

บทที่ 2

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาเรื่องการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดน้ำดิบ จังหวัดลำพูน ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาหลักการ แนวคิด ทฤษฎี และเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นพื้นฐานความคิดดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์
3. ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์
4. ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์
5. หลักการสอนคณิตศาสตร์
6. โจทย์ปัญหาและการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหา
7. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
8. การวัดพัฒนาการ
9. ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
10. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.1 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ (2552: 13,56-91) ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยจัดแบ่งเป็น สาระ 6 สาระ คือ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งกำหนดคุณภาพของผู้เรียนตามเกณฑ์มาตรฐาน สำหรับการประเมินความสามารถ ความถนัด และความสนใจของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษา ตามจะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์ได้กำหนด

โครงสร้างของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานตามระดับพัฒนาการของผู้เรียน คือ ตัวชี้วัดชั้นปี เป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนแต่ละชั้นปีในระดับการศึกษาภาคบังคับ ซึ่งกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังเป็นกลุ่มสาระหลักในการจัดการเรียนการสอน เพื่อสร้างพื้นฐานการคิดและเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและวิกฤตของชาติ

1.2 มาตรฐานและตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

ตัวชี้วัด 1 เขียนและอ่านตัวเลขฮินดูอารบิก ตัวเลขไทย และตัวหนังสือแสดงปริมาณของ สิ่งของหรือจำนวนนับที่ไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์

ตัวชี้วัด 2 เปรียบเทียบและเรียงลำดับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการ ดำเนินการต่าง ๆ และ ใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด 1 บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณ หารระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสน และศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ตัวชี้วัด 2 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบและสร้างโจทย์ได้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด 1 บอกความยาวเป็นเมตร เซนติเมตร และมิลลิเมตร เลือกเครื่องวัดที่เหมาะสมและเปรียบเทียบความยาว

ตัวชี้วัด 2 บอกน้ำหนักเป็นกิโลกรัม กรัม และขีด เลือกเครื่องชั่งที่เหมาะสมและเปรียบเทียบน้ำหนัก

ตัวชี้วัด 3 บอกปริมาตรและความจุเป็นลิตร มิลลิเมตร เลือกเครื่องตวงที่เหมาะสมและเปรียบเทียบปริมาตรและความจุในหน่วยเดียวกัน

ตัวชี้วัด 4 บอกเวลาบนหน้าปัดนาฬิกา (ช่วงเวลา 5 นาที) อ่านและเขียนเวลาโดยใช้
จุด

ตัวชี้วัด 5 บอกความสัมพันธ์ของหน่วยการวัดความยาว น้ำหนัก และเวลา

ตัวชี้วัด 6 อ่านและเขียนจำนวนเงินโดยใช้จุด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ตัวชี้วัด 1 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดความยาว การชั่ง การตวง เงิน และเวลา

ตัวชี้วัด 2 อ่านและเขียนบันทึกการรับ รายจ่าย

ตัวชี้วัด 3 อ่านและเขียนบันทึกกิจกรรมหรือเหตุการณ์ที่ระบุเวลา

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ตัวชี้วัด 1 บอกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของสิ่งที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ

ตัวชี้วัด 2 ระบุรูปเรขาคณิตสองมิติที่มีแกนสมมาตรจากรูปที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด 3 เขียนชื่อจุด เส้นตรง รังสี ส่วนของเส้นตรง มุม และเขียนสัญลักษณ์

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิยาม (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด 1 เขียนรูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้ในแบบต่างๆ

ตัวชี้วัด 2 บอกรูปเรขาคณิตต่างๆที่อยู่ในสิ่งแวดล้อมรอบตัว

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัด 1 บอกจำนวนและความสัมพันธ์ในแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 3 ทีละ 4 ทีละ 25 ทีละ 50 และลดลงทีละ 3 ทีละ 4 ทีละ 25 ทีละ 50 และแบบรูปซ้ำ

ตัวชี้วัด 2 บอกรูปและความสัมพันธ์ในแบบรูปของรูปที่มีรูปร่าง ขนาด หรือสีที่สัมพันธ์กันสองลักษณะ

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวชี้วัด 1 รวบรวมและจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน

ตัวชี้วัด 2 อ่านข้อมูลจากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งอย่างง่าย

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด 4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารการสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง

ตัวชี้วัด 5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ตัวชี้วัด 6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.3 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

1.3.1 มีความรู้ความเข้าใจและความรู้ลึกซึ้งจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

1.3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เวลา และเงิน สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

1.3.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้งจุด ส่วนของเส้นตรง รังสี เส้นตรง และมุม

1.3.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้

1.3.5 รวบรวมข้อมูลและจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวันและอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้

1.3.6 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานมุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้ซึ่งการพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดนั้น จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดตามความคิดความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสาร และประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผล และความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม
2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรม และข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคมแสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหาและมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่องการทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสมการปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น
5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือกและใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้การสื่อสารการทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ถูกต้องเหมาะสมและมีคุณธรรม

2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์

ครูคณิตศาสตร์ควรจะมีเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติของการเรียนรู้คณิตศาสตร์พอสมควรเพราะความรู้ดังกล่าวสามารถนำไปวิเคราะห์สภาพการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้และสามารถเลือกปรับปรุงกลวิธีการสอน และวัสดุประกอบการสอนให้เหมาะสมกับสภาพของนักเรียน ธรรมชาติของคณิตศาสตร์คือ เป็นวิชาเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นการสร้างความคิดอันหนึ่งให้เกิดความคิดรวบยอดนี้เป็นการสรุปข้อคิดที่เหมือนกันอันเกิดจากปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น ของสองหมู่ ถ้าจับคู่หนึ่งได้พอดี แสดงว่าของสองหมู่นั้นมีจำนวนเท่ากัน นอกจากนั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่มีโครงสร้างและแสดงความเป็นเหตุและเป็นผลต่อกันรวมทั้งเป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์เพื่อสื่อความหมาย

วรรณิ ธรรมโชติ (2537: 1-7) กล่าวว่าในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ผู้ศึกษาคควมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติของธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ในลักษณะต่าง ๆ เพื่อประโยชน์ในการเลือกใช้วิธีในการศึกษาให้เหมาะสมและสอดคล้องกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ในวิชาคณิตศาสตร์มีการสร้างความคิดต่าง ๆ ให้เกิดขึ้น ซึ่งมีความคิดเหล่านี้ได้จากการสรุปความคิดที่เหมือน ๆ กัน ซึ่งอาจจะได้จากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น เรียกว่า ความคิดรวบยอด เช่น ของสองหมู่ถ้าสมาชิกแต่ละตัวจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งได้หมดพอดี แสดงว่าของสองหมู่นั้นมีจำนวนเท่ากันหรือมุมจากทุกมุมย่อมเท่ากันในแต่ละเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ได้ปลูกฝังให้ผู้ศึกษาได้เกิดความคิดรวบยอดในเนื้อหานั้น

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง โครงสร้างของคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์นั้นมีกำเนิดมาจากธรรมชาติ โดยที่มนุษย์ได้เฝ้าสังเกตความเป็นไปในธรรมชาติแล้วพยายามสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเพื่อแก้ไขปัญหของธรรมชาติแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย เทอมนิยาม (Undefined term) เทอมนิยาม (Defined term) และข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption Axiom Postulate) จากนั้นก็ได้ตรรกวิทยาสรุปออกมาเป็นกฎหรือทฤษฎี แล้วนำกฎหรือทฤษฎีเหล่านี้ไปประยุกต์ใช้กับธรรมชาติ ทำให้เราเข้าใจความเป็นไปของธรรมชาติ สามารถควบคุมและปรับปรุงธรรมชาติให้ดีขึ้นและนำธรรมชาติมาใช้ให้เป็นประโยชน์ได้

กล่าวได้ว่าธรรมชาติของคณิตศาสตร์นั้นเป็นวิชาเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นการสร้างความคิดอันหนึ่งที่ทำให้เกิดความคิดรวบยอด เป็นการสรุปข้อคิดที่เหมือนกันอันเกิดจากปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นมีโครงสร้างและแสดงความเป็นเหตุและเป็นผลต่อกันรวมทั้งเป็น

วิชาที่ใช้สัญลักษณ์เพื่อสื่อความหมายทำให้เราเข้าใจความเป็นไปของธรรมชาติ ตลอดจนสามารถควบคุมและปรับปรุงธรรมชาติให้ดีขึ้นและนำธรรมชาติมาใช้ให้เป็นประโยชน์ได้

3. ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิได้มีความหมายเพียงตัวเลขและสัญลักษณ์เท่านั้นคณิตศาสตร์มีความหมายกว้าง ซึ่งยุพิน พิพิธกุล (2539: 2) สรุปไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นจริงหรือไม่ แล้วเราสามารถจะนำคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาทางวิทยาศาสตร์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยให้คนเป็นผู้มีเหตุผล เป็นผู้ใฝ่รู้

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ มนุษย์เราสร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้น ๆ และสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์มาเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีรูปแบบ เราจะเห็นว่า การคิดทางคณิตศาสตร์นั้น จะต้องมีความแบบแผน มีรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้ และจำแนกออกมาให้เห็นจริง

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างมีเหตุผล คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ ก่อน

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์คือ ความมีระเบียบและกลมกลืน

พิสมัย ศรีอำไพ (2533: 1-2) กล่าวว่านักการศึกษาทางคณิตศาสตร์ได้ให้แนวความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นการศึกษาถึงกระแสความสัมพันธ์ (Mathematics is a Study of Pattem and Relation ships) เด็ก ๆ ต้องการที่จะมองเห็นกระบวนและความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรชี้ให้เด็กเห็นว่า แนวความคิดอันหนึ่งเหมือนหรือต่างกับแนวความคิดอีกอันหนึ่งเป็นอย่างไร เช่น เด็กชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จะมองเป็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงเบื้องต้น เกี่ยวกับการบวกและการลบได้อย่างไร ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างการบวกและการลบนั้นจะอยู่ใน 4 ลักษณะ ดังตัวอย่าง เช่น $2+3 = 5$, $3+2 = 5$, $5-3 = 2$, $5-2 = 3$

2. คณิตศาสตร์เป็นวิถีทางของการคิด (Mathematics is a way of Thinking) นักคณิตศาสตร์ใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่า สิ่งที่เขาคิดขึ้นนั้น เป็นจริงหรือไม่ด้วยการคิด

เช่นนี้ก็สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีอุตสาหกรรมต่าง ๆ ได้ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้มีเหตุผล การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ได้อย่างดี

3. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะ (Mathematics is an Art) เด็กส่วนมากนึกถึงคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่ทำให้สับสน และเป็นทักษะที่ต้องจำ ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะการพัฒนาทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้เด็กสับสน ซึ่งเราลืมไปว่าเด็กต้องการคำแนะนำเพื่อให้เขาตระหนักว่า ความงดงาม ความต่อเนื่อง และความสนุกสนานของคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้น อยู่ทั้งที่การค้นหา และการพิสูจน์แนวคิดต่าง ๆ

4. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง (Mathematics is Language) คณิตศาสตร์ถือเป็นภาษาสากล เพราะคนทั่วโลกสามารถเข้าใจประโยคคณิตศาสตร์ได้ตรงกัน เช่น $5+3=8$ ไม่ว่าจะเป็นคนชาติใด ภาษาใด อ่านประโยคนี้ก็เข้าใจได้ตรงกัน

5. คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ (Mathematics is a Tool) คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่นักคณิตศาสตร์ และนักวิทยาศาสตร์ใช้ และเป็นสิ่งที่ทุกคนใช้ในชีวิตประจำวัน เด็ก ๆ สามารถใช้ข้อเท็จจริง ทักษะ และมโนคติ ที่ได้เรียนในชั้นเรียน แก้ทั้งปัญหาที่เป็นนามธรรม (Abstract Problem) และปัญหาในทางปฏิบัติ (Practical Problem) คณิตศาสตร์มีประโยชน์สำหรับทุกวิชาชีพ ดังที่ เฟินนีมา แชะเซอร์แมน (Fenema and Sherman) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นตัวกรอง (Critical Filter) ที่สำคัญจะเข้าสู่อาชีพหลาย ๆ อาชีพ

สุรชัย ขวัญเมือง (2522: 3) ได้กล่าวถึงลักษณะของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นการสร้างความคิดอันหนึ่งให้เกิดขึ้น ความคิดรวบยอด เป็นการสรุปข้อคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่แสดงความเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน เพราะเป็นวิชาที่แสดงถึงความงดงามของความสัมพันธ์และตรรกวิทยา คือ ทุกขั้นตอนจะเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน มีความสัมพันธ์กันอย่างแยกไม่ออก ถ้าเด็กได้เข้าใจ ได้เห็นความสัมพันธ์ดังกล่าวแล้ว เด็กจะเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างเพลิดเพลิน ไม่เบื่อหน่าย ทำให้เป็นคนรักวิชานี้ และกลายเป็นคนอยากรู้อยากเห็น ซึ่งเป็นผลอันเนื่องมาจากความมีเหตุผลทางคณิตศาสตร์นั่นเอง

