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

โดยที่ $M = I - X(X'X)^{-1}X'$ มีลักษณะสมมาตร (symmetric) และเป็นนิพจน์ (idempotent) ซึ่งมีค่าลำดับที่ (rank) เท่ากับ $n - k$ ดังนั้นเมทริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (variance-covariance matrix) ของ e 's ก็จะเป็น

$$\text{var}(\underline{e}) = E(\underline{ee}') = \sigma^2 M \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

ดังนั้นแม้ว่าสมมุติฐานว่าง (null hypothesis) จะถูกต้อง นั่นคือ $E\underline{uu}' = \sigma^2 I$ ส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือของ OLS (OLS residuals) ก็ยังแสดงถึง อัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation) เพราะว่าพจน์ที่อยู่นอกเส้นทแยงมุม (off diagonal terms) ใน M จะไม่หายไป Johnston and Dinardo (1997,

p179) ยังกล่าวเพิ่มเติมว่าสิ่งที่สำคัญยิ่งกว่านั้นก็คือ M เป็นฟังก์ชันของค่าจากตัวอย่าง (sample values) ของตัวแปรอธิบาย (explanatory variables) ซึ่งจะมีค่าเปลี่ยนแปลงอย่างไม่สามารถทำนายได้จากการศึกษาหนึ่งไปสู่อีกการศึกษาหนึ่ง Johnston and Dinardo (1997, p179) กล่าวเพิ่มเติมว่าการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวนี้จะทำให้เราไม่สามารถที่จะหาการทดสอบตัวอย่างอิสระที่แม่นยำ (exact finite-sample test) ที่แน่นอนที่จะทดสอบ e 's ซึ่งจะต้องสำหรับเมทริกซ์ X ใดๆ ที่จะปรากฏขึ้น

3.4.1 Durbin-Watson Test

ปัญหาดังกล่าวข้างต้นได้รับการแก้ไขโดย Durbin and Watson (1950, 1951) สถิติทดสอบของ Durbin-Watson (Durbin-Watson test statistic) (ซึ่งบางท่านใช้สัญลักษณ์ว่า d แต่บางท่านใช้ D.W.) ได้คำนวณจาก ส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือของ OLS (OLS residual)

$$\underline{e} = \underline{y} - X\hat{\beta} \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

โดยที่สถิติทดสอบของ Durbin-Watson (Durbin-Watson test statistic (d)) ได้ถูกนิยามดังนี้

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

Gujarati (1995, p421) ได้กล่าวถึงข้อสมมุติที่อยู่เบื้องหลังค่าสถิติ d ไว้ดังนี้

1. แบบจำลองถดถอยจะต้องไม่มีค่าล่าหลัง (lagged value(s)) ของตัวแปรตาม (dependent variables) ที่ทำหน้าที่เป็นตัวอธิบาย (explanatory variable) ตัวหนึ่งหรือหลายตัวในตัวอธิบายทั้งหมด
2. แบบจำลองถดถอยต้องมีพจน์ส่วนตัด (intercept term) ถ้าเป็นกรณีที่เป็นการถดถอยที่ออกจากจุดกำเนิด (origin) เราก็จำเป็นที่จะต้องทำการถดถอยใหม่อีกครั้งโดยให้มีพจน์ส่วนตัด (intercept term) ด้วย เพื่อที่จะได้ $RSS \left(\sum e_t \right)^2$ (อย่างไรก็ตาม Farebrother (1980) ได้ทำการคำนวณค่า d เมื่อไม่มีพจน์ส่วนตัด (intercept term) จากแบบจำลอง)
3. ตัวรบกวน (disturbances) หรือค่าความคลาดเคลื่อน (error) จะต้องมาจากแบบแผนเชิง อັตถถอยอันดับที่หนึ่ง (first-order autoregressive scheme) นั่นคือ $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$

4. ตัวแปรอธิบาย (explanatory variables) X 's จะต้องมึลักษณะไม่เฟ้นสุ่ม (nonstochastic) หรือมีค่าคงที่ในการชักตัวอย่างที่ซ้ำ (repeated sampling)

5. จะต้องไม่มีค่าสังเกตที่ขาดหายไป (missing observations) ในข้อมูล

Gujarati (1995, p421) กล่าวว่า การแจกแจงความน่าจะเป็นหรือการแจกแจงของการชักตัวอย่าง (sampling or probability distribution) ของ d ดังสมการ นั้นยากที่จะหามาได้ เพราะว่ดั่งที่ Durbin และ Watson ได้แสดงไว้ว่ามันขึ้นอยู่กับวิธีที่สลับซับซ้อนของค่าของ X ที่ปรากฏอยู่ในตัวอย่างที่กำหนดมาให้ และดั่งที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าเราคำนวณ ค่า d มาจาก e_t ซึ่งแน่นอนขึ้นอยู่กับค่าของ X 's เพราะฉะนั้น ดั่งที่ Gujarati (1995, p421) ได้กล่าวไว้ว่า d นี้ไม่เหมือนกับการทดสอบแบบ t , F หรือ χ^2 เพราะว่าจะไม่มีค่าวิกฤตเพียงหนึ่งเดียว (unique critical value) ที่จะนำไปสู่การปฏิเสธหรือยอมรับสมมุติฐานว่าง (null hypothesis) ว่าไม่มีสหสัมพันธ์เชิงอันดับอันดับที่หนึ่ง (first-order serial correlation) ในตัวรบกวน (disturbances) หรือค่าคลาดเคลื่อน (errors) อย่างไรก็ตาม Gujarati (1995, p422) ได้กล่าวว่า Durbin and Watson ก็ประสบความสำเร็จในการหาขอบเขตล่าง (lower bound) d_L และขอบเขตบน (upper bound) d_U ในลักษณะที่ทำให้ ถ้าค่า d ที่คำนวณได้จากสมการ (15) อยู่นอกค่าวิกฤต (critical values) เหล่านี้ เราก็สามารถที่จะลงความเห็นเกี่ยวกับการมีหรือไม่มีสหสัมพันธ์เชิงอันดับในทางบวกหรือลบ (positive หรือ negative serial correlation) ได้ ยิ่งกว่านั้น Durbin และ Watson ยังประสบความสำเร็จที่ว่ข้อจำกัดของสถิติทดสอบ d ยังขึ้นอยู่กับจำนวนของค่าสังเกต และจำนวนของตัวแปรอธิบาย (explanatory variables) แต่ไม่ขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปรอธิบาย (explanatory variables)

