

บทที่ 3

วงจรกรองผ่านทุกความถี่

ในบทนี้จะนำวงจรสายพานกระแสที่ปรับค่าได้มาออกแบบและสร้างเป็นวงจรกรองผ่านทุกความถี่อันดับหนึ่งที่ประกอบด้วยตัวเก็บประจุเพียงตัวเดียวเท่านั้น โดยในอันดับแรกจะกล่าวถึงวงจรกรองผ่านทุกความถี่พื้นฐานก่อน จากนั้นจึงจะกล่าวถึงวงจรกรองผ่านความถี่อันดับหนึ่งโดยทำการวิเคราะห์วงจรอย่างละเอียดไม่ว่าจะเป็นวงจรกรองแบบใดก็ตามดังนี้

3.1 ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับวงจรกรองผ่านทุกความถี่อันดับหนึ่ง

หากกล่าวถึงวงจรกรองโดยทั่วไปส่วนใหญ่แล้วจะนึกถึงวงจรกรองที่ใช้แยกแยะความถี่ที่ยอมให้สัญญาณในช่วงที่ต้องการผ่านไปได้ โดยไม่ถูกลดทอน และลดทอนสัญญาณที่อยู่ในช่วงความถี่ที่ไม่ต้องการ หรือกล่าวได้ว่าผลตอบสนองเป็นสิ่งสำคัญในการพิจารณา ตัวอย่างเช่นวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter: LPF) นั้นสัญญาณที่มีช่วงความถี่ต่ำกว่าความถี่คัตออฟของวงจรจะสามารถผ่านวงจรไปได้โดยไม่ถูกลดทอน แต่ส่วนสัญญาณที่มีความถี่สูงมากกว่านี้จะถูกลดทอนไปอย่างมากเมื่อผ่านวงจรนี้ เป็นต้น

สำหรับวงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter: APF) สัญญาณทุกความถี่สามารถผ่านวงจรไปได้โดยผลตอบสนองทางขนาดจะมีค่าคงที่ตลอดย่านความถี่ที่ใช้งานที่ไม่ขึ้นอยู่กับความถี่ แต่สิ่งที่น่าสนใจสำหรับวงจรนี้ก็คือ ผลตอบสนองทางเฟสของวงจรจะเป็นฟังก์ชันของความถี่ ผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรสามารถวิเคราะห์จากฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันการถ่ายโอน (Transfer Function) ที่มีสมการเป็นดังนี้

$$H(s) = \frac{K(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} = \frac{KP(s)}{Q(s)} \quad (3.1)$$

โดยที่ K คือค่าคงที่ z_i คือค่าของซีโร (Zero) ตัวที่ i เมื่อ $i = 1, 2, \dots, m$ และ p_i คือค่าของโพล (Pole) ตัวที่ i เมื่อ $i = 1, 2, \dots, n$ ถ้าแทน $s = j\omega$ ลงในสมการ (3.1) จะได้ว่า

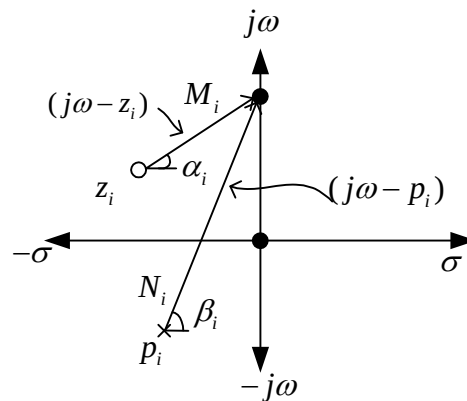
$$H(j\omega) = \frac{KM_1 M_2 \dots M_m}{N_1 N_2 \dots N_n} e^{j(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m - \beta_1 - \beta_2 - \dots - \beta_n)} \quad (3.2)$$

โดยที่นี้กำหนดให้ $(j\omega - z_i) = M_i e^{j\alpha_i}$ เมื่อ $i=1,2,...,m$ และกำหนดให้ $(j\omega - p_i) = N_i e^{j\beta_i}$ เมื่อ $i=1,2,...,n$ จากสมการ (3.2) เขียนแทนด้วยผลตอบสนองทางขนาด $|H(j\omega)|$ และผลตอบสนองทางเฟส $\phi(\omega)$ ได้เป็นดังนี้

