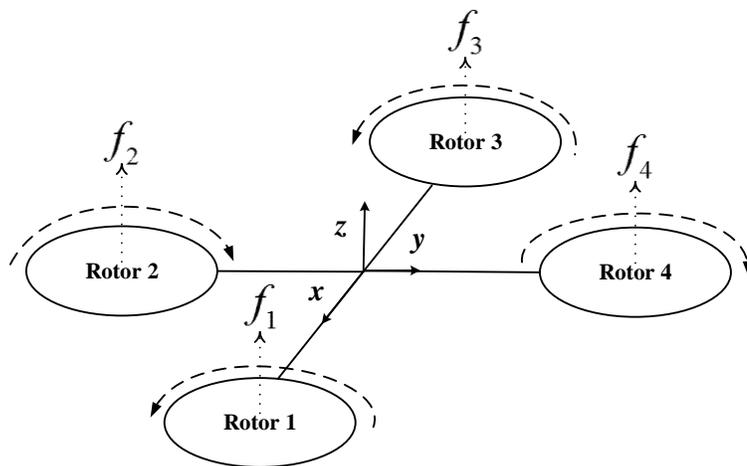


## บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาการออกแบบระบบควบคุมสำหรับหุ่นยนต์สี่ใบพัดนั้น มีองค์ประกอบให้ศึกษาอยู่หลายส่วนด้วยกัน อาทิเช่น โครงสร้างและหลักการการเคลื่อนที่ โดยหัวใจหลักของการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สี่ใบพัดอยู่ที่การเอียงมุม ฉะนั้นจำเป็นต้องใช้เซ็นเซอร์สำหรับวัดการเอียงมุมของหุ่นยนต์โดยต้องทราบถึงทฤษฎีในการอ่านค่ามุมทั้งตัวตรวจวัดความเร่ง (Accelerometer Sensor) และตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุม (Gyroscope Sensor) ซึ่งตัวตรวจวัดทั้งสองที่เลือกใช้มีทั้งข้อดีข้อเสียและยังคงมีสัญญาณรบกวนจึงแก้ปัญหานี้ได้ด้วยการกรองสัญญาณเช่น เซอร์โวก์ที่มีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น และสุดท้ายต้องมีความเข้าใจทฤษฎีของระบบควบคุมที่จะออกแบบ อันได้แก่ ระบบควบคุมพีไอดี และระบบควบคุมแอดคิวนารี ซึ่งทฤษฎีและหลักการดังกล่าวได้รวบรวมไว้ในบทนี้แล้ว

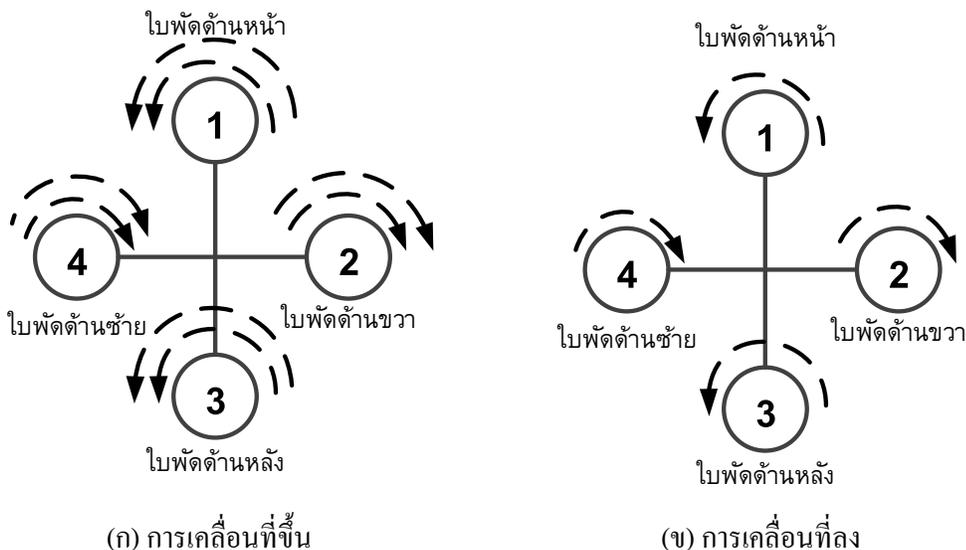
### 2.1 โครงสร้างและหลักการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สี่ใบพัด

โครงสร้างโดยทั่วไปของหุ่นยนต์สี่ใบพัดมีสองแบบคือแบบบวก (+) และแบบกากบาท (×) โดยสำหรับงานวิจัยชิ้นนี้เลือกใช้แบบบวก [10,14] ดังในรูปที่ 2.1 โดยประกอบไปด้วยแกนหลักสองแกนที่ประกอบกันเป็นรูปบวก จะมีมอเตอร์ยัดที่ปลายทั้งสี่ด้านของแกนทั้งสองและใบพัดแต่ละใบจะต่อกับมอเตอร์โดยตรง ซึ่งใบพัดคู่หน้าและหลังจะหมุนทวนเข็มนาฬิกา (Counter-Clockwise) ส่วนใบพัดคู่ขวาและซ้ายจะหมุนตามเข็มนาฬิกา (Clockwise)



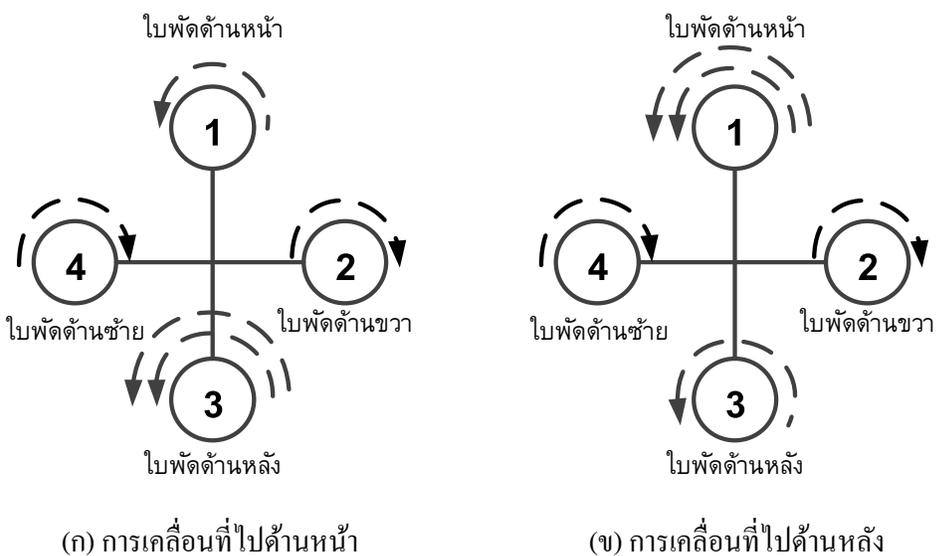
รูปที่ 2.1 โครงสร้างของหุ่นยนต์สี่ใบพัด

ในการเคลื่อนที่นั้นถ้าหากต้องการให้หุ่นยนต์สี่ใบพัดเคลื่อนที่ขึ้น-ลงในแนวตั้งสามารถทำได้โดยเพิ่มความเร็วของมอเตอร์ทุกตัวพร้อมกันเป็นการเคลื่อนที่ขึ้นดังในรูปที่ 2.2 (ก) หรือลดความเร็วของมอเตอร์ทุกตัวพร้อมกันเป็นการเคลื่อนที่ลงดังในรูปที่ 2.2 (ข)