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ โดยจะกำหนดสัญลักษณ์ขึ้นเพื่อใช้ในการสื่อความหมายที่มีลักษณะเช่นเดียวกับภาษาอื่น ๆ เช่น $5-2=3$ ทุกคนจะมีความเข้าใจว่าหมายถึงอะไร และคำตอบที่ได้จะเป็นอย่างเดียวกัน นอกจากนี้สัญลักษณ์ ยังใช้เป็นเครื่องมือในการฝึกสมอง ซึ่งสามารถช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหาและการพิสูจน์ที่ย่างยากซับซ้อน

ปานทอง กุลนาถศิริ (2546: 11-15) ได้สรุปลักษณะความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด และมีการพิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดเป็นจริงหรือไม่
2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่งที่ใช้สัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้อง โดยใช้ตัวอักษรแสดงความหมายแทนความคิด เป็นเครื่องมือที่จะใช้ฝึกทางสมองซึ่งสามารถช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา
3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างที่มีเหตุผล ใช้อธิบายข้อคิดต่างๆ ที่สำคัญได้ เช่น สัจพจน์ คุณสมบัติ กฎ ทำให้เกิดความคิดที่เป็นรากฐานในการพิสูจน์เรื่องอื่นๆ ต่อไป
4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน ในการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์นั้นต้องคิดอยู่ในแบบแผน และมีรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตามจะมีขั้นตอน จะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้
5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามของคณิตศาสตร์ คือ มีความเป็นระเบียบและกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดเห็นใหม่ ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา ปัจจุบันคณิตศาสตร์มีบทบาทมากกว่าในอดีต และมีความสำคัญในชีวิตประจำวันมากยิ่งขึ้น ทางด้านสังคมวิทยาที่ต้องอาศัยความรู้ทางสถิติ นักธุรกิจก็ต้องใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ช่วยคิดคำนวณผลผลิตต่าง ๆ

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529: 2-4) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิได้หมายความว่าเพียงตัวเลขสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างมาก ซึ่งสรุปได้ดังนี้ 1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่ ด้วยเหตุนี้เราจึงนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และอุตสาหกรรมต่าง ๆ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้ที่มีเหตุผลเป็นคนใฝ่รู้ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญในด้านต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์มีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษรตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด $10+4=?$ เมื่อเขียนสมการนี้ ทุกคนที่เรียนคณิตศาสตร์มาจะเข้าใจความหมายที่ตรงกัน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง เราจะเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้นจะเริ่มต้นด้วยเรื่องที่ย่อย ๆ อันเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง เช่น เริ่มต้นด้วย อนิยาม จุด เส้นตรง ระนาบ และอื่น ๆ ฯลฯ

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน เราจะเห็นว่าการคิดในทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องคิดในแบบแผนมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดในเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เป็นจริงได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามทางคณิตศาสตร์ก็คือความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดสร้างสรรค์จินตนาการ ความคิดริเริ่มที่จะแสดงสิ่งใหม่ ๆ โครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

สรุปลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ได้ว่า กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความเป็นสากล ด้านเนื้อหา สัญลักษณ์ การสื่อความหมาย ความมีระเบียบ ระบบ แบบแผน ความมีเหตุผลภายในเนื้อหาของคณิตศาสตร์ เป็นทั้งศาสตร์ และศิลปะ มีความงามที่กลมกลืนในธรรมชาติการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างแนววิธีการที่มีความหมาย และมีเหตุผลในตัวเอง

4. ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) มีหลักการและสาระสำคัญที่สอดคล้องการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529: 26-31) ได้กล่าวถึง ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ ว่าอายุเป็นปัจจัยสำคัญของการพัฒนาการทางสติปัญญา นั่นคือ การพัฒนาการทางสติปัญญาจะเป็นไปตามระดับอายุ การรับรู้เข้าใจแตกต่างกันตามขั้นพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งเพียเจต์ (Piaget) ได้ศึกษาค้นคว้าและรวบรวมข้อมูล สรุป และนำเสนอ โดยแบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensori-motor stage) (แรกเกิด-2 ปี)

ขั้นที่ 2 ขั้นก่อนการปฏิบัติการ (Preoperational stage) (2 ปี-7 ปี)

ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติการรูปธรรม (Concrete operational stage) (7-11 ปี หรือ 12 ปี)

ขั้นที่ 4 ขั้นปฏิบัติการนามธรรม (Formal operational stage) (11 ปี หรือ 12 ปีขึ้นไป)

เพียเจต์ (Piaget) ยังได้ให้แนวความคิดเกี่ยวกับความสำคัญของนักเรียน ทำให้ทราบว่านักเรียนมีพัฒนาการทางสติปัญญาแตกต่างกันตามช่วงอายุ ซึ่งก่อให้เกิดการเรียนรู้ได้ในลักษณะที่ต่างกัน

1. เมื่ออายุในช่วงอายุแรกเกิดถึง 2 ขวบ ซึ่งเรียกว่า “ขั้นประสาทสัมผัสและ

การเคลื่อนไหว” ผู้เรียนจะเรียนรู้เกี่ยวกับสิ่งของและประสบการณ์ในสิ่งแวดล้อมโดยใช้ประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวประกอบกัน และเมื่อนักเรียนเริ่มมีอายุตั้งแต่ 10 เดือน หรือ 1 ขวบ การคงอยู่ของวัตถุหมายถึงจะไม่หายไปไหนแม้จะไม่อยู่ในสายตาเรื่องเกี่ยวกับมิติและพื้นที่ เรื่องเวลาซึ่งเข้าใจเฉพาะปัจจุบันก็เริ่มเข้าใจเรื่องอดีต แต่ยังนำมาต่อเนื่องกันได้น้อยมาก ขั้นนี้เป็นขั้นเริ่มต้นที่จำเป็นต่อการพัฒนาทางสติปัญญาในขั้นถัดไปมาก

2. เมื่ออยู่ในช่วงอายุระหว่าง 2 ปี ถึง 7 ปี ที่เรียกว่า “ขั้นก่อนปฏิบัติการ” การเรียนรู้ของนักเรียนในวัยนี้ใช้ภาษาและจินตนาการเป็นเครื่องสื่อสารและการแสดงออกของความรู้สึกรู้จักคิด แต่ความคิดเป็นทางเดียวแปรกลับไปมาได้ มีเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับความพอใจของตนเองไม่ใช่เหตุผลแบบอุปมาและแบบอนุমান ซึ่งเป็นการให้เหตุผลแบบผู้ใหญ่ แต่เป็นชนิดที่คำนึงถึงเฉพาะการณ์และเฉพาะหน้าเท่านั้น จากสิ่งหนึ่งไปยังอีกสิ่งหนึ่งที่ไม่จำเป็นต้องเป็นเหตุผลซึ่งกันและกัน นักเรียนยึดตนเองเป็นศูนย์กลางของความคิดและการใช้เหตุผล คำนึงถึงเหตุการณ์เฉพาะหน้าที่มีระยะสั้นๆ ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องเวลามีแต่ปัจจุบันกาล ต่อเนื่องจากอดีตกาลได้ แต่ยังไม่เข้าใจอนาคตกาล มีจินตนาการมาก ชอบเลียนแบบและเล่นเกมสมมติ

3. เมื่อนักเรียนมีอายุระหว่าง 7 ถึง 11 หรือ 12 ปี อยู่ในขั้นที่เรียกว่า “ขั้นปฏิบัติการรูปธรรม” นักเรียนจะเรียนรู้สิ่งของและปรากฏการณ์ได้โดยต้องมีของจริงหรือตัวอย่างประกอบ รวมทั้งการให้เหตุผลด้วย และเหตุผลนั้นเป็นแบบแปรกลับไปมาได้ คำนึงถึงความคิดเห็นของผู้อื่น เข้าใจเรื่องอดีต แก้ปัญหาได้โดยใช้เหตุผลแบบที่มีของจริง ตัวอย่างหรือข้อที่สังเกตได้มาประกอบ แต่ยังวิเคราะห์ปัญหาอย่างเป็นระบบหรือขั้นตอนไม่ได้ เข้าใจเรื่องตัวแปรต้นและตัวแปรตามที่ยากๆ ไม่ซับซ้อนและสามารถใช้ตัวเลขจำแนกสิ่งของ เรียงลำดับเหตุการณ์ เข้าใจนิมิตเรื่องความยาวนาน พื้นที่ สถานะของสาร และน้ำหนักของวัตถุ จัดจำแนกประเภทได้โดยใช้ตัวแปร 2 ตัว ขึ้นไปแบบพหุคูณได้ เข้าใจเรื่องอัตราส่วนและสมการอย่างง่ายได้

4. เมื่อนักเรียนมีอายุระหว่าง 11 หรือ 12 ปีขึ้นไป เรียกว่า “ขั้นปฏิบัติการนามธรรม” นักเรียนจะแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้อย่างเป็นขั้นตอนและเป็นระบบไม่ต้องพึ่งสภาพของจริงหรือตัวอย่างประกอบ และสามารถอธิบายวิธีการคิดของตนเองได้ คิดกลับไปได้ สามารถวางหลักการจากประสบการณ์ที่พบเห็นหลาย ๆ ครั้งได้ จึงตั้งสมมติฐานทำการทดลอง สรุปผลการทดลองให้สอดคล้องกับหลักการของตนเองได้ ซึ่งผู้เรียนจะสามารถคิดได้อย่างนามธรรม สนใจที่จะทดลองสร้างสมมติฐาน ทำการทดลอง แปลข้อมูลและอื่น ๆ เพื่อให้ได้ข้อมูลยืนยันในการพิสูจน์สมมติฐาน เข้าใจเรื่องสัดส่วนและการแทนค่าในสมการที่ซับซ้อนได้

ขั้นพัฒนาการ	ช่วงอายุ	โครงสร้างความคิด (Mental Structures permit)
ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorymotor)	0-2 ปี	กระทำกับวัตถุ (Action on Objects)
ขั้นก่อนการปฏิบัติการ (Preoperational)	2-6 ปี	กระทำเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม (Action on Reality)
ขั้นปฏิบัติการรูปธรรม (Concrete operation)	6-12 ปี	กระทำเกี่ยวกับ “Operation” (Action on operations)
ขั้นปฏิบัติการนามธรรม (Formal operational)	12 ปีขึ้นไป	Operations on operations

เมื่อนักเรียนเข้าสู่ขั้นปฏิบัติการนามธรรมเพียเจต์ (Piaget) มีความเชื่อว่าการถ่ายโอนความรู้คิด (Mental transformations) โดยปราศจากสื่อรูปธรรม นักเรียนจะเข้าใจนามนิมิตนามธรรมค่อนข้างยาก ดังนั้น การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรมก็ควรนำเสนอในลักษณะรูปธรรมเพื่อช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้ดีขึ้น

กึ่งฟ้า สินธุวงษ์ (2537: 5-6) ได้เสนอว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเฉพาะของแต่ละบุคคล และเฉพาะเรื่อง โดยที่นักเรียนจะต้องกระทำต่อวัตถุและปรากฏการณ์ในสิ่งแวดล้อม เนื่องจากมีสิ่งเร้าชักจูงใจให้เกิดการกระทำ

เพียเจต์ (Piaget) เสนอข้อคิดว่า สิ่งมีชีวิตหน่วยหนึ่ง ๆ มีกลไกอัตโนมัติภายในที่สามารถปรับตัวให้เหมาะสมกับสิ่งแวดล้อม เพื่อให้เกิดภาวะสมดุลได้ ภาวะนี้เป็นสภาพของกิจกรรมทางสมอง ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการย่อย ๆ 2 กระบวนการคือ กระบวนการดูดกลืน (assimilation) และกระบวนการปรับให้เหมาะสม (accommodation)

ภาวะสมดุล (Equilibrium หรือ Equilibration) เป็นกระบวนการปรับตัวโดยใช้กระบวนการย่อย 2 กระบวนการคือ กระบวนการดูดกลืน และกระบวนการปรับให้เหมาะสม โดยการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาแบบอัตโนมัติ

1. กระบวนการดูดกลืน (Assimilation) เป็นกระบวนการรับสิ่งเร้าจากสิ่งแวดล้อมให้เข้าไปอยู่ในโครงสร้างของความรู้ที่มีอยู่ นั่นคือเป็นกระบวนการที่อินทรีย์ผสมกลมกลืนสิ่งใหม่ ๆ ที่ได้จากโลกภายนอกให้เข้ากับความคิดหรือโครงสร้างเดิมที่มีอยู่ เช่น นักเรียนจะสามารถเข้าใจ

ความคิดรวบยอดของการคูณ ได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนจะต้องมีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องการนับเพิ่มเป็นกลุ่มละเท่า ๆ กัน หรือกองละเท่า ๆ กัน

