บทที่ 2

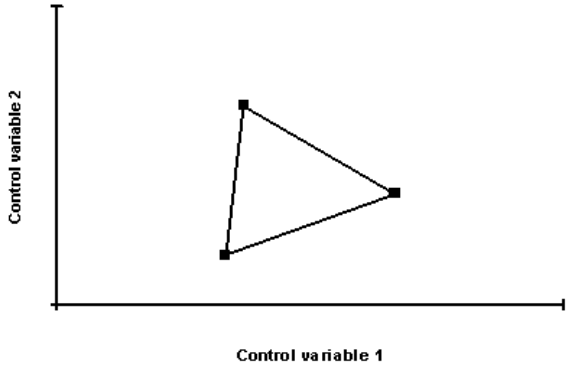
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 วิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ (Super Modified Simplex Method, SMS)

วิธีการซิมเพล็กซ์เป็นเทคนิคหนึ่งที่ใช้ในการแก้ไขปัญหาในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ในกรณีผลลัพธ์ที่ต้องการกับปัจจัยในกระบวนการผลิตมีความสัมพันธ์แบบสมการกำลังหนึ่ง (First Order Model) เช่นเดียวกับวิธีการแฟคทอเรียล โดย Spendley และคณะในปี 1962 ได้มีการเสนอวิธีการซิมเพล็กซ์มาใช้แทนวิธีการแฟคทอเรียลสำหรับหลักการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง (Evolutionary Operation) โดยวิธีการซิมเพล็กซ์มีข้อดีกว่าวิธีการแฟคทอเรียลแบบดั้งเดิม 2 ประการใหญ่ ๆ คือ

1. จำนวนการทดลองสำหรับวิธีการซิมเพล็กซ์คือ $k+1$ ซึ่งมีจำนวนน้อยกว่าวิธีการแฟคทอเรียล ซึ่งมีจำนวนการทดลองเท่ากับ 2^k โดยที่ k คือ จำนวนปัจจัยในกระบวนการผลิต

2. วิธีการซิมเพล็กซ์ใช้เพียงแค่ 1 การทดลองใหม่สำหรับการเคลื่อนที่ไปสู่พื้นผิว (Surface) ใหม่ แต่สำหรับวิธีการแฟคทอเรียลจะต้องการ (อย่างน้อยสุด) ครึ่งหนึ่งของจำนวนการทดลองแฟคทอเรียลวิธีการหาเงื่อนไขที่เหมาะสม (Optimum Condition) โดยวิธีซิมเพล็กซ์เริ่มจากรูปทรงเรขาคณิต (Geometric) และจำนวนการทดลองเท่ากับ $k+1$ โดย k จะเท่ากับจำนวนปัจจัยในกระบวนการ



ภาพที่ 2.1
รูปทรงของซิมเพล็กซ์ กรณี 2 ปัจจัย

จากภาพที่ 2.1 แสดงรูปทรงของซิมเพล็กซ์กรณี 2 ปัจจัย ดังนั้นการออกแบบซิมเพล็กซ์จะเริ่มจากการทดลองด้วย 3 วิธีปฏิบัติ (Treatment) โดยในแต่ละวิธีปฏิบัติจะได้ค่าของผลลัพธ์ของการทดลองในแต่ละครั้งจากนั้นจะเริ่มการทดลองเป็นลำดับอย่างต่อเนื่อง โดยจะมีการเพิ่มการทดลองใหม่ทีละหนึ่งครั้ง จากนั้นจะทำการค้นหาเงื่อนไขที่เหมาะสม (Optimum Condition) ของปัจจัย โดยจะสิ้นสุดเมื่อสามารถหาเงื่อนไขที่เหมาะสมของกระบวนการ หรือไม่สามารถที่จะปรับปรุงค่าผลตอบสนองได้อีกต่อไป

2.1.1 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับวิธี ซิมเพล็กซ์

1. การดำเนินการตัดทอนการทดลองที่ให้ค่าผลตอบสนองที่น้อยที่สุด (กรณีหาคำตอบที่มากที่สุดหรือ Maximization) โดยกลุ่มของปัจจัยที่ระดับใหม่จะถูกคำนวณขึ้นจากการสะท้อนเป็นค่าที่ตรงกันข้ามจากผลลัพธ์ที่ได้ตัดทิ้ง และนำมาแทนที่ตัวที่ได้ตัดไป โดยในแต่ละขั้นตอนจะต้องมีการเคลื่อนระดับของปัจจัยไปจากค่าที่ให้ผลตอบสนองน้อยที่สุด

2. การดำเนินการจะไม่ทำการกลับไปใช้ระดับของปัจจัยที่ได้ทำการตัดค่าทิ้งไป เพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการกลับไปเลือกระดับของปัจจัยไปจากค่าที่ให้ผลตอบสนองน้อยที่สุดอีกค่าหนึ่ง หมายเหตุ : กรณีหาคำตอบที่น้อยที่สุด (Minimization) จะดำเนินการในวิธีตรงกันข้าม

2.1.2 วิธีซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด (Modified Simplex Method)

วิธีซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด (Modified Simplex Method) หรือ MSM เป็นวิธีการที่ใช้พื้นฐานเดียวกันกับวิธีการซิมเพล็กซ์แต่จะมีการปรับรูปร่างและขนาด ซึ่งขึ้นอยู่กับผลตอบสนองในแต่ละขั้นตอน วิธีการนี้สามารถเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า “Variable Size Simplex Method” ขั้นตอนที่เพิ่มเติมจากวิธีการเดิม คือ

1. สามารถขยายขนาดทิศทางขึ้น กรณีที่ทดลองไปตามเส้นทางที่ใกล้จุดที่เหมาะสมที่สุด

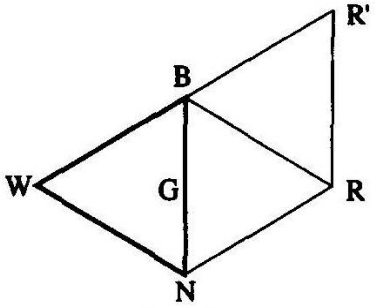
2. สามารถลดขนาดทิศทางลง กรณีที่ทดลองไปตามเส้นทางที่ห่างจากจุดที่เหมาะสมที่สุด

ซึ่งข้อดีทั้งสองจะทำให้วิธีการนี้ถึงจุดที่เหมาะสมเร็ว และหาค่าที่เหมาะสมใกล้กับจุดที่เหมาะสมที่สุดมากกว่าวิธีปกติ วิธีซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาดเป็นวิธีการที่เป็นลำดับขั้น ในการค้นหาคำตอบที่พัฒนาขึ้นมาเรียกว่า วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear Optimization Method) ใช้ในการแก้ปัญหาสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อปัจจัยต่าง ๆ ได้ถูกปรับปรุงเพื่อหาคำตอบ จากนั้นก็จะสร้างความเป็นไปได้ที่จะเลือกทิศทางของคำตอบที่เป็นไปได้ที่จะให้

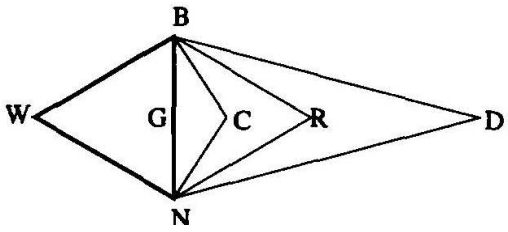
ค่าที่เหมาะสมที่สุดเกิดขึ้น และวิธีการต่าง ๆ ก็จะเกิดการทำซ้ำ การปรับปรุงคำตอบเพื่อให้ได้ค่าที่ดีที่สุดออกมาดังกล่าวถูกเรียกชื่อว่า วิธีการซิมเพล็กซ์ (Simplex Method)

Rosenbrock (1960), Hook & Jeeves (1961), Powell (1964) ได้คิดค้นวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear Optimization Method) ซึ่งแบ่งออกได้เป็น 2 วิธีการโดยวิธีการที่ 1 คือ วิธีการแฟคทอเรียล วิธีการที่ 2 คือ วิธีการซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมใช้ในการหาทิศทางของคำตอบโดยใช้ปัจจัย ในการตัดสินใจจากสมการทางคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ของตัวแปรที่อิสระต่อกัน (Independent Variable) โดยจำนวนของการทดลองที่เกิดขึ้นนั้นขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ รวมทั้งข้อกำหนดที่สร้างขึ้นมาที่มีความสำคัญต่อระบบการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในสมการทางคณิตศาสตร์

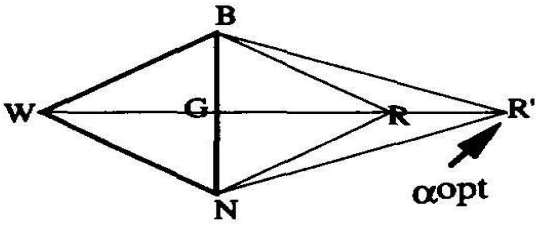
นักวิชาการหลายคนได้ปรับปรุงวิธีการซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ไปในหลาย ๆ วิธี เพื่อให้ได้ทิศทางที่ดีที่สุดในการหาคำตอบที่เกิดขึ้นโดยเริ่มต้นจาก วิธีการซิมเพล็กซ์แบบดั้งเดิม (Basic Simplex Method) โดยใช้รูปแบบของจุดที่สร้างเป็นรูปทรงเรขาคณิตซึ่งถูกเรียกว่า ซิมเพล็กซ์ (Simplex) หรือจุดบอด (Vertex) ตามภาพที่ 2.1.1 ซึ่งเป็นกฎเริ่มต้นของวิธีการซิมเพล็กซ์ โดยใช้ทฤษฎีที่ต้องการกำจัดจุดที่ผลตอบสนองมีค่าน้อยที่สุดออกไป เพื่อสร้างจุดใหม่ที่ให้ค่าผลตอบสนองที่ดีกว่าเดิมโดยมีลักษณะทีมีสัดส่วนหรือมีเหลี่ยมรองรับกัน หลังจากนั้น Nelder และ Mead (1965) ได้ทำการแทนที่จุดที่ค่าผลตอบสนองน้อยที่สุดนั้นด้วยสัดส่วนของระยะทางที่มากขึ้นในทิศทางเดิมเพื่อเพิ่มความเป็นไปดังแสดงในภาพที่ 2.1.2 วิธีการนี้ถูกเรียกว่า วิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาด (Modified Simplex Method)



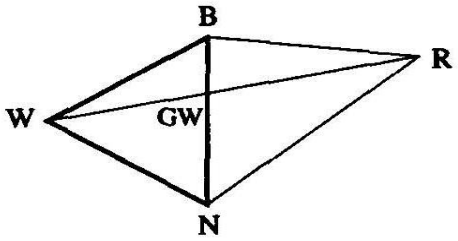
ภาพที่ 2.1.1
วิธีการซิมเพล็กซ์แบบดั้งเดิม



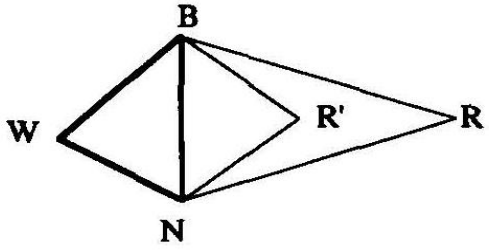
ภาพที่ 2.1.2
วิธีการซิมเพล็กซ์ปรับขนาด



ภาพที่ 2.1.3
วิธีการซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ



ภาพที่ 2.1.4
วิธีการซิมเพล็กซ์ถ่วงน้ำหนักที่จุดศูนย์กลาง



ภาพที่ 2.1.5

วิธีซิมเพล็กซ์แบบผสม

วิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาด (MSM) ถูกปรับปรุงอีกครั้งโดย Routh และคณะ (1977) และเรียกว่า วิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ (Super Modified Simplex Method, SMS) วิธีการนี้เกิดจากการคำนวณค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้สมการทำลังสอง (Second – Order Polynomial Function) มาคำนวณผ่านจุดที่แย่ที่สุด, จุดที่อยู่ตรงกลาง และจุดกึ่งกลางที่อยู่คนละด้านของพื้นผิวเพื่อหาจุดผลตอบสนองที่เกิดขึ้นที่ดีที่สุดต่อไปดังแสดงในภาพที่ 2.1.3

Ryan และคณะ (1980) ได้นำเสนอวิธีถ่วงน้ำหนักที่จุดศูนย์กลาง (Weighted Centroid Method, WCM) โดยใช้วิธีหาจุดกึ่งกลางจากค่าของผลตอบสนองในแต่ละจุดจากภาพที่ 2.1.4 จุดสมมาตรของจุดที่ให้ค่าผลตอบสนองที่น้อยที่สุดลากผ่านจุดที่มีเหลี่ยมและด้านตรงกันและลากจุดตัดจากด้านตรงข้างทำให้เกิดเส้นตัดจุดศูนย์กลาง ผลตอบสนองที่เหมาะสมที่สุดที่เกิดขึ้นนั้นเป็นจุดยอดวิธีซิมเพล็กซ์

Nakai (1981) ได้ทำการทดลองพิสูจน์สมรรถนะของวิธีการทั้ง 4 ที่กล่าวมาซึ่งพบว่าวิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ (SMS) และวิธีถ่วงน้ำหนักจุดศูนย์กลาง (WCM) มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ และวิธีซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด (MSM) ทั้งทางตรงและทางอ้อม โดยตัดสินจากการหาค่าจุดที่ดีที่สุดของสมการที่มีปัจจัยหลากหลาย และปัจจัยมีเลขยกกำลัง (Multivariable Polynomial Function) วิธีซิมเพล็กซ์แบบผสม (Complex Method) โดย Box (1965) ซึ่งสนใจที่จะพัฒนาวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดจากวิธีซิมเพล็กซ์ในเงื่อนไขที่จุดเริ่มต้นที่ใช้เป็นจุดที่สุ่มขึ้นของบริเวณจุดที่ถูกเลือกขึ้นมา เพราะฉะนั้นรูปแบบของกราฟที่เกิดขึ้นนั้นไม่ได้อยู่ในรูปแบบทางเรขาคณิต จุดที่ผลตอบสนองน้อยที่สุดจะถูกแทนที่ด้วยจุดที่มีเหลี่ยมและด้านตรงกัน

จากวิธีดังกล่าวที่กล่าวมาทั้ง 5 วิธีในเอกสารวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกวิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ เป็นวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาสมการพื้นผิวที่มีเงื่อนไขโดยวิธีการนี้ได้พัฒนามาจาก Routh และคณะ (1977) โดยได้ทำการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของวิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ และทำการเปรียบเทียบกับวิธี MSM ผ่านระบบการทดลอง Flame Spectra Metric Process เพื่อวิเคราะห์ประสิทธิภาพของทั้งสองวิธีและสามารถทำการสรุปได้ว่า วิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ (Super Modified Simple Method, SMS) โดยเนื้อหาแล้วเป็นวิธีการที่รวดเร็วและมีประสิทธิภาพต่อการแก้ปัญหาพื้นผิวตอบสนองใช้จำนวนตัวอย่าง , จำนวน

จุด และเวลาในการหาจุดที่ดีที่สุดน้อยกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาด (MSM) แต่อย่างไรก็ตามวิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ (SMS) ยังมีปัญหาในการหาค่าจุดที่ดีที่สุดที่เป็นจุดยอดจริง เนื่องจากยังไม่สามารถจัดการกับสิ่งรบกวน (Noise) ของระบบอันเนื่องมาจากขนาดของซิมเพล็กซ์ที่เล็กลง และผลตอบสนองที่ตกอยู่ในร่องของกราฟกล่าวคือ ไม่สามารถขยับมาหาจุดที่เหมาะสมที่สุดในจุดอื่นได้ และไม่สามารถเข้าใกล้จุดที่ดีที่สุดได้แต่สามารถอยู่รอบ ๆ จุดที่ดีที่สุดนั้น

วิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ (Super Modified Simplex Method) จากหนังสือ Statistical Design – Chemometrics โดย Bruns และคณะ (2006) ได้กล่าวถึงวิธีการคำนวณตามวิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษไว้ดังนี้ วิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดได้นำ ค่าของจุด 3 จุดคือจุด L และจุด P และ R มาใช้ในวิธีวิเคราะห์เริ่มต้นของวิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ โดยจุด L, P และ R ให้ค่าผลตอบสนองมาเป็น V_l, V_p และ V_r จากสมการ จะได้ค่าจุด P