อย่างไรก็ตามขอบเขตของ d จะอยู่ระหว่าง 0 และ 4 ซึ่งจากสมการ เราสามารถจะเขียนได้ดั่งนี้

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n e_t^2 - 2 \sum_{t=2}^n e_t e_{t-1} + \sum_{t=2}^n e_{t-1}^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \dots\dots\dots (3.20)$$

และเนื่องจาก $\sum e_t^2$ และ $\sum e_{t-1}^2$ แตกต่างกันเพียงค่าสังเกตเดียวเท่านั้น จึงถือได้ว่าค่าทั้งสองนี้มีค่าเท่ากัน โดยประมาณ เพราะฉะนั้นจากสมการ (16) เราสามารถเขียนได้ดั่งนี้

$$d \cong 2 \left[1 - \frac{\sum e_t e_{t-1}}{\sum e_t^2} \right] \dots\dots\dots (3.21)$$

โดยที่ $\cong$ หมายถึง "โดยประมาณ" ซึ่งจะได้

$$d \cong 2[1 - \hat{\rho}] \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

โดยที่ $\hat{\rho} = \sum e_t e_{t-1} / \sum e_t^2$ ซึ่งก็คือสัมประสิทธิ์ของการถดถอย e_t กับ e_{t-1} (Johnston and Dinardo, 1997, p180) ซึ่งก็คือสัมประสิทธิ์ตัวอย่างของสหสัมพันธ์ (sample coefficient of correlation) ระหว่าง e_t และ e_{t-1} ซึ่งสัมประสิทธิ์ประชากรของสหสัมพันธ์ (population coefficient of correlation) ระหว่าง u_t และ u_{t-1} สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{E\{[u_t - E(u_t)][u_{t-1} - E(u_{t-1})]\}}{\sqrt{\text{var}(u_t)} \sqrt{\text{var}(u_{t-1})}} \\ &= \frac{E(u_t u_{t-1})}{\text{var}(u_{t-1})} \quad \dots\dots\dots (3.23) \end{aligned}$$

เนื่องจาก $E(u_t) = 0$ สำหรับทุกค่าของ t และ $\text{var}(u_t) = \text{var}(u_{t-1})$ เพราะว่า เรายังคงสมมติให้ ความแปรปรวนของพจน์ค่าความคลาดเคลื่อน (error term) หรือพจน์ตัวรบกวน (disturbance term) มีค่า (คงที่) เหมือนกัน (homoscedastic) อยู่ (Gujarati, 1995, p407) และเนื่องจาก $-1 \leq \rho \leq 1$ (Gujarati, 1995, p423) จะได้ว่า

$$0 \leq d \leq 4$$

อย่างไรก็ตาม Maddala (1992, p231) ได้ให้ข้อสังเกตว่า $d \cong 2(1 - \hat{\rho})$ นี้จะต้องก็ต้องก็ ต่อเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (large sample) เท่านั้น ค่าเฉลี่ย (mean) ของ d จะมีค่าโดยประมาณ ดังนี้

$$E(d) \cong 2 + \frac{2(k-1)}{n-k} \quad \dots\dots\dots (3.24)$$

โดยที่ k คือ จำนวนของพารามิเตอร์ที่เราต้องการประมาณค่าในสมการถดถอย และ n คือ ขนาดของตัวอย่าง (sample size) ดังนั้นแม้ว่าเราจะไม่มีความสัมพันธ์เชิงอันดับ (serial correlation) ค่าสถิติก็ยังคงเอนเอียงไปทางมากขึ้น (biased upward) จาก 2

จากสมการ (18) ถ้า $\hat{\rho} = 0$, $d \cong 2$ นั่นคือถ้าไม่มีความสัมพันธ์เชิงอันดับที่หนึ่ง (first-order serial correlation) (of the first order) เราก็จะคาดหวังว่า d ควรจะมีค่าประมาณ 2 ถ้า $\hat{\rho} = 1$ ก็หมายความว่ามีความสัมพันธ์ในทางบวกอย่างสมบูรณ์ (perfect positive correlation) ในส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residuals) ซึ่งจะได้ว่า $d = 0$ เพราะฉะนั้นยิ่ง d เข้าใกล้ 0 เท่าไร ก็แสดงว่ายิ่งมีหลักฐานมากขึ้นว่าจะเป็นสหสัมพันธ์เชิงอันดับในทางบวก (positive serial correlation) ถ้า $\hat{\rho} = -1$ ก็จะมีสหสัมพันธ์ในทางลบอย่างสมบูรณ์ (perfect negative correlation) ของส่วนตกค้าง

หรือส่วนที่เหลือ (residuals) ซึ่งในกรณีนี้ค่า $d = 4$ ดังนั้นยิ่ง d มีค่าเข้าใกล้ 4 มากเท่าไรก็ยิ่งเป็นหลักฐานมากขึ้นเท่านั้นที่จะเป็นสหสัมพันธ์เชิงอันดับในทางลบ (negative serial correlation) (Gujarati, 1995, p423)

Gujarati (1995, p423) ได้สรุปขั้นตอนของ Durbin - Watson test ไว้ดังนี้

1. ทำการถดถอยสมการที่เราต้องการศึกษาด้วยวิธี OLS และหาส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residuals)
2. คำนวณค่า d จากสมการ (15) ซึ่งโดยปกติแล้วเรามีโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (computer programs) จำนวนมากที่คำนวณค่า d ให้
3. จากขนาดตัวอย่างที่กำหนดให้และจำนวนของตัวแปรอธิบาย (explanatory variables) ในแบบจำลอง เราสามารถหาค่า d_L และ d_U จากตาราง Durbin - Watson Statistic ได้
4. จากค่า d_L และ d_U เราสามารถจะหากฎแห่งการตัดสินใจ (decision rule) ได้ดังนี้

4.1 กรณี $0 \leq d \leq 2$

สมมุติฐานว่าง (H_0)	ถ้า	ตัดสินใจ (null hypothesis)
ก. ไม่มีอัตสหสัมพันธ์ทางบวก (positive autocorrelation)	$0 \leq d \leq d_L$	ปฏิเสธ H_0
ข. ไม่มีอัตสหสัมพันธ์ทางบวก (positive autocorrelation)	$d_L \leq d \leq d_U$	ไม่สามารถสรุปได้
ค. ไม่มีอัตสหสัมพันธ์ทางบวก (positive autocorrelation)	$d_U < d$	ไม่ปฏิเสธ H_0