2. กระบวนการปรับให้เหมาะสม (Accommodation) เป็นกระบวนการปรับโครงสร้างของความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่ หรือสร้างโครงสร้างของความรู้ใหม่เพื่อให้เข้ากับสิ่งเร้า นั่นคือ เป็นกระบวนการที่อินทรีย์ไม่อาจผสมกลมกลืนสิ่งใหม่ที่ได้จากโลกภายนอกให้เข้ากับความคิดหรือโครงสร้างเดิมที่มีอยู่ได้ จำเป็นจะต้องปรับแต่งขยายโครงสร้างของประสบการณ์หรือความรู้เดิมเพื่อจะรับความรู้ใหม่ ๆ กระบวนการนี้จะเกิดขึ้นหลังจากใช้กระบวนการปรับเข้าโครงสร้างแล้วไม่ประสบผลสำเร็จ เช่น หลังจากที่นักเรียนเข้าใจ เรื่อง คุณสมบัติการแจกแจงในการคูณ เช่น $5 \times (10+2) = \square$ คือ $(5 \times 10) + (5 \times 2)$ แล้ว เมื่อนักเรียนจะหาคำตอบ $5(2+1/2) = \square$ คุณสมบัติแจกแจงในการหาผลลัพธ์ นักเรียนจะเข้าใจว่า $5(2+1/2) = \square$ คือ $(5 \times 2) + (5 \times 1/2)$ เป็นต้น เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุล หรืออาจจะใช้เฉพาะแต่ละกระบวนการแล้วแต่สามารถในการรับรู้เข้าใจและโครงสร้างความรู้ของนักเรียน และพัฒนาการทางสติปัญญาจะเกิดขึ้นเมื่อบุคคลมีกิจกรรมทางสมองขณะที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและพยายามปรับตัวเพื่อให้เกิดสภาวะสมดุลโดยมีกระบวนการดัดแปลงและกระบวนการปรับให้เหมาะสม เกิดขึ้นพร้อมกันหรือสลับกันไป พัฒนาการนั้นเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นบนรากฐานของการพัฒนาการทางด้านกายภาพและชีวภาพ คนเราเติบโตมาจากในครรภ์ของมารดาเป็นเด็กแรกเกิด เด็กทารก เด็กเล็ก ๆ เข้าสู่วัยรุ่น และวัยผู้ใหญ่ ซึ่งเป็นพัฒนาการทางด้านกายภาพและมีการพัฒนาการทางด้านชีววิทยาของสมอง คือการรู้จักคิด มีวุฒิภาวะที่เหมาะสมกับวัย มีความพร้อมและความสามารถที่จะรับรู้เข้าใจ หรือเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้ การเรียนรู้ของนักเรียนต่างวัยกัน หรือแม้แต่อยู่ในวัยใกล้เคียงกันก็อาจแตกต่างกัน เนื่องจากพัฒนาการทางสติปัญญาและอิทธิพลของสิ่งแวดล้อมต่างกัน Piaget เชื่อว่าการเรียนรู้เป็นส่วนหนึ่งของพัฒนาการและพัฒนาการเป็นกระบวนการที่นำไปอธิบายการเรียนรู้ได้ พัฒนาการดังกล่าวคือ พัฒนาการทางสติปัญญาที่เกิดขึ้นกับมนุษย์ทุกคน ทุกชาติ ทุกภาษาในลักษณะเดียวกัน แต่แตกต่างกันตามวัยที่วัดไว้เป็นช่วงของพัฒนาการแต่ละขั้นตอน สิ่งที่เกิดขึ้นควบคู่กับพัฒนาการคือการรับรู้ เข้าใจหรือความสามารถในการเรียนรู้ที่ทำให้มนุษย์มีสติปัญญาที่เพิ่มพูนขึ้น

ซึ่งบุญทัน อยู่ชมบุญ (2529: 26-31) สรุปแนวคิดของ เพียเจต์ (Piaget) ในทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาที่นำมาใช้ในการศึกษา ได้ดังนี้

1. การพัฒนาความคิดของคนมีการพัฒนาเป็นระยะๆ ตามลำดับก่อนหลังและไม่มี การข้ามขั้น ขั้นที่ 1 จะเป็นพื้นฐานของขั้นที่ 2 ขั้นที่ 2 เป็นพื้นฐานของขั้นที่ 3 ขั้นที่ 3 เป็นพื้นฐานของขั้นที่ 4 ซึ่งเป็นขั้นสุดท้ายของการพัฒนาการด้านสติปัญญา ดังนั้นการประเมินผลศักยภาพทางเชาว์ปัญญาซึ่งเทียบได้จากระดับอายุของนักเรียนเช่น นักเรียนมีอายุระดับปฏิบัติการรูปธรรม แต่

สามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมเหมือนนักเรียนในวัยปฏิบัติการนามธรรมได้ แสดงว่า นักเรียนคนนั้นมีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาสูงกว่าปกติ ในทางตรงกันข้ามหากนักเรียนคนนั้นยังไม่สามารถที่จะบอกเลขได้หรือไม่ สามารถคิดย้อนกลับได้เหมือนนักเรียนอื่น ๆ ในระยะเดียวกัน เราก็อาจสรุปได้ว่านักเรียนคนนั้นมีพัฒนาการทางสติปัญญาล้าหลังกว่าปกติ

2. ด้านการเรียนรู้ เพียเจต์ (Piaget) เชื่อว่ามนุษย์เราเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้เพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางสติปัญญาของแต่ละคน นั่นคือ Piaget เน้นการเรียนรู้ที่นักเรียนจะเรียนรู้ด้วยตนเองมากที่สุด ครูเป็นเพียงผู้ให้ความร่วมมือ ผู้เตรียมเนื้อหา หรือประสบการณ์ที่จะให้นักเรียนรู้ด้วยตนเองเท่านั้น

3. ด้านการประเมินผลการเรียน จากแนวคิดของ เพียเจต์ (Piaget) ทำให้ทราบว่าการวัดผลนักเรียนในวัยต่าง ๆ จำเป็นต้องคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของนักเรียนแต่ละวัย นักเรียนซึ่งอยู่ในระยะต้น ๆ เช่น ระยะรับรู้ตอบสนอง ควรวัดผลจากการกระทำหรือกิจกรรมที่แสดงออก ตรงกันข้ามกับการวัดผลของนักเรียนในระยะปฏิบัติการนามธรรมจะต้องวัดการใช้เหตุผลที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

4. ด้านการจัดลำดับเนื้อหาในหลักสูตร หลักสูตรของนักเรียนอายุน้อยจะต้องอยู่ในลักษณะที่เป็นกิจกรรมต่อสิ่งรอบ ๆ ตัวของนักเรียน เพราะพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของนักเรียนวัยนี้อยู่ในระยะรับรู้ตอบสนอง ส่วนนักเรียนที่อยู่ในระยะสูงขึ้น ก็จะค่อย ๆ ได้เรียนรู้ในสิ่งที่เป็นนามธรรมและทฤษฎีให้มากขึ้น

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529: 26-47) สรุปทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ เพียเจต์ (Piaget) ดังนี้

1. อายุเป็นปัจจัยสำคัญของการพัฒนาการทางสติปัญญา นั่นคือ การพัฒนาการทางสติปัญญาจะเป็นตามระดับอายุ

2. เพียเจต์ (Piaget) มีความเชื่อว่า การกระทำเป็นพื้นฐานทำให้เกิดความคิด

3. การสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจจนพบความสำเร็จต้องประกอบด้วยองค์ประกอบ 4 อย่าง คือ

3.1 นักเรียนต้องมีวุฒิภาวะ

3.2 นักเรียนเล็ก ๆ จะต้องจัดกิจกรรมให้มีการกระทำกิจกรรมในการเรียนการสอนให้มาก

3.3 พยายามจัดกิจกรรมที่มีการทำงานกลุ่ม เพื่อจะได้ภาพ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการทำงานร่วมกัน และฝึกให้อยู่ในสังคมได้ดีตั้งแต่ยังเด็ก

3.4 เมื่อได้รับความรู้ใหม่ก็จะพยายามปรับตัวให้เกิดความสมดุลกับความรู้เก่าให้มีความเชื่อมโยงกันได้ โดยอาศัยการฝึกฝน หรือฝึกหัด จนเกิดความเข้าใจ

วิลเลียม อารีรัตน์ (2532: 21-24) ได้เสนอการนำแนวคิดทฤษฎีของ เพียเจต์ (Piaget) ไปใช้ในการเรียนการสอนดังนี้

1. มีความคิดสอดคล้องกับ “การเรียนรู้ด้วยการกระทำ” (Learning by doing) ของ จอห์น ดิวอี้ (John Dewey) ในการเรียนการสอน เด็กที่มีอายุน้อยเท่าไรก็ต้องให้เด็กได้รับประสบการณ์ หรือกิจกรรมที่จัดให้เด็กได้ลงมือกระทำด้วยตนเองมากขึ้น จึงจะช่วยให้เกิดความเข้าใจ ซึ่งครูจะเป็นผู้เตรียมเนื้อหาหรือประสบการณ์ที่จะให้นักเรียนค้นพบความคิดรวบยอดด้วยตนเอง จากแนวคิดดังกล่าวของ เพียเจต์ (Piaget) มีอิทธิพลต่อการออกแบบวิธีสอนได้ มีการค้นคว้าวิธีสอน และเนื้อหาใหม่ โดยการให้นักเรียนค้นคว้าใช้อุปกรณ์และสื่อการเรียนการสอนที่จับต้องได้ ซึ่งจะช่วยให้มีการแสดงออกทางสติปัญญาด้วยการใช้เหตุผล มีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ จนเกิดการพัฒนามโนทัศน์คณิตศาสตร์ได้

2. เกี่ยวกับการจัดลำดับเนื้อหาในหลักสูตร ถ้าเป็นนักเรียนเล็ก ๆ หลักสูตรจะต้องอยู่ในลักษณะที่เป็นกิจกรรมสิ่งรอบ ๆ ตัวของนักเรียน เพราะพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนวัยนี้อยู่ในขั้นประสมทรรฐรู้และการเคลื่อนไหว ส่วนเด็กที่อยู่ในวัยสูงขึ้น เช่น ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรมหรือขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม ก็ควรจะได้เรียนรู้ในสิ่งที่เป็นรูปธรรมน้อยลง การจัดเนื้อหาวิชาในหลักสูตร ควรตั้งอยู่บนพื้นฐานของพัฒนาการหรือโครงการทางความคิดตามทฤษฎีของ เพียเจต์ (Piaget) ลำดับขั้นของการพัฒนานั้นจะช่วยได้มากในการตั้งจุดมุ่งหมายของหลักสูตรในโรงเรียนระดับประถมและจะมีประโยชน์มากในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับโครงสร้างของพัฒนาการทางสติปัญญา และการคิดของนักเรียนแต่ละชั้น สำหรับการสอนเรื่องใหม่ครูจะต้องคำนึงถึงความรู้พื้นฐานที่ต้องเรียนมาก่อน ถ้านักเรียนมีความรู้พื้นฐานแล้ว การรับความคิดรวบยอดใหม่ก็สามารถเชื่อมโยงเข้าหากันได้ ถ้าความรู้พื้นฐานเดิมไม่พอที่จะรับความคิดรวบยอดใหม่ ครูจะต้องสอนซ่อมเสริมในเรื่องเดิมก่อน ทั้งนี้เพราะเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นบันไดเรียน ซึ่งลักษณะนี้จะช่วยสร้างความเข้าใจเก่ากับใหม่ให้ต่อเนื่องกันได้เป็นอย่างดี

3. เกี่ยวกับการประเมินผลศักยภาพทางสติปัญญานั้น พิจารณาจากลำดับขั้นพัฒนาการของเด็ก เช่นนักเรียนที่มีอายุอยู่ในขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรม แต่สามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมเหมือนนักเรียนในขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรมได้ ก็แสดงว่านักเรียนคนนั้นมีพัฒนาการทางสติปัญญาก้าวหน้ากว่าปกติ ในทางตรงกันข้ามหากนักเรียนคนนั้นไม่สามารถคิด

ย้อนกลับได้เหมือนนักเรียนอื่น ๆ ในชั้นเดียวกัน เราก็อาจสรุปได้ว่านักเรียนคนนั้นมีพัฒนาการทางสติปัญญาช้ากว่าปกติ

4. ในด้านการประเมินผลการเรียน ต้องคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของนักเรียนแต่ละวัย เช่น ถ้าอยู่ในชั้นประสาทสัมผัส และการเคลื่อนไหวก็ควรวัดผลจากการกระทำหรือกิจกรรมทางกลไก ซึ่งตรงกันข้ามกับการวัดผลของนักเรียนในชั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม ซึ่งต้องวัดการใช้เหตุผลที่ลึกซึ้งขึ้น

กึ่งฟ้า สินธุวงศ์ (2537: 5-6) ได้สรุปหลักการสอนตามแนวคิดของ เพียเจต์ (Piaget) ไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตามความสามารถทางสติปัญญา
2. มโนคติหนึ่ง ๆ สามารถแบ่งได้หลายระดับตามขั้นพัฒนาการทางสติปัญญา
3. การพัฒนาการทางสติปัญญา เกิดขึ้นได้โดยการปรับโครงสร้างความคิดให้อยู่ในสถานะสมดุล โดยพยายามเพิ่มพูนสติปัญญา และจัดอุปสรรคที่เกิดจากอิทธิพลด้านประสบการณ์ทางกายภาพและสังคม
4. การนำเสนอบทเรียนควรให้นักเรียนพบกับปัญหาใช้ความคิดแก้ปัญหาทดลองแก้ปัญหาและหาเหตุผลสำหรับวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ด้วยตัวเอง

ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ (http://www.edurmu.org/cai/_somsong/elearning/content/lesson4/404.html สืบค้นเมื่อ 28 มกราคม 2554) ในระดับชั้นประถมศึกษาที่สำคัญ 3 ทฤษฎี

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (drill Theory) เน้นเรื่องในการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกว่านักเรียนจะเกิดความเคยชินต่อวิธีการนั้น ๆ การฝึกฝนมีความจำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาทักษะ แต่ทฤษฎีก็ยังมีข้อบกพร่องอยู่หลายประการ คือ
 - 1.1 เป็นทฤษฎีที่นักเรียนจะต้องจดจำกฎเกณฑ์ สูตร ซึ่งยากสำหรับเด็ก
 - 1.2 นักเรียนไม่อาจจดจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่เรียนมาได้หมด
 - 1.3 นักเรียนจะขาดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน เป็นเหตุให้เกิดความลำบากสับสนในการคิดคำนวณแก้ปัญหา และลืมสิ่งที่เรียนได้ง่าย ๆ

2. ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยเหตุบังเอิญ (Incidental-Learning Theory) ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่า นักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีเมื่อนักเรียนเกิดความต้องการ หรืออยากรู้อะไรเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น ซึ่งในทางปฏิบัติจริงแล้วเหตุการณ์จะเกิดขึ้นไม่บ่อยนัก ดังนั้นทฤษฎีนี้จะใช้เป็นการเป็นคราว เมื่อมีเหตุการณ์ที่เหมาะสมและเป็นที่น่าสนใจของนักเรียนเท่านั้น

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) เน้นการคิดคำนวณกับความเป็นอยู่ในสังคมของนักเรียนเป็นหัวใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อว่านักเรียนจะเรียนรู้แล้วเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อนักเรียนเองและเป็นเรื่องที่นักเรียนได้พบเห็นและปฏิบัติในสังคมประจำวัน

บรุนเนอร์ (Bruner, 1963:1-54) ผู้เชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษา ได้เสนอแนะ ดังนี้

1. สอนเรื่องใหม่แต่ละครั้ง ควรใช้ของจริงประกอบการสอน เพื่อให้นักเรียนได้มองเห็นขั้นต่าง ๆ อย่างแจ่มแจ้ง
2. ให้โอกาสนักเรียนได้แสดงวิธีคำนวณของนักเรียนเอง และควรให้นักเรียนได้ชี้ให้เห็นถึงความยาก ตลอดจนข้อแตกต่างระหว่างเรื่องที่เรียนใหม่กับเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว
3. ให้นักเรียนได้ใช้ความพยายามของตนเองในการค้นหาคำตอบ โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการคิด
4. ควรใช้สื่อทัศนูปกรณ์ในการช่วยสอนขั้นต่าง ๆ ให้มาก
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนใหม่ พร้อมทั้งให้อธิบายวิธีการคิดคำนวณที่นักเรียนทำด้วย ทั้งนี้อาจจะให้นักเรียนออกไปแสดงวิธีทำบนกระดานให้เพื่อนร่วมชั้นดู และแสดงวิธีตรวจคำตอบ
6. การฝึกฝนให้เกิดทักษะนั้น เป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องทำแต่ควรฝึกหลังจากที่นักเรียนเข้าใจวิธีการนั้น ๆ เป็นอย่างดีแล้ว
7. ควรสอนซ้ำในเรื่องที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ จนกว่านักเรียนจะเข้าใจ และทำได้ถูกต้อง
8. ควรให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนไปใช้จริงในชีวิตประจำวัน
9. ให้แบบฝึกหัดนักเรียนทำอยู่เสมอ เพื่อเป็นการฝึกทักษะในเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว

จากที่กล่าวมาทั้งหมดแสดงให้เห็นว่า ในการสอนนักเรียนในระดับประถมศึกษา ควรให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติพบกับปัญหาใช้ความคิดแก้ปัญหา ทดลองแก้ปัญหา โดยใช้สื่อรูปธรรมก่อนแล้วนักเรียนจะเกิดมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นเองจากการกระทำจากสื่อรูปธรรม

5. หลักการสอนคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ดังนั้น กระบวนการเรียนการสอนจึงจำเป็นต้องจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียนได้เกิดความรู้ความเข้าใจ รู้จักใช้กระบวนการคิดอย่างมีระเบียบ ดังที่มีนักศึกษาหลายท่านให้แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

การสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา มีหลักการพิจารณาเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู กิจกรรมที่จัดขึ้นนั้นต้องมุ่งสนองความต้องการความสนใจความสามารถของนักเรียนแต่ละคนเป็นหลัก ซึ่งหลักการสอน มีดังนี้ (บุญทัน อยู่ชมบุญ 2529: 24-25)

1. การสอนโดยคำนึงถึงความต้องการของเด็ก คือ พร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม สติปัญญา และความพร้อมในแง่พื้นฐานที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่
2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการความสนใจ และความสามารถของนักเรียน
3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ของความสามารถด้านสติปัญญา
4. การเตรียมความพร้อมทางด้านคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือ รายกลุ่มย่อย เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละบุคคล
5. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้นการสอน
6. เวลาที่ใช้ในการสอนจะต้องใช้ระยะเวลาพอสมควร ไม่นานจนเกินไป
7. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ยืดหยุ่นได้ ให้นักเรียนหากิจกรรมตามความพอใจตามความถนัดของตนเอง และให้อิสระในการทำงานแก่นักเรียนสิ่งสำคัญประการหนึ่ง คือ การปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่นักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
8. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดวางแผนร่วมกันกับครู
9. การสอนคณิตศาสตร์ที่ดีควรให้เด็กได้ทำงานร่วมกัน สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ แก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเองร่วมกับเพื่อน ๆ
10. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรสอนไปพร้อมกับความรู้ด้วย
11. นักเรียนจะเรียนได้ดีโดยเริ่มจากครูใช้ของจริงเป็นอุปกรณ์ ซึ่งเป็นรูปธรรมนำไปสู่นามธรรมเป็นลำดับ

12. การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน

13. ไม่ควรจำกัดวิธีการคิดคำนวณหาคำตอบของนักเรียน แต่ควรคิดหาวิธีการคิดคำนวณที่รวดเร็วและแม่นยำให้ทีหลัง

14. ฝึกให้เด็กรู้จักตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2535: 20-29) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่นับได้ว่าประสบความสำเร็จ คือ การที่สามารถให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมาย ไม่ใช่กระบวนการที่ประกอบด้วยทฤษฎี หลักการ การพิสูจน์หรือการคิดคำนวณเพื่อตัวคณิตศาสตร์ ดังนั้น ควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายของคณิตศาสตร์ ซึ่งประสบการณ์เรียนรู้ที่การจัดมี 3 ประเภท คือ

1. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม คือ ได้เรียนรู้จากของจริงหรือวัตถุควบคู่ไปกับสัญลักษณ์

2. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม เป็นการจัดประสบการณ์ที่ให้นักเรียนได้รับสิ่งเร้าทางสายตา สังเกตหรือคุณภาพของวัตถุควบคู่ไปกับสัญลักษณ์

3. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์อย่างเดียวการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาที่มีหลักที่ควรพิจารณาเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู กิจกรรมที่จัดขึ้นต้องมุ่งสนองความต้องการ ความสนใจ ความสามารถของนักเรียนแต่ละคนเป็นหลัก

สุรัช ขวัญเมือง (2522: 32-33) ได้เสนอหลักการสอนไว้ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอน โดยครูควรสำรวจว่านักเรียนมีความพร้อมที่จะเรียนหรือยัง ความพร้อมในที่นี้ได้แก่ ความสามารถ ประสบการณ์เดิมของเด็ก ด้วยการสังเกตซักถาม หรือทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียน

2. ควรสอนในสิ่งที่ใกล้ตัวนักเรียนหรือสิ่งที่นักเรียนมีประสบการณ์ โดยให้เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนได้คิดเอง ทำเอง นักเรียนจะเรียนและเข้าใจได้เร็วขึ้น

3. สอนให้นักเรียนเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนย่อย และส่วนย่อยกับส่วนใหญ่

4. ควรสอนจากเรื่องที่ย่อยไปหาเรื่องที่ยาก วิธีนี้ควรใช้ให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของนักเรียนซึ่งครูต้องพิจารณาว่านักเรียนของตนมีความสามารถเพียงใด

5. ให้นักเรียนเข้าใจในหลักการและรู้วิธีที่จะใช้หลักการ

6. ให้นักเรียนได้ฝึกหัดทำซ้ำ ๆ จนคล่อง และมีการทบทวนอยู่เสมอ เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องมีการฝึกฝนมาก ๆ เพื่อให้เข้าใจในวิธีการต่าง ๆ

7. ต้องให้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรมยากแก่การเข้าใจ

8. ควรให้กำลังใจแก่นักเรียนเพื่อให้เกิดความมานะพยายาม

9. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนที่มีความถนัดหรือมีความสนใจ ควรได้รับการสนับสนุนเป็นพิเศษ ส่วนนักเรียนที่ไม่สนใจ ครูควรหาสาเหตุหรือหาทางช่วยเหลือ

ดังนั้น การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงควรให้นักเรียนเรียนรู้ได้รับประสบการณ์จากรูปธรรมไปสู่ประสบการณ์ถึงรูปธรรม แล้วไปสู่ประสบการณ์ที่เป็นนามธรรม เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในหลักการของคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้

6. โจทย์ปัญหาและการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

6.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา

ความหมายของคำว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์” มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 62) ได้ให้ความหมายว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบในรูปปริมาณหรือจำนวน รวมทั้งคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนหาคำตอบไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคล นักเรียนหาคำตอบ ซึ่งบางข้อเป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (อ้างถึงใน ปัทมา ครุฑมณี 2535: 7) ได้ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาทุกรูปแบบทั้งที่เป็นเชิงปริมาณในลักษณะ โจทย์ภาษา โจทย์ที่เป็นคำพูดกับเรื่องราวและเหตุการณ์ต่าง ๆ

แอนเดอร์สัน และพินกรี (Anderson and Pingry. 1973: 228) กล่าวว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบเป็นปริมาณหรือจำนวน ซึ่งนักเรียนที่คิดแก้ปัญหาได้ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ใช้ความรู้และประสบการณ์ ประกอบกับการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหาเอง”

คูิกแซงก์ และ เชฟฟิลด์ (Cruksbank and Sheffield.1992: 37) ได้กล่าวถึงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระ

เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหา เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้”

อดัม และ บีสัน (Adam and Beeson.1997: 176) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (Word Problem) หรือโจทย์เชิงเรื่องราว (Story Problem) หรือ โจทย์เชิงถ้อยคำบรรยาย (Verbal Problem) นั่นคือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายสถานการณ์ด้วยถ้อยคำ หรือข้อความและตัวเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข นักเรียนที่คิดแก้ปัญหาค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น”

อุทัย เพชรช่วย (2532: 48) ได้ให้ความหมายของโจทย์คณิตศาสตร์ไว้ว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นโจทย์ที่มีข้อความเป็นภาษาหนังสือ (หรือเป็นภาษาพูด) ไม่มีเครื่องหมายบวก ลบ คูณ หรือหาร ซึ่งนักเรียนต้องอ่าน (หรือฟัง) โจทย์ให้เข้าใจว่าจะทำโดยวิธีใด (บวก ลบ คูณ หรือหาร)”

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 82) ได้กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาคำความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการพิสูจน์ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่จะถูกนำมาใช้ เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหามาจากความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังกล่าวมาสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่ต้องการคำตอบ ซึ่งในการหาคำตอบจะต้องใช้เทคนิควิธีการสอนทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือกตัดสินใจ ลงมือแก้ปัญหา นักเรียนที่คิดแก้ปัญหาค้นหาต้องใช้ประสบการณ์และค้นหาวิธีแก้โจทย์ให้ได้คำตอบเชิงปริมาณจำนวนตัวเลข และการให้เหตุผล

6.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แอสล็อก และคณะ (Ashlock and others. 1983: 239) ได้แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือ หรือ โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (Standard Text or Translation Problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวไม่ยุ่งยากนัก
2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (Process Problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่าง ๆ ซึ่งยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้น คือ

2.1 การทำความเข้าใจปัญหา

2.2 การพัฒนาและการหาทวิวิธีในการแก้ปัญหา

2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

บาร์ดี (Baroody, 1987: 260-261) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยให้นักเรียนและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยในวิธีการในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบจะทันทีว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดในปัญหาประเภทนี้ มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใด ทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ไม่ทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ฮัทฟิลด์ และบิตเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bitter, 1993: 54) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาปลายเปิด เป็นโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนของคำตอบที่เป็นไปได้มาก ดังนั้น กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าคำตอบที่จะได้รับ