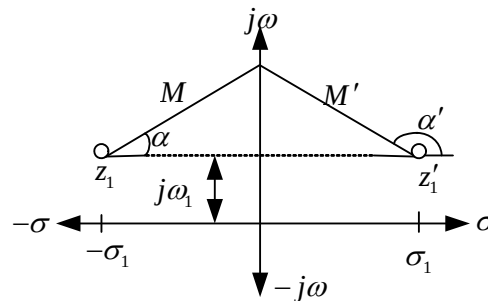
$$|H(j\omega)| = \frac{KM_1 M_2 \dots M_m}{N_1 N_2 \dots N_n} \quad (3.3)$$

$$\phi(\omega) = \angle H(j\omega) = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m - \beta_1 - \beta_2 - \dots - \beta_n \quad (3.4)$$

เมื่อแทน $(j\omega - z_i)$ ด้วยเวกเตอร์จาก z_i ไปยัง $j\omega$ ในระนาบเอส (s-plane) จะพบว่าความยาวของเวกเตอร์ $(j\omega - z_i)$ คือขนาดของ M_i และทิศทางของเวกเตอร์จะแสดงเฟส α_i ในทำนองเดียวกันเมื่อ $(j\omega - p_i)$ แทนด้วยเวกเตอร์จาก p_i ไปยัง $j\omega$ ก็จะได้ขนาดและเฟสดังแสดงในภาพที่ 14 ดังนั้นหากแทน $(j\omega - z_i)$ และ $(j\omega - p_i)$ ของ $H(j\omega)$ ด้วยเวกเตอร์ก็จะสามารถหา $|H(j\omega)|$ และ $\phi(\omega)$ ได้จากสมการ (3.3) และ (3.4) ตามลำดับ



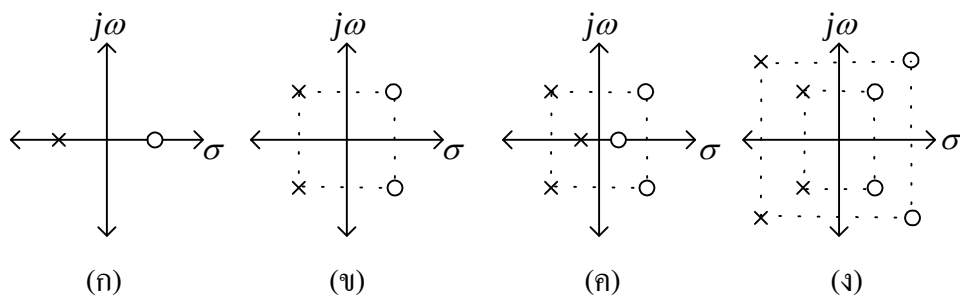
ภาพที่ 14 เวกเตอร์ของซีโรและโพลในระนาบเอส



ภาพที่ 15 เวกเตอร์ของซีโรสองตัวที่สมมาตรกัน

ในกรณีที่มิซีโรสองตัว โดยที่ตัวแรกอยู่ทางซ้ายมือของระนาบเอส $z_1 = -\sigma_1 + j\omega_1$ และซีโรอีกตัวนั้นสมมาตรกับซีโรตัวแรกเมื่อเทียบกับแกนจินตภาพ โดยซีโรอีกตัวหนึ่งอยู่ทางขวามือของระนาบเอส $z'_1 = -\sigma_1 + j\omega_1$ ดังภาพที่ 14 จะพบว่าขนาดของเวกเตอร์ทั้งสองมีค่าเท่ากัน $M = M'$ แต่จะแตกต่างกันแต่เพียงเฟสเท่านั้น ฉะนั้นหากฟังก์ชันการถ่ายโอน $H(s)$ มีโพลอยู่ทางซ้ายมือของระนาบเอส แต่มีซีโรจำนวนเท่ากันอยู่ทางขวามือของระนาบเอส ในลักษณะที่โพล-ซีโรสมมาตรกันเป็นคู่ๆ เมื่อเทียบแกนจินตภาพ ดังตัวอย่างภาพที่ 16 ทำให้ขนาดของเวกเตอร์แต่ละคู่เท่ากันพอดีที่ทุก ๆ ความถี่ ในกรณีนี้จะได้ผลตอบสนองทางขนาดของฟังก์ชันการถ่ายโอนมีค่าคงที่ดังสมการ (3.5) นั่นคือ