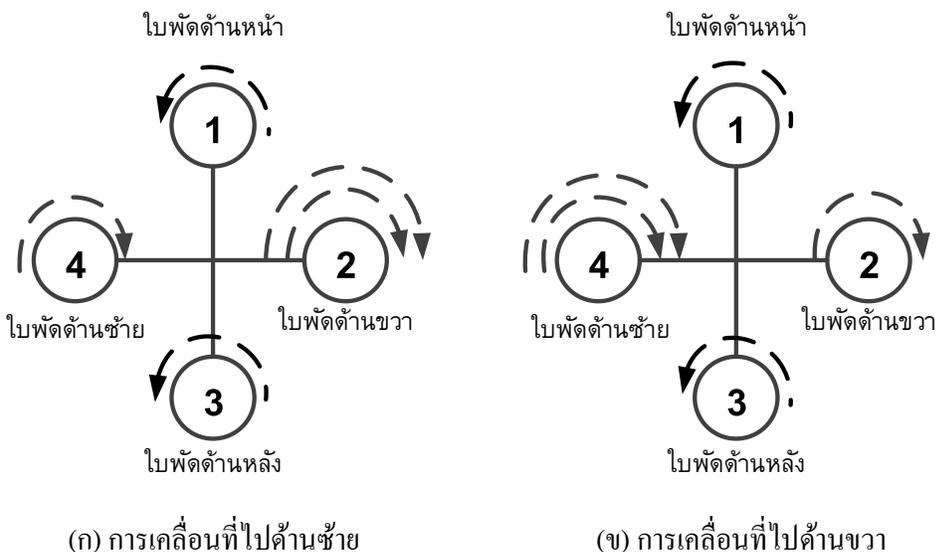
รูปที่ 2.2 การเคลื่อนที่ขึ้น-ลงทางแนวตั้ง

แต่ถ้าหากต้องการให้หุ่นยนต์สี่ใบพัดเคลื่อนที่ไปข้างหน้าหรือข้างหลังสามารถทำได้โดยการเพิ่มหรือลดความเร็วของมอเตอร์คู่หน้าและหลังตัวใดตัวหนึ่ง ซึ่งหากต้องการให้เคลื่อนที่ไปข้างหน้าให้ลดความเร็วมอเตอร์หน้าลงและเพิ่มความเร็วมอเตอร์ด้านหลังขึ้นดังในรูปที่ 2.3 (ก) แต่ถ้าต้องการให้เคลื่อนที่ไปข้างหลังก็ให้ทำตรงกันข้ามดังในรูปที่ 2.3 (ข) โดยเรียกการเคลื่อนที่แบบนี้ว่า Pitch motion ทำให้มีการเปลี่ยนแปลงค่ามุม Pitch ในแนวแกน x



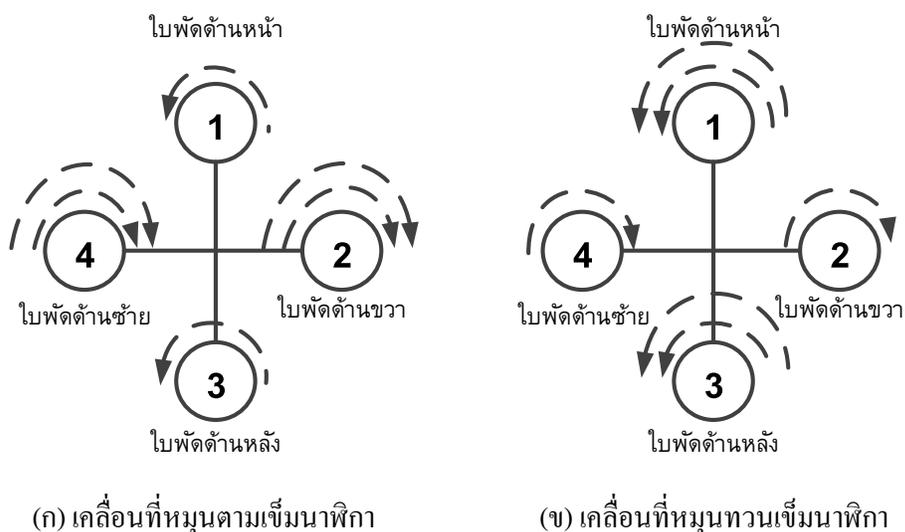
รูปที่ 2.3 หลักการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สี่ใบพัดแบบ Pitch motion

ส่วนถ้าหากต้องการให้เคลื่อนที่ไปในด้านขวาหรือซ้ายให้เพิ่มหรือลดความเร็วมอเตอร์ในกลุ่มขวาและซ้ายหนึ่งใดตัวหนึ่งเช่นเดียวกับมอเตอร์คู่หน้าและหลัง โดยเรียกการเคลื่อนที่แบบนี้ว่า Roll motion เนื่องจากทำให้มีการเปลี่ยนแปลงค่ามุม Roll ในแนวแกน y ดังในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สี่ล้อแบบ Roll motion

และถ้าหากต้องการให้หุ่นยนต์สี่ล้อหมุนรอบตัวเองไปด้านซ้ายหรือขวานั้น ให้ทำการเพิ่มหรือลดความเร็วมอเตอร์เป็นคู่โดยหากเพิ่มความเร็วมอเตอร์คู่หน้าและหลัง แล้วลดความเร็วมอเตอร์คู่ซ้ายและขวาลงจะทำให้หุ่นยนต์สี่ล้อหมุนรอบตัวเองในทางซ้ายดังในรูปที่ 2.5 (ก) แต่หากต้องการให้หมุนไปทางขวาก็ให้ทำตรงข้ามกับที่กล่าวมาข้างต้นดังในรูปที่ 2.5(ข) ซึ่งการเคลื่อนที่แบบนี้เรียกว่า Yaw motion ทำให้มีการเปลี่ยนแปลงค่ามุม Yaw ในแนวแกน z ซึ่งจะเห็นว่าหลักการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สี่ล้อแบบนี้ใช้หลักของความแตกต่างระหว่างความเร็วในแต่ละคู่ของมอเตอร์

