



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์

การศึกษา

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม

The Study of Mathematics Learning Achievement of Mathayomsuksa Two Students on “Applications of Linear Equations with One Variable” by Emphasizing Heuristics Thinking at Phrapathom Witthayalai School, Changwat Nakhon Pathom

نامผู้วิจัย นางสาวสุชาดา สอดแสงอรุณงาม

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(อาจารย์ต้องดา สมใจเพ็ง, Ph.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สิทธิกร สุมาลี, ศษ.ด.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา ธีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

สิงห์สีเงิน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม

The Study of Mathematics Learning Achievement of Mathayomsuksa Two
Students on “Applications of Linear Equations with One Variable” by
Emphasizing Heuristics Thinking at Phrapathom Witthayalai School,
Changwat Nakhon Pathom

โดย

นางสาวสุชาดา สอดแสงอรุณงาม

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)
พ.ศ. 2557

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สุชาดา สอดแสงอรุณงาม 2557: การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิด
แบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปรินญาศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต
(การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษา
วิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D. 125 หน้า

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
และ 2) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย ที่กำลังศึกษา
ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 50 คน จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม
จากจำนวนทั้งหมด 12 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ จำนวน 11 แผน
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”
และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์
ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ
ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตาราง แผนภูมิ
และการบรรยาย

ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หลังการจัดการเรียนการสอนเรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบ
ฮิวริสติกส์สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
ที่ระดับ .05 และความคิดเห็นของนักเรียนส่วนใหญ่ต่อการจัดการเรียนการสอนเรื่อง “การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ อยู่ในระดับมาก

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Suchada Sodsangaroonngam 2014: The Study of Mathematics Learning Achievement of Mathayomsuksa Two Students on “Applications of Linear Equations with One Variable” by Emphasizing Heuristics Thinking at Phraphathom Wittayalai School, Changwat Nakhon Pathom. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Associate Professor Siriporn Thipkong, Ed.D. 125 pages.

The purposes of this research were 1) to study students’ mathematics learning achievement of mathayomsuksa two students on applications of linear equations with one variable by emphasizing heuristics thinking and 2) to study students’ opinion related to learning activities on applications of linear equations with one variable by emphasizing heuristics thinking.

The purposes of this research were 1) to study students’ mathematics learning achievement of mathayomsuksa two students on applications of linear equations with one variable by emphasizing heuristics thinking and 2) to study students’ opinion related to learning activities on applications of linear equations with one variable by emphasizing heuristics thinking.

The population of this research was mathayomsuksa two students at Phraphathom Wittayalai School. The sample group was 50 mathayomsuksa two students of one classroom that was selected by cluster random sampling from 12 classrooms at Phraphathom Wittayalai School in the second semester of the academic year 2013. The instruments in data collection consisted of 11 lesson plans on applications of linear equations with one variable by emphasizing heuristics thinking, mathematics learning achievement test on applications of linear equations with one variable, and students’ questionnaire related to learning activities on applications of linear equations with one variable by emphasizing heuristics thinking. The data were analyzed by the percentage, mean, standard deviation, t-test and presented by tables charts with their corresponding description.

The results revealed that the mathematics learning achievement of mathayomsuksa two students after learning on applications of linear equations with one variable by emphasizing heuristics was higher than before learning and was higher than 60% at the .05 level of significance and most students’ opinion related to learning activities on applications of linear equations with one variable by emphasizing heuristics thinking was at the high level.

Student’s signature

Thesis Advisor’s signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์ได้ ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือจาก
รองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ดร. ต้องตา สมใจเพ็ง
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ ประธานการสอบ
และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรพรรณ ต้นบรรจง ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์
ให้คำแนะนำปรึกษา และให้ข้อเสนอแนะต่างๆ ตลอดจนตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ใน
วิทยานิพนธ์เล่มนี้ด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่ง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจึง
ขอกราบขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยด้วย
ความปรารถนาดีเสมอมา รวมถึงผู้เขียนตำรา เอกสาร บทความต่างๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าและ
นำมาอ้างอิง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้บริหารโรงเรียน คณาจารย์และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียน
พระปฐมวิทยาลัยที่ให้ความร่วมมือในการทดลองหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ให้ข้อมูล และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี ขอขอบคุณ
ครอบครัว เพื่อนนิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ และเพื่อนๆ ทุกคนที่ให้ความ
ช่วยเหลือและเป็นกำลังใจตลอดระยะเวลาในการศึกษาจนสำเร็จ

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ
ครู อาจารย์ บิดา มารดา และญาติพี่น้อง ผู้ให้ความรัก ให้กำลังใจ ให้การสนับสนุนและส่งเสริม
จนทำให้งานวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

สุชาดา สอดแสงอรุณงาม

เมษายน 2557

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(4)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	4
ประโยชน์ที่ได้รับ	4
ขอบเขตของการวิจัย	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	6
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	8
การคิดแบบฮิวริสติกส์	9
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	15
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	22
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	25
สมมติฐานการวิจัย	28
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	29
ประชากร	29
กลุ่มตัวอย่าง	29
เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	29
การเก็บรวบรวมข้อมูล	34
การวิเคราะห์ข้อมูล	35

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	36
ผลการวิจัย	36
ข้อวิจารณ์	42
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	47
สรุปผลการวิจัย	47
ข้อเสนอแนะ	53
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	55
ภาคผนวก	59
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	60
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้	
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์	62
ภาคผนวก ค ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์	
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	113
ภาคผนวก ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	115
ภาคผนวก จ แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนการสอน	
โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง การประยุกต์ของ	
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	122
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	125

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการจัดการเรียนการสอน และหลังการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนที่การจัดการเรียนการสอน โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์	37
2	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียน หลังการจัดการเรียนการสอน โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ กับเกณฑ์ 60%	38
3	ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียน การสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”	39
ตารางผนวกที่		
1	ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	114

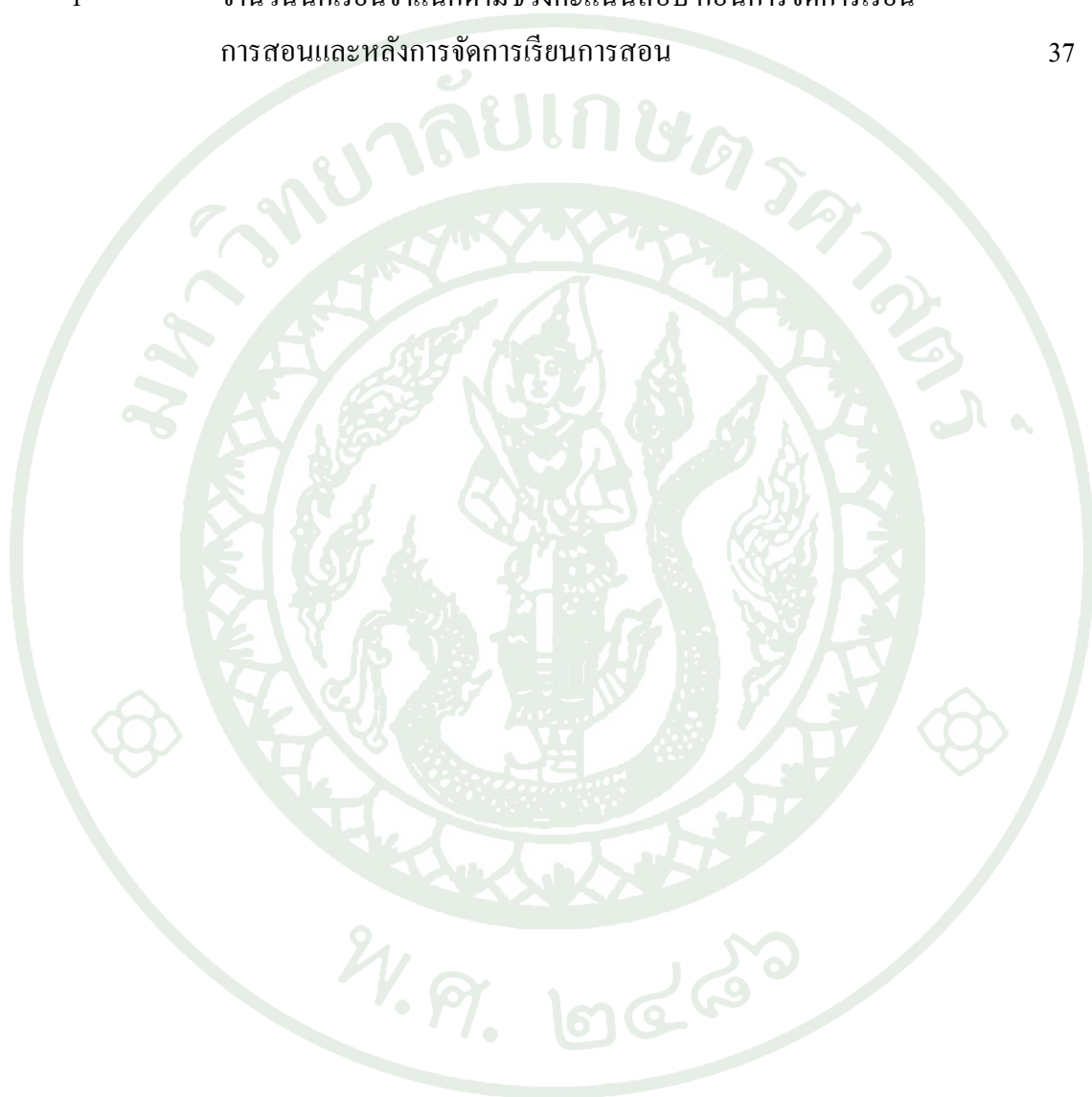
สารบัญภาพ

ภาพที่

หน้า

- | | |
|---|---|
| 1 | จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบ ก่อนการจัดการเรียน
การสอนและหลังการจัดการเรียนการสอน |
|---|---|

37



บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

ในยุคปัจจุบันวิทยาการต่างๆ ของโลกที่มีความก้าวหน้า ล้วนแต่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของประเทศไทย การที่ประเทศไทยจะเจริญก้าวหน้าได้นั้น จำเป็นต้องอาศัยทรัพยากรมนุษย์ที่มีคุณภาพ มีประสิทธิภาพ ทั้งในด้านความรู้ความคิด สติปัญญา และคุณธรรม การศึกษาจึงเป็นสิ่งที่สำคัญในการช่วยพัฒนาคุณภาพของทรัพยากรมนุษย์ เนื่องจากการศึกษาเป็นกระบวนการที่ช่วยให้คนได้พัฒนาศักยภาพและความสามารถของตนเองในด้านต่างๆ รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลง และสร้างสรรค์สิ่งต่างๆ เพื่อพัฒนาประเทศ ดังพระราชดำริของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวที่ว่า

การศึกษาเป็นเครื่องมือสำคัญในการพัฒนาความรู้ ความคิด ความประพฤติ ทศณคติ ค่านิยม และคุณธรรมของบุคคล เพื่อให้เป็นพลเมืองที่ดี มีคุณภาพและประสิทธิภาพ การพัฒนาประเทศย่อมทำได้อย่างสะดวกราบรื่น ได้ผลที่แน่นอนและรวดเร็ว

สังคมไทยในปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเข้ามาเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันมากขึ้น การพัฒนาทรัพยากรมนุษย์จึงเป็นสิ่งที่สำคัญ ดังจะเห็นได้จากกรอบแนวทางการปฏิรูปการศึกษาในทศวรรษที่สอง (พ.ศ. 2552-2561) ที่กำหนดให้มีการพัฒนา 4 ประการ คือ การพัฒนาคุณภาพคนไทยยุคใหม่ พัฒนาคุณภาพครูยุคใหม่ พัฒนาสถานศึกษาและแหล่งการเรียนรู้ยุคใหม่ รวมถึงพัฒนาคุณภาพการบริหารจัดการยุคใหม่

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่มีความสำคัญในการพัฒนาประเทศ เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระเบียบแบบแผน สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน และตัดสินใจได้อย่างเหมาะสม นอกจากนั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานความรู้ในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น เศรษฐศาสตร์ ประชากรศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 1)

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ กระทรวงศึกษาธิการจึงได้บรรจุวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรทุกระดับ มีการปรับปรุงหลักสูตร เนื้อหา วิธีการสอนคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง แต่ถึงอย่างไรก็ตามในปัจจุบันพบว่า คุณภาพการศึกษาของไทยยังคงมีมาตรฐานค่อนข้างต่ำ เมื่อเปรียบเทียบกับคุณภาพมาตรฐานการศึกษาของอีกหลายประเทศ เห็นได้จากผลการวิจัยโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกันนานาชาติปี 2550 (Trends in International Mathematics and Science Study 2007) หรือ TIMSS-2007 ซึ่งเป็นการประเมินนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ระหว่างปี 2547-2551 โดยมี 59 ประเทศและ 8 รัฐที่เข้าร่วม ผลการวิจัยพบว่า ประเทศไทยอยู่ในอันดับที่ 29 ได้คะแนน 441 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติที่กำหนดไว้ 500 คะแนนและเมื่อเปรียบเทียบกับผลการประเมินในปี 2542 พบว่าคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ลดลงจาก 467 คะแนน เหลือ 441 คะแนน และจากผลการสอบความถนัดทางวิชาชีพ/วิชาการหรือ PAT ครั้งที่ 1 ปี พ.ศ. 2555 สถาบันส่งเสริมการศึกษาแห่งชาติได้วิเคราะห์เบื้องต้นพบว่า คะแนนวิชา PAT 1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างต่ำมาก กล่าวคือ จากคะแนนเต็ม 300 คะแนน คะแนนเฉลี่ยที่ได้เพียง 39.64 คะแนน หรือเห็นได้จากผลการทำแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐานหรือ O-Net ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555 พบว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดจากวิชาที่สอบทั้งหมด และคะแนนเฉลี่ยที่ได้ค่อนข้างต่ำ กล่าวคือ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน คะแนนเฉลี่ยที่ได้เพียง 26.95 คะแนน เฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 30

สาเหตุสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่บรรลุเป้าหมายเท่าที่ควร คือ ผู้เรียนไม่สามารถนำความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังจะเห็นได้จากผลสอบแบบวัดความถนัดทั่วไป หรือ GAT ครั้งที่ 1/2556 ซึ่งแบ่งออกเป็นข้อสอบ GAT 1 และ GAT 2 พบว่าในส่วนของวิชา GAT 1 ซึ่งเป็นข้อสอบที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์แก้โจทย์ปัญหา มีผู้เข้าสอบจำนวน 323,030 คน คะแนนเต็ม 150 คะแนน มีคะแนนเฉลี่ยเพียง 65.30 คะแนนและช่วงที่มีผู้ทำคะแนนมากที่สุดคือ ช่วง 0.00-30.00 คะแนน ซึ่งมีถึง 100,512 คน ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนจึงควรใช้รูปแบบการสอนที่เหมาะสม มีการฝึกทักษะการคิดของผู้เรียน ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ มีความสามารถในการวิเคราะห์ โจทย์ปัญหา ค้นหาคำตอบ และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ที่ได้เรียนนำไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม ทั้งนี้ผู้สอนควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนเป็นไปอย่างเต็มศักยภาพ การพัฒนาทักษะการคิดที่น่าสนใจรูปแบบหนึ่ง คือ การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ไข การฝึกการแก้ปัญหานี้จะเริ่มต้นจากสิ่งที่ย่อยไปสู่สิ่งที่ซับซ้อนขึ้น ทำให้สามารถนำไปแก้ปัญหาได้ ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ การคิดแก้ปัญหาและสามารถตรวจคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผลโดยพิจารณาจากผลสรุปที่ได้ไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (Working backward) การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีฐานมาจากแนวคิดของ Simon and Newell (1971) สามารถแบ่งได้ 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย (Subgoalting) ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ (Means-ends/difference reduction analysis) ขั้นที่ 3 การพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (Working backward) และขั้นที่ 4 การพิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม (Satisficing)

Garnett (1990) ได้ทดลองใช้วิธีการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคอื่นๆ กับนักเรียนเกรด 6 จำนวน 60 คน ในระยะเวลา 5 เดือน ผลการทดลองพบว่า หากไม่คำนึงถึงระดับความสามารถพื้นฐานเดิมของนักเรียน การใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยให้นักเรียนมีการคิดอย่างเป็นระบบ สามารถแยกแยะสิ่งต่างๆ และแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของขอบใจ สาริทธิ์ (2545) ที่ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผลงานวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นวิธีการหนึ่งที่มีประโยชน์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์อย่างเป็นเหตุเป็นผล มีการค้นหาคำตอบ และประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาต่างๆ อย่างเหมาะสม สำหรับเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นสาระหนึ่งที่มีความจำเป็นที่จะต้องใช้ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดวิเคราะห์ และเป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
2. เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีต่อการจัดการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ไปประยุกต์ใช้กับหน่วยการเรียนรู้อื่นๆ หรือในระดับชั้นอื่นต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน และนักเรียนแต่ละห้องจัดแบบคละความสามารถ
3. สาระที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินการวิจัย ใช้เวลาทั้งหมด 13 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

คาบที่ 1 ทดสอบก่อนเรียน (pre - test)

คาบที่ 2 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คาบที่ 3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 4 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 5 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

คาบที่ 6 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)

คาบที่ 7 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)

คาบที่ 8 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน

คาบที่ 9 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

คาบที่ 10 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (ต่อ)

คาบที่ 11 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

คาบที่ 12 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว (ต่อ)

คาบที่ 13 ทดสอบหลังเรียน (post – test)

5. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5.2 ตัวแปรตาม คือ

- 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” หลังการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
- 2) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

นิยามศัพท์เฉพาะ

การคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง การคิดที่อาศัยพื้นฐานความรู้ที่มีอยู่ หรือเรียนเนื้อหาใหม่เพื่อแก้ปัญหา มีการวิเคราะห์และเชื่อมโยงข้อมูลในลักษณะการโยงความสัมพันธ์ของความรู้ เพื่อให้เกิดความเข้าใจในโครงสร้างของความรู้

การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โดยผู้วิจัยใช้แนวคิดของ Simon and Newell (1971) และได้แบ่งขั้นตอนการสอนโดยเน้นการฝึกการคิดแบบฮิวริสติกส์ออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย (Subgoalting) หมายถึง การแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อยๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ นักเรียนจะเป็นผู้แบ่ง โดยพิจารณาจากความรู้เดิมหรือวัตถุดิบประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ

2. **ขั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ (Means-ends/ difference reduction analysis)** ขั้นนี้เป็นขั้นของการวิเคราะห์วิธีการที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อยเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการศึกษา โดยผู้เรียนเป็นผู้พิจารณาวิธีในการศึกษาเนื้อหาและแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การหาผลลัพธ์หรือคำตอบที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล

3. **ขั้นพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (Working backward)** ในขั้นนี้เป็นการพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อยโดยการมองย้อนกลับอย่างสมเหตุสมผล โดยครูให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบนั้นแล้วมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่เรียนหรือปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล

4. **ขั้นพิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม (Satisficing)** ขั้นนี้จะเป็นขั้นของการพิจารณาวิธีการที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อย โดยเลือกวิธีการที่เหมาะสมในการศึกษาหรือหาคำตอบและตัดวิธีการที่เป็นไปไม่ได้ออกไป โดยนักเรียนพิจารณาข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงทางเลือกที่เหมาะสมที่สุดในการศึกษาและหาคำตอบ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” หมายถึง คะแนนซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ทำการทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอน ซึ่งมีลักษณะเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบจำนวน 20 ข้อและข้อสอบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ

ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” หมายถึง ความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ซึ่งวัดได้จากการทำแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเป็นแบบสอบถามมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) มี 5 ระดับ คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย น้อยที่สุด

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

การวิจัยในครั้งนี้ได้ตรวจสอบเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งประกอบด้วย

