



ใบรับรองวิทยานิพนธ์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

ปริญญา

วิศวกรรมเครื่องกล

วิศวกรรมเครื่องกล

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การศึกษาการกระชกของของเหลวหนืดที่ความเร็วต่ำภายในภาชนะบรรจุด้วยวิธี  
ไฟไนต์เอลิเมนต์

A Study of Low Speed Sloshing of Viscous Liquid in a Container using  
Finite Element Method

นามผู้วิจัย นายนพดล ชัยมนัสกุล

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์ธีรพงศ์ พุทธาพิทักษ์ผล, Ph.D. )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

( รองศาสตราจารย์วราภรณ์รัตน์ จันทสาโร, Ph.D. )

หัวหน้าภาควิชา

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประพจน์ ขุนทอง, Ph.D. )

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

( รองศาสตราจารย์กัญญา ธีระกุล, D.Agr. )

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

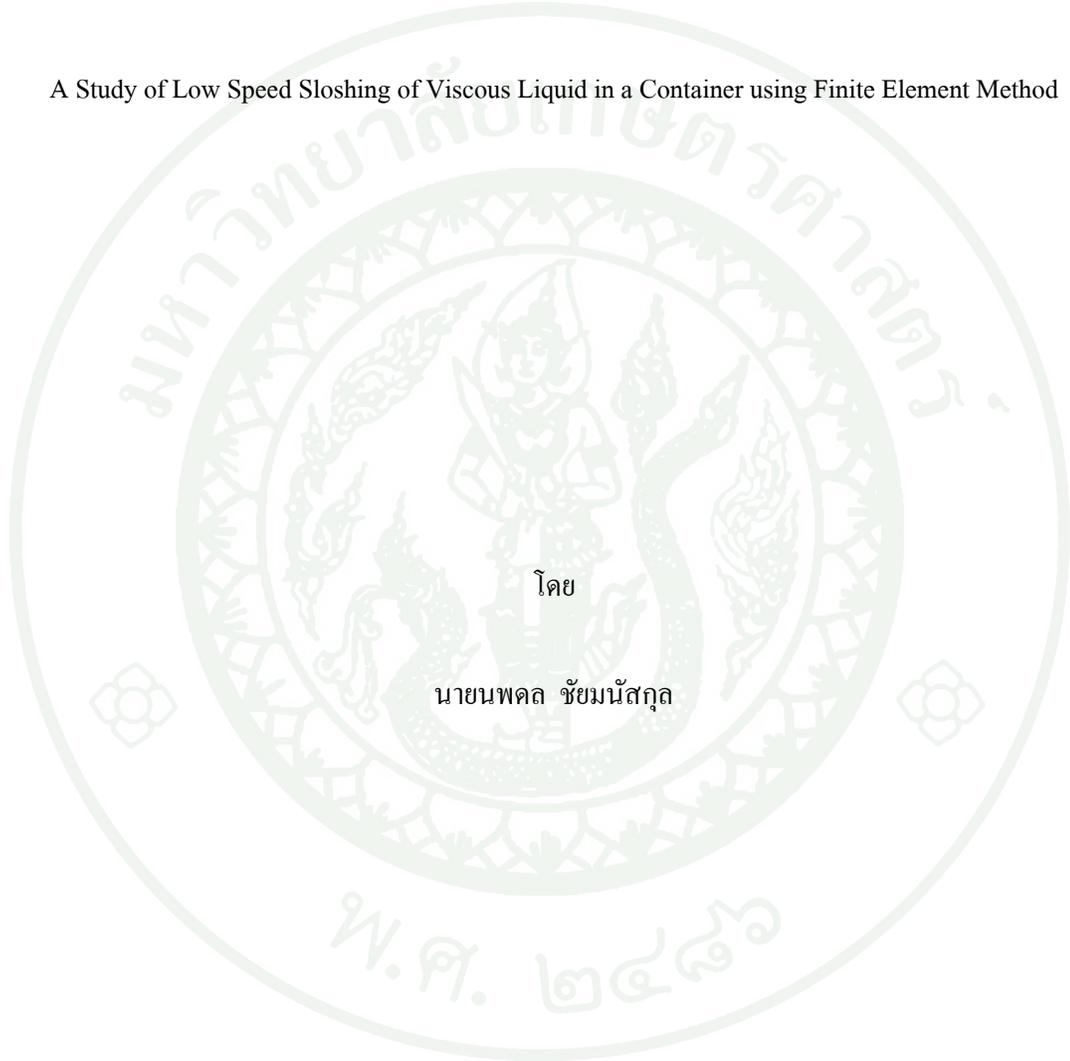
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาการกระลอกของของเหลวหนืดที่ความเร็วต่ำภายในภาชนะบรรจุด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

A Study of Low Speed Sloshing of Viscous Liquid in a Container using Finite Element Method



โดย

นายพนพล ชัยมนัสกุล

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

พ.ศ. 2557

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

นพดล ชัยมนัสกุล 2557: การศึกษาการกระลอกของของเหลวหนืดที่ความเร็วต่ำภายใน  
ภาชนะบรรจุด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
(วิศวกรรมเครื่องกล) สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ธีรพงศ์ พุทธาพิทักษ์ผล, Ph.D.  
107 หน้า

การเบรคอย่างกะทันหันของยานพาหนะขนส่งของเหลวทำให้ของเหลวเกิดการ  
กระลอกอย่างรุนแรงภายในภาชนะบรรจุ บริเวณที่เกิดการกระลอกนั้นของเหลวจะมีค่าความดัน  
สูงมากกว่าปกติ ซึ่งส่งผลให้ยานพาหนะประสบอุบัติเหตุหรือเกิดความเสียหายต่อโครงสร้างของ  
ภาชนะบรรจุ นักวิจัยจำนวนมากให้ความสนใจและได้ทำการศึกษาลักษณะการไหลของเหลว  
ขณะเกิดการกระลอกโดยใช้วิธีการวิเคราะห์แบบปฏิสัมพันธ์ระหว่างของไหลกับโครงสร้าง  
(FSI) ในโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ (FEM) งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาต่อออกจากวุฒิปริญญา (2555)  
โดยศึกษาความแตกต่างระหว่างการจำลองการไหลแบบไม่มีความหนืด (inviscid flow) กับการ  
ไหลแบบมีความหนืด (viscous flow) ของปัญหาการกระลอกโดยการใช้โปรแกรม MSC.Patran  
และ Dytran รุ่น 2005 แบบจำลองภาชนะบรรจุของเหลวแบ่งออกเป็น ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนัง  
กั้นกันการกระลอก และภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกันการกระลอก ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ  
80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม งานวิจัยทำการศึกษา ค่าความดันของคลื่นน้ำ ผิวหน้าคลื่นน้ำ และ  
การกระจายตัวของความเค้นในภาชนะบรรจุ

เมื่อเปรียบเทียบการกำหนดการไหลแบบไม่มีความหนืดกับแบบมีความหนืด ที่ระดับน้ำ  
เท่ากัน พบว่า มีความคล้ายคลึงกันของ ลักษณะผิวหน้าคลื่นน้ำขณะเกิดการกระลอก ค่าความสูง  
ของผิวน้ำ และช่วงเวลาในการเกิดค่าความเค้นวอนนิสสูงสุด แต่การไหลแบบไม่มีความหนืดมีค่า  
ความเค้นวอนนิสสูงสุดบนภาชนะบรรจุสูงกว่ากรณีการไหลแบบมีความหนืด กรณีที่ระดับน้ำ  
40% เกิดการแกว่งของค่าความดันน้ำมาก ทำให้ไม่สามารถระบุค่าความดันสูงสุดได้ การเพิ่มผนัง  
กั้นกันการกระลอกสามารถลดค่าความดันของคลื่นน้ำ ความสูงของผิวน้ำ และค่าความเค้นวอนนิ  
สสูงสุดบนภาชนะบรรจุ ที่ระดับน้ำ 60%, 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

Noppadol Chaimanatsakun 2014: A Study of Low Speed Sloshing of Viscous Liquid in a Container using Finite Element Method. Master of Engineering (Mechanical Engineering), Major Field: Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering. Thesis Advisor: Assistant Professor Tumrong Puttapitukporn, Ph.D. 107 pages.

Severe liquid sloshing inside partially filled liquid containers during suddenly stopped can generate enormous pressure waves which can lead to vehicle accidents or damage to the container structure. Many researchers have focused on the study of flow characteristics during sloshing period using the fluid–structure interaction algorithm implemented into the finite element method. This research was an extension of the study of Apinyamano et al. (2012) to distinct the inviscid–flow models from the viscous–flow models in the simulation of liquid sloshing using the MSC Patran and Dytran programs version 2005. The water–container models consisted of the container without the water baffle and the container with the water baffle. The water–filling capacities were 40%, 60% and 80%. This research focused on to analyze pressure wave, the surface wave, and stresses distribution on the container.

When comparing the inviscid–flow models to the viscous–flow models at the same water–filling capacity, we found the comparable results in the surface waves, the maximum wave height, and duration of occurrence of the peak von mises stress. Nonetheless, the inviscid–flow models had higher von mises stress on the container surfaces than the viscous–flow models. However, at 40% water–filling capacity, water pressure had highly oscillated so that the peak water pressure could not be identified. The water baffle could decrease the water pressure, the height of the surface wave, and the von mises stress on the container surfaces especially at 60% and 80% water–filling capacities.

---

Student's signature

---

Thesis Advisor's signature

## กิตติกรรมประกาศ

ในการจัดทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.ธำรงค์ พุทธาพิทักษ์ผล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และ รศ.ดร.วราภรณ์ จันทสาโร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำในการค้นคว้าวิจัย ตลอดจนการตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์ และกราบขอบพระคุณอาจารย์ผู้แทนบัณฑิตวิทยาลัย ที่ได้ให้ความกรุณาตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน ที่ได้มอบวิชาความรู้อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการนำไปใช้ประโยชน์ต่อไป

ขอขอบคุณ คุณพ่อธีระศักดิ์ คุณแม่สุรีพร ชัยมนัสกุล น้องชาย ที่คอยให้ความช่วยเหลือให้กำลังใจและสนับสนุนการการทำวิทยานิพนธ์นี้จนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

นอกจากนี้ข้าพเจ้าขอขอบคุณทุกท่านที่เกี่ยวข้อง ที่ให้ความกรุณาช่วยเหลือจนสามารถทำให้งานสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

นพดล ชัยมนัสกุล

พฤศจิกายน 2557

## สารบัญ

หน้า

สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(2)
สารบัญภาพ	(3)
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	(7)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	3
การตรวจเอกสาร	4
อุปกรณ์และวิธีการ	34
อุปกรณ์	34
วิธีการ	34
ผลและวิจารณ์	44
สรุป	74
ข้อเสนอแนะ	75
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	76
ภาคผนวก	79
ภาคผนวก ก ตัวอย่างคำสั่งภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) เพื่อใช้กรณีของแบบจำลอง FEM ของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก และกำหนดการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืด (Inviscid flow)	80
ภาคผนวก ข ตัวอย่างคำสั่งภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) เพื่อใช้กรณีของแบบจำลอง FEM ของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก และกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (Viscous flow)	85
ภาคผนวก ค ตัวอย่างคำสั่งภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) เพื่อใช้กรณีของแบบจำลอง FEM ของภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกั้นการกระลอก และกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (Viscous flow)	90
ภาคผนวก ง ขั้นตอนการกรองข้อมูลโดยใช้ซอฟต์แวร์ MATLAB	98
ภาคผนวก จ ชุดคำสั่งการกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB	105
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	107

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงการเปรียบเทียบค่าความดันสูงสุดของแบบจำลองกรณีศึกษา 4 – 6 เมื่อถูกกำหนดค่า BULK <sub>L</sub> = 0.05, 0.1 และ 0.2 และเปรียบเทียบกับกรณีทดสอบ	56
2	เปรียบเทียบลักษณะหน้าคลื่นของการกระลอกของน้ำภายในภาชนะที่ระดับน้ำ 40% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	64
3	เปรียบเทียบลักษณะหน้าคลื่นของการกระลอกของน้ำภายในภาชนะที่ระดับน้ำ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	65
4	เปรียบเทียบลักษณะหน้าคลื่นของการกระลอกของน้ำภายในภาชนะที่ระดับน้ำ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	66
5	ผลการเปรียบเทียบความสูงของผิวหน้าคลื่นที่ผนังด้านหน้าของภาชนะที่ระดับน้ำ 40% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	67
6	ผลการเปรียบเทียบความสูงของผิวหน้าคลื่นที่ผนังด้านหน้าของภาชนะที่ระดับน้ำ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	68
7	ผลการเปรียบเทียบความสูงของผิวหน้าคลื่นที่ผนังด้านหน้าของภาชนะที่ระดับน้ำ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	69
8	เปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณของซอฟต์แวร์ MSC.Dytran	73

## สารบัญญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของของเหลวโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ	4
2	ผลการบันทึกภาพจากการทดลอง	4
3	กราฟแสดงความสูงของผิวหน้าคลื่นกับเวลาและเปรียบเทียบระหว่างของเหลวแบบมีความหนืดและไม่มีความหนืด	5
4	แสดงภาพการกระลอกที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับ โปรแกรม Fluent	6
5	ตัวอย่างค่าความดันในของเหลวและค่าความเค้นบนถังที่ได้จากแบบจำลอง	6
6	ตัวอย่างการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ด้วย CFD กับการทดสอบ	7
7	การกระจายตัวของความเค้นวอนมิสที่ผนังของถังทดสอบแบบไม่มีและมีผนังกั้นกั้นการ กระลอก	8
8	ปฏิสัมพันธ์ระหว่างภาชนะบรรจุกับของเหลว บนพิกัดอ้างอิง X, Y, Z (fixed coordinates) และพิกัดอ้างอิงเคลื่อนที่ x, y, z (moving coordinates)	18
9	แสดงขอบเขตของความเค้นครากตามทฤษฎี Von Mises	22
10	การแบ่งชิ้นงานออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย	24
11	แบบจำลอง FEM ของตัวภาชนะบรรจุและฝาปิด	37
12	แบบจำลอง FEM ของตัวภาชนะบรรจุ ฝาปิด แผ่นกั้นกั้นการกระลอกและรูเจาะ	38
13	แบบจำลอง FEM ของของไหลที่ล้อมรอบแบบจำลอง FEM ของภาชนะบรรจุที่ระดับน้ำ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	39
14	แบบจำลอง FEM (ก) ภาชนะบรรจุส่วนหลัง (ข) ขอบเขตของไหลส่วนหลัง (ค) CLE ส่วนหลัง	40
15	แบบจำลอง FEM (ก) ภาชนะบรรจุส่วนหน้า (ข) ขอบเขตของไหลส่วนหน้า (ค) CLE ส่วนหน้า	40
16	แบบจำลอง FEM ของ CLE รวมทั้งส่วนหน้าและส่วนหลังของภาชนะบรรจุที่ระดับ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	41
17	กราฟความเร็วกับเวลาในการเคลื่อนที่ของภาชนะบรรจุในแบบจำลอง FEM	41
18	แผนผังการสร้างแบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก	42
19	แผนผังการสร้างแบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกั้นการกระลอก	43

## สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
20	แบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก	44
21	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 1 – 3)	46
22	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 4 – 6)	47
23	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULKL = 0.05 (กรณีศึกษา 4 – 6)	48
24	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULKL = 0.1 (กรณีศึกษา 4 – 6)	49
25	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULKL = 0.2 (กรณีศึกษา 4 – 6)	50
26	กระบวนการกรองข้อมูลของกรณีศึกษาที่ 6 (ระดับน้ำ 80%) (ก) กราฟความดันกับเวลา (ข) กราฟแอมพลิจูดสเปกตรัมกับความถี่ซึ่งได้จากชุดคำสั่ง FFT (ค) เปรียบเทียบการกรองข้อมูลโดยใช้ชุดคำสั่ง Low-pass filter ที่ความถี่ Cut-off เท่ากับ 0.005 Hz (เส้นทึบสีแดง) และที่ความถี่ Cut-off 1 Hz (เส้นประสีเขียว) (ง) กราฟที่ถูกกรองข้อมูลโดยใช้ชุดคำสั่ง Low-pass filter ที่ความถี่ Cut-off เท่ากับ 1 Hz (เส้นทึบสีเขียว)	51
27	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULKL = 0.05 (กรณีศึกษา 4 – 6)	52
28	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULKL = 0.1 (กรณีศึกษา 4 – 6)	53

## สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
29	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันกั้นการกระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULKL = 0.2 (กรณีศึกษา 4 – 6)	54
30	กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบมีผนังกันกั้นการกระลอก (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULKL = 0.1 (กรณีศึกษา 7 – 9)	55
31	กราฟความเค้นวอนมิสที่จุดตรวจสอบกับเวลาของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันกั้นการกระลอก กรณีกำหนดการไหลแบบไม่มีความหนืด (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 1 – 3)	58
32	กราฟความเค้นวอนมิสที่จุดตรวจสอบกับเวลาของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันกั้นการกระลอก กรณีกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 4 – 6)	59
33	กราฟความเค้นวอนมิสที่จุดตรวจสอบกับเวลาของภาชนะบรรจุแบบมีผนังกันกั้นการกระลอก กรณีกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 7 – 9)	60
34	เปรียบเทียบความเค้นวอนมิสที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุกรณีต่างๆ (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม	61
35	กราฟความเร็วกับเวลาของโหนดที่ผิวด้านล่างของภาชนะบรรจุซึ่งถูกกำหนดความเร็วโดยเงื่อนไขขอบเขต (ก) ช่วงเวลา 0 – 500 msec (ข) ช่วงเวลา 0 – 15 msec	62
36	ตำแหน่งการวัดความสูงของผิวหน้าคลื่นน้ำที่ติดกับผนังด้านหน้าของภาชนะ (ก) ลักษณะผิวน้ำที่ได้จากการทดสอบ (ข) ลักษณะผิวน้ำที่ได้จากแบบจำลอง	70
37	การกระจายตัวของความเค้นวอนมิสบนผนังภาชนะของกรณีศึกษา 1 – 9 ที่เวลา 0.25 sec (ก), (ข) และ (ค) ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันและการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืด (ง), (จ) และ (ฉ) ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันและการไหลเป็นแบบมีความหนืด (ช), (ซ) และ (ฅ) ภาชนะบรรจุแบบมีผนังกันและการไหลเป็นแบบมีความหนืด	71

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
38	กราฟเปรียบเทียบค่าความเค้นวอนมิสสูงสุดบนผนังภาชนะกับเวลาของ กรณีศึกษา 1 – 9	72
ภาพผนวกที่		
ง1	ขั้นตอนการนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB	99
ง2	ขั้นตอนการนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)	100
ง3	ขั้นตอนการนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)	100
ง4	ขั้นตอนการนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)	101
ง5	การเขียนชุดคำสั่งเพื่อกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB	102
ง6	กราฟที่ได้จากการชุดคำสั่งกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)	103
ง7	กราฟที่ได้จากการชุดคำสั่งกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)	104

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

MSC	=	Macneal-Schwendler Corporation
	=	อนุพันธ์ย่อย
$u$	=	ความเร็วในทิศทางแกน $x$
$v$	=	ความเร็วในทิศทางแกน $y$
$w$	=	ความเร็วในทิศทางแกน $z$
$p$	=	ความดัน (pressure)
$t$	=	เวลา
$\vec{V}$	=	เวกเตอร์ของความเร็ว
$\vec{F}$	=	เวกเตอร์ของแรง
$\rho$	=	ความหนาแน่น
$\mu$	=	ความหนืดพลศาสตร์ของไหล (dynamic viscosity)
$\sigma_1$	=	ค่าความเค้นในแนวแกน $x$
$\sigma_2$	=	ค่าความเค้นในแนวแกน $y$
$\sigma_3$	=	ค่าความเค้นในแนวแกน $z$
$\sigma_{VonMises}$	=	ค่าความเค้นวอนมิส (Von Mises stress)
$\tau_{xy}$	=	ความเค้นเฉือนบนระนาบ $xy$
$\tau_{yz}$	=	ความเค้นเฉือนบนระนาบ $yz$
$\tau_{xz}$	=	ความเค้นเฉือนบนระนาบ $xz$
$E$	=	ค่ามอดูลัสของยัง (young's modulus of elasticity)
$\nu$	=	ค่าอัตราส่วนปัวซอง (poisson's ratio)
$[K]$	=	เมทริกซ์ของความแข็งเกร็ง (stiffness matrix)
$[M]$	=	เมทริกซ์มวล (mass matrix)
$[C]$	=	เมทริกซ์ความหน่วง (damping matrix)

# การศึกษาการกระลอกของของเหลวหนืดที่ความเร็วต่ำภายในภาชนะบรรจุด้วยวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์

## A Study of Low Speed Sloshing of Viscous Liquid in a Container using Finite Element Method

### คำนำ

การกระลอก (Sloshing) ของของเหลว เกิดจากแรงภายนอกที่กระทำกับภาชนะบรรจุทำให้ของเหลวภายในภาชนะบรรจุเกิดการแกว่งตัว ผลกระทบจากการกระลอกของของเหลวเป็นปัญหาอย่างมากในเรื่องการรักษาสมดุลและการควบคุมของยานพาหนะขณะเคลื่อนที่ขนส่งของเหลว เช่น รถบรรทุก รถไฟบรรทุก และเรือบรรทุก เป็นต้น เนื่องจากขณะเกิดการกระลอกความดันของของเหลวในบริเวณที่เกิดการกระลอกจะมีค่าสูงกว่าปกติส่งผลให้เกิดแรงและโมเมนต์กระทำกับผนังภาชนะบรรจุ ถ้าแรงและโมเมนต์นี้มีค่ามากเกินไปก็จะทำให้ยานพาหนะเสียสมดุล หรือความดันของของเหลวที่สูงขึ้นขณะเกิดการกระลอกอาจจะทำให้เกิดความเค้นบนผนังภาชนะบรรจุสูงจนทำให้ความเสียหายต่อโครงสร้างภาชนะบรรจุได้ เช่น ในกรณีการเบรกอย่างกะทันหันของยานพาหนะขนส่งของเหลว ดังนั้นการพัฒนากำลองพฤติกรรมกระลอกและการหาวิธีเพื่อลดผลกระทบจากการกระลอกของของเหลวเป็นสิ่งที่จะต้องทำเป็นอย่างมาก ปัจจุบันได้มีวิธีการวิเคราะห์ปัญหาทางด้านปฏิสัมพันธ์ระหว่างของไหลกับโครงสร้าง (Fluid-Structure Interaction, FSI) เพื่อหาผลกระทบของของเหลวที่ทำให้เกิดความเค้นในโครงสร้างขณะโครงสร้างได้รับการกระลอกของของเหลว ซึ่งมีอยู่ในโปรแกรมทางระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method, FEM) เพื่อนำมาช่วยในการประหยัดเวลาและลดค่าใช้จ่ายในการทดสอบ แต่ยังคงต้องมีการเปรียบเทียบผลจากการคำนวณกับการทดสอบ เพื่อยืนยันความแม่นยำของผลจากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

การศึกษาผลกระทบจากการกระลอกของของเหลวภายในภาชนะบรรจุที่มีต่อความแข็งแรงของโครงสร้าง ได้ถูกทำการศึกษาก่อนหน้านี้โดย วุฒิพงษ์ (2555) ซึ่งการกระลอกของของเหลวถูกกำหนดการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืด (Inviscid flow) แบบจำลองการกระลอกถูกสร้างด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยซอฟต์แวร์ MSC.Dytran ด้วยวิธี General Coupling เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาทางด้าน FSI งานวิจัยนี้จะทำการศึกษาต่อเนื่องโดยการกระลอกของ

ของเหลวจะถูกกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (Viscous flow) เนื่องจากการไหลของการ  
กระจกมีความเร็วต่ำ การไหลแบบมีความหนืดจึงจำเป็นที่จะต้องถูกศึกษาเพิ่มเติมเพราะค่าความ  
หนืดอาจเป็นตัวแปรสำคัญที่จะทำให้พฤติกรรมการกระจกและค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนภาชนะ  
บรรจุเกิดความแตกต่างออกไปจากกรณีกำหนดการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืด



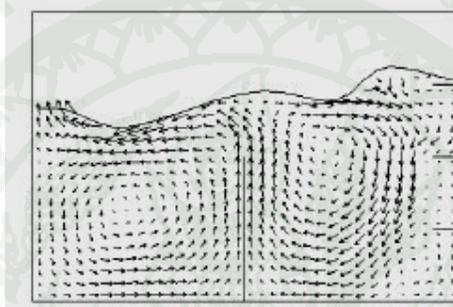
## วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบพฤติกรรมการกระลอกของของเหลวแบบมีความหนืดกับของเหลวแบบไม่มี ความหนืด
2. เพื่อศึกษาการกระจายตัวของความเค้นในโครงสร้างภาชนะบรรจุขณะเกิดการกระลอกของของเหลวหนืดด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



## การตรวจเอกสาร

Kim (2001) ศึกษาการสร้างแบบจำลองการกระลอกของของเหลวด้วยระเบียบวิธี Finite Difference Method (FDM) และใช้สมการนาเวียร์-สโตกส์คำนวณพฤติกรรมการไหลของปัญหาแบบจำลองถูกทำทั้งในแบบสองมิติและสามมิติ ผลของความดันและความสูงของคลื่นถูกเปรียบเทียบความแม่นยำกับการทดสอบทั้งแบบมีแผ่นกั้นกระลอกและไม่มีแผ่นกั้นกระลอก ตัวอย่างการเคลื่อนที่ของของเหลวในแบบจำลองและการทดสอบแสดงในภาพที่ 1 และ 2



ภาพที่ 1 แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของของเหลวโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ

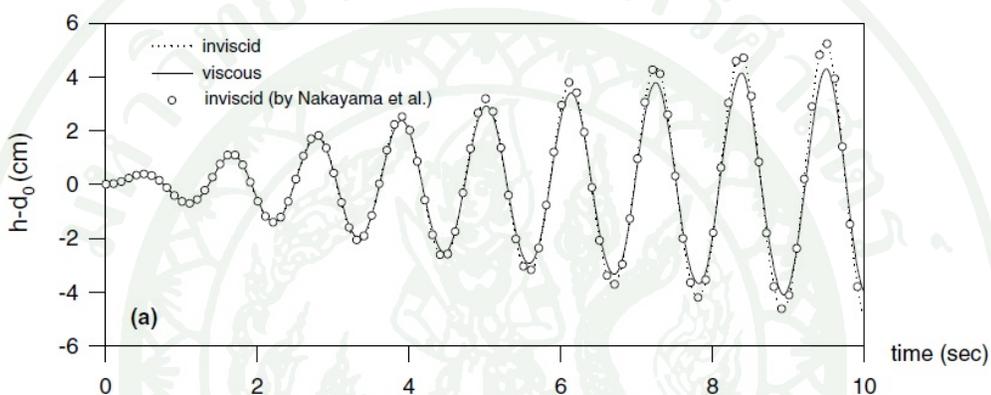
ที่มา: Kim (2001)



ภาพที่ 2 ผลการบันทึกภาพจากการทดลอง

ที่มา: Kim (2001)

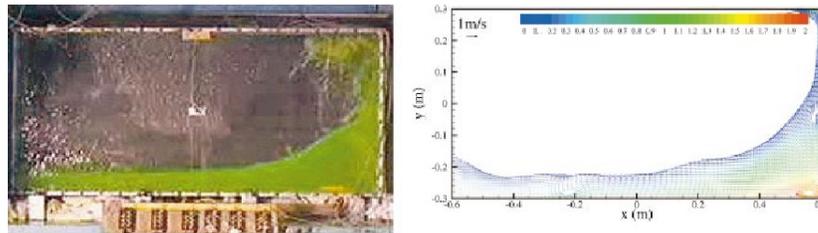
Chen and Nokes (2005) ศึกษาการสร้างแบบจำลองโดยระเบียบวิธี Finite Difference Method (FDM) แบบขึ้นกับเวลา ในการวิเคราะห์พฤติกรรมการระลอกของของเหลวที่มีความหนืดในภาชนะบรรจุเคลื่อนที่ในแกนนอนและเชิงมุมแบบสองมิติ โดยใช้สมการนาเวียร์-สโตกส์ คำนวณแบบจำลอง ผู้วิจัยอธิบายว่าในสภาวะชั่วขณะจะเกิดคลื่นสูงสุดและมีขนาดใหญ่กว่าสภาวะคงตัว ปรากฏการณ์การเกิดคลื่นสูงสุดนี้จะเกิดขึ้นเมื่อกระตุ้นให้ภาชนะบรรจุมีความถี่เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติ ค่าความถี่และค่าเรย์โนลด์มีผลต่อการศึกษา ผลกระทบของของเหลวหนืดมีส่วนสำคัญต่อความสูงของคลื่นคือทำให้ความสูงคลื่นลดลง ดังแสดงในภาพที่ 3



ภาพที่ 3 กราฟแสดงความสูงของผิวน้ำคลื่นกับเวลาและเปรียบเทียบระหว่างของเหลวแบบมีความหนืดและไม่มีความหนืด

ที่มา: Chen and Nokes (2005)

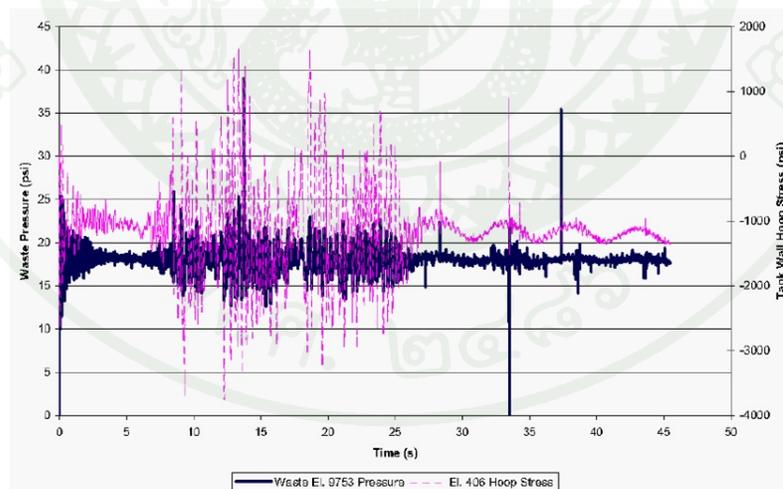
Rhee (2005) ศึกษาพฤติกรรมการระลอกของของเหลวในภาชนะบรรจุเคลื่อนที่โดยใช้ซอฟต์แวร์ Fluent โดยการสร้างกริดแบบไม่มีโครงสร้างแน่นอน (Unstructured Grid) และคำนวณการไหลด้วยวิธี Reynolds-Averaged Navier-Stoke Method (RANS) เนื่องจากระดับของเหลวที่พิจารณาในงานวิจัยมีระดับต่ำการระลอกของของเหลวจะรุนแรงทำให้เกิดการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulence flow) โดยผู้วิจัยนำผลของความดันและความสูงของคลื่นมาเปรียบเทียบความแม่นยำกับผลการทดสอบ ดังแสดงในภาพที่ 4



ภาพที่ 4 แสดงภาพการกระลอกที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับโปรแกรม Fluent

ที่มา: Rhee (2005)