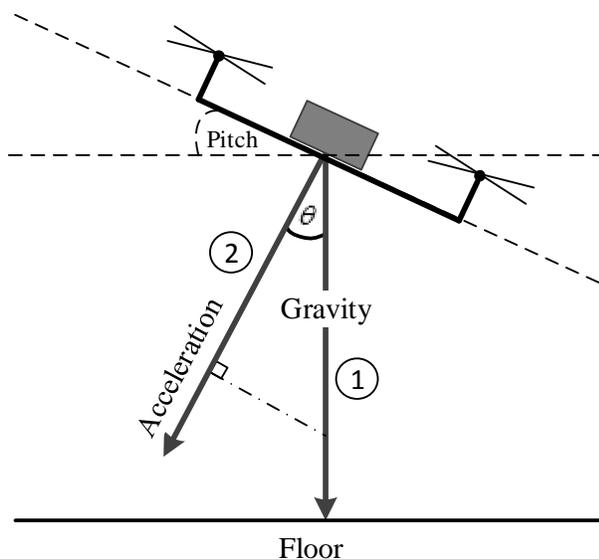


รูปที่ 2.5 การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สี่ล้อแบบ Yaw motion

## 2.2 ทฤษฎีการอ่านค่ามุมจากเซ็นเซอร์

### 2.2.1 หลักการของตัวตรวจจับความเร่ง

ตัวตรวจจับความเร่ง [15 -17] เป็นอุปกรณ์วัดความเร่งโดยอาศัยการตรวจสอบความแตกต่างระหว่างความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลกกับความเร่งของตัวตรวจจับความเร่ง



รูปที่ 2.6 หลักการของตัวตรวจจับความเร่ง

จากรูปที่ 2.6 ลูกศรหมายเลข 1 แทนแรงโน้มถ่วงของโลก ลูกศรหมายเลข 2 แทนความเร่งที่ตัวตรวจจับความเร่งวัดได้ เมื่อกำหนดให้แกนของตัวตรวจจับความเร่งวางตั้งฉากกับเครื่องบิน สำหรับมุม  $\theta$  ระหว่างเวกเตอร์ของแรงโน้มถ่วงและค่าความเร่งที่วัดได้จากตัวตรวจจับความเร่งนั้นมีความสัมพันธ์กับมุม Pitch ของเครื่องบินคือมุม Pitch จะมีค่าเท่ากับมุม  $\theta$  บวก 90 องศา ดังนั้นจะเห็นได้ว่าเมื่อทราบค่าความเร่งตามแนวแกนของตัวตรวจจับความเร่งก็สามารถหาค่ามุมเอียงของเครื่องบินได้ด้วยหลักตรีโกณมิติดังในสมการที่ 2.1

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\text{Acceleration}}{\text{Gravity}} \right) \quad (2.1)$$

ซึ่ง  $\text{Pitch} = 90 + \theta$  ดังนั้นจะได้มุม Pitch จะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \cos(\theta) &= \left( \frac{\text{Acceleration}}{\text{Gravity}} \right) \\ \cos(-90 + \text{Pitch}) &= \left( \frac{\text{Acceleration}}{\text{Gravity}} \right) = \sin(\text{Pitch}) \end{aligned}$$

$$\text{Pitch} = \arcsin\left(\frac{\text{Acceleration}}{\text{Gravity}}\right) \quad (2.2)$$

ในการหาค่ามุมแบบนี้จะเกิดปัญหาของค่าผกผันของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ที่ทำให้มุม Pitch ไม่สามารถวัดมุมได้ครบ 360 องศา หากต้องการแก้ปัญหานี้ให้ไปใช้ฟังก์ชัน 2-Argument Inverse Tangent (atan2) ซึ่งมีนิยามดังต่อไปนี้

$$\text{arctan 2}(y, x) = \begin{cases} \arctan(y/x) & x > 0 \\ \arctan(y/x) + \pi & y \geq 0, x < 0 \\ \arctan(y/x) - \pi & y < 0, x < 0 \\ \pi/2 & y > 0, x = 0 \\ -\pi/2 & y < 0, x = 0 \\ \text{Undefined} & y = 0, x = 0 \end{cases}$$

ซึ่งจะได้สมการที่หาค่ามุมทั้ง Pitch และ Roll ตามสมการที่ 2.3

$$\begin{cases} \text{Pitch} = \arctan\left(\sqrt{\frac{y^2 + z^2}{x^2}}\right) + \pi \\ \text{Roll} = \arctan\left(\sqrt{\frac{x^2 + z^2}{y^2}}\right) - \pi \end{cases} \quad (2.3)$$

เมื่อใช้สมการที่ 2.3 คำนวณค่ามุม Pitch และ Roll จะได้ค่ามุมที่มีหน่วยเป็นเรเดียน (Radius) แล้วโดยทั่วไปลักษณะของตัวตรวจจับความเร่งมีทั้งแบบเอาต์พุตเป็นแอนาล็อกและเอาต์พุตเป็นดิจิตอลให้เลือกใช้ ซึ่งลักษณะภายนอกของทั้งสองแบบจะไม่แตกต่างกันเลย แต่แบบเอาต์พุตเป็นแอนาล็อกจะมีเอาต์พุตออกมาเป็นแรงดันไฟฟ้า เมื่อค่าความเร่งจะมีการเปลี่ยนแปลง โดยในการเขียนโปรแกรมรับค่าจำเป็นต้องแปลงค่าจากแอนาล็อกเป็นดิจิตอล แต่ในแบบเอาต์พุตเป็นดิจิตอลมีทั้งแบบเอาต์พุตเป็นสัญญาณความกว้างพัลส์ (PWM) และแบบที่เชื่อมต่อกับโปรโตคอล I<sup>2</sup>C/SPI ในแบบนี้สามารถอ่านค่าความเร่งจากรีจิสเตอร์ได้โดยตรง ในการเลือกใช้งานตัวตรวจวัดความเร่งควรพิจารณาจากค่าต่างๆ ของเซ็นเซอร์ตัวนั้นๆ ดังนี้