โดย $P = (V_r + V_l) / 2$ ค่าผลตอบสนอง คือ V_p

นำมาคำนวณสร้างรูปแบบสมการกำลังสอง โดยใช้ตัวแปร β ซึ่งเกิดจากการสมการ การพยากรณ์แบบ Polynomial ซึ่งลดทอนลงได้เป็นสมการ

$$\beta_{opt} = \frac{R_w - R_{\bar{P}}}{R_R - 2R_{\bar{P}} + R_W} + 0.5$$

จัดรูปสมการใหม่

$$\beta_{opt} = \frac{R_R - 4R_{\bar{P}} + 3R_W}{2R_R - 4R_{\bar{P}} + 2R_W}$$

สมการการพยากรณ์จุด βopt คือ

$$Z = \beta opt\,(P) + (1 - \beta opt)\,(L)$$

การวิเคราะห์ของ SMS เนื่องจากสมการกำลังสองนั้นเป็นสมการพื้นผิวโค้ง

ในกรณีที่ βopt ตกอยู่ในช่วงของ min และ max ของผลตอบสนองที่จุด L และจุด R ต้องทำการวิเคราะห์เพิ่มเติมเพื่อดูลักษระความโค้งของรูปร่าง โดยลักษณะของรูปร่างนั้นออกมาเป็น 2 รูปแบบแบ่งได้เป็นรูปแบบแรกหมายถึง การเว้าเข้าข้างใน (Concave) และรูปแบบที่สองคือการนูนออกด้านนอก (Convex) ในทฤษฎีของ SMS ได้ใช้สมการในการวิเคราะห์จากค่าผลตอบสนองของ R_p

โดย $R_p < ½ (R_l + R_r)$

$>½ (R_l + R_r)$

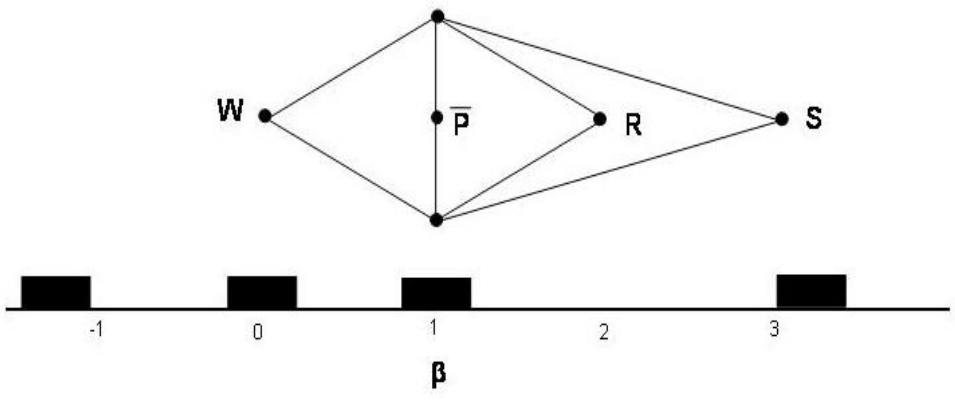
ถ้า R_p มีค่าน้อยกว่าพื้นผิวที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะเว้าเข้ามาด้านใน แต่ถ้า R_p ที่เกิดขึ้นมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ ลักษณะพื้นผิวที่เกิดขึ้นจะเป็นในลักษณะที่นูนออกด้านนอก ในอีกกรณีหนึ่งการวิเคราะห์ความเหมาะสมของค่า βopt แบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ ได้ดังนี้

βopt มีค่าเป็นอนันต์ (Infinite) คือ ไม่สามารถหาคำตอบได้ ค่าที่ออกมาทำให้ไม่สามารถปรับเปลี่ยนได้คือ กรณีที่ค่าของ βopt มีค่าตกในช่วงที่ใกล้กับค่า P มาก ๆ จะไม่สามารถสร้างจุดและทิศทางใหม่ได้ ดังนั้นทฤษฎีของซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษจึงสร้างกฎในการจัดการปัญหาดังที่กล่าวมาไว้ดังนี้โดย

1) ถ้า βopt มีค่าน้อยกว่าจุดที่ผลตอบสนองน้อยที่สุด หรือมีค่ามากกว่าจุดที่ผลตอบสนองมากที่สุด ทำให้ไม่สามารถสร้างสมการกำลังสองได้ จึงให้กลับไปใช้วิธี ซิมเพล็กซ์ปรับขนาด ในการยืด (Expansion) หรือการหดลง (Contraction) แทนวิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาดแบบพิเศษ
2) ถ้า βopt มีค่าใกล้เคียง 0 ควรหลีกเลี่ยงเพราะว่า ซิมเพล็กซ์ใหม่ที่เกิดขึ้นจะมีค่าใกล้เคียงเดิมมาในลักษณะปกติ ค่าระยะปลอดภัยของ β (Safety Margin, Sp) จำกำหนดในกรณีถ้าค่า βopt ตกอยู่ใกล้ช่วง (- Sp, Sp) ซึ่งทฤษฎีของ SMS จะใช้ค่าคงที่แทน Sp หรือ - Sp โดยปกติมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 0.5
3) ถ้าค่า βopt มีค่าเท่ากับ 1 ระบบซิมเพล็กซ์จะไม่มีทิศทางสมการ Z ที่เกิดขึ้นจะทับกันสนิทกับจุด P และจะไม่เกิดการสะท้อนเกิดขึ้น

   βopt มีค่าใกล้เคียง 1 ก็ควรหลีกเลี่ยงเช่นกัน เพราะถ้า

   $(1-\delta\beta) < \beta\text{opt} < (1+\delta\beta)$ ค่า $\beta\text{opt} = 1$ เอาไปแทนค่าทำให้ขอบเขตจะแคบลงจนใกล้ถึงระดับที่ไม่สามารถปรับปรุงค่าผลตอบสนองได้



ภาพที่ 2.16
ข้อจำกัดของช่วง Interval Value ของค่า β

ในกรณีที่ค่าต่าง ๆ ดังที่กล่าวมาอยู่นอกเหนือระดับการทดลองหรือไม่สามารถกระทำต่อได้แล้ว เพื่อที่จะให้ได้ค่าของตัวแปรที่เหมาะสมที่สุด ทางเลือกสำหรับ SMS ก็คือไปจัดการแก้ไขความซับซ้อนของระบบสมการที่ต้องการค้นหาคำตอบเพราะว่าผลตอบสนองของจุด R ที่ออกมามีความจำเป็นต่อการคำนวณหาค่า βopt นักวิชาการหลายคนค้นพบวิธีการแก้ปัญหา (Morgan, 1990)

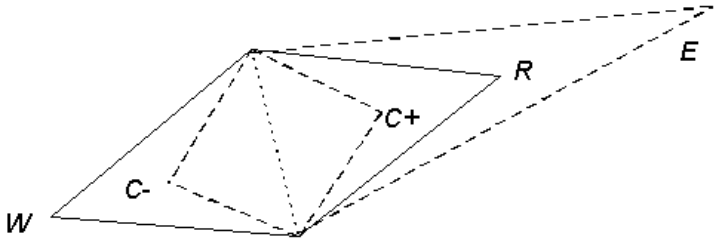
ข้อเสียของ SMS ที่เป็นปัญหาหนักที่สุดคือ ทฤษฎีที่ซิมเพล็กซ์อันใหม่ที่สร้างขึ้นมาต้องการ การวิเคราะห์ที่ใหญ่มากเพื่อสร้างจุด P นักวิชาการบางคนได้นำเสนอวิธีการหลบหลักเป็นความพยายามที่จะแก้ไขจุดด้อยเหล่านี้โดยใช้ค่าเฉลี่ยของผลตอบสนองในทุก ๆ ทิศทาง ยกเว้นทิศทางของ W มาใช้ในการประมาณค่าผลตอบสนองของจุด P ความไม่เหมือนกันนี้ถูกนำเสนอโดย Brown (1990)

วิธีซิมเพล็กซ์ปรับขนาด (MSM) และการคำนวณการเคลื่อนตัวของซิมเพล็กซ์ปรับขนาด วิธีซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด (Modified Simplex Method) หรือ MSM (Nelder และ Mead, 1965) เป็นวิธีการที่ใช้พื้นฐานเดียวกันกับวิธีการซิมเพล็กซ์ แต่จะมีการปรับรูปร่างและขนาดซึ่งขึ้นอยู่กับผลตอบสนองในแต่ละขั้นตอน วิธีการนี้สามารถเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า “Variable Size Simplex Method” ขั้นตอนที่เพิ่มเติมจากวิธีการเดิม คือ

1. สามารถขยายขนาดทิศทางขึ้น กรณีที่ทดลองไปตามเส้นทางที่ใกล้จุดที่ดีที่สุด

2. สามารถลดขนาดทิศทางลง กรณีที่ทดลองไปตามเส้นทางที่ห่างจากจุดที่ดีที่สุดซึ่งข้อดีทั้งสอง จะทำให้วิธีการนี้ถึงจุดที่เหมาะสมเร็วและหาค่าที่เหมาะสมใกล้กับจุดที่ดีที่สุดมากกว่าวิธีปกติ

ระดับของการหดตัวของซิมเพล็กซแบบปรับขนาด จะขึ้นอยู่กับความไม่เป็นไปตามความคาดหมายของผลตอบสนองที่เกิดขึ้น



ภาพที่ 2.1.7
ความแตกต่างของการเปลี่ยนแปลงของขนาดซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด

โดยรูปแบบของสมการที่ใช้ในการคำนวณหาค่าผลตอบสนองในแต่ละจุดแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$R = \overline{C} + \alpha(\overline{C} - W)$$
$$E = \overline{C} + \gamma(\overline{C} - W)$$
$$C+ = \overline{C} + \beta^{+}(\overline{C} - W)$$
$$C- = \overline{C} - \beta^{-}(\overline{C} - W)$$

โดยที่

- W คือ ค่าที่แย่สุดที่ถูกกำจัด (the rejected trial)
- $\overline{C}$ คือ ค่ากึ่งกลางของพื้นผิว (the centroid of the remaining face/hyperface)
- α คือ ค่าค่าสัมประสิทธิของการสะท้อน (the reflection coefficient)
- γ คือ ค่าสัมประสิทธิของการขยายตัว (the expansion coefficient)
- β^{+} คือ ค่าการหดตัวทางด้านบวก (the positive contraction coefficient)

จากรูปแบบการเคลื่อนที่และสมการของซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาดในข้างต้น สามารถเขียนเป็นแผนผังการไหลการหาค่าที่เหมาะสมได้ดังต่อไปนี้

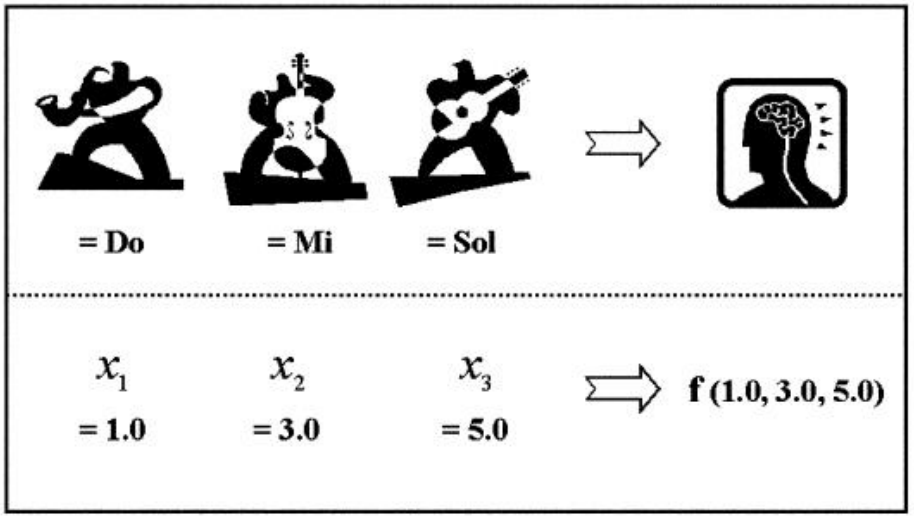
2.1 วิธีฮาร์โมนีเซิร์ช (Harmony Search Algorithm, HSA)

ปัจจุบันเมตาฮิวริสติก (Meta-Heuristic) เป็นการหาคำตอบโดยการเลียนแบบพฤติกรรมตามธรรมชาติของสัตว์ หรือลักษณะเฉพาะต่างๆ ของสิ่งที่สนใจศึกษาตัวอย่างเช่น

- การปรับเปลี่ยนอุณหภูมิ (Physical Annealing) ในวิธีซิมูเลเตทแอนเนลลิง (Simulated Annealing)
- ความทรงจำที่เกิดขึ้น (Human Memory) ในวิธีทาบู (Tabu Search)
- การพัฒนาอย่างต่อเนื่อง (Evolution) ในวิธีเอโวลูชัน (Evolutionary Algorithms)

วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชถือเป็นวิธีการฮิวริสติก (Heuristics) อีกวิธีหนึ่งซึ่งเป็นวิธีการหาคำตอบโดยใช้แนวทางการแก้ปัญหาของนักดนตรี เพื่อค้นหาลักษณะของการประสานเสียงของเครื่องคนตรีที่เหมาะสมที่สุด (Perfect State of Harmony) ประสิทธิภาพที่เกิดขึ้นของการประสานเสียงเครื่องดนตรีหมายถึง สภาพการประสานเสียงที่มีความไพเราะและมีจังหวะที่คล้องจองเข้ากันได้จนเหมาะสมที่สุดนั่นเอง (A Perfect State) โดยตัดสินความเหมาะสมที่เกิดขึ้นจากมาตรฐานของความสวยงามของเสียงที่เกิดขึ้น (Aesthesis Standard)

ในทางการประยุกต์ใช้แก้ปัญหาเพื่อหากระบวนการค้นหาคำตอบของปัญหา ที่ดีที่สุดที่เป็นไปได้ (Global Solution) ภายใต้เป้าหมายของสมการวัตถุประสงค์ (Objective function) การกำหนดระดับของเครื่องดนตรีเปรียบเสมือนการกำหนดระดับของปัจจัยในการหาคำตอบ เพื่อคุณภาพของเสียงที่ดีที่สุดเสมือนกับการหาคำตอบของปัจจัยออกมา โดยค่าของผลลัพธ์ของสมการวัตถุประสงค์ (Objective Function) ที่ได้มานั้นเป็นผลคำตอบที่เกิดจากเงื่อนไขที่ได้รับจากตัวแปรตัดสินใจ (Decisions Variable) ดังนั้นลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช (Harmony Search Algorithm, HSA) จึงใช้หลักการบนพื้นฐานธรรมชาติของนักดนตรีที่มีการปรับปรุงและแก้ไขตัวโน๊ต เมื่อนักดนตรีสามารถที่จะหาตัวโน๊ตหรือปรับปรุงการประสานเสียงของเครื่องดนตรี ให้ดีขึ้นก็จะกลายเป็นการประสานเสียงแบบใหม่ที่ดีกว่าเดิม ยกตัวอย่างเช่น การปรับปรุงการเล่นดนตรีแจ๊ส ที่ไม่ได้เตรียมตัวกันมาก่อน