$$|H(j\omega)| = K \quad (3.5)$$



ภาพที่ 16 ตัวอย่างตำแหน่งโพลและซีโรของวงจรกรองผ่านทุกความถี่

สรุปได้ว่าฟังก์ชันการถ่ายโอนในรูปแบบทั่วไปของวงจรกรองผ่านทุกความถี่ จะมีโพลและซีโรจำนวนเท่ากัน อยู่ตำแหน่งที่สมมาตรกันเมื่อเทียบกับแกนจินตภาพ หรือเขียนเป็นสมการได้ดังนี้คือ

$$H(s) = \frac{KQ(-s)}{Q(s)} \quad (3.6)$$

จากสมการ (3.1) ในกรณีที่ป็นวงจรกรองความถี่อันดับหนึ่ง ($n=1$) ได้สมการทั่วไปเป็นดังนี้คือ

$$H(s) = \frac{K(-s + \sigma_1)}{(s + \sigma_1)} \quad (3.7)$$

เมื่อ σ_1 เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่งตำแหน่งของโพลและซีโรของฟังก์ชันการถ่ายโอนของวงจรกรองผ่านทุกความถี่อันดับหนึ่งบนระนาบเอสมีลักษณะดังภาพที่ 16 (ก) เมื่อแทน $s = j\omega$ ในสมการ (3.7) ได้ขนาดของฟังก์ชันการถ่ายโอนเป็น

$$|H(j\omega)| = \frac{K|-j\omega + \sigma_1|}{|j\omega + \sigma_1|} = \frac{K\sqrt{\omega^2 + (-\sigma_1)^2}}{\sqrt{\omega^2 + (\sigma_1)^2}}$$

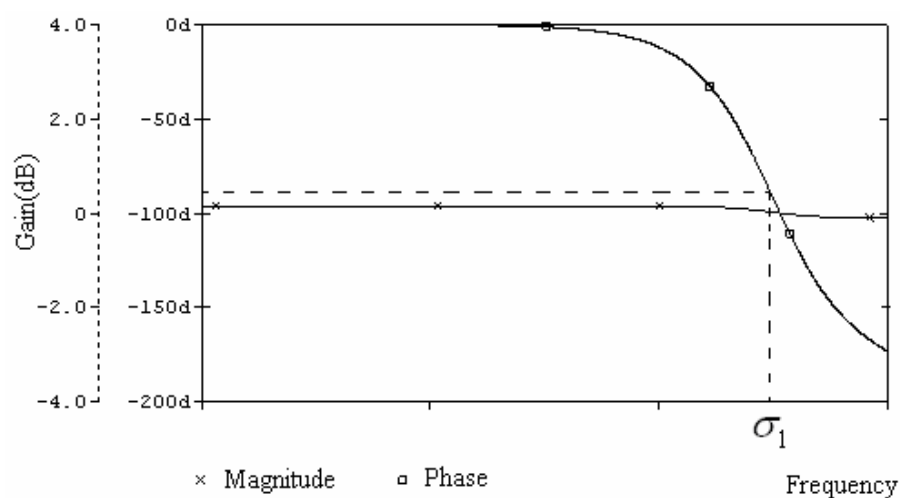
$$= K \quad (3.8)$$

จากสมการ (3.8) แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า ไม่ว่า ฦ ความถี่ใดผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองผ่านทุกความถี่จะมีค่าคงที่ตลอด ส่วนผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองผ่านทุกความถี่จะได้ดังสมการ (3.9)

$$\phi(\omega) = \tan^{-1}\left(-\frac{\omega}{\sigma_1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\sigma_1}\right)$$

$$= -2 \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\sigma_1}\right) \quad (3.9)$$