1. จำนวนแกนของตัวตรวจวัด (Number of axes) สำหรับการนำตัวตรวจวัดความเร่งมาวัดมุมจำเป็นต้องใช้ตัวตรวจวัดตั้งแต่ 2 แกนขึ้นไป เนื่องจากการคำนวณค่ามุมต้องอาศัยหลักตรีโกณมิติ ซึ่งต้องมีแกนอ้างอิงสองแกนด้วยกัน

2. ค่าวัดได้สูงสุด (Maximum measurement) เป็นค่าความเร่งสูงสุดที่วัดได้ โดยทั่วไปแล้วในตัวตรวจเบอร์หนึ่งจะมีให้ปรับอยู่หลายค่า อาทิเช่น ADXL345 ปรับวัดค่าความเร่งสูงสุดได้ 2g, 4g, 8g, และ 16g เป็นต้น

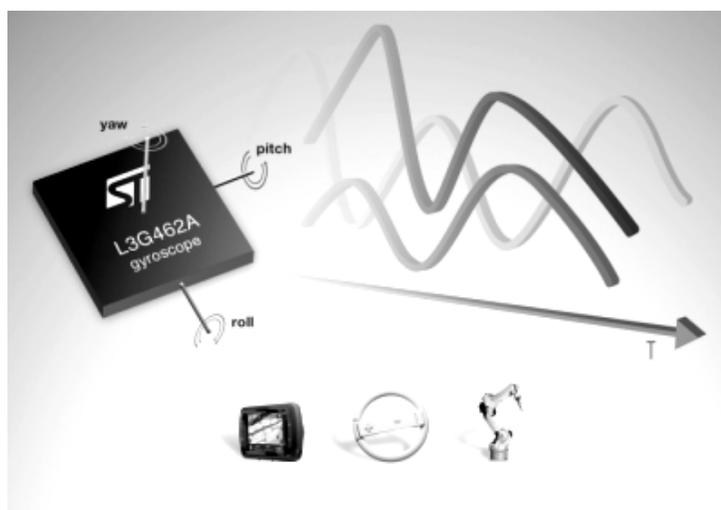
3. ค่าความไว (Sensitivity) ความไวของการวัดค่าความเร่ง ควรเลือกให้มีค่าไม่มากเกินไปสำหรับนำมาวัดมุม เนื่องจากหากมีค่ามากเกินไป ความไวต้องการสนองตอบมีมากทำให้ การวัดมุมมีความผิดพลาดได้ด้วยความผิดพลาดที่เกิดจากการสั่นสะเทือน

4. การเชื่อมต่อ (Interface) ตัวตรวจวัดกับบอร์ดควบคุม โดยส่วนมากหากเป็นเซ็นเซอร์ที่เป็นแบบแอนะล็อกจะมีขาสัญญาณเอาต์พุตตามจำนวนแกน หากเป็นแบบดิจิตอลจะมีการเชื่อมต่อเป็นโปรโตคอลในหลายๆ รูปแบบเช่น I<sup>2</sup>C, SPI เป็นต้น

การใช้ตัวตรวจวัดความเร่งทั้งสามแกนสำหรับวัดมุม Roll และ Pitch ส่วนมุม Yaw นั้นตัวตรวจวัดชนิดนี้ไม่สามารถวัดค่าได้เพราะการเคลื่อนที่แบบ Yaw ไม่ทำให้ความเร่งของตัวตรวจวัดความเร่งเปลี่ยนแปลง เมื่อเทียบกับความเร่งของแรงโน้มถ่วงโลก โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้วัดมุม Yaw โดยใช้ตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุม โดยใช้วิธีการปริพันธ์ (Integration) สำหรับแปลงค่าความเร็วเชิงมุมเป็นค่ามุม ซึ่งรายละเอียดจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

## 2.2.2 หลักการของตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุม

ตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุม [15-17] เป็นอุปกรณ์ที่ใช้วัดความเร็วเชิงมุม โดยอาศัยแรงเฉื่อยและโมเมนตัมเชิงมุม เพื่อรักษาทิศทางให้อยู่ในตำแหน่งเดิม โดยในรูปที่ 2.7 เป็นตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุมแบบสามแกนประกอบไปด้วยแกน Roll, Pitch และ Yaw



รูปที่ 2.7 หลักการของตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุม

ที่มา <http://www.cweb.com/news/smallest-3-axis-analog-gyro>

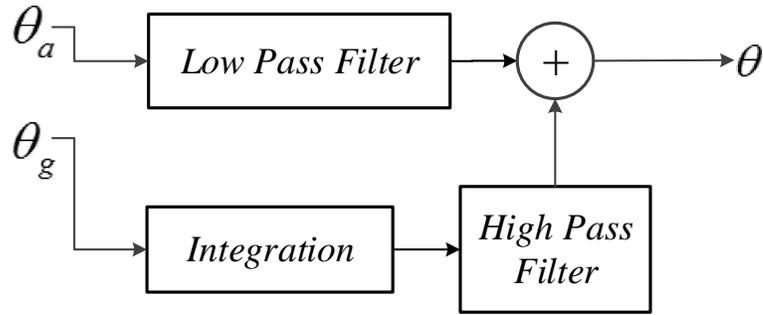
ดังนั้นตัวตรวจวัดจะวัดค่าได้เมื่อมีแรงเหวี่ยงเกิดขึ้นรอบแกนของตัวตรวจวัด ซึ่งในขณะที่ตัวตรวจวัดอยู่นิ่งกับที่ค่าความเร็วเชิงมุมไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 0 องศาต่อวินาที ซึ่งเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงตามทิศทางการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเชิงมุมนั้น ด้วยค่าดังกล่าวนี้สามารถหาค่ามุมได้ด้วยวิธีการปริพันธ์ โดยค่ามุมที่ได้จะตอบสนองตามการเอียงของเครื่องบิน แต่ด้วยวิธีการแปลงค่ามุมโดยการปริพันธ์จะทำให้เกิด Bias Drift ซึ่งหมายถึงค่ามุมจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ แม้เซ็นเซอร์จะไม่มีเปลี่ยนแปลง ซึ่งค่าดังกล่าวอาจเป็นค่าเกาที่สะสมอยู่จากการคำนวณครั้งก่อนหน้าเป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากผลรวมของค่าความผิดพลาด โดยลักษณะทั่วไปของตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุมมีทั้งแบบเอาต์พุตแอนะล็อกและเอาต์พุตดิจิทัลเช่นเดียวกับตัวตรวจวัดความเร่งอีกทั้งการเลือกใช้งานก็คล้ายคลึงกันคือ

