

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการประมาณค่าผลเฉลยของสมการ KdV ในกรณีคลื่นเชิงเดี่ยวที่เกิดขึ้นบนผิวน้ำ ซึ่งกล่าวใน [3] มีสมการอยู่ในรูป

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - (gh_0)^2 \left(1 + \frac{3\eta}{2h_0} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} + (gh_0)^2 \frac{1}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0$$

เมื่อ g แทน ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
 h_0 แทน ความสูงของผิวน้ำ เมื่อไม่ถูกรบกวน
 $\eta(x,t)$ แทน แอมพลิจูดของคลื่น

โดยใช้ผลต่างสี่เหลี่ยมเนื่องจำกัด ที่พัฒนาจากสูตรผลต่างพื้นฐานของนิวตัน เกาส์ และสเตอร์ลิงในการประมาณค่าผลเฉลย และนำผลมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยที่ได้จากวิธีการหาผลเฉลยตรงซึ่งกล่าวใน [2] แล้วทำการแปลงให้มาอยู่ในรูปทางกายภาพได้ในรูป

$$\eta(\bar{x}, \bar{t}) = -\frac{\beta h_0}{3} 6^{2/3} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\sqrt{\beta}}{2} \left(\frac{6^{1/3} \bar{x}}{h_0} - \beta \left(\frac{g}{h_0} \right)^{1/2} \bar{t} \right) \right) - \frac{2h_0}{3}$$

เมื่อ β เป็นค่าคงที่

ในการศึกษาค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นผู้วิจัยได้ศึกษาองค์ประกอบต่าง คือ ความสูงของคลื่นที่สูงที่สุด ตำแหน่งที่สูงสุดของคลื่น ตำแหน่งเริ่มต้น และตำแหน่งสิ้นสุดของคลื่น เมื่อค่าของ Δx , Δt และ h_0 มีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย ซึ่งผลการศึกษาค้นพบว่ากระบวนการโดยใช้สูตรผลต่าง เกาส์ - ช็อนหลัง จะให้ค่าคลาดเคลื่อนน้อยกว่าการใช้สูตรผลต่างอื่น ๆ ซึ่งจากการศึกษาค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น พบว่าการเปลี่ยนแปลงค่าของ Δx ให้น้อยลงมีผลต่อค่าคลาดเคลื่อนในลักษณะที่เพิ่มมากขึ้นในการประมาณค่าผลเฉลยในตำแหน่งถัดไปและมากที่สุดตำแหน่งสุดท้ายและส่งผลคลาดเคลื่อนไปยังการประมาณค่าที่ ช่วงเวลาและความสูงของผิวน้ำ เมื่อไม่ถูกรบกวน

This research presents the study of finite difference methods for solution approximation of the KdV equation for water wave. The proposed KdV equation is in the form :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - (gh_0)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{3\eta}{2h_0} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} + (gh_0)^{\frac{1}{2}} \frac{h_0^2}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0$$

where g is the gravitational constant,

h_0 is the equilibrium water depth and

$\eta(x,t)$ is the surface elevation from the equilibrium height.

The finite difference methods are developed from Newton, Gauss and Stirling difference formulas. To approximate the solution of the KdV equation for water wave. Comparison of the approximation solutions with an analytic solution also presented and discussed which is in the form :

$$\eta(x,t) = -\frac{\beta h_0}{3} 6^{2/3} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\sqrt{\beta}}{2} \left(\frac{6^{1/3} x}{h_0} - \beta \left(\frac{g}{h_0} \right)^{1/2} t \right) \right) - \frac{2h_0}{3}$$

where β is a constant.

This research is interested in wave element parameters such as the maximum value of $\eta(x,t)$, its position, starting and ending positions of wave when Δx , Δt and h_0 are changed with a little of value. Results obtained have shown that the difference methods which is developed from Gauss formula has the minimum error than other formulas, where the large error occurs when the wider interval of x and large number of approximation points.