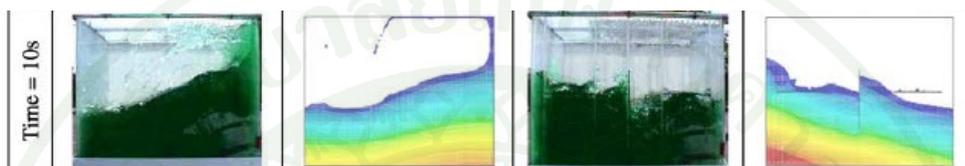
Rinker and Abatt (2006) ทำการศึกษาผลกระทบของการกระลอกของของเหลวที่มีต่อถังเก็บน้ำเสียภายใต้แรงสั่นสะเทือน แบบจำลองคำนวณ โดยใช้ซอฟต์แวร์ MSC.Dytran และใช้วิธีวิเคราะห์แบบปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้าง (Fluid-Structure Interaction, FSI) ค่าความดันและความสูงของผิวน้ำคลื่น ได้ถูกนำมาเปรียบเทียบความแม่นยำกับผลการคำนวณทางทฤษฎี และค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนถังจะถูกคำนวณจากซอฟต์แวร์ด้วยวิธี General Coupling Method ตัวอย่างค่าความดันในของเหลวและค่าความเค้นบนถังแสดงในภาพที่ 5



ภาพที่ 5 ตัวอย่างค่าความดันในของเหลวและค่าความเค้นบนถังที่ได้จากแบบจำลอง

ที่มา: Rinker and Abatt (2006)

Craig and Kingsley (2007) ศึกษาวิธีการต่างๆ ในการออกแบบและการเพิ่มประสิทธิภาพการออกแบบภาชนะบรรจุของเหลวที่รับภาระแรงจากการกระลอกของของเหลว เทคนิคการทดลองถูกใช้ในการศึกษาการกระลอกของของเหลวที่เกิดขึ้นจริง และนำมาเปรียบเทียบกับการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล โดยใช้ Computational Fluid Dynamics (CFD) ในการจำลองและวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งจะนำผลความดันและผลลักษณะผิวหน้าคลื่นน้ำมาเปรียบเทียบกับการทดสอบเพื่อตรวจสอบความแม่นยำ ตัวอย่างในการเปรียบเทียบผลแสดงในภาพที่ 6



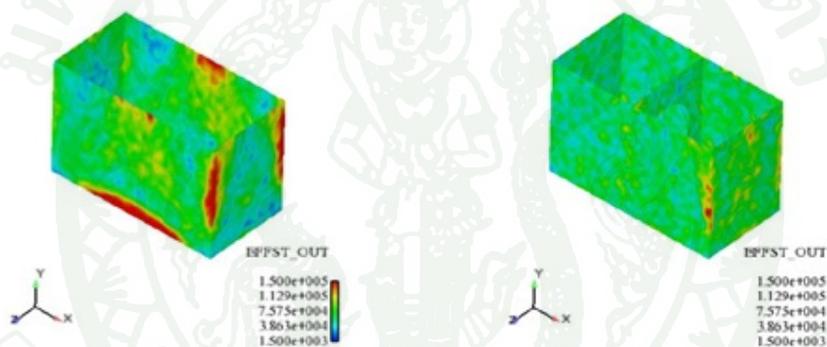
ภาพที่ 6 ตัวอย่างการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ด้วย CFD กับการทดสอบ

ที่มา: Craig and Kingsley (2007)

ชาคริต (2552) ได้ศึกษา การสร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์สำหรับการทดสอบปล่อยตกขวดพลาสติกที่บรรจุน้ำโดยใช้ระเบียบวิธี Finite Element Method (FEM) โดยใช้วิธีวิเคราะห์แบบปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้าง (FSI) ซึ่งมีการเปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้จากแบบจำลอง FEM 3 แบบ คือ Lagrangian, Coupling Lagrangian Eulerian , ALE ในซอฟต์แวร์ MSC.Dytran ซึ่งแบบจำลองที่เหมาะสมกับปัญหาของโครงสร้างที่มีความซับซ้อนสูง ทำการสร้างแบบจำลอง FEM ได้ง่ายและมีความแม่นยำสูง คือแบบ Coupling Lagrangian Eulerian หรือ Eulerian แต่มีข้อเสียที่ใช้เวลาในการประมวลผลนาน

Lee *et al.* (2012) ได้ศึกษาผลกระทบของคลื่นน้ำในมหาสมุทรที่กระทำต่อกำแพงกันคลื่นบนเรือเดินสมุทร โดยใช้วิธีวิเคราะห์แบบปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้าง (FSI) ที่มีอยู่ในซอฟต์แวร์ MSC.Dytran แบบจำลองจะถูกจำลองและคำนวณ โดยวิธี ALE และวิเคราะห์ผลจากการกระจายตัวของความดันของคลื่นบนกำแพงร่วมกับการกระจายตัวของความเค้นวอนมิสบนกำแพงกันคลื่น

วุฒิพงษ์ (2555) ทำการศึกษาผลกระทบจากการกระลอกของของเหลวภายในถังบรรจุที่มีต่อความแข็งแรงของโครงสร้างถัง ใช้วิธีการวิเคราะห์แบบปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้าง (FSI) โดยการสร้างแบบจำลอง FEM ในซอฟต์แวร์ MSC.Patran และคำนวณผลในซอฟต์แวร์ MSC.dytran แบบจำลองจะถูกจำลองและคำนวณ โดยวิธี General Coupling Method เพื่อศึกษาความเค้นที่เกิดขึ้นกับถังบรรจุขณะได้รับแรงดันที่เกิดขึ้นจากการกระลอกของของเหลว ความแม่นยำของผลได้นนำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากเครื่องทดสอบการกระลอก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าลักษณะผิวหน้าคลื่นของของเหลวที่ได้สัมพันธ์กันกับผลการทดสอบและมีความแม่นยำสูงทั้งสองกรณี คือทั้งกรณีถังทดสอบแบบไม่มีแผ่นกั้นกั้นกระลอกและกรณีมีแผ่นกั้นกั้นกระลอก แผ่นกั้นกั้นกระลอกจะช่วยลดความสูงของหน้าคลื่นและส่งผลให้ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนภาชนะบรรจุลดลงด้วย ดังแสดงในภาพที่ 7



ภาพที่ 7 การกระจายตัวของความเค้นวอนมิสที่ผนังของถังทดสอบแบบไม่มีและมีผนังกั้นกั้นการกระลอก

ที่มา: วุฒิพงษ์ (2555)

## 1. วิธีการวิเคราะห์แบบ Fluid-Structure Interaction (FSI)

การจำลองกระบวนการต่างๆในงานวิศวกรรม มักจะต้องแก้ปัญหาระหว่างปัญหาทางกายภาพที่แตกต่างกันควบคู่กัน ดังเช่นในงานวิจัยนี้จะศึกษาพฤติกรรมการกระดกของของเหลวในภาชนะบรรจุ ซึ่งจะต้องแก้ปัญหาเพื่อหาผลกระทบของการกระดกของของเหลวที่ทำให้ภาชนะบรรจุเกิดการเสีกรูป ดังนั้นวิธีการวิเคราะห์ที่ถูกนำมาใช้แก้ปัญหาของเหลวและของแข็งควบคู่กัน จึงต้องใช้วิธีการวิเคราะห์แบบปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้าง (Fluid-Structure Interaction, FSI)

กลไกของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้าง (FSI) จะเกิดขึ้นบนพื้นผิวระหว่างของเหลวและของแข็งสัมผัสกัน (Interface Surface) เท่านั้น โดยขณะที่ของเหลวเกิดความดันและความเค้นเฉือน ทำให้เกิดแรงกระทำบนขอบเขตของโครงสร้างส่งผลให้โครงสร้างเกิดความเครียดและเสีกรูป เมื่อโครงสร้างเสีกรูปโดเมนของของเหลวที่พิจารณาบริเวณผิวสัมผัสจะเกิดการเปลี่ยนแปลงจึงทำให้ทิศทางการไหลของของเหลวเปลี่ยนแปลงด้วย กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ค่าขอบเขตการไหลของของเหลวขึ้นอยู่กับการเสีกรูปของโครงสร้าง และการเสีกรูปของโครงสร้างขึ้นอยู่กับแรงของของเหลวที่มากระทำบน Interface Surface การแก้ปัญหาปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้างทั่วไปมักจะซับซ้อนเกินไปจึงต้องมีการวิเคราะห์โดยการทำการทดลองและนำผลมาเปรียบเทียบกับแบบจำลองเชิงตัวเลขเพื่อความถูกต้องและเป็นที่ยอมรับของแบบจำลองงานวิจัยในสาขาพลศาสตร์ของไหล โดยการวิเคราะห์ผลด้วยคอมพิวเตอร์และสาขาพลศาสตร์ของโครงสร้าง โดยการวิเคราะห์ผลด้วยคอมพิวเตอร์ยังคงมีอยู่อย่างต่อเนื่อง

ดังนั้นองค์ความรู้หรือทฤษฎีที่จำเป็นที่จะต้องศึกษาประกอบไปกับการทำการจำลองเกี่ยวกับปัญหาทางด้าน FSI คือ พลศาสตร์ของไหล (Fluid Dynamics), ทฤษฎีของความยืดหยุ่น (Theory of Elasticity), การเสีกรูปยืดหยุ่นของภาชนะบรรจุของเหลว (Elastic Deformation of a Liquid Container), ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (Finite Volume Methods), ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Methods), การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการวิเคราะห์งานวิศวกรรมในปัญหาทางด้าน FSI เป็นต้น

## 2. พลศาสตร์ของไหล (Fluid Dynamics)

การศึกษาพฤติกรรมของไหลของของไหล จะจำกัดขอบเขตของการศึกษาด้วยปริมาตรของของไหลเล็กๆ (Control volume) ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการใช้วิเคราะห์นั้น ประดิษฐ์ขึ้นจากความจริงที่ว่า มวลนั้นไม่มีการสูญหาย การใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน และพลังงานนั้นไม่สูญหาย ทำให้เกิดสมการอนุพันธ์ย่อยในพิกัดระนาบสามมิติ  $(x,y,z)$  ประกอบด้วย สมการอนุรักษ์มวล (Conservative of Mass equation) สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservative of Momentum equation) และสมการอนุรักษ์พลังงาน (Conservative of Energy equation) ตามลำดับ ซึ่งมีแสดงใน Ohtmer (1995), Warsi (1999) และ Lomax et al. (2001) เขียนในรูปแบบเพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจได้ สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes equation) สำหรับการไหลแบบ viscid flow และสมการออยเลอร์ (Euler equation) สำหรับการไหลแบบ inviscid flow เมื่อตัดพจน์ของความเค้นเฉือน และอุณหภูมิ

### 2.1 สมการอนุรักษ์มวล (Conservative of Mass equation)

สมการอนุรักษ์มวล เกิดจากการนำเอากฎของการอนุรักษ์มวลมาใช้ โดยนำมาเขียนให้อยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ กฎของการอนุรักษ์มวลมีความหมายดังนี้ สำหรับปริมาตรควบคุมใดๆ อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลของของไหลมีค่าเท่ากับศูนย์

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (1)$$

โดยที่  $m$  คือ มวลของของไหล และ  $t$  คือ เวลา

สมการภาวะต่อเนื่อง ที่เขียนอยู่ในรูปของพิกัดคาร์ทีเซียนนั้นคือ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

โดยที่  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล (density of fluid)

$u, v, w$  คือ ความเร็ว (velocity) ของการไหลตามแนวแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ

## 2.2 สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservative of Momentum equation)

สมการโมเมนตัม เกิดขึ้นจากการนำเอากฎของการอนุรักษ์โมเมนตัม หรือกฎข้อที่สองของนิวตันมาใช้ โดยนำมาเขียนให้อยู่ในรูปสมการคณิตศาสตร์ ซึ่งมีใจความสำคัญดังนี้ อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมของของไหลมีค่าเท่ากับแรงลัพธ์จากภายนอกที่กระทำกับของไหลนั้น

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \sum \vec{F} \quad (3)$$

โดยที่  $\vec{V}$  คือ เวกเตอร์ของความเร็ว หรือสนามความเร็วของการไหล

$\vec{F}$  คือ เวกเตอร์ของแรง หรือสนามแรงที่กระทำต่อของไหล

สมการโมเมนตัม ที่เขียนอยู่ในรูปของพิกัดคาร์ทีเซียนนั้นคือ

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho wu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho wv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho ww)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + f_z \quad (6)$$

โดยที่ความเค้นต่างๆ มีนิยามดังนี้

$$\tau_{xx} = \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \quad (7)$$

$$\tau_{yy} = \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \quad (8)$$

$$\tau_{zz} = \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) \quad (9)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (10)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (11)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (12)$$

โดยที่ $p$	คือ ความดัน (pressure)
$f_x, f_y, f_z$	คือ แรงภายนอก (external force)
$\mu$	คือ ความหนืดพลศาสตร์ของของไหล (dynamic viscosity)
$\vec{v}$	คือ เวกเตอร์ของความเร็ว
$\vec{\nabla}$	คือ $\frac{\partial i}{\partial x} + \frac{\partial j}{\partial y} + \frac{\partial k}{\partial z}$

### 2.3 สมการอนุรักษ์พลังงาน (Conservative of Energy equation)

สมการพลังงาน เกิดขึ้นจากการนำเอากฎของกานอนุรักษ์พลังงาน หรือกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์มาใช้ โดยนำมาเขียนให้อยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีใจความสำคัญดังนี้ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานของของไหลมีค่าเท่ากับผลต่างระหว่างอัตราถ่ายเทความร้อนเข้าสู่ของไหลกับกำลังงานที่ได้รับจากของไหล

$$\dot{E}_T = \dot{Q} - \dot{W} \quad (13)$$

โดยที่ $\dot{E}_T$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานรวมของของไหล
$\dot{Q}$	คือ อัตราการถ่ายเทความร้อนเข้าสู่ของไหล
$\dot{W}$	คือ กำลังงานที่ได้รับจากของไหล

โดยนิยาม พลังงานรวมของของไหล ประกอบด้วย พลังงานภายใน พลังงานจลน์และ พลังงานศักย์ แต่โดยปกติแล้ว เมื่อเปรียบเทียบกับพลังงานภายในและพลังงานจลน์ พลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากความแตกต่างของระดับความสูงนั้นมีค่าน้อยมาก ดังนั้น

$$E_T = E + \frac{1}{2}m(u^2 + v^2 + w^2) \quad (14)$$

หรือถ้าคิดต่อหนึ่งหน่วยมวล เราจะได้

$$e_T = e + \frac{1}{2}m(u^2 + v^2 + w^2) \quad (15)$$

อัตราการถ่ายเทความร้อนเข้าสู่ของไหล ประกอบด้วย ความร้อนจากตัวทำความร้อน การนำความร้อน การแผ่รังสีความร้อน อย่างไรก็ตามที่อุณหภูมิไม่สูงมากนัก เมื่อเปรียบเทียบกับปริมาณความร้อนจากแหล่งอื่น การแผ่รังสีความร้อนมักมีค่าน้อยมากและไม่นำมาคิด

กำลังงานที่ได้รับจากการไหลนั้น หาได้จากผลรวมสุทธิของงานที่เกิดขึ้นในหนึ่งหน่วยเวลา เนื่องจาก ความดัน ความเค้น และแรงโน้มถ่วงของโลก

ดังนั้นสมการพลังงาน ที่เขียนอยู่ในรูปของฟังก์ชันที่เขียนคือ

$$\frac{\partial(\rho e_T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e_T u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho e_T v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho e_T w)}{\partial z} \quad (16)$$

$$= \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial(pu)}{\partial x} - \frac{\partial(pv)}{\partial y} - \frac{\partial(pw)}{\partial z}$$

$$+ \frac{\partial(\tau_{xx} u)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} u)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{xz} u)}{\partial z}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial(\tau_{yx}v)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{yy}v)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{yz}v)}{\partial z} \\
& + \frac{\partial(\tau_{zx}w)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{zy}w)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{zz}w)}{\partial z} + \rho g_x u + \rho g_y v + \rho g_z w
\end{aligned}$$

โดยที่  $T$  คือ อุณหภูมิ  
 $k$  คือ สกภาพนำความร้อน (thermal conductivity)  
 $\dot{q}$  คือ อัตราการเกิดความร้อนจากตัวทำความร้อนต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไหล

หากพิจารณาสมการ (2), (4), (5), (6), (16) จะพบว่าสามารถนำมาเขียนให้อยู่ในรูปแบบฟอร์มเดียวกันได้ กล่าวคือ

$$\frac{\partial\{U\}}{\partial t} + \text{div}[R] = 0 \quad (17)$$

และ

$$[R] = [\{F\}, \{G\}, \{H\}] \quad (18)$$

เมื่อ

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_T \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho vu - \tau_{xy} \\ \rho wu - \tau_{xz} \\ (\rho e_T + p - \tau_{xx})u - \tau_{xy}v - \tau_{xz}w - k \frac{\partial T}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

$$\{G\} = \left\{ \begin{array}{l} \rho v \\ \rho uv - \tau_{yx} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho wv - \tau_{yz} \\ (\rho e_T + p - \tau_{yy})v - \tau_{yz}w - \tau_{yx}u - k \frac{\partial T}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (21)$$

$$\{H\} = \left\{ \begin{array}{l} \rho w \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ \rho vw - \tau_{zy} \\ \rho w^2 + p - \tau_{zz} \\ (\rho e_T + p - \tau_{zz})w - \tau_{zx}u - \tau_{zy}v - k \frac{\partial T}{\partial z} \end{array} \right\} \quad (22)$$

จากนั้นหากพิจารณาระบบสมการนาเวียร์-สโตกส์ ทั้งห้าสมการคือสมการ (2), (4), (5), (6), (16) แล้วจะพบว่าสมการเหล่านี้ประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่า (unknown) ถึง 6 ตัว คือ  $\rho, u, v, w, p, e$  หากเป็นของไหลของไหลที่ไม่อัดตัว (incompressible flow) โดยปกติค่า  $\rho$  นั้นเป็นค่าคงที่และทราบค่ามาก่อนแล้ว ดังนั้น จำนวนสมการจึงเท่ากับจำนวนตัวไม่รู้ค่า แต่หากเป็นการไหลของแก๊ส ซึ่งโดยปกติ  $\rho$  จะไม่คงที่และเป็นตัวไม่รู้ค่า โดยเฉพาะหากเป็นการไหลแบบอัดตัวได้ (compressible flow) ดังนั้น จึงจำเป็นต้องหาสมการเพิ่มขึ้นมาอีกสมการหนึ่ง หากแก๊สนั้นเป็นแก๊สสมบูรณ์ (perfect gas) สมการที่เพิ่มขึ้นมานี้อาจเป็นสมการของสถานะ (equation of state) เช่น

$$p = \rho RT \quad (23)$$

โดยที่  $R$  คือ ค่าคงตัวสากลของแก๊ส (universal gas constant) แต่สมการนี้ก็กลับเพิ่มตัวไม่รู้ค่าซึ่งก็คือ อุณหภูมิ  $T$  เข้ามาอีกตัวหนึ่ง จึงจำเป็นต้องหาสมการใหม่เพิ่มขึ้นตามมาอีก สมการใหม่นี้จะเป็นสมการของสถานะชนิดอื่นที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ  $T$  กับพลังงานภายใน  $e$  เช่น

$$e = c_v T \quad (24)$$

โดยที่  $c_v$  คือ ความร้อนจำเพาะของแก๊สที่ปริมาตรคงตัว (specific heat at constant volume) เป็นต้น ทำให้จำนวนสมการทั้งหมด นั้นเท่ากับจำนวนตัวไม่รู้ค่า จึงสามารถทำการแก้ปัญหาค้นหาผลลัพธ์ได้

ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ประดิษฐ์ขึ้นนี้ จะถูกนำไปใช้รวมกันกับระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (finite volume method) เพื่อหาผลเฉลยจากสมการนาเวียร์-สโตกส์

### 3. ทฤษฎีของความยืดหยุ่น (Theory of Elasticity)

ปราคโมทย์ (2555) สมการเชิงอนุพันธ์ของความสมดุลของของแข็งที่มีความยืดหยุ่นได้ในสามมิติ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยได้ดังนี้

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0 \quad (27)$$

โดยที่  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  แทนความเค้นในแนวแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ และ  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  แทนความเค้นเฉือน  $F_x, F_y, F_z$  แทนแรงวัตถุ (body force) ในแนวแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ ตลอดผิวรอบนอกของของแข็งดังแสดงในรูป อาจประกอบด้วยเงื่อนไขขอบเขตหลายๆชนิด อาทิเช่น การกำหนดระยะเคลื่อนตัวบนผิวบางส่วน ในขณะที่ผิวส่วนอื่นๆ อาจมีการกำหนดเงื่อนไขของความเค้นที่ผิว (surface traction) ในรูปแบบทั่วไปคือ

$$\vec{T} = T_x \vec{i} + T_y \vec{j} + T_z \vec{k} \quad (28)$$

โดยที่  $T_x, T_y, T_z$  แทนความเค้นที่ผิวในทิศทาง  $x, y, z$  ตามลำดับ ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบของความเค้นย่อยต่างๆ ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (29)$$

โดยที่  $n_x, n_y, n_z$  เป็นทิศทางโคไซน์ (direction cosines) ของเวกเตอร์ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิว ณ จุดที่กำลังพิจารณาอยู่นั้น

$$\vec{n} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k} \quad (30)$$

นอกจากเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวเหล่านี้แล้ว ของแข็งในสามมิติในรูป อาจมีความเครียดขั้นต้น (prestrain) ที่เกิดขึ้นอยู่ก่อน ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดโดยทั่วไปคือ

$$\{\sigma\} = [c] \{\varepsilon - \varepsilon_0\} \quad (31)$$

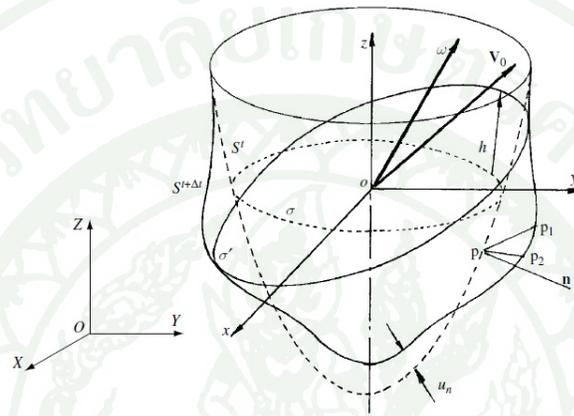
โดย  $\{\sigma\}^T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z & \tau_{xy} & \tau_{yz} & \tau_{xz} \end{bmatrix} \quad (32)$

$$\{\varepsilon\}^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{yz} & \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$[c] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

เมื่อ  $E$  คือ ค่ามอดูลัสของยัง,  $V$  คือ ค่าอัตราส่วนปัวซอง และ  $\{\mathcal{E}_0\}$  แทนเวกเตอร์ของความเครียดขั้นต้นซึ่งอาจจะเกิดมาจากหลายสาเหตุ อาจเกิดมาจากกรณีที่โครงสร้างนั้นมีความเครียดอยู่ก่อนแล้วและอยู่ในภาวะสมดุลก่อนที่จะมีแรงภายนอกมากระทำ

#### 4. การเสียรูปยืดหยุ่นของภาชนะบรรจุของเหลว (Elastic Deformation of a Liquid Container)



ภาพที่ 8 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างภาชนะบรรจุกับของเหลว บนพิกัดอ้างอิง  $X, Y, Z$  (fixed coordinates) และพิกัดอ้างอิงเคลื่อนที่  $x, y, z$  (moving coordinates)

ที่มา: Ibrahim (2005)

Ibrahim (2005) เวกเตอร์ของการเสียรูป (Elastic deformation vector)  $\vec{u}(x, y, z, t)$  สามารถหาได้จากสมการสมดุลของภาชนะบรรจุยืดหยุ่น (Elastic container) โดยเพิ่มพจน์แรงเฉื่อย (Inertia force vector)  $\vec{F}$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = -\rho \left\{ \vec{a}_0 - \vec{g} + \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \times \vec{r} + \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \right\} \quad (35)$$

เมื่อ  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของเหลว (density of liquid)

$\vec{a}_0$  คือ ความเร่งของจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก  $xyz$

(acceleration of the origin of the moving coordinate system frame  $xyz$ )

- $\vec{g}$  คือ ความเร่งโน้มถ่วง (acceleration of gravity)  
 $\vec{\Omega}$  คือ เวกเตอร์ความเร็วเชิงมุม (angular velocity vector)  
 $\vec{r}$  คือ เวกเตอร์ตำแหน่ง (position vector) เทียบกับระบบพิกัด xyz  
 $\vec{u}$  คือ เวกเตอร์ของการเสียรูป (elastic deformation vector)

สมการสมดุลของภาชนะบรรจุยืดหยุ่น

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x = 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0 \quad (38)$$

สมการเหล่านี้ต้องสอดคล้องกับสมการเงื่อนไขขอบเขตบนพื้นผิวผนัง(S)

$$\sigma_x \cos(n,x) + \tau_{xy} \cos(n,y) + \tau_{xz} \cos(n,z) = f_x \quad (39)$$

$$\tau_{xy} \cos(n,x) + \sigma_y \cos(n,y) + \tau_{yz} \cos(n,z) = f_y \quad (40)$$

$$\tau_{xz} \cos(n,x) + \tau_{yz} \cos(n,y) + \sigma_z \cos(n,z) = f_z \quad (41)$$

- เมื่อ  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  คือ ความเค้นตั้งฉาก (normal stress) ในผนังภาชนะบรรจุ  
 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  คือ ความเค้นเฉือน (shear stress) ในผนังภาชนะบรรจุ  
 $\vec{n}$  คือ เวกเตอร์ที่มีทิศทางตั้งฉากกับผิวของภาชนะบรรจุ(S)  
 $f_x, f_y, f_z$  คือ แรงที่กระทำบนผิว (surface force)

กำหนดให้

$$f(x,y,z,t) = p(x,y,z,t)\vec{n} \quad (42)$$

จากสมการ (36),(37),(38) และ (39),(40),(41) สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\nu}{1-2\nu} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) \quad (43)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)} \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\nu}{1-2\nu} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) \quad (44)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)} \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\nu}{1-2\nu} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) \quad (45)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad (46)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad (47)$$

$$\tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad (48)$$

เมื่อ  $E$  คือ ค่ามอดูลัสของยัง (young's modulus of elasticity)

$\nu$  คือ ค่าอัตราส่วนปัวซอง (poisson's ratio)

แทนสมการ (43) ถึง (48) ลงในสมการ (36) ถึง (38) จะสามารถเขียนสมการ (36) ถึง (38) ได้ใหม่  
ในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\vec{\nabla} \left( \frac{\nu E (\vec{\nabla} \cdot \vec{u})}{(1-2\nu)(1+\nu)} \right) + 2 \vec{\nabla} \left( \frac{E}{2(1+\nu)} \text{grad}(\vec{u}) \right) \quad (49)$$

$$+\bar{\nabla} \times \left( \frac{E}{2(1+\nu)} \bar{\nabla} \times \bar{u} \right) + \bar{F} = 0$$

เมื่อแทนสมการ (35) ลงในสมการ (49) และสมการ (39),(40),(41) จะได้

$$\bar{\nabla} \left( \frac{\nu E (\bar{\nabla} \cdot \bar{u})}{(1-2\nu)(1+\nu)} \right) + 2\bar{\nabla} \left( \frac{E}{2(1+\nu)} \text{grad}(\bar{u}) \right) + \bar{\nabla} \times \left( \frac{E}{2(1+\nu)} \bar{\nabla} \times \bar{u} \right) \quad (50)$$

$$-\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \rho \left( \bar{a}_0 - \bar{g} + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{r} \right)$$

$$\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \bar{n} (\bar{\nabla} \cdot \bar{u}) + \frac{E}{(1+\nu)} \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} + \frac{E}{2(1+\nu)} \bar{n} \times (\bar{\nabla} \times \bar{u}) = p \bar{n} \quad (51)$$

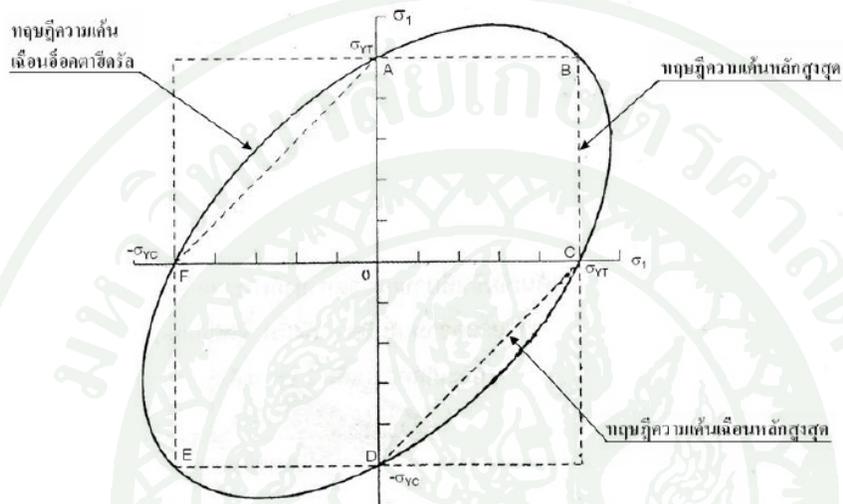
จากสมการ (50) ทำให้สามารถหาเวกเตอร์ของการเสียรูป  $\bar{u}$  ในปริมาตรได้ และสมการ (51) จะได้ค่าเวกเตอร์ของการเสียรูป  $\bar{u}$  บนพื้นผิวผนังซึ่งเป็นค่าขอบเขตของปัญหา (Boundary value problem) ขณะได้รับความดัน  $p(x, y, z, t)$  จากของเหลวในภาชนะบรรจุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\bar{a}_0$  และความเร่งเชิงมุม  $d\bar{\Omega}/dt$

## 5. ทฤษฎีความเสียหายของ Von Mises

Shigley (1986) การออกแบบชิ้นงานที่ทำจากวัสดุเหนียวและรับภาระแบบสถิตยนิยมใช้ทฤษฎีความเค้นเฉือนอ็อกตาฮีดรอลและทฤษฎีความเค้นเฉือนสูงสุด ซึ่งจากผลการทดสอบพบว่าทฤษฎีความเค้นเฉือนอ็อกตาฮีดรอลสามารถทำนายผลการครากของชิ้นงานได้ดีในทุก Quadrant (นั่นคือทุกสถานะของความเค้น) ส่วนทฤษฎีความเค้นเฉือนสูงสุดจะให้ผลการออกแบบที่ Conservative กว่า (มีขนาดใหญ่กว่าที่จะจำเป็นจริงๆ) ในทุกๆ Quadrant ยกเว้นที่จุด A, B, D, E จากรูปภาพที่ 13 ซึ่งจะให้ผลเท่ากัน ดังนั้นในที่นี้จะใช้ทฤษฎีความเค้นเฉือนอ็อกตาฮีดรอลเพื่อคำนวณความเค้น (บางครั้งทฤษฎีความเค้นเฉือนอ็อกตาฮีดรอลนี้มีชื่อเรียกว่า Mises-Hencky หรือ เรียกว่าง่าย ๆ ว่าหลักเกณฑ์ของ Von Mises) ซึ่งทฤษฎีดังกล่าวจะมีรูปสมการเป็นดังนี้

$$\sigma_{VonMises} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2} \quad (52)$$

โดยที่  $\sigma_1, \sigma_2$  และ  $\sigma_3$  เป็นค่าความเค้นหลักในแนวแกน  $x, y$  และ  $z$  ตามลำดับ