1. การคิดแบบฮิวริสติกส์

- 1.1 ความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์
- 1.2 ความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์
- 1.3 ประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์
- 1.4 การใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์กับการจัดการเรียนการสอน
- 1.5 การคิดแบบฮิวริสติกส์กับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.4 องค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหา
- 2.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

- 3.1 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 3.2 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยในประเทศ

4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

5. สมมติฐานการวิจัย

การคิดแบบฮิวริสติกส์

ความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์

Simon and Newell (1971: 1) กล่าวว่า “ฮิวริสติกส์ หมายถึง กลยุทธ์หรือกฎเกณฑ์ที่ใช้เรียนรู้การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นบ่อย”

Novak and Gowin (1984: 48) กล่าวว่า “ฮิวริสติกส์ หมายถึง วิธีการต่างๆ ที่ใช้สำหรับการแก้ปัญหา หรือช่วยให้เกิดความเข้าใจกระบวนการค้นหาคำตอบด้วยตนเอง เพื่อให้เข้าใจโครงสร้างความรู้ และทราบถึงว่าความรู้ถูกสร้างขึ้นมาอย่างไร”

Polya (1945) กล่าวว่า “ฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการหนึ่งซึ่งช่วยในการเรียนรู้วิธีแก้ปัญห โดยเน้นในขั้นตอนการตัดสินใจ”

ความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์

Ohlsson and Rees (1991: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์สรุปความได้ว่า ฮิวริสติกส์มีส่วนสำคัญในการเรียนเป็นสิ่งที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ในเชิงพฤติกรรมของการเรียนรู้ของมนุษย์ ในเรื่องการทำความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ตามหลักการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี เมื่อเทียบกับกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการอื่นที่ใช้หลักเกณฑ์การประเมินแบบเดียวกัน

Polya (1945) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ดังนี้ การคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นวิธีการศึกษาขั้นตอนและกฎเกณฑ์เพื่อใช้ในการค้นหาและสร้างทางเลือกใหม่สำหรับแก้ปัญหา

Floyd (2002: 1-4) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) สรุปได้ว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นส่วนที่ช่วยการตัดสินใจ (Making Decision) ในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ นักเรียนสามารถกำหนด กลยุทธ์ (Strategy) เทคนิค (Technique) กระบวนการ (Procedure) และกฎเกณฑ์ต่างๆ (Rules) ในการเรียน นอกจากนี้การคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้นและสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ฮิวริสติกส์มีความสำคัญ มีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ได้ดี สามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ และนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ จึงส่งผลให้นักเรียนได้ขยายกรอบความคิดให้กว้างขึ้นและสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่ได้

ประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์

Garnett (1990) กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์สรุปความได้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์จะช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่างๆ ได้ และช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดอย่างเป็นระบบมากขึ้น

Yen (1985) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ว่า ฮิวริสติกส์จะทำให้ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น เนื่องจากฮิวริสติกส์ช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาความรู้ใหม่ๆ ได้ด้วยตนเอง พัฒนาการเรียนรู้ ซึ่งจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้นได้

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ฮิวริสติกส์มีประโยชน์ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบ มีเหตุผล และสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้

การคิดแบบฮิวริสติกส์กับการจัดการเรียนการสอน

Simon and Newell (1971: 1-5) ได้กล่าวถึงกระบวนการของฮิวริสติกส์โดยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหา (Subgoalting) คือ การแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อยๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ โดยผู้เรียนเป็นผู้แบ่งเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อยโดยพิจารณาจากความรู้เดิมหรือวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ
2. การวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ (Meansends/difference reduction analysis) ขั้นนี้เป็นขั้นของการวิเคราะห์วิธีการที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อยเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการศึกษา โดยผู้เรียนเป็นผู้พิจารณาวิธีการในการศึกษาโจทย์ปัญหาและแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การผลลัพธ์หรือคำตอบที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล
3. พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (Working backward) กระบวนการนี้ให้ความสำคัญกับข้อสรุปของปัญหาซึ่งผู้ที่แก้ปัญหาจะต้องพยายามเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสิ่งที่กำหนดให้ได้
4. พิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา (Satisficing) โดยตัดวิธีการที่เป็นไปไม่ได้ทิ้งไปเพื่อให้ได้วิธีเพียงวิธีเดียวที่ดีที่สุด

David and Zbigniew (2000: 404-408) ได้กล่าวถึงกระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาไว้ 10 ขั้นตอนสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นพิจารณาปัญหา เพื่อให้ได้หนทางในการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากข้อมูลที่มีอยู่เป็นหลัก
2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้
3. ขั้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา

4. ขั้นพิจารณาปัญหาโดยการเรียนรู้อย่างรอบคอบกับวิธีการแก้ปัญหาที่เคยได้เรียนรู้มาแล้วในอดีต

5. ขึ้นหาหนทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยไม่ยึดติดกับขั้นตอนเดิมที่เคยทำมาแล้ว

6. ขั้นปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยไม่คำนึงว่าคำตอบนั้นจะดีที่สุดเสมอไป

7. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพโดยไม่คำนึงสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการแก้ปัญหา

8. ขั้นการกำหนดค่าคงที่แทนสิ่งไม่ทราบค่าในกรณีที่ปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้นและไม่สามารถตีความจากปัญหาในจุดนั้นๆได้

9. ขั้นเก็บรวบรวมผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาเพื่อใช้อ้างอิง

10. ทำขั้นตอนที่ 1-9 ซ้ำและสรุปออกมาเป็นรูปแบบที่ชัดเจน

การคิดแบบฮิวริสติกส์กับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Bransford and Stains (1984: 1-7) ได้เสนอขั้นตอนของฮิวริสติกส์ในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา (Identify the problem)
2. กำหนดและแยกแยะปัญหา (Define and represent the problem)
3. กำหนดทางเลือกในการแก้ปัญหา (Explore possible solution strategies)
4. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ (Act on the strategies)
5. มองย้อนกลับไปแต่ละขั้นและประเมินผล (Look back and evaluate)

Rechtin (1991: 1-5) ได้นำอิริสติกส์ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อน โดยแบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. จัดให้อยู่ในรูปแบบที่ง่าย (Simplicity) เพื่อช่วยประเมินระบบโดยรวมว่ามีความซับซ้อนหรือไม่ โดยลดขั้นตอนบางอย่างที่ไม่มีความจำเป็นหรือซ้ำซ้อนออกไป
2. ปรับให้อยู่ในรูปแบบและขั้นตอนที่กำหนด (Form, Function, and Fit) ตามแผนผัง (Organisational) และขั้นตอนที่เตรียมไว้ (Management Processes) โดยมี 3 ขั้นตอนย่อยคือ
 - 2.1 ปรับโครงสร้างตามลักษณะหน้าที่ (Functional) และ กายภาพ (Physical)
 - 2.2 ปรับโครงสร้างของระบบทั้งหมด โดยแบ่งตามหน้าที่
 - 2.3 ปรับเปลี่ยนผลิตผล และกระบวนการ ให้เหมาะสม
3. จัดกลุ่มในเรื่องที่มีความสัมพันธ์กัน (Aggregation) โดยแบ่งระบบงานทั้งหมดออกเป็นหน่วยย่อย (Elements) รวมถึงตัวเลือกที่เป็นไปได้ โดยแต่ละหน่วยย่อยจะมีความสัมพันธ์กัน (Interfaces) ทั้งเรื่องของหน้าที่และวิธีการออกแบบ กระบวนการอิริสติกส์ที่เกี่ยวข้องมีดังนี้
 - 3.1 คัดเลือกหน่วยที่ไม่เกี่ยวข้องกันออกมาตามที่เป็นไปได้
 - 3.2 ใช้ฟังก์ชันที่เหมาะสมในการจัดให้แต่ละระดับนั้นมีหน่วยที่ไม่ซ้ำกัน
 - 3.3 จัดกลุ่มของสิ่งที่มีอิทธิพลมากที่สุดในระบบ และกลุ่มที่มีปัญหากับระบบเข้าไว้ด้วยกัน
4. ปรับเปลี่ยนไปตามสิ่งกระตุ้นภายนอก (Sensitivity) ขั้นตอนนี้จะเน้นไปถึงการปรับให้ระบบมีความยืดหยุ่นต่อสิ่งกระตุ้นภายนอก เช่น ความไม่แน่นอน (Vagaries) ความยุ่งยากใจ (Perturbations) และสิ่งรบกวน (Noise)

5. จัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน (Intermediate Forms) จากรูปแบบทั่วไปจะถูกพัฒนาขึ้นไปเรื่อยๆ อย่างค่อยเป็นค่อยไปจนกว่าจะสามารถจัดระบบทั้งหมดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานได้

6. ตรวจสอบการเข้ากันได้ของระบบ (Compatibility) มีการจัดระบบงานโดยรวมเมื่อพิจารณาจากวิธีการปฏิบัติที่ผ่านมา (Culture) และพฤติกรรม (Behavior) โดยพิจารณา 2 ส่วน คือ ระบบงานที่มีความซับซ้อน และทำให้ระบบมีความเป็นหนึ่งเดียวกัน โดยกระบวนการอิวิริสติกส์ที่นำมาใช้ มีดังนี้

6.1 การปรับใช้เทคโนโลยีที่มีความทันสมัยให้เหมาะกับสภาพทางสังคมที่เปลี่ยนไป

6.2 การวางระบบที่มีความแตกต่างกัน (Architectures) ก่อให้เกิดความแตกต่างด้านพฤติกรรม

6.3 ระบบงานที่มีความซับซ้อนมากๆ จะไม่สามารถหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดได้ครบทุกเงื่อนไข

6.4 การใช้อิวิริสติกส์จะทำให้การจัดการระบบง่ายกว่าการทำแบบระบบการคิดแบบย้อนกลับ (Reverse)

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ขั้นตอนของอิวิริสติกส์ที่ใช้สำหรับแก้ปัญหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ให้คำจำกัดความของปัญหาและพิจารณาข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล 2) ค้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยการสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย 3) พิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้และสามารถหาคำตอบได้เหมาะสม 4) ตรวจสอบเป็นขั้นตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด ว่าได้ผลตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่และเหมาะสมหรือไม่

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Anderson and Pingry (1973: 228) กล่าวว่า “โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบเป็นปริมาณหรือจำนวน ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหานั้นได้ ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ใช้ความรู้และประสบการณ์ประกอบกับการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหานั้นเอง”

Cruikshank and Sheffield (1992: 37) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า “โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้”

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 16) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ ผู้หาคำตอบ อาจไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือคำถาม บางครั้งอาจเป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลก็ได้

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการช่วยหาคำตอบ เพื่อกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นๆ โดยที่ผู้ตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักศึกษาคณิตศาสตร์ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายลักษณะ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์และลักษณะที่ต้องการ ดังนี้

Polya (1973) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหา ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาซึ่งต้องการให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ วิธีการ หรือคำอธิบายให้เหตุผล ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับข้อมูลที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ หรือ ผลสรุป

Charles *et al.* (1987: 11-13 อ้างใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544: 17) กล่าวว่า มีปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอน คือ

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว (one - step problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องแปลงสถานการณ์ให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ที่มีการดำเนินการเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือ การหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวคือ การเลือกการดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน (multi - problem) จะแตกต่างกับปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวตรงที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบของปัญหาหลายขั้นตอนนั้นมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนคือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่างๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาวออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาลักษณะนี้ต้องใช้ยุทธวิธีหลายอย่าง เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนได้หลายแบบ

4. ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) หรือ ปัญหาเชิงสถานการณ์ (situational problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลที่เป็นปัญหาจะทำให้ผู้แก้ปัญหเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Hatfield, Edwards, and Bitter (1993:54) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาลายเปิด เป็นโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนของคำตอบที่เป็นไปได้จำนวนมาก กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าคำตอบที่จะได้รับ
2. โจทย์ปัญหาที่ให้ค้นหา มักจะมีคำตอบที่จบอยู่ในตัว แต่มีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี
3. โจทย์ปัญหาที่มีแนวทางให้ค้นหาคำตอบ โดยทั่วไปจะเป็นปัญหาที่ธรรมดา รวมทั้งมีคำแนะนำสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา และมีวิธีการแก้โจทย์ที่ไม่ยุ่งยาก

พิศมัย ศรีอำไพ (2533: 3-4) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาขั้นเดียว (One-Step Problem) เป็นปัญหาที่มักใช้วิธีการบวก ลบ คูณ และหาร ธรรมดา

2. ปัญหาหลายขั้น (Multiple-Step Problem) เป็นปัญหาที่สามารถแก้ไขได้โดยการกระทำเบื้องต้นตั้งแต่ 2 ขั้นตอนขึ้นไป หรืออาจจะใช้การกระทำขั้นตอนเดิมแต่ซ้ำกันหลายครั้ง

3. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความคิดที่เป็นเหตุผลช่วยในการแก้ปัญหา โดยใช้กลยุทธ์หลายแบบ เช่น มองหาแบบรูป วาดภาพ สร้างสมการ เป็นต้น โดยทั่วไปปัญหาเหล่านี้ไม่สามารถแก้ไขได้โดยวิธีการบวก ลบ คูณ และหาร ธรรมดา

4. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเก็บข้อมูลและตัดสินใจเอง การที่จะหาผลเฉลยของปัญหาอาจจะใช้กลยุทธ์หลายอย่าง ปัญหาเหล่านี้

สะท้อนให้เห็นสถานการณ์และอาจจะไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

จากประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นมีหลายประเภทด้วยกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับหลักเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง อาจแบ่งตามจุดประสงค์ของปัญหา แบ่งตามขั้นตอนการดำเนินการ หรืออาจจะแบ่งตามจำนวนของคำตอบที่ได้

ลักษณะของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากประเภทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มีผู้เสนอลักษณะของโจทย์ปัญหาไว้หลายลักษณะ

สิริพร ทิพย์คง (2539) ได้กล่าวว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย
2. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
3. ไม่ง่ายหรือยากเกินไป สำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้นๆ
4. ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย
5. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้
6. ให้ข้อมูลที่เพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. สามารถใช้การวาดแผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
8. ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยจากประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาก่อน
9. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์ และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญทางความคิด

10. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544: 23) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจ และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
2. ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย
3. เหมาะสมกับระดับความรู้ และพื้นฐานของนักเรียน
4. นักเรียนควรมีส่วนช่วยสร้างปัญหาขึ้น

องค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหา

Adam, Ellis, and Beeson (1977: 174-175) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 3 ด้าน สรุปความได้ดังนี้

1. สถิติปัญญา (Intelligence) เป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่งสำหรับการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากองค์ประกอบของสถิติปัญญามีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและในการแก้โจทย์ปัญหานั้นต้องใช้การคิดระดับสูง
2. การอ่าน (Reading) เป็นพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา เพราะการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยการอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรทำอะไรอย่างไร
3. ทักษะพื้นฐาน (Basic factor) หลังจากวิเคราะห์ปัญหาแล้ว ขั้นตอนมาคือการหาคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม ผู้แก้ปัญหามองต้องรู้การดำเนินการต่างๆ ที่จำเป็น ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานในการแก้โจทย์ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 81-82) ได้เสนอองค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ 5 ประการ สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งมีทักษะที่เกี่ยวข้องทั้งทักษะการอ่านและทักษะการฟัง แยกแยะประเด็นสำคัญได้ ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์นิยาม มโนคติ ข้อเท็จจริง และนำมาเชื่อมโยงกับปัญหา การเน้นข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึก เพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนแผนภาพหรือแผนภูมิการสร้างตัวแบบ และการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา เป็นอีกปัจจัยที่ช่วยทำให้การทำความเข้าใจปัญหามีประสิทธิภาพ

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เกิดจากการฝึกฝนบ่อยๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อเผชิญปัญหาใหม่จึงสามารถวางแผนเพื่อกำหนดวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวดเร็ว และเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แม้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจปัญหา และสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ แต่ถ้าวการคำนวณผิดพลาดก็ถือว่าการแก้ปัญหาไม่ประสบความสำเร็จ ดังนั้นการคิดคำนวณจึงเป็นอีกสิ่งหนึ่งที่สำคัญในการแก้ปัญหา และสำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ผู้เรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด มีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. แรงจูง เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ดังนั้นผู้เรียนจึงต้องอาศัยแรงจูงใจที่จะสร้างพลังในการคิด ได้แก่ เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ฯลฯ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งปัจจัยเหล่านี้ต้องอาศัยการปลูกฝังให้เกิดขึ้น โดยผ่านการจัดการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดรูปแบบที่คุ้นเคยยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยการบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา แรงจูงที่มีอยู่จะเชื่อมโยงกับสถานการณ์ของปัญหาใหม่สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Krulik (1982) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอนได้ดังนี้

1. การอ่านโจทย์ ประกอบด้วย การทวนปัญหา พิจารณาว่าโจทย์ถามอะไร กำหนดอะไรมาให้ และการเขียนข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้

2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลใดจำเป็นหรือไม่จำเป็น อาจจะใช้การวาดรูปหรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง

3. การเลือกวิธี ประกอบด้วย การพิจารณาปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้อนั้นๆ ว่าคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่ และสามารถนำวิธีการใดมาใช้แก้ปัญหาก็ได้ อาจแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหานั้นในกรณีที่ปัญหานั้นซับซ้อน

4. การลงมือแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ เป็นการดำเนินการตามแผนโดยใช้ทักษะการคิดคำนวณ

5. การพิจารณาคำตอบและการขยายผล ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความของปัญหาวางตอนที่น่าสนใจ และการอภิปรายการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์

Polya (1973) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการหา และข้อมูลที่จำเป็นในการหาคำตอบ

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหานั้น เป็นขั้นที่ใช้ความรู้และประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหามาพิจารณาข้อมูลต่างๆ แล้ววางแผนเพื่อหาวิธีในการแก้ปัญหานั้น

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ จนได้คำตอบของปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบของปัญหาวางว่าถูกต้องสมบูรณ์หรือไม่

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ความหมายทั่วไปของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ได้มีนิยามไว้มากมาย เช่น Encyclopedia World Dictionary ได้กล่าวว่า “แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน” คือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดผลของการเรียนหรือการสอน

Ross and Stanley (1967) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าหมายถึง แบบสอบที่ใช้วัดความสามารถทางวิชาการ เช่น แบบสอบวิชาเลขคณิต แบบสอบวิชาพีชคณิต ฯลฯ เป็นต้น

ศิริชัย กาญจนาวลี (2544) ได้ให้ความหมายว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งสำหรับการวัดผลและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนตามเป้าหมายที่กำหนดไว้ ทำให้ผู้สอนทราบว่าผู้เรียนได้พัฒนาความรู้ ความสามารถถึงระดับมาตรฐานที่ผู้สอนกำหนดไว้หรือไม่ หรือมีความรู้ความสามารถถึงระดับใด เมื่อเปรียบเทียบกับผู้เรียนคนอื่นๆ ที่เรียนด้วยกัน

จากความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กล่าวมานั้น จะเห็นว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนส่วนใหญ่ที่สร้างขึ้น มักจะมีจุดมุ่งหมายที่สำคัญเพื่อใช้วัดผลการเรียนรู้ด้านเนื้อหาวิชาและทักษะต่างๆ ของผู้เรียน เพื่อประเมินว่า ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถในระดับใด และมีความสามารถถึงระดับมาตรฐานที่ผู้สอนกำหนดไว้หรือไม่

ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2548) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งจำแนกได้หลายมิติดังต่อไปนี้

มิติที่หนึ่ง จำแนกตามขอบข่ายของเนื้อหาวิชาที่วัด เช่น แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนบางประเภทจะวัดเนื้อหาวิชาทางคณิตศาสตร์ หรือการสะกดคำ หรือประวัติศาสตร์ เป็นต้น และสามารถกำหนดขอบข่ายเนื้อหาวิชาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ให้กว้าง หรือจำกัดให้แคบลงได้ ผู้ใช้แบบสอบจะต้องกำหนดเนื้อหาวิชาขึ้นเอง โดยให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการสอบ ผู้สร้างแบบสอบสามารถพัฒนาแบบสอบให้มีเนื้อหาตามขอบข่ายที่ต้องการ สำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เป็นมาตรฐาน ซึ่งจัดพิมพ์ในต่างประเทศจำนวนมาก มักจะรวบรวมแบบสอบฉบับต่างๆ ไว้เป็นชุดและแต่ละชุดจะครอบคลุมเนื้อหาวิชาสำหรับระดับชั้นเรียนที่ต่างกัน ทั้งนี้เพื่อให้โรงเรียนสามารถวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนได้อย่างต่อเนื่องตามความเจริญทางวิชาการ