จากสมการ (3.9) แสดงให้เห็นว่าการเลื่อนเฟสของวงจรกรองผ่านทุกความถี่เป็นฟังก์ชันของความถี่ โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าขนาดและการเลื่อนเฟสกับความถี่ได้ดังกราฟในภาพที่ 17 เมื่อความถี่เปลี่ยนไป ขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนมีค่าคงที่ที่ค่าหนึ่งโดยไม่มีการเปลี่ยนแปลง ในที่นี้ ขนาดที่ได้ในหน่วยเดซิเบลมีค่าประมาณเป็น 0 dB ตลอดทุกช่วงความถี่ ส่วนค่าการเลื่อนเฟสนี้จะเริ่มที่ต้นที่ 0 องศา ฦ ความถี่เท่ากับ 0 เฮิรตซ์ และมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อความถี่สูงขึ้นโดยมีค่าการเลื่อนเฟสเท่ากับ -90 องศาที่ความถี่ $\omega = \sigma_1$ ซึ่งความถี่ค่านี้เรียกว่าความถี่หักมุม (Conner frequency) ของวงจร การเลื่อนเฟสไปสิ้นสุดที่ 180 องศา ฦ ความถี่สูงมาก ๆ เรียกวงจรนี้ว่าวงจรกรองความถี่ผ่านแบบเฟสตาม



ภาพที่ 17 ผลตอบสนองทางขนาดและเฟสของวงจรกรองผ่านทุกความถี่อันดับหนึ่ง

ในกรณีที่วงจรกรองผ่านทุกความถี่ $H_A(s)$ ต่อкаскас (Cascade) กับวงจรใด ๆ $H_1(s)$ ดังแสดงในภาพที่ 18



ภาพที่ 18 บล็อกไดอะแกรมของวงจรกรองผ่านทุกความถี่กับวงจรโครงข่ายใด ๆ

สมมติให้วงจรโครงข่ายมีฟังก์ชันการถ่ายโอนดังสมการ (3.10)

$$H_1(j\omega) = |H_1(j\omega)|e^{j\phi_1(\omega)} \quad (3.10)$$

และวงจรกรองผ่านทุกความถี่มีฟังก์ชันการถ่ายโอนเป็น

$$H_A(j\omega) = 1e^{j\phi_A(\omega)} \quad (3.11)$$

เมื่อนำทั้งสองวงจรมาคาส่กกันจะได้ฟังก์ชันการถ่ายโอนของระบบเป็นดังสมการ (3.12)

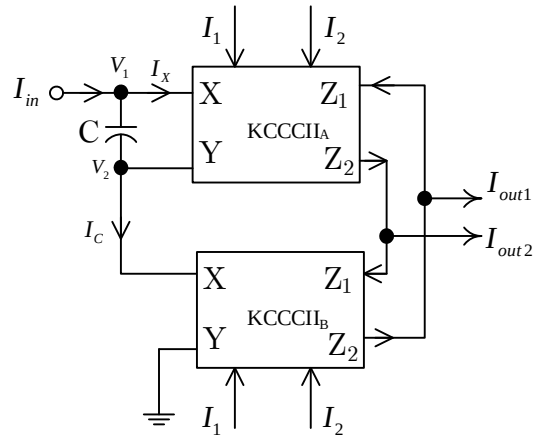
$$H_1(j\omega)H_A(j\omega) = |H_1(j\omega)|e^{j(\phi_1(\omega)+\phi_A(\omega))} \quad (3.12)$$

จากฟังก์ชันการถ่ายโอนในสมการ (3.12) จะเห็นว่าเมื่อนำวงจรโครงข่ายใด ๆ มาคาส่กกับวงจรกรองผ่านทุกความถี่แล้ว ผลตอบสนองทางขนาดของระบบจะเหมือนผลตอบสนองทางขนาดของวงจรโครงข่ายเดิม แต่ผลตอบสนองทางเฟสของระบบจะเป็นผลตอบสนองของวงจรทั้งสองรวมกัน แสดงให้เห็นว่าวงจรกรองผ่านทุกความถี่สามารถปรับคุณสมบัติของระบบได้ด้วยการเพิ่มวงจรกรองผ่านทุกความถี่เข้าไปต่อคาส่กกับวงจรนั้น ๆ

3.2 วงจรกรองผ่านทุกความถี่ที่น่าสนใจ

วงจรกรองผ่านทุกความถี่ที่น่าสนใจในงานวิจัยนี้เป็นวงจรกรองผ่านทุกความถี่อันดับหนึ่งทำงานในโหมดกระแสที่สามารถปรับค่าขนาดของเอาต์พุตได้และสามารถเลื่อนเฟสของสัญญาณเอาต์พุตได้ทั้งเฟสนำและเฟสตามภายในโครงสร้างเดียวกัน โดยการประยุกต์ใช้วงจรสายพานกระแสที่ปรับค่าอัตราขยายได้ทั้งชนิดบวกและลบเป็นอุปกรณ์แอคทีฟมาใช้ในการออกแบบวงจร