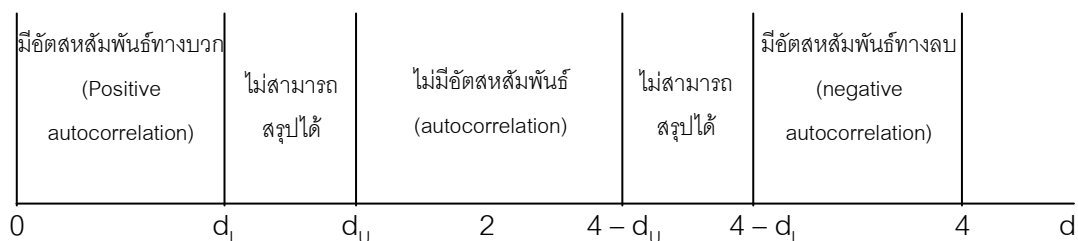
4.2 กรณี $2 < d \leq 4$

สมมุติฐานว่าง (H_0)	ถ้า	ตัดสินใจ (null hypothesis)
ก. ไม่มีอัตสหสัมพันธ์ทางลบ (negative autocorrelation)	$4 - d_L < d < 4$	ปฏิเสธ H_0
ข. ไม่มีอัตสหสัมพันธ์ทางลบ (negative autocorrelation)	$4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$	ไม่สามารถสรุปได้
ค. ไม่มีอัตสหสัมพันธ์ทางลบ (negative autocorrelation)	$d < 4 - d_U$	ไม่ปฏิเสธ H_0

จากกฎแห่งการตัดสินใจ (decision rule) ในข้อ 4 เราสามารถสรุปเพื่อให้เข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้นดังรูปต่อไปนี้

ภาพที่ 3.7

กฎแห่งการตัดสินใจเกี่ยวกับอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation)



ที่มา : ดัดแปลงจาก Gujarati (1995, p422)

Hannon and Terrell (1966) ได้พิสูจน์ว่าขอบเขตบน (upper bound) ของ Durbin - Watson statistic นั้น เป็นการกะประมาณที่ดี (a good approximation) สำหรับการแจกแจง (distribution) ของ Durbin - Watson statistic เมื่อตัวถดถอย (regressors) มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ Hannon and Terrell (1966) ได้กล่าวเพิ่มเติมว่าข้อมูลอนุกรมเวลาทางเศรษฐกิจจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ เพราะฉะนั้นเราสามารถให้ d_U ให้เป็นจุดนัยสำคัญที่ถูกต้องได้

Theil and Nagar (ดูใน Theil (1971, p201)) ได้พิสูจน์ว่าขีดจำกัดบน (upper limit) d_U โดยประมาณแล้วจะเท่ากับ ขีดจำกัดนัยสำคัญ (significant limit) ที่ถูกต้องในทุกกรณีซึ่งพฤติกรรมของตัวแปรอธิบาย (explanatory variables) ราบเรียบ (smooth) ในความหมายที่ว่าผลต่างที่หนึ่งและที่สอง (first และ second differences) มีค่าน้อย (small) เปรียบเทียบกับพิสัย (range) ของตัวแปรนั้นๆ

3.4.2 การทดสอบเชิงเส้นกำกับ (asymptotic test)

Gujarati (1995) สมมติให้ขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่และ $H_0 : \rho = 0$ เราสามารถจะพิสูจน์ได้ $\sqrt{n} \hat{\rho}$ มีการแจกแจงแบบปกติ (normal distribution) ด้วยค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (variance) เท่ากับ 1 นั่นคือ โดยเชิงเส้นกำกับ

$$\sqrt{n} \hat{\rho} \sim N(0,1) \quad \dots\dots\dots (3.25)$$

เมื่อหาค่า $\hat{\rho}$ ได้ก็นำมาคำนวณ $\sqrt{n} \hat{\rho}$ และนำค่านี้ไปเทียบกับค่าวิกฤต (critical value) ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน (standard normal distribution) ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่ามีอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation) ถ้าไม่ปฏิเสธ H_0 แสดงว่าไม่มีอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation)

3.4.3 การทดสอบของ The Breusch – Godfrey (BG) สำหรับอัตสหสัมพันธ์ที่มีอันดับที่สูงขึ้น (higher - order autocorrelation)

สมมติว่าพจน์ตัวรบกวน (disturbance term) u_t มาจากแบบแผนเชิงอัตถถอยอันดับที่ p (p^{th} -order autoregressive scheme)

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \varepsilon_t \dots\dots\dots (3.26)$$

โดยที่ ε_t เป็นพจน์รบกวนสุ่มบริสุทธิ์ (purely random disturbance term) ด้วย $E\varepsilon_t = 0$ และ $\text{var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ ซึ่งมีค่าคงที่ เราจะตั้งสมมุติฐานว่าง (null hypothesis) ดังนี้

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0 \dots\dots\dots (3.27)$$

นั่นคือไม่มีอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation) ของอันดับ (order) ใดๆ Breusch (1978) และ Godfrey (1978) ได้แสดงวิธีทดสอบสมมุติฐานว่าง (null hypothesis) ดังที่ Gujarati (1995, pp425-426) ได้สรุปไว้ดังนี้

1. ประเมินค่าแบบจำลองถดถอยโดยใช้ OLS และหาค่าส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residuals) e_t
2. ถดถอย e_t กับตัวถดถอย (regressors) ทุกตัวในแบบจำลองและตัวถดถอย $e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-p}$ (ในสมการเดียวกัน) โปรดสังเกตว่าในการถดถอยในขั้นที่ 2 นี้เราจะมีเพียง $(n-p)$ ค่าสังเกตเท่านั้น และจากการถดถอยนี้ซึ่งเรียกว่าการถดถอยช่วย (auxiliary regression) เราจะได้ค่า R^2
3. Breusch (1978) และ Godfrey (1978) ได้พิสูจน์ว่าเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่

$$(n-p)R^2 \sim \chi_p^2 \dots\dots\dots (3.28)$$

ถ้า $(n-p)R^2$ มีค่าเกินค่าวิกฤตไคกำลังสองหรือไคสแควร์ (critical chi-square value) ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดเราจะปฏิเสธ H_0 ซึ่งหมายความว่า จะมี p อย่างน้อย 1 ค่าที่มีค่าแตกต่างไปจากศูนย์