มิติที่สอง จำแนกตามลักษณะหน้าที่ทั่วไปของแบบสอบ โดยแบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนออกได้ 3 ลักษณะ ดังนี้

1. แบบสอบเพื่อการสำรวจผลสัมฤทธิ์ (Survey Tests) เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ใช้สำรวจความสามารถทั่วไปของนักเรียน โดยประเมินความรู้ในเนื้อหาวิชาหรือทักษะต่างๆ เพื่อแสดงระดับความสามารถของนักเรียน แบบทดสอบประเภทนี้มักจะครอบคลุมเนื้อหาทั้งในระดับกว้างและระดับทั่วไป และถือคะแนนรวมที่ได้จากแบบสอบถามเป็นตัวชี้ถึงระดับความสามารถที่วัดได้
2. แบบสอบเพื่อวินิจฉัยผลสัมฤทธิ์ (Diagnostic Tests) เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ใช้วินิจฉัยจุดเด่นและจุดด้อยขององค์ประกอบสำคัญทางด้านทักษะต่างๆ ของนักเรียน ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็นแบบทดสอบชุดย่อยๆ ได้ คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบสามารถแยกตามองค์ประกอบที่สำคัญของแต่ละองค์ประกอบ และคะแนนที่ได้จากแต่ละองค์ประกอบของแบบสอบวินิจฉัยดังกล่าว จะช่วยให้ครูสามารถตัดสินใจได้ว่า นักเรียนมีจุดบกพร่องอะไรที่ครูสามารถช่วยสอนเสริมในส่วนของเนื้อหาวิชาหรือทักษะที่ยังขาดได้อย่างมีประสิทธิภาพ
3. แบบสอบเพื่อวัดความพร้อม (Readiness Tests) เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ใช้วัดทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนในชั้นที่สูงขึ้น แบบสอบประเภทนี้จะใช้สำหรับทำนายการกระทำในอนาคต จึงทำหน้าที่เป็นเครื่องมือในการวัดความถนัดไปในตัวด้วย

มิติที่สาม จำแนกตามคำตอบที่ใช้โดยทั่วไป แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนส่วนใหญ่มักจะใช้กันมักจะเป็นแบบสอบประเภทข้อเขียน และที่ใช้กันค่อนข้างมาก ได้แก่ แบบสอบภาคปฏิบัติ (Performance Test) ซึ่งแบบสอบที่ต้องการให้นักเรียนได้สาธิตทักษะของตนเอง

สำหรับแบบสอบถามประเภทข้อเขียน ยังสามารถแยกออกได้อย่างกว้างๆ อีก 2 ระดับ คือ (1) ระดับของการเลือกคำตอบจากที่กำหนดไว้แล้ว (Recognition) และ (2) ระดับของการเขียนคำตอบจากความรู้หรือความทรงจำที่มีอยู่เดิม (Recall)

ในแบบสอบระดับที่ 1 แต่ละข้อมีคำตอบที่ตายตัว และจะประกอบด้วยตัวเลือกหลายๆ ตัวที่เป็นไปได้รวมอยู่ในคำถามที่เกี่ยวข้อง นักเรียนจะต้องตัดสินใจเลือกคำตอบอย่างรอบคอบ และถูกต้องให้สอดคล้องกับชนิดของคำถามที่ระบุไว้ ตัวอย่างของแบบสอบระดับนี้ ได้แก่ แบบสอบประเภทหลายตัวเลือก (Multiple Choice) แบบสอบประเภทถูก – ผิด (True – False) และแบบสอบประเภทจับคู่ (Matching)

ส่วนแบบสอบระดับที่ 2 ซึ่งต้องใช้ความรู้และความทรงจำที่มีอยู่เดิมมาเขียนตอบนั้น ลักษณะของคำตอบอาจจะไม่ตายตัว ขึ้นอยู่กับเหตุผลและความถูกต้องในเชิงวิชาการ ผสมผสานกับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนเป็นสำคัญ แบบสอบระดับนี้ ได้แก่ แบบสอบประเภทเติมคำหรือข้อความในช่องว่าง (Completion) แบบสอบประเภทตอบสั้น (Short Answer) และแบบสอบประเภทความเรียง (Essay)

นอกจากการจำแนกประเภทแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังที่กล่าวมาแล้ว เขาวดี วินุลย์ศรี (2548) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาตรฐาน เป็นแบบสอบที่สร้างขึ้นโดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญมากกว่าที่จะสร้างขึ้นโดยบุคคลใดบุคคลหนึ่งเพียงบุคคลเดียวเท่านั้น โดยปกติแล้วมักจะประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญทางด้านการวัดและการประเมินผล รวมทั้งผู้เชี่ยวชาญในสาขาวิชานั้นๆ ตลอดจนครูในโรงเรียนต่างๆ ซึ่งมีบทบาทในการกำหนดขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่ต้องการทดสอบให้เหมาะสม ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาตรฐานจะต้องมีการวางแผนการสร้างอย่างมีระบบ คือ มีการระบุหลักการและเหตุผลของการสร้างแบบสอบ มีการกำหนดวัตถุประสงค์ของการสร้างอย่างชัดเจน มีการทดลองใช้แบบสอบที่สร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความเป็นมาตรฐาน โดยการวิเคราะห์ระดับความยากและอำนาจจำแนกของแต่ละข้อ มีการหาค่าความตรง (Validity) และความเที่ยง (Reliability) ของแบบสอบ พร้อมทั้งพัฒนาตารางปกติวิสัย (Norm Table) เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบ มีการกำหนดเวลาของการทดสอบและวิธีดำเนินการสอบ ตลอดจนมีคู่มือประกอบการใช้แบบสอบ ซึ่งระบุความมุ่งหมายของแบบสอบ ประสิทธิภาพของแบบสอบ รวมทั้งวิธีการใช้แบบสอบ วิธีการตรวจหรือวิธีการให้คะแนน

พร้อมทั้งตารางปกติวิสัยของกลุ่ม

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ครูสร้างขึ้นเพื่อใช้ในชั้นเรียน เป็นแบบทดสอบซึ่งใช้เป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนการสอนโดยเฉพาะ กล่าวคือ แบบทดสอบนี้จะใช้สำหรับวัดความก้าวหน้าเกี่ยวกับผลการเรียนของนักเรียน และค้นหาข้อบกพร่องของการเรียนการสอน ทั้งนี้เพื่อจะได้จัดหน่วยการสอนซึ่งใช้ซ่อมเสริมข้อบกพร่องในการเรียนให้กับนักเรียนได้ตรงตามความต้องการ และใช้ในการตัดสินใจเป้าหมายของหลักสูตรในแต่ละหน่วยการเรียนการสอนว่าบรรลุผลตามที่คาดหวังไว้หรือไม่เพียงใด รวมทั้งการให้คะแนนหรือระดับผลการเรียนแก่นักเรียนด้วยขอบข่ายของเนื้อหาและทักษะในแบบสอบที่ครูสร้างขึ้น โดยทั่วไปจะประกอบด้วยเนื้อหาที่เฉพาะเจาะจงตามหลักสูตรของวิชาที่เรียน และมีรายละเอียดเกี่ยวกับความรู้และทักษะเฉพาะชั้นเรียนต่างๆ เท่านั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีลักษณะทั้งที่เป็นข้อเขียน (Paper and Pencil Test) และที่เป็นภาคปฏิบัติจริง (Performance Test) ซึ่งจะประกอบด้วยข้อความหรือข้อคำถามที่เกี่ยวข้องกับจุดมุ่งหมายในการทดสอบ มีเนื้อหาสาระที่ทดสอบเฉพาะอย่างและเกี่ยวข้องกับบุคคลที่ถูกทดสอบ โดยได้รับการสร้างเพื่อตรวจสอบลักษณะของบุคคลตามจุดมุ่งหมายในการตรวจสอบนั้นๆ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2533) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จำนวน 2 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถ

ในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรุณี รัชแก้ว (2539: 45-64) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง สมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 78 คน เป็นชาย 40 คน เป็นหญิง 38 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 39 คน ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มควบคุม 39 คน ที่ได้รับการสอนแบบปกติ ใช้เวลาทั้งหมด 34 คาบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ขอบใจ สาสี (2545) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2545 ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 51 คน และกลุ่มควบคุม 48 คน นักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่มีความเที่ยงเท่ากับ 0.87 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ชุด ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.94 และ 0.91 ตามลำดับ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และแผนการสอนแบบปกติ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการใช้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

Yen (1985:1) ได้ศึกษาเรื่องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยการใช้ฮิวริสติกส์ (Heuristics) ในการแนะนำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการวัดระดับความสามารถของตนเอง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 จำนวน 18 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบประเมินความสามารถในการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการใช้ฮิวริสติกส์มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น และมีทัศนคติต่อการเรียนดีขึ้น

Garnett (1990) พัฒนาวิธีการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างไม่มีโครงสร้าง โดยใช้เทคนิคการสอนหลายๆ อย่างรวมกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนเกรด 6 จำนวน 60 คน การประเมินผลการสอนใช้วิธีการหาข้อมูลเชิงคุณภาพและข้อมูลเชิงอุปนัย ซึ่งผลการวิจัยพบว่า การพัฒนาการสอนโดยการใช้ฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่างๆ ได้และสามารถแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้ ช่วยทำให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบมากขึ้น

Kay (1991: 1) ได้ศึกษาเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนกลุ่มที่สอนวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ฮิวริสติกส์ (Heuristics) กับนักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนแบบฮิวริสติกส์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4, 5 และ 6 จำนวนทั้งหมด 377 คน โดยแบ่งตามระดับความสามารถสูง, กลาง และต่ำ ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 8 เดือน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ

แบบทดสอบวัดข้อมูลทั้งหมดซึ่งได้มาจากการเก็บผลจากการทดสอบผ่านระบบ CTBS ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนฮิวริสติกส์ สามารถทำคะแนนได้ดีกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนด้วยวิธีฮิวริสติกส์ เมื่อพิจารณาจากความสามารถในการเรียนระดับเดียวกัน

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การพัฒนาการสอนโดยใช้ฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่างๆ ได้ มีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบมากขึ้น นักเรียนที่เรียนโดยการใชฮิวริสติกส์มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูง จึงทำให้นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ฮิวริสติกส์ สามารถทำคะแนนได้ดีกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนโดยใช้ฮิวริสติกส์

สมมติฐานการวิจัย

1.ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอน

2.ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สูงกว่าเกณฑ์ 60%

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ทั้งหมด 1 ห้องเรียน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากจำนวนทั้งหมด 12 ห้องเรียน โดยนักเรียนในแต่ละห้องจัดแบบความสามารถ

เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบไปด้วยเครื่องมือ 3 ชนิด คือ

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญา

แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบ
อภิปรัชญา
2. ศึกษาสาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว” จากแบบเรียนคู่มือครูและตำราต่างๆ ที่สอดคล้องกับหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียน
พระปฐมวิทยาลัย ซึ่งพัฒนาโดยใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมทั้งศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสอน สื่อการเรียนการสอน และการจัด
กิจกรรมจากเอกสารต่างๆ
3. ดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปร
เดียว” โดยแบ่งเป็นรายคาบจำนวน 13 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้
 - คาบที่ 1 ทดสอบก่อนเรียน (pre - test)
 - คาบที่ 2 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - คาบที่ 3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
 - คาบที่ 4 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
 - คาบที่ 5 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน
 - คาบที่ 6 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)

คาบที่ 7 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)

คาบที่ 8 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน

คาบที่ 9 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

คาบที่ 10 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน
และร้อยละ (ต่อ)

คาบที่ 11 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

คาบที่ 12 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว (ต่อ)

คาบที่ 13 ทดสอบหลังเรียน (post – test)

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น เสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อ
ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และการวัดผล
และประเมินผล แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อช่วย
ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และการวัดผล
และประเมินผล แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขจนสมบูรณ์แล้ว ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นี้ เป็นแบบทดสอบหลังการเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการ

สร้างขึ้นเอง เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบที่มี 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อและแบบทดสอบ
อัตนัยจำนวน 2 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาหลักสูตร วิเคราะห์จุดประสงค์ และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง
“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากหลักสูตรแกนกลาง
การศึกษา 2551
2. ศึกษาหลักเกณฑ์ เทคนิคการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
3. กำหนดจำนวนข้อสอบ เวลาที่ใช้สอบ และการกระจายของเนื้อหาสาระที่ต้องการวัด
และสร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามพฤติกรรมที่มุ่งวัด ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ
การนำไปใช้
4. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบที่มี 4
ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ โดยแบ่งแบบทดสอบออกเป็น 2 ชุด
ซึ่งแต่ละชุดประกอบด้วยแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบที่มี 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และ
แบบทดสอบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ แต่ละชุดใช้เวลา 90 นาที พร้อมทั้งจัดทำเฉลยอย่างละเอียดและ
เกณฑ์การให้คะแนน
5. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปเสนอให้คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์พิจารณา
ตรวจสอบ แก้ไขให้สอดคล้องกับเนื้อหา และตัวชี้วัด พร้อมทั้งตรวจสอบและแก้ไขความชัดเจน
ของคำถาม จากนั้นนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม
6. นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านช่วยพิจารณา
ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาโดยการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบในแต่ละข้อกับ
เนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Consistency:
IOC) และความเหมาะสม ความชัดเจนของคำถามและตัวเลือก จากนั้นทำการคัดเลือกข้อสอบที่มี
ความเหมาะสม โดยการเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมิน พบว่า
ข้อสอบทั้ง 40 ข้อมีค่า IOC อยู่ในช่วง 0.67 – 1

7. นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 100 คน จากจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อหาค่าดัชนีความง่ายและค่าดัชนีอำนาจจำแนก

8. คำนวณหาค่าดัชนีความยากและค่าดัชนีอำนาจจำแนกจากแบบทดสอบที่ให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จำนวน 100 คนทำ โดยผู้วิจัยได้ตั้งเกณฑ์ค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยจากการทดสอบพบว่า ข้อสอบจำนวน 22 ข้อ ได้ค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.41 - 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.67 และมีข้อสอบจำนวน 18 ข้อ ที่ต้องตัดออก เนื่องจากไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้

9. สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบใหม่ เพื่อใช้กำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบฉบับจริงในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่มุ่งวัดตามอัตราส่วนที่เหมาะสม โดยคัดเลือกข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบที่มี 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และข้อสอบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ จากข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์ทั้งหมด และนำแบบทดสอบฉบับจริงที่คัดเลือกไว้ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จำนวน 50 คน จำนวน 1 ห้องเรียน เพื่อหาค่าดัชนีความยาก ค่าดัชนีอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับอีกครั้ง ซึ่งจากการหาคุณภาพของแบบทดสอบฉบับจริงพบว่า ข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบที่มี 4 ตัวเลือกมีค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.34-0.80 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.36-0.68 และค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.71

10. นำแบบทดสอบที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน ที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนเรื่อง “การประยุต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อกำหนดประเด็นคำถามเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
2. สร้างคำถามให้ครอบคลุมประเด็นที่ต้องการ ทั้งด้านเนื้อหาสาระ การเรียนการสอน การวัดและการประเมินผล ผู้สอน และข้อเสนอแนะอื่นๆ
3. นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นไปเสนอกณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ให้ตรวจสอบความครอบคลุมและความถูกต้องเหมาะสมของคำถาม แล้วนำกลับมาปรับปรุงแก้ไข
4. นำแบบสอบถามที่ปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. จัดทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล และนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างขึ้นและผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว มาทำการทดสอบก่อนการจัดการเรียนการสอน (pre – test) กับนักเรียน โดยใช้เวลา 90 นาที
2. ดำเนินการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างไว้ เรื่อง “การประยุต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มาทำการทดสอบหลังการจัดการเรียนการสอน โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว

4. ให้นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนเรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย มีดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐานที่ใช้ ได้แก่

1.1) ค่าร้อยละ

1.2) ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)

1.3) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D)

2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอนของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ matched-pairs t-test

3. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างกับเกณฑ์ 60% โดยใช้ one sample t-test

4. ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ จะใช้การแจกแจงความถี่และการหาค่าร้อยละ

บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ดังนี้

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

ตอนที่ 2 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

ตอนที่ 1 ผลการประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

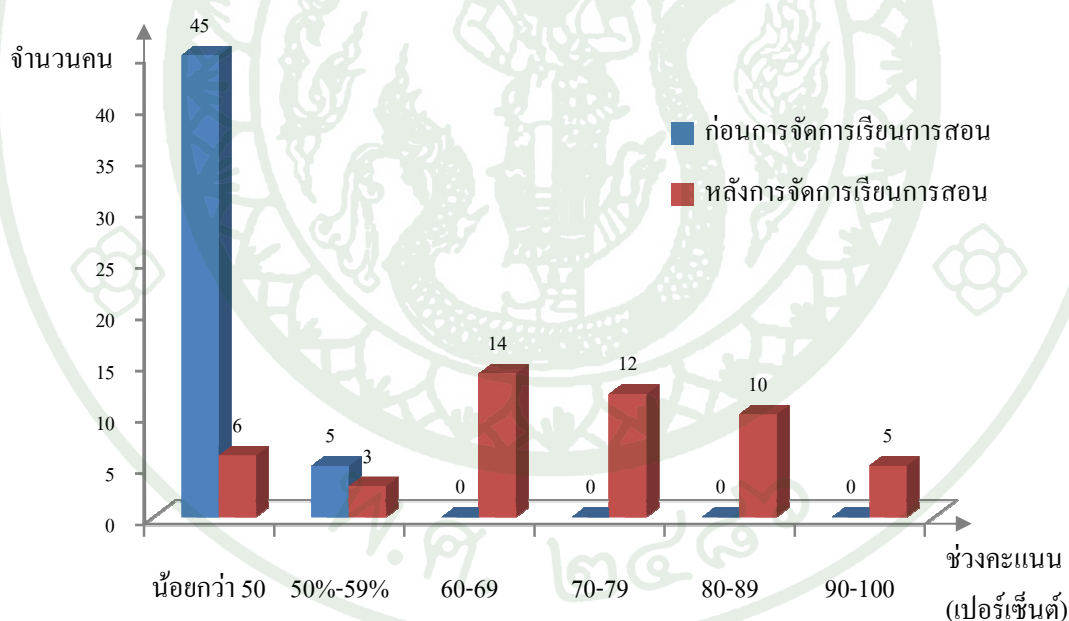
ผลการเปรียบเทียบคะแนนก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 1 และการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนการสอนกับเกณฑ์ 60% สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

คะแนน	<i>n</i>	$\bar{x}$	S.D.	<i>t</i>	sig
ก่อนการเรียน	50	10.50	3.144	14.826	.000*
หลังการเรียน	50	20.80	4.751		

** นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

แผนภูมิแท่งแสดงจำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบ ก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอน



ภาพที่ 1 จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบ ก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอน

จากตารางที่ 1 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของกลุ่มตัวอย่างที่เรียน โดยการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์หลังการจัดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญ

ทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีคะแนนสอบก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันโดยมีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังการจัดการเรียนการสอนเพิ่มขึ้นจากค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนการจัดการเรียนการสอน 10.30 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 49.50 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ หลังการจัดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอน และจากภาพที่ 1 แสดงให้เห็นว่า หากจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามช่วงของคะแนนสอบก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 45 คนคิดเป็นร้อยละ 90 ได้คะแนนสอบก่อนการจัดการเรียนการสอนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือ น้อยกว่าร้อยละ 50 แต่หลังจากจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์พบว่า มีนักเรียนที่ได้คะแนนสอบต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำเพียง 6 คนคิดเป็นร้อยละ 12 นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนสอบอยู่ในระดับสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือ ร้อยละ 50 ขึ้นไป โดยมีนักเรียนจำนวน 14 คนได้คะแนนสอบอยู่ในระดับปานกลาง (คะแนนร้อยละ 60-69) และมีนักเรียนจำนวน 15 คนได้คะแนนสอบอยู่ในระดับดีมาก (คะแนนร้อยละ 80-100) ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าเมื่อนักเรียนได้เรียน เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เป็นเวลา 13 คาบ แล้ว นักเรียนส่วนใหญ่มีผลสัมฤทธิ์เพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับเกณฑ์ 60% (คะแนนเต็ม 30 คะแนน คิดเป็น 18 คะแนน)

คะแนน	<i>n</i>	$\bar{X}$	S.D.	<i>t</i>	sig
หลังการเรียน	50	20.80	4.751	4.167	.000*

** นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 2 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังการจัดการเรียนการสอนเท่ากับ 20.80 คิดเป็นร้อยละ 69.33

ตอนที่ 2 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

ผู้วิจัยได้สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” จำนวนนักเรียน 50 คน ซึ่งสามารถแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอน โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n=50)				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1. เนื้อหาที่เรียนเหมาะสมกับเวลา	จำนวน	15	24	11	-	-
	ร้อยละ	30	48	22	-	-
2. เนื้อหาที่เรียนมีความยากง่ายเหมาะสม	จำนวน	7	24	17	2	-
	ร้อยละ	14	48	34	4	-
3. เนื้อหาที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงอื่น ๆ ได้	จำนวน	13	30	5	2	-
	ร้อยละ	26	60	10	4	-
4. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเรื่องที่เรียน	จำนวน	19	24	5	2	-
	ร้อยละ	38	48	10	4	-
5. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	จำนวน	14	29	5	2	-
	ร้อยละ	28	58	10	4	-
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ	จำนวน	9	27	12	2	-
	ร้อยละ	18	54	24	4	-

ตารางที่ 3 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n=50)				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
7. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมนักเรียนให้เกิดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	จำนวน	12	30	6	2	-
	ร้อยละ	24	60	12	4	-
8. ครูใช้วาจาที่สุภาพกับนักเรียน	จำนวน	38	10	2	-	-
	ร้อยละ	76	20	4	-	-
9. ครูยกย่องชมเชยนักเรียนอย่างเหมาะสม	จำนวน	26	20	4	-	-
	ร้อยละ	52	40	8	-	-
10. ครูตรวจชิ้นงานและการบ้านของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ	จำนวน	29	19	2	-	-
	ร้อยละ	58	38	4	-	-
11. ครูให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีประเด็นที่ยังไม่เข้าใจหรือมีข้อบกพร่อง	จำนวน	22	25	3	-	-
	ร้อยละ	44	50	6	-	-
12. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น และฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง	จำนวน	25	23	2	-	-
	ร้อยละ	50	46	4	-	-
13. ครูเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียน คอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ	จำนวน	29	19	2	-	-
	ร้อยละ	58	38	4	-	-
14. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีความยากง่ายเหมาะสม	จำนวน	15	23	10	2	-
	ร้อยละ	30	46	20	4	-

ตารางที่ 3 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n=50)				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
15. จำนวนข้อของแบบทดสอบ	จำนวน	19	18	12	1	-
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	ร้อยละ	38	36	24	2	-
มีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการสอบ						

จากตารางที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นในระดับมากกับการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ซึ่งสามารถพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

ด้านเนื้อหาสาระ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากกว่า เนื้อหาที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงอื่น ๆ ได้ คิดเป็นร้อยละ 60 รองลงมา คือ เนื้อหาที่เรียนเหมาะสมกับเวลา และเนื้อหาที่เรียนมีความยากง่ายเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 48

ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากกว่า สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ คิดเป็นร้อยละ 58 รองลงมา คือ สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเรื่องที่เรียน คิดเป็นร้อยละ 48

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากกว่า กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมนักเรียนให้เกิดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 60 รองลงมา คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ คิดเป็นร้อยละ 54

ด้านครูผู้สอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากที่สุดว่า ครูใช้วาจาที่สุภาพกับนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 76 รองลงมา คือ ครูตรวจชิ้นงานและการบ้านของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ และครูเอาใจใส่ ให้ความเป็นกันเองกับนักเรียน คอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ คิดเป็นร้อยละ 58 ซึ่งมีจำนวนเท่ากัน

ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากกว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีความยากง่ายเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 46 และมีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากที่สุดว่า จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการสอบ คิดเป็นร้อยละ 38

ข้อวิจารณ์

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม จากผลการวิจัยมีข้อวิจารณ์ดังต่อไปนี้

1. จากการศึกษพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐมหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนหลังการเรียนสูงสุด 28 คะแนน คะแนนต่ำสุด 8 คะแนน มีคะแนนเฉลี่ย 20.80 ซึ่งนักเรียนได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนเฉลี่ยสูงกว่า 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และงานวิจัยของ อรุณี รัชยาแก้ว (2539) นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2533) ขอบใจ สาสิทธิ์ (2545) Garnett (1990) Yen (1985) Kay (1991) ซึ่งได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์โดยเลือกใช้เนื้อหาต่างๆ ดังเช่น อรุณี รัชยาแก้ว (2539) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง สมการ อัตราส่วนร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2533) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ขอบใจ สาสิทธิ์ (2545) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิด

แบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร Yen (1985) ได้ศึกษาเรื่อง
 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้ฮิวริสติกส์ (Heuristics)
 ในการแนะนำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการวัดระดับความสามารถของตนเอง โดย
 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 Garnett (1990) ได้พัฒนา
 วิธีการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไม่มีโครงสร้าง โดยใช้เทคนิค
 การสอนหลายๆ อย่างรวมกัน กับนักเรียนเกรด 6 จำนวน 60 คน Kay (1991) ได้ศึกษาเปรียบเทียบ
 ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่สอนวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ฮิวริสติกส์ (Heuristics) กับนักเรียนกลุ่มที่
 ไม่ได้รับการสอนแบบฮิวริสติกส์ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษา
 ปีที่ 4, 5 และ 6 จำนวนทั้งหมด 377 คน โดยแบ่งตามระดับความสามารถสูง กลาง และต่ำ ซึ่งได้
 ผลการวิจัยสอดคล้องกันว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ จะมี
 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ
 นักเรียนมีความสนใจในการเรียน ตั้งใจเรียน มีความกระตือรือร้น มีความรับผิดชอบ ใส่ใจและ
 ตั้งใจทำงานที่ได้รับมอบหมาย และการมาเรียนสม่ำเสมอทำให้นักเรียนได้รับความรู้อย่างต่อเนื่อง
 และการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดอย่าง
 เป็นระบบมากขึ้น มีเหตุผล สามารถแยกแยะสิ่งต่างๆ และสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่าง
 ข้อมูลได้ เป็นการพัฒนาการเรียนรู้ ซึ่งจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้น

2. ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ตามแนวคิดของ Simon and Newell ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน โดย
 ได้ดำเนินการสอนและเก็บข้อมูลด้วยตนเอง ผู้วิจัยสรุปข้อสังเกตจากการจัดการเรียนการสอนได้
 ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย ในขั้นนี้ช่วยให้นักเรียนทราบจุดมุ่งหมายของ
 การเรียน ทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบตนเองได้ว่า ในแต่ละคาบตนเองได้รับความรู้ตาม
 เป้าหมายที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยครูทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียนในคาบเรียนนั้นๆ
 ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามที่เกี่ยวข้อง และสามารถระบุเป้าหมายของการเรียนใน
 แต่ละคาบได้

ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์วิธีการที่นำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ ในขั้นนี้ทำให้นัก
 นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากวิธีการที่นักเรียนและเพื่อน

นำเสนอ และช่วยกันวิเคราะห์วิธีการแก้ปัญหาของแต่ละวิธี ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ไม่ยึดติดเฉพาะวิธีที่ตนเองคิด ซึ่งจากการจัดการเรียนการสอน พบว่า ในคาบแรกๆ นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์ และเขียนสมการได้ถูกต้อง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนแต่ละคนมีทักษะในการตีความโจทย์ปัญหาที่ต่างกัน จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ได้ แต่หลังการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาแล้ว พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ แต่สำหรับโจทย์บางข้อที่ยาว พบว่า นักเรียนบางคนเขียนข้อมูลแบบย่อหรือเขียนได้เพียงบางส่วนเท่านั้น เนื่องจากโจทย์บางข้อมีวิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี จากการตรวจแบบฝึกหัด พบว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้วิธีการสร้างทางเลือกในการหาคำตอบที่หลากหลาย เช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ตัวอย่างที่ 1 ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 45 จงหาจำนวนเต็มสามจำนวนนั้น ในการหาคำตอบข้อนี้ นักเรียนบางคนกำหนดให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนแรก แล้วจะได้ว่าจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ x , $x + 1$ และ $x + 2$ และนักเรียนบางคนกำหนดให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนที่สอง แล้วได้จำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ $x - 1$, x และ $x + 1$ เป็นต้น สำหรับการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ พบว่า นักเรียนบางคนใช้บัญญัติไตรยางศ์ในการช่วยหาคำตอบ แต่นักเรียนสับสนระหว่างการใช้คำว่า ลดราคาและราคาขาย หรือได้กำไรและราคาขาย และนักเรียนบางคนแปลความหมายของการลดราคาเป็นร้อยละผิดพลาด เช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ตัวอย่างที่ 2 สายชลเปิดร้านขายกระเป๋า เธอคิดราคาขายกระเป๋าใบหนึ่งไว้โดยคิดกำไร 25% แต่เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ สายชลลดราคาให้ 10% และขายไปในราคา 900 บาท ต้นทุนของกระเป๋าใบนี้เป็นเท่าไร นักเรียนบางคนเข้าใจว่า การลดราคา 10% หมายถึง ราคาขาย 100 บาท ลดราคา 90 บาท ทำให้การดำเนินการแก้ปัญหาเกิดข้อผิดพลาดและได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ครูแก้ปัญหานี้โดยการให้นักเรียนพิจารณาและมองย้อนกลับว่า การลดราคา 50% เป็นการลดราคาครึ่งหนึ่งของราคาที่คิดไว้การลดราคา 10% จึงเป็นการลดราคาที่ไม่ถึงครึ่งหนึ่งของราคาที่คิดไว้ ดังนั้นถ้าคิดราคาขาย 100 บาท การลดราคา 90 บาทจึงเป็นการลดราคาที่เกินครึ่งหนึ่งของราคาที่คิดไว้ ซึ่งไม่สมเหตุสมผล ครูจึงเน้นย้ำข้อบกพร่องและข้อผิดพลาดดังกล่าว ซึ่งจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจ และสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละได้ นอกจากนั้นในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว มีนักเรียนบางคนเขียนตารางความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาประกอบแนวคิด ซึ่งช่วยให้ง่ายต่อการวิเคราะห์และเขียนสมการได้ โดยสรุปแล้วผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สามารถเขียนลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

ขั้นที่ 3 พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ ในขั้นตอนนี้ทำให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ โดยประเมินว่า คำตอบในแต่ละขั้นตอนถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้หรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลน่าเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด ซึ่งจากการจัดการเรียนการสอนพบว่า ในคาบเรียนแรกๆ นักเรียนบางคนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ หรือขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ หรือนักเรียนบางคนไม่เห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ เพราะคิดว่าได้คำตอบเพียงอย่างเดียวก็เพียงพอแล้ว ครูจึงต้องอธิบายและชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ เพราะในบางครั้งคำตอบที่ได้จากการคำนวณนั้นไม่ถูกต้องเสมอไป เนื่องจากเกิดข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณ หรือเขียนสมการไม่ถูกต้อง ดังนั้นการตรวจสอบคำตอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขในโจทย์หรือไม่จึงเป็นสิ่งสำคัญ เมื่อนักเรียนได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และได้ฝึกทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองบ่อยๆ แล้วพบว่า นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง

ขั้นที่ 4 พิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ทำให้นักเรียนได้เห็นภาพรวมของวิธีการทั้งหมดที่ใช้ในการหาคำตอบ ช่วยให้นักเรียนสามารถพิจารณาข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ และสามารถเลือกวิธีการที่เหมาะสมในการหาคำตอบได้ ซึ่งจากการจัดการเรียนการสอนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถพิจารณาได้ว่า วิธีการใดเหมาะสมในการหาคำตอบ เนื่องจากนักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และมีการชี้แนะจากครูผู้สอน

สรุปได้ว่า หลังการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์แล้ว นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจ และมีความกระตือรือร้นในการเรียน มีความเข้าใจ สามารถเรียนรู้และมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ซึ่งในแต่ละขั้นตอนมีส่วนสำคัญที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเข้าใจ กล่าวโดยสรุปได้ว่า ในขั้นที่ 1 การระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาช่วยให้นักเรียนทราบจุดมุ่งหมายของการเรียน สามารถตรวจสอบตนเองได้ว่า ในแต่ละคาบตนเองได้รับความรู้ตามเป้าหมายที่กำหนดไว้หรือไม่ ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์วิธีการนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการสร้างทางเลือกในการหาคำตอบที่หลากหลาย ขั้นที่ 3 พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ ช่วยให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ และขั้นที่ 4 พิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนสามารถเลือกวิธีการที่เหมาะสมในการหาคำตอบได้ ซึ่งสอดคล้องกับที่ Yen (1985) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์จะทำให้ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น เนื่องจากการคิดแบบฮิวริสติกส์

ช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาความรู้ใหม่ๆ ได้ด้วยตนเอง พัฒนาการเรียนรู้ ซึ่งส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้นได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาในวิชาคณิตศาสตร์นั้น นอกจากจะช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น เนื่องจากนักเรียนมีการคิดอย่างเป็นระบบ มีเหตุผล และสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ จนทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้นแล้ว การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญา ยังเป็นการสร้างประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่ดีให้กับนักเรียน ช่วยเสริมแรงในการเรียน ทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เพราะเมื่อนักเรียนสามารถแยกแยะข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ได้ มีขั้นตอนในการคิดอย่างเป็นระบบมากขึ้น สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ ทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียน ต้องการที่จะเรียน และเรียนด้วยความตั้งใจ ไม่เกิดความเบื่อหน่าย ทำให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น ดังนั้นครูผู้สอนควรจะนำการคิดแบบอภิปรัชญามาใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้มากขึ้น

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม สรุปได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
2. เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน และนักเรียนแต่ละห้องจัดแบบคละความสามาร

3. สารที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินการวิจัย ใช้เวลาทั้งหมด 13 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

คาบที่ 1 ทดสอบก่อนเรียน (pre - test)

คาบที่ 2 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คาบที่ 3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 4 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

คาบที่ 5 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

คาบที่ 6 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)

คาบที่ 7 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)

คาบที่ 8 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน

คาบที่ 9 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

คาบที่ 10 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน
 และร้อยละ (ต่อ)

คาบที่ 11 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

คาบที่ 12 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว (ต่อ)

คาบที่ 13 ทดสอบหลังเรียน (post – test)

5. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5.2 ตัวแปรตาม คือ

1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” หลังการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

2) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยเครื่องมือ 3 ชนิด ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 11 แผน คาบละ 50 นาที

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สำหรับใช้ทดสอบก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอนเป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ซึ่งแบบทดสอบมีค่าดัชนีความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.34-0.80 ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.36-0.68 และค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงเท่ากับ 0.7

3. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” เป็นแบบวัดความรู้สึกรักของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนเรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่าที่มี 5 ระดับ ซึ่งได้แก่ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด จำนวน 15 ข้อ

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบอิวิริสติกส์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากนั้นนำเครื่องมือไปหาคุณภาพ

2. นำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังอาจารย์ใหญ่โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้ดังนี้

2.1 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างขึ้นและผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว มาทำการทดสอบก่อนการจัดการเรียนการสอนกับนักเรียนโดยใช้เวลา 90 นาที

2.2 ดำเนินการสอน เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นเวลา 11 คาบ คาบละ 50 นาที

2.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับเดิมมาทำการทดสอบหลังการจัดการเรียนการสอนกับนักเรียนโดยใช้เวลา 90 นาที

3. ให้นักเรียนทำแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบอิวิริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” หลังจากเสร็จสิ้นการจัดการเรียนการสอน

4. เมื่อเก็บรวบรวมข้อมูลเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียน การสอน โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” มาวิเคราะห์ แปลผล และสรุปผลการวิจัย

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐานที่ใช้ ได้แก่
 - 1.1) ค่าร้อยละ
 - 1.2) ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)
 - 1.3) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D)
2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการจัดการเรียนการสอน และหลังการจัดการเรียนการสอนของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ matched-pairs t-test
3. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง กับเกณฑ์ 60% โดยใช้ one sample t-test
4. ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบ ฮิวริสติกส์ จะใช้การแจกแจงความถี่และการหาค่าร้อยละ

ผลการวิจัย

1. ผลการประเมินโดยการใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ในการเปรียบเทียบคะแนนก่อนการจัดการเรียน การสอนและหลังการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และการเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนการสอนของนักเรียนกับเกณฑ์ 60% โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ได้ผลการวิจัยดังนี้

1.1 นักเรียนมีคะแนนก่อนการจัดการเรียนการสอนและหลังการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังการเรียนเพิ่มขึ้นจากคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนการจัดการเรียนการสอน แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สูงขึ้น

1.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนการสอน เรื่อง“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” สูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังการจัดการเรียนการสอนเท่ากับ 20.80 คิดเป็นร้อยละ 69.33

2. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

ผู้วิจัยได้สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” จำนวน 50 คน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นในระดับมากกับการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ซึ่งสามารถพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

ด้านเนื้อหาสาระ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากว่า เนื้อหาที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงอื่นๆ ได้ คิดเป็นร้อยละ 60 รองลงมา คือ เนื้อหาที่เรียนเหมาะสมกับเวลา และเนื้อหาที่เรียนมีความยากง่ายเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 48

ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากว่า สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ คิดเป็นร้อยละ 58 รองลงมา คือ สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเรื่องที่เรียน คิดเป็นร้อยละ 48

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากกว่า กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนให้เกิดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 60 รองลงมา คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความน่าสนใจ คิดเป็นร้อยละ 54

ด้านครูผู้สอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากที่สุดว่า ครูใช้วาจาที่สุภาพกับนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 76 รองลงมา คือ ครูตรวจชิ้นงานและการบ้านของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ และครูเอาใจใส่ ให้ความเป็นกันเองกับนักเรียน คอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ คิดเป็นร้อยละ 58 ซึ่งมีจำนวนเท่ากัน

ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากกว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีความยากง่ายเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 46 และมีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากที่สุดว่า จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการสอบ คิดเป็นร้อยละ 38

ข้อเสนอแนะ

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

จากผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอน และสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดเห็นของนักเรียนส่วนใหญ่ต่อการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ อยู่ในระดับมาก ซึ่งครูหรือผู้ที่สนใจสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนำไปปรับใช้กับสาระการเรียนรู้อื่นๆ ที่เหมาะสมต่อไปได้ โดยผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะที่ได้จากการสังเกตดังนี้

1) การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell ใช้เวลาในการดำเนินการจัดการเรียนการสอนค่อนข้างมาก ครูควรมีการวางแผนการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับเนื้อหา คำถาม การเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ วิธีการวัดผล และประเมินผล ให้เหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และเวลาที่ใช้ เนื่องจากเวลาในแต่ละคาบเรียนมีจำกัด และนักเรียนต้องใช้เวลาในการฝึกทักษะการคิดและแก้ปัญหาค่อนข้างมาก ครูจึงต้องเตรียมสื่อการเรียนรู้ให้พร้อม เช่น แถบแสดงประโยชน์สัญลักษณ์ หรือใบงาน เป็นต้น นอกจากนั้นครูต้องคำนึงถึงภาวะของนักเรียนและความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

2) การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ในช่วงแรก ครูต้องเป็นผู้ที่คอยชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหาและกระตุ้นให้นักเรียนฝึกคิด วิเคราะห์โจทย์ และแก้ปัญหา แต่ถ้านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูควรช่วยแนะแนวทางในการแก้ปัญหาโดยใช้คำถามที่เหมาะสมให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเอง

3) การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ครูควรจัดการเรียนการสอนอย่างต่อเนื่องเป็นระยะเวลามากกว่า 1 เดือน เพื่อฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ และสามารถเชื่อมโยงข้อมูลได้ด้วยตนเองจนเกิดความชำนาญ สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

4) ในระหว่างดำเนินการจัดการเรียนการสอน ครูควรหาโอกาสสอดแทรกจริยธรรมและคุณธรรม เพื่อปลูกฝังจิตสำนึกในเรื่องความรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์ ความขยันหมั่นเพียร ตลอดจนการสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1) ควรมีการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ และระดับชั้นอื่นๆ

2) ควรมีการศึกษาตัวแปรอื่นๆ เพิ่มเติมนอกเหนือจากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เช่น ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นต้น

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. 2551. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระคณิตศาสตร์**
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการ
และมาตรฐานการศึกษา สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ขอบใจ สาสิตธี. 2545. **ผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์**
และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.
วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์,
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2540. **แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8**
(พ.ศ.2540-2544). กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ

นวลทิพย์ นวพันธุ์. 2533. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบ**
อภิปรัชญาที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรีชา เนาว่าเย็นผล. 2537. **การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชาสาระและ**
วิถีวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 12-15. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

_____. 2544. **กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด**
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พิศมัย ศรีอำไพ. 2533. **คณิตศาสตร์สำหรับครูประถม.** มหาสารคาม: คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒมหาสารคาม.