1. จำนวนแกนของตัวตรวจวัดสำหรับวัดมุมเอียงของเครื่องบินจำเป็นต้องใช้แบบสามแกนเพื่อวัดความเร็วเชิงมุมของมุม Roll, Pitch และ Yaw
2. ค่าวัดได้สูงสุดเป็นค่าความเร็วเชิงมุมสูงสุดที่วัดได้ อาทิเช่น Gyroscope รุ่น ITG-3200 ของบริษัท InvenSense โดยสามารถวัดความเร็วเชิงมุมสูงสุดได้  $\pm 2000^\circ/\text{s}$
3. ค่าความไวความไวของการวัดค่าความเร็วเชิงมุม ควรมีค่าไม่มากเกินไปเพราะค่ามุมที่ต้องการใช้งานต้องผ่านกระบวนการแปลงค่าให้เป็นค่ามุมด้วยวิธีการปริพันธ์อาจทำให้เกิดความผิดพลาดมากขึ้น
4. การเชื่อมต่อตัวตรวจวัดกับบอร์ดควบคุม โดยส่วนมากหากเป็นเซ็นเซอร์ที่เป็นแบบแอนะล็อกจะมีขาสัญญาณเอาต์พุตตามจำนวนแกน หากเป็นแบบดิจิทัลจะมีการเชื่อมต่อในหลายๆ รูปแบบเช่น โปรโตคอล I<sup>2</sup>C, SPI เป็นต้น

## 2.2.3 หลักการกรองสัญญาณตัวตรวจวัด

### 1. ตัวกรองเติมเต็ม

ตัวกรองเติมเต็ม (Complementary Filter) [21] ดังในรูปที่ 2.8 จะประกอบไปด้วยตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter) และตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High Pass Filter) โดยตัวกรองความถี่ต่ำผ่านจะรับค่าจากตัวตรวจวัดความเร่ง ( $\theta_a$ ) เพราะตัวตรวจวัดความเร่งมีสัญญาณรบกวนในความถี่สูง ดังนั้นจะใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านมาลดสัญญาณรบกวนในส่วนนี้ สำหรับตัวกรองความถี่สูงจะรับค่าจากตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุม ( $\theta_g$ ) หลังจากการแปลงจากค่าความเร็วเชิงมุมเป็นค่ามุมด้วยวิธีการปริพันธ์ โดยตัวกรองความถี่สูงผ่านจะลดการเกิด Bias Drift ของวิธีการแปลงค่ามุมด้วยการปริพันธ์แล้วนำค่าจากตัวกรองทั้งสองมารวมกันตามสมการที่ 2.4



รูปที่ 2.8 Complementary Filter

$$angle = (a) \times (\theta) + (1 - a) \times (\dot{\theta}) \quad (2.4)$$

ซึ่งตัวกรองสัญญาณเซ็นเซอร์แบบนี้นำไปประยุกต์ใช้ได้ง่าย แต่ยังไม่สามารถกำจัดสัญญาณ Bias Drift ได้ทั้งหมด อีกทั้งยังต้องปรับค่าน้ำหนัก ( $a$ ) ด้วยการปรับมือ เพื่อหาค่าที่เหมาะสม ซึ่งต้องเสียเวลาในการปรับแต่ง

## 2. ตัวกรอง Kalman

การออกแบบตัวกรอง Kalman สามารถทำได้สองแบบคือแบบหนึ่งมิติและสองมิติในรูปปริภูมิสถานะ โดยมีสมการและตัวแปรต่างๆ ดังนี้

- การออกแบบตัวกรอง Kalman แบบหนึ่งมิติ [22] โหมดมาจากตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุมด้วยปริภูมิสถานะหนึ่งมิติดังนี้

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ y^*(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$x(k)$  เป็นเวกเตอร์สถานะเท่ากับ  $\theta(k)$   $u(k)$  เป็นอินพุตที่อ่านค่าได้จากตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุมที่ถูกทำการปรับพันธ์เป็นค่ามุมแล้ว  $y^*(k)$  เป็นเอาต์พุตจากตัวกรอง Kalman และ  $w(k)$  เป็นสัญญาณรบกวนจากระบบจริงโดยแสดงเป็นค่าความแปรปรวนของ  $Q$  กำหนดให้เมตริกซ์ใน โมเดลปริภูมิสถานะเป็น  $A = 1, B = \delta t, C = 1$  เป็น Markov Parameters โดย  $\delta t$  เป็นเวลาการสุ่ม (Sampling Time) ซึ่งในที่นี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 10 ms สำหรับเวลาในขั้นการสุ่มอื่นๆ สมการของตัวกรอง Kalman จะเป็น

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k) &= A\hat{x}(k|k-1) + Bu(k) + AK(k)[\bar{y}(k) - C\hat{x}(k|k-1)] \\ K(k+1) &= P(k+1)C^T (CP(k+1)C^T + R)^{-1} \\ P(k+1) &= AP(k)A^T - AP(k)C^T (CP(k)C^T + R)^{-1} CP(k)A^T + BQB^T \end{aligned} \quad (2.6)$$

โดย  $P$  เป็นค่าความแปรปรวนผิดพลาดของในหนึ่งขั้นการสุ่มก่อนทำนายสถานะ (State Prediction) แล้วนำค่านี้มาคำนวณค่าอัตราขยายของตัวกรอง Kalman อันหนึ่งรูปของสมการที่ใช้งานประมาณค่า มุมจริงแสดงดังในสมการที่ 2.7  $\bar{y}$  เป็นข้อมูลการวัดที่ได้จากตัวตรวจวัดความเร็ว ซึ่งมีค่าความแปรปรวนคือ  $R$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = [I - K(k+1)C][A\hat{x}(k|k) + Bu(k)] + K(k+1)\bar{y}(k+1) \quad (2.7)$$

- การออกแบบตัวกรอง Kalman แบบสองมิติ [26] สำหรับโมเดลจากตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุมด้วยปริภูมิสถานะแบบสองมิติจะแตกต่างจากหนึ่งมิติตรงที่จะมีตัวแปรของความเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้นโดยจะมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ y^*(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (2.8)$$

$x(k)$  เป็นเวกเตอร์สถานะเท่ากับ  $\begin{bmatrix} \theta(k) \\ \dot{\theta}(k) \end{bmatrix}$   $u(k)$  เป็นอินพุตที่อ่านค่าได้จากตัวตรวจวัดความเร็วเชิงมุมที่มีค่าเป็นความเร็วเชิงมุม  $y^*(k)$  เป็นเอาต์พุตจากตัวกรอง Kalman และ  $w(k)$  เป็นสัญญาณรบกวนจากระบบจริงโดยแสดงเป็นค่าความแปรปรวนของ  $Q$  กำหนดให้เมตริกซ์ใน โมเดลปริภูมิสถานะเป็น  $A = \begin{bmatrix} 1 & -\delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} \delta t \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $C = [1 \ 0]$  เป็น Markov parameters ของระบบโดย  $\delta t$  เป็นเวลาการสุ่ม ซึ่งในที่นี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 10 ms สำหรับเวลาในขั้นการสุ่มอื่นๆ สมการของตัวกรอง Kalman จะเป็น