ภาพที่ 9 แสดงขอบเขตของความเค้นครากตามทฤษฎี Von Mises

## 6. ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (Finite Volume Methods)

ปราโมทย์ (2553) ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม เป็นระเบียบวิธีที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบันเพื่อคำนวณพลศาสตร์ของไหล (CFD) และวิเคราะห์สภาวะของการไหล เป็นระเบียบวิธีซึ่งฝังตัวอยู่ในซอฟต์แวร์ที่จำหน่ายกันในระดับสากล สามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลผ่านรูปทรงที่มีความซับซ้อนได้เป็นอย่างดี

ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มเริ่มจากการแบ่งโดเมนออกเป็นเซลล์ย่อยๆ โดยแต่ละเซลล์มีตัวไม่รู้ค่าเพียงตัวเดียว ณ ตำแหน่งกึ่งกลางเซลล์ หัวใจของระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มคือการอินทิเกรตสมการเชิงอนุพันธ์นั้นสำหรับแต่ละเซลล์บนปริมาตรของเซลล์นั้นๆ จากนั้นจึงทำการอินทิเกรตแต่ละส่วนเพื่อแปลงการอินทิเกรตจากปริมาตรมาเป็นการอินทิเกรตบนขอบเขตของเซลล์นั้น แล้วจึงประมาณพจน์อินทิเกรตภายในการอินทิเกรตบนขอบให้อยู่ในรูปแบบของตัวไม่รู้ค่าที่จุดกลาง

เซลล์ ก่อให้เกิดสมการเชิงพีชคณิตสำหรับเซลล์นั้น การใช้กระบวนการเช่นนี้ในทุกๆเซลล์นำมาสู่ระบบสมการรวมเพื่อมาใช้แก้หาตัวไม่รู้ค่าของทุกๆเซลล์ในโดเมนของการไหลได้

กระบวนการข้างต้นนี้สามารถทำความเข้าใจได้ง่าย อีกทั้งแต่ละพจน์ที่เกิดขึ้นต่างมีความหมายทางกายภาพจึงช่วยเสริมความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น ไปอีกระดับหนึ่ง อย่างไรก็ตาม ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยลักษณะบางอย่างที่อาจไม่สะดวกหรือไม่ดีนัก เช่น สมการเชิงพีชคณิตสำหรับเซลล์ที่อยู่ตามริมขอบของโดเมนจำเป็นต้องประดิษฐ์ขึ้นมาโดยเฉพาะซึ่งแตกต่างไปจากสมการเชิงพีชคณิตสำหรับเซลล์ภายใน อันเป็นผลต่อเนื่องทำให้การประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความซับซ้อนมากขึ้นตามมาด้วย

## 7. ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Methods) (เลข, 2541)

### 7.1 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

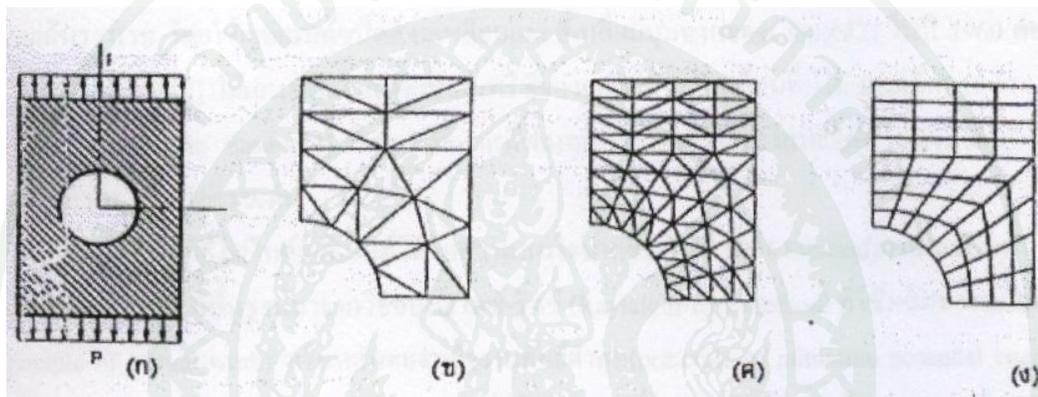
ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ใช้สำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์ และเป็นวิธีที่นิยมใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์อย่างกว้างขวาง ซึ่งสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง เช่น วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงรูปร่าง และความเค้นของชิ้นส่วนเครื่องจักรกล โครงสร้างเครื่องบิน ตัวอาคาร สะพานและโครงสร้างอื่นๆ ที่ซับซ้อนได้เป็นอย่างดี ไม่ว่าวัสดุที่ใช้วิเคราะห์นั้นจะอยู่ในสภาพยืดหยุ่น (elasticity) หรือในสภาพพลาสติก (plasticity) นอกจากนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาทางด้านสถิติศาสตร์ตามที่กล่าวมาแล้ว ยังสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านพลศาสตร์ เช่น การสั่นสะเทือนของชิ้นส่วนเครื่องจักรกล การสั่นสะเทือนของโครงสร้าง รวมทั้งยังสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านการถ่ายเทความร้อน การไหลของของไหล การถ่ายเทมวล เป็นต้น

### 7.2 ขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

#### 7.2.1 การแบ่งโครงสร้างเป็นเอลิเมนต์ย่อยและการเลือกชนิดของเอลิเมนต์

การแบ่งโครงสร้างออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ดังแสดงในภาพที่ 10 จะต้องคำนึงถึงรูปร่างลักษณะของโครงสร้างเดิม คือ แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Model) จะต้องเหมือนหรือสอดคล้องกับโครงสร้างเดิมให้มากที่สุด คือบริเวณที่เป็นส่วนเว้าส่วนโค้ง หรือมีรู หรือ

ตรงบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างฉับพลันก็จำเป็นต้องแทนด้วยเอลิเมนต์ ที่มีขนาดเล็ก เพียงพอที่จะให้ผลการวิเคราะห์ได้ถูกต้องแม่นยำ ส่วนบริเวณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างมากนัก อาจจะแทนด้วยเอลิเมนต์ขนาดใหญ่ขึ้น แต่ถ้าแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบด้วยจำนวนเอลิเมนต์ที่มากเกินไปจนเกินไป ก็จะทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการคำนวณสูง และอาจจะทำให้ไม่สามารถหาผลเฉลยได้ถ้าเครื่องคอมพิวเตอร์มีความละเอียดในการคำนวณไม่เพียงพอ ส่วนการเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์นั้น จะต้องคำนึงถึงรูปร่างลักษณะของโครงสร้าง การกระทำของโหลด รวมทั้งความละเอียดของผลเฉลยที่ผู้วิเคราะห์ต้องการ



ภาพที่ 10 การแบ่งชิ้นงานออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย

- (ก) แผ่นโลหะ มีรูตรงกลาง และมีโหลด P กระทำ (ข) เอลิเมนต์สามเหลี่ยมหายาบ  
(ค) เอลิเมนต์สามเหลี่ยมละเอียด (ง) เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมโค้ง

ที่มา: เดช (2541)

### 7.2.2 การเลือกฟังก์ชันการกระจัด

จะต้องเลือกฟังก์ชันการกระจัดภายในเอลิเมนต์ให้สอดคล้องกับจำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์ หรือสอดคล้องกับระดับความเสรีของเอลิเมนต์ ฟังก์ชันการกระจัดที่นิยมใช้กันคือ ฟังก์ชันพหุนาม (polynomial function)

7.2.3 กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด การกระจัด และอัตราส่วนของความเค้นต่อความเครียด

การหาสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของแต่ละเอลิเมนต์จำเป็นต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัดและความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ผลเฉลยของการกระจัด ความเค้น ความเครียดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะถูกแม่นยำเพียงใดขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางกลของวัสดุที่นำมาใช้ในการคำนวณ และความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัด และความเค้นกับความเครียดจะมีลักษณะเป็นสมการเชิงเส้นหรือไม่เป็นสมการเชิงเส้น

#### 7.2.4 การหาสทิงก์ในสมมาตริกซ์และสมการของเอลิเมนต์

การหาสทิงก์ในสมมาตริกซ์ของเอลิเมนต์และสมการของแรงของแต่ละเอลิเมนต์สามารถหาได้หลายวิธี เช่น

- วิธีสมดุลโดยตรง (Direct Equilibrium Method)
- วิธีงานหรือพลังงาน (Work or Energy Method)
- วิธีเวทเรซิดิว (Method of Weighted Residuals)

#### 7.2.5 หาสมการรวมของระบบและการกำหนดเงื่อนไขขอบ

สมการรวมของระบบโครงสร้างสามารถหาได้จาก การรวมสมการของแต่ละเอลิเมนต์ในชั้นที่ 4 เข้าด้วยกัน ด้วยวิธีซ้อนทับ (Superposition Method) หรือเรียกว่าวิธี สทิงก์โดยตรง (Direct Stiffness Method) โดยอาศัยหลักของการสมดุลของแรงที่จุดต่อของเอลิเมนต์ และการต่อเนื่อง (continuity) ของโครงสร้างสมการรวมของระบบ โครงสร้างที่ได้รับ

#### 7.2.6 หาการกระจัดของระบบ

หลังจากกำหนดเงื่อนไขขอบ หรือเงื่อนไขบังคับ สามารถจะหาการกระจัดได้ โดยการแก้สมการพีชคณิตพร้อมๆกันหรือใช้วิธีของเกาส์ (Gauss's Elimination Method) หรือวิธีทำซ้ำ (iteration method)

#### 7.2.7 การหาค่าความเครียดและความเค้น

ในการวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรกล นอกจากต้องการทราบการกระจัดแล้ว ยังต้องการทราบค่าของความเครียด ความเค้น หรือค่าของโมเมนต์ และแรงเฉือนค่าต่างๆเหล่านี้สามารถจะคำนวณหาได้โดยอาศัยพื้นฐานความรู้ทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง

### 7.2.8 การตีความผลที่ได้

จากผลที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 6 และ 7 ก็จะสามารถทราบได้ว่าที่จุดต่อใดของเอลิเมนต์ หรือบริเวณใดของโครงสร้างหรือชิ้นส่วนที่จะต้องให้ความสนใจเป็นพิเศษ เช่น บริเวณที่มีการกระจัดสูง หรือบริเวณใดที่มีความเค้นสูง เราสามารถจะลดขนาดของการกระจัดหรือความเค้นนั้นได้อย่างไร ทั้งนี้จะต้องเปลี่ยนแปลงรูปร่างลักษณะหรือมิติของโครงสร้างหรือชิ้นส่วนให้เหมาะสมยิ่งขึ้น หรืออาจจะต้องเลือกใช้วัสดุชนิดอื่นที่เหมาะสมกว่า

## 8. ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Weighted Residuals Method) เพื่อสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์

ปราโมทย์ (2555) การวิเคราะห์ปัญหาไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างประกอบด้วยลำดับขั้นตอนที่สำคัญ 6 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

8.1 แบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาที่กำหนดมาให้ออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย เช่น แบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมย่อยๆ สำหรับปัญหาในสองมิติ

จากนั้นจึงหาสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์นั้น สมการเชิงอนุพันธ์โดยทั่วไปสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบได้ คือ

$$L(\bar{\phi}) = 0 \quad (53)$$

โดย  $L$  คือ ตัวดำเนินการเชิงอนุพันธ์ (differential operation) และ  $\bar{\phi}$  คือ ตัวแปรตามแน่นอนตรง

8.2 สมมุติลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณบนเอลิเมนต์ให้อยู่ในรูป

$$\phi = \phi(x, y) = \sum_{i=1}^m N_i \phi_i = [N]_{(1 \times m)} \{\phi\}_{(m \times 1)} \quad (54)$$

โดย  $m$  คือ จำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์นั้น,  $N_i$  คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และ  $\phi_i$  คือ ตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ

8.3 สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักของเศษตกค้าง หากเราแทนผลเฉลยโดยประมาณดังแสดงในสมการ (54) ลงในสมการเชิงอนุพันธ์ในสมการ (53) เราจะพบว่า

$$L(\phi) \text{ จะ } \neq 0 \text{ แต่จะ } = R$$

โดย  $R$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น หรือเศษตกค้าง (Residual) นั้นหมายถึงว่า

$$R = L(\phi) = L([N] \{\phi\}) = L\left(\sum_{i=1}^m N_i \phi_i\right) \quad (55)$$

เราจะใช้วิธีการเกอ์คิน (Galerkin) ซึ่งมีขั้นตอนโดยเริ่มจากการคูณเศษตกค้าง  $R$  ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function)  $W$  จากนั้นจึงอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของเอลิเมนต์นั้น แล้วกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_0^1 W_i R d\Omega = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (56)$$

และโดยปกติเราจะเลือก  $W_i = N_i$  ซึ่งเรียกว่าเป็นแบบบับโนฟ-กาเลอร์คิน (Bubnov-Galerkin) แต่หากเราเลือก  $W_i \neq N_i$  ซึ่งใช้กับปัญหาบางชนิด จะเรียกว่าเป็นแบบเพทรอฟ-กาเลอร์คิน (Petrov-Galerkin)

8.4 อินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) หากเราแทนสมการ (55) ลงในสมการ (56) แล้วอินทิเกรตแต่ละส่วนจะได้

$$\int_0^1 W_i R d\Omega = \int_{\Omega^{(e)}} W_i L \left( \sum_{i=1}^m N_i \phi_i \right) d\Omega \quad (57)$$

$$= \int_{\Omega^{(e)}} (W_i, N_i, \phi_i) d\Omega + \int_{\Gamma^{(e)}} (W_i, N_i, \phi_i) d\Gamma$$

8.5 แทนพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของเอลิเมนต์  $\Gamma^{(e)}$  ด้วยภาวะขอบเขตอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งจะก่อให้เกิดสมการของเอลิเมนต์ที่สมบูรณ์สำหรับปัญหานั้น

8.6 จากนั้นจึงเขียนสมการของเอลิเมนต์ ซึ่งมีทั้งหมด  $m$  สมการให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ นั่นคือ

$$[K]_{(m \times n)} \{\phi\}_{(m \times 1)} = \{F\}_{(m \times 1)} \quad (58)$$

โดย  $[K]$  คือ เอลิเมนต์เมทริกซ์ของความแข็งแรงแกร็ง (element stiffness matrix),  $\{\phi\}$  คือ เวกเตอร์ซึ่งประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อต่างๆ ของเอลิเมนต์ และ  $\{F\}$  คือ โหลดเวกเตอร์ของเอลิเมนต์นั้น เมื่อได้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ดังแสดงในสมการ (58) แล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ รวมสมการของเอลิเมนต์ย่อยเข้าด้วยกันก่อให้เกิดสมการรวม จากนั้นก็กำหนดเงื่อนไขขอบเขต แล้วจึงแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลลัพธ์ที่จุดต่อต่างๆ

สำหรับปัญหาในทางปฏิบัติโดยทั่วไปแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุนั้นโดยปกติจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาทำให้เกิดการเคลื่อนที่และความเค้นในวัตถุที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาด้วยการแก้ปัญหาดังกล่าวโดยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยภาพรวมจะพบว่า การแก้ปัญหานี้ไม่แตกต่างไปจากปัญหาในขณะวัตถุอยู่ภายใต้ภาวะอยู่ตัวมากนัก สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ต่างๆ ที่ได้ประดิษฐ์ขึ้นมาเมื่อวัตถุถูกแรงที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลากระทำจะก่อให้เกิดแรงเพิ่มขึ้นอีก 2 แรงซึ่งก็คือ : (1) แรงเฉื่อย (inertia force) ซึ่งแปรผันกับความเร่ง (acceleration) และ (2) แรงหน่วง (damping force) ซึ่งแปรผันกับความเร็ว (velocity) ของวัตถุนั้นแรง ทั้งสองนี้จะมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่และเนื่องมาจากหลักการของดาลองแบร์ต (D'Alembert principle) Merirovitch (1967) แรงทั้งสองนี้อาจเปรียบได้กับแรงวัตถุ (body force) นั่นคือ แรงเฉื่อยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแรงวัตถุได้ดังนี้

$$\{F\} = -\rho \{\ddot{\delta}\} = -\rho \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \end{Bmatrix} \quad (59)$$

โดย  $\rho$  แทนความหนาแน่นมวล (mass density) และเครื่องหมายลบบ่งชี้ว่าแรงนั้นมีทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนตัวในทำนองเดียวกันแรงหน่วงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแรงวัตถุดังนี้คือ

$$\{F\} = -C \{\dot{\delta}\} = -C \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (60)$$

เพื่อให้ง่ายแก่การทำความเข้าใจ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งประกอบด้วยพจน์ต่างๆ นับตั้งแต่พจน์ที่เกี่ยวข้องกับความเฉื่อย ความหน่วง ความแข็งเกร็งของวัตถุ และแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่ง่าย ๆ ได้ดังนี้

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{F(t)\} \quad (61)$$

$$[M] = \int_0^L \rho \{N\} [N]^T dx \quad (62)$$

$$= \rho A \int_0^L \begin{Bmatrix} 1 - \frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \\ L \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} dx \quad (63)$$

ซึ่งเรียกว่าเมตริกซ์มวลแบบแนบเนียน (Consistent mass matrix) ซึ่งสร้างขึ้นโดยใช้สมการของเอลิเมนต์เมตริกซ์มวล (62) โดยตรง เมตริกซ์มวลแบบแนบเนียนนี้เป็นเมตริกซ์เต็ม (full matrix) กล่าวคือสัมพันธ์ทุกๆ ตัวในเมตริกซ์นี้ไม่เท่ากับศูนย์ซึ่งหมายความว่าสมการย่อยต่างๆ ของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (61) นั้นจะเกี่ยวข้องและสัมพันธ์กันหมด (coupled equations) ซึ่งจะทำได้

การแก้สมการระบบรวมเพื่อหาผลลัพธ์จำเป็นต้องใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าประสบการณ์ในวิธีการผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) โดยโพลเดเวกเตอร์  $\{ F(t) \}$  ทางด้านขวาของสมการ (61) นั้นรวมถึงแรงทุกอย่างที่มากกระทำหรือเกิดขึ้นบนวัตถุนั้นซึ่งขึ้นอยู่กับเวลาอันจะก่อให้เกิดการเคลื่อนตัว, ความเครียดและความเค้นที่จะแปรผันไปตามเวลาด้วย ซึ่งให้ผลลัพธ์ของเมตริกซ์มวลแบบรวมตัวที่จุดต่อ (lumped mass matrix) โดยมีความหมายทางกายภาพคือการรวมมวลไปอยู่ตำแหน่งที่จุดต่อ นั่นคือ

$$[M] = \rho AL \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (64)$$

ผลประโยชน์ของการใช้เมตริกซ์มวลแบบรวมตัวที่จุดต่อดังแสดงในสมการ (64) นี้จะช่วยลดเวลาในการคำนวณ โดยเฉพาะสำหรับปัญหาขนาดใหญ่เนื่องจากสมการย่อยต่างๆ ในสมการระบบรวมนั้นไม่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน (uncoupled equations) และลักษณะของเมตริกซ์ของ  $[C]$  และ  $[K]$  ก็มีลักษณะคล้ายกันในการหาระยะเคลื่อนตัว การแก้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สมการ (61) เพื่อคำนวณหาการเคลื่อนที่แปรผันไปตามเวลาสามารถทำได้หลายวิธีโดยประสิทธิภาพของวิธีต่างๆ จะมากหรือน้อยจะขึ้นอยู่กับลักษณะชนิดของปัญหานั้น เช่น (1) ระเบียบวิธีทับซ้อนโหมด (modal superposition) และ (2) ระเบียบวิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (recurrence relations) เป็นต้น

## 9. การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการวิเคราะห์งานวิศวกรรมในปัญหาทางด้าน FSI

การปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้าง (Fluid-Structure Interaction, FSI) สามารถทำได้หลายวิธีด้วยกัน แต่วิธีที่ตรงกันกับวิธีที่มีใช้ในซอฟต์แวร์ MSC.Dytran (ชาคริต, 2552), (วุฒิพงษ์, 2555) และ (MSC, 2005) ประกอบด้วย การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการลากรางเจียน (Lagrangian equation, LE) การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการร่วมลากรางเจียน-ออยเลอร์เรเนียน (Coupling Lagrangian Eulerian, CLE) และ การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการอาร์บิทรารีลากรางเจียน-ออยเลอร์เรเนียน (Arbitrary Lagrangian Eulerian, ALE)

### 9.1 การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการลากรางเจียน (LE)

การปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้างโดยการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการลากรานเจียน (LE) จะใช้วิธีกำหนดให้ของไหลและโครงสร้างสามารถเคลื่อนที่ได้ในพิกัดอ้างอิง  $(x,y,z)$  การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติความหนาแน่นของของไหลจะใช้สมการที่ (65) และ (66)

$$\rho J = \rho_0 \quad (65)$$

และ

$$J = \det \left( \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \right) \quad (66)$$

เมื่อ	$\rho$	คือ ความหนาแน่นของของไหล (fluid density) ที่เวลาใดๆ
	$\rho_0$	คือ ความหนาแน่นของของไหลที่เวลาเริ่มต้น
	$J$	คือ ความเครียดเชิงปริมาตร (volumetric strain)
	$x_i$	คือ พิกัดของปริมาตรของของไหล $(x,y,z)$
	$X_j$	คือ พิกัดอ้างอิงของระบบ

การเกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้างเป็นปัญหาการสัมผัสและกระแทกของวัตถุ โดยกำหนดให้วัตถุชิ้นหนึ่งเป็นของไหล และวัตถุอีกชิ้นหนึ่งเป็นโครงสร้างด้วยวิธีการกำหนดคุณสมบัติของของไหลให้กับวัตถุที่เป็นของไหล และกำหนดคุณสมบัติของวัสดุ (material properties) ให้กับวัตถุที่เป็นโครงสร้าง ของไหลจะเกิดการปฏิสัมพันธ์กับโครงสร้างด้วยการกำหนดสถานะการเกิดการสัมผัสและกระแทกให้กับของไหลและโครงสร้าง และการหาผลเฉลยโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

## 9.2 การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการร่วมลากรานเจียน-ออยเลอร์เรียน (CLE)

การปฏิสัมพันธ์ระหว่างของเหลวกับโครงสร้างโดยการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการร่วมลากรานเจียน-ออยเลอร์เรียน (CLE) จะใช้วิธีกำหนดให้ของไหลเป็นปริมาตรถูกยึดติดกับที่ (fluid domain) ในพิกัดอ้างอิงของระบบ  $(x,y,z)$  ของไหลจะเกิดการปฏิสัมพันธ์กับโครงสร้างด้วยการสร้างสมการซึ่งสามารถใช้เพื่อส่งผ่านแรงดัน (pressure) หรือ ความเร็ว

(velocity) ที่จุดสัมผัสกันระหว่างของไหลและโครงสร้าง ซึ่งสมการที่นิยมใช้คือ สมการการปฏิบัติสลับเปลี่ยน (operator split equation)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c \frac{\partial \phi}{\partial x} = f \quad (67)$$

และ 
$$\phi(x,0) = \phi_0(x) \quad \text{ที่ } t=0 \quad (68)$$

เมื่อ  $\phi$  คือ สนามตัวแปร (field variable) ใดๆ  
 $c$  คือ ค่าคงที่ของความเร็วการไหล  
 $f$  คือ ค่าจากแหล่งกำเนิด

โดยสมการ (67) จะถูกแบ่งเป็นสองสมการเพื่อใช้ในการคำนวณ ประกอบด้วย

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = f \quad (69)$$

และ 
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (70)$$

สมการ (69) จะใช้สำหรับโครงสร้างซึ่งมีพจน์ของแหล่งกำเนิด ( $f$ ) โครงสร้างจะมีการเคลื่อนที่หรือบิดเบี้ยว โดยพจน์  $\partial \phi / \partial t$  จะเป็นพจน์ที่ส่งผ่านการเปลี่ยนแปลงของโครงสร้างต่อเนื่องมายังสมการ (70) ซึ่งใช้สำหรับศึกษาพฤติกรรมการไหลของของไหลสอดคล้องกับสมการ (17) ถึง (22) เป็นเช่นนี้สลับกันไปตลอดการวิเคราะห์

9.3 การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการอาร์บิทรากรานเจียน-ออยเลอร์เรียน (ALE)

การปฏิสัมพันธ์ระหว่างของไหลและโครงสร้าง โดยการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมการอาร์บิทรากรานเจียน-ออยเลอร์เรียน (ALE) ประกอบด้วย สมการอนุรักษ์มวล (conservative of mass equation) สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (conservative of momentum

equation) และสมการอนุรักษ์พลังงาน (conservative of energy equation) ในรูปแบบความสัมพันธ์ของความเร็วของของไหล กับความเร็วของโครงสร้าง

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = (-\rho) \operatorname{div}(v) - (v_i - u_i) \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (71)$$

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \sigma_{i,j} - \rho (v_i - u_i) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (72)$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} = \sigma_{i,j} \varepsilon_{i,j} - \rho (v_i - u_i) \frac{\partial e}{\partial x_j} \quad (73)$$

เมื่อ  $v_i$  คือ ความเร็วของของไหลในทิศทางใดๆ  
 $u_i$  คือ ความเร็วของโครงสร้างในทิศทางใดๆ

จากสมการ (71) ถึง (73) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างของไหลและโครงสร้าง หรือ สมการ ALE ซึ่งใช้กับบริเวณที่สัมผัสกันของของไหลและโครงสร้าง ในส่วนที่เป็นเฉพาะของไหลจะกำหนดให้สมการ (71) ถึง (73) มีความเร็วของโครงสร้างเป็นศูนย์ ( $u=0$ ) เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมการไหลของของไหล และในส่วนที่เป็นเฉพาะโครงสร้างจะกำหนดให้ความเร็วของของไหลเท่ากับความเร็วของโครงสร้าง ( $u=v$ ) เพื่อวิเคราะห์การบิดเบี้ยว (deformation) ของโครงสร้างซึ่งถูกแรงกระทำ

ชาคริต (2552), วุฒิพงษ์ (2555) ได้แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองที่เหมาะสมกับปัญหาของโครงสร้างที่มีความซับซ้อนสูง สามารถทำการสร้างแบบจำลอง Finite Element Method ได้ง่ายและมีความแม่นยำสูง คือแบบ Coupling Lagrangian Eulerian

## อุปกรณ์และวิธีการ

### อุปกรณ์

1. เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล หน่วยประมวลผลกลาง Intel (R) Core (TM) i5-3570 CPU @ 3.40GHz หน่วยความจำ DDR3-1600 ขนาด 16.0 GB
2. ซอฟต์แวร์ Computer Aided Engineering (CAE) ชื่อ MSC.Patran และ MSC.Dytran
3. ซอฟต์แวร์ที่ใช้ในแสดงผลและกรองสัญญาณของข้อมูล ชื่อ Matlab

### วิธีการ

การจำลองการกระรอกของของเหลวภายในภาชนะบรรจุเพื่อวิเคราะห์ความเค้นที่เกิดขึ้นบนผนังของภาชนะบรรจุ เป็นการแก้ปัญหาทางพลศาสตร์ของของแข็ง กับของไหล และการเกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างของไหล กับ โครงสร้าง (fluid-structure interaction) ร่วมกัน ปัญหาที่ซับซ้อนนี้สามารถถูกจำลองและวิเคราะห์ได้โดยใช้กระบวนการทางระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (FEM) ซอฟต์แวร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย ซอฟต์แวร์ MSC.Patran สำหรับใช้ในการสร้างแบบจำลองสามมิติของภาชนะบรรจุและของเหลวภายในภาชนะบรรจุ รวมถึงใช้กำหนดข้อมูลที่จำเป็นเพื่อใช้ในการคำนวณด้วยวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ซอฟต์แวร์ MSC.Dytran สำหรับใช้ในการคำนวณปัญหาการกระรอกของของเหลวและวิเคราะห์ความเค้นที่เกิดขึ้นด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตามที่ได้รับข้อมูลจากซอฟต์แวร์ MSC.Patran

การสร้างแบบจำลอง FEM ด้วยซอฟต์แวร์ MSC.Patran โดยแบ่งแบบจำลอง FEM ออกเป็นสองส่วนด้วยกันคือ ส่วนที่เป็นของแข็ง (solid) หรือโครงสร้าง (structure) และส่วนที่เป็นของไหล (fluid) ซึ่งส่วนที่เป็นของแข็งประกอบด้วยโครงสร้างภาชนะบรรจุและฝาปิด ส่วนที่เป็นของไหลประกอบด้วยน้ำและที่ว่าง (void) โดยกำหนดความสูงของน้ำภายในภาชนะบรรจุเช่นเดียวกันกับการทดสอบด้วยเครื่องมือทดสอบที่ระดับความสูง 40%, 60% และ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็มของภาชนะทดสอบ และทำการสร้างแบบจำลอง FEM ของภาชนะบรรจุในสองกรณีเช่นเดียวกันกับการทดลองคือ กรณีที่ภาชนะบรรจุไม่มีผนังกันกั้นการกระรอก และกรณีที่ภาชนะบรรจุมีผนังกันกั้นการกระรอกติดตั้งที่กึ่งกลางภาชนะทดสอบ

ในงานวิจัยนี้ในส่วนของการไหลจะถูกกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด ดังนั้นของเหลวหรือน้ำจะถูกกำหนดค่าความหนืดพลวัต (dynamics viscosity) ลงไปในคุณสมบัติของ

ของเหลวด้วย และจาก Rinker and Abatt (2006) พบว่าการจำลองปัญหาการกระชกของของเหลวนั้นจำเป็นต้องเพิ่มค่า bulk viscosity coefficients เพื่อลดการแกว่งตัว (oscillation) ของผลเฉลยที่เกิดขึ้นมากจากผลของคลื่นกระแทก (shock waves) และได้แสดงให้เห็นว่าผลเฉลยที่ได้ เช่น ค่าความดันสูงสุด (peak pressure) มีค่าใกล้เคียงกับการคำนวณทางทฤษฎี ซึ่งการเพิ่มค่า Bulk viscosity coefficients สามารถทำได้โดยการกำหนดค่าตั้งลงในส่วนของค่าพารามิเตอร์ของวัสดุในคำสั่งภาษาฟอร์แทรน โดยค่า bulk viscosity coefficients ประกอบด้วย linear bulk viscosity (BULKL) และ quadratic bulk viscosity (BULKQ) ซึ่ง Rinker and Abatt (2006) กำหนดค่า BULKL = 0.2 และ BULKQ = 1.1 โดยได้จากวิธีการลองผิดลองถูก (Trial and Error) เทียบกับค่าจากการคำนวณ งานวิจัยนี้จึงทำการทดลองโดยการกำหนดค่า BULKL ที่แตกต่างกัน 3 ค่า คือ 0.05, 0.1 และ 0.2 ในแบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระชก ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80% และศึกษาหาค่า BULKL ที่เหมาะสมโดยการเปรียบเทียบค่าความดันของของเหลวที่เกิดขึ้นที่ด้านหน้าของภาชนะบรรจุกับค่าความดันที่ได้จากผลการทดลองของวุฒิพงษ์ (2555)