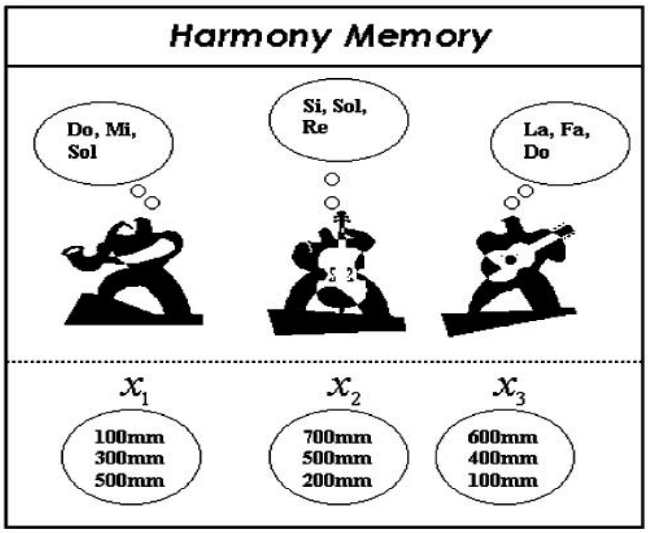
ภาพที่ 2.2.1

การเปรียบเทียบวิธีการปรับปรุงโน้ตกับวิธีการหาค่าทางวิศวกรรม

ภาพที่ 2.2.1 ได้แสดงถึงสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นสิ่งที่มีความคล้ายคลึงกันระหว่างการเล่นดนตรีของนักคนตรีที่ไม่ได้มีการเตรียมตัวกันมาก่อนกับวิธีการหาค่าที่ดีที่สุดทางวิศวกรรม (Engineering Optimization) โดยปกติแล้วการที่จะปรับแต่งทำนองการประสานเสียงนั้นขึ้นอยู่กับผู้เล่นแต่ละคนที่จะปรับเปลี่ยนได้ในขอบเขตที่เครื่องคนตรี สามารถทำได้ ซึ่งนั่นก็หมายถึงเป็นการสร้างทิศทางหรือขอบเขตที่เกิดขึ้น (Harmony Vector) ขึ้นมา ถ้าการปรับระดับนั้นทำให้การประสานเสียงของเครื่องคนตรีดีขึ้น ประสบการณ์ที่ได้จากการปรับนั้นจะถูกเก็บไว้ในข้องมูลความทรงจำของผู้เล่น และมีความเป็นไปได้ที่จะสร้างการประสานเสียงที่ดีขึ้นได้อีกในครั้งต่อไป ซึ่งเหมือนกับการหาค่าที่ดีที่สุดทางวิศวกรรม ตัวแปรในการตัดสินใจต่าง ๆ ในขั้นต้นจะถูกเลือกจากค่าต่างๆ ที่สามารถเป็นไปได้ซึ่งผลลัพธ์ที่ออกมาก็จะนำไปสู่ทิศทางของคำตอบที่สามารถเกิดขึ้นได้ (Solution Vector) ซึ่งคำตอบที่ได้นั้นก็จะถูกเก็บไว้เป็นค่าต่างๆในระบบความจำ (Variable 's Memory) และก็มีความเป็นไปได้ที่จะสร้างคำตอบที่ดีขึ้นในครั้งต่อไป

ถึงแม้ว่าการประสานเสียงนั้นเป็นหลักของความงามและเป็นนามธรรม แต่ในทางตรงกันข้ามการประสานเสียงและเครื่องดนตรีทำให้เกิดอัตราความถี่ ซึ่งเป็นการสร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นหลังจากการวิจัยต่าง ๆ พบว่าความแตกต่างระหว่างตัวโน๊ตนั้นเป็นปัจจัยที่สำคัญและเครื่องคนตรีชนิดต่างๆที่ใช้ก็มีผลต่อการประสานเสียงที่เกิดขึ้นมา และมีผลต่อทิศทางทิศทางของการประสานเสียงที่เกิดขึ้น ที่เกิดขึ้น

ในทางวิศวกรรม การประมาณค่าของคำตอบที่เกิดขึ้นนั้นได้รับผลมาจากการใส่ค่าของตัวแปรที่ใช้ในการตัดสินใจในสมการวัตถุประสงค์ หรือสมการที่เหมาะสม (Fitness Function) การประเมินค่าที่ได้นั้นมีหลายมุมมองอันได้แก่ ต้นทุน (Cost), ประสิทธิภาพ (Efficiency) และข้อผิดพลาดต่าง ๆที่สามารถเกิดขึ้นได้ (Error)



ภาพที่ 2.2.2

โครงสร้างของความจำของการประสานเสียงกับการหาคำตอบทางวิศวกรรม

ในภาพที่ 2.2.2 เป็นการแสดงโครงสร้างของความจำของการประสานเสียง (Harmony Memory, HM) ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชโดยเป็นการพิจารณาของเล่นแจ๊ส (Jazz) แบบ 3 เครื่องดนตรีโดยประกอบด้วย แซกโซโฟน (Saxophone), กีตาร์เบส (Double Bass) และกีต้าร์ (Guitar) โดยความจำของนักดนตรีแซกโซโฟน (Saxophonist) คือ (Do, Mi , Sol) นักดนตรีกีต้าเบส (Double Bassist) คือ (Si , Sol , Re) และนักดนตรีกีต้าร์ (Guitarist) คือ (La, Fa , Do) นักดนตรีแซกโซโฟน (Saxophonist) สุ่มโน้ตขึ้นมาเป็น (Sol) ซึ่งอยู่ในหน่วยความจำ (Do, Mi, Sol) นักดนตรีกีต้าร์เบส (Double Bassist) สุ่มโน้ตขึ้นมาเป็น (Si) และ นักดนตรีกีต้าร์ guitarist สุ่มโน้ตขึ้นมาเป็น (Do) ฉะนั้นการประสานเสียงที่เกิดขึ้นจะเป็น (Sol, Si, Do) และถ้าการประสานเสียงที่เกิดขึ้นดีกว่าที่มีอยู่เดิมใน ความจำของการประสานเสียง (Harmony Memory,HM) การประสานเสียงใหม่ที่เกิดขึ้นก็จะถูกเก็บเป็นส่วนหนึ่งของความจำของกาประสานเสียง (Harmony Memory, HM) ขั้นตอนต่าง ๆ จะถูกทำซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งการประสาน

เสียงที่ดีที่สุดถูกค้นพบในกระบวนการ โดยนักดนตรีแต่ละชนิดสามารถสร้างตัวโน๊ตต่างได้ภายใต้ตัวแปรการตัดสินใจ และระดับเสียงที่เหมาะสมกว่าก็จะแทนที่ด้วยค่าของตัวแปรที่เกิดขึ้น

ในทางเดียวกัน ปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดทางวิศวกรรมของตัวแปรการตัดสินใจ (Decision Variable) ของส่วนโค้ง 2 ส่วนโค้งของเส้นผ่าศูนย์กลางท่อซึ่งมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางที่เป็นตัวเลขที่น่าเชื่อถือ ถ้าค่าที่เลือกคือ 100 mm จาก (100, 300, 500) ครั้งที่สองคือ 500 mm จาก (700, 500, 200) และครั้งที่สามคือ 400 mm จาก (100, 500, 400) ซึ่งทำให้เกิดทิศทางของคำตอบ (Solution Vector) และถ้าทิศทางของคำตอบที่ได้ดีกว่าคำตอบที่มีในความจำของการประสานเสียง ก็จะถือเป็นคำตอบหนึ่งคำตอบใน ความจำของการประสาน ถ้าทิศทางของคำตอบไม่ดีกว่าก็จะถูกแยกออกไปจาก ความ จำของการประสานเสียง ขั้นตอนเหล่านี้จะถูกทำซ้ำไปเรื่อยจนได้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจ เมื่อนักดนตรีเริ่มเล่นเพลงใดเพลงหนึ่งโดยที่ไม่ได้เตรียมตัวมาก่อน โดยปกติเขาเหล่านั้นจะเล่นตามแบบอย่างไรอย่างหนึ่งในสามแบบนี้

แบบแรก เล่นโน้ตจากความจำของเขาเหล่านั้น

แบบที่สอง เล่นโน้ตที่อยู่ติดกับหรือใกล้ ๆ กับโน้ตในความทรงจำของเขาเหล่านั้น

แบบที่สาม เล่นโน้ตแบบสุ่มจากระดับเสียงที่สามารถเป็นไปได้ในทำนองเดียวกัน

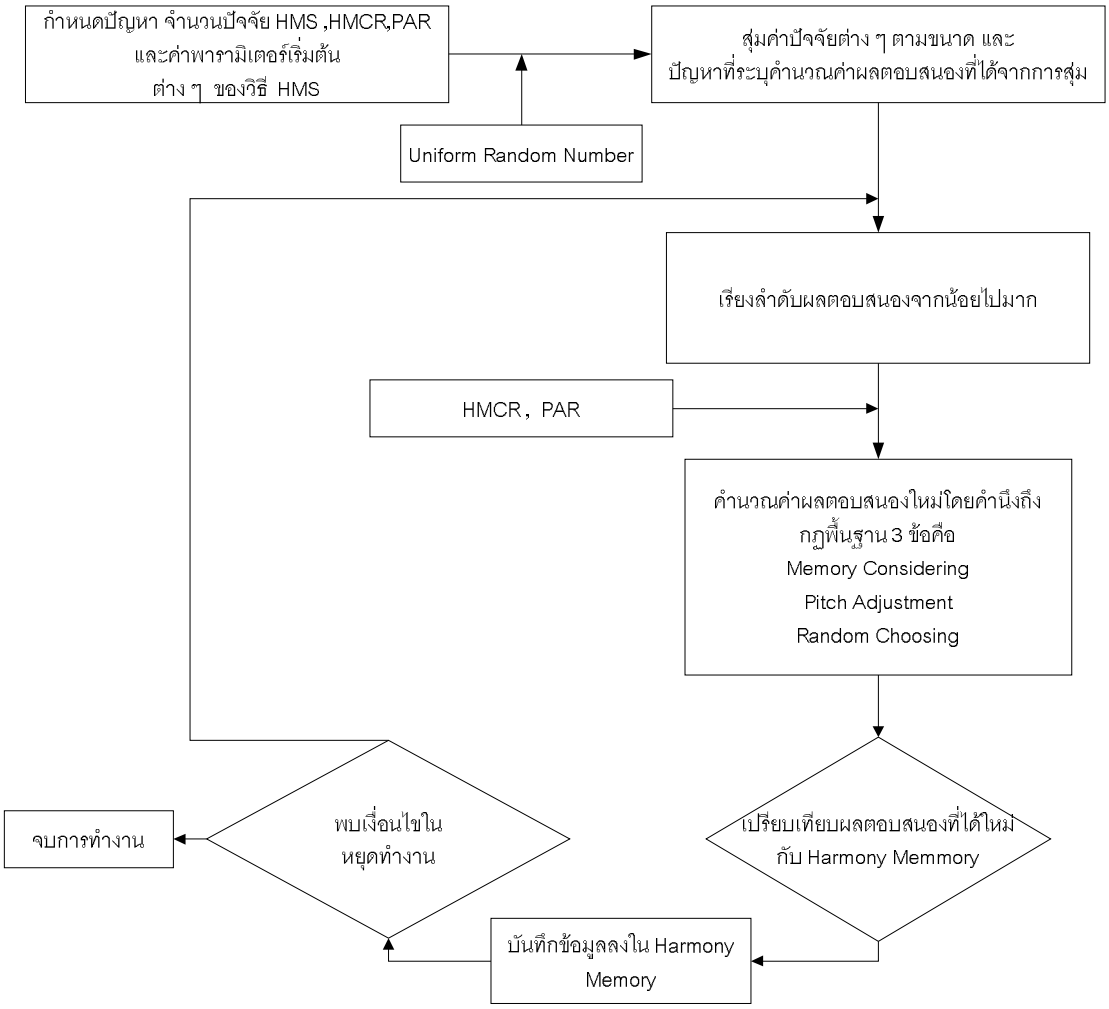
เมื่อเลือกปัจจัยการตัดสินใจค่าหนึ่งในวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช หลังจากนั้นก็ต้องเลือกวิธีการหาค่าแบบใดแบบหนึ่งจากสามแบบนี้

<u>แบบแรก</u> เลือกค่าใดค่าหนึ่งจาก ความจำของการประสานเสียง โดยพิจารณาจากข้อมูลในหน่วยความจำนั้น ๆ

<u>แบบที่สอง</u> เลือกค่าที่อยู่ใกล้เคียงกับค่าหนึ่งใน ความจำของการประสานเสียง โดยการปรับระดับ (Pitch Adjustments)

<u>แบบที่สาม</u> เลือกค่าโดยการสุ่มภายในขอบเขตของค่าที่กำหนด (Randomization)

ทั้ง 3 แบบที่กล่าวมาเป็นวิธีในการค้นหาคำตอบในวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชซึ่งมีผลกระทบกับพารามิเตอร์หลัก 2 แบบด้วยกันคือ ตัวแปรตัดสินใจ (Harmony Memory Considering Rate, HMCR), ตัวแปรปรับระดับ (Pitch Adjustment Rate, PAR)



ภาพที่ 2.2.3

กระบวนการการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช

วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมี 5 ขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วย

ขั้นตอนที่ 1 การวิเคราะห์ปัญหาที่ใช้ พร้อมทั้งระบุตัวแปรและขอบเขตของตัวแปรพร้อมทั้งการระบุปัญหาที่ต้องการ โดยวัตถุประสงค์ของเป้าหมายคืออะไร (Objective Target)

ขั้นตอนที่ 2 การระบุขนาดของความจำ (Harmony Memory Size) และคำตอบเริ่มต้น โดย HM ก็คือจำนวน ของผลตอบสนองที่ต้องการจัดเก็บ (HMS = Y_1, Y_2, ..., Y_i) และคำตอบเริ่มต้น เกิดจากการสร้างเลขสุ่มที่มีลักษณะเป็นเลขสุ่ม (Uniform Random Number)

ขั้นตอนที่ 3 การสร้างฮาร์โมนีใหม่ (New Harmony) จากขนาดของความจำ (Harmony Memory, HM)

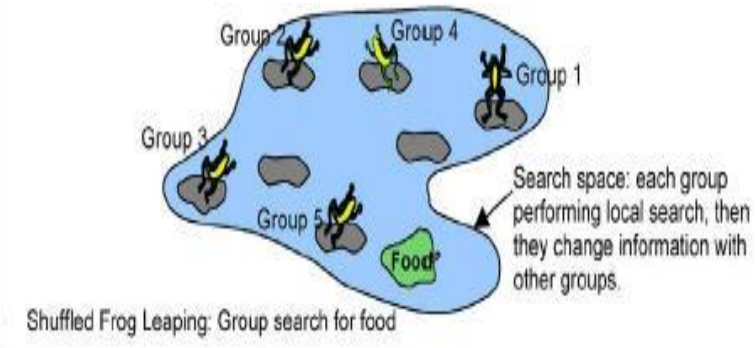
ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ฮาร์โมนีใหม่ที่เกิดขึ้น

ขั้นตอนที่ 5 การกระทำซ้ำขั้นตอนที่ 3 และขั้นตอนที่ 4 ภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้ ผลที่ได้จากการคำนวณจะสิ้นสุดเมื่อเกณฑ์ที่ใช้ในการณ์ตัดสินใจได้ผลคำตอบที่น่าพอใจ

ตัวอย่าง ตัวแปรตัดสินใจเป็น 0.95 แสดงถึง วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชจะเลือกค่าปัจจัยที่ใช้ในการออกแบบจากค่าที่จัดเก็บไว้ในขนาดของความจำ (Harmony Memory) ด้วยความน่าจะเป็นที่ 95% และจากค่าที่เป็นไปได้นอกเหนือจากนั้นด้วยความน่าจะเป็นที่ 5% ค่าตัวแปรตัดสินใจไม่สมควรเป็น 1.0 เพราะว่าความเป็นไปได้ของคำตอบจะถูกปรับปรุงโดยใช้ข้อมูลใน ขนาดของความจำ (HMS) เท่านั้นซึ่งเป็นเหตุผลที่เหมือนกับวิธีเจเนติก (Genetic Algorithm) ที่ใช้ อัตราการสลับสายพันธ์ (Mutation Rate) ในการเลือกกระบวนการ (Process) ทุก ๆ ส่วนประกอบฮาร์โมนีใหม่ ใหม่ที่เกิดขึ้น $x_1 = (x_{11}, x_{12}, ..., x_{1n})$ จะถูกนำมาพิจารณาใช้เป็นตัวตัดสินใจในการเลือกการปรับระดับ ในขั้นตอนจะใช้ตัวแปรปรับระดับ (PAR) เป็นการตั้งอัตราของการปรับเปลี่ยนระดับเสียง (Pitch) ที่เลือกมาจากขนาดของความจำ (Harmony Memory)

2.3 วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง (Shuffled Frog Leaping Algorithm, SFLA)

วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงเป็นวิธีการที่ศึกษาพฤติกรรมของการเจริญเติบโตของกบ (Frog) และคัดเลือกกบที่มีความแข็งแรง (Fitness) มากที่สุดที่อยู่ในกลุ่มที่ผสมกันอยู่ (Shuffled) ซึ่งการอยู่กันเป็นกลุ่มๆ ของกบนี้ถูกเรียกว่ามีมีเพล็ก (Memeplex) วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงจึงเป็นวิธีการหากบ (Frog) ที่มีความแข็งแรงที่สุด (Fitness) ในแต่ละกลุ่มซึ่งวิธีการคล้ายกับกระบวนการซึ่งเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การค้นหาคำตอบเริ่มต้น (Local search) ลักษณะกระบวนการทำงานของวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงคล้ายกับวิธีการเจเนติก (Genetic Algorithm), วิธีมีมีติก (Memetic Algorithms, MA) และวิธีการกลุ่มอนุภาค (Particle Swarm Optimization ,PSO) โดยใช้หลักการของจำนวนประชากร (Population base) ซึ่งเป็นวิธีการที่คัดสรรเผ่าพันธุ์หรือโครโมโซมที่ดีให้ดำรงอยู่และกำจัดโครโมโซมที่ไม่ดีทิ้งไป (Rahimi, 2008)