2. โจทย์ปัญหาที่ให้ค้นหา มักจะมีคำตอบที่จบอยู่ในตัว แต่มีวิธีการที่นักเรียนสามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

3. โจทย์ปัญหาที่มีแนวทางให้ค้นหาคำตอบ โดยทั่วไปจะเป็นปัญหาที่ธรรมดาที่สุด รวมทั้งมีคำแนะนำสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา และมีวิธีการแก้โจทย์ที่ไม่ยุ่งยาก

โพลยา (Polya อ้างถึงใน อารีย์ พาวัฒนา 2539: 17) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลกำหนดและเงื่อนไข

2. ปัญหาที่ให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่แสดงให้เห็นความสมเหตุสมผล ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหาแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และสรุปคือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

ชาเลส (Charles อ้างถึงใน สุลัดดา ลอยฟ้า 2530: 25-28) ได้จำแนกโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาลำดับขั้นตอนเดียว (one-step problems) มีลักษณะที่สำคัญ คือ เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องการคำตอบเพียงคำตอบเดียว ใช้หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวในการแก้ปัญหา และมีวิธีการคำนวณเพื่อหาคำตอบไม่ยุ่งยากซับซ้อน

2. โจทย์ปัญหาลำดับหลายขั้นตอน (multi-step problems) มีลักษณะสำคัญ คือ ในการคิดคำนวณปกติที่ต้องการคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ การแก้โจทย์ปัญหามักต้องใช้วิธีการที่ซับซ้อน คือ การทำความเข้าใจปัญหาต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาและการประเมินผลการแก้ปัญหาโดยลักษณะที่สำคัญอีกประการหนึ่งคือ ในการแก้ปัญหามักจะต้องเน้นการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล

จากการแบ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาดังกล่าว สอดคล้องกับ บาร์รูดี (Baroody อ้างถึงใน วารี บุญบงศ์ (2542: 49-51) ที่แบ่งโจทย์ปัญหาออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. โจทย์ปัญหาลำดับปกติ (routine problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่พบในหนังสือเรียนทั่วไป โจทย์ประเภทนี้จะระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไว้อย่างชัดเจน กำหนดข้อมูลไว้พอดีกับการคิดคำนวณ (ไม่มีข้อมูลเกิน หรือ ขาด) มีวิธีคิดหาคำตอบ 1 วิธี และมีคำตอบเพียง 1 คำตอบ

2. โจทย์ปัญหาไม่ปกติ (Non-routine problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับความเป็นจริงในชีวิต คือมีข้อมูลมากทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น (ข้อมูลเกิน) หรือข้อมูลไม่เพียงพอ (ข้อมูลขาด) อาจมีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่า 1 คำตอบ การแก้ปัญหามักต้องใช้เวลามาก

จากประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับหลักเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง ทำให้ได้ประเภทของโจทย์ปัญหานั้นแตกต่างกันไป ซึ่งโดยส่วนใหญ่จะแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ โจทย์ปัญหาที่พบในหนังสือต่าง ๆ และปัญหาที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิดโดยที่ปัญหาประเภทที่สองนี้ นักเรียนจะมีปัญหาในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตามปัญหาทุกปัญหามักจำเป็นต้องอาศัย ลำดับ ขั้นตอน ในการแก้ปัญหาเข้ามาช่วยด้วยกันทั้งสิ้น การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์และลักษณะที่ต้องการซึ่งเป็น โจทย์ที่คุ้นเคยหรือมีวิธีหาคำตอบได้หลายวิธี จึงทำให้ได้ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันตามเกณฑ์ที่ผู้นำมาใช้ในการจำแนกนักเรียนจะต้องอาศัยลำดับขั้นตอนมาช่วยในการแก้ปัญหาทั้งสิ้น

6.3 การพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการได้ให้แนวการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62-74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหของ โพลยา มาเป็นวิธีการพัฒนา ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน โดยการวิเคราะห์ความสำคัญความเข้าใจใน ปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความเกินพอ ของข้อมูล ปัญหาที่ใช้เพิ่มเติมอาจไม่ใช่ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ

1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพ หรือแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ ของข้อมูลจะช่วยให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรมทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 ลดปริมาณที่กำหนดในปัญหาให้น้อยลง เพื่อกำหนดโครงสร้างของ ปัญหาที่มีความชัดเจนโดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุผล

1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับ

ชีวิตประจำวัน

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจ โดยกำหนดข้อมูลใดไม่ได้ใช้หรือ ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับ ชีวิตประจำวันที่บางครั้งมีข้อมูลมากมายที่ผู้เรียนจะต้องแสวงหาข้อมูลที่เพียงพอ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนถ้าโจทย์กับปัญหาที่มีความซับซ้อน ควร ฝึกให้ผู้เรียนเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนหรือพูดลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อน ลงมือ เพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็นเสมือนการวางแผนในการแก้ปัญหา ถ้าผู้เรียนฝึกฝนสม่ำเสมอ ทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ดังนั้น การพัฒนาความสามารถ ในการวางแผนแก้ปัญหาที่มีแนวทาง ดังนี้

2.1 ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาโดยตรง แต่กระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้ผู้เรียน หาคำตอบถ้ายังตอบไม่ได้ให้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง คำตอบของผู้เรียนจะช่วยให้แผนการแก้ปัญหา ชัดเจนขึ้น

2.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดออกมาดัง ๆ (Think Aloud) สามารถบอกให้ผู้อื่น ทราบว่าคนคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ การคิดออกมาดัง ๆ อาจอยู่ในรูปของการ สนทนา หรือการเรียงลำดับขั้นตอนการคิดออกมให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหา แนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของผู้เรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำ ทำให้เห็นภาพรวมของปัญหา ประเมินความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหาป้องกันการผิดพลาด หรือแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันทีเน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบ

2.4 จัดปัญหาให้ผู้เรียนฝึกทักษะ ควรเป็นสิ่งที่ท้าทายเหมาะสมกับความสามารถ ไม่ยากหรือง่ายเกินไป

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผนในการดำเนินการตามแผน ผู้เรียนต้องตีความ ขยายความนำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจน และประเมินความสามารถที่จะดำเนินการได้หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ ประเด็นแรก ตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการ รวมทั้งยุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง คือ มองไปข้างหน้าเป็นใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหา โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ มีแนวทางการพัฒนา ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ (ความเป็นไปได้)

4.4 สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้ผู้เรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

โพลยา (Polya. 1973: 5-40) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบ จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองพิจารณาข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้แล้วใช้ความรู้ประกอบกับประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาในการวางแผนเพื่อให้ได้วิธีการในการหาคำตอบของปัญหา

3. ขั้นตอนการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือกระทำตามแผนที่วางไว้จนได้คำตอบของปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่าครบถ้วน ถูกต้องทุกขั้นตอนหรือไม่ และคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่จากการที่ได้ศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการคิดแก้ปัญหา ทำให้ข้อสรุปว่าในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ขั้นแรกควรเป็นการทำความเข้าใจในปัญหา ในขั้นนี้ต้องการทราบว่านักเรียนเข้าใจหรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง และโจทย์ถามอะไร ขั้นที่สองเป็นการวัดเกี่ยวกับกระบวนการวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องการทราบว่านักเรียนจะต้องใช้องค์ประกอบอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ ขั้นที่สามเป็นการวัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหให้ได้ผลสำเร็จคือ นักเรียนได้แสดงวิธีการหาคำตอบในขั้นตอนต่าง ๆ ตามที่วางแผนไว้ในขั้นที่สอง และขั้นที่สี่เป็นการวัดเกี่ยวกับการตรวจคำตอบหรือการแสดงการตรวจวิธีการหาคำตอบ

โดยสรุปการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเป็นการฝึกให้นักเรียนหาคำตอบโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือกตัดสินใจและลงมือแก้ปัญหา ครูผู้สอนควรหาโจทย์ที่น่าสนใจแปลกใหม่ ทำง่าย สอดคล้องกับชีวิตจริง สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของนักเรียน ภาษาที่ใช้กระชับ ไม่ยาวหรือยาวเกินไป ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่นักเรียนต้องใช้ประสบการณ์ของตนเองและค้นหาวิธีแก้โจทย์ปัญหา ให้ได้คำตอบเชิงปริมาณจำนวนตัวเลข ตลอดจนการให้คำตอบที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลด้วยตนเองกล่าวได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์นั้นจะต้องเข้าใจในปัญหา มีการวางแผนในการแก้ปัญหาตามขั้นตอนและสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีขั้นตอน 5 ขั้นตอน

7. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

7.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

วิธีสอนแบบอุปนัย มาจากภาษาอังกฤษว่า Inductive Method ในบางครั้งมีผู้ใช้เป็นภาษาไทยว่า วิธีสอนแบบอุปนัย วิธีสอนแบบอุปมาน ในที่นี้ผู้วิจัยใช้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 80) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอุปนัยว่าเป็นวิธีสอนที่ผู้สอนจะยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้เห็นรูปแบบ เมื่อผู้เรียนใช้การสังเกตเปรียบเทียบ สิ่งที่มีลักษณะร่วมกันก็จะสามารถนำไปสู่ข้อสรุปได้ และมักจะตามด้วยวิธีสอนแบบนิรนัย

จำเนียร ศิลปวานิช (2538: 162) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอุปนัยว่าเป็นวิธีสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยไปหากฎเกณฑ์ กล่าวคือ สอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวมหรือสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปโดยการให้นักเรียนทำการศึกษาสังเกต ทดลอง เปรียบเทียบ แล้วพิจารณาค้นหาองค์ประกอบที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำมาเป็นข้อสรุป

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2540: 146) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอุปนัย ว่าเป็นวิธีสอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวมหรือสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปทฤษฎีต่าง ๆ โดยให้นักเรียนได้ศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบ คิดพิจารณาเมื่อเกิดความเข้าใจแล้วจึงสรุปตั้งเป็นกฎเกณฑ์

ทิสนา แคมมณี (2544: 37) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอุปนัย ว่าเป็นวิธีสอนที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดโดยการนำตัวอย่าง ข้อมูล ความคิด เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ แนวคิด ที่ต้องการสอนให้แก่ผู้เรียนแฝงอยู่ มาให้ผู้เรียนศึกษาวิเคราะห์จนสามารถดึงหลักการ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมาเพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป กล่าวอย่างสั้น ๆ ได้ว่า เป็นการสอนที่ให้ผู้เรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง

ไสว พักขาว (2544: 94) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอุปนัยว่า เป็นวิธีสอนส่วนย่อยไปหาข้อสรุปซึ่งเป็นส่วนรวมหรือสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ โดยให้ผู้เรียนทำการศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบ พิจารณาค้นหาองค์ประกอบหรือลักษณะส่วนที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำมาเป็นข้อสรุปดังกล่าวมาสรุปได้ว่า เป็นการสอนที่ให้ผู้เรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ดังนั้นความหมายของการสอนแบบอุปนัย หมายถึง การให้ผู้เรียนตรวจสอบตัวอย่างย่อย ๆ แล้วใช้เหตุผลสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือหลักการด้วยตนเอง

7.2 จุดประสงค์ของวิธีสอนแบบอุปนัย

มีผู้กล่าวถึงจุดประสงค์ของวิธีสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 82) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของวิธีสอนแบบอุปนัยดังนี้

1. เพื่อช่วยให้ค้นพบกฎเกณฑ์ที่สำคัญด้วยการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอ แล้วกำหนดนัยทั่วไป
2. เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจแจ่มแจ้งและรู้จักสัมพันธ์ความคิด
3. เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิดและไตร่ตรองด้วยเหตุผลและหาข้อสรุปด้วยตนเองไม่จำเป็นต้องขึ้นอยู่กับผู้สอนเสมอไป

จำเนียร ศิลปวานิช (2538: 162) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของวิธีสอนแบบอุปนัย ดังนี้ เพื่อช่วยให้นักเรียนค้นพบกฎเกณฑ์ที่สำคัญ ๆ ด้วยตนเองกับให้เข้าใจความหมาย และความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ อย่างแจ่มแจ้ง ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2540: 140) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของวิธีสอนแบบอุปนัย ดังนี้ วิธีสอนแบบนี้จะช่วยให้นักเรียนรู้จักหาความรู้ ได้ค้นพบกฎ หลักเกณฑ์หรือความจริง ทดลอง พิสูจน์ด้วยความละเอียดรอบคอบ สามารถเปรียบเทียบและวิเคราะห์จนถึงขั้นสรุปเป็นกฎเกณฑ์ ด้วยตนเองได้ ช่วยให้ความเข้าใจและจดจำได้นาน

ทิสนา แคมมณี (2546: 37) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของวิธีสอนแบบอุปนัยดังนี้ เป็นวิธีการที่มุ่งช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ สามารถจับหลักการหรือประเด็นสำคัญด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ แนวคิดหรือข้อความรู้ต่าง ๆ อย่างเข้าใจ