- เยาวดี วิบูลย์ศรี. 2548. การวัดผลและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วีระศักดิ์ เลิศโสภา. 2544. ผลการใช้เทคนิค K-W-D-L ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาและการสอน, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิริชัย กาญจนาวสี. 2544. ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์, สุชาวดี เอี่ยมอรพรรณ และธนภรณ์ พิชณานนท์. 2541. การวิเคราะห์ลำดับโครงสร้างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อพัฒนาแบบฝึกหัดเสริมการเรียนรู้: รายงานการวิจัย. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สิริพร ทิพย์คง. 2539. งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 2521-2538. กรุงเทพฯ.
- อรุณี ระย้าแก้ว. 2539. การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบอภิปรัชญาในการแก้โจทย์ปัญหา สมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกระทุ้งวิทยา จังหวัดภูเก็ต. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- Adam, S. , L. C. Ellie, and B. F. Beeson. 1977. **Teaching Mathematics: With Emphasis on the Diagnostic Approach.** New York: Harper & Row.
- Anderson, K. B. and R. E. Pingry. 1973. **The Learning of Mathematics: Its Theory and Practice.** Washington D.C. : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Bransford, G. and J. Stains. 1984. **Reassessing the Role of Collaboration Writing in Advanced Composition** (Online). [Ericdb.com/research/info.htm](http://ericdb.com/research/info.htm), September 2, 2013.

Floyd, C. 2002. **Problem Solving As a Strategy for Learning Mathematics** (Online).
<http://www.mtsu.edu>, September 2, 2013.

Fogel D. B. and Z. Michalewicz. 2000. **How to Solve It: Modern Heuristics**. Germany:
 Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Garnett, K. F. 1990. **Developing Heuristics in the Mathematics Problem-Solving Processes of Sixth-Grade Children: A Nonconstructivist Teaching Experiment**. Dissertation
 Abstracts International, University of South Florida.

Hatfield, M. M. , N. T. Edwards, and G. G. Bitter. 1993. **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School**. Boston: A Division of Simon & Schuster.

Kay, D. 1991. **A Comparison of Students Taught How to Use Heuristics in Problem-Solving with Students Who Have Not Had Explicit Instruction in the Use of Heuristics** (Online). <http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp>, September 2, 2013.

Krulik, S. 1982. Teaching Problem Solving to Preservice Teachers. **Arithmetic Teacher** 29 (6): 42-45.

Novak, J. D. and D. B. Gowin. 1984. **Learning How to Learn**. New York: Cambridge University Press.

Ohlsson, S. and E. Rees. 1991. The Function of Conceptual Understanding in the Learning of Arithmetic Procedures. **Cognition and Instruction** (8): 103-179

Polya, G. 1945. **How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method**. 3rd ed.
 Princeton: Princeton University Press.

_____. 1973. **How to Solve It**. New Jersey: Princeton University Press.

Rechlin, G. 1991. **Learning System and Problem Solving** (Online).

<http://www.rehks.com/knowledge/details.asp>, September 2, 2013.

Ross, C.C. and Stanley, J.C. 1967. **Measurement in Today's School**. Englewood Cliffs, N.J.:

Prentice – Hall Inc.

Sheffield, L. J. and D. E. Cruikshank. 1992. **Teaching and Learning Elementary and Middle**

School Mathematics. New York: Macmillan Publishing Company.

Simon, H. and A. Newell. 1971. **Human Problem Solving: The State of the Theory in**

1970/American Psychologist (Online). www.unix.oit.umass.edu/~a554000/probs.pdf,
September 2, 2013.

Yen, F. and B. Flora. 1985. **An Intervention Study in Mathematical Problem Solving Among**

Selected Junior High School Students (Heuristics Math Tutoring Self Efficacy)

(Online). <http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp>, September 2, 2013.







แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 4 พีชคณิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

1. มาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัด 2/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2. สาระสำคัญ

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง
การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การให้เหตุผล
2. การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
3. การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความรับผิดชอบ
3. ระเบียบวินัย
4. ความรอบคอบ
5. ความเชื่อมั่นในตนเอง

4. สารการเรียนรู้

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

จำนวนเต็ม แบ่งออกเป็น 3 ชนิด

1. จำนวนเต็มลบ คือ จำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ มีตำแหน่งอยู่ทางด้านซ้ายมือของศูนย์ เมื่ออยู่บนเส้นจำนวนและจะลดลงโดยไม่สามารถบอกได้ว่าจำนวนใดน้อยที่สุด แต่สามารถบอกได้ว่าจำนวนเต็มลบที่มากที่สุด คือ -1

นั่นคือ $\dots < -5 < -4 < -3 < -2 < -1$

2. ศูนย์ ใช้สัญลักษณ์ 0

3. จำนวนเต็มบวก หรือ จำนวนนับ คือ จำนวนเต็มที่มากกว่าศูนย์ มีตำแหน่งอยู่ทางด้านขวามือของศูนย์เมื่ออยู่บนเส้นจำนวนและจะมากขึ้นโดยไม่สามารถบอกได้ว่าจำนวนใดมากที่สุด แต่สามารถบอกได้ว่าจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด คือ 1

นั่นคือ $1 < 2 < 3 < 4 < 5 < \dots$



จำนวนเต็มทุกจำนวนที่ 2 หารลงตัว เรียกว่า จำนวนคู่

นั่นคือ $\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots$

จำนวนเต็มทุกจำนวนที่ 2 หารไม่ลงตัว เรียกว่า จำนวนคี่

นั่นคือ $\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots$

ตัวอย่างที่ 1 ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 45 จงหาจำนวนเต็มสามจำนวนนั้น

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อ: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับจำนวน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 45

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : จำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกัน

วิธีที่ 1

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนแรก

จำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ x , $x + 1$ และ $x + 2$

เนื่องจากผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 45

จะได้สมการเป็น $x + (x + 1) + (x + 2) = 45$

$$3x + 3 = 45$$

$$3x + 3 - 3 = 45 - 3$$

$$3x = 42$$

$$3x \times \frac{1}{3} = 42 \times \frac{1}{3}$$

$$x = 14$$

เพราะฉะนั้น

$$x + 1 = 14 + 1$$

$$= 15$$

และ

$$x + 2 = 14 + 2$$

$$= 16$$

ดังนั้นจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ 14, 15 และ 16

วิธีที่ 2

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนที่สอง

จำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ $x - 1$, x และ $x + 1$

เนื่องจากผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 45

จะได้สมการเป็น $(x - 1) + x + (x + 1) = 45$

$$3x = 45$$

$$3x \times \frac{1}{3} = 45 \times \frac{1}{3}$$

$$x = 15$$

เพราะฉะนั้น

$$x - 1 = 15 - 1$$

$$= 14$$

$$\begin{aligned}\text{และ} \quad x + 1 &= 15 + 1 \\ &= 16\end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ 14, 15 และ 16

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ

วิธีที่ 1 ถ้าจำนวนเต็มจำนวนแรกคือ 14
จำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ 14, $14 + 1 = 15$
และ $14 + 2 = 16$
ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น
 $14 + 15 + 16 = 45$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

วิธีที่ 2 ถ้าจำนวนเต็มจำนวนที่สองคือ 15
จำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ $15 - 1 = 14$, 15
และ $15 + 1 = 16$
ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น
 $14 + 15 + 16 = 45$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 2 จงหาจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น 138

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อ: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับจำนวน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : ผลบวกของจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 138

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : จำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกัน

วิธีที่ 1

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนคู่จำนวนแรก

จำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ x , $x + 2$ และ $x + 4$

เนื่องจากผลบวกของจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 138

จะได้สมการเป็น $x + (x + 2) + (x + 4) = 138$

$$3x + 6 = 138$$

$$3x + 6 - 6 = 138 - 6$$

$$3x = 132$$

$$3x \times \frac{1}{3} = 132 \times \frac{1}{3}$$

$$x = 44$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned}x + 2 &= 44 + 2 \\ &= 46\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}x + 4 &= 44 + 4 \\ &= 48\end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ 44, 46 และ 48

วิธีที่ 2

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนคู่จำนวนที่สอง

จำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ $x - 2$, x และ $x + 2$

เนื่องจากผลบวกของจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 138

จะได้สมการเป็น $(x - 2) + x + (x + 2) = 138$

$$3x = 138$$

$$3x \times \frac{1}{3} = 138 \times \frac{1}{3}$$

$$x = 46$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned}x - 2 &= 46 - 2 \\ &= 44\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}x + 2 &= 46 + 2 \\ &= 48\end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ 44, 46 และ 48

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ

วิธีที่ 1

ถ้าจำนวนคู่จำนวนแรกคือ 44

จำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ 44, $44 + 2 = 46$

และ $44 + 4 = 48$

ผลบวกของจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น

$44 + 46 + 48 = 138$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

วิธีที่ 2

ถ้าจำนวนคู่จำนวนที่สองคือ 46

จำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ $46 - 2 = 44$, 46

และ $46 + 2 = 48$

ผลบวกของจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น

$44 + 46 + 48 = 138$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 3 ผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนเป็น 34 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 8 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อ: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับจำนวน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) ผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนเป็น 34
2) จำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 8

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : จำนวนเต็มสองจำนวนนั้น

วิธีที่ 1

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนที่มาก

จะได้จำนวนเต็มอีกจำนวนหนึ่งที่น้อยกว่า x อยู่ 8 คือ $x - 8$

เนื่องจากผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนนั้นเป็น 34

$$\begin{aligned} \text{จะได้สมการเป็น} \quad x + (x - 8) &= 34 \\ 2x - 8 &= 34 \\ 2x - 8 + 8 &= 34 + 8 \\ 2x &= 42 \\ 2x \times \frac{1}{2} &= 42 \times \frac{1}{2} \\ x &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เพราะฉะนั้น} \quad x - 8 &= 21 - 8 \\ &= 13 \end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนเต็มสองจำนวนนั้นคือ 13 และ 21

วิธีที่ 2

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนที่น้อย

เนื่องจากจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 8

จะได้ว่าจำนวนเต็มอีกจำนวนหนึ่งคือ $x + 8$

และผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนนั้นเป็น 34

$$\begin{aligned} \text{จะได้สมการเป็น} \quad x + (x + 8) &= 34 \\ 2x + 8 &= 34 \\ 2x + 8 - 8 &= 34 - 8 \\ 2x &= 26 \\ 2x \times \frac{1}{2} &= 26 \times \frac{1}{2} \\ x &= 13 \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น
$$x + 8 = 13 + 8$$
$$= 21$$

ดังนั้นจำนวนเต็มสองจำนวนนั้นคือ 13 และ 21

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ

วิธีที่ 1 ถ้าจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งคือ 21 จำนวนเต็มอีกจำนวนคือ

$$21 - 8 = 13$$

ผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนเป็น $21 + 13 = 34$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

วิธีที่ 2 ถ้าจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งคือ 13 จำนวนเต็มอีกจำนวนคือ

$$13 + 8 = 21$$

ผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนเป็น $13 + 21 = 34$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

5. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คำตอบของสมการ การหาคำตอบของสมการ สมบัติของการเท่ากันและจำนวนเต็มโดยใช้การถามตอบ

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell ดังนี้

ขั้นที่ 1 ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย

ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนเต็ม จำนวนเต็มคู่ และจำนวนเต็มคี่

จนนักเรียนสามารถระบุได้ว่าเป็น การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

ขั้นที่ 3 พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ขั้นที่ 4 พิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม

ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการ ข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีการ

เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหานั้นจนสามารถระบุตัวแปรได้ โดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell จากนั้นให้นักเรียนแสดงวิธีทำในสมุด ครูสุ่มนักเรียนออกมาเสนอวิธีการหาคำตอบและคำตอบที่ได้พร้อมตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ เพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนที่เหลือ

ในห้องเรียน จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการหาคำตอบโดยให้นักเรียนพิจารณาข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนดังนี้

- 1) วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการและกำหนดตัวแปร
- 2) วิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์และเขียนสมการ
- 3) แก้สมการ
- 4) ตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขในโจทย์

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 1, 2, 3, 4 และ 8 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการบ้าน

6. สื่อการเรียนรู้

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

7. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1.สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง คิดเป็น 90% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2.สังเกตจากความสนใจและความกระตือรือร้น	2. นักเรียนมีความสนใจและมีความกระตือรือร้นในการเรียนดี
3.ตรวจแบบฝึกหัดข้อ 1, 2, 3, 4 และ 8 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องคิดเป็น 90% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

8. บันทึกหลังการสอน

การจัดการเรียนการสอนในคาบเรียนที่ 4 เป็นการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยครูเริ่มทบทวนสมบัติของการเท่ากันโดยใช้การถามตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง จากนั้นครูได้ทบทวนเรื่องจำนวนเต็ม เพื่อให้นักเรียนสามารถระบุได้ว่าการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในคาบเรียนนี้เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และเนื่องจากโจทย์ปัญหาในคาบเรียนนี้เป็นโจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างง่าย ไม่ซับซ้อน นักเรียนส่วนใหญ่

สามารถวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบได้ โจทย์ปัญหาบางข้อมีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เช่น ตัวอย่างที่ 1 ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันเป็น 45 จงหาจำนวนเต็มสามจำนวนนั้น ในการหาคำตอบข้อนี้สามารถกำหนดให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนแรก แล้วจะได้ว่าจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ x , $x + 1$ และ $x + 2$ หรือกำหนดให้ x แทนจำนวนเต็มจำนวนที่สอง แล้วจะได้ว่าจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกันคือ $x - 1$, x และ $x + 1$ เป็นต้น ดังนั้นครูจึงให้นักเรียนพิจารณาข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธี เพื่อนำไปสู่วิธีที่เหมาะสมในการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ และในตัวอย่างที่ 2 จงหาจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น 138 ครูได้ถามนักเรียนเพิ่มเติมว่า ถ้าเปลี่ยนโจทย์ในตัวอย่างที่ 2 จากจำนวนคู่เป็นจำนวนคี่ แล้วสามารถหาคำตอบได้อย่างไร มีนักเรียนบางคนเข้าใจว่าจากโจทย์ในตัวอย่างที่ 2 ได้กำหนดให้ x แทนจำนวนคู่จำนวนแรก แล้วจำนวนคู่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ x , $x + 2$ และ $x + 4$ ดังนั้นถ้าเปลี่ยนโจทย์จากจำนวนคู่เป็นจำนวนคี่ จะกำหนดให้ x แทนจำนวนคี่จำนวนแรก แล้วจำนวนคี่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ x , $x + 1$ และ $x + 3$ ซึ่งไม่ถูกต้อง ครูจึงอธิบายเพิ่มเติมโดยยกตัวอย่างของจำนวนคี่ที่ติดกันให้นักเรียนสังเกต และชี้ให้นักเรียนเห็นว่า ถ้ากำหนดให้ x แทนจำนวนคี่จำนวนแรก แล้วจำนวนคี่สามจำนวนที่เรียงติดกันคือ x , $x + 2$ และ $x + 4$ และจากการตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดและตรวจสอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 4 พีชคณิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)

เวลา 50 นาที

1. มาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัด 2/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2. สาระสำคัญ

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง
การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การให้เหตุผล
2. การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
3. การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความรับผิดชอบ
3. ระเบียบวินัย
4. ความรอบคอบ
5. ความเชื่อมั่นในตนเอง

4. สารการเรียนรู้

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

ตัวอย่างที่ 1 พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมาสมทบกับเงินจำนวน 90 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 3 คน โดยลูกได้รับเงินคนละ 55 บาท พ่อนำเงินมาสมทบเป็นจำนวนเท่าไร

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อ: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : จำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบรวมกับเงินจำนวน 90 บาทของแม่ เมื่อแบ่งให้ลูก 3 คน แล้วทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 55 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : จำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบจากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

เมื่อนำเงินของพ่อมารวมกับเงิน 90 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 3 คน ลูกจะได้รับเงินคนละ 55 บาท

$$\begin{aligned} \text{จะได้สมการเป็น} \quad & \frac{x+90}{3} = 55 \\ & \left(\frac{x+90}{3}\right) \times (3) = 55 \times (3) \\ & x + 90 = 165 \\ & x + 90 - 90 = 165 - 90 \\ & x = 75 \end{aligned}$$

ดังนั้นพ่อนำเงินมาสมทบเป็นจำนวน 75 บาท

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ ถ้าพ่อนำเงินจำนวน 75 บาท มารวมกับเงินจำนวน 90 บาทของแม่วรรวมเป็นเงินทั้งหมด $75 + 90 = 165$ บาท

เมื่อแบ่งให้ลูก 3 คน ลูกจะได้รับเงินคนละ $\frac{165}{3} = 55$ บาท

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 2 ห้องเรียนห้องหนึ่งมีจำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย ถ้ามีนักเรียนชายย้ายมาเพิ่มอีก 6 คน และนักเรียนหญิงย้ายออก 5 คน แล้วนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงจะมีจำนวนเท่ากัน จงหาจำนวนนักเรียนในห้องนี้

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อ: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับจำนวน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) จำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย
2) ถ้ามีนักเรียนชายย้ายมาเพิ่ม 6 คน และนักเรียนหญิงย้ายออก 5 คน แล้วนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงจะมีจำนวนเท่ากัน

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : จำนวนนักเรียนในห้องนี้

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

จากโจทย์ ให้ x แทนจำนวนนักเรียนชาย

เนื่องจากจำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย
จะได้จำนวนนักเรียนหญิง $2x$ คน

ถ้ามีนักเรียนชายย้ายมาเพิ่ม 6 คน และนักเรียนหญิงย้ายออก 5 คน
แล้วนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงจะมีจำนวนเท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{จะได้สมการเป็น} \quad x + 6 &= 2x - 5 \\ x + 6 - x &= 2x - 5 - x \\ 6 &= x - 5 \\ 6 + 5 &= x - 5 + 5 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