ภาพที่ 2.3.1

กระบวนการของวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง

การทำงานเริ่มต้นด้วยสร้างประชากรเริ่มต้นของกบ (Frogs) ซึ่งกบแต่ละตัวเป็นตัวแทนของผลลัพธ์ (Solution) โดยอาจจะเปรียบได้กับโครโมโซมซึ่งเป็นตัวแทนของผลลัพธ์ ในขั้นตอนวิธีเจนิติก จากนั้นจึงทำการประเมินค่าความเหมาะสมหรือความแข็งแรง (Fitness) ของกบทั้งหมด จากนั้นในแต่ละมีมีเพล็กจะทำการปรับปรุง ค่าความเหมาะสมของกบตัวที่มีค่าความเหมาะสมน้อยที่สุดเพียงตัวเดียวให้มีค่าความเหมาะสมมากขึ้นจะเรียกกลุ่มของกบนี้ว่า มีมีเพล็ก (Memeplex) โดยในหนึ่งมีมีเพล็กจะประกอบไปด้วยกบจำนวน n ตัว นั่นหมายความว่าประชากรกบทั้งหมด (P) จะมีจำนวนเท่ากับผลคูณของ m และ n ($P = m*n$) ซึ่งในการแบ่งกลุ่มจัดให้กบที่มีค่าความเหมาะสมหรือความแข็งแรงสูงสุดเป็นลำดับที่หนึ่ง จากที่ได้มีการเรียงลำดับไว้ก่อนหน้านี้แล้วให้อยู่ในมีมีเพล็กที่หนึ่ง กบตัวที่สองจัดให้อยู่ในมีมีเพล็กที่สอง กบตัวที่ m จัดให้อยู่ในมีมีเพล็กที่ m (m คือ มีมีเพล็กสุดท้าย) และกบตัวที่ m+1 จัดให้วนกลับไปที่มีมีเพล็กที่หนึ่ง โดยในแต่ละมีมีเพล็กจะต้องหาว่ากบตัวใดมีค่าความเหมาะสมมากที่สุด ซึ่งจะแทนให้เป็น X_b และหาว่ากบตัวใดมีค่าความเหมาะสมน้อยที่สุด แทนเป็น X_w และสำหรับกบที่มีค่าความเหมาะสมมากที่สุดเมื่อเทียบกับกบทุกตัวในทุกมีมีเพล็ก จะแทนให้เป็น X_g

ค่าการปรับเปลี่ยนตำแหน่งของกบ (D_i)

=เลขสุ่มมีค่าระหว่าง 0-1 *(Random)* * (X_b - X_w)

การปรับปรุงกบที่แข็งแรงน้อยที่สุด

=ค่าของปัจจัยที่น้อยที่สุดในแต่ละมิมิเพล็กซ์+ค่าการปรับเปลี่ยนตำแหน่งของกบ

ในขณะที่ $-D_{max} \leq D_i \leq D_{max}$

โดยค่าของ *Random* จะสุ่มตัวเลขในช่วง 0 – 1 ในความพยายามปรับปรุงค่าความเหมาะสมให้กับกบตัวที่แย่ที่สุดนั้นจะมีการกำหนดค่าการทำซ้ำของการปรังปรุง (Iteration Number) ไว้ด้วย ซึ่งถ้าการทำซ้ำจนครบตามค่าการทำซ้ำที่กำหนดไว้แล้วพบว่า ค่าความเหมาะสมกบตัวที่แย่ที่สุดตัวนั้นยังไม่ดีขึ้น หรือค่าความเหมาะสมยังมีค่าไม่เท่ากับกบตัวที่ดีที่สุด X_g แล้ว กบตัวที่ไม่สามารถพัฒนาได้นี้จะถูกคัดออกแล้วจึงทำการสุ่มสร้างกบตัวใหม่ขึ้นมาแทนกบตัวที่ถูกคัดออกไป ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวจะถูกทำซ้ำในทุกๆ มีมีเพล็ก

โดยสรุปขั้นตอนกระบวนการทำงานของ วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงมีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การกำหนดพารามิเตอร์ของจำนวน Iteration จำนวนกลุ่มของกบ (Memeplex) จำนวนประชากรของกบ

ขั้นตอนที่ 2 การกำหนดค่าความแข็งแรงของกบแต่ละตัวโดยใช้วิธีการสุ่ม เพื่อเป็นประชากรกบเริ่มต้น

ขั้นตอนที่ 3 การคำนวณหาค่าความแข็งแรง (Fitness Function) ของกบแต่ละตัว

ขั้นตอนที่ 4 การเรียงลำดับความแข็งแรงของกบแต่ละตัวจากมากไปน้อย

ขั้นตอนที่ 5 การแบ่งกลุ่มของกบเป็นกลุ่มย่อยๆ ซึ่งเรียกว่า มีมีเพล็กจากที่กำหนดไว้ในตอนเริ่มต้นโดยในแต่ละมีมีเพล็กจะถูกจัดสรรจำนวนกบลงไป ซึ่งกบตัวที่แข็งแรงที่สุดจะอยู่ในมีมีเพล็ก 1 ส่วนตัวที่แข็งแรงที่สอง อยู่ในมีมีเพล็ก 2 ดำเนินการไปเรื่อยจนครบทุกมีมีเพล็ก

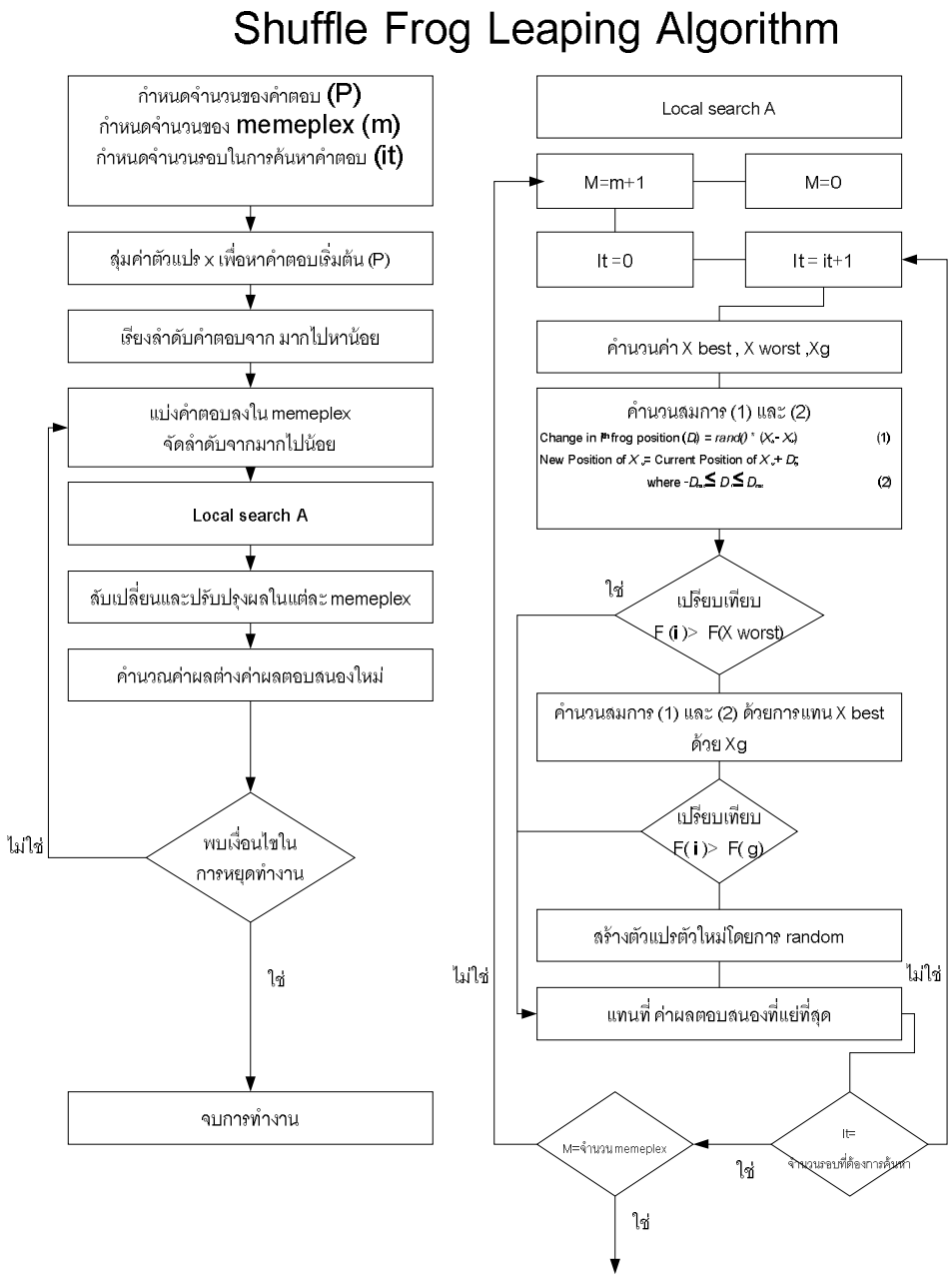
ขั้นตอนที่ 6 การปรับปรุงกบตัวที่มีความแข็งแรงน้อยที่สุดในแต่ละมีมีเพล็ก แล้วตรวจสอบความแข็งแรง ถ้าน้อยที่สุดก็กำจัดกบตัวนั้นออกไปจากมีมีเพล็ก ทำให้ครบทุก มีมีเพล็ก

ขั้นตอนที่ 7 การคัดเลือกกบตัวที่แข็งแรงที่สุดในทุกมีมีเพล็ก เพื่อทำการเปรียบเทียบกันแล้วหาตัวที่แข็งแรงที่สุดมาเก็บเป็นค่าที่ดีที่สุด (Best so far) ของ รอบแรก (Iteration)

ขั้นตอนที่ 8 การกระทำซ้ำกระบวนการทำงานจนครบทุกรอบที่กำหนด (Iteration)

จากขั้นตอนกระบวนการทำงานของวิธีการ และรูปด้านบนจะเป็นกระบวนการทำงานของวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงแบบพื้นฐาน ซึ่งต่อมาได้มีผู้ปรับปรุงกระบวนการการทำงานของ

วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงซึ่งต่อมา Liong (2001) ได้ทำการประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหา Water Distribution Network ได้เรียกว่า Shuffledd Complex Evaluation ซึ่งมีลักษณะการทำงานคล้ายกับวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงแต่ไม่เป็นที่นิยมมากนัก



ภาพที่ 2.3.2

กระบวนการทำงานของวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง

2.4 วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง (Variable neighborhood Search, VNS)

Mladenovic และ Hansen (1997) ได้นำเสนอวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงซึ่งเป็นวิธีการแก้ปัญหาและการออกแบบรวมถึงการประยุกต์ใช้วิธีการทางฮิวริสติก สำหรับปัญหาที่มีความหลากหลายทางด้านตัวแปร ข้อกำหนด ปัญหาต่าง ๆ ที่ซับซ้อน และปัญหาที่ไม่มีทิศทางในการหาค่าที่ดีที่สุดได้ วิธีทางฮิวริสติกหรือเมตาฮิวริสติกทั่วไปเช่น วิธีซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิง (Simulated Annealing), วิธีทาบู (Tabu Search), วิธีเจเนติก (Genetic Search) และอื่น ๆ จะพัฒนาปัญหาจากค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมที่สุด (Local Optimum) และพัฒนาปรับปรุงจนกระทั่งได้ค่าที่ใกล้เคียงค่าที่เหมาะสมมากที่สุด แต่อย่างไรก็ตามการอ้างเหตุผลที่ใช้จากค่าตัวแปรสุ่มเริ่มต้นนั้นเป็นการยากที่จะหาจุดเด่นที่ได้ผลที่จะนำไปสู่การหาค่าที่แท้จริงได้ ดังนั้นจึงได้คิดค้นวิธีสร้างความสัมพันธ์ที่ยังไม่มีเหตุผลขึ้นมาคือ การเปลี่ยนค่าในระหว่างตัวใกล้ ๆ กันในการค้นหาคำตอบ ซึ่งเป็นปัจจัยเริ่มต้นในการคิดค้นวิธีนี้

การหาค่าเริ่มต้นของสมการหลายปัจจัยในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดนั้น การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างแรกก็คือ การเปลี่ยนลำดับของค่าตัวแปรในผลคำตอบเริ่มต้นการปรับปรุงในแต่ละครั้งต่อไปโดยดูจากค่าผลลัพธ์ของสมการเป้าหมายซึ่งได้จากค่าที่เหมาะสมที่สุดเริ่มต้นนั่นคือ ในกฎและครั้งที่ทำการปรับปรุงคำตอบของ ปัจจัย (X) ในกลุ่มของเครือญาติ (N_{cx}) ที่ค่าปัจจัย (X) นั้นอยู่ถ้าไม่มีการค้นพบวิธีการปรับปรุงที่ดีขึ้น ในปีต่อ ๆ มาวิธีการฮิวริสติกต่าง ๆ หรือวิธีเมตาฮิวริสติกได้พยายามแก้ไขลักษณะและทิศทางของคำตอบให้มีทางเลือกมากขึ้นในการหาคำตอบ และการสร้างโอกาสในการเลือกคำตอบมากขึ้น

ได้ที่นี้ได้นำเสนอวิธีการพื้นฐานและเป็นวิธีเมตาฮิวริสติกที่มีประสิทธิผลโดยนำเสนอระบบจัดการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรข้างเคียง ในขั้นตอนของการหาค่าเริ่มต้นโดยวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง ไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปในทิศทางที่เป็นวิธีหรือเป็นวงโคจรแต่เป็นการกระจายระยะทางที่เพิ่มขึ้นในการหาค่าตัวแปรในระบบเครือญาติของคำตอบ และมีการกระโดยจากจุดเดิมไปจุดใหม่ซึ่งจะมีการปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น ในทิศทางของคำตอบและลักษณะของคำตอบที่เกิดขึ้นยกตัวอย่างเช่น จำนวนตัวแปรทั้งหมดในคำตอบของค่าที่ดีที่สุดจะถูกจัดเก็บและถูกใช้ในคำตอบของระบบการสับเปลี่ยนในระบบข้างเคียง แต่อย่างไรก็ตามคำตอบที่ออกมาในแต่ละรอบจะถูกประยุกต์ และทำซ้ำจากระบบข้างเคียงเพื่อให้ได้คำตอบที่ดีขึ้น

Hansen และ Mladenovic (2001) ได้ทำการสรุปทฤษฎีของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงและการประยุกต์ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อแก้ปัญหาในรูปแบบที่แตกต่างกัน

อันได้แก่ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดแบ่งช่วง (Variable Neighborhood Decomposition Search, VNWS), วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลาดเอียง (Skew Variable Neighborhood Search, SVNS), วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดปัจจัย (Reduce Variable Neighborhood Search, RVNS) และ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดรวดเร็ว(Fast Interchange Algorithm, FI)

ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาแบบดั้งเดิม ในการแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่นำมาประยุกต์กับวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง ในขั้นตอนการหา Local Search เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา 5 รูปแบบอันได้แก่

1. ปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem, TSP)
2. ปัญหาพีมิเดียน (P-Median Problem, PM)
3. ปัญหาทางไฟฟ้าในลักษณะสนามแม่เหล็ก (Multi – Source Weber Problem, MW)
4. ปัญหาการแบ่งกลุ่ม (Minimum Sum – Of – Squares Clustering Corpartitioning Problem, MSSC)
5. The bilinear programming problem with bilinear constraints (BBLP)

จากการทดลองในรูปแบบของปัญหาต่าง ๆ ดังที่กล่าวมา สามารถแสดงเห็นถึงสมรรถนะและประสิทธิภาพของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง และการประยุกต์ในรูปแบบอื่นเปรียบเทียบกันทฤษฎีของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง เป็นการค้นหาโดยการเปลี่ยนตัวแปรข้างเคียงอย่างเป็นระบบ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงเป็นระบบที่เข้าใจได้ง่าย และมีกระบวนการที่แตกต่างจากหลาย วิธีการอื่นๆ ทางฮิวริสติก หรือวิธีเมตาฮิวริสติกอื่น ๆ หรือมีความแตกต่างกันบ้างในตัวของหลักการณ์การค้นหาคำตอบ ในขณะที่วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงใช้ความหลากหลายและบางครั้งใช้ตัวแปรข้างเคียง ซึ่งกระบวนการเหล่านั้นเป็นส่วนหนึ่งของทฤษฎีพื้นฐาน ยกตัวอย่างเช่น การผสมผสานวิธีการหาคำตอบกับวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง การทดลองกับปัญหาพีมิเดียนพบว่า วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงมีสมรรถภาพที่จะแก้ปัญหาที่มีตัวแปรจำนวนมาก และให้ผลของคำตอบใกล้เคียงกับค่าที่ดีที่สุดนักวิชาการจำนวนมากได้นำวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงไปพัฒนา เพื่อแก้ปัญหาในระบบอื่นอีกมากมายซึ่งพบว่า วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงมีประสิทธิภาพในการหาคำตอบในระบบโดยใช้เวลาในการประมวลผลน้อยกว่าวิธีอื่น ๆ

วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง และการประยุกต์ของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงมีวิธีการหาคำตอบโดยใช้หลักการพื้นฐานซึ่งเข้าใจได้ง่าย และมีรูปแบบที่ไม่จำเป็นต้องใช้ตัวแปรทำให้ทฤษฎี

มีความยืดหยุ่นสูงที่จะประยุกต์ใช้ในคำตอบหรือรูปแบบของปัญหาต่าง ๆ การแก้ปัญหา วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงสามารถสร้างระบบการหาค่า และมีเสถียรภาพในการจัดการกับปัญหาเหล่านั้นได้ดี และวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงยังสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในด้านการหาค่าจากกราฟ (Graph Theory) ได้ด้วย

การพัฒนาของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงจากนิยามพื้นฐานของ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง ทำให้เกิดการผสมและปรับปรุงให้วิธีการต่าง ๆ หาคำตอบได้ดียิ่งขึ้น และใกล้เคียงคำตอบที่ดีที่สุด วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงมีการประยุกต์ใช้เพื่อสร้างความรวดเร็วในการแก้ปัญหา

วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดระดับ (Variable Neighborhood Descent Search, VNDS), มีการประยุกต์เพื่อต้องการความแม่นยำ และลดเวลาในการหาคำตอบสำหรับปัญหาที่มีการแยกออกเป็นส่วน ๆ

วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลาดเอียง (Skew Variable Neighborhood Search, SVNS) เป็นการประยุกต์เพื่อสร้างประสิทธิภาพ ในการค้นหาคำตอบที่ดีกว่าในกรณีที่คำตอบเริ่มต้นอยู่ห่างไกลจากคำตอบที่ดีที่สุด มันเป็นขั้นตอนแรกที่จะไปหาคำตอบและตัวแปรที่สำคัญเพื่อให้เข้าใกล้ผลคำตอบที่ดีที่สุด

วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดระดับ เป็นวิธีที่ประสิทธิภาพ และประสิทธิผล และเป็นการประยุกต์จาก วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง ที่ดีที่สุดการเปรียบเทียบ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง กับวิธีการ ฮิวริสติก อื่น ๆ ได้ถูกนำเสนอ และถูกจัดทำขึ้นในหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อแสดงถึงสมรรถนะ และการผสมผสานวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง กับวิธีอื่น ยังมีการศึกษาทางด้านนี้น้อยมาก วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อน และสามารถเพิ่มเงื่อนไขต่าง ๆ เพื่อให้ปัญหาใกล้เคียงกับความจริงมากที่สุด

2.5 วรรณกรรมปริทรรศน์ที่เกี่ยวข้อง

2.5.1 วิธีซิมเพล็กปรับขนาดแบบพิเศษ

Olsson และ Nelson (1975) ได้ทำการศึกษาการนำไปใช้งานของวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) ที่นำเสนอโดยนิลเดอร์ (Nelder) และมีท (Mead) เพื่อจะแสดงให้เห็นถึงตัวอย่างการนำไปใช้งานสำหรับการหาคำตอบแบบค่าที่น้อยที่สุด ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในสมการ 6 รูปแบบที่แตกต่างกันได้แก่ สมการลอคการิธึมที่มากที่สุดของฟังก์ชันไลค์ลิฮูด (Maximization of Logarithm of a Likelihood Function), สมการที่ไม่เป็นเส้นตรง (Non-Linear Simultaneous equation), สมการที่มากที่สุดที่ขึ้นอยู่กับข้อจำกัด (Maximization Subject to Constraint),

สมการเส้นตรงกำลังสองน้อยสุดด้วยความผิดพลาดภายในตัวแปรคู่ (Linear Least-Square with Error in Both Variables), สมการเส้นตรงกำลังสองน้อยสุด (Non-Linear Least Square), ข้อมูลฟิตติงทาบูลา (Fitting Tabular Data) โดยจุดหลักของการนำไปใช้งานนี้ คือ วิธีของวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) ที่นำเสนอโดยนิลเดอร์ (Nelder) และมีท (Mead) มีความแม่นยำ และง่ายกับการป้อนข้อมูลสำหรับประยุกต์ใช้ในคอมพิวเตอร์ อีกทั้งวิธีการนี้มีความสามารถที่จะนำไปใช้ในแก้ปัญหาการหาค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Optimization Problem) ที่หลากหลายโดยไม่ต้องนำไปปรับเปลี่ยนเมื่อจะใช้กับปัญหานั้น ๆ อย่างไรก็ตามการป้อนค่าที่มากเกินไปในสมการจุดมุ่งหมายสามารถทำให้เกิดการเคลื่อนที่ที่ไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหยุดที่ไม่เหมาะสมในการเคลื่อนที่ครั้งต่อไปได้ ผู้เขียนยังได้แนะนำว่าวิธีการนี้ ไม่เหมาะสำหรับปัญหาที่มีขอบเขตมาก โดยถ้ามีปัจจัยในการทดลองสำหรับปัญหาน้อยกว่า 18 ปัจจัย วิธีการนี้สามารถใช้งานได้ดี

Hedlund และ Gustavsson (1999) กล่าวถึง การหาค่าที่ดีที่สุดของการขยายตัว (Expansion) การสะท้อน (Reflection) การหดตัว (Contraction) และ พารามิเตอร์ Amin / Amax ต้องใช้วิธีซิมเพล็กซ์ 2 วิธีในการทดสอบประกอบด้วยวิธีแบบนอก (Outer Method) และวิธีแบบใน (Inner Method) โดยจุดยอดของวิธีซิมเพล็กซ์แบบนอกจะถูกใช้เพื่อกำหนดเป็นค่าพารามิเตอร์ของวิธีแบบใน โดยค่าปกติที่ใช้กำหนดค่าการขยายตัวการสะท้อนและการขยายตัวจะถูกกำหนดไว้ที่ (2 1 และ 0.5) ตามลำดับ ส่วนพารามิเตอร์ Amin / Amax ที่แตกต่างกันหลายค่าจะถูกนำไปใช้เป็นตัวกำหนดจุดศูนย์กลาง (Center of Gravity) ในตอนเริ่มต้นของการทำงานสำหรับวิธีซิมเพล็กซ์แบบนอก พารามิเตอร์จะถูกทำให้ดีที่สุดด้วยวิธีวิธีซิมเพล็กซ์แบบในที่แตกต่าง 2 วิธีคือแบบ A ที่ความถดถอยได้ถูกควบคุม และแบบ B ที่แปลงแล้ว (B / Translation) ที่ความถดถอยได้ถูกควบคุมเช่นกันเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเพื่อเปรียบเทียบจะประกอบไปด้วย 4 หัวข้อคือ การประเมิณจากการขยายตัว-หดตัวที่แตกต่าง การประเมิณจากการวัดค่าความถดถอยที่แตกต่าง ศักยภาพของซิมเพล็กซ์เมื่อเกณฑ์ Amin / Amax เสมือนเป็นข้อจำกัดในการวัดความถดถอย การประเมินพารามิเตอร์สำหรับการหาคำตอบที่ดีที่สุด และการหาค่าที่ดีที่สุดจะเสร็จสิ้นก็ต่อเมื่อค่าพารามิเตอร์แต่ละตัวในวิธีซิมเพล็กซ์แบบนอกมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมพันธ์ (Relative Standard Deviation) น้อยกว่าค่าที่กำหนดไว้ที่ 0.1% จากการทดลองจะพบว่าไม่สามารถใช้การขยายซ้ำในการพัฒนาความสามารถและทิศทางการหาคำตอบของวิธีซิมเพล็กซ์ได้ ยกเว้นการขยายซ้ำที่ถูกรวมกับวิธีซิมเพล็กซ์แบบ B ที่แปลงแล้วนั้นสามารถนำไปใช้กับสมการพื้นผิวตอบสนองที่มีรูปแบบอย่างง่ายเช่นสมการพื้นผิวพาราโบลิคได้ ส่วนข้อจำกัดด้านความถดถอยอาจจะใช้ในการปรับปรุงทิศทางการหาคำตอบได้ส่วนพารามิเตอร์ Amin / Amax เสมือนว่าเป็น

ตัวเลือกที่ดีที่สุดสำหรับการเป็นข้อจำกัดในด้านความถดถอยถ้ากำหนดค่าไว้ต่ำมาก ๆ และสามารถนำไปใช้เป็นข้อจำกัดสำหรับสมการทั้ง 4 แบบได้และเมื่อทำการเปรียบเทียบวิธีแบบ A และแบบ B ที่แปลงแล้วแสดงให้เห็นว่าวิธีแบบ A มีความเสถียรและมีความน่าเชื่อถือในการหาพื้นที่ที่ดีที่สุดได้ ส่วนวิธีแบบ B ที่แปลงแล้ว เสมือนว่าเป็นวิธีปกติที่สามารถให้ค่าการขยายตัว ค่าการหดตัว และคา การสะท้อนที่ใกล้เคียงกับค่าปกติที่ได้ตั้งไว้ในตอนแรก

Pulgarin และคณะ (2002) ได้นำวิธีซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด (Modified Simplex Method MSM) ซึ่งเป็นนวัตกรรมในการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับงานที่เกี่ยวข้องกับเคมีภัณฑ์ด้านเทคนิคการส่องสว่าง (Luminescence Technique) ซึ่งวิธีการจะดำเนินอยู่บนพื้นฐานของการหาคำตอบที่ดีที่สุดทางงานเคมีวิจัย และความผันแปรของเครื่องมือวัดที่จะส่งผลกระทบต่อการวัดค่าสัญญาณแสงฟอฟอรัส (Phosphorescence) ซึ่งวิธีซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาดนั้นเป็นวิธีที่วิเคราะห์ได้ง่ายและรวดเร็วต่อการแก้ไขปัญหาในงานด้านนี้มากที่สุด โดยในการทดลองจะใช้วิธีซมเพล็กซ์แบบเรขาคณิต (Geometric Simplex) ในสองและสามทิศทางของพื้นที่เพื่อใช้ค้นหาคำตอบ และได้กำหนดสารที่ใช้ในการทดลองเป็นตัวยาแอนติไฮเปอร์เทนซีฟ (Novel Antihypertensive Drug) ความเข้มข้นของนาฟโทพิดิล (Naftopidil Concentration) และยูรีนและเซรุ่ม (Urine and Serum) โดยจะเริ่มกระตุ้นระบบสัญญาณแสงฟอสฟอรัสในห้องที่มีการควบคุมอุณหภูมิ ซึ่งการกระตุ้นระบบดังกล่าวนี้จะทำให้สามารถวิเคราะห์ถึงเมตริกซ์ซึ่งเป็นโครงสร้างที่ซับซ้อนภายในระบบของไหลชีววิทยาได้ โดยที่วิธีการไม่แตกต่างจากกระบวนการวิเคราะห์แบบดังเดิม ส่วนการทดสอบจะกระทำโดยตรงกับนาฟโทพิดิล (Naftopidil) ในของไหลชีววิทยา ซึ่งจะแสดงผลในรูปของค่าความหนาแน่นของสัญญาณแสงฟอฟอรัส (Phosphorescence Intensity) ที่ค่าการกระจายของคลื่นความยาว (Emission Wavelength) อยู่ในช่วงความยาวของคลื่นที่กำหนดไว้ที่ 287 และ 525 นาโนเมตร และด้วยวิธีการทดลองที่กล่าวมาส่งผลให้ค่าสัญญาณ (Signal) หรือความยาวคลื่นของสัญญาณแสงฟอฟอรัสแสดงค่ามากที่สุดท้ายสุดในงานวิจัยนี้ได้นำวิธีการหาค่าถดถอยกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Regression) มาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาเส้นตรง (Straight Line) และกำหนดข้อมูลของการทดลอง (Fitted the Experimental Data) ส่วนค่าการวัดซ้ำ (Repeatabiliby) และค่าส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับการวัดซ้ำได้ถูกนำมาใช้พิจารณาประกอบการทดลองด้วยเช่นกัน ซึ่งผลของเส้นค่าถดถอย (Regression) แสดงให้เห็นถึงความเป็นโฮโมซิดาสทิคซิตี้ (Homocedasticity) ซึ่งบ่งบอกเป็นนัยว่าความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มข้นของนาฟโทพิดิล และค่าความหนาแน่นของสัญญาณแสงฟอฟอรัส มีความสัมพันธ์กันเป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ได้ตั้งไว้

Oberg (1998) ได้กล่าวถึง วิธีซิมเพล็กซ์แบบต่อเนื่อง (Sequential Simplex Method) เป็นเทคนิคการหาคำตอบมีประสิทธิภาพ และเป็นวิธีที่นิยมนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านเคมี และวิศวกรรมเคมี โดยวิธีซิมเพล็กซ์จะถูกนำไปใช้เพื่อการทดลองหาสภาพที่ดีที่สุด (Optimum Condition) เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของกระบวนการเคมี (Improve Process Efficiency) คุณภาพของผลิตภัณฑ์ (Product Quality) และสำหรับงานวิจัยนี้จะเสาะหาถึงอิทธิพลของรูปแบบเมตริกส์ลำดับที่หนึ่ง (First Design Matrix) ภายใต้สภาพการทดลองจำลอง(Simulated Experimental Condition) โดยรวมไปถึงสิ่งรบกวน (Noise) และ ผลกระทบร่วมระหว่างตัวแปร (Interaction Effects) ในการทดลองจะเริ่มจากการเลือกสมการพื้นผิวตอบสนอง 2 สมการซึ่งเป็นสมการแบบโพลิโนเมียล (Polynomials Response) ทั้งสองแบบประกอบด้วยสมการที่มีตัวแปรควบคุม 4 ตัวและแบบที่มีตัวแปรควบคุม 7 ตัว โดยแต่ละสมการจะป้อนค่าสิ่งรบกวนรูปแบบการกระจายแบบปกติที่ 1% และ 5% และเพื่อเป็นการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้งานวิจัยจะนำวิธีการทดลอง 2 วิธีคือ วิธีเฟล็ทเชอร์ แอนด์ พาเรล เฮลิคอล วัลเลย์ แบบมาตรฐาน (Fletcher and Parell's Helical Valley Standard Test) และวิธีเม็คคานิสติคแบบไม่เป็นเส้นตรงสำหรับการจำลองการกวนสารเคมีอย่างต่อเนื่องในถังผสม (Mechanistic Nonlinear Model Simulating a Continuous Stirred Tank Reactor) โดยทั้งสองวิธีดังกล่าวจะมีการใส่ค่าสิ่งรบกวนและมีตัวแปรควบคุม 3 ตัวคือ อัตราการไหล (Flow Rate) ความเข้มข้นของตัวเร่งและอุณหภูมิ (Catalyst Concentration & Temperature) และตัวแปรตอบสนอง (Response Variable) ส่วนการประเมินผลจะพิจารณาจากรูปร่างของรูปแบบเมตริกส์ลำดับที่หนึ่งใน 3 ลักษณะที่เกิดจากการตั้งค่าที่แตกต่างกันคือแบบคอร์นเนอร์ (Cornered) แบบไทเทิล (Title) และแบบอ๊อพติมอล (Optimal) จากผลการทดลองพบว่ารูปแบบที่สร้างเมตริกส์ลำดับที่หนึ่งนั้น (ทั้งแบบคอร์นเนอร์, ไทเทิล และอ๊อพติมอล) ไม่มีอิทธิพลต่อการทำงานของวิธีเฟล็ทเชอร์ แอนด์ พาเรล เลยซึ่งอาจจะเกิดจากจำนวนการทดลองที่น้อยเกินไป แต่กลับสร้างอิทธิพลที่คล้ายคลึงกันมากสำหรับวิธีซิมเพล็กซแบบต่อเนื่อง และวิธีเม็คคานิสติคแบบไม่เป็นเส้นตรงในทิศทางที่พัฒนาคำตอบได้ดีขึ้นท้ายที่สุด งานวิจัยได้แนะนำว่า ผลการทดลองทั้งหมดจะขึ้นอยู่กับการเลือกใช้สมการพื้นผิวตอบสนองหลายหลาย แบบในการทดสอบเพื่อความแตกต่างรวมถึงการนำสิ่งรบกวนเข้าไปรวมและจำนวนรอบในการทดสอบก็เป็นปัจจัยที่สำคัญ