ไสว พิกขาว (2544: 94) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของวิธีสอนแบบอุปนัยดังนี้ สอนแบบอุปนัยมุ่งที่จะช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง เข้าใจความหมาย และความสัมพันธ์ระหว่างความคิดต่าง ๆ ในสิ่งที่เรียนอย่างแจ่มแจ้ง ตลอดจนช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองสรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยคือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีลำดับขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้ คือ 1) ขั้นที่เตรียมการ 2) ขั้นที่เสนอตัวอย่าง 3) ขั้นเปรียบเทียบ 4) ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ 5) ขั้นนำไปใช้ เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้ค้นคิดหาหลักการหรือกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง ทำให้มีความรู้ ความเข้าใจหลักการหรือกฎเกณฑ์เหล่านั้นอย่างลึกซึ้งเข้าใจแจ่มแจ้งและจดจำได้นานแล้วนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

7.3 ขั้นตอนการสอนแบบอุปนัย

ในขั้นตอนการสอนแบบอุปนัยนี้ได้มี กาญจนา เกียรติประวัติ 2525:

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม 2526: 25) ได้เสนอขั้นตอนการสอนไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียม (Preparation) เป็นขั้นเตรียมผู้เรียน อาจฟื้นฟู หรือทบทวนความรู้เดิมก่อนจะเรียนในเนื้อหาใหม่
2. ขั้นการสอน (Presentation) คือขั้นการใช้ตัวอย่างหลากหลายตัวอย่าง อย่างน้อย 3 ตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบสรุปได้
3. ขั้นเปรียบเทียบค้นหาและวิเคราะห์ (Comparison and Abstraction) สามารถเปรียบเทียบ สังเกต ความคล้ายคลึงขององค์ประกอบในตัวอย่าง แยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นความสัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนกัน

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ (Generalization) คือนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างในขั้นที่ 3 มาสรุปเป็นกฎ หรือนิยามได้ด้วยตัวนักเรียนเอง

5. ขั้นนำไปใช้ (Application) เป็นขั้นทดสอบความเข้าใจของผู้เรียน หลักการที่ได้ นั้น นำไปใช้แก้ปัญหาหรือทำแบบฝึกหัดได้

เอ็กเกน (Eggen.1979) ได้เสนอขั้นตอนการสอนแบบอุปนัยไว้ 3 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นวางแผน เป็นขั้นกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ หรือกำหนดแนวทางในการเรียน ตลอดจนจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่จะใช้ในการเรียนการสอน

2. ขั้นดำเนินการสอนขั้นนี้จัดแบ่งเป็นกระบวนการสอน และกิจกรรมการสอนไว้ตามลำดับ ดังนี้

2.1 ขั้นเสนอตัวอย่าง ครูจะให้ตัวอย่างพร้อมทั้งตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนใช้การสังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่าง แล้วครูเสนอตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบสิ่งที่เหมือน แล้วครูให้ตัวอย่างที่ 3 และ 4 เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่ 1 และ 2 จนนักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดได้

2.2 ขั้นสรุป ในขั้นนี้ นักเรียนจะนำลักษณะรวมของแต่ละตอนมาสรุปด้วยตัวของนักเรียนเอง

2.3 ขั้นเสริมตัวอย่าง ในขั้นนี้เป็นการฝึกให้นักเรียน ครูจะเสนอตัวอย่าง เพื่อใช้ในการฝึกหัด จัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมทั้งให้เหตุผลในการจัดกลุ่ม

3. ขั้นประเมินผล ในขั้นนี้ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้ เพื่อประเมินว่านักเรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

3.1 ผู้สอน และ/หรือ ผู้เรียนยกตัวอย่าง/ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุการณ์/ปรากฏการณ์/ความคิดที่เป็นลักษณะย่อยของสิ่งที่จะเรียนรู้

3.2 ผู้เรียนศึกษาและวิเคราะห์หาหลักการที่แฝงอยู่ในตัวอย่างนั้น

3.3 ผู้เรียนสรุปหลักการ/แนวคิดที่ได้จากตัวอย่างนั้น

3.4 ผู้สอนประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

สวาทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ (2547: 16-17) ได้เสนอขั้นตอนการสอนไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ เป็นขั้นเตรียมผู้เรียน ทบทวนความรู้เดิมหรือปูพื้นฐานความรู้
2. ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอตัวอย่างหลากหลายตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนสรุปเป็นหลักการได้

3. ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสังเกต วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบ ความคล้ายคลึงขององค์ประกอบในตัวอย่าง แยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นความสัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนกัน ต่างกัน

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้ผู้เรียนนำข้อสังเกตต่างๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นกฎ หรือนิยามได้ด้วยตัวผู้เรียนเอง

5. ขนนำไปใช้ เป็นขั้นทดสอบความเข้าใจของผู้เรียน ให้ผู้เรียนนำความรู้ข้อสรุปไปใช้แก้ปัญหาหรือทำแบบฝึกทักษะได้

ดังนั้นสรุปได้ว่า การสอนแบบอุปนัยเป็นวิธีการสอนที่ฝึกผู้เรียนให้รู้จักสังเกต รู้จักคิด เปรียบเทียบ วิเคราะห์ สรุปหลักการหาคำตอบได้ด้วยตนเอง ทำให้มีความรู้ ความเข้าใจ หลักการหรือกฎเกณฑ์เหล่านั้นอย่างลึกซึ้งเข้าใจแจ่มแจ้งและจดจำได้นานแล้วสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันและผู้วิจัยได้ใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยตามขั้นตอน 5 ขั้นตอนของ สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ ดังที่ได้กล่าวไว้คือ 1) ขั้นที่เตรียมการ 2) ขั้นที่เสนอตัวอย่าง 3) ขั้นเปรียบเทียบ 4) ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ 5) ขนนำไปใช้ เพราะมีความสอดคล้องกับการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นวิธีสอนที่จะช่วยให้นักเรียนได้สรุปคิดหาหลักการหรือกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง ทำให้มีความรู้ ความเข้าใจอย่างลึกซึ้งเข้าใจแจ่มแจ้งและจดจำได้นานแล้วสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

7.4 ข้อดีและข้อจำกัดของวิธีสอนแบบอุปนัย

7.4.1 ข้อดีของวิธีสอนแบบอุปนัย

วิธีสอนแบบอุปนัย ใช้สอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้สรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง มีผู้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 85) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบอุปนัยดังนี้

1. ผู้เรียนสามารถเรียนด้วยความเข้าใจ ขจัดข้อสงสัย และจำได้นาน
2. ผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผล
3. ผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมด้วยตนเอง
4. ผู้เรียนมีโอกาสและมีส่วนร่วมในการค้นพบผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้

รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์ และสรุปด้วยตนเอง

จำเนียร ศิลปะวานิช (2538: 163) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบอุปนัย

ดังนี้

1. จะทำให้นักเรียนเข้าใจอย่างแจ่มแจ้งและจำได้นาน
2. ฝึกให้นักเรียนคิดตามตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์

จิตวิทยา

ดังนี้

3. ให้นักเรียนเข้าใจในปัญหาและรู้จักวิธีทำงานที่ถูกต้องตามหลัก

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2540: 142) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบอุปนัย

1. นักเรียนเข้าใจได้ดีและจดจำได้นานเพราะลงมือกระทำด้วยตนเอง
2. นำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เป็นรูปธรรมได้ภายหลัง
3. ได้ฝึกการใช้ความคิด
4. รู้จักวิธีทำงานที่ถูกต้อง

ทิสนา แหมมณี (2550: 340) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบอุปนัยดังนี้

1. เป็นวิธีสอนที่ผู้เรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองจึงทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้ดี
2. เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้
3. เป็นวิธีสอนที่ผู้เรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้ (ได้แก่หลักการแนวคิด ฯลฯ) และกระบวนการ (ได้แก่กระบวนการคิด) ซึ่งผู้เรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

ไสว พักขาว (2544: 96) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบอุปนัยดังนี้

1. ผู้เรียนจะได้ฝึกความรอบคอบในการเปรียบเทียบและวิเคราะห์ลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ได้
2. ผู้เรียนได้สรุปความรู้เป็นกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง
3. ทำให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งที่เรียนอย่างแจ่มแจ้งและจำได้ เพราะเป็นสิ่งที่คิดเองจนเกิดความเข้าใจและสรุปได้ด้วยตนเอง

7.4.2 ข้อจำกัดของวิธีสอนแบบอุปนัย

วิธีสอนแบบอุปนัยไม่สามารถใช้สอนคณิตศาสตร์ได้ทุกเนื้อหา และไม่สามารถสอนนักเรียนได้ทุกระดับชั้น มีผู้กล่าวถึงข้อจำกัดของวิธีสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 86) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของวิธีสอนแบบอุปนัยดังนี้

1. ไม่เหมาะสำหรับเนื้อหาทุกเรื่อง
2. ถ้าผู้สอนยกตัวอย่างไม่เพียงพอจะไม่ได้ผลสมบูรณ์
3. ผู้สอนทุกคนอาจไม่สามารถใช้วิธีสอนแบบนี้

4. ถ้าเรื่องยาวเกินไปก็ทำให้ผู้เรียนเสียเวลา

จำเนียร ศิลปะวานิช (2538: 163) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของวิธีสอนแบบ

อุปนัยดังนี้

1. ไม่เหมาะสมที่จะใช้สอนวิชาที่มีคุณค่าทางสุนทรียภาพ
 2. ใช้เวลามากอาจทำให้เกิดความเบื่อหน่าย
 3. ทำให้บรรยากาศการเรียนเป็นทางการมากเกินไป
 4. ครูต้องเข้าใจเทคนิควิธีสอนแบบนี้เป็นอย่างดีจึงจะได้ผลสัมฤทธิ์ในการสอน
- บัญญัติ ชำนาญกิจ (2540: 142) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของวิธีสอนแบบ

อุปนัย ดังนี้

1. เหมาะสำหรับบางวิชาเท่านั้น ไม่เหมาะกับวิชาที่มีคุณค่าทาง

สุนทรียศาสตร์

2. ต้องมีความเข้าใจเทคนิควิธีสอนแบบนี้เป็นอย่างดี
3. บางครั้งใช้เวลามากเกินไปทำให้เบื่อหน่าย
4. มักทำให้บทเรียนมีพิธีรีตองมากเกินไป

ทิสนา แคมมณี (2550: 340) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของวิธีสอนแบบอุปนัย

ดังนี้

1. เป็นวิธีสอนที่ใช้เวลาค่อนข้างมาก
2. เป็นวิธีสอนที่อาศัยตัวอย่างที่ดีหากผู้สอนขาดความเข้าใจในการเตรียมตัวอย่างที่ครอบคลุมลักษณะที่สำคัญ ๆ ของหลักการแนวคิดที่สอน การสอนจะไม่ประสบผลสำเร็จ
3. เป็นวิธีสอนที่ผู้เรียนจะต้องคิดค้นหาคำตอบด้วยตนเองหากผู้เรียนขาดทักษะพื้นฐานในการคิดและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มอาจไม่เกิดผลสมบูรณ์ตามต้องการ

ไสว พักขาว (2544: 96) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของวิธีสอนแบบอุปนัยดังนี้

1. ไม่เหมาะกับวิชาทางด้านศิลปะที่เน้นด้านสุนทรียภาพ
2. ใช้เวลามาก
3. ไม่เหมาะกับเนื้อหาที่เข้าใจยากเพราะผู้เรียนอาจสรุปกฎเกณฑ์เอง

ไม่ได้

4. ครูต้องมีความรู้ ความเข้าใจในเทคนิคที่จะนำมาเสริมให้ผู้เรียนสรุปความรู้เองได้ไม่เช่นนั้นการสอนจะไม่ได้ผล ครูต้องเป็นฝ่ายบอกความรู้เอง

ดังนั้นสรุปได้ว่าวิธีสอนแบบอุปนัยมีทั้งข้อดีและข้อจำกัด ข้อดีคือ เป็นวิธีสอนที่ทำให้ให้นักเรียนได้ฝึกสังเกต วิเคราะห์และสรุปกฎหรือหลักการด้วยตนเอง จึงเรียนด้วย

ความเข้าใจและจดจำได้นาน ข้อจำกัดคือ เป็นวิธีสอนที่ใช้เวลามากต้องใช้ให้เหมาะสมกับปัญหาครูจะต้องมีความเข้าใจในการเตรียมการสอนให้พร้อมจึงจะทำให้ประสบผลสำเร็จ

7.5 บทบาทของครูในการสอนแบบอุปนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนั้นครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญอันจะนำนักเรียนไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งทิสนา แคมมณี (2550: 341-342) ได้เสนอเทคนิคและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในการใช้วิธีการสอนโดยการอุปนัยได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนี้