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k) &= A\hat{x}(k|k-1) + Bu(k) + AK(k)[\bar{y}(k) - C\hat{x}(k|k-1)] \\ K(k+1) &= P(k+1)C^T (CP(k+1)C^T + R)^{-1} \\ P(k+1) &= AP(k)A^T - AP(k)C^T (CP(k)C^T + R)^{-1} CP(k)A^T + Q \end{aligned} \quad (2.9)$$

โดย  $P$  เป็นค่าความแปรปรวนผิดพลาดของในหนึ่งขั้นการสุ่มก่อนทำนายสถานะ (State Prediction) แล้วนำค่านี้มาคำนวณค่าอัตราขยายของตัวกรอง Kalman โดยรูปของสมการที่ใช้ประมาณค่ามุมจริงแสดงดังในสมการที่ 2.10  $\bar{y}$  เป็นข้อมูลการวัดที่ได้จากตัวตรวจวัดความเร็ว ซึ่งมีค่าความแปรปรวนคือ  $R$

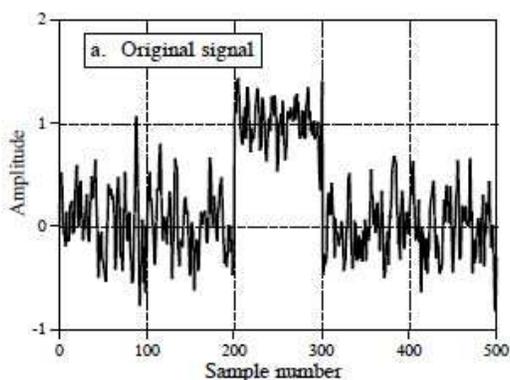
$$\hat{x}(k+1|k+1) = [I - K(k+1)C][A\hat{x}(k|k) + Bu(k)] + K(k+1)\bar{y}(k+1) \quad (2.10)$$

### 3. ตัวกรอง Moving Average

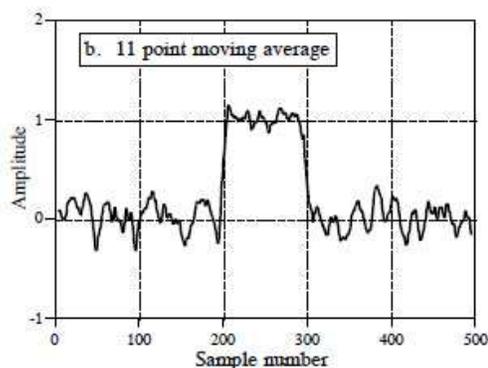
ตัวกรอง Moving Average [ 23 ] เป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแบบดิจิทัล เพื่อลดสัญญาณรบกวนจากตัวตรวจวัดความเร่งที่เป็นสัญญาณสั่นสะเทือน ซึ่งมุมที่จะได้ตามสมการที่ 2.11

$$\theta(k) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \tilde{\theta}(k+i) \quad (2.11)$$

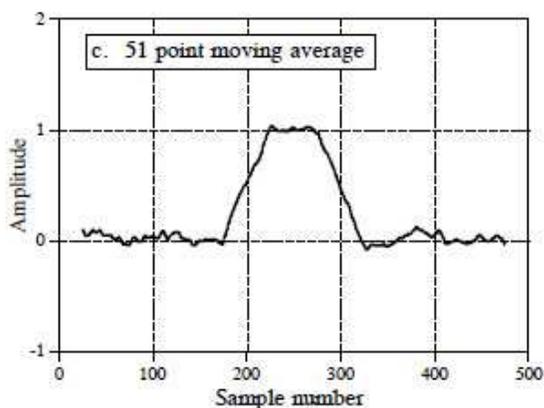
โดย  $\tilde{\theta}(k+i)$  เป็นสัญญาณอินพุต,  $\theta(k)$  เป็นสัญญาณเอาต์พุตและ  $M$  เป็นจำนวนของข้อมูล ซึ่งยิ่งจำนวนยิ่งมากจะลดสัญญาณสั่นสะเทือนลงไปได้มากดังในรูปที่ 2.9 แต่อย่างไรก็ตามหากจำนวนข้อมูลมากเกินไปจะทำให้รูปลักษณะของสัญญาณผิดเพี้ยนไปจากเดิม อีกทั้งยังทำให้การประมวลผลข้อมูลล่าช้าลงไป เนื่องจากต้องเก็บข้อมูลให้ครบตามจำนวนที่กำหนดก่อนแล้วจึงจะได้ค่าเอาต์พุต



(ก) สัญญาณดั้งเดิม



(ข) สัญญาณหลังผ่านตัวกรอง  
ด้วยจำนวนข้อมูล 11 ค่า



(ค) สัญญาณหลังผ่านตัวกรองด้วยจำนวนข้อมูล 51 ค่า

รูปที่ 2.9 ตัวอย่างสัญญาณที่ผ่านตัวกรอง Moving Average

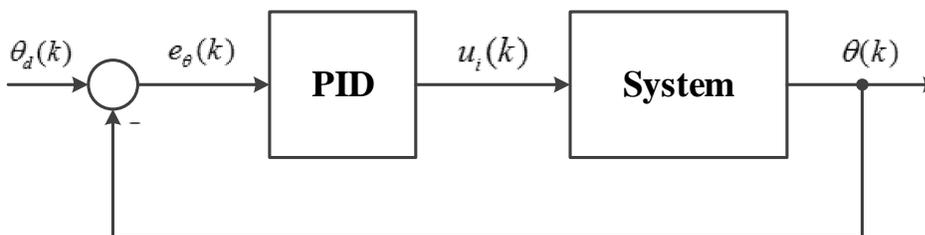
ที่มา [http://www.analog.com/static/imported-files/tech\\_docs/dsp\\_book\\_Ch15.pdf](http://www.analog.com/static/imported-files/tech_docs/dsp_book_Ch15.pdf)