จะได้ว่าห้องเรียนนี้มีจำนวนนักเรียนชาย 11 คน

จำนวนนักเรียนหญิง $2(11) = 22$ คน

ดังนั้นห้องเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมด $11 + 22 = 33$ คน

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ ถ้าห้องเรียนห้องนี้มีนักเรียนชายจำนวน 11 คน

จะมีนักเรียนหญิงจำนวน $2(11) = 22$ คน

ถ้ามีนักเรียนชายย้ายมาเพิ่มอีก 6 คน ห้องเรียนนี้จะมีนักเรียนชายทั้งหมด $11 + 6 = 17$ คน และนักเรียนหญิงย้ายออก 5 คน

ห้องเรียนนี้จะมีนักเรียนหญิงทั้งหมด $22 - 5 = 17$ คน
 ทำให้ได้ว่า จำนวนนักเรียนชาย กับจำนวนนักเรียนหญิงเท่ากัน
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 3 สามปีที่แล้วบุตรมีอายุเท่ากับหนึ่งในห้าของอายุปัจจุบันของบิดา
 ห้าปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุมากกว่าอายุของบุตร 25 ปี ปัจจุบันบิดาอายุเท่าไร

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 เกี่ยวกับจำนวน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) สามปีที่แล้วบุตรมีอายุเท่ากับหนึ่งในห้าของอายุปัจจุบัน
 ของบิดา

2) ห้าปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุมากกว่าอายุของบุตร 25 ปี

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : อายุของบิดาในปัจจุบัน

จากโจทย์ ให้ปัจจุบันบิดามีอายุ x ปี

สามปีที่แล้วบุตรมีอายุเท่ากับหนึ่งในห้าของอายุปัจจุบันของบิดา

แสดงว่า สามปีที่แล้วบุตรมีอายุ $\frac{1}{5}x$ ปี

จะได้ว่า ปัจจุบันบุตรมีอายุ $\frac{1}{5}x + 3$ ปี

ห้าปีข้างหน้าบิดามีอายุ $x + 5$ ปี

และห้าปีข้างหน้าบุตรมีอายุ $\left(\frac{1}{5}x + 3\right) + 5 = \frac{1}{5}x + 8$ ปี

เนื่องจากห้าปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุมากกว่าอายุของบุตร 25 ปี

จะได้สมการเป็น $(x + 5) - \left(\frac{1}{5}x + 8\right) = 25$

$$x + 5 - \frac{1}{5}x - 8 = 25$$

$$\left(x - \frac{1}{5}x\right) - 3 = 25$$

$$\left(\frac{5-1}{5}\right)x - 3 = 25$$

$$\frac{4}{5}x - 3 = 25$$

$$\frac{4}{5}x - 3 + 3 = 25 + 3$$

$$\left(\frac{4}{5}x\right) \times \left(\frac{5}{4}\right) = 28 \times \left(\frac{5}{4}\right)$$

$$x = 35$$

ดังนั้นปัจจุบันบิดามีอายุ 35 ปี

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ ถ้าปัจจุบันบิดามีอายุ 35 ปี สามปีที่แล้วบุตรมีอายุ

$$\left(\frac{1}{5}\right)(35) = 7 \text{ ปี}$$

ปัจจุบันบุตรมีอายุ $7 + 3 = 10$ ปี

ห้าปีข้างหน้าบิดามีอายุ $35 + 5 = 40$ ปี บุตรมีอายุ $10 + 5 = 15$ ปี

นั่นคือ ห้าปีข้างหน้าบิดามีอายุมากกว่าบุตร $40 - 15 = 25$ ปี

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

5. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คำตอบของสมการ สมบัติของการเท่ากัน และการหาคำตอบของสมการ โดยใช้การถามตอบ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell ดังนี้
 - ขั้นที่ 1 ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย
 - ขั้นที่ 2 วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ
 - ขั้นที่ 3 พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้
 - ขั้นที่ 4 พิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม

ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด
3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาจนสามารถระบุตัวแปรได้ โดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell จากนั้นให้นักเรียนแสดงวิธีทำในสมุด ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบและคำตอบที่ได้ พร้อมตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่เพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนที่เหลือในห้องเรียน
4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน ดังนี้
 - 1) วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการและกำหนดตัวแปร
 - 2) วิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์และเขียนสมการ
 - 3) แก้สมการ

4) ตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขในโจทย์

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 16, 18 และ 19 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการบ้าน

6. สื่อการเรียนรู้

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

7. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1.สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง คิดเป็น 80% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2.สังเกตจากความสนใจและความกระตือรือร้น	2. นักเรียนมีความสนใจและมีความกระตือรือร้นในการเรียนดี
3.ตรวจแบบฝึกหัดข้อ 16, 18 และ 19 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องคิดเป็น 80% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

8. บันทึกหลังการสอน

การจัดการเรียนการสอนในคาบเรียนที่ 5 ยังคงเป็นการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน แต่มีความซับซ้อนมากกว่าโจทย์ปัญหาที่เรียนในคาบเรียนที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ แต่มีนักเรียนบางคนที่ยึดติดในส่วนของการวิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์และการเขียนสมการ อาจเนื่องมาจากนักเรียนแต่ละคนมีทักษะในการตีความโจทย์ปัญหาที่ต่างกัน จึงทำให้ไม่สามารถแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ได้ เช่น ตัวอย่างที่ 2 ห้องเรียนห้องหนึ่งมีจำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย ถ้ามีนักเรียนชายย้ายมาเพิ่มอีก 6 คน และนักเรียนหญิงย้ายออก 5 คน แล้วนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงจะมีจำนวนเท่ากัน จงหาจำนวนนักเรียนในห้องนี้ มีนักเรียนบางคนแปลความโจทย์ว่า จำนวนของนักเรียนชายกับจำนวนของนักเรียนหญิงที่หาได้จากสมการต้องเท่ากัน อาจเป็นเพราะนักเรียนอ่านโจทย์เพียงว่ามีนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงจำนวนเท่ากัน ครูจึงจำเป็นต้องอธิบายโจทย์ให้ชัดเจนว่า จำนวนของนักเรียนหญิงในห้องนี้ มีจำนวนเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย แต่ถ้ามีนักเรียนชายย้ายเข้ามาเพิ่ม 6 คนและมีนักเรียนหญิงย้ายออก 5 คน แล้วจำนวนของนักเรียนชายกับจำนวนของนักเรียนหญิงจึงจะเท่ากัน และในตัวอย่างที่ 3 เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้สมการได้ถูกต้อง เนื่องจากใช้การเขียนตารางประกอบแนวคิด เพื่อนำไปสู่การเขียนสมการ และ

จากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่า มีนักเรียนบางคนสรุปคำตอบไม่ตรงกับสิ่งที่หาคำตอบมา จึงทำให้ตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง เช่น แบบฝึกหัด ข้อ 19 นายชมเลี้ยงไก่ไว้มากกว่านายชู 500 ตัว ปรากฏว่าสามในห้าของจำนวนไก่ของนายชูเท่ากับครึ่งหนึ่งของจำนวนไก่ของนายชม จงหาจำนวนไก่ของนายชูและนายชม นักเรียนกำหนดให้นายชมเลี้ยงไก่ไว้ x ตัว และนายชูเลี้ยงไก่ $x - 500$ ตัว ได้สมการเป็น $\frac{3}{5}(x - 500) = \frac{1}{2}x$ เมื่อดำเนินการแก้สมการแล้วได้ว่า $x = 3,000$ นักเรียนสรุปว่า นายชูเลี้ยงไก่ไว้ 3,000 ตัว และนายชมเลี้ยงไก่ไว้ 2,500 ตัว ซึ่งไม่ถูกต้อง ครูจึงเน้นย้ำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการทำงานมากขึ้น



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 4 พีชคณิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน

เวลา 50 นาที

1. มาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัด 2/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2. สาระสำคัญ

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็น

ค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การให้เหตุผล
2. การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
3. การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความรับผิดชอบ
3. ระเบียบวินัย
4. ความรอบคอบ
5. ความเชื่อมั่นในตนเอง

4. สารการเรียนรู้

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

อัตราส่วน

การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนในกรณีที่มีหน่วยเดียวกัน เช่น จำนวนครู 1 คน ต่อจำนวนนักเรียน 25 คน สามารถแสดงการเปรียบเทียบได้ในรูปของ 1: 25

(อ่านว่า 1 ต่อ 25) และเรียก 1: 25 ว่า อัตราส่วน 1: 25

หมายเหตุ อัตราส่วน $a:b$ เรียก a ว่า จำนวนที่หนึ่ง และเรียก b ว่า จำนวนที่สอง

ตัวอย่างที่ 1 ปัจจุบันเตี้ยอายุมากกว่าเต้า 6 ปี อีก 14 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของเต้าเป็น 5: 4 ปัจจุบันเตี้ยและเต้าอายุเท่าไร

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับอัตราส่วน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) ปัจจุบันเตี้ยอายุมากกว่าเต้า 6 ปี

2) อีก 14 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของเตี้ย

ต่ออายุของเต้าเป็น 5: 4

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : อายุของเตี้ยและเต้าในปัจจุบัน

วิธีที่ 1

จากโจทย์ ให้ปัจจุบันเตี้ยมีอายุ x ปี

เตี้ยอายุมากกว่าเต้า 6 ปี ดังนั้นเต้าอายุ $x - 6$ ปี

อีก 14 ปีข้างหน้าเตี้ยมีอายุ $x + 14$ ปี

เต้ามีอายุ $x - 6 + 14 = x + 8$ ปี

เนื่องจากอีก 14 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของเต้าเป็น 5: 4

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้สมการเป็น} \quad & \frac{x+14}{x+8} = \frac{5}{4} \\
 & 4(x+14) = 5(x+8) \\
 & 4x+56 = 5x+40 \\
 & 4x+56-4x = 5x+40-4x \\
 & 56 = x+40 \\
 & 56-40 = x+40-40 \\
 & 16 = x \\
 & x = 16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เพราะฉะนั้น} \quad & x-6 = 16-6 \\
 & = 10
 \end{aligned}$$

ดังนั้นปัจจุบันเตี้ยอายุ 16 ปีและเต้าอายุ 10 ปี

วิธีที่ 2

จากโจทย์ ให้ปัจจุบันเต้ามีอายุ x ปี

เตี้ยอายุมากกว่าเต้า 6 ปี ดังนั้นเตี้ยอายุ $x+6$ ปี

อีก 14 ปีข้างหน้าเต้ามีอายุ $x+14$ ปี

อีก 14 ปีข้างหน้าเตี้ยมีอายุ $x+6+14 = x+20$ ปี

เนื่องจากอีก 14 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของเต้า

เป็น 5:4

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้สมการเป็น} \quad & \frac{x+20}{x+14} = \frac{5}{4} \\
 & 4(x+20) = 5(x+14) \\
 & 4x+80 = 5x+70 \\
 & 4x+80-4x = 5x+70-4x \\
 & 80 = x+70 \\
 & 80-70 = x+70-70 \\
 & 10 = x \\
 & x = 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เพราะฉะนั้น} \quad & x+6 = 10+6 \\
 & = 16
 \end{aligned}$$

ดังนั้นปัจจุบันเต้าอายุ 10 ปีและเตี้ยอายุ 16 ปี

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ

วิธีที่ 1 ถ้าปัจจุบันเตี้ยอายุ 16 ปี เต้าจะมีอายุ $16-6 = 10$ ปี
 อีก 14 ปีข้างหน้าเตี้ยมีอายุ $16+14 = 30$ ปี
 และเต้ามีอายุ $10+14 = 24$ ปี
 อัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของเต้าเป็น 30:24
 หรือเท่ากับ 5:4 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

วิธีที่ 2 ถ้าปัจจุบันเต้าอายุ 10 ปี เต้าจะมีอายุ $10 + 6 = 16$ ปี
 อีก 14 ปีข้างหน้าเต้ามีอายุ $10 + 14 = 24$ ปี
 และเต้ามีอายุ $16 + 14 = 30$ ปี
 อัตราส่วนของอายุของเต้าต่ออายุของต้าเป็น $30:24$
 หรือเท่ากับ $5:4$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 2 รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของความยาวฐานต่อความสูงเป็น $3:5$
 ถ้าฐานของรูปสามเหลี่ยมยาว 12 นิ้ว แล้วรูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่เท่าไร

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 เกี่ยวกับอัตราส่วน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) รูปสามเหลี่ยมมีอัตราส่วนของความยาวฐานต่อความสูง
 เป็น $3:5$

2) ฐานของรูปสามเหลี่ยมยาว 12 นิ้ว

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

จากโจทย์ ให้รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีความสูง x นิ้ว

ถ้าฐานของรูปสามเหลี่ยมยาว 12 นิ้ว

เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีอัตราส่วนของความยาวฐานต่อความสูง
 เป็น $3:5$

$$\begin{aligned} \text{จะได้สมการเป็น} \quad \frac{3}{5} &= \frac{12}{x} \\ 3x &= 12 \times 5 \\ 3x &= 60 \\ (3x) \times \left(\frac{1}{3}\right) &= (60) \times \left(\frac{1}{3}\right) \\ x &= 20 \end{aligned}$$

$$\text{เนื่องจาก พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad &= \frac{1}{2} \times 12 \times 20 \text{ ตารางนิ้ว} \\ &= 120 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่ 120 ตารางนิ้ว

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีความสูง 20 นิ้ว

โดยฐานของรูปสามเหลี่ยมยาว 12 นิ้ว

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีอัตราส่วนของความยาวฐานต่อความสูง
เป็น 12: 20 หรือเท่ากับ 3: 5 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 3 แม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้และมะม่วงเขียวเสวยมาขายทั้งหมด 60 กิโลกรัม
มะม่วงน้ำดอกไม้ราคา กิโลกรัมละ 60 บาท มะม่วงเขียวเสวยราคา กิโลกรัมละ 50 บาท
ปรากฏว่าอัตราส่วนของจำนวนเงินที่ซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ต่อจำนวนเงินที่ซื้อมะม่วง
เขียวเสวยเป็น 6: 7 แม่ค้าซื้อมะม่วงแต่ละชนิดมาอย่างละกี่กิโลกรัม

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อ: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับอัตราส่วน

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) แม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้และมะม่วงเขียวเสวยมาขาย
รวม 60 กิโลกรัม

2) มะม่วงน้ำดอกไม้ กิโลกรัมละ 60 บาท มะม่วงเขียวเสวย
กิโลกรัมละ 50 บาท

3) อัตราส่วนของจำนวนเงินที่ซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ต่อ
จำนวนเงินที่ซื้อมะม่วงเขียวเสวยเป็น 6: 7

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : จำนวนมะม่วงน้ำดอกไม้และจำนวนมะม่วงเขียวเสวย
ที่แม่ค้าซื้อมา

วิธีที่ 1

จากโจทย์ ให้แม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ x กิโลกรัม

เนื่องจากแม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้และมะม่วงเขียวเสวยมาขาย

ทั้งหมด 60 กิโลกรัม ดังนั้นแม่ค้าซื้อมะม่วงเขียวเสวยมาขาย

$60 - x$ กิโลกรัม

แม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ราคา กิโลกรัมละ 60 บาท

คิดเป็นเงิน $60x$ บาท

ซื้อมะม่วงเขียวเสวยราคา กิโลกรัมละ 50 บาท

คิดเป็นเงิน $50(60 - x)$ บาท

เนื่องจากอัตราส่วนของจำนวนเงินที่ซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ต่อ
จำนวนเงินที่ซื้อมะม่วงเขียวเสวยเป็น 6 : 7

จะได้สมการเป็น
$$\frac{60x}{50(60-x)} = \frac{6}{7}$$

$$7(60x) = 6[50(60-x)]$$

$$420x = 300(60-x)$$

$$420x = 18,000 - 300x$$

$$420x + 300x = 18,000 - 300x + 300x$$

$$720x = 18,000$$

$$(720x) \times \left(\frac{1}{720}\right) = (18,000) \times \left(\frac{1}{720}\right)$$

$$x = 25$$

เพราะฉะนั้น
$$60 - x = 60 - 25$$

$$= 35$$

ดังนั้นแม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ 25 กิโลกรัม

และซื้อมะม่วงเขียวเสวย 35 กิโลกรัม

วิธีที่ 2

จากโจทย์ ให้แม่ค้าซื้อมะม่วงเขียวเสวย x กิโลกรัม

เนื่องจากแม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้และมะม่วงเขียวเสวยมาขาย
ทั้งหมด 60 กิโลกรัม ดังนั้นแม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้มาขาย
 $60 - x$ กิโลกรัม

แม่ค้าซื้อมะม่วงเขียวเสวยราคา กิโลกรัมละ 50 บาท

คิดเป็นเงิน $50x$ บาท

ซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ราคา กิโลกรัมละ 60 บาท

คิดเป็นเงิน $60(60 - x)$ บาท เนื่องจากอัตราส่วนของจำนวนเงินที่ซื้อ

มะม่วงน้ำดอกไม้ต่อจำนวนเงินที่ซื้อมะม่วงเขียวเสวยเป็น 6 : 7

จะได้สมการเป็น
$$\frac{60(60-x)}{50x} = \frac{6}{7}$$

$$7[60(60-x)] = 6(50x)$$

$$420(60-x) = 300x$$

$$25,200 - 420x = 300x$$

$$25,200 - 420x + 420x = 300x + 420x$$

$$25,200 = 720x$$

$$(25,200) \times \left(\frac{1}{720}\right) = (720x) \times \left(\frac{1}{720}\right)$$

$$x = 35$$

เพราะฉะนั้น
$$60 - x = 60 - 35$$

$$= 25$$

ดังนั้นแม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ 25 กิโลกรัม

และซื้อมะม่วงเขียวเสวย 35 กิโลกรัม

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ

วิธีที่ 1 ถ้าแม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ 25 กิโลกรัม

แล้วจะซื้อมะม่วงเขียวเสวย $60 - 25 = 35$ กิโลกรัม

แม่ค้าซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ราคา กิโลกรัมละ 60 บาท

คิดเป็นเงิน $25 \times 60 = 1,500$ บาท และซื้อมะม่วงเขียวเสวยราคา

กิโลกรัมละ 50 บาท คิดเป็นเงิน $35 \times 50 = 1,750$ บาท

อัตราส่วนของจำนวนเงินที่ซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ต่อจำนวนเงินที่ซื้อ

มะม่วงเขียวเสวยเป็น $1,500 : 1,750 = 6 : 7$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

วิธีที่ 2 ถ้าแม่ค้าซื้อมะม่วงเขียวเสวย 35 กิโลกรัม

แล้วจะซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ $60 - 35 = 25$ กิโลกรัม

แม่ค้าซื้อมะม่วงเขียวเสวยราคา กิโลกรัมละ 50 บาท

คิดเป็นเงิน $35 \times 50 = 1,750$ บาท และซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ราคา

กิโลกรัมละ 60 บาท คิดเป็นเงิน $25 \times 60 = 1,500$ บาท

อัตราส่วนของจำนวนเงินที่ซื้อมะม่วงน้ำดอกไม้ต่อจำนวนเงินที่ซื้อ

มะม่วงเขียวเสวยเป็น $1,500 : 1,750 = 6 : 7$

เป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

5. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คำตอบของสมการ การหาคำตอบของสมการ สมบัติของการเท่ากันโดยใช้การถามตอบ

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell ดังนี้

ขั้นที่ 1 ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย

ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับอัตราส่วน จนนักเรียนสามารถระบุได้ว่าเป็น

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

ขั้นที่ 3 พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ขั้นที่ 4 พิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม

ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการ ข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีการ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาจนสามารถระบุตัวแปรได้ โดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell จากนั้นให้นักเรียนแสดงวิธีทำในสมุด ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบและคำตอบที่ได้ พร้อมตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ เพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนที่เหลือในห้องเรียน
4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนดังนี้
 - 1) วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการและกำหนดตัวแปร
 - 2) วิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์และเขียนสมการ
 - 3) แก้สมการ
 - 4) ตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
6. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 2 ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน
6. สื่อการเรียนรู้
 1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 2. แบบฝึกหัดที่ 2
7. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1.สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง คิดเป็น 80% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2.สังเกตจากความสนใจและความกระตือรือร้น	2. นักเรียนมีความสนใจและมีความกระตือรือร้นในการเรียนดี
3.ตรวจแบบฝึกหัดที่ 2	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง คิดเป็น 80% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