1. การเตรียมตัวอย่าง ผู้สอนจำเป็นต้องเตรียมตัวอย่าง/ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุการณ์/ปรากฏการณ์/ความคิดที่มีหลักการ/ความคิดที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แฝงอยู่ ตัวอย่างที่ให้การประกอบด้วยลักษณะหรือคุณสมบัติย่อย ๆ ที่ครอบคลุมหลักการ/แนวคิดนั้น เช่น ถ้าต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ว่า “สัตว์เลื้อยคลานคืออะไร” ตัวอย่างที่ให้ก็ควรครอบคลุมคุณสมบัติย่อยของสัตว์เลื้อยคลาน หรือต้องการให้ผู้เรียนเข้าใจคำว่า “ข้อสัจสุจริต” ตัวอย่างที่ให้ก็ควรประกอบด้วยคุณสมบัติต่าง ๆ ของความข้อสัจสุจริต จะเห็นได้ว่า วิธีสอนในลักษณะนี้เป็นวิธีการหลักที่ใช้ในการสอนมโนทัศน์และหลักการต่าง ๆ ซึ่งการที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดมาก ๆ นั้น ตัวอย่างที่ให้การเป็นตัวอย่างที่น่าสนใจและท้าทายความคิดความสามารถของผู้เรียน คือ ต้องเป็นเรื่องที่ไม่ง่ายเกินไป แต่ก็ไม่ยากเกินความสามารถ และตัวอย่างที่ให้การมีความหลากหลายและครอบคลุมลักษณะ/องค์ประกอบสำคัญของมโนทัศน์/แนวคิด/หลักการนั้น นอกจากนั้นการตั้งประเด็นคำถามให้ผู้เรียน ได้คิดค้นหาคำตอบจากตัวอย่างที่ให้ก็มีความสำคัญมาก การตั้งประเด็นคำถามที่ตรงจุด ตรงประเด็น และลักษณะที่ท้าทายความคิด จะช่วยจูงใจให้ผู้เรียนอยากคิด อยากหาคำตอบ และอยากเรียนรู้เพิ่มขึ้น

2. การให้ผู้เรียนวิเคราะห์หลักการ/แนวคิด จากตัวอย่าง หากตัวอย่างที่ให้แก่ผู้เรียนเป็นตัวอย่างที่ครอบคลุมลักษณะหรือคุณสมบัติย่อย ๆ ของหลักการ/แนวคิดนั้น ๆ และมีประเด็นคำถามที่สามารถนำผู้เรียนไปสู่วัตถุประสงค์ที่ต้องการแล้ว ย่อมจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถศึกษาและวิเคราะห์ได้ตรงวัตถุประสงค์อย่างรวดเร็ว แต่หากผู้เรียนไม่ประสบความสำเร็จหรือทำไม่ได้ ไม่ถูกต้องผู้สอนสามารถใช้คำถามเพิ่มเติม หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติมได้ แต่ไม่ควรให้ในลักษณะที่เป็นการบอกคำตอบ ผู้สอนพึงระลึกอยู่เสมอว่า วิธีสอนวิธีนี้มุ่งให้ผู้เรียนได้คิด ได้ทำความเข้าใจด้วยตัวเอง จึงควรใช้วิธีกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดค้นต่อไป โดยการตั้งประเด็นคำถามเพิ่มเติมและควรให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิดร่วมกันวิเคราะห์เป็นกลุ่มย่อย เพื่อจะได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น กระตุ้นและตรวจสอบความคิดเห็นของกันและกัน อันจะนำไปสู่ความคิดที่รอบคอบขึ้นและถูกต้องมากยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามการร่วมกันคิดเป็นกลุ่มนี้ก็มิใช่ว่า ผู้เรียนที่เรียนได้ช้า มักจะถูกครอบงำหรือถูกข่มโดยผู้เรียนที่เรียนรู้ได้เร็วกว่า ดังนั้นผู้สอนจึงควรจัดให้ผู้เรียนได้มีเวลาในการคิดเป็นรายบุคคล

ด้วยก่อนที่จะอภิปรายกลุ่มย่อย และควรใช้เทคนิควิธีการต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการอภิปรายกลุ่มย่อยอย่างทั่วถึง และเท่าเทียมกันพอสมควร

3. การให้ผู้เรียนสรุปและนำข้อสรุปไปใช้ ผู้สอนควรจะเตรียมตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้ผู้เรียนใช้ในการฝึกนำความรู้/ข้อสรุปไปใช้หรือผู้สอนอาจให้ผู้เรียนช่วยกันยกตัวอย่างจากประสบการณ์ก็ได้ การส่งเสริมให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้ นอกจากจะเป็นการช่วยให้ความรู้เกิดประโยชน์ต่อชีวิตอย่างแท้จริงแล้ว ยังสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่แน่นขึ้นและยังมีโอกาสให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ใหม่ ๆ เพิ่มเติมขึ้นอีกด้วย

ดังนั้นครูผู้สอนจะต้องเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนมุ่งให้ได้คิด ได้ทำความเข้าใจด้วยตัวเองกระตุ้นให้ได้คิดค้น สรุปด้วยตนเอง ได้ร่วมกันคิดร่วมกันวิเคราะห์แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และฝึกนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อชีวิตตลอดจนเกิดการเรียนรู้ใหม่ ๆ เพิ่มเติมขึ้น

7.6 บทบาทของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอุปนัย

การจัดการเรียนการสอนนั้นนักเรียนเป็นสำคัญในการจัดการเรียนรู้ อรรถพล คำภู (2543) ได้สรุปบทบาทของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอุปนัยไว้ ดังนี้

- 1) ผู้เรียนสามารถเรียนด้วยความเข้าใจ และจดจำได้นานเพราะเรียนด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นที่ปรึกษา
- 2) ผู้เรียนมีโอกาสและมีส่วนร่วมในการค้นพบจากตัวอย่างที่ให้หลาย ๆ ตัวอย่าง
- 3) ผู้เรียนได้รับการฝึกฝนและฝึกหัดให้รู้จักการสังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์และสรุปด้วยตนเอง และรู้จักวิธีการทำงานที่ถูกต้อง ตามหลักจิตวิทยาการเรียนรู้ของนักเรียนเอง
- 4) ผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้มีการคิดอย่างมีเหตุผล รู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองและเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาในทางรูปธรรมเกิดการเรียนรู้ใหม่ ๆ เพิ่มเติมขึ้นมาได้

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยผู้เรียนสามารถค้น สรุปหลักการเรียนรู้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้ดี ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ รวมทั้งได้ทั้งเนื้อหาความรู้ (ได้แก่ หลักการ/แนวคิด ฯลฯ) และกระบวนการ (ได้แก่ กระบวนการคิด) ซึ่งผู้เรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

8. การวัดพัฒนาการ

8.1 ความหมายของการวัดพัฒนาการ

การวัดพัฒนาการของผู้เรียนเป็นกระบวนการที่ผู้สอนต้องดำเนินการไว้ตั้งแต่ก่อนเรียนในช่วงระหว่างเรียนและเมื่อสิ้นสุดการเรียน ผลจากการวัดบอกถึงความสามารถที่เพิ่มขึ้นของ

ผู้เรียน การวัดพัฒนาการผู้เรียนรายบุคคล ต้องดำเนินการอย่างต่อเนื่องในแต่ละช่วงเวลาด้วย สิ่งสำคัญ
2 ประการ คือ เป็นการวัดพฤติกรรมเดียวกันของผู้เรียนคนเดิมและเป็นการวัดพัฒนาการด้วย

สมถวิล วิจิตรวรรณ (2551: 428) ได้ให้ความหมายของคะแนนพัฒนาการคือ ค่าที่เป็นตัวเลขจากการเปรียบเทียบผลการวัดพฤติกรรมของผู้เรียนคนเดิมตั้งแต่ 2 ครั้งขึ้นไป

8.2 วิธีการวัดและการแปลผลคะแนนพัฒนาการ

การแปลผลคะแนนพัฒนาการ ขึ้นอยู่กับวิธีการวัดและวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการ ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธี ทั้งรูปแบบการวิเคราะห์อย่างง่ายกับคะแนนการวัด (observed score) จนถึงวิเคราะห์ขั้นสูงกับคะแนนจริง (true score) ในที่นี้ จะเสนอวิธีวัดที่ทำได้ง่ายและเข้าใจง่ายจากคะแนนการวัดได้แก่ วิธีการวัดความแตกต่างระหว่างคะแนนการสอบ วิธีวัดคะแนนการเปลี่ยนแปลงสัมพัทธ์ ซึ่งมีวิธีวัด ดังนี้

8.2.1 วิธีการวัดคะแนนความแตกต่าง (Difference Score) วิธีนี้ได้จากคะแนนการวัด 2 ครั้ง คือ ก่อนเรียนและหลังเรียน เป็นวิธีพื้นฐานทั่วไปในคะแนนพัฒนาการ โดยมีแนวคิดว่าจะคะแนนครั้งหลัง (post score) เปลี่ยนไปจากครั้งแรก (pre score) เป็นวิธีที่คำนวณง่ายและใช้อย่างแพร่หลาย

8.2.2 วิธีวัดคะแนนเพิ่มสัมพัทธ์ (Relative Score) วิธีนี้ได้จากคะแนนการวัด 2 ครั้ง คือ คะแนนครั้งแรกและครั้งหลัง (วิรัช วรรณรัตน์ และสมถวิล วิจิตรวรรณ 2551: 440) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการหาคะแนนเพิ่มสัมพัทธ์จากสัดส่วนของผลต่างระหว่างคะแนนจากการวัด 2 ครั้ง กับผลต่างระหว่างคะแนนเดิมกับคะแนนวัดครั้งแรก สำหรับการคูณอัตราส่วนด้วย 100 เพื่อให้ค่าที่ได้เป็นทศนิยม

8.2.3 วิธีการวัดอัตราพัฒนาการจากคะแนนการวัดมากกว่า 2 ครั้ง การหาอัตราพัฒนาการ เป็นการวิเคราะห์จากการวัดพฤติกรรมเดียวกันของผู้เรียนคนเดิมหลายครั้ง เครื่องมือวัดควรเป็นฉบับเดิม หรือแบบวัดคู่ขนาน หลักการของวิธีนี้ คือ การหาค่าเฉลี่ยของคะแนนความแตกต่างระหว่างครั้ง (วิรัช วรรณรัตน์ และสมถวิล วิจิตรวรรณ 2551: 441)

ธนพร คำป้อม (2553: 7) ได้ให้ความหมายอัตราพัฒนาการคือคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียนระหว่างเรียนจากการวัดกิจกรรมพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ คะแนนที่ได้เป็นคะแนนพัฒนาการเฉลี่ยต่อครั้ง

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า การพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนที่ได้รับการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนหลังจากที่เข้าใจสาระการเรียนรู้ที่เรียนแล้ว ผู้เรียนยังได้ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังเรียน ซึ่งผู้เรียนนำความรู้ที่ได้เรียนมาประยุกต์ใช้ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะใช้วิธีวัดพัฒนาการ วิธีที่ 1 วิธีการวัดคะแนนความแตกต่าง

(Difference Score) และวิธีที่ 3 การวัดอัตราพัฒนาการจากคะแนนการวัดมากกว่า 2 ครั้ง ซึ่งผู้วิจัยวัดอัตราพัฒนาการจากคะแนนความก้าวหน้าจากการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างเรียนจากการทำแบบฝึกทักษะท้ายแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 8 ครั้ง ซึ่งคะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของผลต่างของคะแนนแต่ละครั้ง

9. ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

9.1 ความหมายของความพึงพอใจ

ความหมายของความพึงพอใจเป็นปัจจัยที่สำคัญประการหนึ่ง ที่มีผลต่อความสำเร็จของงานบรรลุเป้าหมายที่วางไว้อย่างมีประสิทธิภาพ อันเป็นผลจากการได้รับการตอบสนองต่อแรงจูงใจหรือความต้องการของแต่ละบุคคลในแนวทางที่เขาประสงค์ ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับความหมายของความพึงพอใจและมีผู้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ในด้านต่าง ๆ กันพอสรุป ได้ดังนี้

ลักษณะ สิริวัฒน์ (2539: 132) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจว่า หมายถึง พฤติกรรมที่สนองต่อความต้องการของมนุษย์และเป็นพฤติกรรมที่นำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

ประสาธ อิศรปริดา (2541: 300) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจว่า หมายถึง พลังที่เกิดจากพลังทางจิตที่มีผลไปสู่เป้าหมายที่ต้องการและหาสิ่งที่ต้องการมาตอบสนอง

ถนอมทรัพย์ มะลิซ้อน (2540: 38) ได้สรุปความหมายของความพึงพอใจในการปฏิบัติงานว่า หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดหรือทัศนคติของผู้ปฏิบัติงานแต่ละคนที่มีต่องานและปัจจัยหรือองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับงานนั้นๆ จนสามารถตอบสนองความต้องการขั้นพื้นฐานทั้งด้านร่างกาย และจิตใจตลอดจนสามารถลดความเครียดของผู้ปฏิบัติงานให้ต่ำลงได้