จากรูปที่ 2.9 แสดงตัวอย่างของตัวกรอง Moving Average โดยในรูปที่ 2.9 (ก) เป็นสัญญาณอินพุต เป็นสัญญาณขั้นบันไดก่อนผ่านตัวกรอง Moving Average ซึ่งแสดงให้เห็นว่ามีค่าความผิดพลาดจากการสั่นสะเทือนค่อนข้างมาก ดังนั้นในรูปที่ 2.9 (ข) แสดงสัญญาณที่ผ่านตัวกรอง Moving Average ที่มีค่าจำนวนข้อมูล 11 ค่า ซึ่งผลแสดงให้เห็นว่าสามารถลดค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการสั่นสะเทือนลงได้ โดยยังไม่ทำให้รูปลักษณะของสัญญาณผิดเพี้ยนไปจากเดิม แต่เมื่อเพิ่มจำนวนค่าจำนวนข้อมูลเป็น 51 ค่าดังในรูปที่ 2.9 (ค) จะทำให้รูปลักษณะของสัญญาณมีความผิดเพี้ยนไปจากเดิม แต่สามารถลดสัญญาณสั่นสะเทือนลงไปได้มาก ดังนั้นงานวิจัยชิ้นนี้ได้นำตัวกรอง Moving Average มาใช้งานเพื่อลดค่าสัญญาณสั่นสะเทือนเพราะเนื่องจากเอาต์พุตที่ผ่านตัวกรอง Kalman ยังมีค่าสัญญาณสั่นสะเทือนอยู่มาก

## 2.3 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

### 2.3.1 ระบบควบคุมพีไอดี

ระบบควบคุมพีไอดี (PID Control) [18,19] เป็นระบบควบคุมที่ใช้งานกันอย่างแพร่หลายทั้งในอุตสาหกรรม หุ่นยนต์ และอื่นๆ โดยในงานวิจัยนี้ใช้ในระบบควบคุมทิศทางรถเคลื่อนที่ (Attitude Control System) ของหุ่นยนต์สี่ล้อบังคับ ซึ่งตัวควบคุมพีไอดีประกอบไปด้วยตัวควบคุมสัดส่วน (Proportional : P) ตัวควบคุมอินทิเกรต (Integral : I) และตัวควบคุมอนุพันธ์ (Derivative : D) รวมกันอยู่ซึ่งแต่ละตัวจะมีอัตราขยายพี ( $K_p$ ) อัตราขยายไอ ( $K_i$ ) และอัตราขยายดี ( $K_d$ ) เป็นตัวแปรควบคุมตามลำดับ ซึ่งเมื่อรวมตัวควบคุมแต่ละตัวเข้าด้วยกัน แต่ทั้งนี้ก็มีบางระบบที่ไม่จำเป็นต้องใช้ตัวควบคุมทั้งสามรวมกัน อาจจะใช้เฉพาะตัวควบคุมพีไอ (PI Control) หรือพีดี (PD Control) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระบบนั้นๆ ที่ต้องการควบคุม โดยในงานวิจัยชิ้นนี้จะทดลองตัวควบคุมพีไอดีในแบบต่างๆ เพื่อใช้ควบคุมหุ่นยนต์สี่ล้อบังคับ ซึ่งได้ออกแบบระบบควบคุมพีไอดีแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete PID Control System) ดังในสมการที่ 2.12 โดยในรูปที่ 2.10 ระบบควบคุมพีไอดีจะมีเอาต์พุตของระบบเป็นสัญญาณควบคุม ( $u_r(k)$ ) ไปเป็นสัญญาณอินพุต เพื่อควบคุมระบบ (System) จากนั้นระบบเปลี่ยนแปลงตามสัญญาณควบคุมออกไปเป็นเอาต์พุตที่ต้องการ ( $\theta(k)$ ) ซึ่งในงานวิจัยนี้จะเป็นค่าการเอียงมุมของหุ่นยนต์สี่ล้อบังคับ จากนั้นต้องวัดสัญญาณเอาต์พุตนี้ด้วยเซ็นเซอร์ชนิดต่างๆ เพื่อเป็นสัญญาณป้อนกลับให้ตัวควบคุมพีไอดีอีกครั้งหนึ่ง โดยจะเปรียบเทียบกับอินพุตที่ต้องการ ( $\theta_d(k)$ ) ซึ่งถ้าหากระบบไม่มีเสถียรภาพจะทำให้ค่าความผิดพลาด ( $e_p(k)$ ) มีค่ามากขึ้นตามไปด้วย โดยระบบจะปรับตัวเองด้วยการขยายสัญญาณความผิดพลาดให้มากขึ้น ซึ่งระบบจะเข้าสู่สภาวะคงตัวเป็นศูนย์ได้ช้าหรือเร็วขึ้นอยู่กับ การปรับอัตราขยายต่างๆ ตามที่ได้กล่าวไปแล้ว แต่อย่างไรก็ตามอัตราขยายแต่ละตัวจะมีคุณสมบัติที่จะส่งผลให้ระบบเกิดการเปลี่ยนแปลงได้แต่ต่างกันด้วย



