

บทที่ 4 การออกแบบระบบควบคุมการทิศทางการเคลื่อนที่

ในการออกแบบระบบควบคุมนั้นต้องจำลองการทำงานก่อน เพื่อให้แน่ใจว่าระบบควบคุมที่ออกแบบขึ้นมีความเป็นไปได้ที่สามารถจะใช้งานได้จริง ไม่ส่งผลเสียที่ทำให้เกิดอันตรายหรืออุปกรณ์ทดลองเสียหาย ฉะนั้นการจำลองการด้วยคณิตศาสตร์บน โปรแกรมคำนวณคอมพิวเตอร์ถือเป็นขั้นตอนเริ่มต้นในการพัฒนาระบบควบคุม โดยองค์ประกอบหลักของการจำลองประกอบไปด้วยสมการคณิตศาสตร์ของระบบ ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ และกฎการควบคุมของระบบควบคุมที่ต้องการออกแบบ ด้วยโปรแกรม MATLAB โดยกำหนดสัญญาณอินพุตในลักษณะต่างๆ ให้กับระบบทั้งหมด แล้วทำการวิเคราะห์ผลตอบสนองทางเอาต์พุต โดยในหัวข้อนี้จะอธิบายแยกแต่ละส่วนดังนี้

4.1 สมการคณิตศาสตร์ของระบบหุ่นยนต์สี่ล้อใบพัด

คณิตศาสตร์แทนระบบของหุ่นยนต์สี่ล้อใบพัดเมื่อพิจารณาจากรูปที่ 2.1 ด้วยวิธีลากรองจ์ (Lagrange) ซึ่งจะได้สมการที่แทนการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สี่ล้อใบพัดในทิศทางต่างๆ ตามในสมการที่ 4.1 โดยสามสมการแรก (x, y, z) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ (ODE) ซึ่งแสดงลักษณะการเคลื่อนที่ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน และสมการสามอันสุดท้าย (ϕ, θ, ψ) ในสมการที่ 4.2 เป็นลักษณะการเอียงมุมของหุ่นยนต์สี่ล้อใบพัด [24]

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{1}{m} u_1 \\ \ddot{y} = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \frac{1}{m} u_1 \\ \ddot{z} = -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m} u_1 \end{cases} \quad (4.1)$$

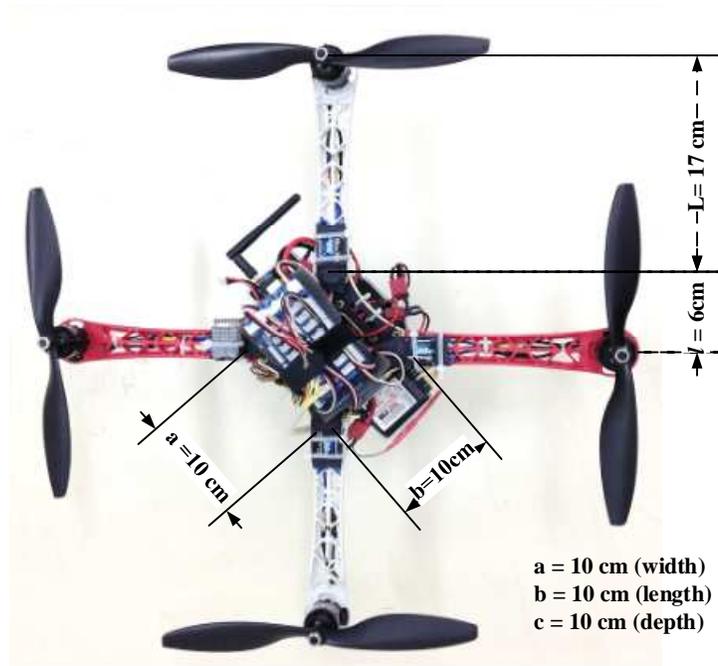
$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) + \frac{j_r}{I_{xx}} \dot{\theta} \omega + \frac{L}{I_{xx}} u_2 \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) - \frac{j_r}{I_{yy}} \dot{\phi} \omega + \frac{L}{I_{yy}} u_3 \\ \ddot{\psi} = \dot{\theta} \dot{\phi} \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) + \frac{1}{I_{zz}} u_4 \end{cases} \quad (4.2)$$

โดยมีสมการอินพุตทั้งหมด 4 สมการสำหรับควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สี่ล้อใบพัด ซึ่งแสดงดังในสมการที่ 4.3

$$\begin{cases} u_1 = b\Omega_1^2 - b\Omega_2^2 + b\Omega_3^2 - b\Omega_4^2 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \\ u_2 = b\Omega_4^2 - b\Omega_2^2 = f_4 - f_2 \\ u_3 = b\Omega_3^2 - b\Omega_1^2 = f_3 - f_1 \\ u_4 = d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \\ \omega = \Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4 \end{cases} \quad (4.3)$$