Artificial bulk viscosity ถูกใช้ในการควบคุมการเกิดรูปแบบของคลื่นกระแทก (shock waves) ในระหว่างการทำ time integration คลื่นกระแทกเป็นการเกิดความไม่ต่อเนื่องในค่าของความเร็ว ตัวอย่างของคลื่นกระแทกที่ง่ายที่สุด คือคลื่นรูปสี่เหลี่ยม (square wave) ซึ่งเกิดขึ้นในทางอุดมคติ เมื่อสองพื้นผิวหน้าคลื่นที่เรียบแบนกระแทกกัน วัสดุที่แข็งแกร่งจะเกิดการเสียรูปสามารถทำให้เกิดคลื่นกระแทกจากคลื่นที่มีรูปร่างเรียบอยู่เดิม ในการจำลองทางระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เมื่อปราศจาก damping algorithm ในการทำ time integration จะเกิดความรุนแรงในการแกว่งตัว (oscillation) ของผลเฉลยบริเวณหน้าคลื่นกระแทก การเกิดการแกว่งตัวของผลเฉลยนี้สามารถควบคุมโดยการเพิ่มเทอม artificial bulk viscosity ( $Q$ ) ในค่าความดัน ( $p$ ) ซึ่งค่าความดันแก้ไข (modification pressure)  $p^*$  คือ

$$p^* = p + Q \quad (74)$$

$$\text{โดย } Q = \max\left(\left[-\rho \cdot C_Q^2 \cdot d^2 \cdot \frac{\dot{V}}{V} \cdot \left|\frac{\dot{V}}{V}\right|\right], 0\right) + \max\left(\left[-\rho \cdot C_L \cdot d \cdot c \cdot \frac{\dot{V}}{V}\right], 0\right) \quad (75)$$

เมื่อ  $\rho$  คือความหนาแน่นมวล (mass density),  $V$  คือปริมาตรของเอลิเมนต์,  $d$  คือลักษณะเฉพาะทางมิติของเอลิเมนต์,  $c$  คือความเร็วเสียงของวัสดุ,  $C_L$  และ  $C_Q$  คือ linear bulk

viscosity (BULKL) และ quadratic bulk viscosity (BULKQ) ตามลำดับ (โดยค่า default ของซอฟต์แวร์ คือ BULKL = 0 และ BULKQ = 1.0)

หลังจากนั้น ผลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย FEM จากซอฟต์แวร์ MSC.Dytran คือ 1. ความดันของของเหลวที่ด้านหน้าของภาชนะบรรจุ 2. ความเค้นวอนมิตที่ด้านหน้าของภาชนะบรรจุ 3. ลักษณะหน้าคลื่นจากการกระลอกของของเหลว และ 4. ผลการกระจายตัวของความเค้นวอนมิสบนภาชนะบรรจุ ผลทั้งหมดนี้จะถูกนำมาเปรียบเทียบและหาความแตกต่างระหว่างแบบจำลองการไหลแบบมีความหนืดกับแบบจำลองการไหลแบบไม่มีความหนืดของวูดิงซ์ (2555) ที่ได้ศึกษาก่อนหน้านี้

ผู้วิจัยทำการศึกษาแบบจำลอง FEM และเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 9 กรณีศึกษา คือ

กรณีที่ 1 – 3 ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80% ตามลำดับ และกำหนดการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืด (Inviscid flow)

กรณีที่ 4 – 6 ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80% ตามลำดับ และกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (Viscous flow)

กรณีที่ 7 – 9 ภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกั้นการกระลอก ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80% ตามลำดับ และกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (Viscous flow)

### การสร้างแบบจำลองด้วยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของภาชนะบรรจุ

#### 1. ขนาดและรูปแบบของภาชนะบรรจุ

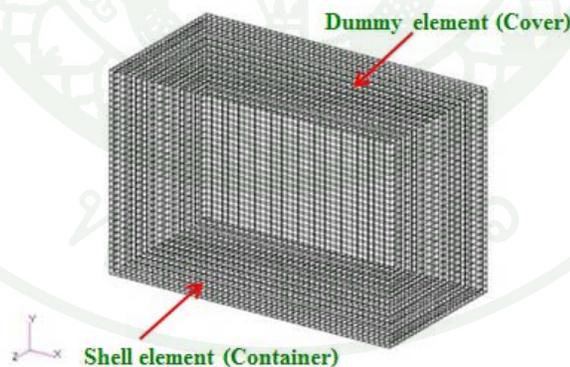
ภาชนะบรรจุ (container) ถูกสร้างเป็นแบบจำลองของพื้นผิวสี่เหลี่ยมทั้งหกหน้า โดยกำหนดให้ด้านบนของตัวภาชนะบรรจุเป็นฝาปิด (cover) เช่นเดียวกับภาชนะทดสอบ มีขนาด (กว้าง x ยาว x สูง) 131 x 256 x 166 mm หนา 6 mm และจะทำการสร้างภาชนะบรรจุ 2 แบบ คือ 1. ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก 2. ภาชนะบรรจุแบบมีแผ่นกั้นกั้นการกระลอก โดยแผ่นกั้นกั้นการกระลอก (baffle) มีความหนา 6 mm เจาะรูกลม (hole) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 85 mm ที่

กึ่งกลางแผ่น หรือคิดพื้นที่ในการเจาะรูเป็น 30% ของพื้นที่หน้าตัด ซึ่งถูกสร้างเป็นแบบจำลองของพื้นผิวสี่เหลี่ยมเช่นเดียวกับตัวภาชนะบรรจุและกำหนดตำแหน่งของแผ่นกั้นกั้นการระลอกให้อยู่ที่กึ่งกลางความยาวของภาชนะบรรจุ

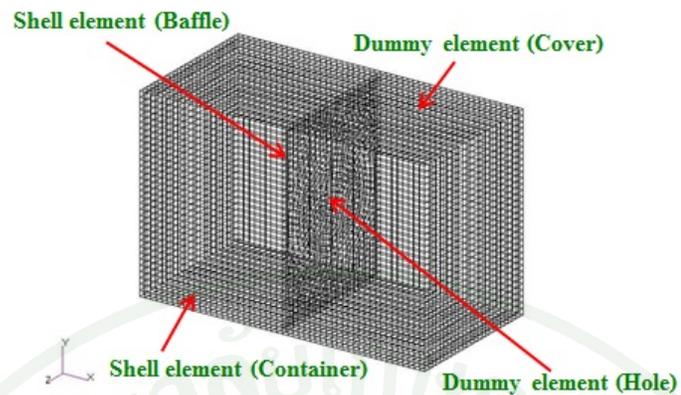
## 2. ชนิดของเอลิเมนต์และคุณสมบัติของภาชนะบรรจุ

การสร้างเอลิเมนต์ชนิดแผ่นบนพื้นผิวภาชนะบรรจุทำโดยใช้วิธีการแบ่งโครงร่างตาข่าย (mesh) ดังแสดงในภาพที่ 11 และ 12 โดยตัวภาชนะบรรจุถูกสร้างเป็นเอลิเมนต์ชนิดเปลือกสี่ด้าน (quadrilateral shell element) และส่วนฝาปิดถูกแบ่งเป็นเอลิเมนต์ชนิดเปลือกสี่ด้านแบบดัมมี่เอลิเมนต์ (quadrilateral dummy element) โดยทั้งหมดประกอบด้วย 7,736 จุดต่อ (node) และ 7,734 เอลิเมนต์ กำหนดให้คุณสมบัติของทางกลเหมือนกับภาชนะบรรจุทดสอบที่สร้างจากวัสดุอะคริลิก คือ มีค่าความหนาแน่นเท่ากับ  $1,180 \text{ kg/m}^3$  ค่ายังโมดูลัสเท่ากับ  $2.88 \text{ GPa}$  และค่าอัตราส่วนปัวซองเท่ากับ  $0.402$  (MatWeb, LLC, 1996)

กรณีภาชนะบรรจุแบบมีแผ่นกั้นกั้นระลอก ชนิดของเอลิเมนต์และคุณสมบัติของแผ่นกั้นกั้นระลอกถูกกำหนดเหมือนกับส่วนของตัวภาชนะบรรจุ ส่วนของรูเจาะถูกแบ่งเป็นเอลิเมนต์ชนิดแผ่นสี่เหลี่ยมแบบดัมมี่เอลิเมนต์ โดยทั้งหมดประกอบด้วย 8,690 โหนด และ 8,764 เอลิเมนต์



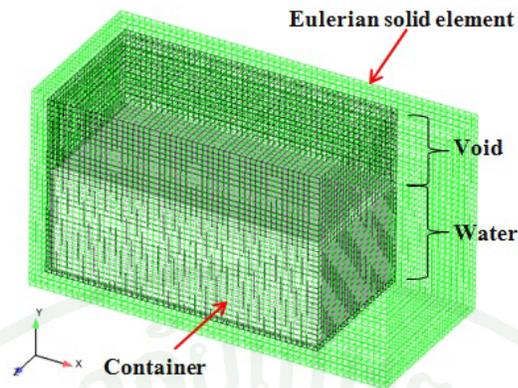
ภาพที่ 11 แบบจำลอง FEM ของตัวภาชนะบรรจุและฝาปิด



ภาพที่ 12 แบบจำลอง FEM ของตัวภาชนะบรรจุ ฝาปิด แผ่นกั้นกั้นการกระลอกและรูเจาะ

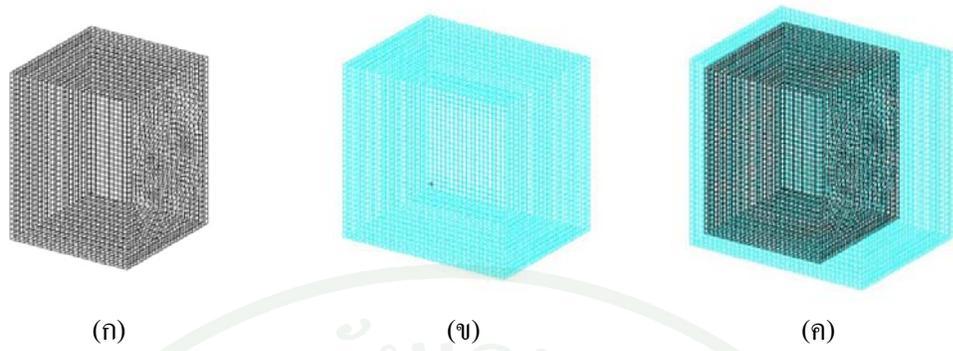
### 3. ชนิดของเอลิเมนต์และคุณสมบัติของของไหลหรือน้ำ

กรณีภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก สำหรับการสร้างส่วนที่เป็นน้ำภายในภาชนะบรรจุของแบบจำลองการกระลอก และส่วนของที่ว่างเปล่า (void) ในงานวิจัยนี้ได้กำหนดสมการที่จะใช้ในการวิเคราะห์ผลด้วยสมการร่วม ลากรานเจียน-ออยเลอร์เรเนียน (CLE) ซึ่งแบบจำลองของขอบเขตของของไหล (fluid domain) ถูกสร้างโดยใช้อัลกอริทึมตัวกำเนิดโครงร่างตาข่ายแบบสี่เหลี่ยม (mesh generator) เพื่อให้ได้เอลิเมนต์ชนิดสี่เหลี่ยมหกหน้า (eulerian solid element) ประกอบด้วย 59,160 เอลิเมนต์เชื่อมต่อกันด้วยโหนดจำนวน 64,015 โหนด ดังแสดงในภาพที่ 13 ต่อมา General coupling algorithm ถูกใช้สำหรับสร้าง Coupling surface เพื่อกำหนดขอบเขตของน้ำให้อยู่ภายในภาชนะบรรจุและการแก้ปัญหาแบบ FSI จะถูกคำนวณผ่านพื้นผิว Coupling surface นี้ด้วย การกำหนดค่าคุณสมบัติทางกลของน้ำมี ค่าความหนาแน่น  $1,000 \text{ kg/m}^3$  ค่าโมดูลัสเชิงปริมาตร  $2.2 \text{ GPa}$  ค่าความหนืด  $8.9 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  ที่  $25 \text{ }^\circ\text{C}$

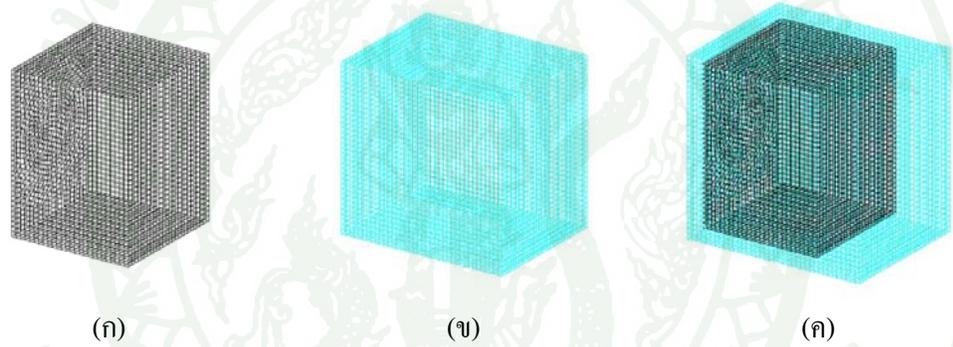


ภาพที่ 13 แบบจำลอง FEM ของของไหลที่ล้อมรอบแบบจำลอง FEM ของภาชนะบรรจุ ที่ระดับน้ำ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

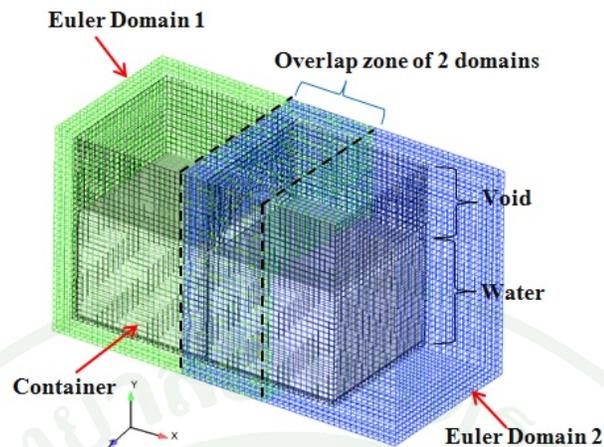
กรณีภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกันกระลอก ในส่วนของของไหลนั้นก็สามารนำวิธีการตามกรณีแรกมาใช้ได้ แต่จำเป็นต้องแบ่งขอบเขตของของไหล (euler domain) ออกเป็นสองขอบเขต โดยแบ่งเป็นส่วนด้านหน้า (euler domain 1) ของภาชนะบรรจุ และส่วนด้านหลัง (euler domain 2) ของภาชนะบรรจุแสดงดังภาพที่ 14 และ 15 โดยที่จะมีขอบเขตของการไหลทั้งสองส่วนซ้อนทับกัน (overlap zone) ดังแสดงในภาพที่ 16 ซึ่งจะได้เอลิเมนต์ชนิดสี่เหลี่ยมหกหน้า (eulerian solid element) ของส่วนด้านหน้า และส่วนด้านหลัง โดยมี 38,760 เอลิเมนต์เชื่อมต่อด้วยโหนดจำนวน 42,315 โหนด และทั้งสองส่วนรวมกันได้ 77,520 เอลิเมนต์เชื่อมต่อด้วยโหนดจำนวน 84,630 โหนด เอลิเมนต์ของรูเจาะจะถูกกำหนดเป็นความพรุน (porosity) แล้วทำการสร้างความสัมพันธ์ทั้งสองขอบเขตโดยใช้อัลกอริทึมการไหลผ่าน coupling porosity algorithm ซึ่งน้ำจะสามารถไหลเข้าออกผ่านรูเจาะของผนังกั้นกันกระลอก



ภาพที่ 14 แบบจำลอง FEM (ก) ภาพขณะบรรจุส่วนหลัง (ข) ขอบเขตของไหลส่วนหลัง (ค) CLE ส่วนหลัง



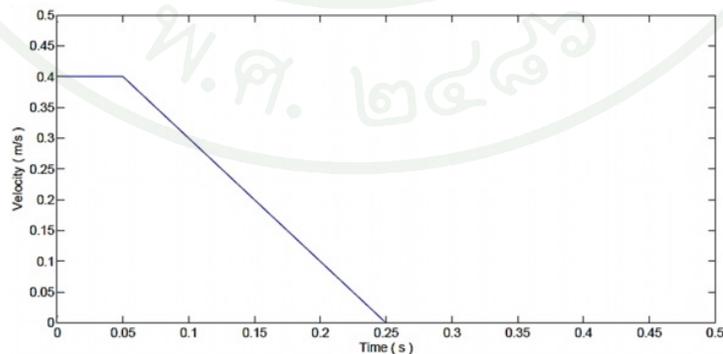
ภาพที่ 15 แบบจำลอง FEM (ก) ภาพขณะบรรจุส่วนหน้า (ข) ขอบเขตของไหลส่วนหน้า (ค) CLE ส่วนหน้า



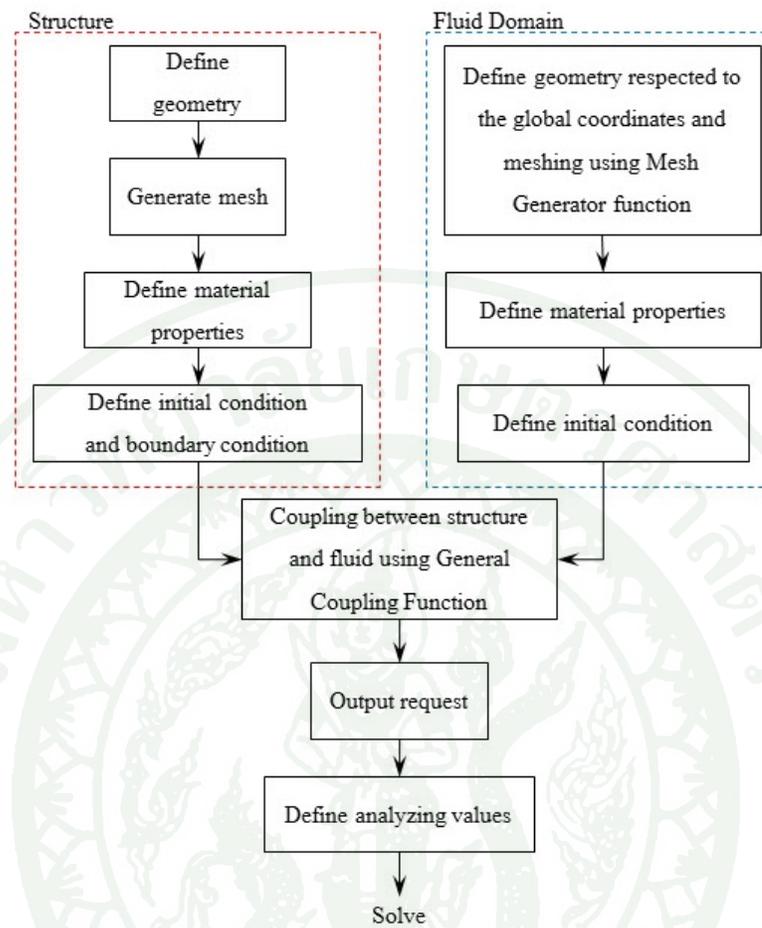
ภาพที่ 16 แบบจำลอง FEM ของ CLE รวมทั้งส่วนหน้าและส่วนหลังของภาชนะบรรจุ ที่ระดับ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

#### 4. การกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต

การเคลื่อนที่ของภาชนะบรรจุและน้ำถูกกำหนดให้มีความเร็วเริ่มต้น (initial velocity) 0.4 m/s และสามารถเคลื่อนที่ในทิศทางแกน x เท่านั้น โดยกำหนดการเคลื่อนที่ที่ผิวด้านล่างของภาชนะบรรจุ ตามแสดงในภาพที่ 17 ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่เหมือนกับภาชนะที่ถูกทดสอบด้วยเครื่องมือทดสอบในขณะก่อนเบรกจนกระทั่งหยุดสนิท โดยสามารถสรุปขั้นตอน pre-processing ในการสร้างแบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอกได้ดังแสดงในภาพที่ 18 และแบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกันการระลอกแสดงในภาพที่ 19

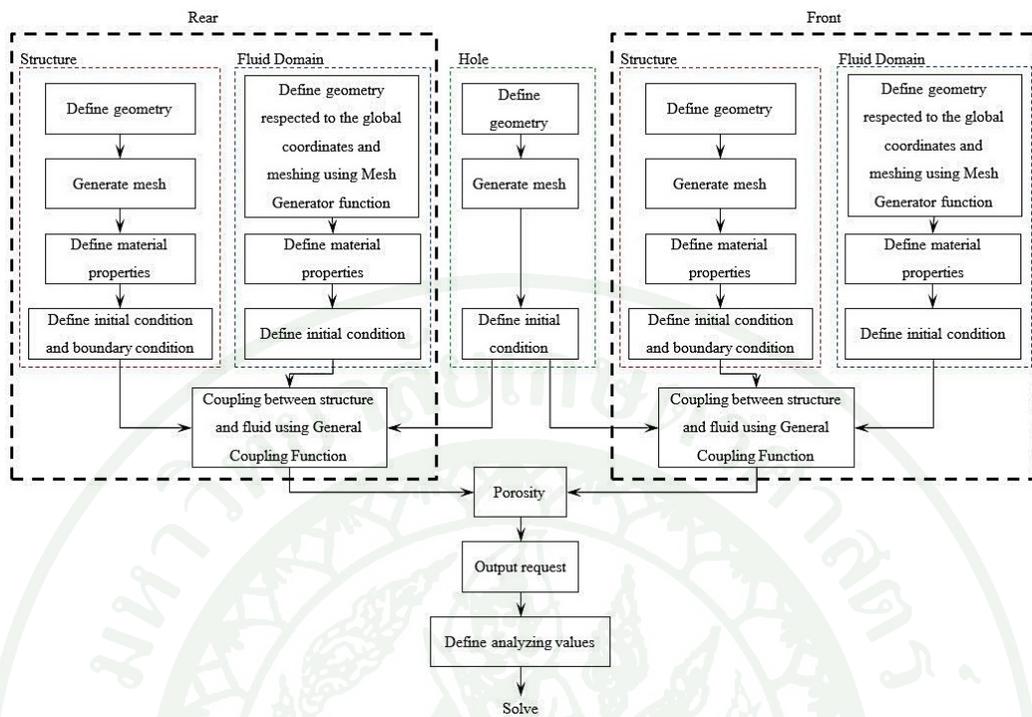


ภาพที่ 17 กราฟความเร็วกับเวลาในการเคลื่อนที่ของภาชนะบรรจุในแบบจำลอง FEM



ภาพที่ 18 แผนผังการสร้างแบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันกั้นการระลอก

ที่มา: วุฒิพงษ์ (2555)



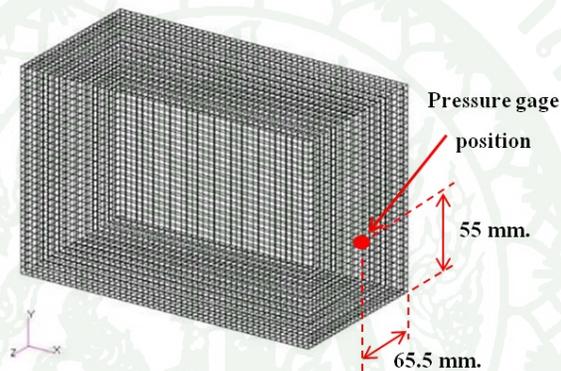
ภาพที่ 19 แผนผังการสร้างแบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกันการระลอก

ที่มา: วุฒิพงษ์ (2555)

## ผลและวิจารณ์

### ผลจากการจำลองการกระลอกของของเหลวภายในภาชนะบรรจุด้วย FEM

ผู้วิจัยทำการสร้างแบบจำลองการกระลอก ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็มของภาชนะ และได้ตรวจวัดความดัน ที่กึ่งกลางผนังด้านหน้าของภาชนะทดสอบสูงจากก้นภาชนะทดสอบ 55 mm เพื่อนำไปเป็นเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ วุฒิพงษ์ (2555) ดังแสดงในภาพที่ 20



ภาพที่ 20 แบบจำลองของภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกั้นก้นก้นการกระลอก

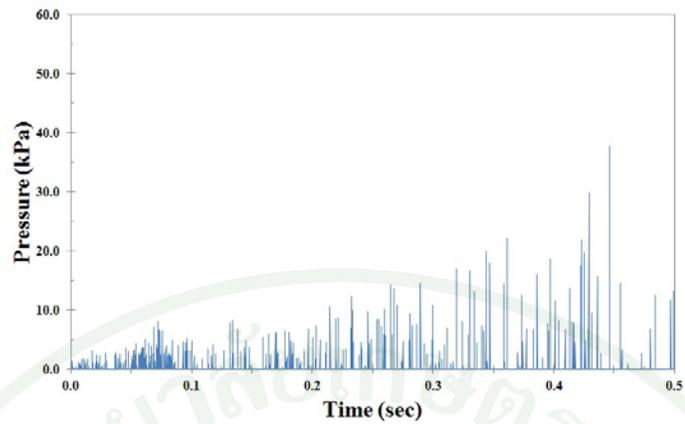
#### 1. ความดันของของเหลวที่จุดตรวจสอบด้านหน้าภาชนะบรรจุ

ภาพที่ 21 แสดงความดันของของน้ำที่จุดตรวจสอบของกรณีศึกษา 1 – 3 (ภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกั้นก้นก้นการกระลอกและการไหลเป็นแบบ ไม่มี ความหนืด ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80%) พบว่าค่าความดันที่ได้มีการแกว่งแบบสุ่ม (random oscillate) สูง และไม่สามารถบ่งบอกค่าความดันสูงสุดขณะที่เกิดการกระลอก ภาพที่ 22 แสดงความดันของของน้ำที่จุดตรวจสอบของกรณีศึกษา 4 – 6 (ภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกั้นก้นก้นการกระลอกและการไหลแบบมี ความหนืด ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80%) พบว่าค่าความดันที่ได้มีการแกว่งแบบสุ่ม (random oscillate) สูง และไม่สามารถบ่งบอกค่าความดันสูงสุดขณะที่เกิดการกระลอก

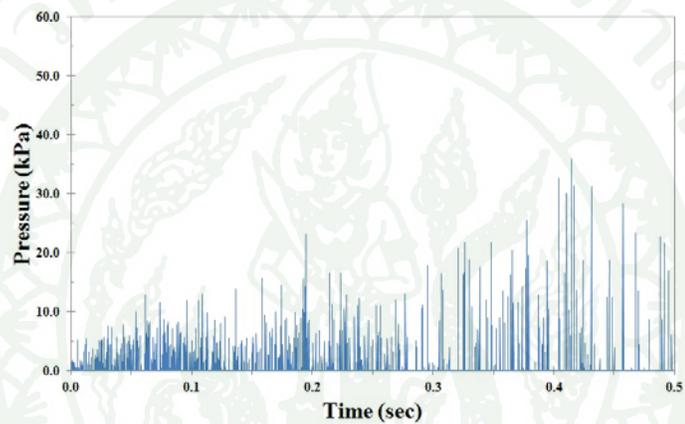
กรณีศึกษาที่ 4 – 6 นอกจากของเหลวจะถูกกำหนดค่าความหนืดพลวัต (dynamics viscosity) ลงไปในคุณสมบัติของของเหลวแล้ว ยังใช้เป็นกรณีศึกษาเพื่อทำการทดลองกำหนดค่า BULK (Linear bulk viscosity) ที่แตกต่างกัน 3 ค่า ลงในค่าพารามิเตอร์ของคุณสมบัติน้ำคือ 0.05, 0.1 และ 0.2 ภาพที่ 23 – 25 แสดงความดันของของน้ำที่จุดตรวจสอบของกรณีศึกษาที่ 4 – 6 ซึ่งกำหนดค่า BULK = 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าค่าความดันที่ได้มีการแกว่งตัวลดลง ผลของความดันที่ได้ทั้งหมดจากกรณีศึกษา 4 – 6 ในภาพที่ 23 – 25 ถูกนำมาทำการกรองข้อมูลที่มีค่าความถี่สูงกว่า Normalized cut-off frequency ( $f_{norm}$ ) ออก โดยใช้ชุดคำสั่ง Fast Fourier transform (FFT) และ Low-pass filter ในซอฟต์แวร์ MATLAB

ภาพที่ 26 แสดงกระบวนการกรองข้อมูลของกรณีศึกษาที่ 6 (ระดับน้ำ 80%) โดยใช้ชุดคำสั่ง FFT และ Low-pass filter ภาพที่ 26(ข) แสดงค่า Cut-off frequency ( $f_c$ ) = 0.005 Hz ซึ่งเป็นค่าความถี่ที่มีแอมพลิจูดสูงสุดซึ่งได้จากชุดคำสั่ง FFT และ ค่า Sampling frequency ( $f_s$ ) ของข้อมูลที่ถูกรับ = 10 Hz จึงได้ค่า Nyquist frequency ( $f_{nyquist}$ ) =  $f_s / 2 = 5$  Hz ดังนั้นจะได้ค่า Normalized cut-off frequency ( $f_{norm}$ ) =  $f_c / f_{nyquist} = 0.001$  Hz

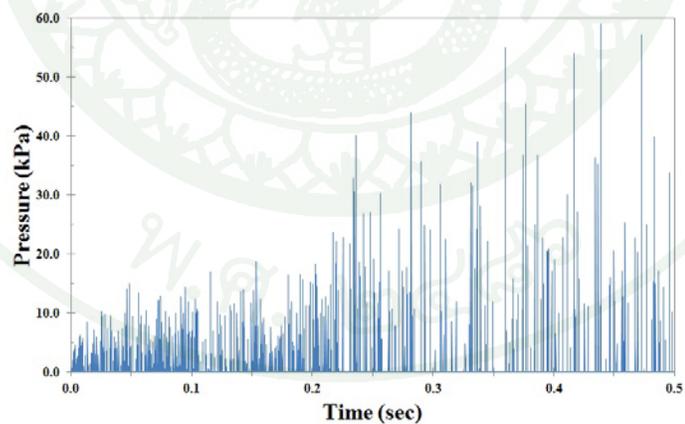
เนื่องจากค่าความดันที่ได้จากแบบจำลองจำเป็นที่จะต้องถูกนำไปเปรียบเทียบกับการทดสอบ จากภาพที่ 26(ค) แสดงให้เห็นว่าเมื่อนำค่า  $f_c = 0.005$  Hz ที่ได้จากชุดคำสั่ง FFT และคำนวณได้ค่า  $f_{norm} = 0.001$  Hz กรองข้อมูลทำให้ค่าความดันสูงสุดแตกต่างจากผลการทดสอบในห้องปฏิบัติการของวุติพงษ์ (2555) (เส้นทึบสีแดง) ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้ใช้ค่า  $f_c = 1$  Hz ซึ่งคำนวณได้ค่า  $f_{norm} = 0.2$  Hz กรองข้อมูลเพื่อให้ได้ค่าความดันสูงสุดมีความใกล้เคียงกับแบบทดสอบ (เส้นประสีเขียว) ซึ่งค่า  $f_c = 1$  Hz ได้จากการเปรียบเทียบค่าความดันสูงสุดกับแบบทดสอบที่ระดับน้ำ 60% และ 80% ของกรณีภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกันการระลอก ภาพที่ 26(ง) แสดงการกรองข้อมูลโดยใช้ชุดคำสั่ง Low-pass filter ที่ค่า  $f_c = 1$  Hz (เส้นทึบสีเขียว)



(ก)