รูปที่ 2.10 ระบบควบคุมพีไอดี

$$u(k) = K_p e(k) + K_i \sum_{k=0}^n e(k) + K_d (e(k) - e(k-1)) \quad (2.12)$$

โดยตัวควบคุมพี (Proportional : P) คือตัวควบคุมที่มีอัตราขยายพีเป็นตัวแปรควบคุม โดยจะแปรผันตรงกับค่าผลต่างของความผิดพลาด ( $e(k)$ ) นั่นคือหากค่าผลต่างมีขนาดมาก สัญญาณควบคุมก็จะมีค่ามาก เพื่อแก้ไขให้ค่าผลต่างลดลง แต่อย่างไรก็ตามหากใช้ตัวควบคุมพีเพียงตัวเดียวจะไม่สามารถทำให้ช่วงสถานะคงตัว (Steady State) มีค่าเป็นศูนย์ได้ หรืออาจจะเพิ่มอัตราขยายเพื่อช่วยลดความผิดพลาดในช่วงสถานะคงตัวลง (Steady State Error) แต่ก็อาจจะทำให้ค่าเอาต์พุตมีค่าพุ่งเกิน (Overshoot) ได้ ซึ่งถ้าหากค่าอัตราขยายพีมากเกินไปจะสังเกตได้ว่าระบบจะเกิดการแกว่ง (Oscillate) ส่วนตัวควบคุมตัวควบคุมไอคือตัวควบคุมที่อัตราขยายไอเป็นตัวแปรควบคุมจะมีความสามารถในการลดค่าผลต่างที่สถานะคงตัวของการควบคุมได้ โดยค่าเอาต์พุตในส่วนตัวควบคุมไอจะแปรผันโดยตรงกับค่าปริพันธ์ ซึ่งแท้จริงแล้วก็คือค่าผลต่างจากอดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งในระบบควบคุมแบบไม่ต่อเนื่องในพจน์ของตัวควบคุมไอหรือปริพันธ์  $\int_0^t e(\tau) d\tau$  ได้ประมาณให้อยู่ในรูปของความไม่ต่อเนื่อง (Discrete Form) ดังนี้  $T \sum_{k=0}^n e(k)$  โดยตัวควบคุมไอจะมีผลกระทบให้ระบบเข้าสู่สถานะคงตัวได้ช้าลงและจะเกิดการพุ่งเกิน (Overshoot) มากขึ้น ส่วนตัวควบคุมดีคือตัวควบคุมที่มีอัตราขยายดีเป็นตัวแปรควบคุม โดยค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมดีแปรผันโดยตรงกับค่าอนุพันธ์หรือการเปลี่ยนแปลงของค่าผลต่าง โดยในระบบควบคุมแบบไม่ต่อเนื่องในพจน์ของตัวควบคุมดีหรืออนุพันธ์  $\frac{de(t)}{dt}$  ได้ประมาณให้อยู่ในรูปของความไม่ต่อเนื่องได้ดังนี้  $\frac{e(k) - e(k-1)}{T}$  โดยในตัวควบคุมดีจะมีความสามารถในการลดค่าการพุ่งเกินนั้นคือจะทำให้ระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวเร็วขึ้น อย่างไรก็ตามหากสัญญาณป้อนกลับมีสัญญาณรบกวนในความถี่สูง ตัวควบคุมดีจะขยายสัญญาณรบกวนดังกล่าวให้มีค่าสูงขึ้นส่งผลให้ระบบเกิดการควบคุมผิดพลาดได้

### 2.3.2 ระบบควบคุมแอลคิวอาร์

ระบบควบคุมแอลคิวอาร์ (LQR Control) [19,20] เป็นระบบควบคุมที่จัดอยู่ในกลุ่มระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Control) โดยจะออกแบบให้สัญญาณควบคุมที่ทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะ (Performance Index) มีค่าน้อยที่สุด โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ออกแบบระบบควบคุมแอลคิวอาร์แบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete LQR Control System) ซึ่งกำหนดให้ค่าดัชนีสมรรถนะคือ

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)] \quad (2.13)$$

$Q$  เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่าคงที่ค่าจริงและบวกแน่นอน (Positive Definite, Real, Symmetric, Constant Matrix) โดยกำหนดให้ถ่วงน้ำหนักสำหรับให้ความสำคัญกับตัวแปรสถานะแต่ละตัว และ  $R$  เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่าคงที่ค่าจริงและบวกแน่นอน ทำหน้าที่ถ่วงค่าน้ำหนักสำหรับสัญญาณควบคุม ซึ่งสัญญาณควบคุมนี้ถูกกำหนดให้ไม่มีข้อจำกัด และมีกฎการควบคุมแบบป้อนกลับคือ

$$u(k) = -Kx(k) \quad (2.14)$$

$K$  เป็นเมตริกซ์ค่าคงที่ ซึ่งสามารถหาค่าอัตราขยาย  $K$  ได้ตามความสัมพันธ์ของค่าดัชนีสมรรถนะดังในสมการที่ 2.15

$$K = (R + G^T P G)^{-1} G^T P F \quad (2.15)$$

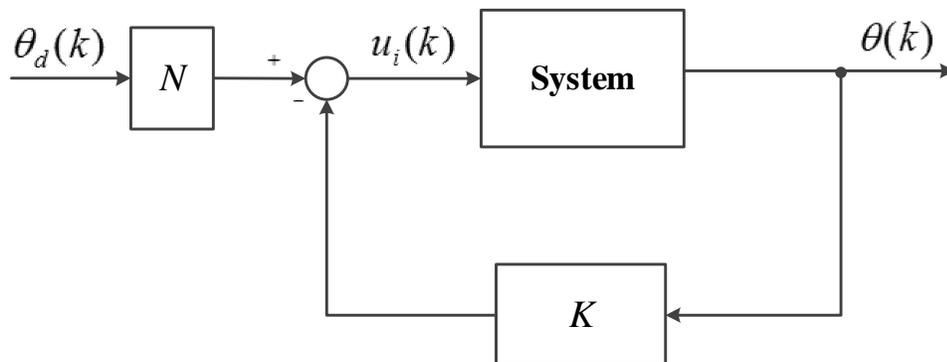
โดยเมตริกซ์  $P$  เป็นเมตริกซ์สมมาตรแบบบวกแน่นอน (Positive Definite Matrix) ซึ่งสามารถคำนวณด้วยสมการ Discrete Algebraic Riccati ดังในสมการที่ 2.16

$$F^T P F - P + Q - F^T P G (R + G^T P G)^{-1} G^T P F = 0 \quad (2.16)$$

เนื่องจากระบบควบคุมแอลคิวอาร์เป็น State Regulator ไม่สามารถตามรอยสัญญาณอินพุตได้ดังนั้น เพื่อออกแบบระบบควบคุมแอลคิวอาร์ให้เป็นแบบ Servo Design นั้นได้ออกแบบการควบคุมป้อนไปข้างหน้า (Feedforward Control) [20] ซึ่งสามารถเขียนกฎการควบคุมใหม่ได้เป็น

$$u(k) = -Kx(k) + Nr(k) \quad (2.17)$$

โดย  $r(k)$  เป็นสัญญาณอ้างอิง (Desired Trajectory) และ  $N$  เป็นค่าอัตราขยายป้อนไปข้างหน้า โดยคำนวณหาค่าได้จาก  $(N)^{-1} = -C(F - GK)^{-1}G$  ซึ่งจะได้ค่าเป็นค่าคงที่



รูปที่ 2.11 ระบบควบคุมแอดคิวอาร์ที่เพิ่มระบบควบคุมแบบป้อนไปข้างหน้า

จากในรูปที่ 2.11 เป็นระบบควบคุมแอดคิวอาร์ที่เพิ่มตัวควบคุมป้อนไปข้างหน้า ซึ่งจะเห็นว่าระบบควบคุมแบบป้อนไปข้างหน้าเป็นระบบวงรอบเปิด (Open Loop System) ที่จ่ายเอาต์พุตให้กับตัวควบคุมแอดคิวอาร์ ซึ่งการตามรอยสัญญาณอินพุตด้วยตัวควบคุมแบบนี้จะทำให้ระบบควบคุมถูกกระทบได้ง่ายจากค่าความผิดพลาดของสมการคณิตศาสตร์ของระบบที่ไม่ถูกต้องและการรบกวนจากภายนอก [19,20]