ธีรศักดิ์ กลิ่นดี (2540: 20) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจเป็นปัจจัยสำคัญประการหนึ่งที่ช่วยให้งานประสบผลสำเร็จในการปฏิบัติหน้าที่ นอกจากผู้บริหารจะดำเนินการให้ผู้ทำงานเกิดความพึงพอใจในการทำงานแล้ว ยังจำเป็นต้องดำเนินการที่จะทำให้ผู้เกี่ยวข้องกับผลของการปฏิบัติงานเกิดความพึงพอใจด้วย เพราะความเจริญก้าวหน้าของการปฏิบัติงานเป็นประเด็นที่สำคัญประการหนึ่งที่เป็นตัวบ่งชี้ต่อการพัฒนาของหน่วยงาน ดังนั้นผู้บริหารที่ชาญฉลาดจึงควรที่จะศึกษาให้ลึกซึ้งถึงปัจจัยและองค์ประกอบต่าง ๆ ที่ทำให้เกิดความพึงพอใจทั้งผู้ปฏิบัติงานและผู้เกี่ยวข้องที่ได้รับผลจากการปฏิบัติงานของหน่วยงานเพื่อเป็นแนวทางในการบริหารองค์การให้มีประสิทธิภาพและเกิดประโยชน์สูงสุด โดยทั่วไปการศึกษาเกี่ยวกับความพึงพอใจ มักนิยมศึกษาในสองมิติ คือ มิติความพึงพอใจของผู้ปฏิบัติงาน (Job Satisfaction) และมิติความพอใจใน

การรับบริการของผู้ปฏิบัติงาน (Service Satisfaction) มีผู้กล่าวถึงแนวคิดนี้ไว้มากในลักษณะใกล้เคียงและสัมพันธ์กับเรื่องทัศนคติ

อศยาพร สุวรรณภู (2541: 16) ได้กล่าวว่า ความพึงพอใจในการทำงาน หมายถึง การแสดงความรู้ในทางบวกต่อสิ่งที่ได้รับการตอบสนองความต้องการของมนุษย์

วัฒนา เพ็ชรวงศ์ (2542 : 18) ได้สรุปว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกหรือทัศนคติทางด้านบวกของบุคคลที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ซึ่งจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อสิ่งนั้นสามารถตอบสนองความต้องการให้แก่บุคคลนั้นได้ แต่ทั้งนี้ความพึงพอใจของแต่ละบุคคลย่อมมีความแตกต่างกันขึ้นกับ ค่านิยม และประสบการณ์ที่ได้รับ

เรียม ศรีทอง (2540: 157) ได้กล่าวถึงความพึงพอใจในการทำงานไว้ ดังนี้

1. ความพึงพอใจในการทำงานเกิดจากความต้องการส่วนบุคคลที่มีความสัมพันธ์ต่อผลที่ได้รับจากงาน หรือ กิจกรรมที่ประสบความสำเร็จตามเป้าหมายส่วนบุคคล
 2. ความพึงพอใจในการทำงานมีความสำคัญในทางบวกกับคุณลักษณะของงานตามความปรารถนาของกลุ่ม
 3. ความพึงพอใจในการทำงาน เกิดจากความต้องการที่จะประสบความสำเร็จและการยอมรับจากคนอื่น
 4. ความพึงพอใจในการทำงาน เกิดจากเนื้อหา หรือรูปแบบของงานด้วย
 5. ความพึงพอใจในการทำงาน เกี่ยวกับค่านิยมของคนทำงาน
 6. ความพึงพอใจในการทำงานเกิดจากพฤติกรรมการบริหารงานขององค์กรด้วย
- จากความหมายที่กล่าวมาจะเห็นว่าส่วนใหญ่จะมีความคิดเห็นคล้ายคลึงกัน ซึ่งสรุปความหมายของความพึงพอใจว่า เป็นความรู้สึกหรือทัศนคติทางด้านบวกของนักเรียนที่มีความชอบ ความสุขใจ ต่อการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งจะส่งผลความสำเร็จในการจัดการเรียนรู้ในครั้งนี้

9.2 การวัดความพึงพอใจ

เนื่องจากความพึงพอใจเป็นทัศนคติที่เป็นนามธรรมและค่อนข้างซับซ้อน จึงสามารถวัดได้โดยทางอ้อมโดยวัดความคิดเห็นของบุคคลนั้นแทน ทั้งนี้การแสดงความคิดเห็นของบุคคลนั้น จะต้องตรงกับความรู้สึกที่แท้จริงจึงจะสามารถวัดความพึงพอใจได้ มิฉะนั้นอาจมีความคลาดเคลื่อนในการวัดความพึงพอใจได้

ภณิกา ชัยปัญญา (2541) กล่าวว่า มีวิธีที่สามารถวัดความพึงพอใจได้ดังนี้

1. การใช้แบบสอบถาม โดยผู้ออกแบบสอบถามจัดทำแบบสอบถาม เพื่อต้องการทราบความคิดเห็น สามารถกระทำได้ในลักษณะกำหนดคำตอบให้เลือก หรือตอบคำถามอิสระ ซึ่งคำถามดังกล่าวอาจถามความพอใจในด้านต่าง ๆ

2. การสัมภาษณ์ เป็นวิธีวัดความพึงพอใจโดยตรงซึ่งต้องอาศัยเทคนิคและวิธีการที่ดีจึงจะได้ข้อมูลที่เป็นจริง

3. การสังเกต เป็นวิธีวัดความพึงพอใจโดยการสังเกตพฤติกรรมของบุคคล เป้าหมายไม่ว่าจะแสดงออกจากการพูดจา กริยา ท่าทาง วิธีนี้ต้องอาศัยการกระทำอย่างจริงจัง และสังเกตอย่างมีระเบียบแบบแผน

Day (1997: 54) ได้เสนอแนวความคิดในการประเมินผลความพึงพอใจไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การประเมินผลทางจิตวิทยา (Psychological Interpretation of Satisfaction) แนวทางนี้มองว่า Satisfaction เป็นการยืนยัน (Confirmation) ของความคาดหวังที่เกิดขึ้น (Prior Expectation) ความพึงพอใจหรือไม่พอใจขึ้นกับการเปรียบเทียบกับสิ่งที่ได้รับ ซึ่งก็คือ แนวทางของ Disconfirmation Process

2. การประเมินผลตามทฤษฎีอรรถประโยชน์ (Utility Theory Interpretation of Satisfaction) เป็นการอ้างอิงทฤษฎีในด้านเศรษฐศาสตร์โดยมีสมมุติฐานว่าผู้บริโภคที่มีเหตุผล (Rational Consumer) ซึ่งต้องการทำให้ตนบรรลุความพอใจสูงสุดเมื่อเกิดอรรถประโยชน์สูงสุดและทำให้เกิด Ideal Point ว่าจะน้อยกว่า เท่ากับหรือมากกว่า และระยะห่างมากน้อยเพียงใด โดยการนำมาเปรียบเทียบกับความคาดหวัง (Expectation) และการรับรู้ (Perception)

กล่าวโดยสรุปการประเมินผลโดยการวัดความพึงพอใจมีหลายวิธีด้วยกันอาจใช้แบบสอบถาม สัมภาษณ์สังเกต หรือใช้หลายวิธีผสมกัน การประเมินผลด้วยการวัดความพึงพอใจเป็นการวัดผลที่เกิดขึ้นว่ามีความพอใจมากน้อยเพียงใด และเป็นการประเมินด้านอรรถประโยชน์หรือผลประโยชน์ที่ได้รับจากผู้รับบริการ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ประเมินความพึงพอใจโดยใช้การสังเกตนักเรียนระหว่างเรียนแล้วใช้แบบสอบถามจำนวน 10 ข้อให้นักเรียนแสดงรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย หลังเรียนจบทั้ง 15 แผนการจัดการเรียนรู้แล้ว

10. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

10.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบอุปนัยและการแก้โจทย์ปัญหา

ธวัชชัย อติเทพสถิต (2543: บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลของวิธีการนำเสนอเนื้อหาแบบอุปนัยและแบบนิรนัยในบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีวิธีการนำเสนอเนื้อหาต่างกันจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1 โดยนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการนำเสนอเนื้อหาแบบนิรนัยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการนำเสนอเนื้อหาแบบอุปนัย 2) นักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำ 3) ไม่มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างวิธีการนำเสนอเนื้อหา กับระดับความสามารถทางการเรียนต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ 4) นักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีวิธีการนำเสนอเนื้อหาต่างกันจะมีความคงทนในการเรียนรู้แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการนำเสนอเนื้อหาแบบอุปนัยมีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการนำเสนอเนื้อหาแบบนิรนัย 5) นักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน จะมีความคงทนในการเรียนรู้ไม่แตกต่างกัน 6) ไม่มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างวิธีการนำเสนอเนื้อหา กับระดับความสามารถทางการเรียนต่อความคงทนในการเรียนรู้

จิตติริย์ จุฑาทงกูร (2546: บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีการนำเสนอเนื้อหาแบบอุปนัย วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง เศษส่วน ผลการวิจัยพบว่า 1) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีเนื้อหาแบบอุปนัย เรื่อง เศษส่วน ที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ 81.3 / 77.9 อยู่ในระดับที่ยอมรับได้ตามเกณฑ์ 80/80 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีการนำเสนอเนื้อหาแบบอุปนัย สูงกว่ากลุ่มที่ครูเป็นผู้สอนด้วยวิธีแบบอุปนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณยศ สงวนสิน (2546: บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่อง การสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง พหุนามของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัย พบว่า ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลัง

ได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์ โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปวิณกานต์ พันธุ์สุข (2552: 67-69) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง เส้นขนานที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอินทร์บุรี จังหวัดสิงห์บุรี ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยเรื่องเส้นขนาน มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

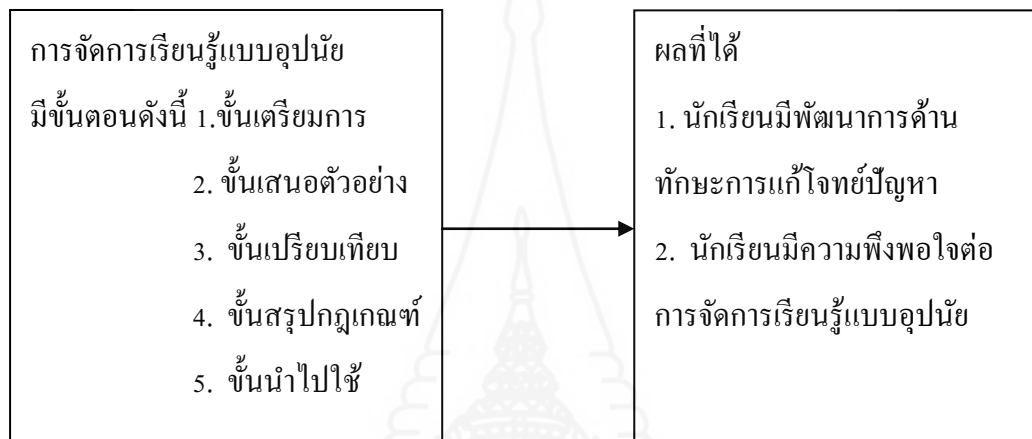
10.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับอัตราพัฒนาการและความพึงพอใจ

ธนพร คำป้อม (2553: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณเรื่องการคูณ โดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนไตรมิตรพิทยา จังหวัดชัยภูมิ พบว่า นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณเรื่องการคูณ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 นักเรียนมีอัตราพัฒนาการด้านทักษะการคิดคำนวณเรื่องการคูณเพิ่มขึ้น 0.35 คะแนนต่อครั้ง จากคะแนนเต็ม 10 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการคูณเรื่องการคูณในระดับมาก

สมฤดี สุปิยพันธ์ (2548: บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนาความสามารถในการอ่านคิดวิเคราะห์และเขียนโดยใช้หนังสือการ์ตูนชวนคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจันทร์ทองเอี่ยม จังหวัดราชบุรี โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) วิเคราะห์คะแนนความก้าวหน้าระหว่างเรียน 2) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อหนังสือการ์ตูนชวนคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีอัตราพัฒนาการเพิ่มขึ้น 0.74 คะแนนต่อครั้งจากคะแนนเต็ม 20 คะแนน จากการวัดจำนวน 8 ครั้ง 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีความพึงพอใจหนังสือการ์ตูนชวนคิดทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยพัฒนาความสามารถในด้านการอ่านคิดวิเคราะห์และเขียนในระดับมาก

เพ็ญนิศย์ เมตตา (2553: บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการสอนด้วยเทคนิค KWDL สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านหนองหัวเอน จังหวัดนครราชสีมา โดยมีจุดประสงค์เพื่อศึกษาอัตราพัฒนาการด้านทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการสอนด้วยเทคนิค KWDL และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ต่อการสอนโดยการสอนด้วยเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการสอนด้วยเทคนิค KWDL มีอัตรา

พัฒนาการด้านทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ระหว่างเรียนเพิ่มขึ้น 0.07 คะแนนต่อครั้งจากคะแนนเต็ม 10คะแนนและนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ในระดับมากจากการได้ศึกษาหลักการ แนวคิด ทฤษฎี และเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นพื้นฐานความคิดในการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยจึงได้สรุปเป็นกรอบแนวคิดได้ดังนี้



ภาพที่ 2.1 กรอบแนวคิดการวิจัย