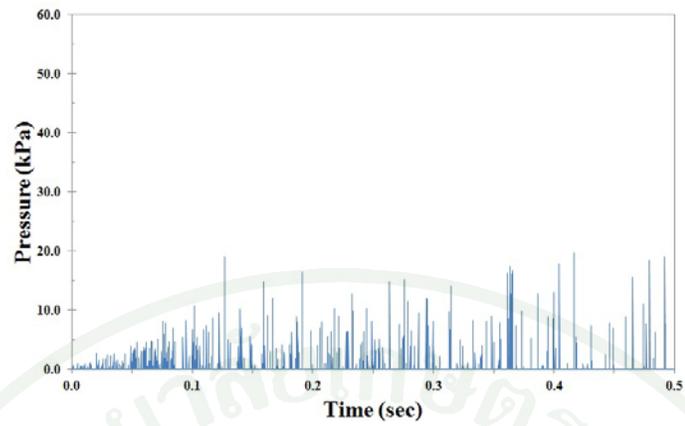


(ข)

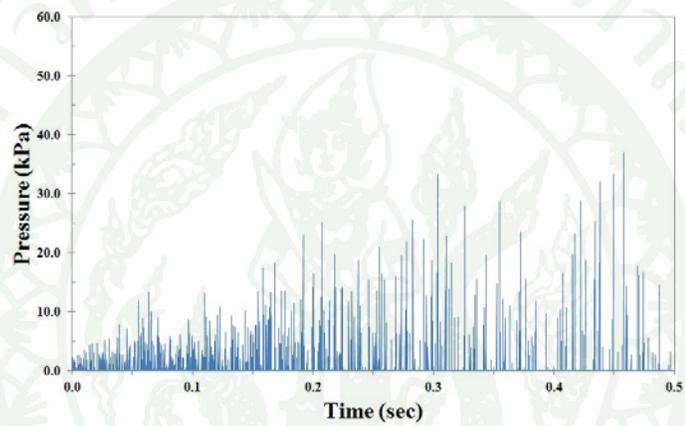


(ค)

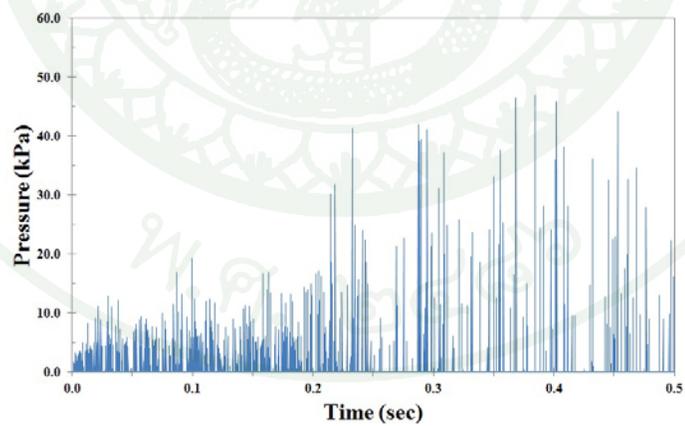
ภาพที่ 21 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกันกั้นการระลอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 1 – 3)



(ก)

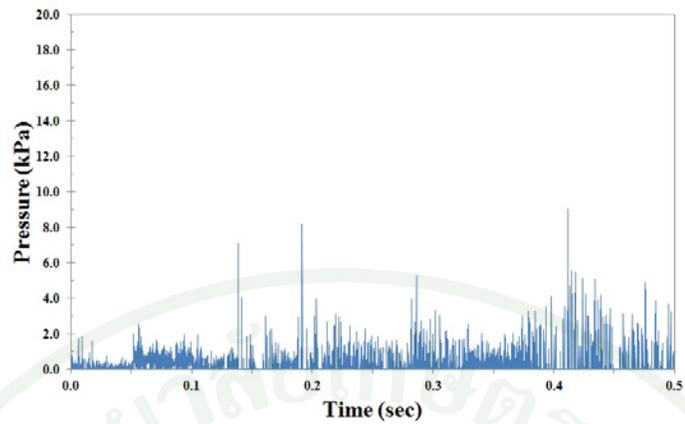


(ข)

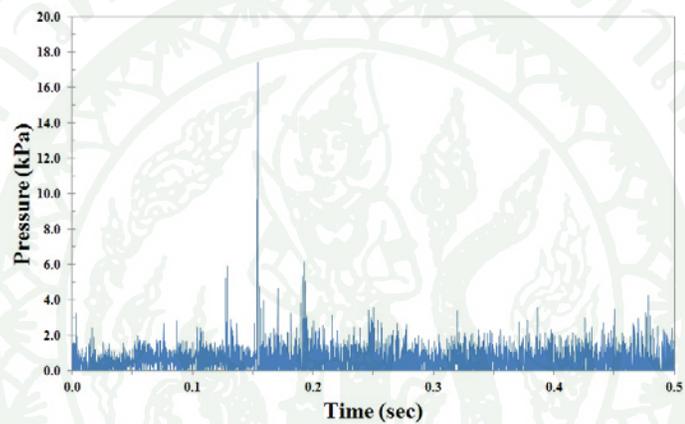


(ค)

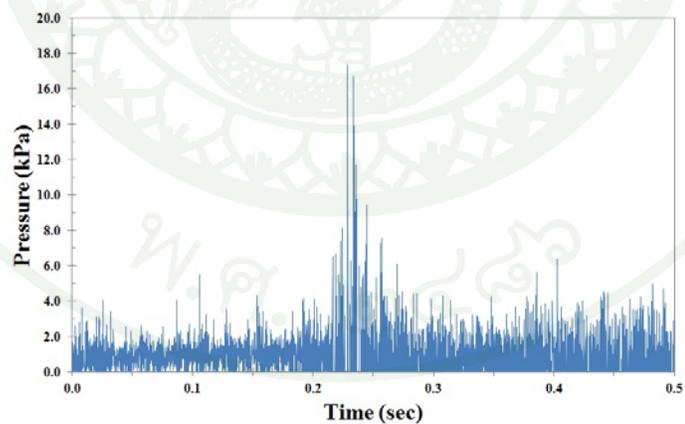
ภาพที่ 22 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกั้นกันการระลอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 4 – 6)



(ก)

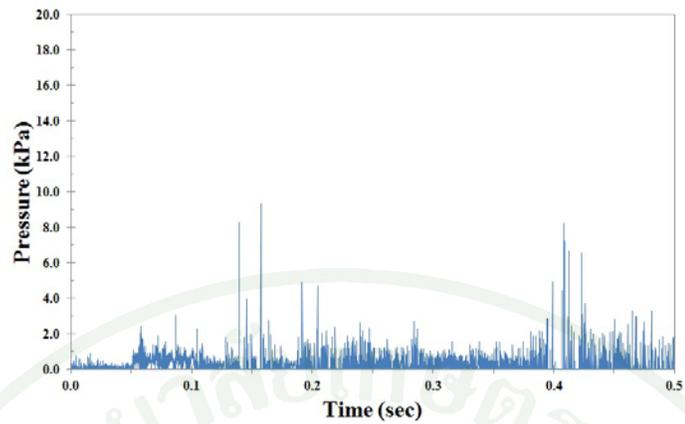


(ข)

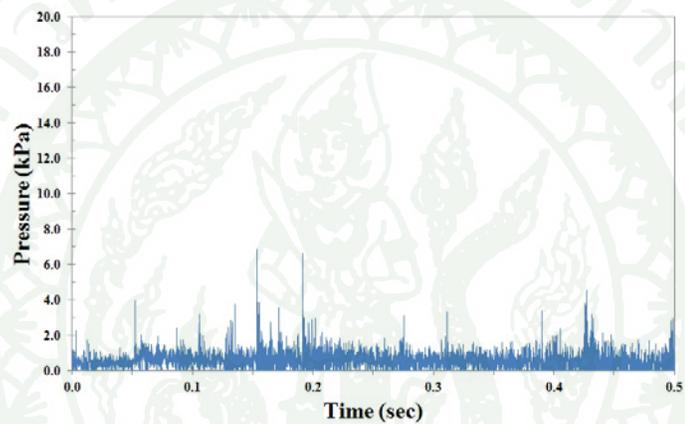


(ค)

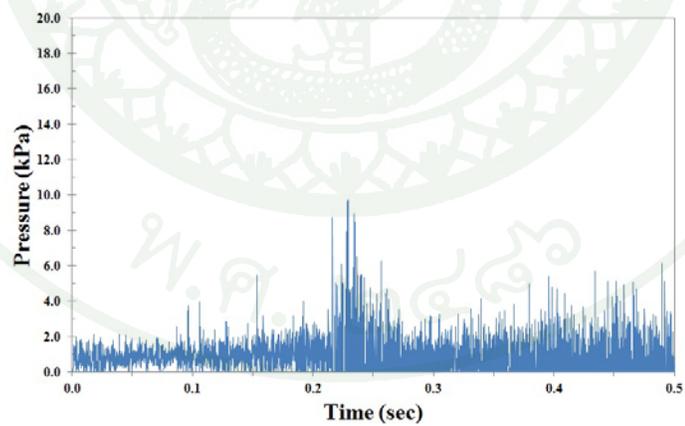
ภาพที่ 23 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกั้นกั้นการระลอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULK L = 0.05 (กรณีศึกษา 4 – 6)



(ก)

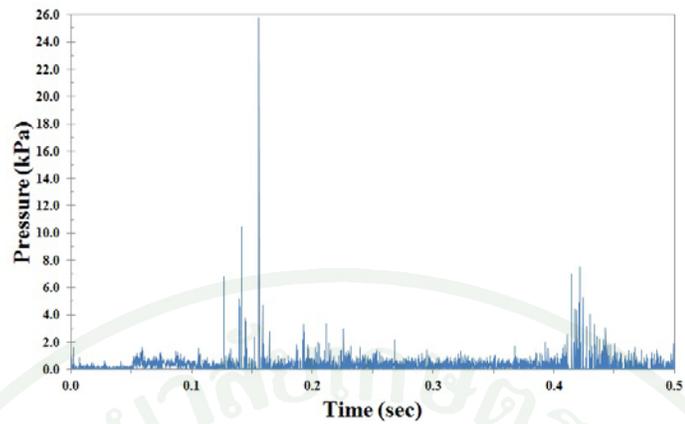


(ข)

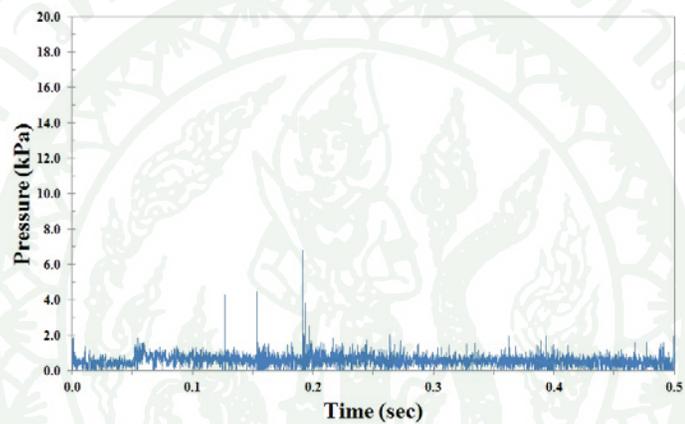


(ค)

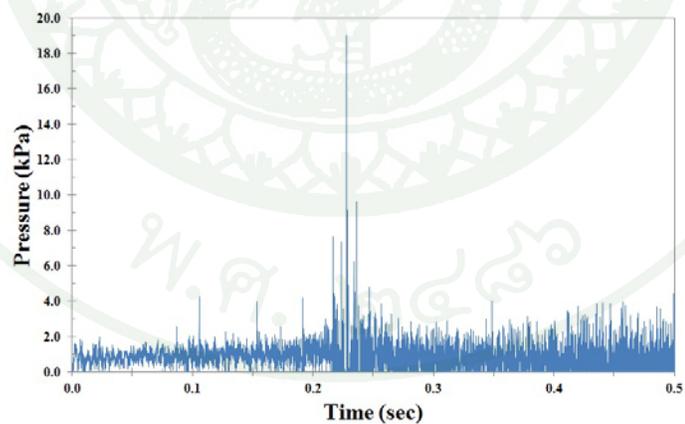
ภาพที่ 24 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกันกั้นการระลอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาณบรรจุเต็ม BULK<sub>L</sub> = 0.1 (กรณีศึกษา 4 – 6)



(ก)

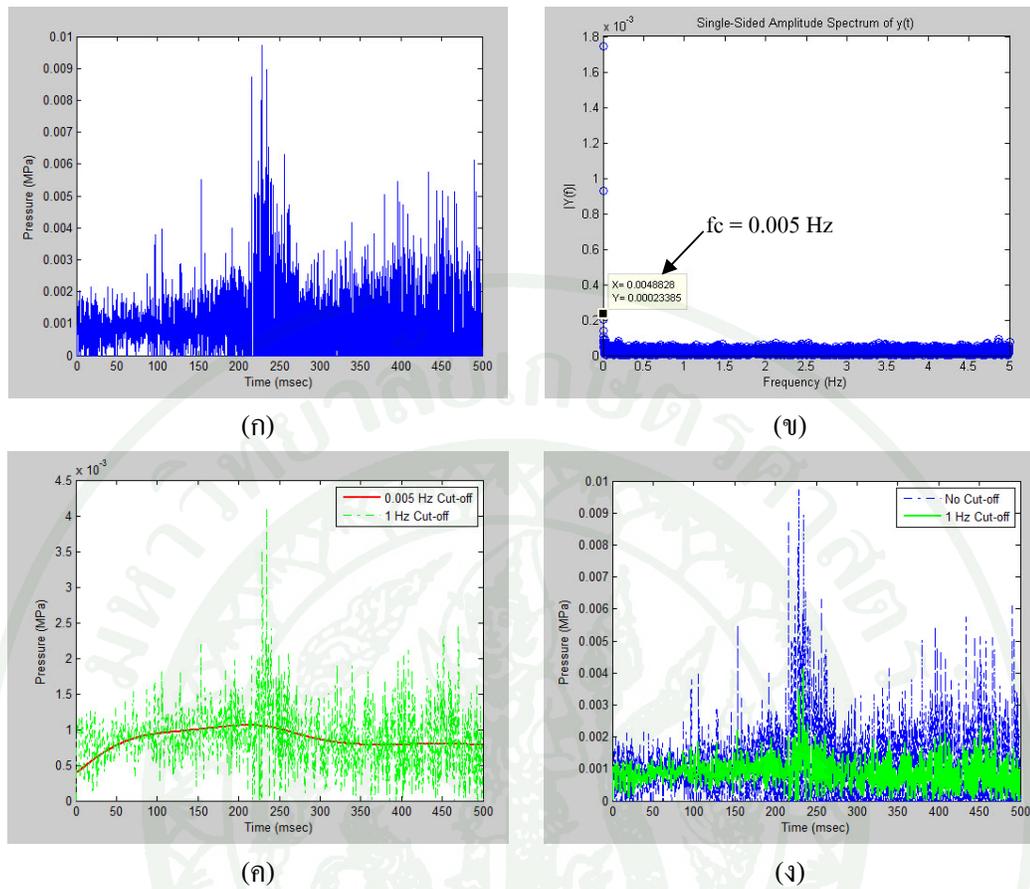


(ข)

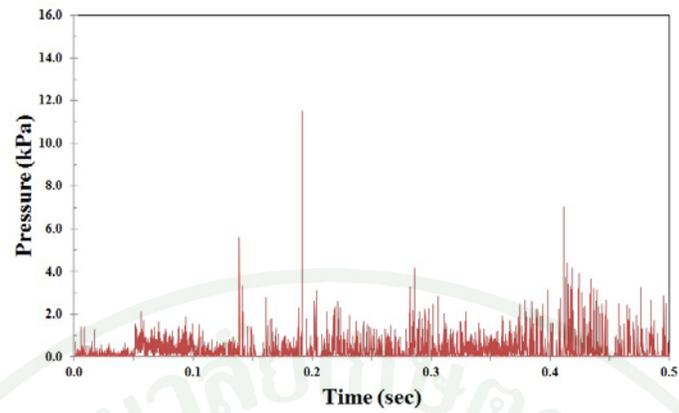


(ค)

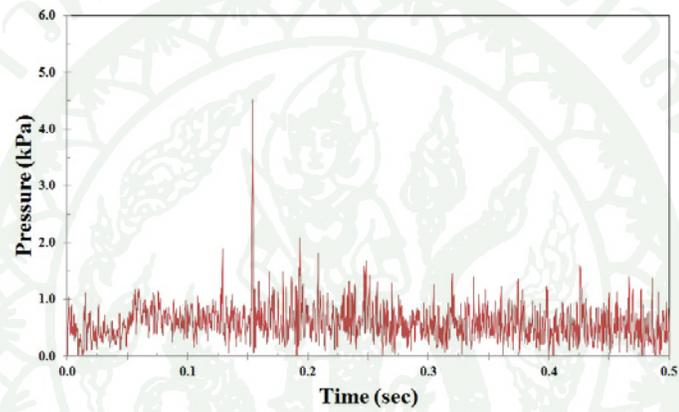
ภาพที่ 25 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกันกั้นการระลอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULK<sub>L</sub> = 0.2 (กรณีศึกษา 4 – 6)



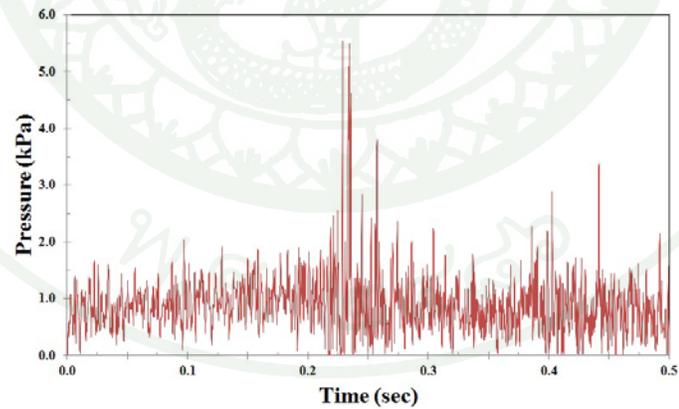
ภาพที่ 26 กระบวนการกรองข้อมูลของกรณีศึกษาที่ 6 (ระดับน้ำ 80%) (ก) กราฟความดันกับเวลา (ข) กราฟแอมพลิจูดสเปกตรัมกับความถี่ซึ่งได้จากชุดคำสั่ง FFT (ค) เปรียบเทียบการกรองข้อมูลโดยใช้ชุดคำสั่ง Low-pass filter ที่ความถี่ Cut-off เท่ากับ 0.005 Hz (เส้นทึบสีแดง) และที่ความถี่ Cut-off 1 Hz (เส้นประสีเขียว) (ง) กราฟที่ถูกกรองข้อมูลโดยใช้ชุดคำสั่ง Low-pass filter ที่ความถี่ Cut-off เท่ากับ 1 Hz (เส้นทึบสีเขียว)



(ก)

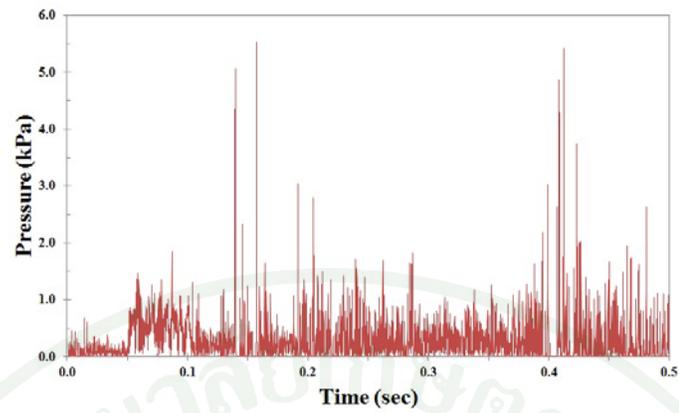


(ข)

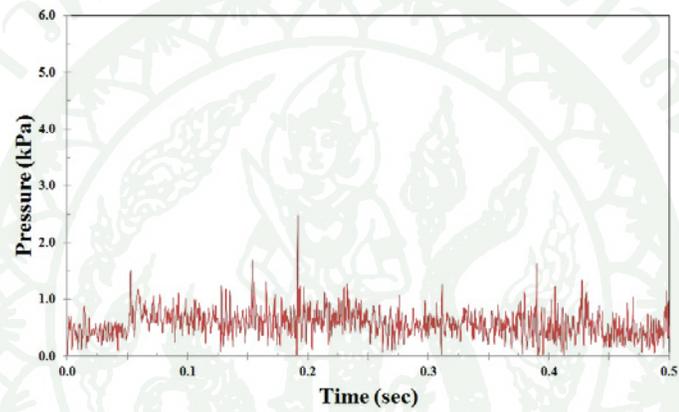


(ค)

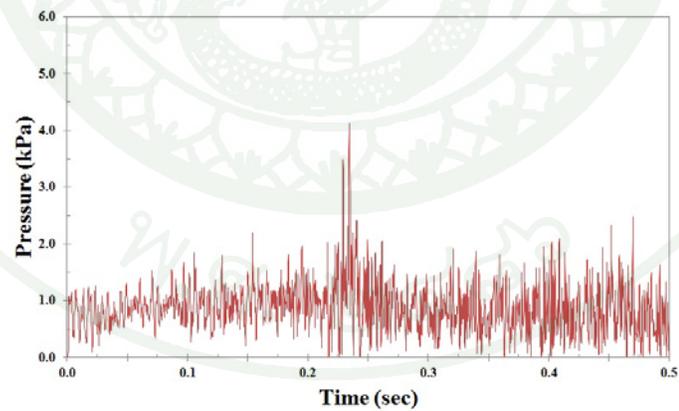
ภาพที่ 27 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันกั้นการระลอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULK<sub>L</sub> = 0.05 (กรณีศึกษา 4 – 6)



(ก)

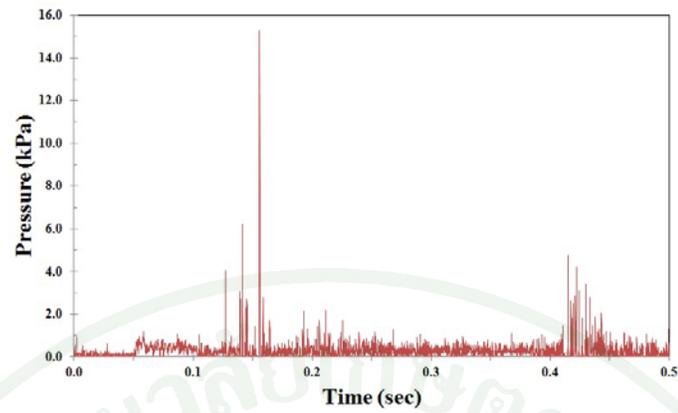


(ข)

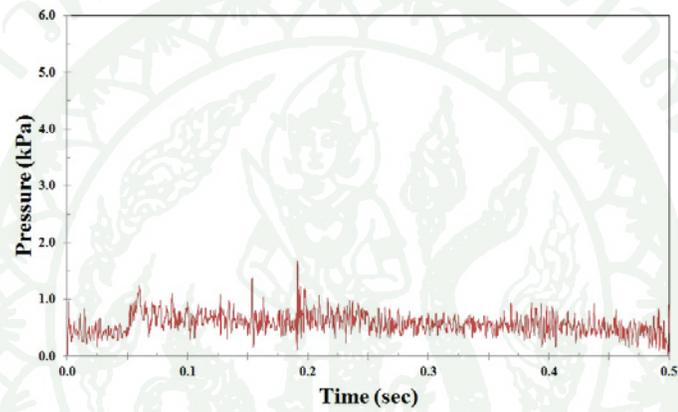


(ค)

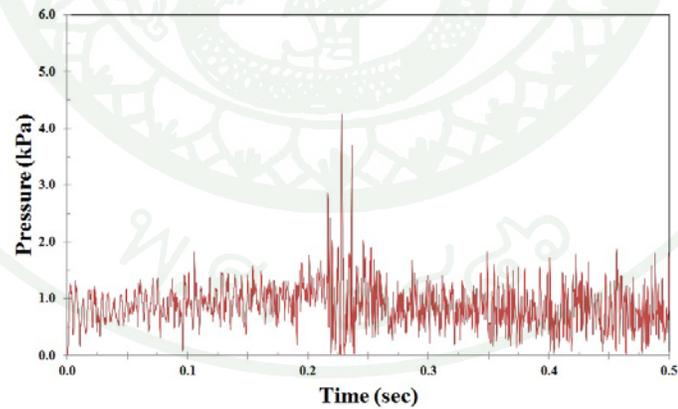
ภาพที่ 28 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันการกระฉอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULK<sub>L</sub> = 0.1 (กรณีศึกษา 4 – 6)



(ก)

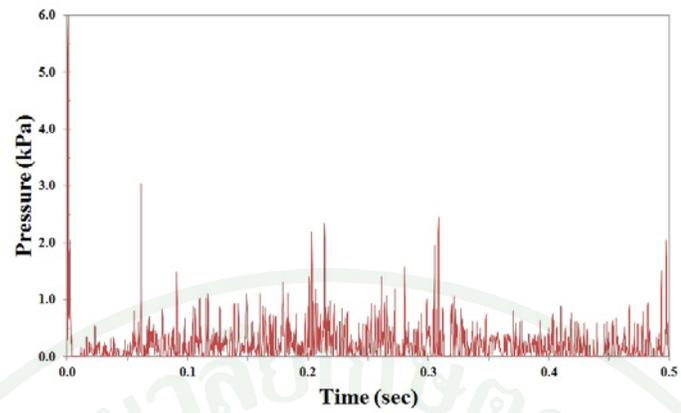


(ข)

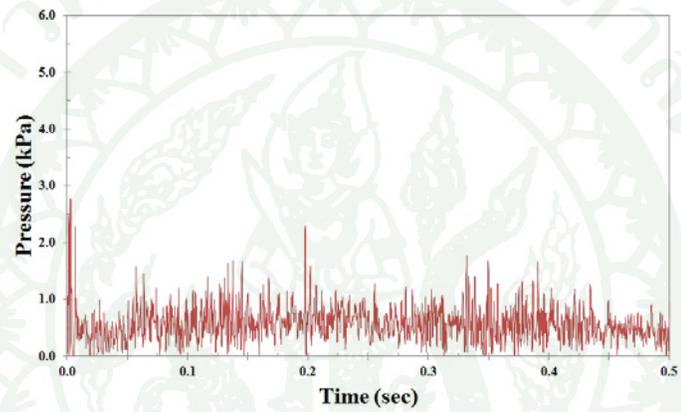


(ค)

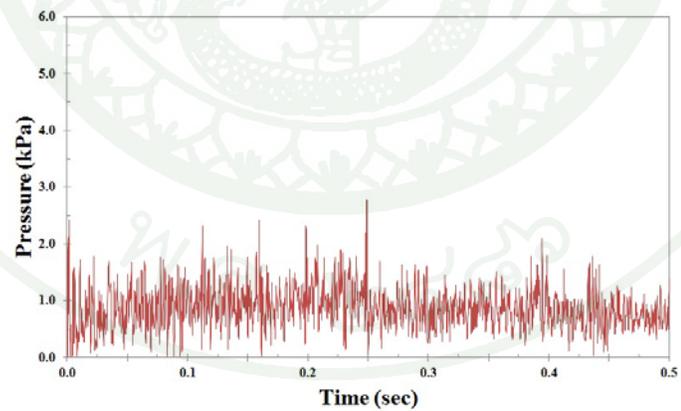
ภาพที่ 29 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบ ไม่มีผนังกันกั้นการระลอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULK<sub>L</sub> = 0.2 (กรณีศึกษา 4 – 6)



(ก)



(ข)



(ค)

ภาพที่ 30 กราฟความดันกับเวลาที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกันการระลอก  
(ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม BULK<sub>L</sub> = 0.1 (กรณีศึกษา 7 – 9)

จากภาพที่ 27 – 29 แสดงผลของความดันของของน้ำที่จุดตรวจสอบของกรณีศึกษา 4 – 6 ซึ่งถูกกรองข้อมูลและถูกกำหนดค่า BULKL = 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ จากผลของการกำหนดค่า BULKL ทั้ง 3 ค่า แสดงให้เห็นว่าผลของความดันของน้ำที่ถูกกำหนดค่า BULKL = 0.1 และ 0.2 ที่กรณีศึกษา 5 และ 6 (ที่ระดับน้ำ 60% และ 80% ตามลำดับ) ทำให้เกิดการแกว่งตัวของความดันลดลง ส่วนกรณีศึกษาที่ 4 (ที่ระดับน้ำ 40%) ยังคงเกิดการแกว่งของความดันสูง เมื่อพิจารณาค่าความดันสูงสุดพบว่าค่า BULKL = 0.1 ทำให้ผลของค่าความดันสูงสุดใกล้เคียงกับผลจากการทดลอง ที่ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 11.2% ที่ระดับน้ำ 60% และ 62% ที่ระดับน้ำ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม ดังแสดงในตารางที่ 1 ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้ค่า BULKL = 0.1 ในการจำลองปัญหาการระลอกของน้ำ จากภาพที่ 30 แสดงผลของความดันของของน้ำที่จุดตรวจสอบของกรณีศึกษา 7 – 9 (ภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกันการระลอกและการไหลแบบมีความหนืด ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80%) ซึ่งถูกกรองความถี่ของข้อมูลและถูกกำหนดค่า BULKL = 0.1

**ตารางที่ 1** แสดงการเปรียบเทียบค่าความดันสูงสุดของแบบจำลองกรณีศึกษา 4 – 6 เมื่อถูกกำหนดค่า BULKL = 0.05, 0.1 และ 0.2 และเปรียบเทียบกับผลการทดสอบ

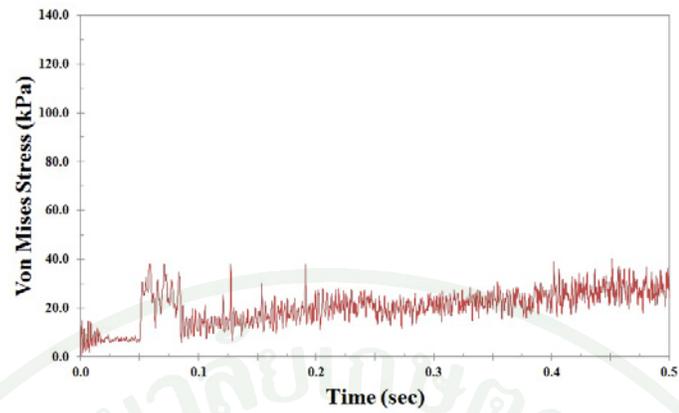
Water filling capacity (%)	Maximum Pressure (kPa)					
	Container without Baffle			Container with Baffle		
	Experiment	FEM (BULKL)			Experiment	FEM (BULKL)
		0.05	0.1	0.2		0.1
40	1.68	-	-	-	1.70	-
60	2.23	4.52	2.48	1.68	1.95	2.31
80	2.55	5.54	4.13	4.25	1.83	2.78

หมายเหตุ: เครื่องหมาย (-) ไม่สามารถระบุค่าได้

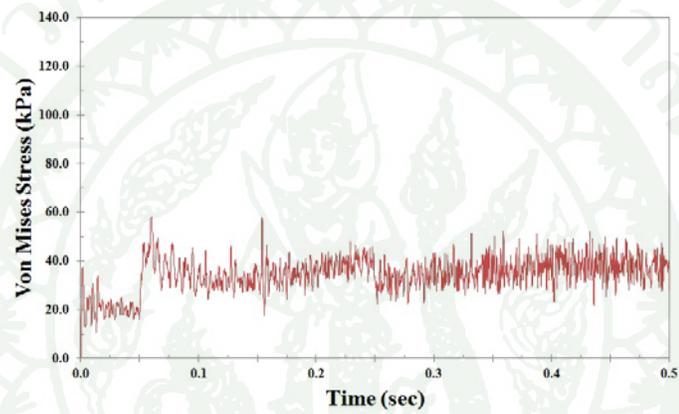
## 2. ความเค้นวอนมิสบนภาชนะบรรจุที่จุดตรวจสอบด้านหน้าของภาชนะ