Gujarati (1995, p426) ได้ให้ข้อสังเกตในทางปฏิบัติเกี่ยวกับ Breusch – Godfrey test ไว้ดังนี้

ตัวถดถอย (regressors) ที่อยู่ในแบบจำลองถดถอยอาจจะมีค่าล่าหลัง (lagged values) ของตัวแปรตาม (dependent variable) หรือตัวถูกถดถอย (regressand) Y ด้วยได้ นั่นคือ Y_{t-1}, Y_{t-2} ฯลฯ อาจจะมีปรากฏในสมการในฐานะตัวแปรอธิบาย (explanatory variables) ได้ ซึ่งแตกต่างไปจาก Durbin-Watson test ที่ห้ามไม่ให้มีตัวแปรตามค่าล่าหลัง (lagged dependent variables) ในฐานะตัวแปรอธิบาย (explanatory variables)

Breusch – Godfrey test นี้ สามารถใช้ได้แม้ว่าพจน์ตัวรบกวน (disturbance term) จะมีลักษณะเป็นกระบวนการ MA อันดับที่ p (p^{th} order MA process) นั่นคือ

$$u_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_p \varepsilon_{t-p} \dots \dots \dots (3.29)$$

โดยที่ ε คือ พจน์ตัวรบกวนซึ่งมีลักษณะสุ่ม (random disturbance term) ที่ $E \varepsilon = 0$ $\text{var}(\varepsilon) = \sigma_\varepsilon^2$ ซึ่งมีค่าคงที่

ถ้าในสมการ $p = 1$ ซึ่งก็คือ อัตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง (first-order autoregression) Breusch – Godfrey test เป็นที่รู้จักกันในนามของ Durbin's m test

จุดอ่อนของ Breusch – Godfrey test ก็คือค่าของ p ซึ่งก็คือความยาว (length) ของค่าล่าหลัง (lag) นั้นเอง ซึ่งเราไม่สามารถจะรู้ได้ก่อน

3.4.4 Wallis Test สำหรับอัตสหสัมพันธ์อันดับที่สี่ (fourth-order autocorrelation)

Wallis (1972) ได้ชี้ว่าการศึกษาเชิงประจักษ์จำนวนมากได้ใช้ข้อมูลรายไตรมาส (quarterly data) และในกรณีเช่นนั้นเราอาจจะคาดหวังที่จะได้พบกับอัตสหสัมพันธ์อันดับที่สี่ (fourth - order autocorrelation) ในพจน์ตัวรบกวน (disturbance term) เพราะฉะนั้นความสัมพันธ์ของพจน์ตัวรบกวน (disturbance term) หรือพจน์ค่าความคลาดเคลื่อน (error term) ก็สามารถเขียนได้ดังนี้

$$u_t = \rho_4 u_{t-4} + \varepsilon_t \dots \dots \dots (3.30)$$

สำหรับสมมุติฐานว่าง (null hypothesis) นั้น Wallis (1972) ได้ตั้งไว้ดังนี้ $H_0 : \rho_4 = 0$ และ Wallis (1972) ได้เสนอ modified Durbin-Watson statistic ดังนี้

$$d_4 = \frac{\sum_{t=5}^n (e_t - e_{t-4})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \dots\dots\dots (3.31)$$

โดยที่ e_t 's คือ ส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือของ OLS (OLS residuals) และ Wallis (1972) ได้หาขอบเขตบนและล่าง (upper and lower bounds) และสำหรับ d_4 ภายใต้ข้อสมมุติที่ว่าเมทริกซ์ X มีลักษณะไม่เฟ้นสุ่ม (nonstochastic) Wallis (1972) ได้เสนอตารางสำหรับใช้กับการถดถอยที่มีพจน์ส่วนตัด (intercept term) แต่ไม่มีตัวแปรหุ่นเชิงไตรมาส (quarterly dummy variables) และตารางสำหรับใช้กับการถดถอยที่รวมตัวแปรหุ่นเชิงไตรมาส (quarterly dummy variables) เอาไว้ด้วย

3.4.5 การทดสอบอัตโนมัติเมื่อมีตัวแปรตามล่าหลัง (lagged dependent variable)

Pindyck and Rubinfeld (1998, p169) กล่าวว่าเมื่อเรามีตัวแปรตามล่าหลัง (lagged dependent variables) หนึ่งตัวหรือมากกว่าปรากฏอยู่ในสมการ ในฐานะตัวแปรอธิบาย (explanatory variables) หรือตัวถดถอย (regressors) ค่าสถิติ d (Durbin - Watson statistic) มักจะเข้าใกล้ 2 แม้ว่าค่าคลาดเคลื่อน (errors) จะมีสหสัมพันธ์เชิงอันดับ (serial correlation) โดยปกติแล้วเรามักจะพิจารณาว่าสถิติ d เป็นดัชนีชี้วัดของสหสัมพันธ์เชิงอันดับ (serial correlation) เมื่อค่าสถิติ d มีค่าต่ำ แต่วิธีนี้มีความเอนเอียงอย่างมากในการหาสหสัมพันธ์เชิงอันดับ (serial correlation) (Durbin, 1970) Durbin (1970) ได้เสนอวิธีทดสอบสหสัมพันธ์เชิงอันดับ (serial correlation) ในกรณีที่เรามีตัวแปรอธิบาย (explanatory variables) หรือตัวถดถอย (regressors) บางตัวเป็นตัวแปรตามล่าหลัง (lagged dependent variables) ซึ่งจะทำให้ได้ผลสำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ แต่ก็สามารถใช้ได้สำหรับตัวอย่างขนาดเล็กด้วย อย่างไรก็ตาม Gujarati (1995, p607) ได้แย้งว่าการประยุกต์ใช้ในตัวอย่งขนาดเล็กนั้นไม่ถูกต้องอย่างแม่นยำ (strictly justified) ซึ่งได้พิสูจน์โดย Inder (1986) และ Kiviet (1986) และ Gujarati (1995, p607) ได้กล่าวเพิ่มเติมว่าได้มีการแนะนำว่า Breusch – Godfrey test โดยทางสถิติแล้ว ใช้ได้ดีกว่า (more powerful) ไม่เพียงแต่ในตัวอย่างขนาดใหญ่ แต่ในตัวอย่างขนาดเล็กด้วย จึงแนะนำ Breusch – Godfrey test มากกว่า h test Pindyck and Rubinfeld (1998, p169) ได้ยกตัวอย่างเพื่อให้่ายต่อการอธิบายวิธีทดสอบของ Durbin ดังนี้ สมมุติว่ามีแบบจำลอง ที่เราจะใช้ OLS ดังนี้

$$Y_t = a + b Y_{t-1} + c X_t + u_t \dots\dots\dots (3.32)$$

Durbin (1970) ได้เสนอสถิติทดสอบ (test statistic) Durbin h statistic ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n[\text{var}(b)]}} \dots\dots\dots (3.33)$$