4.2 ค่าพารามิเตอร์สำหรับจำลองระบบ

ค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์สี่ใบพัดที่สร้างขึ้นสามารถวัดได้ด้วยเครื่องมือวัดทั่วไปๆ แต่สำหรับค่าความเฉื่อย (Moment of inertia) รอบแกน x, y และ z ได้แทนค่าต่างๆ ในรูปที่ 4.1 ลงในสมการที่ 4.4 [25] ทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดดังในตารางที่ 4.1



รูปที่ 4.1 พารามิเตอร์สำหรับคำนวณค่าความเฉื่อย

$$\begin{cases} I_{xx} = 2m(l+L)^2 + \frac{1}{12}M(c^2 + b^2) + M\left(\frac{c}{2}\right)^2 \\ I_{yy} = 2m(l+L)^2 + \frac{1}{12}M(c^2 + b^2) + M\left(\frac{c}{2}\right)^2 \\ I_{zz} = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2) + 4m(l+L)^2 \end{cases} \quad (4.4)$$

ตารางที่ 4.1 ค่าพารามิเตอร์ของระบบควบคุมหุ่นยนต์สี่ใบพัด

สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์
L	0.45 m
m	1 kg
g	9.81 m/s ²
I_{xx}	15.67×10 ⁻³ kg.m ²
I_{yy}	15.67×10 ⁻³ kg.m ²
I_{zz}	28.346e-3 kg.m ²
b	192.3208e-7 N s ²
d	4.003e-7 N m s ²
j_r	6.01e-5

4.3 ตัวแปรสถานะ

จากสมการคณิตศาสตร์แทนระบบของหุ่นยนต์สี่ใบพัดในสมการที่ 4.1, 4.2 และสมการที่ 4.3 ซึ่งมีตัวแปรสถานะเป็น $x = [\phi \ \theta \ \psi \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi} \ x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ และตัวแปรควบคุมเป็น $u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T$ โดยสามารถกำหนดตัวแปรสถานะใหม่ได้ดังนี้ $x_1 = \phi, x_2 = \dot{\phi}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}, x_6 = \dot{\psi}, x_7 = x, x_8 = \dot{x}, x_9 = y, x_{10} = \dot{y}, x_{11} = z, x_{12} = \dot{z}$ ซึ่งจะได้ $x_2 = \dot{x}_1, x_4 = \dot{x}_3, x_6 = \dot{x}_5, x_8 = \dot{x}_7, x_{10} = \dot{x}_9, x_{12} = \dot{x}_{11}$ แล้วเมื่อแทนตัวแปรสถานะต่างๆ ที่กำหนดขึ้นลงในคณิตศาสตร์แทนระบบของหุ่นยนต์สี่ใบพัดจะได้ [11]

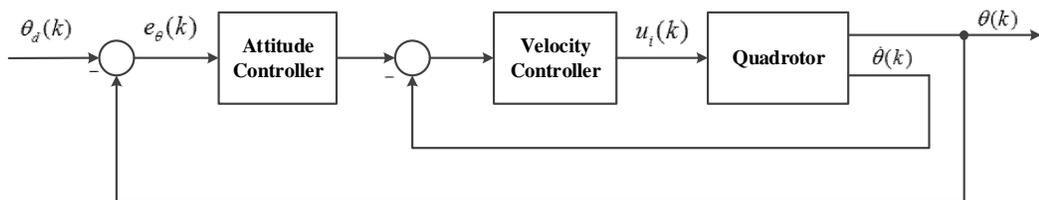
$$\begin{cases} \dot{x}_2 = (x_4)(x_6) \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) + \frac{j_r}{I_{xx}} (x_4)(\omega) + \frac{L}{I_{xx}} u_2 \\ \dot{x}_4 = (x_2)(x_6) \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) - \frac{j_r}{I_{yy}} (x_2)(\omega) + \frac{L}{I_{yy}} u_3 \\ \dot{x}_6 = (x_4)(x_2) \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) + \frac{1}{I_{zz}} u_4 \\ \dot{x}_8 = (\cos(x_1) \sin(x_3) \cos(x_5) + \sin(x_1) \sin(x_5)) \frac{1}{m} u_1 \\ \dot{x}_{10} = (\cos(x_1) \sin(x_3) \sin(x_5) - \sin(x_1) \cos(x_5)) \frac{1}{m} u_1 \\ \dot{x}_{12} = -g + (\cos(x_1) \cos(x_3)) \frac{1}{m} u_1 \end{cases} \quad (4.5)$$