8. บันทึกหลังการสอน

ในคาบเรียนที่ 7 เป็นการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน ครูทบทวนความรู้เรื่อง อัตราส่วน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามที่ครูถามเกี่ยวกับอัตราส่วนได้อย่างถูกต้อง พร้อมกับให้ความสนใจ ตั้งใจเรียนในสิ่งที่ครูสอน มีความกระตือรือร้นในการตอบคำถาม สำหรับโจทย์ปัญหาในคาบเรียนนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการ และดำเนินการแก้ปัญหาได้ แต่มีนักเรียนบางคนที่ไม่สรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ เช่น ตัวอย่างที่ 2 รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของความยาวฐานต่อความสูงเป็น 3:5 ถ้าฐานของรูปสามเหลี่ยมยาว 12 นิ้ว แล้วรูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่เท่าไร ในการหาคำตอบนักเรียนกำหนดให้รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีความสูง x นิ้ว และได้สมการเป็น $\frac{3}{5} = \frac{12}{x}$ เมื่อแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันแล้ว จะได้ว่า $x = 20$ นักเรียนบางคนขาดความรอบคอบจึงตอบว่า รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่ 20 ตารางนิ้ว ซึ่งไม่ถูกต้อง เพราะคำตอบที่ได้จากการแก้สมการ เป็นความสูงของรูปสามเหลี่ยม ครูจึงถามนักเรียนว่า จากที่กำหนดตัวแปรในตอนต้น กำหนดให้ x แทนอะไร ซึ่งทำให้นักเรียนเห็นว่า ค่า x ที่ได้นั้นคือ ความสูงของรูปสามเหลี่ยม แต่เนื่องจากสิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ดังนั้นเมื่อทราบความสูงของรูปสามเหลี่ยมและโจทย์กำหนดความกว้างของรูปสามเหลี่ยมมาแล้ว จึงต้องนำมาคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้สูตร พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง}$ จึงจะได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ และจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนที่ยืนยันการเท่ากันของอัตราส่วนไม่ถูกต้อง เช่น ในแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 1 ปัจจุบันบิดามีอายุมากกว่าบุตร 20 ปี อีก 5 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุบิดาต่ออายุบุตรเป็น 4:3 ปัจจุบันบิดาและบุตรอายุเท่าไร นักเรียนกำหนดให้ปัจจุบันบุตรมีอายุ x ปี และได้สมการเป็น $\frac{x+5}{x-25} = \frac{4}{3}$ ซึ่งไม่ถูกต้อง ครูจึงต้องเน้นย้ำและชี้ให้นักเรียนเห็นว่า ในการเขียนการเท่ากันของอัตราส่วน ถ้าด้านซ้ายของสมการเป็นอัตราส่วนอายุของบุตรต่ออายุของบิดา แล้วด้านขวาของสมการก็ต้องเป็นอายุของบุตรต่ออายุของบิดาเช่นกัน

แบบฝึกหัดที่ 2

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน

ชื่อ.....สกุล.....เลขที่.....ชั้น.....

1. ปัจจุบันบิดามีอายุมากกว่าบุตร 20 ปี อีก 5 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุบิดาต่ออายุบุตรเป็น 4:3 ปัจจุบันบิดาและบุตรอายุเท่าไร



2. แนนซื้อปากกาน้ำเงินและปากกาแดงจากร้านค้าแห่งหนึ่งเพื่อนำไปแจกเป็นของรางวัล โดยซื้อปากกาน้ำเงินมากกว่าปากกาแดง 8 ด้าม ถ้าแนนซื้อปากกาทั้งสองชนิดเพิ่มอีกอย่างละ 7 ด้าม แล้วอัตราส่วนของจำนวนปากกาน้ำเงินต่อจำนวนปากกาแดงเป็น 6:5 เดิมแนนซื้อปากกาน้ำเงินและปากกาแดงอย่างละกี่ด้าม



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 4 พีชคณิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ เวลา 50 นาที

1. มาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัด 2/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2. สาระสำคัญ

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง
การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การให้เหตุผล
2. การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
3. การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความรับผิดชอบ
3. ระเบียบวินัย
4. ความรอบคอบ
5. ความเชื่อมั่นในตนเอง

4. สารการเรียนรู้

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

อัตราส่วนและร้อยละ

การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนในกรณีที่มีหน่วยเดียวกัน เช่น จำนวนสมุด 1 เล่ม ต่อจำนวนดินสอ 5 แท่ง สามารถแสดงการเปรียบเทียบได้ในรูปของ 1:5 (อ่านว่า 1 ต่อ 5) และเรียก 1:5 ว่า อัตราส่วน 1:5

หมายเหตุ อัตราส่วน $a:b$ เรียก a ว่า จำนวนที่หนึ่ง และเรียก b ว่า จำนวนที่สอง ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ หมายถึง อัตราส่วนที่จำนวนที่สองเป็นหนึ่งร้อย

ตัวอย่างที่ 1 พ่อค้าคนหนึ่งซื้อข้าวกล้องและข้าวมันปูลูเพื่อนำมาผสมกันให้ได้ 100 กิโลกรัม เขาซื้อข้าวมันปูลูกิโลกรัมละ 30 บาท ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 28 บาท เมื่อนำมาผสมกันแล้ว เขาขายไปได้กำไร 40% คิดเป็นกำไร 1,156 บาท พ่อค้าซื้อข้าวแต่ละชนิดอย่างละกี่กิโลกรัม

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อ: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) พ่อค้าซื้อข้าวกล้องและข้าวมันปูลูเพื่อนำมาผสมกัน 100 กิโลกรัม

2) พ่อค้าซื้อข้าวมันปูลูกิโลกรัมละ 30 บาท
ข้าวกล้องกิโลกรัมละ 28 บาท

3) เมื่อนำข้าวกล้องและข้าวมันปูลูมาผสมกันแล้ว ขายไป
ได้กำไร 40% คิดเป็นกำไร 1,156 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : จำนวนข้าวกล้องและข้าวมันปูลูที่พ่อค้าซื้อ

วิธีที่ 1

จากโจทย์ ให้พ่อค้าซื้อข้าวกล้อง x กิโลกรัม

และซื้อข้าวมันปู $100 - x$ กิโลกรัม

ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 28 บาท คิดเป็นเงิน $28x$ บาท

ซื้อข้าวมันปูกิโลกรัมละ 30 บาท คิดเป็นเงิน $30(100 - x)$ บาท

ขายข้าวผสมได้กำไร 40% คิดเป็นเงิน 1,156 บาท

$$\text{จะได้สมการเป็น } \frac{40}{100} [28x + 30(100 - x)] = 1,156$$

$$\frac{2}{5} (28x + 3,000 - 30x) = 1,156$$

$$\frac{2}{5} (3,000 - 2x) = 1,156$$

$$3,000 - 2x = 1,156 \times \frac{5}{2}$$

$$3,000 - 2x = 2,890$$

$$-2x = 2,890 - 3,000$$

$$-2x = -110$$

$$(-2x) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = (-110) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x = 55$$

เพราะฉะนั้น

$$100 - x = 100 - 55$$

$$= 45$$

ดังนั้นพ่อค้าซื้อข้าวกล้อง 55 กิโลกรัม และข้าวมันปู 45 กิโลกรัม

วิธีที่ 2

จากโจทย์ ให้พ่อค้าซื้อข้าวมันปู x กิโลกรัม

และซื้อข้าวกล้อง $100 - x$ กิโลกรัม

ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 28 บาท คิดเป็นเงิน $28(100 - x)$ บาท

ซื้อข้าวมันปูกิโลกรัมละ 30 บาท คิดเป็นเงิน $30x$ บาท

ขายข้าวผสมได้กำไร 40% คิดเป็นเงิน 1,156 บาท

$$\text{จะได้สมการเป็น } \frac{40}{100} [28(100 - x) + 30x] = 1,156$$

$$\frac{2}{5} (2,800 - 28x + 30x) = 1,156$$

$$\frac{2}{5} (2,800 + 2x) = 1,156$$

$$2,800 + 2x = 1,156 \times \frac{5}{2}$$

$$2,800 + 2x = 2,890$$

$$2x = 2,890 - 2,800$$

$$2x = 90$$

$$(2x) \times \left(\frac{1}{2}\right) = (90) \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$x = 45$$

เพราะฉะนั้น

$$100 - x = 100 - 45$$

$$= 55$$

ดังนั้นพ่อค้าซื้อข้าวมันปู 45 กิโลกรัมและข้าวกล้อง 55 กิโลกรัม

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ

วิธีที่ 1

ถ้าพ่อค้าซื้อข้าวกล้อง 55 กิโลกรัม

จะซื้อข้าวมันปู $100 - 55 = 45$ กิโลกรัม

ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 28 บาท คิดเป็นเงิน

$$28 \times 55 = 1,540 \text{ บาท}$$

ซื้อข้าวข้าวมันปูกิโลกรัมละ 30 บาท คิดเป็นเงิน

$$30 \times 45 = 1,350 \text{ บาท}$$

$$\text{จะได้กำไร } \frac{40}{100} (1,540 + 1,350) = \frac{2}{5} \times 2,890 = 1,156 \text{ บาท}$$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

วิธีที่ 2

ถ้าพ่อค้าซื้อข้าวมันปู 45 กิโลกรัม

จะซื้อข้าวกล้อง $100 - 45 = 55$ กิโลกรัม

ซื้อข้าวข้าวมันปูกิโลกรัมละ 30 บาท คิดเป็นเงิน

$$30 \times 45 = 1,350 \text{ บาท}$$

ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 28 บาท คิดเป็นเงิน

$$28 \times 55 = 1,540 \text{ บาท}$$

$$\text{จะได้กำไร } \frac{40}{100} (1,350 + 1,540) = \frac{2}{5} \times 2,890 = 1,156 \text{ บาท}$$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 2 สายชลเปิดร้านขายกระเป๋า เธอคิดราคายกกระเป๋าใบหนึ่งไว้โดยคิดกำไร 25% แต่เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ สายชลลดราคาให้ 10% และขายไปในราคา 900 บาท ต้นทุนของกระเป๋าใบนี้เป็นเท่าไร

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) สายชลลดราคาขายกระเป๋าใบหนึ่งไว้

โดยคิดกำไร 25%

2) เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ สายชลลดราคาให้ 10%

และขายไปในราคา 900 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : ต้นทุนของกระเป๋าใบนี้

จากโจทย์ ให้ต้นทุนของกระเป๋าใบนี้ราคา x บาท

คิดราคาโดยคิดกำไร 25% จะได้ราคาที่ติดไว้เป็น

$$\frac{125}{100}x = \frac{5}{4}x \text{ บาท}$$

เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ สายชลลดราคาให้ 10%

$$\text{จึงขายไปในราคา } \frac{90}{100} \left(\frac{5}{4}x \right) = \frac{9}{8}x \text{ บาท}$$

เนื่องจาก สายชลขายกระเป๋าให้เพื่อนในราคา 900 บาท

$$\text{จะได้สมการเป็น } \frac{9}{8}x = 900$$

$$\left(\frac{9}{8}x \right) \times \left(\frac{8}{9} \right) = (900) \times \left(\frac{8}{9} \right)$$

$$x = 800$$

ดังนั้นต้นทุนของกระเป๋าใบนี้ราคา 800 บาท

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ ถ้าต้นทุนของกระเป๋าใบนี้ราคา 800 บาท

คิดราคาโดยคิดกำไร 25% จะได้ราคาที่ติดไว้เป็น

$$\frac{125}{100} \times 800 = 1,000 \text{ บาท}$$

เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ สายชลลดราคาให้ 10%

$$\text{จึงขายไปในราคา } \frac{90}{100} \times 1,000 = 900 \text{ บาท}$$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 3 โรงเรียนก้าวหน้าวิทยามีจำนวนนักเรียนในระดับชั้นต่างๆ ดังนี้ ระดับประถมศึกษาคิดเป็น 50% ของนักเรียนทั้งหมด ระดับมัธยมศึกษาคิดเป็น 80% ของนักเรียนระดับประถมศึกษา ที่เหลืออีก 118 คน เป็นนักเรียนระดับอนุบาล โรงเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมดกี่คน

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงนัยย่อ: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) นักเรียนในระดับประถมศึกษาคิดเป็น 50%

ของนักเรียนทั้งหมด

2) นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาคิดเป็น 80%

ของนักเรียนระดับประถมศึกษา

3) นักเรียนในระดับอนุบาล 118 คน

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : จำนวนนักเรียนทั้งหมดของโรงเรียนนี้

จากโจทย์ ให้โรงเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมด x คน

มีนักเรียนในระดับประถมศึกษาคิดเป็น 50% ของนักเรียนทั้งหมด

$$\text{คิดเป็น } \frac{50}{100} x = \frac{1}{2} x \text{ คน}$$

มีนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา 80% ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา

$$\text{คิดเป็น } \frac{80}{100} \left(\frac{1}{2} x\right) = \frac{2}{5} x \text{ คน}$$

มีนักเรียนในระดับอนุบาล 118 คน

เนื่องจากนักเรียนทั้งหมดในโรงเรียนนี้มีทั้งนักเรียนในระดับอนุบาล
ประถมศึกษา และมัธยมศึกษา

$$\text{จะได้สมการเป็น } x = \frac{1}{2} x + \frac{2}{5} x + 118$$

$$10x = 10\left(\frac{1}{2} x + \frac{2}{5} x + 118\right)$$

$$10x = 5x + 4x + 1,180$$

$$10x = 9x + 1,180$$

$$10x - 9x = 9x + 1,180 - 9x$$

$$x = 1,180$$

ดังนั้นโรงเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมด 1,180 คน

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ ถ้าโรงเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมด 1,180 คน

$$\text{จะมีนักเรียนในระดับประถมศึกษา } \frac{50}{100} \times 1,180 = 590 \text{ คน}$$

$$\text{และมีนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา } \frac{80}{100} \times 590 = 472 \text{ คน}$$

จะได้ว่า ที่เหลือเป็นนักเรียนระดับอนุบาล

$$1,180 - (590 + 472) = 118 \text{ คน}$$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

5. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คำตอบของสมการ การหาคำตอบของสมการ สมบัติของการเท่ากันโดยใช้การถามตอบ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell ดังนี้
ขั้นที่ 1 ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาห้อย

ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จนนักเรียนสามารถระบุได้ว่าเป็นการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

ขั้นที่ 3 พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ขั้นที่ 4 พิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม

ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการ ข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีการ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาจนสามารถระบุตัวแปรได้ โดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell จากนั้นให้นักเรียนแสดงวิธีทำในสมุด ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบและคำตอบที่ได้ พร้อมตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ เพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนที่เหลือในห้องเรียน
4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละดังนี้
 - 1) วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการและกำหนดตัวแปร
 - 2) วิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์และเขียนสมการ
 - 3) แก้สมการ
 - 4) ตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขในโจทย์

6. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 3 ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

6. สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. แบบฝึกหัดที่ 3

7. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1.สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถาม ได้ถูกต้อง คิดเป็น 75% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2.สังเกตจากความสนใจและความกระตือรือร้น	2. นักเรียนมีความสนใจและมีความกระตือรือร้นในการเรียนดี
3.ตรวจแบบฝึกหัดที่ 3	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัด ได้ถูกต้องคิดเป็น 80% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

8. บันทึกหลังการสอน

การจัดการเรียนการสอนในคาบเรียนที่ 8 นักเรียนบางคนเขียนข้อมูลสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ครบถ้วน เนื่องจากโจทย์ยาว ทำให้นักเรียนเขียนแบบย่อหรือเขียนข้อมูลเพียงบางส่วนเท่านั้น ในส่วนของการแก้ปัญหา เนื่องจากโจทย์ปัญหาในคาบเรียนนี้เกี่ยวข้องกับร้อยละ จึงทำให้นักเรียนบางคนเกิดความกลัว และขาดความมั่นใจ ไม่อยากทำแบบฝึกหัด เพราะคิดว่า โจทย์ปัญหาในคาบเรียนนี้ยาก ครูจึงให้กำลังใจ ให้คำแนะนำ และอธิบายวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียดอีกครั้ง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม เพื่อให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้น

นอกจากนั้นยังพบว่า นักเรียนบางคนใช้บัญญัติไตรยางศ์ในการช่วยหาคำตอบ แต่นักเรียนสับสนระหว่างการใช่คำว่า ลดราคาและราคาขาย หรือได้กำไรและราคาขาย และนักเรียนบางคนแปลความหมายของการลดราคาเป็นร้อยละผิดพลาด เช่น ในตัวอย่างที่ 2 สายชลเปิดร้านขายกระเป๋า เธอคิดราคาขายกระเป๋าใบหนึ่งไว้โดยคิดกำไร 25% แต่เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ สายชลลดราคาให้ 10% และขายไปในราคา 900 บาท ต้นทุนของกระเป๋าใบนี้เป็นเท่าไร นักเรียนบางคนเข้าใจว่า การลดราคา 10% หมายถึง ราคาขาย 100 บาท ลดราคา 90 บาท ทำให้การดำเนินการแก้ปัญหาเกิดข้อผิดพลาดและได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ครูแก้ปัญหานี้โดยการให้นักเรียนพิจารณาและมองย้อนกลับว่า การลดราคา 50% เป็นการลดราคาครึ่งหนึ่งของราคาที่ติดไว้ การลดราคา 10% เป็นการลดราคาที่ไม่ถึงครึ่งหนึ่งของราคาที่ติดไว้ ดังนั้นถ้าคิดราคาขาย 100 บาท การลดราคา 90 บาทจึงเป็นการลดราคาที่เกินครึ่งหนึ่งของราคาที่ติดไว้ ซึ่งไม่สมเหตุสมผล ครูจึงเน้นย้ำถึงข้อบกพร่องและข้อผิดพลาดดังกล่าว ซึ่งจากการตรวจแบบฝึกหัดที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจ และสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละได้ แต่ยังคงมีนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ จึงมาพบครูนอกเวลาเรียนเพื่อขอคำแนะนำ

ครูจึงใช้การถามตอบเพื่อชี้แนะแนวทางให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเอง นอกจากนั้นในการตรวจแบบฝึกหัดยังพบว่า นักเรียนบางคนมีข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณและตรวจสอบคำตอบไม่สมบูรณ์ ครูจึงต้องเน้นย้ำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการทำงานให้มากขึ้น



แบบฝึกหัดที่ 3

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

ชื่อ.....สกุล.....เลขที่.....ชั้น.....