อนิสา ชลายนเดชะ (2003) ได้ศึกษาการจำลองวิธีการแก้ไขปัญหาด้วย วิธีการซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด (Modified Simplex Algorithm) และวิธีการสตีพเพสแอสเซนท์ (Steepest

Ascent Method) ด้วยคอมพิวเตอร์ โดยใช้แบบจำลองปัญหาแบบกลวิธีพื้นผิวตอบสนอง เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ เช่น สมการพาราโบลิค สมการเช็คเกลที่มีจุดยอดหลายจุด และสมการโรเซ็นบรอคที่มีจุดยอดอยู่ตรงขอบ ซึ่งสมการที่ใช้ประกอบด้วยปัจจัย 2 ถึง 4 ปัจจัย นอกจากนั้นยังประกอบด้วยค่าความผิดพลาด หรือสิ่งรบกวน ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตั้งแต่ 0 ถึง 3

ผลการศึกษาพบว่าวิธีการซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาด และวิธีการสตีพเพสแอสเซนท์สามารถหาคำตอบของผลตอบสนองที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ระบบที่ไม่มีสิ่งรบกวน ในกรณีระบบที่มีสิ่งรบกวน 1 ถึง 3 วิธีการซิมเพล็กซ์แบบปรับขนาดสามารถหาคำตอบ ที่ค่าเฉลี่ยของคำตอบไม่แตกต่างกันมาก แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการทนต่อสิ่งรบกวนได้ค่อนข้างดี แต่ต้องเพิ่มจำนวนครั้งในการทดลองขึ้นเมื่อสิ่งรบกวนสูงขึ้น ส่งผลเสียในแง่ของเวลาที่ใช้ โดยที่ไม่ทำให้ผลตอบสนองที่ได้มีค่าสูงขึ้น ส่วนวิธีการสตีพเพสแอสเซนท์ กลับพบปัญหาจากการหยุดการทดสอบเนื่องจากผลกระทบจากพื้นผิวของสมการกำลังสอง (Quadratic effect)

พิศลย์ มีแก้ว (2003) ได้ศึกษาและวิจัยโดยมีวัตถุประสงค์ในการเปรียบเทียบผลที่ได้จากวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm, GA) เทียบกับวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิง (Simulated Annealing, SA) ด้วยการจำลองการแก้ไขปัญหาด้วยคอมพิวเตอร์ โดยผ่านกลวิธีพื้นผิวตอบสนองเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ 3 แบบ คือ สมการพาราโบลิค สมการเช็คเกล และสมการโรเซ็นบรอค ซึ่งสมการที่ใช้ประกอบด้วยปัจจัย 2 ถึง 4 ปัจจัย และค่าความผิดพลาดตั้งแต่ 0 ถึง 3 ผลการศึกษาพบว่าวิธีเชิงพันธุกรรมและวิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงสามารถหาค่าที่เหมาะสมที่สุดได้ใกล้เคียงกันในระยะเวลาที่จำกัด ในกรณีของสมการ 2 ปัจจัยแบบไม่มีสิ่งรบกวนพบว่า วิธีซิมมูเลทเตดแอนนิลลิงสามารถหาคำตอบได้ดีกว่าและรวดเร็วกว่า ในทางตรงกันข้ามหากสมการมีความซับซ้อนมากขึ้นวิธีเชิงพันธุกรรมมีแนวโน้มในการหาคำตอบได้ดีกว่า Kolossrary (1996)

Marazuela และคณะ (1996) ได้ศึกษาผลกระทบของปัจจัยและองค์ประกอบของความเข้มข้นของไขมัน (Microbial Lipase Tricylglycerol Acylhydrolases EC 3.1.1.3) โดยใช้วิธีซิมเพล็กปรับขนาดแบบพิเศษมาประยุกต์ เพื่อหาจุดที่ดีที่สุดของเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กำหนด ได้นำวิธี วิธีซิมเพล็กปรับขนาดแบบพิเศษในการวิเคราะห์การทดลองทางเคมีที่เกี่ยวกับ ครอเลสเตอรอล (Oftical Fiber Biosensor For Free Cholesterol Monitoring In Serum)

Kvasnicka และ Pospicha (1996) ได้นำวิธีซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิงมาประยุกต์ร่วมกับวิธีซิมเพล็ก โดยการนำวิธีซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิงมาสร้างความน่าจะเป็นในการเลือกจุดสะท้อน (Reflection) โดยนำเสนอในรูปแบบของวิธีซิมเพล็กซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิง (Simplex Simulated Annealing, SSA) โดยทำการปรับปรุง 2 ลักษณะอย่างแรกคือ จุดสะท้อน (Reflection) ของ

ปัจจัย (X) เป็นการสุ่ม (Random) สร้างขึ้นมา อย่างที่ 2 ใช้การสร้างความน่าจะเป็น (Probability) ขึ้นมาเพื่อเป็นข้อกำหนดในการที่จะเลือกสร้างจุด ปัจจัย (X) ขึ้นมาใหม่

2.5.2 วิธีฮาร์โมนีเซิร์ช

Qinghua และคณะ (2006) ได้นำเสนอวิธีการรวมวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช, วิธีการผสมผสานเจเนติก (Hybrid Genetic Algorithm, HGA), วิธีซิมเพล็กซ์และวิธีทาบู โดยการนำวิธีการผสมผสานเจเนติกมาเป็นวิธีเริ่มต้นในการแก้ปัญหาที่มีเงื่อนไข (Constrained Function) และใช้วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมาเป็นส่วนประกอบในการเลือกขนาดของกลุ่มคำตอบ และการสุ่มหาค่าคำตอบโดยใช้ ตัวแปรตัดสินใจ (HMCR) เป็นความน่าจะเป็นในการเลือกคำตอบจากขนาดของความจำ และจากนั้นก็นำค่าที่ได้มาทำการ มูเตชัน (Mutation) และการครอสโอเวอร์ (Crossover) เพื่อทำการสลับตำแหน่งเพื่อหาคำตอบโดยทำการสร้างตัวแปรปรับระดับ (PAR) เพื่อสร้างโอกาสในการพัฒนาคำตอบให้มีค่าที่ดียิ่งขึ้น หลังจากการพัฒนาโครโมโซมเสร็จก็ได้เลือกค่าของโครโมโซมที่ดีที่สุดมาทำการหาค่าผลตอบสนองโดยใช้ วิธีซิมเพล็กซ์ ในการปรับปรุงคำตอบให้ดียิ่งขึ้นโดยใช้ วิธีทาบู มาผสมผสานเพื่อสร้างความหลากหลายในการทำซ้ำที่จุดเพื่อสร้างคำตอบที่ดีที่สุด โดยการทดลองในสมการที่เป็นเงื่อนไข พบว่าในการรวมจุดแข็งของแต่ละวิธีสร้างวิธีที่ผสมผสานขึ้นมาทำให้การหาค่าที่ดีที่สุดทั้งคำตอบเริ่มต้น (Local Search) และคำตอบที่ดีที่สุด (Global Search) ดีมากขึ้น และสามารถแก้ปัญหาตัวอย่างที่นำมาทดลองได้ทั้งประสิทธิภาพและประสิทธิผล

Lee และ Geem (2004) ได้ทำการประยุกต์วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมาทำการวิเคราะห์ปัญหาสมการเกี่ยวกับโครงสร้างที่ตัวแปรมาก ๆ เพื่อต้องการหาค่าที่ดีที่สุดในการออกแบบ โดยการหาภาระงานที่น้อยที่สุดในจุดที่รับแรงมากที่สุดในโครงสร้าง เพื่อให้การออกแบบตรงตามความต้องการ และประหยัดที่สุดโดยมี ปัจจัยอันประกอบด้วยค่าความดัน (Stress) การสลับแทนที่ (Model Display Cement) จำนวนส่วนประกอบต่าง ๆ เป็นต้นโดยทำการเปรียบเทียบ วิธีฮาร์โมนีเซิร์ช กับวิธีเกรเดียน (Gradient – Based Mathematical Optimization Algorithm) โดย วิธีฮาร์โมนีเซิร์ช สามารถแก้ปัญหาได้มีประสิทธิภาพคำตอบที่ออกมาให้ค่าที่ดีกว่าวิธีวิธีเกรเดียน หลังจากนั้นได้นำวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชเปรียบเทียบกับวิธีเจเนติกพบว่า การที่วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมีโครงสร้างที่เป็นปัจจัยหลักคือ ตัวแปรตัดสินใจ (HMCR) และตัวแปรปรับระดับ (PAR) มีความได้เปรียบกว่าวิธีเจเนติกที่มีการสลับกันแค่สองกลุ่มในหมู่เครือญาติเท่านั้น จึงได้นำทั้ง 2 วิธีมาวิเคราะห์ในสมการโครงสร้างที่มีเงื่อนไขห้ามเปลี่ยนรูปร่างของโครงสร้างนั้น ๆ (Fixed Geometry)

โดยวิธีพื้นฐานของทั้งวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช และวิธีเจเนติกพบว่า วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพสามารถหาค่าที่ดีที่สุดของสมการวัตถุประสงค์ได้ดีกว่า วิธีเจเนติก

Mahdavi และคณะ (2007) ได้ทำการปรับปรุง Basic วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชโดยการวิเคราะห์หาจุดอ่อนของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชนั่นคือ การกำหนดค่าความน่าจะเป็นที่เป็นตัวแปรหลักของทฤษฎีเป็นค่าคงที่นั่นคือ ตัวแปรตัดสินใจ (HMCR) และตัวแปรปรับระดับ (PAR) รวมถึง ช่วงการปรับระดับ (Distance Band Width) ที่มีค่าอยู่ระหว่าง [-1,1] โดยทำการสร้างทฤษฎีในการปรับค่า ตัวแปรปรับระดับและช่วงการปรับระดับ เพราะเป็นค่าตัวแปรที่เป็นค่าคงที่ในการปรับเปลี่ยนสถานะของการปรับปรุงฮาร์โมนีใหม่ (New Harmony) เป็นสมการที่มีการปรับเป็นเปลี่ยนแบบพลวัตร (Dynamic) ตามรอบของการค้นหาคำตอบ โดยทำการทดสอบวิธีกับสมการที่มีข้อจำกัดทางทรัพยากรและไม่มีข้อจำกัดทางทรัพยากรพบว่า การปรับเปลี่ยนทำให้การค้นหาคำตอบสามารถทำได้กว้างขึ้นและสามารถค้นหาคำตอบได้ละเอียดมากขึ้น สามารถค้นหาคำตอบในสมการได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีความหลากหลายสามารถแก้ไขสมการตัวอย่างได้ทุกรูปแบบ

Chenga และคณะ (2008) ได้นำวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชแก้ปัญหาพื้นผิว โดยใช้การวิเคราะห์ความลาดชัน (Slip Surface Generation Methods For Slope Stability Analysis) โดยทำการปรับปรุงจากวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช โดยความคาดหวัง 2 ประการ อย่างแรกคือ ความแตกต่างของความน่าจะเป็นในแต่ละฮาร์โมนี (Harmony) กล่าวคือ ค่าผลตอบสนองจากสมการวัตถุประสงค์ถ้าความน่าจะเป็นที่สุ่มขึ้นมามีค่าสูงกว่าค่าที่ตั้งไว้ก็จะทำการสร้างฮาร์โมนีใหม่ต่อไป ทุก ๆ ฮาร์โมนีในขนาดของความจำจะถูกจัดลำดับจากมากไปน้อย หรือจากน้อยไปมากโดยมาจากสมการวัตถุประสงค์ว่าต้องการค่าสูงที่สุด (Maximization) หรือค่าต่ำที่สุด (Minimization) และความน่าจะเป็นที่เกิดขึ้นก็จะเป็นตัวเลือกในการสร้างฮาร์โมนีใหม่ต่อไป อย่างที่สองมีการปรับปรุงในการค้นหาฮาร์โมนีใหม่ทุก ๆ ครั้งที่มีการทำซ้ำซึ่งแตกต่างจากวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชที่จะทำซ้ำถ้าเลขสุ่มที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่า ตัวแปรตัดสินใจ (HMCR) จากการทดลองกับปัญหาข้างต้นพบว่า วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชเป็นวิธีที่หาคำตอบได้รวดเร็วสำหรับปัญหาขนาดไม่ใหญ่มากด้วยจำนวนตัวแปรไม่เกิน 25 ตัวแปร แต่วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชชนิดปรับปรุง (MHS) สามารถหาคำตอบสำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่มากได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีความน่าเชื่อถือสูงพร้อมทั้งยังใช้จำนวนตัวอย่างในการทดลองน้อยกว่า

Vasebi และคณะ (2007) ได้นำวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมาประยุกต์ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับพลังงานและความร้อน (Combined Heat and Power Economic Dispatch) ซึ่งสามารถหาค่าที่ดีที่สุดได้ดีกว่าวิธีเจเนติก

Mahamed และคณะ (2008) ได้นำ วิธีฮาร์โมนีเซิร์ช มาทำการปรับปรุงเป็นวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชชนิดโกลบอล (Global – Best Harmony Search, GHS) โดยใช้แนวคิดของ ความสามารถของแมลง (Swarm Intelligence) มาปรับปรุงประสิทธิภาพของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช โดยการนำลักษณะเฉพาะของระบบอนุภาค (PSO System) คือ ลักษณะเฉพาะของการบินของแมลงในพื้นที่ที่ต้องการค้นหา (Particles) ในแต่ละครั้งก็จะได้คำตอบขึ้นมาหนึ่งคำตอบ จุดนั้น ๆ ก็จะมีผลต่อจุดอื่น ๆ ว่าเป็นจุดที่ดีที่สุดหรือเปล่า ดังนั้นวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชชนิดโกลบอล ทำการปรับปรุง การปรับระดับของตัวแปร (PAR) ของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช เมื่อฮาร์โมนีใหม่มีค่าผลตอบสนองที่ดีที่สุดในฮาร์โมนีของขนาดความจำ โดยแทนค่าตัวแปรช่วงการปรับระดับ (BW) ทั้ง 2 ค่า และเพิ่มขนาดจำนวนที่จัดเก็บลงในฮาร์โมนี การปรับปรุงนี้ทำให้วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชชนิดโกลบอลสามารถหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพได้ ทั้งในสมการที่มีข้อจำกัดและไม่มีข้อจำกัดของทรัพยากรรวมถึงสมการเชิงเส้นด้วย ได้ทำการทดลองกับสมการพื้นผิวพบว่าสามารถหาค่าได้ทุกสมการ แต่ก็มีผลกระทบจากค่าตัวแปร 2 ตัวคือ ตัวแปรตัดสินใจ (HMCR) และขนาดของความจำ (HMS) ถ้าตัวแปรตัดสินใจ (HMCR) มีค่ามาก ๆ ทำให้ขนาดของความจำ (HMS) ไม่ค่อยเปลี่ยนแปลง แต่ถ้าตัวแปรตัดสินใจ (HMCR) มีค่าน้อยสามารถที่จะสร้างฮาร์โมนีใหม่ได้ดีกว่าและขนาดของความจำ (HMS) มีขนาดเล็กเป็นทางเลือกที่ดีกว่า ในกรณีของตัวแปรปรับระดับ (PAR) ควรจะมีค่าน้อย ๆ เพื่อทำให้การปรับปรุง ของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชชนิดโกลบอลดีขึ้น

Forsati และคณะ (2008) ได้ทำการประยุกต์วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชในการจัดการปัญหาเงื่อนไขการจักลำดับรถ (Bandwidth-Delay-Constrained Least-Cost Multi Car Routing) เป็นปัญหาในการติดต่อสื่อสารของเครือข่ายที่มีจุดกำเนิดและจุดรับข้อมูลใน ระบบทั้งหมดโดยการใช้วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชชนิดปรับปรุง (Improved Harmony Search, IHS) มาทำการแก้ปัญหาเปรียบเทียบกับวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชชนิดจุดเชื่อมต่อ (Harmony Search Node Parent Index, HSNPI)

Fesanghary และคณะ 2008 ทำการผสมระหว่างวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชกับวิธีสมการกำลังสองที่เป็นลำดับ (Sequential Quadratic Programming, SQP) สำหรับการแก้ปัญหาทางวิศวกรรม (Engineering Optimization Problems) โดยการรวมข้อดีของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชคือความสามารถหาคำตอบได้ใกล้เคียงกับค่าที่ดีที่สุดในเวลาที่เหมาะสม ซึ่งจุดอ่อนก็คือความไม่มี