การออกแบบระบบควบคุมในขั้นแรกประมาณให้พจน์ของ Gyroscope Torque ในสมการ x_2, x_4 คือ $\frac{j_r}{I_{xx}}(x_4)(\omega) \approx 0$ และ $-\frac{j_r}{I_{yy}}(x_2)(\omega) \approx 0$ เพราะเนื่องจากการทดลองจริงยังคงทำการปรับค่า อัตราขยายบนแท่นทดสอบความสมดุล ซึ่งเป็นการควบคุมที่ละแกนรวมทั้งในพจน์ของ $\left(\frac{I_{yy,zz,xx} - I_{zz,xx,yy}}{I_{xx,yy,zz}}\right) \approx 0$ เพราะเนื่องจากค่าความเฉื่อยนั้นมีค่าน้อยมากๆ เข้าใกล้ศูนย์ ดังนั้นในสมการการหมุนเชิงจะลดรูปได้ดังในสมการที่ 4.6 แต่สำหรับสมการแสดงลักษณะการเคลื่อนที่ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนยังคงเดิม

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \frac{L}{I_{xx}} U_2 \\ \dot{x}_4 = \frac{L}{I_{yy}} U_3 \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{I_{zz}} U_4 \end{cases} \quad (4.6)$$

4.4 การออกแบบระบบควบคุมพีไอดี

การออกแบบระบบควบคุมพีไอดีให้ตามรอยสัญญาณควบคุมของแต่ละมุม Roll, Pitch และ Yaw ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ออกแบบระบบควบคุมพีไอดีแบบเวลาวิฤตสามชุดสำหรับควบคุมมุม Roll, Pitch และ Yaw แต่ละมุมแยกกันด้วยการอัตราการสุ่ม (Sampling Rate) 100 Hz หรือ 10 ms โดยระบบควบคุมพีไอดีแต่ละชุดมีลักษณะดังในบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมพีไอดีรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมพีไอดี

จากรูปที่ 4.2 จะประกอบไปด้วยระบบควบคุมพีไอดีจำนวน 2 วงรอบ โดยมีตัวควบคุมความเร็วเชิงมุม (Velocity Controller) เป็นวงรอบภายใน (Inner Loop) เพื่อรักษาเสถียรภาพของระบบ โดยจะทำการควบคุมความเร็วเชิงมุมหรือแรงเหวี่ยงในแต่ละแกน สำหรับวงรอบภายนอก (Outer Loop) คือตัวควบคุมทิศทาง (Attitude Controller) เพื่อตามรอยสัญญาณอินพุตเป็นมุม นั่นก็จะเป็นการควบคุมการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของมุมในแต่ละแกนที่ทำให้หุ่นยนต์สี่ใบพัดเปลี่ยนทิศทางไปได้ และ

ในทางปฏิบัติจะเห็นว่าสัญญาณควบคุม $u_i(k)$ นั้นไม่สามารถควบคุมมอเตอร์ได้โดยตรง จำเป็นต้องแปลงสัญญาณควบคุม $u_i(k)$ ให้เป็นแรง (Force) ซึ่งจากความสัมพันธ์ในสมการที่ 4.3 จะได้สมการแรงของมอเตอร์แต่ละตัวดังในสมการที่ 4.7

$$\begin{cases} f_1(k) = u_1(k) - u_3(k) + u_4(k) \\ f_2(k) = u_1(k) - u_2(k) - u_4(k) \\ f_3(k) = u_1(k) + u_3(k) + u_4(k) \\ f_4(k) = u_1(k) + u_2(k) - u_4(k) \end{cases} \quad (4.7)$$

สำหรับการออกแบบอัตราขยายของระบบควบคุมพีไอดีนั้นทำได้การปรับด้วยมือ โดยการปรับอัตราขยายได้ปรับอัตราขยายตัวควบคุมความเร็วเชิงมุมก่อนและจากนั้นจึงจะปรับอัตราขยายของตัวควบคุมทิศทาง ซึ่งใช้หลักการปรับอัตราขยายเดียวกัน โดยในขั้นแรกให้ตั้งค่าอัตราขยายไอ (K_i) และอัตราขยายดี (K_d) มีค่าเป็นศูนย์ จากนั้นเพิ่มค่าอัตราขยายพี (K_p) จนกระทั่งสัญญาณเอาต์พุตเกิดการแกว่งแล้วทำการตั้งค่าอัตราขยายพีให้เหลือครึ่งหนึ่ง จากนั้นเพิ่มอัตราขยายดีเพื่อให้ระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวเร็วขึ้น แต่ต้องระวังไม่ให้เกิดการพุ่งเกินสูงเกินจะยอมรับได้ แล้วถ้าหากระบบยังไม่สามารถเข้าสู่สภาวะคงตัวเป็นศูนย์ได้จึงปรับอัตราขยายไอเพิ่มเพียงเล็กน้อย ซึ่งทำให้ได้ค่าอัตราขยายที่มีผลตอบสนองดีที่สุดดังในตารางที่ 4.2 และ 4.3 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2 อัตราขยายของตัวควบคุมทิศทาง