ภาพที่ 31 – 33 แสดงผลของความเค้นวอนมิส (von mises stress) ที่จุดตรวจสอบด้านหน้าของภาชนะบรรจุ แบบจำลองการกระฉอก ภาพที่ 31 แสดงกรณีศึกษา 1 – 3 (ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระฉอกและการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืด) ภาพที่ 32 แสดงกรณีศึกษา 4 – 6 (ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระฉอกและการไหลเป็นแบบมีความหนืด) ภาพที่ 33 แสดงกรณีศึกษา 7 – 9 (ภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกั้นการกระฉอกและการไหลเป็นแบบมีความหนืด) ทุกกรณีพบว่าค่าความเค้นวอนมิสที่เกิดขึ้นมีค่าสูงขึ้นตามปริมาณน้ำที่ถูกเพิ่มขึ้นจาก 40%, 60% และ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็มตามลำดับ

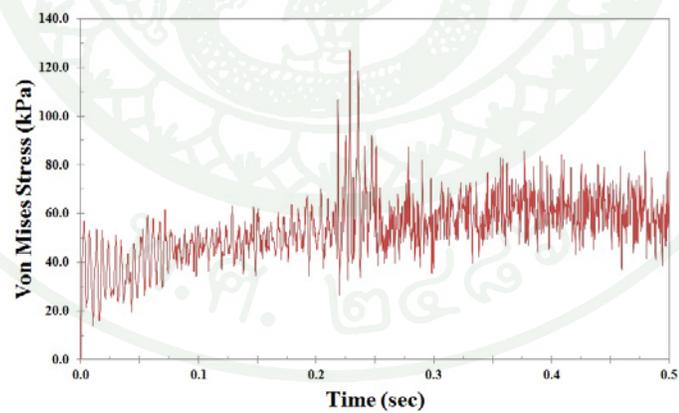
จากกรณีศึกษาทั้งหมดพบว่า ค่าความเค้นวอนมิสที่เกิดขึ้นมีค่าสูงขึ้นทันที เมื่อภาชนะบรรจุเริ่มถูกเบรกที่เวลา 0.05 sec และในช่วงเวลา 0.05 – 0.25 sec ค่าความเค้นวอนมิสมีค่าสูงขึ้นอย่างต่อเนื่องจนกระทั่งภาชนะบรรจุถูกทำให้หยุดนิ่ง (เวลา 0.25 sec) ซึ่งเป็นผลจากการกระฉอกของน้ำที่เพิ่มขึ้น หลังจากภาชนะบรรจุหยุดนิ่ง (ช่วงเวลา 0.25 sec เป็นต้นไป) พบว่าค่าความเค้นวอนมิสมีแนวโน้มลดลง แต่กรณี 1 – 3 มีค่าความเค้นวอนมิสเบี่ยงเบนออก (ลู่ออก) เมื่อเวลาในการวิเคราะห์ห้มาก (ช่วงเวลา 0.3 sec เป็นต้นไป)



(ก)

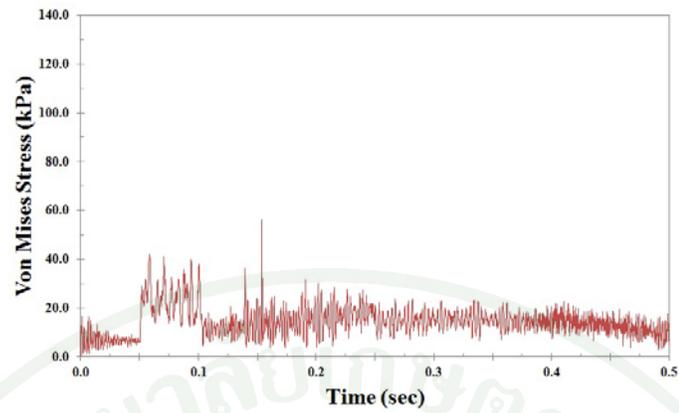


(ข)

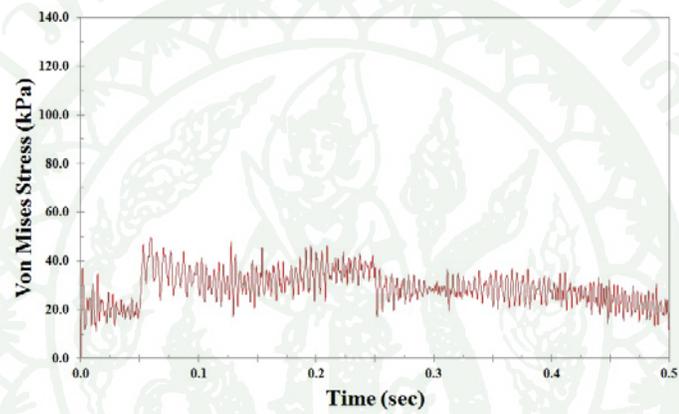


(ค)

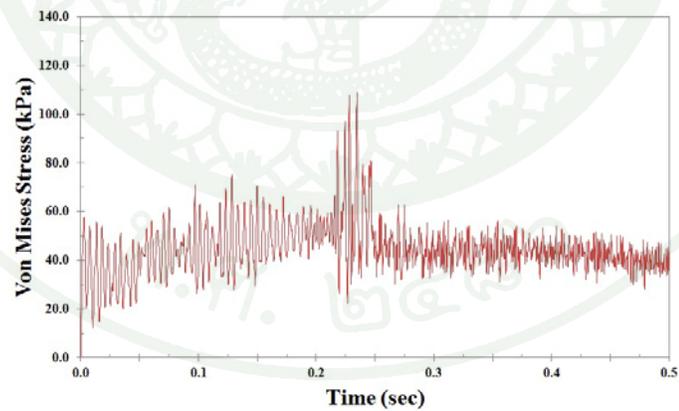
ภาพที่ 31 กราฟความเค้นวอนมิสที่จุดตรวจสอบกับเวลาของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันการ  
 ครอบงวน กรณีกำหนดการไหลแบบไม่มีความหนืด (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของ  
 ปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 1 – 3)



(ก)

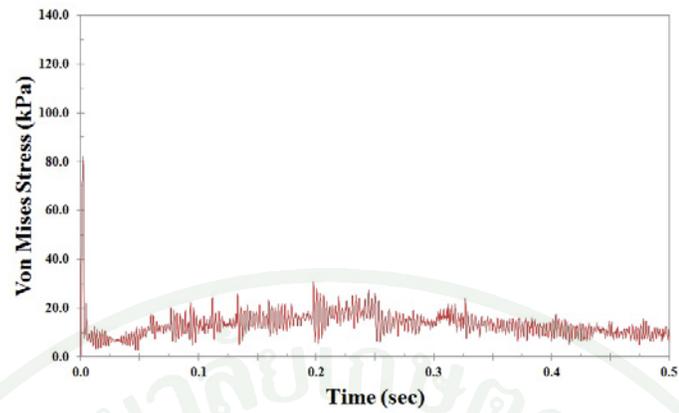


(ข)

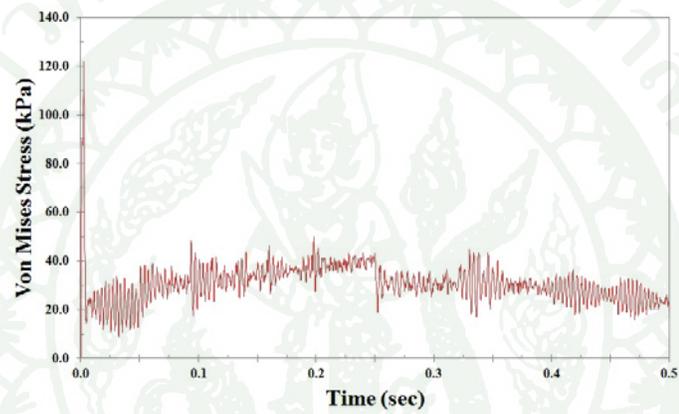


(ค)

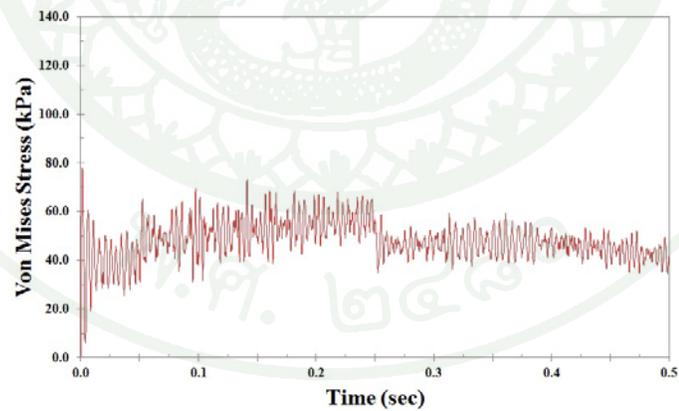
ภาพที่ 32 กราฟความเค้นวอนมิสที่จุดตรวจสอบกับเวลาของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกันการ  
 กระจาย กรณีกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของ  
 ปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 4 – 6)



(ก)

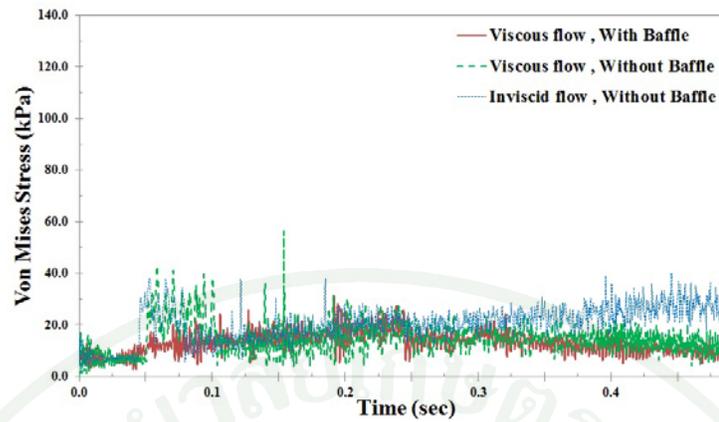


(ข)

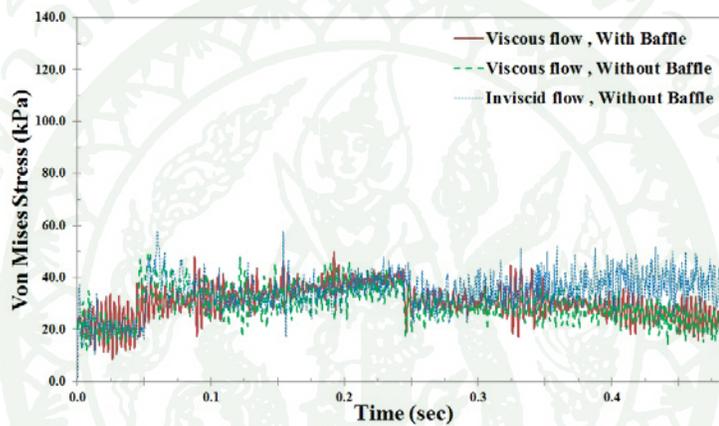


(ค)

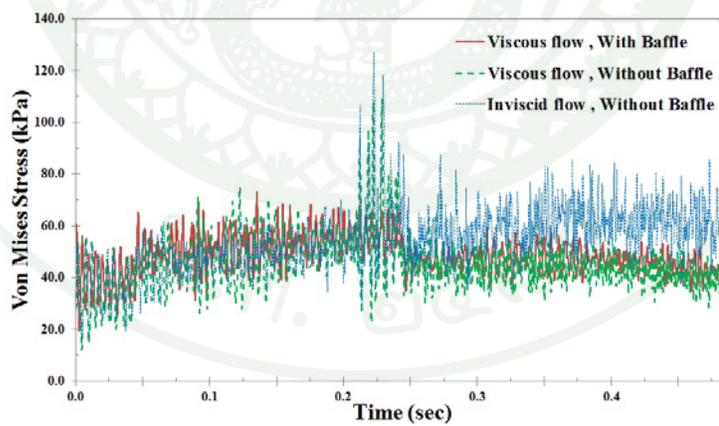
ภาพที่ 33 กราฟความเค้นวอนมิสที่จุดตรวจสอบกับเวลา ของภาชนะบรรจุแบบมีผนังกันกั้นการ  
 ครอบนอก กรณีกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของ  
 ปริมาตรบรรจุเต็ม (กรณีศึกษา 7 – 9)



(ก)

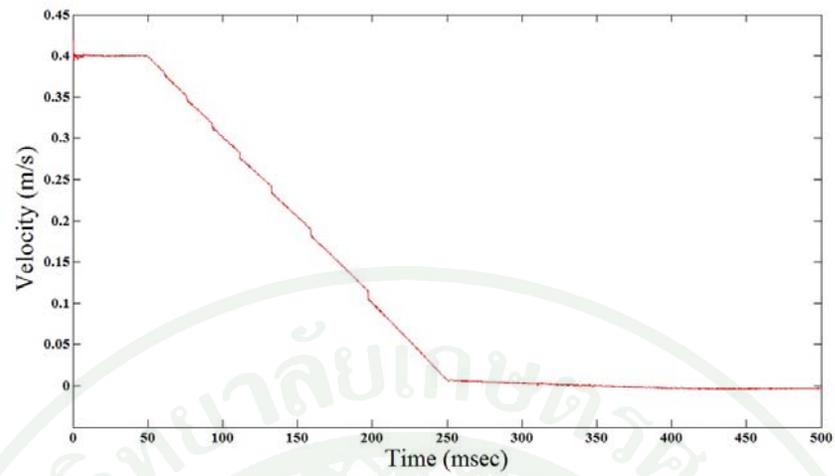


(ข)

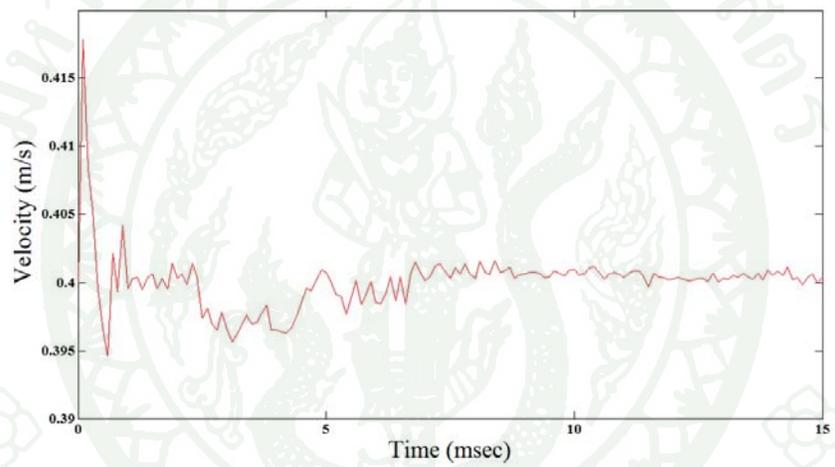


(ค)

ภาพที่ 34 กราฟความเค้นวอนมิสที่จุดตรวจสอบกับเวลา เปรียบเทียบระหว่างผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองต่างๆ ที่ระดับน้ำ (ก) 40% (ข) 60% (ค) 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม



(ก)



(ข)

ภาพที่ 35 กราฟความเร็วกับเวลาของจุดต่อที่ผิวด้านล่างของภาชนะบรรจุซึ่งถูกกำหนดความเร็ว โดยเงื่อนไขขอบเขต (ก) ช่วงเวลา 0 – 500 msec (ข) ช่วงเวลา 0 – 15 msec

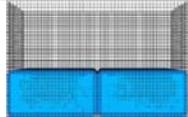
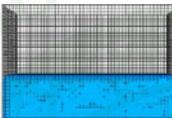
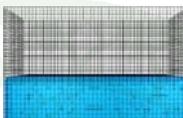
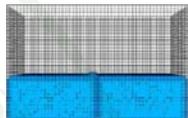
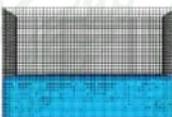
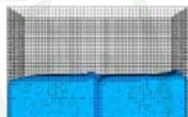
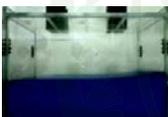
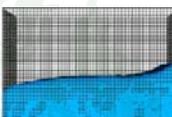
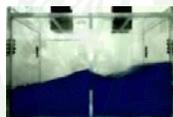
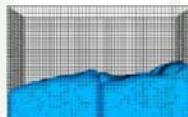
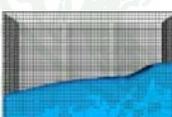
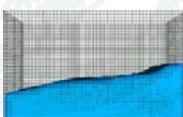
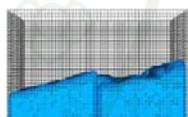
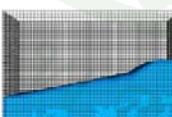
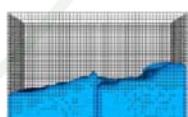
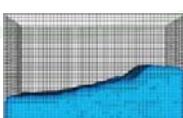
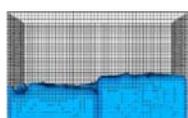
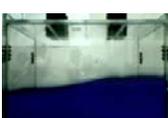
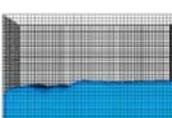
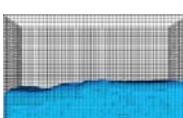
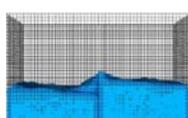
จากภาพที่ 34 แสดงการเปรียบเทียบผลของความเค้นวอนมิตที่จุดตรวจสอบของภาชนะบรรจุกรณีต่างๆ ที่แต่ละระดับน้ำ แสดงให้เห็นว่า เมื่อเปรียบเทียบผลของการจำลองการไหลของน้ำแบบไม่มีความหนืด กับแบบมีความหนืด ในภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการระลอก พบว่าความเค้นวอนมิตสูงสุดเกิดขึ้นในช่วงเวลาเดียวกัน กรณีภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกั้นการระลอกและการไหลของน้ำเป็นแบบมีความหนืดที่ระดับน้ำ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม พบว่าการเพิ่มแผ่นกั้นกั้นการระลอกทำให้ค่าความเค้นวอนมิตสูงสุดลดลง

ช่วงเวลา 0 – 0.006 sec ของกรณีศึกษา 7 – 9 (ภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกั้นการระลอกและการไหลของน้ำแบบมีความหนืด ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80%) แสดงให้เห็นว่าความดันของของน้ำและความเค้นวอนมิตบนภาชนะบรรจุที่จุดตรวจสอบมีค่าสูงมาก เนื่องจากในช่วงเวลาเริ่มต้นการจำลอง พบว่ามีความผิดพลาดในการคำนวณของโปรแกรมเกิดขึ้น ซึ่งแสดงในภาพที่ 35 กราฟความเร็วกับเวลาของโหนดที่ผิวด้านล่างของภาชนะบรรจุซึ่งถูกกำหนดความเร็วโดยเงื่อนไขขอบเขต พบว่าค่าความเร็วในช่วงเวลา 0 – 0.006 sec มีความคลาดเคลื่อนจากค่าความเร็วที่ถูกกำหนดไว้ คือ 0.4 m/s

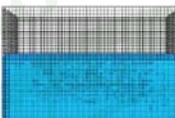
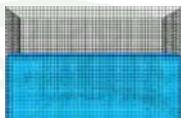
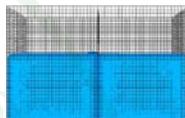
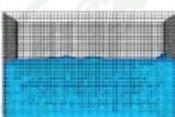
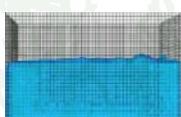
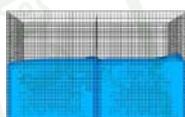
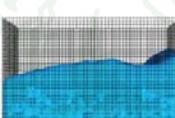
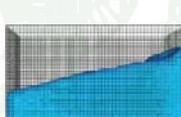
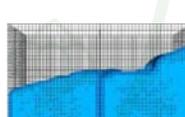
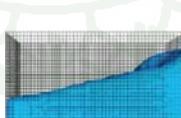
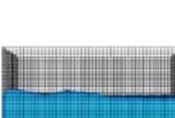
### 3. ลักษณะหน้าคลื่นน้ำจากการจำลองการระลอกของของเหลวด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ผลการเปรียบเทียบลักษณะหน้าคลื่นที่ได้จากการจำลองการระลอกของน้ำ(กรณีศึกษา 1 – 9) กับผลจากการทดสอบด้วยเครื่องทดสอบ ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็มของภาชนะ แสดงในตารางที่ 2 – 4 ตามลำดับ และตารางที่ 5 – 7 แสดงผลการเปรียบเทียบความสูงของผิวหน้าคลื่นที่ผนังด้านหน้าของภาชนะบรรจุ ที่ระดับน้ำ 40%, 60% และ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม ตามลำดับ

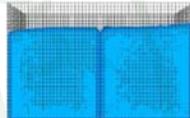
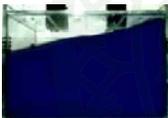
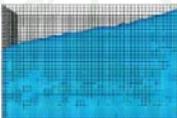
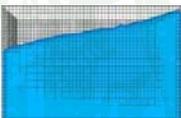
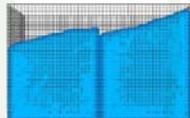
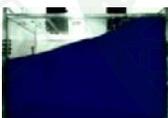
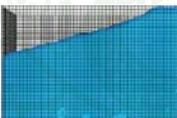
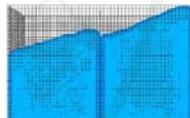
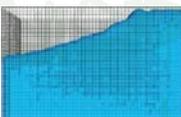
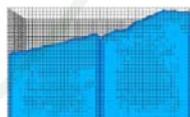
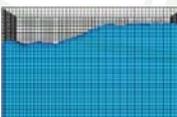
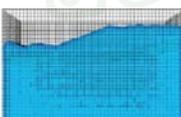
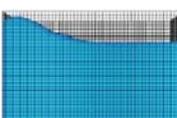
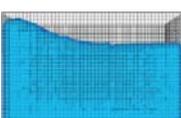
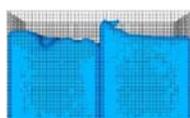
ตารางที่ 2 เปรียบเทียบลักษณะหน้าคลื่นของการระลอกของน้ำภายในภาชนะที่ระดับน้ำ 40% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

Time (sec)	Container without Baffle			Container with Baffle	
	Experiment	Inviscid – flow	Viscous – flow	Experiment	Viscous – flow
0					
0.05					
0.1					
0.2					
0.25					
0.3					
0.4					
0.5					

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบลักษณะหน้าคลื่นของการระลอกของน้ำภายในภาชนะที่ระดับน้ำ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

Time (sec)	Container without Baffle			Container with Baffle	
	Experiment	Inviscid – flow	Viscous – flow	Experiment	Viscous – flow
0					
0.05					
0.1					
0.2					
0.25					
0.3					
0.4					
0.5					

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบลักษณะหน้าคลื่นของการระลอกของน้ำภายในภาชนะที่ระดับน้ำ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

Time (sec)	Container without Baffle			Container with Baffle	
	Experiment	Inviscid – flow	Viscous – flow	Experiment	Viscous – flow
0					
0.05					
0.1					
0.2					
0.25					
0.3					
0.4					
0.5					

ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบความสูงของผิวน้ำคลื่นที่ผนังด้านหน้าของภาชนะที่ระดับน้ำ 40% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

Time (sec)	Container without Baffle					Container with Baffle		
	Experiment (m)	Inviscid – flow		Viscous – flow		Experiment (m)	Viscous – flow	
		FEM	Error	FEM	Error		FEM	Error
		(m)	(%)	(m)	(%)		(m)	(%)
0	0.064	0.064	0.00	0.064	0.00	0.064	0.064	0.00
0.05	0.064	0.064	0.00	0.064	0.00	0.064	0.064	0.00
0.1	0.065	0.065	0.00	0.064	-1.54	0.071	0.072	0.85
0.2	0.074	0.084	12.97	0.082	10.27	0.090	0.087	-3.78
0.25	0.097	0.091	-6.60	0.088	-9.69	0.090	0.092	1.78
0.3	0.097	0.093	-4.54	0.091	-6.60	0.089	0.094	5.17
0.4	0.099	0.084	-15.56	0.083	-16.57	0.079	0.077	-3.04
0.5	0.078	0.069	-12.05	0.070	-10.77	0.067	0.067	0.00

ตารางที่ 6 ผลการเปรียบเทียบความสูงของผิวน้ำคลื่นที่ผนังด้านหน้าของภาชนะที่ระดับน้ำ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

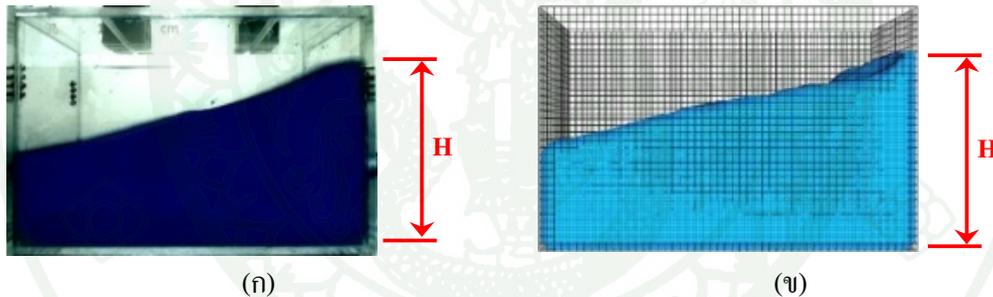
Time (sec)	Container without Baffle				Container with Baffle			
	Experiment (m)	Inviscid – flow		Viscous – flow		Experiment (m)	Viscous – flow	
		FEM	Error	FEM	Error		FEM	Error
		(m)	(%)	(m)	(%)		(m)	(%)
0	0.096	0.096	0.00	0.096	0.00	0.096	0.096	0.00
0.05	0.096	0.096	0.00	0.096	0.00	0.096	0.096	0.00
0.1	0.100	0.107	7.40	0.106	6.40	0.102	0.103	1.37
0.2	0.115	0.123	7.30	0.120	4.70	0.114	0.123	8.25
0.25	0.128	0.131	2.66	0.134	5.00	0.126	0.131	4.29
0.3	0.133	0.133	0.00	0.141	6.32	0.126	0.129	2.70
0.4	0.120	0.115	-3.83	0.118	-1.33	0.119	0.111	-6.39
0.5	0.085	0.096	13.41	0.093	9.88	0.098	0.098	0.00

ตารางที่ 7 ผลการเปรียบเทียบความสูงของผิวน้ำคลื่นที่ผนังด้านหน้าของภาชนะที่ระดับน้ำ 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม

Time (sec)	Container without Baffle				Container with Baffle			
	Experiment (m)	Inviscid – flow		Viscous – flow		Experiment (m)	Viscous – flow	
		FEM (m)	Error (%)	FEM (m)	Error (%)		FEM (m)	Error (%)
0	0.128	0.128	0.00	0.128	0.00	0.128	0.128	0.00
0.05	0.128	0.128	0.00	0.128	0.00	0.128	0.128	0.00
0.1	0.129	0.133	3.26	0.133	3.26	0.129	0.133	3.26
0.2	0.156	0.156	0.00	0.156	0.00	0.150	0.154	2.80
0.25	0.160	0.160	0.00	0.160	0.00	0.155	0.160	3.35
0.3	0.160	0.160	0.00	0.160	0.00	0.155	0.160	3.35
0.4	0.160	0.141	-11.75	0.141	-11.75	0.144	0.142	-1.25
0.5	0.123	0.119	-3.09	0.119	-3.09	0.122	0.126	3.44

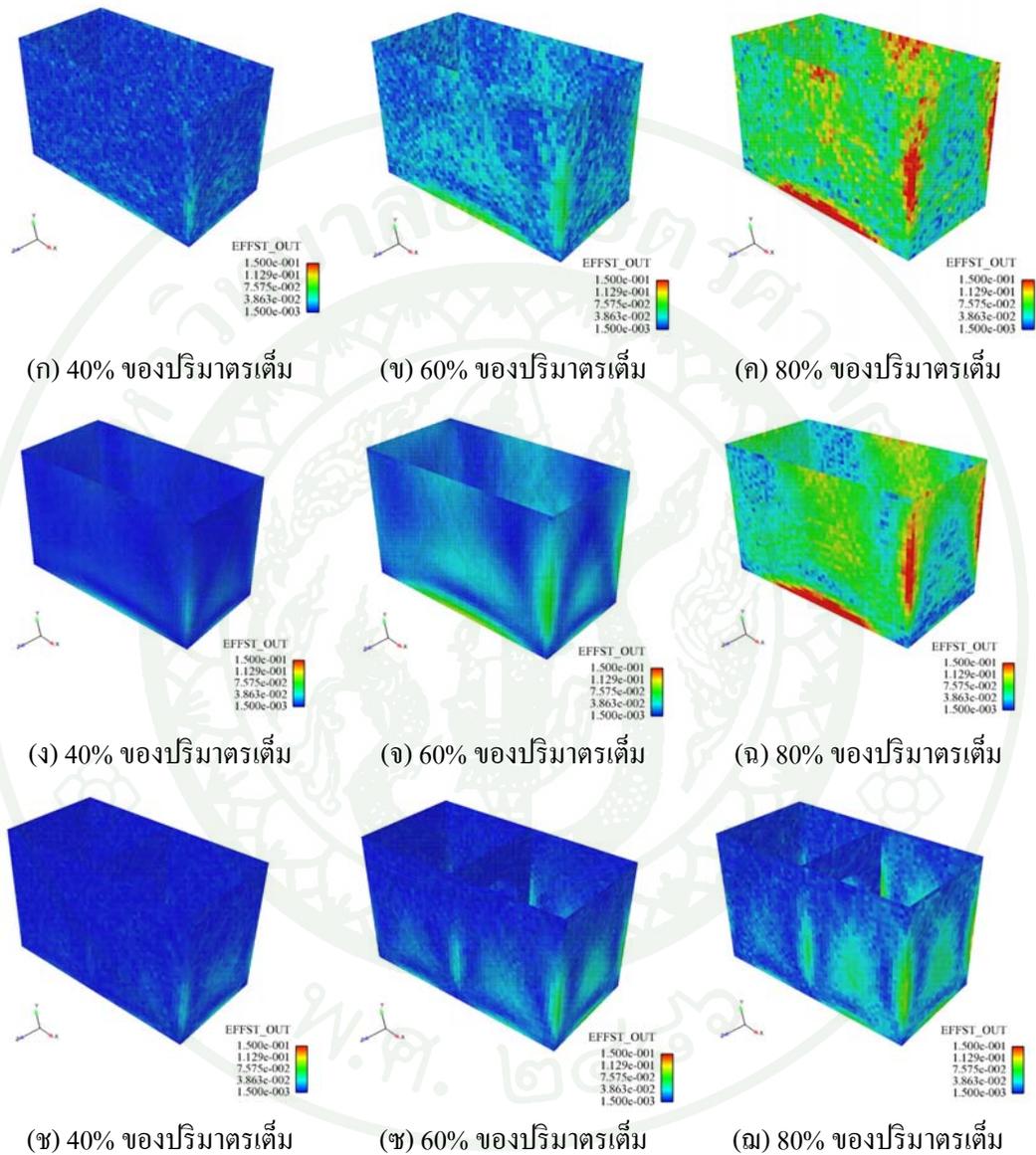
จากตารางที่ 2 – 4 พบว่าลักษณะหน้าคลื่นของน้ำขณะเกิดการกระลอก การกำหนดการไหลของน้ำเป็นแบบไม่มีความหนืดมีความคล้ายคลึงกับการกำหนดการไหลของน้ำเป็นแบบมีความหนืดในกรณีภาวะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก

เมื่อนำค่าความสูงของผิวน้ำ ( $H$ ) ที่ติดกับผนังด้านหน้าของภาชนะที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองมาเปรียบเทียบกับดังแสดงในภาพที่ 36 จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองเมื่อเทียบกับการทดสอบดังแสดงในตารางที่ 5 – 7 ซึ่งในกรณีภาวะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอกพบว่าค่าความสูงของผิวน้ำที่ติดกับผนังด้านหน้ามีค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 20% จากการทดสอบ ทั้งแบบกำหนดการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืดและแบบมีความหนืด ส่วนในกรณีภาวะบรรจุแบบมีผนังกั้นกั้นการกระลอกและกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืดมีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 10% จากการทดสอบ และจากการเปรียบเทียบการกำหนดคุณสมบัติของน้ำเป็นแบบไม่มีความหนืด และแบบมีความหนืด พบว่าความสูงของผิวน้ำไม่ต่างกันทุกช่วงเวลา ในกรณีภาวะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก



ภาพที่ 36 ตำแหน่งการวัดความสูงของผิวน้ำคลื่นน้ำที่ติดกับผนังด้านหน้าของภาชนะ  
(ก) ลักษณะผิวน้ำที่ได้จากการทดสอบ (ข) ลักษณะผิวน้ำที่ได้จากแบบจำลอง

4. ผลการกระจายตัวของความเค้นวอนมิสบนผนังภาชนะบรรจุของแบบจำลองการ  
กระชอกด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

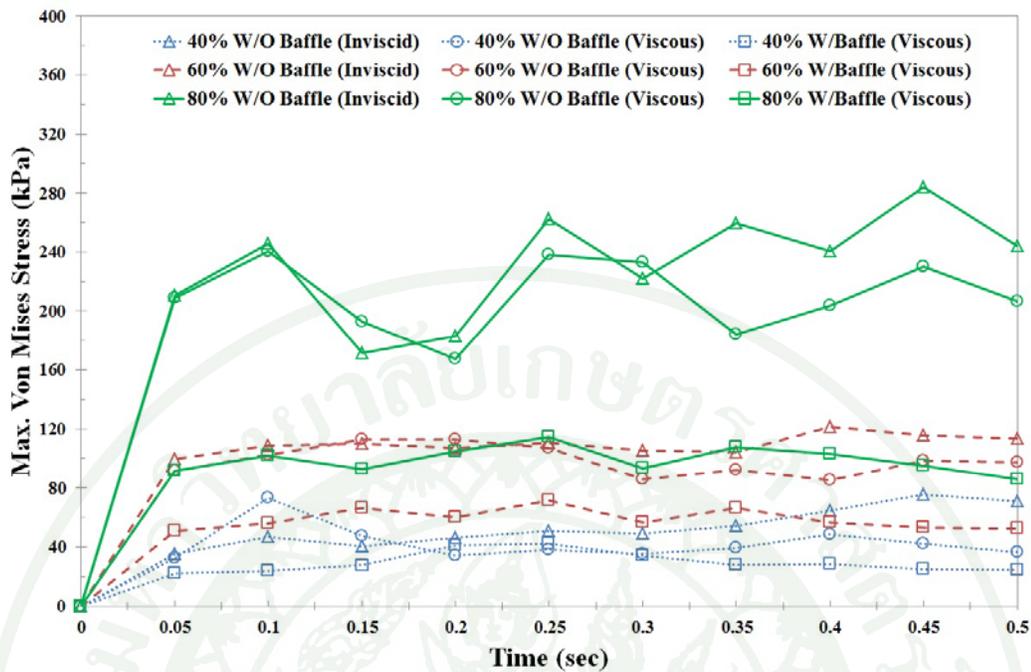


ภาพที่ 37 การกระจายตัวของความเค้นวอนมิสบนผนังภาชนะของกรณีศึกษา 1 – 9 ที่เวลา 0.25 sec

(ก), (ข) และ (ค) ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นและการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืด

(ง), (จ) และ (ฉ) ภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นและการไหลเป็นแบบมีความหนืด

(ช), (ซ) และ (ฅ) ภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นและการไหลเป็นแบบมีความหนืด



ภาพที่ 38 กราฟเปรียบเทียบค่าความเค้นวอนมิสสูงสุดบนผนังภาชนะกับเวลาของกรณีศึกษา 1 – 9

จากภาพที่ 37 แสดงการกระจายตัวของความเค้นวอนมิสบนผนังภาชนะบรรจุ ขณะที่ภาชนะบรรจุหยุดนิ่งพอดี (เวลา 0.25 sec) ของกรณีศึกษา 1 – 9 พบว่าค่าความเค้นวอนมิสสูงสุดเกิดที่บริเวณขอบด้านล่างของผนังด้านข้าง และขอบทั้งสองข้างของผนังด้านหน้าภาชนะบรรจุของทุกกรณีศึกษา

จากภาพที่ 38 แสดงกราฟเปรียบเทียบค่าความเค้นวอนมิสสูงสุดบนผนังภาชนะบรรจุ กับเวลา ของกรณีศึกษา 1 – 9 พบว่าเมื่อปริมาณน้ำเพิ่มขึ้นทำให้ค่าความเค้นวอนมิสสูงสุดมีค่าสูงขึ้น และในกรณีภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก การกำหนดการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืดมีค่าความเค้นวอนมิสสูงสุดสูงกว่ากรณีกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืดเมื่อเทียบในระบับน้ำเดียวกัน และเมื่อแบบจำลองภาชนะบรรจุมีการเพิ่มผนังกั้นกั้นการกระลอก ทำให้ค่าความเค้นวอนมิสสูงสุดที่เกิดขึ้นบนผนังภาชนะบรรจุมีค่าลดลงที่ระดับน้ำ 60%, 80% ของปริมาณบรรจุเต็ม ส่วนที่ระดับน้ำ 40% การเพิ่มผนังกั้นกั้นการกระลอกไม่แสดงให้เห็นว่าค่าความเค้นวอนมิสสูงสุดลดลงได้อย่างชัดเจน

ตารางที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณของซอฟต์แวร์ MSC.Dytran พบว่า กรณีภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระฉอกและการกำหนดการไหลเป็นแบบไม่มี ความหนืดใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่ากรณีกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด 15 – 18%

ตารางที่ 8 เปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณของซอฟต์แวร์ MSC.Dytran

Case Study	Simulation Model	Simulation time (hr)		
		40%	60%	80%
Container without the baffle	Inviscid – flow	17	15	13
	Viscous – flow	20	18	16
Container with the baffle	Viscous – flow	40	37	34

## สรุป

การไหลของน้ำแบบมีความหนืดขณะเบรกของภาชนะบรรจุ สามารถจำลองด้วยซอฟต์แวร์ MSC.Dytran โดยวิธี general coupling เพื่อศึกษาและวิเคราะห์ความแตกต่างของพฤติกรรมกรไหลของน้ำแบบมีความหนืด และแบบไม่มีความหนืด โดยเปรียบเทียบผลของความดัน และความเค้นวอนมิตที่จุดตรวจสอบด้านหน้าของภาชนะบรรจุ, ลักษณะหน้าคลื่นและความสูงของผิวหน้าคลื่น และการกระจายตัวของความเค้นวอนมิตบนผนังภาชนะบรรจุ

จากผลการวิเคราะห์ความดันของของเหลวที่จุดตรวจสอบ ผู้วิจัยพบว่าการจำลองการไหลของน้ำแบบไม่มีความหนืด ไม่สามารถแสดงความดันที่สัมพันธ์กับช่วงเวลาการเบรกของภาชนะบรรจุ แต่กรณีการจำลองการไหลของน้ำแบบมีความหนืด ที่กำหนดค่าคุณสมบัติของน้ำด้วย  $BULKL = 0.1$  และทำการกรองผลการวิเคราะห์ความดันด้วยวิธี low pass filter สามารถแสดงความดันที่สัมพันธ์กับช่วงเวลาการเบรก ทั้งในกรณีภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก และแบบมีผนังกั้นกั้นการกระลอก ที่ระดับน้ำ 60%, 80% ของปริมาตรบรรจุเต็ม ส่วนกรณีที่ระดับน้ำ 40% ยังคงเกิดการแกว่งของความดันอย่างมาก เมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองในระดับน้ำเดียวกัน การกำหนดการไหลของน้ำเป็นแบบไม่มีความหนืด และแบบมีความหนืด ในภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการกระลอก พบว่า ลักษณะหน้าคลื่นของน้ำขณะเกิดการกระลอกมีความคล้ายคลึงกันมาก และค่าความสูงของผิวน้ำที่ติดกับผนังด้านหน้าของภาชนะบรรจุมีค่าไม่ต่างกัน และช่วงเวลาในการเกิดค่าความเค้นวอนมิตสูงสุดเกิดขึ้นในช่วงเวลาเดียวกัน ที่  $t = 0.25$  sec แต่การกำหนดการไหลแบบไม่มีความหนืด มีค่าความเค้นวอนมิตสูงสุดสูงกว่ากรณีกำหนดการไหลแบบมีความหนืด และเวลาที่ใช้ในการคำนวณแบบจำลองของกรณีการไหลแบบไม่มีความหนืดใช้เวลาน้อยกว่ากรณีการไหลแบบมีความหนืด 15 – 18%

กรณีภาชนะบรรจุแบบมีผนังกั้นกั้นการกระลอกและกำหนดการไหลแบบมีความหนืด การเพิ่มผนังกั้นกั้นการกระลอก สามารถทำให้ค่าความดันของของเหลวที่จุดตรวจสอบลดลง 30.6% ที่ระดับน้ำ 60% ของปริมาตรบรรจุเต็ม และ 56.8% ที่ ระดับน้ำ 80 % ของปริมาตรบรรจุเต็ม และความเค้นวอนมิตสูงสุดบนผนังภาชนะบรรจุลดลง ที่  $t = 0.25$  sec ส่วนที่ระดับน้ำ 40% ของปริมาตรบรรจุเต็ม การเพิ่มผนังกั้นกั้นการกระลอกไม่สามารถแสดงให้เห็นว่าค่าความดันของของเหลวและค่าความเค้นวอนมิตสูงสุดลดลงได้อย่างชัดเจน

## ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาการจำลองการกระลอกของน้ำในภาชนะบรรจุพบว่า การวิเคราะห์ทางด้านความแข็งแรงของโครงสร้างของภาชนะที่บรรจุของเหลวโดยเฉพาะกรณีภาชนะบรรจุถูกแรงเบรกไม่มีความจำเป็นที่จะต้องจำลองการกระลอกของของเหลวโดยกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด เพื่อประหยัดเวลาในการคำนวณและทรัพยากรทางคอมพิวเตอร์ เนื่องจากการจำลองการกระลอกของของเหลวทั้งสองกรณี คือการไหลแบบไม่มีความหนืด และการไหลแบบมีความหนืดนั้น แสดงผลกระทบที่มีต่อโครงสร้างภาชนะบรรจุแตกต่างกันน้อยมาก

แต่การจำลองการกระลอกของของเหลวโดยกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด นั้น มีประโยชน์ในการวิเคราะห์ผลที่เกิดขึ้นในส่วนของของเหลว เช่นค่าความดันที่เกิดขึ้นขณะการกระลอก เป็นต้น ซึ่งอาจจะเป็นแนวทางในการหาความจำเป็นของการกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาและวิเคราะห์ผลจากการเคลื่อนตัวของของเหลวที่เกิดจากแรงกระตุ้นจากภายนอกในแบบอื่นๆ

สิ่งที่อาจจะสามารถศึกษาต่อจากงานวิจัยนี้ คือการศึกษาผลกระทบจากการกระลอกของของเหลวที่มีต่อโครงสร้างภาชนะบรรจุในกรณีภาชนะบรรจุเคลื่อนที่ในลักษณะแบบอื่นๆ เช่นการเคลื่อนที่ของภาชนะบรรจุในวิถีโค้ง ซึ่งอาจจะเป็นแนวทางในการสร้างแบบจำลองการกระลอกในถังบรรจุของยานพาหนะขนส่งของเหลวต่อไป

## เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- ชาคริต สุวรรณจำรัส. 2552. การสร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์สำหรับการทดสอบปล่อยตกขวดพลาสติกที่บรรจุน้ำโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. วิทยานิพนธ์ปริญญาเอก, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- เดช พุทธเจริญทอง. 2541. การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. บริษัทพิมพ์ดี จำกัด, กรุงเทพฯ.
- ปราโมทย์ เตชะอำไพ. 2553. พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และไฟไนต์วอลุ่ม. ครั้งที่ 2. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- ปราโมทย์ เตชะอำไพ. 2555. ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม. ครั้งที่ 5. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- วุฒิพงษ์ อกัญญามโน. 2555. การศึกษาผลกระทบจากการระลอกของของเหลวภายในถังบรรจุที่มีต่อความแข็งแรงของโครงสร้างถัง. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- Chen, B.F. and R. Nokes. 2005. Time independent finite difference analysis of fully non-linear and viscous fluid sloshing in a rectangular tank. **Journal of Computational Physics**. 209: 47-81.
- Craig, K. J. and T. C. Kingsley. 2007. Design optimization of containers for sloshing and impact. **Struct Multidisc Optim**. 33: 71-87
- Kim, Y. 2001. Numerical simulation of sloshing flows with impact load. **Journal of Applied Ocean Research**. 23: 53-62.
- Lee, C.H., H.S. Heo, Y.N. Kim, M.H. Kim, S.H. Kim and J.M. Lee. 2012. Investigation of structural responses of breakwaters for green water based on fluid-structure interaction analysis. **Inter J Nav Archit Oc Engng** 4: 83-95.

- Lomax, H., T.H. Pulliam and D.W. Zigg. 2001. **Fundamentals of Computational Fluid Dynamics**. Springer, Germany.
- MatWeb, LLC. 1996. **Overview of Materials for Acrylic, Extruded**. Available Source: <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=632572aef2a4224b5ac8fb4d4f1b6f77&ckck=1>, September 10, 2010.
- MSC.Software, 2005, **MSC.Dytran Theory Manual**. MSC.Software Corporation, U.S.A.
- Ohtmer, O. 1995. **Extending MSC/Dytran for the Numerical Solution of the Navier-Stokes Equation**. MSC 1995 World User's Conference Proceedings. Available Source: <http://www.mscsoftware.com/support/library/conf/wuc95/po5295.pdf>, September 9, 2008.
- Raouf A. Ibrahim. 2005. **Liquid Sloshing Dynamics Theory and Applications**. Cambridge University. UK.
- Rhee, S.H. 2005. Unstructured grid based reynolds-averaged navier-stokes method for liquid tank sloshing . **ASME Journal of Fluids Engineering**. 127: 572-582.
- Rinker, M.W. and F.G. Abatt. 2006. **Dytran Analysis of Seismically Induced Fluid Structure Interaction in a Hanford Double-Shell Primary Container**. Pacific Northwest Laboratory. USA. 208 pp.
- Shigley, J.E. 1986. **Mechanical Engineering Design**. McGraw-Hill, NewYork
- Versteeg K.H. and W. Malalasekera. 1995. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. Longman Group Ltd., Malaysia.

Warsi, Z.U.A. 1999. **Fluid Dynamics: Theoretical and Computational Approaches**. 2<sup>nd</sup> edition. CRC press LLC, USA.







#### ภาคผนวก ก

ตัวอย่างคำสั่งภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) เพื่อใช้กรณีของแบบจำลอง FEM ของภาชนะบรรจุแบบไม่มีผนังกั้นกั้นการระลอก และกำหนดการไหลเป็นแบบไม่มีความหนืด (Inviscid flow)

```

START
CEND
ENDTIME=500
ENDSTEP=9999999
CHECK=NO
TITLE= Jobname is: vnb80
TLOAD=1
TIC=1
SPC=1
$ Output result for request: coupling
TYPE (coupling) = ARCHIVE
CPLSURFS (coupling) = 1
SET 1 = 1
CPLSOUT (coupling) = XVEL YVEL ZVEL VOLUME MASS DENSITY SIE
PRESSURE Q FMAT ,
      FMATPLT TYY TZZ TXY TYZ TZX EFFSTS SXX SYZ SZZ ,
      SXY SYZ SZX SINWX EPSYYD EPSZZD EPSXYD EPSYZD ,
      EPSZXD
TIMES (coupling) = 0 THRU END BY 1
SAVE (coupling) = 10000
$ Output result for request: coupling_his
TYPE (coupling_his) = TIMEHIS
CPLSURFS (coupling_his) = 2
SET 2 = 1
CPLSOUT (coupling_his) = XFORCE YFORCE ZFORCE RFORCE
TIMES (coupling_his) = 0 THRU END BY 0.1
SAVE (coupling_his) = 10000
$ Output result for request: euler
TYPE (euler) = ARCHIVE
ELEMENTS (euler) = 3
SET 3 = ALLEULHYDRO
ELOUT (euler) = XVEL YVEL ZVEL VOLUME MASS DENSITY SIE
PRESSURE Q FMAT ,
      TXX TYY TZZ TXY TYZ TZX EFFSTS FMATPLT
TIMES (euler) = 0 THRU END BY 1
SAVE (euler) = 10000
$ Output result for request: his
TYPE (his) = TIMEHIS
ELEMENTS (his) = 4
SET 4 = 5956 5957 5958 5989 5990 5991 3805 3806 3807 3772 3773
3774
ELOUT (his) = EFFPL-OUT EFFST-OUT TXX-OUT TYY-OUT TZZ-OUT TXY-
OUT ,
      TYZ-OUT TZX-OUT EPSXX-OUT EPSYY-OUT EPSZZ-OUT ,
      EPSXY-OUT EPSYZ-OUT EPSZX-OUT
TIMES (his) = 0 THRU END BY 0.1
SAVE (his) = 10000
$ Output result for request: tank
TYPE (tank) = ARCHIVE
ELEMENTS (tank) = 5
SET 5 = 1 THRU 6408
ELOUT (tank) = EFFPL-MID EFFPL-OUT EFFPL-IN EFFST-MID EFFST-
OUT ,

```

```

EFFST-IN TXX-MID TXX-OUT TXX-IN TYY-MID TYY-OUT TYY-IN
,
TZZ-MID TZZ-OUT TZZ-IN TXY-MID TXY-OUT TXY-IN ,
TYZ-MID TYZ-OUT TYZ-IN TZX-MID TZX-OUT TZX-IN ,
EPSXX-MID EPSXX-OUT EPSXX-IN EPSYY-MID EPSYY-OUT ,
EPSYY-IN EPSZZ-MID EPSZZ-OUT EPSZZ-IN EPSXY-MID ,
EPSXY-OUT EPSXY-IN EPSYZ-MID EPSYZ-OUT EPSYZ-IN ,
EPSZX-MID EPSZX-OUT EPSZX-IN
TIMES (tank) = 0 THRU END BY 1
SAVE (tank) = 10000
$ Output result for request: MARKER
CMARKS(MARKER) = 6
SET 6 = 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
CMARKOUT(MARKER) = XPOS,YPOS,ZPOS,XVEL,YVEL,ZVEL,
RVEL,XVELMARK,YVELMARK,ZVELMARK,PRESSURE,
RVELMARK,FMAT,FMATPLT
TIMES(MARKER) = 0 THRU END BY 0.1
TYPE(MARKER) = TIMEHIS
SAVE(MARKER) = 10000
$----- Parameter Section -----
PARAM,CONTACT,THICK,0.0
PARAM,FASTCOUP
PARAM,INISTEP,1e-5
PARAM,MINSTEP,1e-7
$----- BULK DATA SECTION -----
BEGIN BULK
INCLUDE vnb80.bdf
$ ----- GRAVITATION -----
TLOAD1      1      444      0
GRAV        444      9.81e-3      0      -1      0
$
$ ===== PROPERTY SETS =====
$
$ * p_tank *
$
PSHELL      1      1      6
$
$ * p_euler *
$
PEULER1     2      HYDRO      9
$
$ * p_cover *
$
PSHELL1     3      DUMMY
$
$
$ ===== MATERIAL DEFINITIONS =====
$
$
$ ----- Material acrylic id =1
DMATEP      11.18e-03      2880      .402
1
YLDVM      1      73.7
$

```

```

$ ----- Material water id =2
DMAT          2  1e-03      2
EOSPOL        2    2200
$
$ ===== Load Cases =====
$
$ ----- Initial Velocity BC ini_tank -----
SET1          6      1      THRU    7736
TICGP         1      6      XVEL    0.4
$
$ ----- Velocity BC v_tank -----
TLOAD1        1      3      2      1
FORCE         3      1      0      1      1      0
0
FORCE         3      35     0      1      1      0
0
FORCE         3      69     0      1      1      0
0
.
.
.
FORCE         3      5026   0      1      1      0
0
FORCE         3      5027   0      1      1      0
0
$
$ ----- General Coupling: coupling -----
$
COUPLE        4      1  OUTSIDE   ON      ON
STANDARD+
+
+
+
5
$
SURFACE       1      ELEM      7
SET1          7      4039   THRU    4444   3633   THRU
4038          1+
+      THRU    384   7287   THRU    7692   6881
THRU      7286+
+      6475   THRU    6880   6069   THRU    6474
5663        THRU+
+      6068   5257   THRU    5662   4851   THRU
5256        4445+
+      THRU    4850   3227   THRU    3632   2821
THRU      3226+
+      2415   THRU    2820   2009   THRU    2414
1603        THRU+
+      2008   1197   THRU    1602   791    THRU
1196        385+
+      THRU    790   7693   THRU    7734
$

```

```

$ ----- Mesh Box: mesh_euler
$
MESH          5      BOX
+
+             -10    -10    -10    336    186    151
+
+             58     34     30
EULER        2
$
$ ----- TICVAL BC ini_water -----
TICVAL        7          XVEL      .4 DENSITY  1e-03
$
$ ----- TICEUL BC re_euler -----
TICEUL        9
+
+             BOX      8          1
+
+             BOX      6          2          7          2
BOX          8          -15     -15     -15     350
196         161
BOX          6          -15     -15     -15     350
147.8       161
$
$ ===== TABLES =====
$
$ ----- TABLE 1: vel -----
TABLED1       1
+
+             0      0.4      50      0.4      250      0
500          0+
+             ENDT
$
$ -----Markers-----
-----
PMARKER       11      FIXED
$
CMARKN1       10      11      6068
CMARKN1       11      11      5049
CMARKN1       12      11      6061
CMARKN1       13      11      6065
CMARKN1       14      11      6069
CMARKN1       15      11      6073
CMARKN1       16      11      6077
CMARKN1       17      11      6081
CMARKN1       18      11      6085
CMARKN1       19      11      6089
CMARKN1       20      11      3956
$-----
ENDDATA

```



```

START
CEND
ENDTIME=500
ENDSTEP=9999999
CHECK=NO
TITLE= Jobname is: vnb80
TLOAD=1
TIC=1
SPC=1
$ Output result for request: coupling
TYPE (coupling) = ARCHIVE
CPLSURFS (coupling) = 1
SET 1 = 1
CPLSOUT (coupling) = XVEL YVEL ZVEL VOLUME MASS DENSITY SIE
PRESSURE Q FMAT ,
      FMATPLT TYY TZZ TXY TYZ TZX EFFSTS SXX SYZ SZZ ,
      SXY SYZ SZX SINWX EPSYYD EPSZZD EPSXYD EPSYZD ,
      EPSZXD
TIMES (coupling) = 0 THRU END BY 1
SAVE (coupling) = 10000
$ Output result for request: coupling_his
TYPE (coupling_his) = TIMEHIS
CPLSURFS (coupling_his) = 2
SET 2 = 1
CPLSOUT (coupling_his) = XFORCE YFORCE ZFORCE RFORCE
TIMES (coupling_his) = 0 THRU END BY 0.1
SAVE (coupling_his) = 10000
$ Output result for request: euler
TYPE (euler) = ARCHIVE
ELEMENTS (euler) = 3
SET 3 = ALLEULHYDRO
ELOUT (euler) = XVEL YVEL ZVEL VOLUME MASS DENSITY SIE
PRESSURE Q FMAT ,
      TXX TYY TZZ TXY TYZ TZX EFFSTS FMATPLT
TIMES (euler) = 0 THRU END BY 1
SAVE (euler) = 10000
$ Output result for request: his
TYPE (his) = TIMEHIS
ELEMENTS (his) = 4
SET 4 = 5956 5957 5958 5989 5990 5991 3805 3806 3807 3772 3773
3774
ELOUT (his) = EFFPL-OUT EFFST-OUT TXX-OUT TYY-OUT TZZ-OUT TXY-
OUT ,
      TYZ-OUT TZX-OUT EPSXX-OUT EPSYY-OUT EPSZZ-OUT ,
      EPSXY-OUT EPSYZ-OUT EPSZX-OUT
TIMES (his) = 0 THRU END BY 0.1
SAVE (his) = 10000
$ Output result for request: tank
TYPE (tank) = ARCHIVE
ELEMENTS (tank) = 5
SET 5 = 1 THRU 6408
ELOUT (tank) = EFFPL-MID EFFPL-OUT EFFPL-IN EFFST-MID EFFST-
OUT ,

```

```

EFFST-IN TXX-MID TXX-OUT TXX-IN TYY-MID TYY-OUT TYY-IN
,
TZZ-MID TZZ-OUT TZZ-IN TXY-MID TXY-OUT TXY-IN ,
TYZ-MID TYZ-OUT TYZ-IN TZX-MID TZX-OUT TZX-IN ,
EPSXX-MID EPSXX-OUT EPSXX-IN EPSYY-MID EPSYY-OUT ,
EPSYY-IN EPSZZ-MID EPSZZ-OUT EPSZZ-IN EPSXY-MID ,
EPSXY-OUT EPSXY-IN EPSYZ-MID EPSYZ-OUT EPSYZ-IN ,
EPSZX-MID EPSZX-OUT EPSZX-IN
TIMES (tank) = 0 THRU END BY 1
SAVE (tank) = 10000
$ Output result for request: MARKER
CMARKS(MARKER) = 6
SET 6 = 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
CMARKOUT(MARKER) = XPOS,YPOS,ZPOS,XVEL,YVEL,ZVEL,
RVEL,XVELMARK,YVELMARK,ZVELMARK,PRESSURE,
RVELMARK,FMAT,FMATPLT
TIMES(MARKER) = 0 THRU END BY 0.1
TYPE(MARKER) = TIMEHIS
SAVE(MARKER) = 10000
$----- Parameter Section -----
PARAM,BULKL,0.1
PARAM,CONTACT,THICK,0.0
PARAM,FASTCOUP
PARAM,INISTEP,1e-5
PARAM,MINSTEP,1e-7
$----- BULK DATA SECTION -----
BEGIN BULK
INCLUDE vnb80.bdf
$ ----- GRAVITATION -----
TLOAD1      1      444      0
GRAV        444      9.81e-3      0      -1      0
$
$ ===== PROPERTY SETS =====
$
$ * p_tank *
$
PSHELL      1      1      6
$
$ * p_euler *
$
PEULER1     2      HYDRO      9
$
$ * p_cover *
$
PSHELL1     3      DUMMY
$
$
$ ===== MATERIAL DEFINITIONS =====
$
$
$ ----- Material acrylic id =1
DMATEP      11.18e-03      2880      .402
1
YLDVM       1      73.7

```

```

$
$ ----- Material water id =2
DMAT          2  1e-03      2
EOSPOL        2  2200      0      0      0      0
0             0+
+             8.9e-7
$
$ ===== Load Cases =====
$
$ ----- Initial Velocity BC ini_tank -----
SET1          6      1  THRU  7736
TICGP         1      6  XVEL  0.4
$
$ ----- Velocity BC v_tank -----
TLOAD1        1      3      2      1
FORCE         3      1      0      1      1      0
0
FORCE         3      35     0      1      1      0
0
FORCE         3      69     0      1      1      0
0
.
.
.
FORCE         3      5026   0      1      1      0
0
FORCE         3      5027   0      1      1      0
0
$
$ ----- General Coupling: coupling -----
$
COUPLE        4      1  OUTSIDE  ON      ON
STANDARD+
+
+
+             5
$
SURFACE       1      ELEM  7
SET1          7      4039  THRU  4444  3633  THRU
4038          1+
+           THRU  384  7287  THRU  7692  6881
THRU  7286+
+           6475  THRU  6880  6069  THRU  6474
5663  THRU+
+           6068  5257  THRU  5662  4851  THRU
5256  4445+
+           THRU  4850  3227  THRU  3632  2821
THRU  3226+
+           2415  THRU  2820  2009  THRU  2414
1603  THRU+
+           2008  1197  THRU  1602  791  THRU
1196  385+

```

```

+          THRU      790      7693      THRU      7734
$
$ ----- Mesh Box: mesh_euler
$
MESH          5      BOX
+
+          -10      -10      -10      336      186      151
+
+          58       34       30
EULER        2
$
$ ----- TICVAL BC ini_water -----
TICVAL        7          XVEL      .4 DENSITY 1e-03
$
$ ----- TICEUL BC re_euler -----
TICEUL        9
+
+          BOX      8          1
+
+          BOX      6          2          7          2
BOX          8          -15      -15      -15      350
196          161
BOX          6          -15      -15      -15      350
147.8        161
$
$ ===== TABLES =====
$
$ ----- TABLE 1: vel -----
TABLED1       1
+
+          0          0.4      50          0.4      250      0
500          0+
+          ENDT
$
$ -----Markers-----
-----
PMARKER       11      FIXED
$
CMARKN1       10      11      6068
CMARKN1       11      11      5049
CMARKN1       12      11      6061
CMARKN1       13      11      6065
CMARKN1       14      11      6069
CMARKN1       15      11      6073
CMARKN1       16      11      6077
CMARKN1       17      11      6081
CMARKN1       18      11      6085
CMARKN1       19      11      6089
CMARKN1       20      11      3956
$-----
ENDDATA