ประกอบด้วย KCCCI ทั้งหมด 2 ตัวคือ KCCCI_A และ KCCCI_B และตัวเก็บประจุเพียงหนึ่งตัวเท่านั้น ดังภาพที่ 19



ภาพที่ 19 วงจรกรองผ่านทุกความถี่ที่นำเสนอ

การวิเคราะห์วงจรได้ดังนี้ โดยพิจารณาที่โหนด V_1 ได้ผลรวมกระแสเป็น

$$I_{in} = I_C + I_{XA} \quad (3.13)$$

ค่ากระแสที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุมีค่าเป็น

$$I_C = (V_1 - V_2)Cs \quad (3.14)$$

กระแสที่ไหลเข้าสู่พอร์ต X ของวงจร KCCCI_A มีค่าเป็น

$$I_{XA} = \frac{(V_1 - V_2)}{R_{XA}} \quad (3.15)$$

แทนค่าสมการ (3.14) และ (3.15) ใน (3.13) ได้เป็น

$$I_{in} = (V_1 - V_2)sC + \frac{(V_1 - V_2)}{R_{XA}} \quad (3.16)$$

ความสัมพันธ์ของกระแสเอาต์พุต I_{out1} มีค่าเป็น

$$I_{out1} = I_{Z2B} - I_{Z1A} \quad (3.17)$$

จากคุณสมบัติของ KCCCH และจากวงจรจะได้

$$I_{out1} = kI_C - kI_{XA} \quad (3.18)$$

อาศัยสมการ (3.14) และ (3.15) ทำให้ได้ความสัมพันธ์ดังสมการ (3.19)

$$\begin{aligned} \frac{I_{out1}}{I_{in}} &= k \left(\frac{I_C - I_{XA}}{I_C + I_{XA}} \right) \\ &= k \left(\frac{sCR_{XA} - 1}{sCR_{XA} + 1} \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

แทนค่า $R_X \approx V_T/2I_O$ และ $k = \frac{I_1}{I_2}$ ในสมการ (3.19) ทำให้ได้ฟังก์ชันถ่ายโอน $H_1(s)$ ในโหมดกระแสเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{I_{out1}}{I_{in}} \\ &= \frac{I_1}{I_2} \left(\frac{sCV_T - 2I_O}{sCV_T + 2I_O} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

สำหรับผลตอบสนองทางขนาดและทางเฟส ที่ตำแหน่ง $s = j\omega$ แสดงได้ดังสมการ (3.21) และ (3.22) ตามลำดับ

$$|H_1(j\omega)| = \left| \frac{I_1}{I_2} \left(\frac{j\omega CV_T - 2I_O}{j\omega CV_T + 2I_O} \right) \right| = \frac{I_1}{I_2} \quad (3.21)$$

$$\angle H_1(j\omega) = \pi - 2 \tan^{-1}(\omega CV_T/2I_O) \quad (3.22)$$

พิจารณาสมการ (3.22) พบว่าสัญญาณเอาต์พุตมีการเลื่อนเฟสจาก 180 องศา ไปยัง 0 องศา เมื่อความถี่สูงเพิ่มมากขึ้น สัญญาณเอาต์พุตที่ได้นี้มีเฟสเป็นแบบเฟสตามเมื่อเทียบกับสัญญาณอินพุต อีกทั้งยังพบว่า การเลื่อนเฟสสามารถปรับค่าอัตราขยายได้ง่ายโดยการปรับค่ากระแส I_O ของวงจร