โดยที่ $\text{var}(b)$ คือ กำลังสองของค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (standard error) ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตามล่าหลัง (lagged dependent variable) n คือ จำนวนค่าสังเกต และ $\hat{\rho}$ คือ ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับ อันดับที่หนึ่ง (estimated first-order serial-correlation coefficient) Pindyck and Rubinfeld (1998, p169) ได้กล่าวว่า $\hat{\rho}$ สามารถที่จะประมาณค่าโดยตรงจากค่าสถิติ d ซึ่งได้จาก $d \approx 2(1 - \hat{\rho})$ หากค่า $\hat{\rho}$ และนำไปแทนในสมการ (27) จะได้

$$h = \left(1 - \frac{d}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n[\text{var}(b)]}} \dots\dots\dots (3.34)$$

Gujarati (1995, p606) กล่าวว่า Durbin ได้พิสูจน์ว่าค่าสถิติ h มีการแจกแจงแบบปกติเชิงเส้นกำกับด้วยความแปรปรวนเท่ากับหนึ่งและค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับศูนย์ เพราะฉะนั้นการทดสอบสหสัมพันธ์เชิงอันดับอันดับหนึ่ง (first - order serial correlation) สามารถที่จะทำได้โดยการใช้ตารางการแจกแจงปกติ

Pindyck and Rubinfeld (1998, p169) ได้ตั้งข้อสังเกตไว้ว่า การทดสอบ Durbin h จะไม่ถูกต้องเมื่อ $n \text{ var}(b)$ มีค่าเกิน 1 ทั้งนี้เพราะ $1 - n[\text{var}(b)]$ จะมีเครื่องหมายเป็นลบ และรากที่สอง (square root) ของเลขจำนวนลบเราไม่สามารถหาได้ Durbin (1970) จึงได้เสนอวิธีทดสอบสำหรับกรณี $1 - n[\text{var}(b)]$ เป็นลบไว้ดังนี้

1. หาค่าส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residuals) e_t จากการถดถอยโดยใช้ OLS
2. หาค่า e_{t-1}
3. ประมาณค่าสมการถดถอยดังต่อไปนี้

$$e_t = a^* + \rho^* e_{t-1} + b^* Y_{t-1} + c^* X_t + u_t \dots\dots\dots (3.35)$$

ถ้าสัมประสิทธิ์ ρ^* ของสมการนี้มีค่าแตกต่างไปจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญโดยใช้สถิติทดสอบ t (t test) เราก็จะปฏิเสธสมมุติฐานว่าง $H_0 : \rho^* = 0$ ซึ่งแสดงว่ามีสหสัมพันธ์เชิงอันดับอันดับหนึ่ง (first-order serial correlation)

อย่างไรก็ตามค่าตัวแปรตามล่าหลัง (lagged dependent variables) อาจมีมากกว่าหนึ่งตัวก็ได้ขึ้นอยู่กับว่าแบบจำลองที่เราากำลังศึกษานั้นต้องการตัวแปรตามล่าหลัง (lagged dependent variables) กี่ตัว

Johnston and Dinardo (1997, p183) กล่าวว่า Durbin (1970) ได้ชี้ว่าวิธีการที่กล่าวมาข้างต้นนั้น สามารถที่จะนำไปทำการทดสอบในกรณี AR (p) ได้ แทนที่จะเป็น AR (1) เพียงอย่างเดียว

3.4.6 วิธีแก้ปัญหาคอรัลสัมพัทธ์ (autocorrelation)

1. เมื่อทราบโครงสร้างของคอรัลสัมพัทธ์ (autocorrelation) สมมติว่าเรามีแบบจำลองดังต่อไปนี้

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t \quad \dots\dots\dots (3.37)$$

และในทางปฏิบัติเรามักจะสมมติว่า u_t มีโครงสร้างดังนี้

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (3.38)$$

โดยที่ $|\rho| < 1$ และ ε_t มีข้อสมมุติดังนี้คือ $E\varepsilon_t = 0$, $\text{var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ ซึ่งเป็นค่าคงที่ และ $E\varepsilon_t \varepsilon_{t+s} = 0$ เมื่อ $s \neq 0$ นั่นคือไม่มีคอรัลสัมพัทธ์ (autocorrelation) สำหรับ ε_t

สมมติว่าเราทราบค่าของ ρ เราสามารถจะแก้ปัญหาคอรัลสัมพัทธ์ (autocorrelation) ของ u_t ได้ โดยวิธีการดังนี้

$$Y_{t-1} = \alpha + \beta X_{t-1} + u_{t-1} \quad \dots\dots\dots (3.39)$$

เอา ρ คูณสมการ ทั้งสองข้างจะได้

$$\rho Y_{t-1} = \rho \alpha + \rho \beta X_{t-1} + \rho u_{t-1} \quad \dots\dots\dots (3.40)$$

จะได้

$$\begin{aligned} Y_t - \rho Y_{t-1} &= \alpha(1 - \rho) + \beta(X_t - \rho X_{t-1}) + (u_t - \rho u_{t-1}) \\ &= \alpha(1 - \rho) + \beta(X_t - \rho X_{t-1}) + \varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (3.41) \end{aligned}$$

ซึ่งจะได้

$$Y_t^* = \alpha^* + \beta X_t^* + \varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (3.42)$$

โดยที่ $Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1}$, $X_t^* = X_t - \rho X_{t-1}$, $\alpha^* = \alpha(1 - \rho)$ (3.43)