มุม	K_p	K_i	K_d
Roll	2.8	0.01	0.2
Pitch	2.8	0.01	0.2
Yaw	4	0.05	0.095

ตารางที่ 4.3 อัตราขยายของตัวควบคุมความเร็วเชิงมุม

มุม	K_p	K_i	K_d
Roll	1.3	0	3.5
Pitch	1.3	0	3.5
Yaw	1	0.05	1

4.5 การออกแบบระบบควบคุมแอลคิวอาร์

การออกแบบระบบควบคุมแอลคิวอาร์ เพื่อรักษาเสถียรภาพของระบบและตามรอยสัญญาณอินพุตของมุม ซึ่งจากตัวแปรสถานะที่ลดรูปแล้วในสมการที่ 4.6 สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของปริภูมิสถานะแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete State Space Model) ได้ดังในสมการที่ 4.8 ด้วยวิธี Zero Order Hold โดยกำหนดอัตราการสุ่มเท่ากับ 100 Hz หรือ 10 ms

$$\begin{aligned}x_i(k+1) &= F_i x_i(k) + G_i u_i(k) \\ y_i(k) &= C_i x_i(k)\end{aligned}\quad (4.8)$$

i คือมุม Roll (ϕ), Pitch (θ) และ Yaw (ψ)

ซึ่งได้ค่าเมตริกซ์ของแต่ละมุมมีค่าดังนี้

1. มุม Roll

$$F_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, G_\phi = \begin{bmatrix} 0.00118 \\ 0.2237 \end{bmatrix}, C_\phi = [1 \quad 0]$$

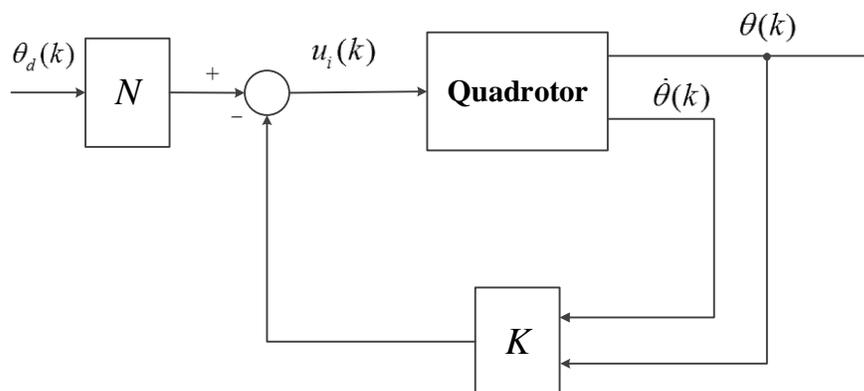
2. มุม Pitch

$$F_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, G_\theta = \begin{bmatrix} 0.00118 \\ 0.2237 \end{bmatrix}, C_\theta = [1 \quad 0]$$

3. มุม Yaw

$$F_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, G_\psi = \begin{bmatrix} 0.002911 \\ 0.5822 \end{bmatrix}, C_\psi = [1 \quad 0]$$

โดยใช้ตรรกะนิสมรณณะดังในสมการที่ 2.13 และใช้คำสั่ง `dlqr(A,B,Q,R,N)` ในโปรแกรม MATLAB เพื่อคำนวณค่าอัตราขยายโดยกำหนดให้ $Q = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ และ $R = 150$ เท่ากันในแต่ละมุม โดยปรับค่าน้ำหนัก Q และ R ด้วยการลองผิดลองถูกจนได้ผลตอบสนองของระบบที่ยอมรับได้ในการจำลอง ซึ่งทำให้ได้ค่าอัตราขยายดังในตารางที่ 4.4 ที่ทำให้ผลตอบสนองดีที่สุด โดยรูปที่ 4.3 แสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมแอลคิวอาร์ ซึ่งใช้สมการคณิตศาสตร์ของระบบหุ่นยนต์สี่ล้อใบพัดในสมการที่ 4.6 และเช่นเดียวกับระบบควบคุมพิโอคิสัญญาณควบคุม $u_i(k)$ นั้นยังไม่สามารถควบคุมมอเตอร์ได้โดยตรงจะต้องแปลงสัญญาณควบคุมให้เป็นแรงยก ซึ่งสามารถใช้สมการสร้างแรงยกของมอเตอร์แต่ละตัวจากสมการที่ 4.7



รูปที่ 4.3 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมแอลคิวนาร์

ตารางที่ 4.4 อัตราขยายของระบบควบคุมแอลคิวนาร์และอัตราขยายป้อนไปข้างหน้า

มุม	K_i	N_i
Roll	[0.3989 0.2050]	0.3989
Pitch	[0.3989 0.2050]	0.3989
Yaw	[0.3915 0.1399]	0.3915