KCCCH II ในทำนองเดียวกันสามารถวิเคราะห์หาค่าความสัมพัทธ์ของกระแสเอาต์พุต I_{out2} และ กระแสอินพุต I_{in} ได้เป็นดังนี้
ความสัมพัทธ์ของกระแสเอาต์พุต I_{out2} มีค่าเป็น

$$I_{out2} = I_{Z2A} - I_{Z1B} \quad (3.23)$$

เมื่อ

$$I_{Z2A} = kI_{XA} \quad (3.24)$$

และ

$$I_{Z1B} = kI_{XB} = kI_C \quad (3.25)$$

หาความสัมพัทธ์ของฟังก์ชันถ่ายโอน $H_2(s)$ โดยใช้ความสัมพัทธ์ของสมการ (3.13) และ (3.23) ได้เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} H_2(s) &= \frac{I_{out2}}{I_{in}} \\ &= k \left(\frac{I_{XA} - I_C}{I_{XA} + I_C} \right) \\ &= \left(\frac{\frac{(V_{-1} V_2)}{R_{XA}} - k(V_{-1} V_2)Cs}{\frac{(V_{-1} V_2)}{R_{XA}} + (V_{-1} V_2)Cs} \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\frac{I_{out2}}{I_{in}} = k \frac{(V_{-1} V_2)}{(V_{-1} V_2)} \left(\frac{1 - R_{XA}Cs}{1 + R_{XA}Cs} \right) \quad (3.27)$$

แทนค่า $R_{XA} \approx V_T / 2I_O$ และ $k = \frac{I_1}{I_2}$

$$H_2(s) = \frac{I_{out2}}{I_{in}} = \frac{I_1}{I_2} \left(\frac{2I_O - sCV_T}{2I_O + sCV_T} \right) \quad (3.28)$$

จากสมการ (3.28) พบว่าที่ตำแหน่ง $s = j\omega$ ก็จะได้ผลตอบสนองทางขนาดและทางเฟสของ ฟังก์ชันถ่ายโอน เป็นดังสมการ (3.29) และ (3.30) ตามลำดับ

$$|H_2(j\omega)| = \left| \frac{I_1}{I_2} \left(\frac{2I_o - j\omega CV_T}{2I_o + j\omega CV_T} \right) \right| = \frac{I_1}{I_2} \quad (3.29)$$

$$\angle H_2(j\omega) = -2 \tan^{-1}(\omega CV_T / 2I_o) \quad (3.30)$$

เมื่อพิจารณาสมการ (3.29) พบว่าขนาดของสัญญาณเอาต์พุตมีค่าคงที่ค่าหนึ่งที่สูงขึ้นอยู่กับการปรับ ค่ากระแสสัดส่วนของกระแสไบแอส I_1 และ/หรือ I_2 ของวงจรสายพานกระแสโดยสามารถปรับ ให้มีค่ามากกว่าหนึ่งหรือน้อยกว่าหนึ่งเท่าก็ได้ เช่นเดียวกับสมการ (3.21) ในกรณีของการเลื่อนเฟส แบบนำ ส่วนสมการ (3.30) สัญญาณเอาต์พุตมีการเลื่อนเฟสจาก 0 องศา ไปยัง -180 องศา เมื่อ ความถี่สูงเพิ่มมากขึ้นและสัญญาณเอาต์พุตที่ได้มีการทำงานเป็นแบบเฟสตาม

ส่วนความถี่โพล f_o สามารถวิเคราะห์ได้จากส่วนของขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอน ตาม สมการ (3.21) และ (3.29) ได้ดังนี้

$$f_o = \frac{I_o}{\pi CV_T} \quad (3.31)$$

จากสมการ (3.31) พบว่าความถี่โพลมีพจน์ I_o รวมอยู่ด้วย จึงเป็นการแสดงว่าค่าความถี่โพลของ วงจร สามารถควบคุมค่าได้เช่นกันโดยกระแสไบแอส I_o ของวงจร KCCCH

3.3 สรุปเนื้อหาในบทที่ 3

เนื้อหาสาระในบทนี้เป็นการนำเสนอวงจรกรองผ่านทุกความถี่อันดับหนึ่ง โดยได้เลือกใช้ วงจรสายพานกระแสที่ปรับค่าอัตราขยายได้จำนวน 2 ชุด นำมาต่อร่วมกับตัวเก็บประจุอีก 1 ตัว เอาต์พุตที่ได้ของวงจรกรองผ่านทุกความถี่มี 2 รูปแบบ คือ วงจรกรองผ่านทุกความถี่แบบเฟสนำ และวงจรกรองผ่านทุกความถี่แบบเฟสตาม โดยไม่จำเป็นต้องปรับเปลี่ยนโครงสร้างของวงจรแต่ อย่างใดเลย