และเนื่องจาก ε_t มีคุณสมบัติสอดคล้องกับข้อสมมุติของ OLS เราก็สามารถใช้ OLS กับสมการ ได้เลย ซึ่งจะได้ตัวประมาณค่า (estimator) ที่มีคุณสมบัติที่เหมาะสมนั่นคือมีลักษณะ BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) อันที่จริงแล้วการถดถอยสมการ (35) ก็คือการใช้ GLS (Generalized Least Squares) นั่นเอง ในการถดถอยสมการ (35) นั้น เราจะสูญเสียค่าสังเกตไปหนึ่งค่า คือค่าสังเกตแรก เพราะว่าค่าสังเกตแรกนั้นไม่มีค่าสังเกตก่อนหน้านี้ Gujarati (1995, p428) กล่าวว่า เพื่อป้องกันการสูญเสียค่าสังเกตไปหนึ่งค่าสังเกต ค่าสังเกตแรกที่จะนำมารวมนั้นจะได้เป็น สำหรับ Y_1^* และ X_1^* ตามลำดับ การแปลง (transformation) นี้เป็นที่รู้จักกันในนามของ Prais - Winsten transformation

$$d \cong 2(1 - \hat{\rho}) \quad \dots\dots\dots (3.44)$$

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{d}{2} \quad \dots\dots\dots (3.45)$$

จากสมการ $\hat{\rho} = +1$ ถ้า $d = 0$; และถ้า $d = 2$ จะได้ $\hat{\rho} = 0$; และเมื่อ $d = 4$ จะได้ $\hat{\rho} = -1$ แต่สมการ ก็เป็นเพียงการประมาณ (approximation) เท่านั้น และอาจจะไม่เป็นจริงสำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก Gujarati (1995, p430) กล่าวเพิ่มเติมว่า เราอาจใช้ Theil-Nagar modified d statistic สำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก Theil and Nagar (1961) ได้เสนอแนะว่าในตัวอย่างขนาดเล็ก (small samples) แทนที่จะประมาณค่า ρ จาก $\rho = (1 - d/2)$ ให้ใช้

$$\hat{\rho} = \frac{n^2(1 - d/2) + k^2}{n^2 - k^2} \quad \dots\dots\dots (3.46)$$

โดย n = จำนวนค่าสังเกต

d = Durbin - Watson d

k = จำนวนสัมประสิทธิ์ (รวม intercept) ที่ต้องประมาณค่า

เมื่อได้ค่าประมาณสำหรับ $\hat{\rho}$ แล้วเราสามารถแปลง (transform) ข้อมูลในลักษณะของสมการ และใช้การประมาณค่าแบบ OLS เข้ากับข้อมูลที่ถูกแปลง (transformed) แล้ว Gujarati (1995, p430) ได้ตั้งคำถามว่า สัมประสิทธิ์ถดถอยที่ประมาณค่าได้ดังกล่าวมีคุณสมบัติเหมาะสมตามปกติของแบบจำลองคลาสสิก (classical model) หรือไม่ และ Gujarati (1995, p430) ก็ได้กล่าวว่าโดยหลักทั่วไปแล้วเมื่อใดก็ตามที่เราใช้ตัวประมาณค่า (estimator) เข้าไปแทนค่าที่แท้จริง (true value) สัมประสิทธิ์ OLS ที่ประมาณค่าได้จะมีคุณสมบัติที่เหมาะสมตามปกติในลักษณะอย่างเชิงเส้นกำกับ (asymptotically) เท่านั้น นั่นคือในตัวอย่างขนาดใหญ่และกระบวนการทดสอบ

สมมุติฐานแบบดั้งเดิมก็จะถูกต้องอย่างแข็งเส้นกำกับด้วย เพราะฉะนั้นในตัวอย่างขนาดเล็ก Gujarati (1995, p430) กล่าวว่า เราจะต้องมีความระมัดระวังในการอธิบายผลลัพธ์จากการประมาณค่า

Cochrane – Orcutt iterative procedure ในการประมาณค่า ρ และสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองไปพร้อมๆ กัน

จากสมการ เราสามารถเขียนผลบวกของกำลังสองของส่วนที่เหลือ (sum of squared residuals) ได้ดังนี้

$$\sum_{t=2}^n e_t^2 = \sum [(Y_t - \hat{\rho}Y_{t-1}) - \hat{\alpha}(1 - \hat{\rho}) - \hat{\beta}(X_t - \hat{\rho}X_{t-1})]^2 \quad \dots\dots\dots (3.47)$$

การทำให้สมการ มีค่าต่ำสุด (minimize) โดยการคำนึงถึง $\hat{\rho}$, $\hat{\alpha}$ และ $\hat{\beta}$ จะนำไปสู่สมการแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear equations) วิธีการของการกะประมาณ (approximate) ค่าของ $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ และ $\hat{\rho}$ ซึ่งทำให้ผลบวกกำลังสองในสมการ (39) มีค่าต่ำสุด (minimize) ก็คือกระบวนการ Cochrane - Orcutt iterative process (Cochrane and Orcutt ,1949, Johnston 1972, p262, Johnston ,1972, p262) กล่าวว่า วิธีการก็คือใส่ค่า $\hat{\rho}$ ตามอำเภอใจ (ควรจะอยู่ในพิสัย (range) ของ ρ) ในสมการ และทำให้ผลบวกกำลังสองมีค่าต่ำสุด (minimize)โดยการคำนึงถึง $\hat{\alpha}$ และ $\hat{\beta}$ ในขณะที่ Gujarati (1995, p431) ให้หา $\hat{\rho}$ จาก

$$e_t = \rho e_{t-1} + v_t \quad \dots\dots\dots (3.48)$$

โดยที่ e_t นั้นได้มาจากการถดถอยสมการ

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$$

ซึ่งจะได้

$$Y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_t + e_t \quad \dots\dots\dots (3.49)$$

สมมุติว่าจากการกำหนด $\hat{\rho}_1$ ในครั้งแรกไม่ว่าจะมาจากการกำหนดตามอำเภอใจหรือมาจากวิธีที่ Gujarati (1995, p431) กล่าวก็ตาม เราสามารถหาค่า $\hat{\alpha}_1$ และ $\hat{\beta}_1$ ได้ แทนค่า $\hat{\alpha}_1$ และ $\hat{\beta}_1$ ในสมการ (39) และค่าต่ำสุด (minimize) ผลบวกกำลังสองในสมการ โดยการคำนึงถึง $\hat{\rho}$ จะได้ $\hat{\rho}_2$ และให้ค่า $\hat{\rho}_2$ แทนในสมการ และทำการหาค่าต่ำสุด (minimize) ของผลบวกกำลังสองของสมการ ต่อไปโดยการคำนึงถึง $\hat{\alpha}$ และ $\hat{\beta}$ จะได้ $\hat{\alpha}_2$ และ $\hat{\beta}_2$ ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งค่าประมาณ (estimates) ทั้งหลายมีความแตกต่างกันเล็กน้อยมาก (คำว่าเล็กน้อยนี้ค่อนข้างตามอำเภอใจ) (Johnston, 1972, p262) ในขณะที่ Gujarati (1995, p432) กล่าวว่า เราควรจะ