ประสิทธิภาพในการหาคำตอบเริ่มต้น (Local Search) จึงนำวิธีสมการกำลังสองที่เป็นลำดับมาใช้เพื่อเพิ่มความเร็วในการหาคำตอบเริ่มต้น และเพิ่มความแม่นยำของคำตอบวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช

Geem (2008) ได้นำทฤษฎีของวิธีแคลคูลัส (Calculus-Based Derivatives) ในการหาทิศทางการค้นหาและขนาดของการเลือกค่าตัวแปรของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช Mahdavi และคณะ (2008) ได้นำทฤษฎีของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมาผสมกับวิธีเคมีน (K-Means Clustering Algorithm) เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการจัดลำดับตัวอักษร (Web Document by Modeling Clustering Problem) จากการทดสอบสามารถค้นพบค่าที่ดีที่สุดใกล้เคียงกันในเวลาที่กำหนด การผสมวิธีที่เกิดขึ้นมีผลทำให้เกิดความเร็วในการค้นหาคำตอบ

Zarei และคณะ (2008) ได้ทำการศึกษาปัญหาผิวของชิ้นงาน (Multi-Pass Face-Milling) ปัญหาในการปาดผิวงานโดยมีตัวแปรคือ จำนวนที่ผ่าน (Number of Passes), อัตราการกินเนื่องาน (Depth of Cut), อัตราความเร็วของชิ้นงาน (Feed) โดยต้องการค่าต้นทุนที่ถูกที่สุด โดยเงื่อนไขครอบคลุมถึงความเร็ว (Speed) อัตราความเร็วของชิ้นงาน (Feed), ผิวงานสำเร็จ (Surface Finish), ความคงทนของเครื่องมือ (Tool Life) และความสามารถของเครื่องจักร โดยการนำวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชและวิธีเจเนติกมาแก้ปัญหา เพื่อทดสอบถึงประสิทธิภาพและความสามารถในการแก้ปัญหาพบว่า วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมีประสิทธิภาพในการหาค่าที่ดีที่สุดได้ดีกว่าทั้งความแม่นยำ และประสิทธิภาพในการเปรียบเทียบกับ วิธีเจเนติก

Degertekin (2008) ได้ทำการศึกษาปัญหาการออกแบบโครงสร้างเหล็ก (Steel Frames) โดยนำวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมาทำการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้น โดยแบ่งปัญหาออกเป็น

1. Two – bay , Three – storey Frame
2. One – bay , Ten – storey Frame
3. Three – bay , Twenty – storey Frame

มาทำการวิเคราะห์ โดยใช้ วิธีฮาร์โมนีเซิร์ช, วิธีเจเนติก, วิธีฝูงมด (Ant Colony Optimization) พบว่า

1. วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชใช้ขนาดของเหล็กที่เบากว่าวิธีเจเนติก 2.7-5.0% และเบากว่า วิธีฝูงมด 1.2-2.7%
2. จำนวนในการวิเคราะห์วิธีฮาร์โมนีเซิร์ชใช้จำนวนวิเคราะห์น้อยกว่าวิธีเจเนติก แต่มีค่าใกล้เคียงวิธีฝูงมด
3. ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักที่ใช้ทั้งหมดของวิธีฮาร์โมนีเซิร์ช สามารถคำนวณออกมาได้ดีกว่าทั้ง 2 วิธี

Ceylan และคณะ (2008) ได้ทำการศึกษาปัญหาการใช้พลังงานในการขนส่งในประเทศตุรกี หลังจากได้รูปแบบของปัญหาแล้วได้นำวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชมาปรับปรุงให้เหมาะสมกับปัญหาที่กล่าวมาพบว่า จากปัญหาจริงที่เกิดขึ้นได้ทำการวิเคราะห์โดยวิธีฮาร์โมนีเซิร์ชและวิธีอื่น ๆ พบว่า วิธีฮาร์โมนีเซิร์ช สามารถแก้ปัญหานี้ได้ดีเช่นกัน

2.5.3 **วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง** (Shuffled Frog Leaping Algorithm, SFLA)

ELbeltagietal (2005) ได้นำเสนอวิธีการค้นหาคำตอบโดยวิธี ฮิวริสติกอันประกอบด้วย 5 วิธีได้แก่ วิธีเจเนติก (Genetic Algorithm), วิธีมิมิติก (Memetic Algorithm), วิธีกระจายอนุภาค (Particle Swarm), วิธีฝูงมด (Ant Colony), วิธีวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง (Shuffled Frog Leaping) โดยทำการวิเคราะห์ในระบบสมการเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดของสมการกริเวิร์ค (Griework‘ s Function) และสมการเอฟ10 (F10 Function) โดยทั้งสองสมการนี้มีลักษณะที่เหมือนกันก็คือ เป็นสมการพื้นผิวที่ไม่เป็นเส้นตรง (Non-Linear Function และสมการที่มีลักษณะแบบไม่แตกกัน (Non- Separable Function) แตกต่างกันที่จำนวนตัวแปรในสมการเท่านั้น ผลสรุปของการทดลองพบว่า วิธีกระจายอนุภาค(Particle Swarm) เป็นวิธีที่ประสบความสำเร็จมากที่สุดในการหาคำตอบของปัญหา และใช้เวลาในการค้นหาคำตอบน้อยที่สุด

Elbeltagi และคณะ (2007) ได้นำวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงมาทำการปรับปรุงใหม่ให้มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้น โดยปรับเปลี่ยนการค้นหาค่าของปัจจัย (X) ใหม่โดยทำการเพิ่มค่าคงที่ (C) โดยที่ C คือค่าคงที่ของความเร่งในการค้นหา (Search – Acceleration Factor) โดยทำการนำค่า C มาปรับตำแหน่งในการค้นหาจากเดิมเป็นสมการ

Change in frog position (Di) = rand. c. (Xb – Xw)

โดยทำการทดสอบกับปัญหาเอฟ8 (F8 Test Function) สมการกริเวิร์ค (Griework ‘ s Function) ,สมการเอฟ10 (F10 Function) และ สมการ อีเอฟ10 (EF10 Function)โดยทำการทดสอบค่า C ในระดับต่าง ๆ กัน เพื่อต้องการหาประสิทธิภาพของค่า C ที่ดีที่สุดพบว่า C = 1.6 ให้ค่าที่ดีที่สุดในการหาคำตอบและใช้จำนวนรอบในการค้นหาดีที่สุด นอกจากนั้นยังได้นำวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงแบบปรับปรุง (Modified Shuffledd Frog – Leaping) ไปทำการวิเคราะห์ปัญหาการจัดการโครงการ (Project Management) เพื่อทดสอบประสิทธิภาพในการค้นหาคำตอบโดยใช้ค่า c อยู่ระหว่าง 1.3 ถึง 2.1 โดยเฉลี่ยซึ่งสามารถแก้ไขปัญหาในส่วนของ ปัญหา

ด้านโครงสร้าง (Civil Engineering Problem) ได้อย่างมีประสิทธิภาพและใช้เวลาที่น้อยกว่าในการหาคำตอบ

Elbehairy และคณะ (2006) ได้นำเสนอปัญหาการซ่อมแซมสะพานโดยมองถึงต้นทุนที่ต่ำที่สุดในการจัดการค่าใช้จ่าย โดยทำการเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาระหว่าง วิธีเจเนติก กับ วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง โดยทำการทดสอบเปรียบเทียบกับการแก้ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรมเอกเซล (Microsoft Excel) โดยทำการแก้ปัญหาพบว่าในกรณีที่แก้ปัญหาโดยใช้ โปรแกรมเอกเซลโดยมีปัจจัยเท่ากับ 50 สะพานพบว่ามีค่าใช้จ่ายประมาณ $27,435,000 หลังจากนั้นได้นำวิธีเจเนติกกับวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงมาแก้ปัญหาเดียวกัน โดยทำการเพิ่มจำนวนสะพานเพื่อต้องการทดสอบวิธีการทั้งสองพบว่า วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงสามารถแสดงประสิทธิภาพในการค้นหาคำตอบได้ดีกว่าวิธีเจเนติกเพราะว่า วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงมีระบบการค้นการคำตอบที่ลึกกว่าซึ่งดีกว่าการสลับสายพันธ์ (Crossover) ของวิธีเจเนติก

Rahimi-Vahed และคณะ (2007) ได้นำเสนอวิธีการผสมผสานวิธีการแก้ไขปัญหาหลายวัตถุประสงค์ (Multi-Objective Optimization Problem) กับวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงโดยมองถึง 3 เป้าหมายหลักในการทดสอบ

1. ผลรวมการทำงาน (Total Utility Work)
2. ความผันผวนโดยรวมของอัตราการผลิต (Total Production Rate Variation)
3. ผลรวมต้นทุนการติดตั้งงาน (Total Setup Cost)

โดยทำการรวมปัญหาที่ต้องการทั้งหมดในสมการวัตถุประสงค์ โดยทำการปรับเปลี่ยนวิธีการค้นหาข้องมูลของวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงให้มีระบบในการค้นหาคำตอบดียิ่งขึ้น โดยเริ่มจากการค้นหาคำตอบเริ่มต้นโดยการใช้การค้นหาแบบทาบู (Elite Tabu Search) ในการช่วยค้นหาคำตอบเริ่มต้นแทนการสุ่มจากค่าความน่าจะเป็น การนำวิธีมิมีติก (Memetic Evolution) มาทำการจัดการจัดกบที่มีความแข็งแรงลงในแต่ละมิมิเพล็กซ์ (Memeplex) โดยใช้การสุ่มเลือกตำแหน่งของกบที่จะนำไปปรับปรุงเทนการเลือกจากความแข็งแรงน้อยที่สุด มีการใช้วิธีการสลับสายพันธ์แบบแบคทีเรีย (Bacterial Mutation) ในการปรับปรุงคำตอบเพื่อสร้างโอกาสในการปรับปรุงเพิ่มขึ้น และใช้การส่งต่อสายพันธ์ (Transfer Gene) ในการสลับเปลี่ยนตำแหน่ง และสุดท้ายทำการสลับสับเปลี่ยนตำแหน่งของตัวแปรโดยใช้สลับสายพันธ์ (Mutation) อีกครั้งเป็นตัวตัดสินใจในการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดจัดเก็บไว้เพื่อเปรียบเทียบในแต่ละมิมิเพล็กซ์ (Memeplex) เพื่อหาค่าที่ดีที่สุดต่อไป หลังจากนั้นได้นำมาทดสอบกับสมการหลายวัตถุประสงค์ (Multi Objective Function) ที่ประกอบด้วยระบบการผลิตแบบผสม (Mix-Model Assembly Line, MMAL) พบว่า

วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงสามารถหาคำตอบได้ดี มากกว่าวิธีการเจเนติกแบบหลายวัตถุประสงค์ (Multi-Objective Genetic Algorithm) อื่นซึ่งได้เคยทดลองมาแล้วโดยเฉพาะการแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ และตัวแปรที่หลากหลาย

Rahimi-Vahed และคณะ (2008) ได้นำเสอนวิธีการผสมผสานวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงกับปัญหาหลายวัตถุประสงค์ให้เป็นวิธีการเฉพาะในการแก้ปัญหาชื่อว่า วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงแบบหลายวัตถุประสงค์ (Hybrid Multi-Objective Shuffledd Frog-Leaping Algorithm, HMOSFLA) จากเดิมที่ได้ปรับปรุงไว้ในปี 2007 มาทำการแก้ปัญหาสมการการจัดลำดับการผลิต (Bi-Criteria Permutation Flow Shop Scheduling) โดยทำการเพิ่มเติมในส่วนของวิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียงเพื่อช่วยในการหาค่าที่ดีที่สุด ในขั้นตอนการปรับปรุงประสิทธิภาพความแข็งแรงของกบในแต่ละมิมิเพล็ก โดยใช้รูปแบบของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดระดับ (Variable Neighborhood Search Descent, VND) มาทำการช่วยในขั้นตอนนี้โดยตั้งระดับค่าของจำนวนตัวแปรข้างเคียงเท่ากับ 3 ซึ่งหมายถึง มี 3 ส่วนที่แตกต่างกันในโครงสร้างของจำนวนตัวแปรข้างเคียงในส่วนของการหาคำตอบเริ่มต้น ประกอบด้วย

1. การค้นหาคำตอบเริ่มต้นโดย วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง
2. กระบวนการณ์ควีนบี (Queen Bee) วิธีสลับแบบข้ามสายพันธ์ crossover ของคำตอบที่สร้างขึ้นมากับคำตอบที่มีอยู่แล้ว ทำการสลับข้ามสายพันธ์กันเกิดคำตอบใหม่ 2 คำตอบเลือกคำตอบที่มีค่าที่สุดเป็นคำตอบในกระบวนการนี้
3. กระบวนการณ์สร้างยีน (Gene Transfer) เป็นการสลับตำแหน่งของตัวแปรโดยใช้ วิธีสลับสายพันธ์ (Mutation) อีกครั้ง เพื่อปรับปรุงคำตอบหลังจากนี้นได้นำมาทดสอบกับสมการการจัดลำดับงาน (Flow Shop Scheduling) โดยทำการเปรียบเทียบกับวิธีเจเนติกแบบหลายวัตถุประสงค์ (Multi-Objective Genetic Algorithm) วิธีการต่าง ๆ พบว่า วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงแบบหลายวัตถุประสงค์สามารถหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีคุณภาพในการจัดการปัญหาได้ดีทั้งปัญหาที่มีขนาดเล็ก และปัญหาที่มีขนาดใหญ่ซึ่งสามารถปรับปรุงคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Churng และ Lansey (2008) ได้นำวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงมาแก้ปัญหาระบบการจ่ายน้ำที่มีขนาดใหญ่ซึ่งประกอบไปด้วยระบบท่อ, ช่องทางต่าง ๆ, การจัดเก็บ และการปรับปรุงซ่อมแซมส่วนต่าง ๆ โดยนำ วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงมาปรับปรุงเพิ่มเติมในส่วนของการเลือกความ

แข็งแรงของกบในแต่ละมิมิเพล็กด้วยการเลือกกบจากความน่าจะเป็น (P) โดย P คือค่าของน้ำหนักในการเลือก โดยมีลักษณะการแจกแจงเป็นการแจกแจงแบบสามเหลี่ยม (Triangular Probability Distribution) ได้ทำการทดสอบกับปัญหาระบบการจ่ายน้ำในรูปแบบ 2 ระบบอันได้แก่

1. ปัญหาระบบการจ่ายน้ำแบบเดี่ยว (Single Waste Water Treatment Plant System)
2. ปัญหาระบบการจ่ายน้ำแบบกลุ่ม (Multiple Waste Water Treatment Plant System)

จากการทดลองพบว่าปัญหาที่นำมาทดลองเป็นปัญหาขนาดใหญ่มีตัวแปรหลายแบบและหลายปัจจัยไม่สามารถจะแก้ไขด้วยระบบสมการเชิงเส้นหรือวิธีการอื่นๆ ได้ วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง ได้ถูกนำมาแก้ไขปัญหานี้พบว่า ตัวแปรตัดสินใจของทั้ง 2 ระบบคือ 86 และ 248 โดยมีต้นทุนต่ำที่สุดอยู่ที่ 47 ล้านเหรียญ และ 47 ล้านเหรียญ ซึ่ง SLFA สามารถค้นหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด

Prapol Ittipong และคณะ (2008) ได้นำวิธีเมตาฮิวริสติก 2 วิธีคือ วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงและวิธีเมเมติกมาทำการแก้ไขปัญหาพื้นผิว 11 สมการ เพื่อทำการเปรียบเทียบวิธีการค้นหาคำตอบของทั้งสองวิธีว่าวิธีไหนสามารถแก้ปัญหาสมการได้ดีกว่ากันจากผลการทดลองพบว่า วิธีเมเมติก สามารถค้นหาคำตอบของปัญหาได้เร็วกว่าวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิง แต่เมื่อสมการมีความซับซ้อนเพิ่มขึ้นในเรื่องของมิติของคำตอบและตัวแปรที่มากขึ้น วิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงมีความเหมาะสมมากกว่าในการค้นหาคำตอบดีกว่าวิธีเมเมติก โดยวิธีชัฟเฟิลฟรอกลิปปิงนั้นปรับปรุงผลลัพธ์จากข้อมูลที่มีอยู่และสร้างโอกาสของความน่าจะเป็นในการค้นหาคำตอบเริ่มต้นได้ดีกว่า