```



**ภาคผนวก ค**

ตัวอย่างคำสั่งภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) เพื่อใช้กรณีของแบบจำลอง FEM ของภาชนะบรรจุ  
แบบมีผนังกั้นกันการระลอก และกำหนดการไหลเป็นแบบมีความหนืด (Viscous flow)

```

START
CEND
ENDTIME=500
ENDSTEP=9999999
CHECK=NO
TITLE= Jobname is: vb80
TLOAD=1
TIC=1
SPC=1
$ Output result for request: baffle
TYPE (baffle) = ARCHIVE
ELEMENTS (baffle) = 1
SET 1 = 8139 THRU 8746
ELOUT (baffle) = EFFPL-MID EFFPL-OUT EFFPL-IN EFFST-MID EFFST-
OUT ,
          EFFST-IN TXX-MID TXX-OUT TXX-IN TYY-MID TYY-OUT TYY-IN
,
          TZZ-MID TZZ-OUT TZZ-IN TXY-MID TXY-OUT TXY-IN ,
          TYZ-MID TYZ-OUT TYZ-IN TZX-MID TZX-OUT TZX-IN ,
          EPSXX-MID EPSXX-OUT EPSXX-IN EPSYY-MID EPSYY-OUT ,
          EPSYY-IN EPSZZ-MID EPSZZ-OUT EPSZZ-IN EPSXY-MID ,
          EPSXY-OUT EPSXY-IN EPSYZ-MID EPSYZ-OUT EPSYZ-IN ,
          EPSZX-MID EPSZX-OUT EPSZX-IN
TIMES (baffle) = 0 THRU END BY 1
SAVE (baffle) = 10000
$ Output result for request: coupling
TYPE (coupling) = ARCHIVE
CPLSURFS (coupling) = 2
SET 2 = 2 1
CPLSOUT (coupling) = XVEL YVEL ZVEL VOLUME MASS DENSITY SIE
PRESSURE FMAT ,
          FMATPLT TYY TZZ TXY TYZ TZX EFFSTS SXX SY Y SZZ SXY ,
          SYZ SZX SINWX EPSYYD EPSZZD EPSXYD EPSYZD EPSZXD
TIMES (coupling) = 0 THRU END BY 1
SAVE (coupling) = 10000
$ Output result for request: coupling_his
TYPE (coupling_his) = TIMEHIS
CPLSURFS (coupling_his) = 3
SET 3 = 2 1
CPLSOUT (coupling_his) = XFORCE YFORCE ZFORCE RFORCE
TIMES (coupling_his) = 0 THRU END BY 0.1
SAVE (coupling_his) = 10000
$ Output result for request: euler
TYPE (euler) = ARCHIVE
ELEMENTS (euler) = 4
SET 4 = 47507 THRU 86266 8747 THRU 47506
ELOUT (euler) = XVEL YVEL ZVEL VOLUME MASS DENSITY SIE
PRESSURE FMAT TXX ,
          TYY TZZ TXY TYZ TZX EFFSTS FMATPLT
TIMES (euler) = 0 THRU END BY 1
SAVE (euler) = 10000
$ Output result for request: his
TYPE (his) = TIMEHIS
ELEMENTS (his) = 5

```

```

SET 5 = 2661 2662 2663 2628 2629 2630 5020 5021 5022 5053 5054
5055
ELOUT (his) = EFFPL-MID EFFPL-OUT EFFPL-IN EFFST-MID EFFST-OUT
,
      EFFST-IN TXX-MID TXX-OUT TXX-IN TYY-MID TYY-OUT TYY-IN
,
      TZZ-MID TZZ-OUT TZZ-IN TXY-MID TXY-OUT TXY-IN ,
      TYZ-MID TYZ-OUT TYZ-IN TZX-MID TZX-OUT TZX-IN ,
      EPSXX-MID EPSXX-OUT EPSXX-IN EPSYY-MID EPSYY-OUT ,
      EPSYY-IN EPSZZ-MID EPSZZ-OUT EPSZZ-IN EPSXY-MID ,
      EPSXY-OUT EPSXY-IN EPSYZ-MID EPSYZ-OUT EPSYZ-IN ,
      EPSZX-MID EPSZX-OUT EPSZX-IN
TIMES (his) = 0 THRU END BY 0.1
SAVE (his) = 10000
$ Output result for request: tank
TYPE (tank) = ARCHIVE
ELEMENTS (tank) = 6
SET 6 = 1353 THRU 7852 8139 THRU 8746
ELOUT (tank) = EFFPL-MID EFFPL-OUT EFFPL-IN EFFST-MID EFFST-
OUT ,
      EFFST-IN TXX-MID TXX-OUT TXX-IN TYY-MID TYY-OUT TYY-IN
,
      TZZ-MID TZZ-OUT TZZ-IN TXY-MID TXY-OUT TXY-IN ,
      TYZ-MID TYZ-OUT TYZ-IN TZX-MID TZX-OUT TZX-IN ,
      EPSXX-MID EPSXX-OUT EPSXX-IN EPSYY-MID EPSYY-OUT ,
      EPSYY-IN EPSZZ-MID EPSZZ-OUT EPSZZ-IN EPSXY-MID ,
      EPSXY-OUT EPSXY-IN EPSYZ-MID EPSYZ-OUT EPSYZ-IN ,
      EPSZX-MID EPSZX-OUT EPSZX-IN
TIMES (tank) = 0 THRU END BY 1
SAVE (tank) = 10000
$ Output result for request: MARKER
CMARKS(MARKER) = 7
SET 7 = 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
CMARKOUT(MARKER) = XPOS,YPOS,ZPOS,XVEL,YVEL,ZVEL,
RVEL,XVELMARK,YVELMARK,ZVELMARK,PRESSURE,
RVELMARK,FMAT,FMATPLT
TIMES(MARKER) = 0 THRU END BY 0.1
TYPE(MARKER) = TIMEHIS
SAVE(MARKER) = 10000
$----- Parameter Section -----
PARAM,BULKL,0.1
PARAM,CONTACT,THICK,0.0
PARAM,FASTCOUP
PARAM,INISTEP,1e-5
PARAM,MINSTEP,1e-7
$----- BULK DATA SECTION -----
BEGIN BULK
INCLUDE vb80.bdf
$ ----- GRAVITATION -----
TLOAD1      1      444      0
GRAV      444      .00981      0      -1      0
$
$ ===== PROPERTY SETS =====
$

```

```

$          * p_cover *
$
PSHELL1      1          DUMMY
$
$          * p_tank *
$
PSHELL      2          1          6
$
$          * p_euler_f *
$
PEULER1      3          HYDRO      26
$
$          * p_euler_r *
$
PEULER1      4          HYDRO      25
$
$          * p_hole *
$
PSHELL1      5          DUMMY
$
$
$ ===== MATERIAL DEFINITIONS =====
$
$ ----- Material m_tank id =1
DMATEP      1      .00118      2880      .402
1
YLDVM      1      73.7
$
$ ----- Material m_water id =2
DMAT      2      .001      2
EOSPOL      2      2200      0      0      0      0
0      0+
+      8.9e-07
$
$ ===== Load Cases =====
$
$
$ ----- Initial Velocity BC ini_tank -----
SET1      7      6497      THRU      6902      3655      THRU
4060      3249+
+      THRU      3654      2843      THRU      3248      2437
THRU      2842+
+      6091      THRU      6496      5685      THRU      6090
2031      THRU+
+      2436      1625      THRU      2030      1219      THRU
1624      813+
+      THRU      1218      407      THRU      812      1
THRU      406+
+      7309      THRU      7714      5279      THRU      5684
4873      THRU+
+      5278      6903      THRU      7308      4467      THRU
4872      4061+

```

```

+          THRU    4466    8527    THRU    8690    8121
THRU      8526+
+          7715    THRU    8120
TICGP          1      7    XVEL      .4
$
$ ----- Velocity BC v_tank -----
TLOAD1          1      17          2      1
FORCE           17    7582      0      1      1      0
0
FORCE           17    7583      0      1      1      0
0
FORCE           17    7584      0      1      1      0
0
.
.
.
FORCE           17    4304      0      1      1      0
0
FORCE           17    4305      0      1      1      0
0
$
$ ----- Velocity BC v_hole -----
TLOAD1          1      18          2      1
FORCE           18    7988      0      1      1      0
0
FORCE           18    7989      0      1      1      0
0
FORCE           18    7990      0      1      1      0
0
.
.
.
FORCE           18    7986      0      1      1      0
0
FORCE           18    7987      0      1      1      0
0
$
$ ----- Velocity BC v_cover -----
TLOAD1          1      19          2      1
FORCE           19    1038      0      1      1      0
0
FORCE           19    1039      0      1      1      0
0
FORCE           19    1040      0      1      1      0
0
.
.
.
FORCE           19     224      0      1      1      0
0

```

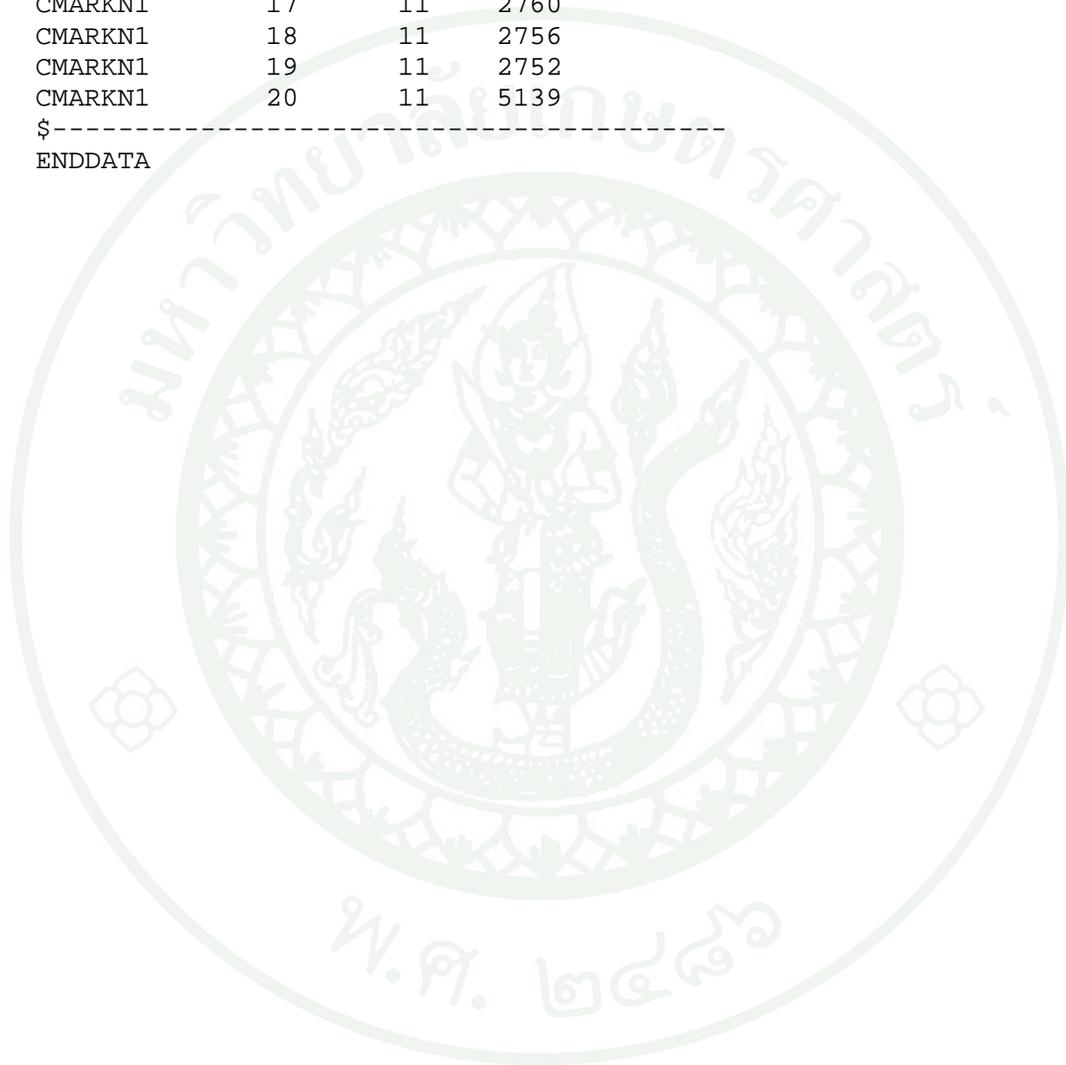
```

FORCE          19      225      0      1      1      0
0
$
$ ----- TICVAL BC ini_water -----
TICVAL          24              XVEL          .4 DENSITY          .001
$
$ ----- TICEUL BC re_euler_r -----
TICEUL          25
+
+          BOX          20              1
+
+          BOX          21      2      24      4
BOX          20      -15      -15      -15      350
196          161
BOX          21      -15      -15      -15      350
147.8          161
$
$ ----- TICEUL BC re_euler_f -----
TICEUL          26
+
+          BOX          22              2
+
+          BOX          23      2      24      3
BOX          22      -15      -15      -15      350
196          161
BOX          23      -15      -15      -15      350
147.8          161
$
$ ----- General Coupling: coupling_r -----
$
COUPLE          27      1 OUTSIDE      ON      ON      100
STANDARD+
+
+
+          29
$
SURFACE          1          ELEM          8
SET1          8      677      THRU          918      6199      THRU
6604          5793+
+          THRU          6198      5387      THRU          5792      8635
THRU          8746+
+          8229      THRU          8634      7823      THRU          8228
7417          THRU+
+          7822      7011      THRU          7416      6605      THRU
7010          4981+
+          THRU          5386      1325      THRU          1352      4603
THRU          4980+
+          919      THRU          1324
$
COUPOR          1      100      1PORFLCPL          1CONSTANT
1
$
PORFLCPL          1              BOTH          28
$

```



\$			
CMARKN1	10	11	2773
CMARKN1	11	11	2784
CMARKN1	12	11	2780
CMARKN1	13	11	2776
CMARKN1	14	11	2772
CMARKN1	15	11	2768
CMARKN1	16	11	2764
CMARKN1	17	11	2760
CMARKN1	18	11	2756
CMARKN1	19	11	2752
CMARKN1	20	11	5139
\$-----			
ENDDATA			

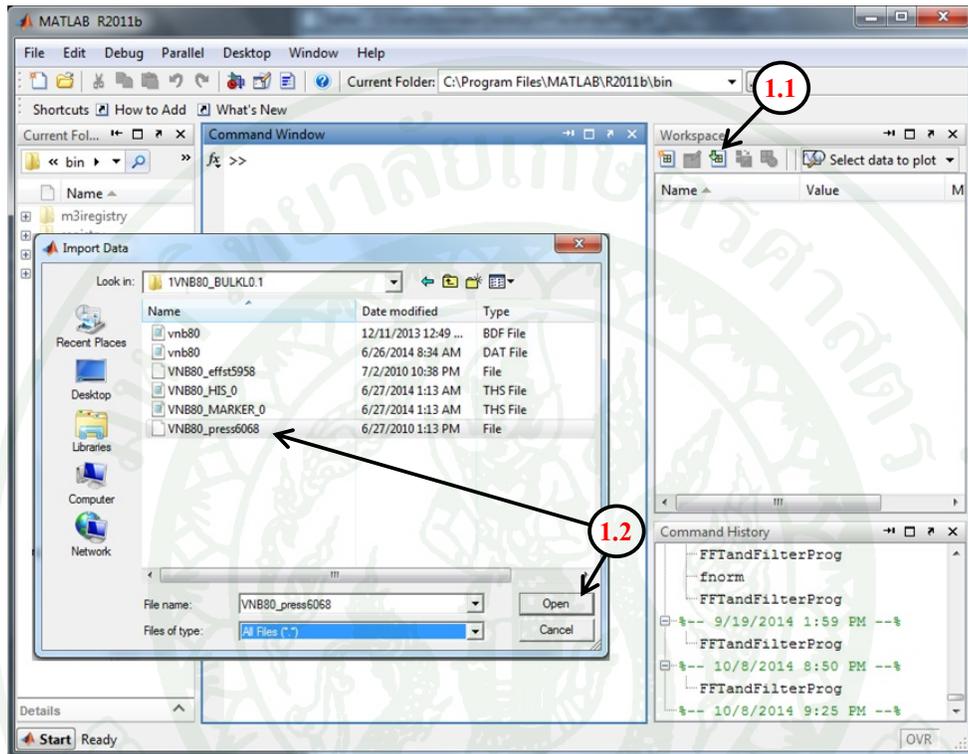




## 1. การนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB

1.1 นำข้อมูลเข้า Workspace ด้วยปุ่มคำสั่ง Import Data

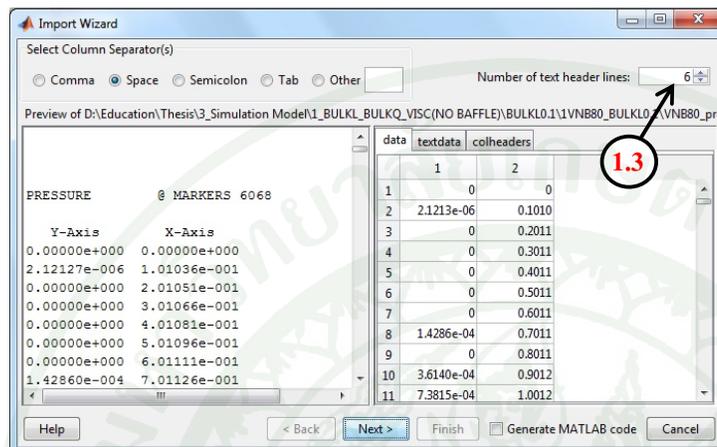
1.2 เลือกข้อมูลที่ต้องการ และกดปุ่ม Open



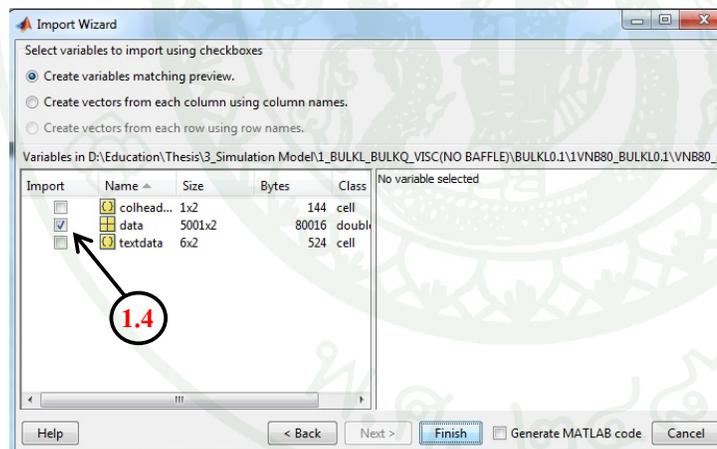
ภาพผนวกที่ 1 ขั้นตอนการนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB

1.3 เปลี่ยนตัวเลขในช่อง Number of text header lines เพื่อเลือกบรรทัดที่ข้อมูลเริ่มต้นและกดปุ่ม Next

1.4 เลือก data และกดปุ่ม Finish

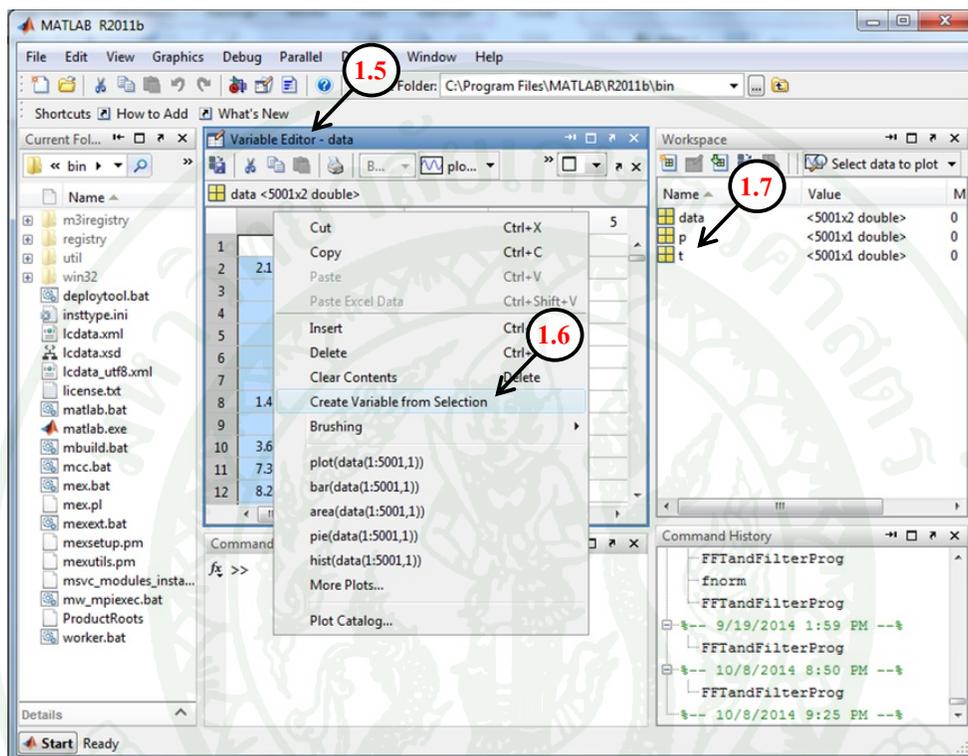


ภาพผนวกที่ 2 ขั้นตอนการนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)



ภาพผนวกที่ 3 ขั้นตอนการนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)

- 1.5 ข้อมูลที่ถูกนำเข้ามาจะแสดงในหน้าต่าง Variable Editor
- 1.6 เลือก Column ที่จะนำข้อมูลมาใช้ แล้วเลือกคำสั่ง Create Variable from Selection
- 1.7 เปลี่ยนชื่อข้อมูลที่สร้างใหม่เป็น p (ค่าความดัน) และ t (เวลา) ตามลำดับ



ภาพผนวกที่ 4 ขั้นตอนการนำข้อมูลเข้าซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)

## 2. การเขียนชุดคำสั่งเพื่อกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB

2.1 เปิดหน้าต่าง Editor โดยเลือกจากแถบ Desktop

2.2 พิมพ์ชุดคำสั่ง Fast Fourier transform (FFT) และ Low-pass filter

2.3 กดปุ่ม Run



```

1 - figure(1)
2 - plot(t,p);
3 - xlabel('Time (msec)');
4 - ylabel('Pressure (MPa)');
5 -
6 - figure(2)%FFT function code
7 - Fs = 10; %sampling frequency(sampling per second)
8 - L = length(p); %length of the signal
9 - NFFT = 2^nextpow2(L); % Next power of 2 from length of y
10 - Y = fft(p,NFFT)/L;
11 - f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
12 - % Plot single-sided amplitude spectrum.
13 - stem(f,2*abs(Y(1:NFFT/2+1)))
14 - title('Single-Sided Amplitude Spectrum of y(t)')
15 - xlabel('Frequency (Hz)')
16 - ylabel('|Y(f)|')
17 -
18 - figure(3)%lowpass filter code(1)%fc from FFT function code
19 - fc = .005; %cutoff frequency(fc) from FFT function
20 - fnyquist = Fs/2; %Nyquist frequency(fnyquist)
21 - fnorm = fc/fnyquist; %Normalized cutoff frequency(fnorm)
22 - [b,a] = butter(2,fnorm,'low');
23 - p1 = filtfilt(b,a,p);
24 - p2 = abs(p1);
25 - plot(t,p2);
26 - xlabel('Time (msec)')
27 - ylabel('Pressure (MPa)')
28 -
29 - figure(4)%lowpass filter code(2) %fc from Experiment data
30 - fc1 = 1; %cutoff frequency(fc) from FFT function
31 - fnyquist = Fs/2; %Nyquist frequency(fnyquist)
32 - fnorm1 = fc1/fnyquist; %Normalized cutoff frequency(fnorm)
33 - [b,a] = butter(2,fnorm1,'low');
34 - p11 = filtfilt(b,a,p);
35 - p21 = abs(p11);
36 - plot(t,p21);
37 - xlabel('Time (msec)')
38 - ylabel('Pressure (MPa)')
39 -
40 - figure(5)%lowpass filter code(1) VS. code(2)
41 - plot(t,p2,'r','linewidth',2);
42 - hold on;
43 - plot(t,p21,'g-.');
44 - xlabel('Time (msec)')
45 - ylabel('Pressure (MPa)')
46 -
47 - figure(6)%lowpass filter code(1) VS. Unfiltered
48 - plot(t,p,'b-.');
49 - hold on;
50 - plot(t,p21,'g','linewidth',2);
51 - xlabel('Time (msec)')
52 - ylabel('Pressure (MPa)')

```

ภาพผนวกที่ 5 การเขียนชุดคำสั่งเพื่อกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB

### 3. กราฟที่ได้จากการหาค่าตั้งกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB

3.1 Figure 1 แสดงกราฟความดันกับเวลา

3.2 Figure 2 แสดงกราฟแอมพลิจูดสเปกตรัมกับเวลาซึ่งได้จากการหาค่าตั้ง FFT

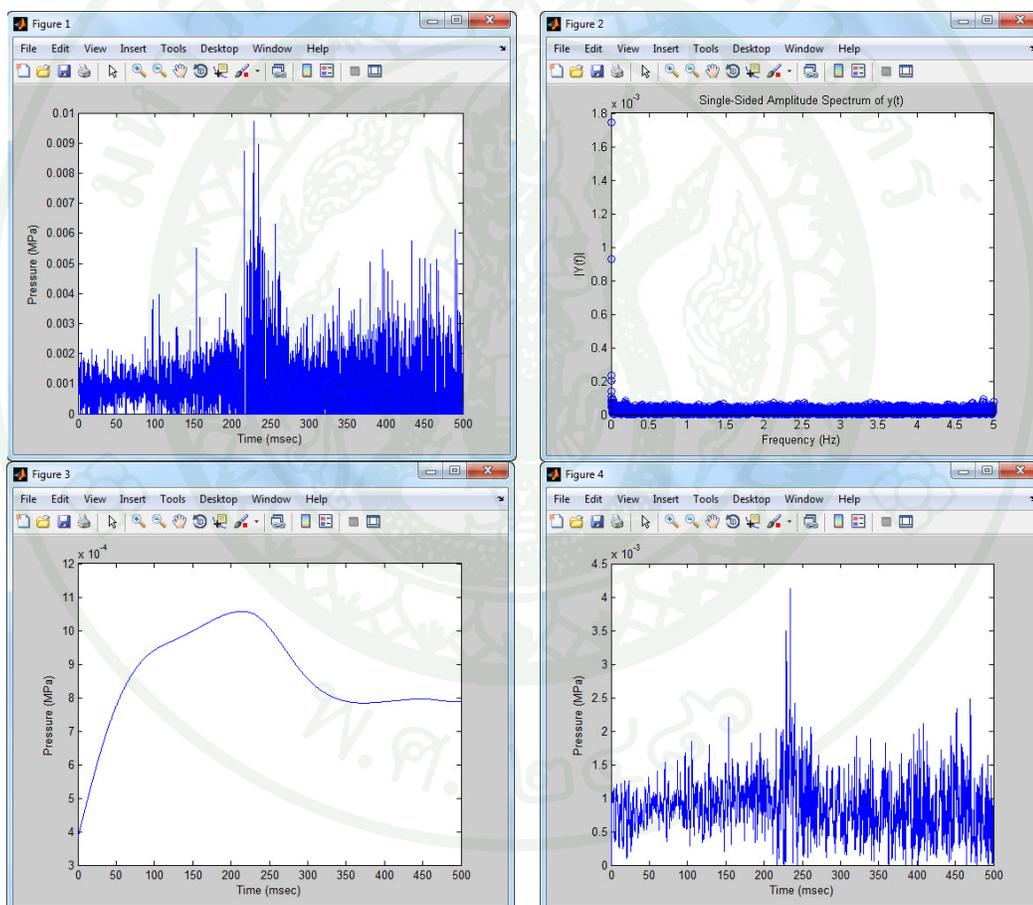
3.3 Figure 3 แสดงกราฟที่ถูกกรองข้อมูลโดยใช้ชุดคำสั่ง Low-pass filter code (1)

3.4 Figure 4 แสดงกราฟที่ถูกกรองข้อมูลโดยใช้ชุดคำสั่ง Low-pass filter code (2)

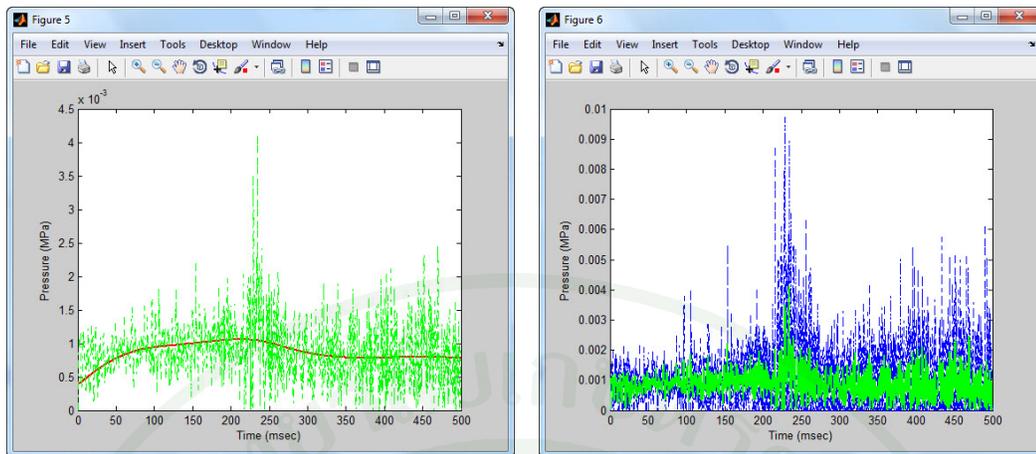
3.5 Figure 5 เปรียบเทียบกราฟ Low-pass filter code (1) VS. code (2)

3.6 Figure 6 เปรียบเทียบกราฟความดันกับเวลาก่อนกรองข้อมูลและหลังกรองข้อมูลด้วย

Low-pass filter code (2)



ภาพผนวกที่ 6 กราฟที่ได้จากการหาค่าตั้งกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)



ภาพผนวกที่ 7 กราฟที่ได้จากการหาค่าสังกรองข้อมูลในซอฟต์แวร์ MATLAB (ต่อ)



```

figure(1)
plot(t,p);
xlabel('Time (msec)')
ylabel('Pressure (MPa)')

figure(2)%FFT function code
Fs = 10; %sampling frequency(sampling per second)
L = length(p); %length of the signal
NFFT = 2^nextpow2(L); % Next power of 2 from length of y
Y = fft(p,NFFT)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
% Plot single-sided amplitude spectrum.
stem(f,2*abs(Y(1:NFFT/2+1)))
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of y(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')

figure(3)%lowpass filter code(1)%fc from FFT function code
fc = .005; %cutoff frequency(fc) from FFT function
fnyquist = Fs/2; %Nyquist frequency(fnyquist)
fnorm = fc/fnyquist; %Normalized cutoff frequency(fnorm)
[b,a] = butter(2,fnorm,'low');
p1 = filtfilt(b,a,p);
p2 = abs(p1);
plot(t,p2);
xlabel('Time (msec)')
ylabel('Pressure (MPa)')

figure(4)%lowpass filter code(2) %fc from Experiment data
fc1 = 1; %cutoff frequency(fc) from FFT function
fnyquist = Fs/2; %Nyquist frequency(fnyquist)
fnorm1 = fc1/fnyquist; %Normalized cutoff frequency(fnorm)
[b,a] = butter(2,fnorm1,'low');
p11 = filtfilt(b,a,p);
p21 = abs(p11);
plot(t,p21);
xlabel('Time (msec)')
ylabel('Pressure (MPa)')

figure(5)%lowpass filter code(1) VS. code(2)
plot(t,p2,'r','linewidth',2);
hold on;
plot(t,p21,'g-.');
xlabel('Time (msec)')
ylabel('Pressure (MPa)')

figure(6)%lowpass filter code(1) VS. Unfiltered
plot(t,p,'b-.');
hold on;
plot(t,p21,'g','linewidth',2);
xlabel('Time (msec)')
ylabel('Pressure (MPa)')

```

## ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ	นายนพดล ชัยมนัสกุล
เกิดวันที่	6 กุมภาพันธ์ 2527
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดระนอง
ประวัติการศึกษา	วศ.บ (วิศวกรรมเครื่องกล) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่งปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ผลงานดีเด่นและ/หรือรางวัลทางวิชาการ	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	-