หยุดการทำซ้ำๆ กัน (iteration) ต่อเมื่อค่าประมาณของ ρ ในตัวต่อๆ มามีค่าแตกต่างกันน้อยมาก เช่น น้อยกว่า 0.01 หรือ 0.005

Johnston (1972, p262) ได้เพิ่มเติมว่ากระบวนการทำซ้ำๆ กัน (iterative processes) ดังกล่าวได้ก่อให้เกิดคำถามสองประการเกี่ยวกับ (1) การลู่เข้า (convergence) และ (2) local minima กับ global minimum หรือการ มีอยู่จริงของผลเฉลย (solution) หลายผลเฉลย (solutions)

Sargan (1964) ได้พิสูจน์ว่ากระบวนการทำซ้ำๆ กัน (iterative process) นี้ จะลู่เข้า (converge) ไปสู่ค่าหนึ่ง (stationary value) ของผลบวกกำลังสองในสมการเสมอ มีความเป็นไปได้ของการมีหลายค่าต่ำสุดเฉพาะที่ (local minima) ซึ่งในกรณีนี้กระทำได้โดยการตรวจสอบโดยการหาค่าต่ำสุด (minimizing) ของสมการ โดยการคำนึงถึง $\hat{\alpha}$ และ $\hat{\beta}$ สำหรับแต่ละค่าของ $\hat{\rho}$ จากเซตของค่าของ $\hat{\rho}$ ที่ครอบคลุมจาก -1 ถึง +1 ถ้าเราเลือกกริด (grid) ของค่า $\hat{\rho}$ อย่างประณีตเพียงพอ การตรวจสอบผลบวกของกำลังสองของส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residual) $(\sum e_i^2)$ จะแสดงว่า มีการบ่งชี้เกี่ยวกับ ค่าต่ำสุด (minima) หลายจุดหรือไม่ ในการศึกษาจำนวนมากของ Sargan และนักศึกษาของเขาพบว่าไม่มีกรณีของจุดต่ำสุดพหุคูณ (multiple minima) เกิดขึ้น

อย่างไรก็ตาม Johnston (1972, p262) กล่าวว่า วิธีควบคุมการทำซ้ำๆ กัน (iteration) ที่ใช้กันบ่อยๆ ก็คือ การใช้ Durbin-Watson test โดยเริ่มจากการให้ $\hat{\rho}_1 = 0$ และเราก็จะค่าต่ำสุด (minimize) ผลบวกกำลังสองดังต่อไปนี้

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)^2 \quad \dots\dots\dots (3.50)$$

และเราก็จะได้ $\hat{\alpha}_1$ และ $\hat{\beta}_1$ ซึ่งก็คือค่าประมาณ OLS (OLS estimates) หลังจากนั้นก็ทำการทดสอบ H_0 : ไม่มีอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation) โดยการประยุกต์ใช้ Durbin - Watson test กับส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (least - squares residuals) ถ้าปฏิเสธสมมุติฐาน เราก็ทำซ้ำๆ กัน (iteration) ต่อไป ซึ่งเป็นการ หาค่าต่ำสุด (minimizing) ของผลบวกกำลังสองโดยคำนึงถึง $\hat{\rho}$ สำหรับ $\hat{\alpha}_1$ และ $\hat{\beta}_1$ ที่กำหนดให้เราก็จะได้ $\hat{\rho}_2$ มาจากการทำให้มีค่าต่ำสุด (minimize)

$$\sum_{i=1}^n [(Y_i - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 X_i) - \hat{\rho}(Y_{i-1} - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 X_{i-1})]^2 \quad \dots\dots\dots (3.51)$$

นั่นคือ $\hat{\rho}_2$ ได้มาจากการถดถอยส่วนตกค้างและส่วนที่เหลือจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (least squares residuals) กับตัวของมันเอง แต่ค่าล่าหลัง (lagged) ไปหนึ่งคาบ (period) นั่นคือการถดถอยระหว่าง e_i กับ e_{i-1} โดยใช้แบบจำลองตามสมการ จาก $\hat{\rho}_2$ เราสามารถหา $\hat{\alpha}_2$ และ

$\hat{\rho}_2$ โดยการถดถอยตัวแปรที่แปลงแล้ว (transformed variables) $(Y_t - \hat{\rho}_2 Y_{t-1})$ กับ $(X_t - \hat{\rho}_2 X_{t-1})$ ตามแบบจำลอง และทดสอบอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation) จากการถดถอย สมการดังกล่าว ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ และเราจะหยุดการทำซ้ำๆ กัน (iterations) เมื่อ H_0 : ไม่มีอัตสหสัมพันธ์ (autocorrelation) ไม่ได้รับการปฏิเสธ

วิธีสองขั้นตอนของ Durbin วิธีนี้จะให้ค่าประมาณ (estimates) ที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย (mean vector) และเมทริกซ์การกระจาย (dispersion matrix) อย่างเชิงเส้นกำกับ (asymptotically) เหมือนกันกับค่าประมาณกำลังสองน้อยที่สุด (least squares estimates) ที่ได้รับจากการหาค่าต่ำสุด (minimization) ของ $\sum e_t^2$ ในสมการ เราจะได้

$$Y_t = \alpha(1 - \rho) + \rho Y_{t-1} + \beta X_t - \rho\beta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (3.52)$$

โดยที่ตัวประกอบ ε_t มีเมทริกซ์การกระจายเชิงสเกลาร์ (a scalar dispersion matrix) วิธีการกำลังน้อยที่สุดจะให้ค่าประมาณที่คล่องจอง (consistent estimates) ของพารามิเตอร์ของความสัมพันธ์นี้ ดังนั้นขั้นแรกในกระบวนการของ Durbin ก็คือ การถดถอยสมการ และได้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ของ Y_{t-1} ซึ่งคือ $\hat{\rho}$ ขั้นตอนที่สองนำค่า $\hat{\rho}$ ไปคำนวณตัวแปรที่แปลงแล้ว (transformed variables) $(Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1})$ และ $(X_t - \hat{\rho} X_{t-1})$ และใช้การถดถอยกำลังสองน้อยที่สุด (least squares regression) เข้ากับตัวแปรที่แปลงแล้ว (transformed variables) ตามสมการ สัมประสิทธิ์ของ $(X_t - \hat{\rho} X_{t-1})$ คือ ค่าประมาณของ β และพจน์ส่วนตัด (intercept term) หาดด้วย $(1 - \hat{\rho})$ ก็คือ $\hat{\alpha}$ Johnston (1972, p263)