2.5.4 วิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียง (Variable neighborhood Search, VNS)

Toksarı และ Güner (2007) นำเสนอวิธีการแก้ไขปัญหาพื้นผิวที่ไม่มีข้อจำกัดทางทรัพยากร (Unconstrained Optimization Problem) เพื่อหาค่าที่ดีที่สุดของสมการ วิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียงเป็นวิธีการที่ดี และมีประสิทธิภาพเมื่อเทียบกับเมตาฮิวรีสติกอื่นโดยพบว่าเมื่อนำวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดระดับ และวิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียงไปแก้ไขปัญหาเทียบกับวิธีมิลติสตาท (Multi Start), วิธีควบคุมการค้นหาแบบสุ่ม (Controlled Random Search), วิธีการแบ่งข้อมูลชนิดใช้ความหนาแน่น (Density Clustering with Distribution Function), วิธีซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิงชนิดการเชื่อมต่อหลายระดับ (Multi Level Single Linkage

Simulated Annealing), วิธีซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิงชนิดสโตคลาสติกดิฟเฟเรนเทียล (Simulated Annealing Based on Stochastic Differential Equations), วิธีทาบู (Tabu Search), วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดระดับ, วิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียง

วิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียงสามารถหาคำตอบได้ในทุก ๆ ปัญหา โดยวิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียงสามารถหาคำตอบได้ดีกว่าวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดระดับเพราะว่า ในการแก้ปัญหาของวิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียงนั้นมีส่วนประกอบของการค้นหาเริ่มต้น ทำให้ได้เปรียบกว่าวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดระดับ ในส่วนที่สองได้ทำการทดสอบกับสมการโรเซนบรอค (Rosenbrock Function) ใน 2 และ 4 ปัจจัยโดยทำการเปรียบเทียบกับวิธีซิมเพล็ก, วิธีการค้นหาแบบสุ่มชนิดปรับระดับ (Adaptive Random Search), วิธีซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิง, วิธีทาบู พบว่า วิธีการสำรวจตัวแปรข้างเคียง สามารถหาคำตอบได้ดีที่สุดในปัญหาที่กล่าวมา

Jie Gaoa และคณะ (2008) ได้ทำการรวมวิธีการผสมผสานวิธีเจเนติกและวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดลดระดับ เพื่อแก้ปัญหาการจัดลำดับการผลิตซึ่งเป็นการรวมความสามารถในการค้นหาคำตอบของวิธีเจเนติก และความสามารถในการค้นหาคำตอบของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง ได้ทำการทดสอบ 181 ปัญหาเปรียบเทียบกับการคำนวณวิธีอื่น ๆ ซึ่งพบว่า ได้คำตอบที่ดีที่สุดเหมือนกับวิธีอื่น ๆ 119 ตัวอย่างและค้นพบคำตอบที่ดีกว่า 38 คำตอบ

Burke และคณะ (2008) ได้ทำการรวมวิธีการ ผสมผสาน วิธีฮิวรีสติกชนิดมีเงื่อนไขกับวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง ใช้ในการแก้ปัญหาการเดินทางของพยาบาล (Nurse Routering Problem) โดยเปรียบเทียบกับวิธีเจเนติกพบว่า ในการแก้ปัญหาที่มีพยาบาลต่ำกว่า 20 คนพบว่าวิธีการ ผสมผสานวิธีฮิวรีสติกชนิดมีเงื่อนไขกับวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงได้ผลที่ดีกว่า ในการทดลองแต่ในลักษณะที่ตัวแปรมาก ๆ วิธีเจเนติกสามารถหาคำตอบได้ดีกว่า

Wang และ Tang (2008) ได้นำเสนอปัญหาการจำลำดับงานเครื่องจักรเดียว (Single Machine Total Weight Tardiness Problem) โดยทำการจัดระบบตัวแปรโดยเริ่มจากงานที่ทำเป็นอิสระต่อกันมีเวลาในการทำงานที่ชัดเจน ภาวะงานที่ได้รับในแต่ละเครื่องจักรรวมถึงเวลาการส่งมอบลที่จะเป็นข้อมูลในการจัดตารางการผลิต โดยมีเป้าหมายเพื่อต้องการหาความล่าช้าของงานที่น้อยที่สุดในทุก ๆ งานที่เข้ามาในระบบเครื่องจักร ซึ่งมองโดยรวมแล้วคือปัญหาเอ็นพีฮาร์ด (Nondeterministic Polynomial Time Hard, NP- hard) และมีความต้องการที่จะแก้ปัญหานี้ด้วยวิธีเมตาฮิวรีสติก จึงได้นำเสนอวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดเลือกพื้นฐานจากประชากร (Population-Based Variable Neighborhood Search Algorithm, PVNS) ซึ่งได้พัฒนาจากทฤษฎีของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง โดยวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดเลือกพื้นฐานจากประชากร

ได้ประกอบขึ้นจากจำนวนการทำซ้ำของวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง และในแต่ละการทำซ้ำนั้นก็จะสร้างความน่าจะเป็นของคำตอบโดยใช้การสร้างคำตอบจากตัวแปรข้างเคียงพร้อม ๆ กัน ดังนั้นก็จะสามารถปรับปรุงวิธีการค้นหาได้มากขึ้น อย่างที่สองวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดเลือกพื้นฐานจากประชากรได้ปรับปรุง เพื่อให้เกิดการค้นหาค่าที่ดีที่สุดของความสัมพันธ์ของงานที่เกิดขึ้นโดยอาศัยการค้นหาคำตอบเชิงลึก(Variable Depth Search) และวิธีทาบูในการค้นหาคำตอบในขั้นตอนค้นหาเริ่มต้น ดังนั้นการค้นหาคำตอบทำให้เกิดความแม่นยำมากขึ้นและจากการทดลอง วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดเลือกพื้นฐานจากประชากรอันประกอบด้วยการค้นหาคำตอบ 2 แบบคือ การค้นหาแบบเปลี่ยนตัวแปร (Search diversification) และการค้นหาแบบข้างเคียงอย่างละเอียด (Search intensification) ถูกปรับปรุงขึ้นมาเพื่อหาความน่าจะเป็นในการสร้างผลของคำตอบที่เกิดขึ้นนั้นมีผลทำให้ลดเวลาในการคำนวณผลลดลง ซึ่งผลที่ได้ทำให้ทราบว่า วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดเลือกพื้นฐานจากประชากรสามารถหาจุดที่ดีที่สุดของคำตอบได้ในทุก ๆ ปัญหาที่ทำการทดลองซึ่งดีกว่าวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง, วิธีกลุ่มอนุภาคอนุภาคและวิธีดิฟเฟอร์เรนเชียลโดยมีการการค้นหาคำตอบเชิงลึก (Variable Depth Search) และวิธีทาบูมาช่วยมนการค้นหาคำตอบ โดยศึกษาจากความแข็งแรงของทฤษฎีและประสิทธิภาพในการค้นหาคำตอบ

Lejeune (2006) ได้ทำการศึกษาปัญหาการวางแผนการจัดการห่วงโซ่อุปทาน (Supply Chain Management Planning) โดยมองถึงระบบห่วงโซ่อุปทาน 3 ระดับ อันได้แก่

ระดับที่ 1 สิ่งอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับผู้ขาย (Supplier Facility)

ระดับที่ 2 สิ่งอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับผู้ผลิต (Productions Facility)

ระดับที่ 3 จุดกระจายสินค้า (Distribution Terminal)

โดยมองถึงระดับปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลกระทบ และความสัมพันธ์ของแต่ละระดับเพื่อสร้างระบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) และใช้การประยุกต์จากวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงคือ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดแบ่งช่วงการค้นหา ซึ่งเป็นวิธีการหาคำตอบแบบข้างเคียงวิธีหนึ่งที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีตัวแปรข้างเคียงที่มีขนาดใหญ่อย่างระบบห่วงโซ่อุปทาน (Supply Chain) โดยมองถึงสมการเป้าหมายที่เกี่ยวกับต้นทุนและค่าที่ดีที่สุดของแต่ละระดับ ผลการทดลองพบว่าการให้ความสำคัญต่อข้อมูลในละด้านมีผลต่อการแก้ปัญหาของแต่ละวิธี วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดแบ่งช่วงการค้นหา โดย (Hansen and Mladenovic, 2001) สามารถแก้ไขปัญหาได้ง่ายและมีการเคลื่อนของตัวแปรข้างเคียงทำให้เกิดค่าที่ดีและ

ครอบคลุมตัวแปรที่กำหนดไว้ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดแบ่งช่วงการค้นหาให้ค่าต้นทุนที่น้อยที่สุดและสามารถแก้ปัญหาวัตถุประสงค์ได้ดีที่สุด

Garroia และคณะ (2008) ได้ทำการศึกษาถึงสมการพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface) โดยมองถึงผลตอบสนองที่เกิดขึ้น ซึ่งมีค่าของผลตอบสนองที่เป็นลำดับทำให้เกิดความสัมพันธ์ของผลตอบสนองหรือเกิดแนวโน้มตามช่วงเวลาการออกแบบมีผลกระทบโดยตรงต่อความแม่นยำและการประมาณค่าตัวแปร ซึ่งการศึกษาที่เกิดขึ้นนี้ได้ใช้ วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงในการค้นหาคำตอบในการคำนวณ เพื่อสร้างความแม่นยำในการประมาณค่าที่เกิดขึ้นของตัวแปรที่มีผลกระทบต่อการทดลองโดยใช้วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดแบ่งช่วงการค้นหา ในการค้นหาจุดที่ดีที่สุดในการออกแบบชนิดจุดกึ่งกลาง (Central Composite Design) ผลที่ออกมาพบว่าวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง ที่ใช้ในการทดลองโดยการกำหนดการเปลี่ยนแปลงของระดับตัวแปรความสัมพันธ์ (Correlation Parameter)

Celso และคณะ (2008) ได้ทำการศึกษาปัญหาลำดับในการวางแผนการประกอบรถยนต์ โดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อต้องการหาค่าที่น้อยที่สุดจำนวนตัวแปรที่ไม่มีประโยชน์ในเงื่อนไขของการประกอบรถยนต์โดยมีระบบอยู่ 3 ระบบอันประกอบด้วยส่วนประกอบตัวถัง (Body Shop), แผนกพ่นสี (Paint Shop), แผนกประกอบอะไหล่ (Assembly Line) ให้ลูกค้าโดยมองเป็นกิจกรรมต่อวัน (Real-Time) หลังจากได้สมการวัตถุประสงค์และเงื่อนไขแล้วได้ทำการนำวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงมาใช้เป็นส่วนหนึ่งในการค้นหาคำตอบ เพื่อหาค่าที่น้อยที่สุดจากสมการวัตถุประสงค์โดยทำการเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ พบว่าให้ค่าจากสมการวัตถุประสงค์ดีกว่าวิธีอื่น ๆ ในการจัดการวางแผนการผลิตรถยนต์ต่อวัน

Prandtstetter และ Raidl (2008) ได้ทำการศึกษาหาลำดับในการวางแผนประกอบรถยนต์เพื่อหาการจัดลำดับการผลิตให้เป็นกลุ่ม ๆ ภายในเงื่อนไขที่กำหนดโดยใช้ 2 วิธีอันประกอบด้วยการแก้ปัญหาเชิงเส้นตรง (Integer Linear Programming, ILP) และวิธีการผสมระหว่างปัญหาเชิงเส้นตรงกับวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดแบ่งช่วงการค้นหา ในการแก้ปัญหาทำให้ได้คำตอบใกล้เคียงค่าที่ดีมากที่สุด

Mladenovic และคณะ (2008) ได้ทำการประยุกต์วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงขึ้นมาใหม่เป็นวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงชนิดต่อเนื่อง (Continuous General VNS, GVNS) โดยการปรับเปลี่ยนวิธีการค้นหาคำตอบโดยใช้การสลับตำแหน่งเพิ่มขึ้นไปโดยการเพิ่มรัศมีในกาสลับเปลี่ยนแปลง ให้มีค่าเพิ่มขึ้นจากที่กำหนดไว้โดยค่ารัศมี (Rn) เป็นเลขสุ่ม (Uniform Distribution)

มีค่าตั้งแต่ 0 ถึงเส้นผ่านศูนย์กลางของชุดคำตอบ (S) โดยที่ S ชุดปัจจัย(X) โดยทำการทดลองเปรียบเทียบกับวิธีการดังต่อไปนี้

วิธีทาบูชนิดเพิ่มขึ้น (Enhanced Continuous Tabu Search, ECTS)

วิธีทาบูชนิดโต้ตอบอย่างต่อเนื่อง (Continuous Reactive Tabu Search, CRTS)

วิธีทาบู (Tabu Search TS)

วิธีซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิงชนิดเพิ่มขึ้น (Enhanced Simulated Annealing, ESA)

วิธีเจเนติกชนิดต่อเนื่อง (Continuous Genetic Algorithm, CGA)

วิธีฝูงมดชนิดการติดต่อแบบต่อเนื่อง (Hybrid Continuous Interacting Ant Colony, HCIAC)

โดยทำการทดสอบกับสมการที่ไม่มีข้อจำกัดทางทรัพยากรณ์พบว่า สามารถหาผลลัพธ์ได้ดีเช่นเดียวกับวิธีอื่น ๆ ที่กล่าวมาในกรณีที่กำหนดข้อจำกัดที่คล้ายกันในแต่ละสมการที่เลือกมา ซึ่ง วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงสามารถค้นหาคำตอบได้ดีมากกว่า ในกรณีที่เพิ่มข้อกำหนดในสมการมากขึ้น โดยจุดที่ให้ค่าที่ดีที่สุดโดยวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงนั้นมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีอื่นที่นำเสนอเพื่อเปรียบเทียบ

Joly และ Frein (2008) ในกรณีศึกษาอื่นวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงถูกนำไปประยุกต์ใช้ในภาคอุตสาหกรรม เพื่อแก้ปัญหาระบบการจักลำดับการผลิตรถยนต์ (Car Sequencing Problem) โดยทำการสร้างแบบจำลองของระบบงานขึ้นมาและทำการใส่ปัจจัยในการผลิต และการจัดการเพื่อหาค่าที่ดีที่สุดในการจัดลำดับการผลิตโดยทำการเปรียบเทียบกัน 3 วิธีโดยเริ่มจากการนำวิธีซิมมูเลเต็ดแอนเนลลิง, วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง และวิธีอิโวลูชั่น (Evolutionary Algorithm) พบว่า การใช้วิธีฮิวรีสติกสมัยใหม่เช่น วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงและวิธีอิโวลูชั่นนั้นมีประสิทธิภาพมากกว่าในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ

Zobolas (2008) ในกรณีศึกษาอื่นวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงได้ถูกนำไปประยุกต์ร่วมกับ วิธีเจเนติก เป็นการผสมผสานระหว่างการใช้วิธีเจเนติกในการพัฒนาวิวัฒนาการของคำตอบ (Solution Evolution) และวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียง ในการปรับปรุงคำตอบที่ได้มาเพื่อแก้ปัญหาการจัดปัญหาลำดับงาน (Flow Shop Scheduling Problem, FSSP) ซึ่งเป็นปัญหาที่มีปัจจัยและตัวแปรที่ส่งผลต่อค่าที่ดีที่สุดค่อนข้างมาก การผสมทั้ง 2 วิธีเข้าด้วยกันเพื่อแก้ปัญหานั้น พบว่า การค้นหาคำตอบทั้ง 2 วิธีมีจุดเด่นในการแก้ปัญหาที่กล่าวมา โดยมุ่งหมายให้ระยะเวลางานเสร็จ (Make Span) มีค่าที่น้อยที่สุด จากการทดลองพบว่า การผสมทั้ง 2 วิธีทำให้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลเพิ่มมากขึ้นในการค้นหาคำตอบจากการทดลอง

Mauricio และคณะ (2008) ได้ทำการประยุกต์วิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการค้นหาโดยการเพิ่มกลยุทธ์ของความลาดเอียง โดยใช้วิธีการสร้างสมการกำลังสอง (Second Order Algorithm) และสมการความลาดเอียง (Skew Function) ในโครงสร้างของการสลับที่ (Shaking) เพื่อแก้ปัญหาการหาค่าที่น้อยที่สุดของปัญหา (Degree Constrained Minimum Spanning Tree Problem) นอกจากนั้นวิธีสำรวจตัวแปรข้างเคียงยังได้นำไปใช้ในการค้นหาจุดต่าง ๆ ในกราฟเพื่อระบุจุดต่าง ๆ