Johnston (1972, p263) กล่าวเพิ่มเติมว่า วิธีการของ Durbin นั้นสามารถใช้กับกรณีที่มีตัวแปรอธิบายมากกว่าหนึ่งตัวได้และกับแบบแผนเชิงอัตถดถอยที่มีอันดับที่สูงขึ้น (higher order autoregressive schemes) Johnston (1972, p263) ได้ยกตัวอย่างจากแบบจำลองดังต่อไปนี้

$$Y_t = \beta_1 X_{1t} + K + \beta_k X_{kt} + u_t \quad \dots\dots\dots (3.53)$$

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (3.54)$$

จากสมการเราสามารถจะได้

$$Y_t = \rho_1 Y_{t-1} + \rho_2 Y_{t-2} + \beta_1 X_{1t} + K + \beta_k X_{kt} - \rho_1 \beta_1 X_{1,t-1} - K - \rho_1 \beta_k X_{k,t-1} - \rho_2 \beta_1 X_{1,t-2} - K - \rho_2 \beta_k X_{k,t-2} + \varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (3.55)$$

ให้ $\hat{\rho}_1$ และ $\hat{\rho}_2$ เป็นสัญลักษณ์ของสัมประสิทธิ์ของ Y_{t-1} และ Y_{t-2} ที่ได้จากการถดถอยสมการ ใช้ $\hat{\rho}_1$ และ $\hat{\rho}_2$ เพื่อคำนวณข้อมูลที่ถูกแปลงแล้ว (transformed data)

$$\begin{aligned} (Y_t - \hat{\rho}_1 Y_{t-1} - \hat{\rho}_2 Y_{t-2}), (X_{it} - \hat{\rho}_1 X_{i,t-1} - \hat{\rho}_2 X_{i,t-2}) \quad i = 1, K, k \quad \dots\dots\dots (3.56) \\ t = 3, K, n \end{aligned}$$

และใช้การถดถอยกำลังสองน้อยที่สุด (least squares regression) เพื่อหาค่าประมาณของ β 's Johnston (1972, p264) กล่าวว่า วิธีการทำซ้ำๆ กัน (iterative) หรือสองขั้นตอน (two-step) มีประสิทธิภาพกว่า OLS อย่างเชิงเส้นกำกับ (asymptotically)

สรุป ปัญหาสหสัมพันธ์ของตัวรบกวน (Autocorrelation) คือ ปัญหาที่เกิดจากตัวรบกวน (disturbance term) ในแต่ละช่วงเวลามีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้อาจจะเป็นไปในทิศทางบวกหรือลบก็ได้ ถ้าเป็นกรณีแรกเรียกว่า “positive autocorrelation” ถ้าเป็นกรณีหลังเรียกว่า “negative autocorrelation” การเกิดสหสัมพันธ์ของตัวรบกวนมักเกิดขึ้นกับข้อมูลอนุกรมเวลาที่เราเรียกว่า *serial correlation* ซึ่งต่างจากปัญหาความแปรปรวนไม่คงที่ (heteroscedasticity) ซึ่งมักเกิดกับข้อมูลที่เป็นภาคตัดขวาง (cross-section) อย่างไรก็ตามการเกิดสหสัมพันธ์ในตัวยังอาจเกิดได้กับข้อมูลภาคตัดขวางด้วยเช่นกัน ซึ่งเรียกว่า *spatial correlation* ตัวคลาดเคลื่อนหรือตัวรบกวนในแต่ละช่วงเวลาที่มีความสัมพันธ์นั้น อาจจะมี ความสัมพันธ์ในช่วงเวลาที่ต่าง ๆ กัน เช่น ตัวรบกวนในช่วงเวลา t หรือ u_t อาจจะมี ความสัมพันธ์กับตัวรบกวนในช่วงเวลาก่อนหน้าคือ $u_{t-1}, u_{t-2}, \dots$ หรือสัมพันธ์กับช่วงเวลาที่ตามมา คือ $u_{t+1}, u_{t+2}, \dots$ ถ้าความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่ต่อเนื่องกัน คือ ระหว่าง u_t และ u_{t+1} เรียกว่า “สหสัมพันธ์ตัวรบกวนลำดับที่ 1” (first-order autocorrelation) ถ้าความสัมพันธ์เกิดขึ้นใน 2 ช่วงเวลา คือ u_t และ u_{t+2} เรียกว่า “สหสัมพันธ์ตัวรบกวนลำดับที่ 2” (second-order autocorrelation) ถ้ามีความสัมพันธ์ระหว่าง u_t และ u_{t+k} เรียกว่า “สหสัมพันธ์ตัวรบกวนลำดับที่ k ” (k -order autocorrelation) การเกิดปัญหาสหสัมพันธ์ของตัวรบกวน มีสาเหตุหลัก ๆ 3 ประการคือ ประการแรก การละเลยตัวแปรที่มีความสำคัญออกจากฟังก์ชันที่ศึกษา ทำให้ตัวแปรที่ถูกละเลยมีความสัมพันธ์กับตัวรบกวน ทำให้ตัวรบกวนมีความสัมพันธ์กันโดยผ่านตัวแปรอิสระที่ถูกละเลย ประการที่สอง เกิดจากการกำหนดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของสมการผิดไปจากความเป็นจริง (incorrect functional form) และประการสุดท้าย เกิดจากปัจจัยที่อยู่เบื้องหลังตัวรบกวนโดยตรง คือมีบางกรณีที่ตัวรบกวนที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่งโดยตัวมันเองจะส่งผลกระทบไปยังช่วงเวลาอื่นๆ กล่าวอีกนัยคือ ทำให้ค่าตัวรบกวนที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงเวลาไม่เป็นอิสระต่อกัน กรณีนี้เราเรียกว่าเกิดสภาพ “true autocorrelation” หรือ “pure autocorrelation” ซึ่งแตกต่างจากสองกรณีแรกที่เกิดจากการเกิดไม่ได้เกิดจากลักษณะของตัวรบกวน เราจึงเรียกว่าเกิด “impure autocorrelation”