1. นทีขายสินค้าไปครั้งแรก 20 ชิ้น ราคาเท่ากันทุกชิ้น ปรากฏว่าขาดทุน 12% แต่ถ้าเขาเพิ่มราคาสินค้าของเขาขึ้นอีกชิ้นละ 22 บาท เขาจะได้กำไร 10% อยากทราบว่านทีขายสินค้าไปครั้งแรก ชิ้นละเท่าไร



2. นายเด่นซื้อโคและกระบือมาอย่างละตัว ราคารวมกัน 34,000 บาท ขายโคไปได้กำไร 30% ขายกระบือได้กำไร 40% รวมกำไรทั้งสิ้น 12,000 บาท นายเด่นซื้อโคและกระบือมาตัวละกี่บาท



3. มนัสเตรียมตัวเข้าแข่งขันวิ่งมาราธอน เขาจึงเริ่มฝึกซ้อมโดยวิ่งไปบนเส้นทางที่ได้กำหนดไว้ การซ้อมวิ่งครั้งแรกของเขาเป็นดังนี้ วันแรกเขาออกวิ่งไปได้ 20% ของระยะทางทั้งหมด วันที่สองวิ่งต่อไปได้ระยะทาง 64 กิโลเมตร วันที่สามวิ่งต่อไปอีก 50% ของระยะทางที่เหลือ ปรากฏว่ามนัสวิ่งสามวันได้ระยะทางรวมกัน 200 กิโลเมตร ระยะทางช่วงสุดท้ายจะวิ่งในวันที่สี่ ระยะทางที่มนัสต้องวิ่งทั้งหมดยาวกี่กิโลเมตร



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 4 พีชคณิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ภาคเรียนที่ 2/2556

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

เวลา 50 นาที

1. มาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัด 2/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2. สาระสำคัญ

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง
การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. การให้เหตุผล
2. การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
3. การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความรับผิดชอบ
3. ระเบียบวินัย
4. ความรอบคอบ
5. ความเชื่อมั่นในตนเอง

4. การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปร และมีรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง การหาคำตอบของสมการ นอกจากการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการได้

อัตราเร็ว

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็วและเวลา เป็นเรื่องหนึ่งที่สามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้เรื่องสมการ

ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา เป็นดังนี้

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

อัตราเร็วในที่นี้หมายถึง อัตราเร็วเฉลี่ย

ตัวอย่างที่ 1 รถไฟบรรทุกสินค้าใช้เวลา 18 ชั่วโมงในการเดินทาง ในขณะที่รถไฟขบวนรถด่วนใช้เวลาในการเดินทางในเส้นทางเดียวกันเพียง 15 ชั่วโมง ถ้าอัตราเร็วของรถไฟขบวนรถด่วนเร็วกว่าอัตราเร็วของรถไฟบรรทุกสินค้า 14 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถไฟแต่ละขบวนมีอัตราเร็วเท่าไร

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) รถไฟบรรทุกสินค้าใช้เวลา 18 ชั่วโมงในการเดินทาง
2) รถไฟขบวนรถด่วนใช้เวลาในการเดินทาง 15 ชั่วโมง
3) อัตราเร็วของรถไฟขบวนรถด่วนเร็วกว่าอัตราเร็วของรถไฟบรรทุกสินค้า 14 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : อัตราเร็วของรถไฟแต่ละขบวน

วิธีที่ 1

จากโจทย์ ให้อัตราเร็วของรถไฟขบวนรถด่วนเป็น x กิโลเมตรต่อชั่วโมง
อัตราเร็วของรถไฟขบวนรถด่วนเร็วกว่าอัตราเร็วของรถไฟบรรทุกสินค้า 14 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จะได้ว่าอัตราเร็วของรถไฟบรรทุกสินค้าเป็น $x - 14$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง เนื่องจากรถไฟทั้งสองใช้เส้นทางเดียวกัน

และ ระยะทาง = อัตราเร็ว $\times$ เวลา

$$\begin{aligned}\text{จะได้สมการเป็น} \quad 15x &= 18(x - 14) \\ 15x &= 18x - 252 \\ 15x - 15x &= 18x - 252 - 15x \\ 0 &= 3x - 252 \\ 0 + 252 &= 3x - 252 + 252 \\ 252 &= 3x \\ \left(\frac{1}{3}\right) \times (252) &= \left(\frac{1}{3}\right) \times (3x) \\ 84 &= x \\ x &= 84\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{เพราะฉะนั้น} \quad x - 14 &= 84 - 14 \\ &= 70\end{aligned}$$

ดังนั้นรถไฟขบวนรถด่วนมีอัตราเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
และรถไฟบรรทุกสินค้ามีอัตราเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

วิธีที่ 2

จากโจทย์ ให้อัตราเร็วของรถไฟบรรทุกสินค้าเป็น x กิโลเมตรต่อชั่วโมง
อัตราเร็วของรถไฟขบวนรถด่วนเร็วกว่าอัตราเร็วของรถไฟบรรทุก
สินค้า 14 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จะได้ว่าอัตราเร็วของรถไฟขบวนรถด่วนเป็น $x + 14$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง เนื่องจากรถไฟทั้งสองใช้เส้นทางเดียวกัน

และ ระยะทาง = อัตราเร็ว $\times$ เวลา

$$\begin{aligned}\text{จะได้สมการเป็น} \quad 18x &= 15(x + 14) \\ 18x &= 15x + 210 \\ 18x - 15x &= 15x + 210 - 15x \\ 3x &= 210 \\ \left(\frac{1}{3}\right) \times (3x) &= \left(\frac{1}{3}\right) \times (210) \\ x &= 70\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{เพราะฉะนั้น} \quad x + 14 &= 70 + 14 \\ &= 84\end{aligned}$$

ดังนั้นรถไฟบรรทุกสินค้ามีอัตราเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
และรถไฟขบวนรถด่วนมีอัตราเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ

- วิธีที่ 1 ถ้ารถไฟขบวนรถด่วนมีอัตราเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 รถไฟธรรมดาทุกคันจะมีอัตราเร็ว $84 - 14 = 70$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 รถไฟขบวนรถด่วนใช้เวลา 15 ชั่วโมง
 จะได้ระยะทาง $84 \times 15 = 1,260$ กิโลเมตร
 รถไฟธรรมดาทุกคันใช้เวลา 18 ชั่วโมง
 จะได้ระยะทาง $70 \times 18 = 1,260$ กิโลเมตร
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์
- วิธีที่ 2 ถ้ารถไฟธรรมดาทุกคันมีอัตราเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 รถไฟขบวนรถด่วนจะมีอัตราเร็ว $70 + 14 = 84$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 รถไฟธรรมดาทุกคันใช้เวลา 18 ชั่วโมง
 จะได้ระยะทาง $70 \times 18 = 1,260$ กิโลเมตร
 รถไฟขบวนรถด่วนใช้เวลา 15 ชั่วโมง
 จะได้ระยะทาง $84 \times 15 = 1,260$ กิโลเมตร
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 2 ปิติด่านจักรยานด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ปรีชาปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลานานกว่าปิติ 20 นาที ได้ระยะทางไกลกว่าปิติ 2 กิโลเมตร ปิติและปรีชาปั่นจักรยานได้ระยะทางเท่าไร

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : 1) ปิติด่านจักรยานด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 2) ปรีชาปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลานานกว่าปิติ 20 นาที ได้ระยะทางไกลกว่าปิติ 2 กิโลเมตร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : ระยะทางที่ปิติและปรีชาปั่นจักรยานได้

วิธีที่ 1

จากโจทย์ ให้ปีติปั่นจักรยานได้ระยะทาง x กิโลเมตร

ปรีชาปั่นจักรยานได้ไกลกว่าปีติ 2 กิโลเมตร

ปรีชาปั่นจักรยานได้ระยะทาง $x + 2$ กิโลเมตร

เนื่องจาก $\text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$

ปีติจึงใช้เวลา $\frac{x}{11}$ ชั่วโมง

และปรีชาใช้เวลา $\frac{x+2}{13}$ ชั่วโมง

ปรีชาใช้เวลาปั่นจักรยานได้นานกว่าปีติ 20 นาที หรือ $\frac{1}{3}$ ชั่วโมง

จะได้สมการเป็น $\left(\frac{x+2}{11}\right) - \frac{x}{13} = \frac{1}{3}$

นำ ค.ร.น. ของ 3, 11 และ 13 คือ 429 คูณตลอดสมการ

$$(429) \times \left(\left(\frac{x+2}{11} \right) - \frac{x}{13} \right) = (429) \times \frac{1}{3}$$

$$(429) \left(\frac{x+2}{11} \right) - (429) \left(\frac{x}{13} \right) = (429) \times \frac{1}{3}$$

$$39(x+2) - 33x = 143$$

$$39x + 78 - 33x = 143$$

$$6x + 78 = 143$$

$$6x + 78 - 78 = 143 - 78$$

$$6x = 65$$

$$\left(\frac{1}{6} \right) \times (6x) = \left(\frac{1}{6} \right) \times (65)$$

$$x = \frac{65}{6}$$

$$x = 10 \frac{5}{6}$$

เพราะฉะนั้น $x + 2 = \frac{65}{6} + 2$

$$= \frac{65+12}{6}$$

$$= \frac{77}{6}$$

$$= 12 \frac{5}{6}$$

ดังนั้นปีติปั่นจักรยานได้ระยะทาง $10 \frac{5}{6}$ กิโลเมตร

และปรีชาปั่นจักรยานได้ระยะทาง $12 \frac{5}{6}$ กิโลเมตร

วิธีที่ 2

จากโจทย์ ให้ปรีชาปั่นจักรยานได้ระยะทาง x กิโลเมตร

ปรีชาปั่นจักรยานได้ไกลกว่าปีติ 2 กิโลเมตร

ปีติปั่นจักรยานได้ระยะทาง $x - 2$ กิโลเมตร

เนื่องจาก $\text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$

ปรีชาจึงใช้เวลา $\frac{x}{11}$ ชั่วโมง

และปิติใช้เวลา $\frac{x-2}{13}$ ชั่วโมง

ปรีชาปั่นจักรยานได้นานกว่าปิติ 20 นาที หรือ $\frac{1}{3}$ ชั่วโมง

$$\text{จะได้สมการเป็น } \frac{x}{11} - \left(\frac{x-2}{13}\right) = \frac{1}{3}$$

นำ ค.ร.น. ของ 3, 11 และ 13 คือ 429 คูณตลอดสมการ

$$(429) \times \left(\frac{x}{11} - \left(\frac{x-2}{13}\right)\right) = (429) \times \frac{1}{3}$$

$$(429)\left(\frac{x}{11}\right) - (429)\left(\frac{x-2}{13}\right) = (429) \times \frac{1}{3}$$

$$39x - 33(x-2) = 143$$

$$39x - 33x + 66 = 143$$

$$6x + 66 = 143$$

$$6x + 66 - 66 = 143 - 66$$

$$6x = 77$$

$$\left(\frac{1}{6}\right) \times (6x) = \left(\frac{1}{6}\right) \times (77)$$

$$x = \frac{77}{6}$$

$$x = 12\frac{5}{6}$$

เพราะฉะนั้น

$$x - 2 = \frac{77}{6} - 2$$

$$= \frac{77-12}{6}$$

$$= \frac{65}{6}$$

$$= 10\frac{5}{6}$$

ดังนั้นปรีชาปั่นจักรยานได้ระยะทาง $12\frac{5}{6}$ กิโลเมตร

และปิติปั่นจักรยานปั่นจักรยานได้ระยะทาง $10\frac{5}{6}$ กิโลเมตร

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ

วิธีที่ 1 ถ้าปิติปั่นจักรยานได้ระยะทาง $\frac{65}{6}$ กิโลเมตร

$$\text{ปรีชาจะปั่นจักรยานได้ระยะทาง } \frac{65}{6} + 2 = \frac{65+12}{6} = \frac{77}{6} \text{ กิโลเมตร}$$

ปิติปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

และปรีชาปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

$$\text{ปิติใช้เวลา } \frac{65}{6} \times \frac{1}{13} = \frac{5}{6} \text{ ชั่วโมง หรือ } \frac{5}{6} \times 60 = 50 \text{ นาที}$$

$$\text{ปรีชาใช้เวลา } \frac{77}{6} \times \frac{1}{11} = \frac{7}{6} \text{ ชั่วโมง หรือ } \frac{7}{6} \times 60 = 70 \text{ นาที}$$

จะได้ว่า ปริชาใช้เวลานานกว่าปีติ 20 นาที
ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

วิธีที่ 2

ถ้าปริชาปั่นจักรยานได้ระยะทาง $\frac{77}{6}$ กิโลเมตร

ปีติจะปั่นจักรยานได้ระยะทาง $\frac{77}{6} - 2 = \frac{77-12}{6} = \frac{65}{6}$ กิโลเมตร

ปริชาปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

และปีติปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ปริชาใช้เวลา $\frac{77}{6} \times \frac{1}{11} = \frac{7}{6}$ ชั่วโมง หรือ $\frac{7}{6} \times 60 = 70$ นาที

ปีติใช้เวลา $\frac{65}{6} \times \frac{1}{13} = \frac{5}{6}$ ชั่วโมง หรือ $\frac{5}{6} \times 60 = 50$ นาที

จะได้ว่า ปริชาใช้เวลานานกว่าปีติ 20 นาที

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 3 รถไฟขบวนที่หนึ่งและขบวนที่สองแล่นสวนทางกันและมาพบกันที่สถานีแห่งหนึ่ง รถไฟขบวนที่หนึ่งออกจากสถานีนี้เมื่อเวลา 7.00 น. ด้วยอัตราเร็ว 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถไฟขบวนที่สองออกจากสถานีนี้หลังจากขบวนที่หนึ่งออกไปแล้ว 3 นาที และไปถึงสถานีปลายทาง ก เมื่อเวลา 8.15 น. ซึ่งถึงก่อนรถไฟขบวนที่หนึ่งถึงสถานีปลายทาง ข 5 นาที ถ้าสถานีปลายทางทั้งสองอยู่ห่างกัน 150 กิโลเมตร รถไฟขบวนที่สองแล่นด้วยอัตราเร็วเท่าไร

วิธีทำ

ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย: การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับอัตราเร็ว

วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ :
- 1) รถไฟขบวนที่หนึ่งและขบวนที่สองแล่นสวนทางกันและมาพบกันที่สถานีแห่งหนึ่ง
 - 2) รถไฟขบวนที่หนึ่งออกจากสถานีโพธิ์งามเมื่อเวลา 7.00 น. ด้วยอัตราเร็ว 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 - 3) รถไฟขบวนที่สองออกจากสถานีโพธิ์งามหลังจากขบวนที่หนึ่งออกไปแล้ว 3 นาที และไปถึงสถานีปลายทาง ก เมื่อเวลา 8.15 น. ซึ่งถึงก่อนรถไฟขบวนที่หนึ่งถึงสถานีปลายทาง ข 5 นาที
 - 4) สถานีปลายทาง ก และสถานีปลายทาง ข อยู่ห่างกัน 150 กิโลเมตร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ : อัตราเร็วของรถไฟขบวนที่สอง

จากโจทย์ ให้รถไฟขบวนที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว x กิโลเมตรต่อชั่วโมง

รถไฟขบวนที่หนึ่งออกเวลา 7.00 น. ด้วยอัตราเร็ว 45 กิโลเมตร

ต่อชั่วโมง ถึงสถานีปลายทางเวลา 8.20 น.

คิดเป็น 1 ชั่วโมง 20 นาที หรือ $\frac{4}{3}$ ชั่วโมง

ดังนั้นรถไฟขบวนที่หนึ่งแล่นเป็นระยะทาง $\frac{4}{3}(45) = 60$ กิโลเมตร

รถไฟขบวนที่สองออกเวลา 7.03 น. ถึงสถานีปลายทางเวลา 8.15 น.

คิดเป็น 1 ชั่วโมง 12 นาที หรือ $\frac{6}{5}$ ชั่วโมง

ดังนั้นรถไฟขบวนที่สองแล่นเป็นระยะทาง $\frac{6}{5}x$ กิโลเมตร

เนื่องจากรถไฟทั้งสองขบวนแล่นออกจากสถานีเดียวกันไปคนละทาง

และสถานีปลายทางทั้งสองอยู่ห่างกัน 150 กิโลเมตร

ดังนั้นระยะทางที่รถไฟทั้งสองขบวนแล่นได้รวมกันเป็น

150 กิโลเมตร

จะได้สมการเป็น

$$\frac{6}{5}x + 60 = 150$$

$$\frac{6}{5}x + 60 - 60 = 150 - 60$$

$$\frac{6}{5}x = 90$$

$$\left(\frac{5}{6}\right) \times \left(\frac{6}{5}x\right) = \left(\frac{5}{6}\right) \times (90)$$

$$x = 75$$

ดังนั้นรถไฟขบวนที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ตรวจสอบ ถ้ารถไฟขบวนที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ในเวลา $\frac{6}{5}$ ชั่วโมง จะได้ระยะทาง $\frac{6}{5} \times 75 = 90$ กิโลเมตร

และรถไฟขบวนที่หนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ในเวลา $\frac{4}{3}$ ชั่วโมง จะได้ระยะทาง $\frac{4}{3} \times 45 = 60$ กิโลเมตร

รวมระยะทางที่รถไฟทั้งสองขบวนแล่นได้

$90 + 60 = 150$ กิโลเมตร ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์

5. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คำตอบของสมการ การหาคำตอบของสมการ สมบัติของการเท่ากันโดยใช้การถามตอบ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell ดังนี้
ขั้นที่ 1 ระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย

ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับอัตราเร็ว จนนักเรียนสามารถระบุได้ว่าเป็นการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

ขั้นที่ 3 พิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้

ขั้นที่ 4 พิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม

ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการ ข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีการ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหานั้นสามารถระบุตัวแปรได้ โดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell จากนั้นให้นักเรียนแสดงวิธีทำในสมุด ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบและคำตอบที่ได้ พร้อมตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ เพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนที่เหลือในห้องเรียน จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการหาคำตอบ โดยให้นักเรียนพิจารณาข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด
4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาโดยใช้การเรียนการสอนที่เน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของ Simon and Newell
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ดังนี้
 - 1) วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการและกำหนดตัวแปร
 - 2) วิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์และเขียนสมการ
 - 3) แก้สมการ
 - 4) ตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 3, 4 และ 6 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการบ้าน

6. สื่อการเรียนรู้

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

7. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1.สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง คิดเป็น 80% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2.สังเกตจากความสนใจและความกระตือรือร้น	2. นักเรียนมีความสนใจและ มีความกระตือรือร้นในการเรียนดี
3.ตรวจแบบฝึกหัดข้อ 3, 4 และ 6 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัด ได้ถูกต้องคิดเป็น 80% ของจำนวน นักเรียนทั้งหมด

8. บันทึกหลังการสอน

การจัดการเรียนการสอนในคาบเรียนที่ 10 เป็นการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาได้ นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้มากขึ้น และสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ เนื่องจากนักเรียนสามารถเขียนตารางความสัมพันธ์ประกอบแนวคิด แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ไม่ได้โจทย์ปัญหาไม่ได้และไม่เข้าใจ มาพบครูนอกเวลาเรียน ครูได้นำตัวอย่างง่ายๆ มาให้ลองทำ เช่น “เอ้และอ้อยปั่นจักรยานออกจากจุดเริ่มต้นพร้อมกัน เอ้ใช้เวลา 18 นาที และอ้อยใช้เวลา 24 นาที จึงจะถึงจุดพักจุดที่หนึ่ง ถ้าอัตราเร็วที่เอ้ปั่นจักรยานมากกว่าอัตราเร็วที่อ้อยปั่นจักรยาน 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เอ้และอ้อยปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็วเท่าไร” ครูอธิบายและให้นักเรียนฝึกทำด้วยตนเอง จากนั้นครูให้นักเรียนลองทำตัวอย่างที่ยากขึ้นกว่าเดิม เช่น “บอยขับรถออกจากจุดเริ่มต้นเมื่อเวลา 07.00 น. บาตขับรถออกจากจุดเริ่มต้นหลังจากบอยขับออกไปแล้ว 2 ชั่วโมง ในเส้นทางเดียวกันด้วยอัตราเร็วที่มากกว่าบอย 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าทั้งสองคนเดินทางถึงจุดหมายพร้อมกัน เมื่อเวลา 12.00 น. บอยและบาตขับรถด้วยอัตราเร็วเท่าไร” ครูสังเกตเห็นว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถทำแบบฝึกหัดได้ด้วยตนเองมากขึ้นแต่นักเรียนยังขาดความมั่นใจในตนเอง ไม่แน่ใจว่าควรหาคำตอบอย่างไร ครูจึงให้ความช่วยเหลือ ให้กำลังใจ และชี้แนะแนวทางในการหาคำตอบ โดยให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ด้วยตนเอง จนนักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ และจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ แต่มีนักเรียนบางคนที่ยังขาดความรอบคอบ สรุปคำตอบไม่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ เช่น แบบฝึกหัดข้อ 3 ชายคนหนึ่งเดินด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

เมื่อเวลา 9.00 น. อีก 2 ชั่วโมงต่อมา ชายอีกคนหนึ่งเดินตามมาด้วยอัตราเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อเวลาเท่าไรชายทั้งสองจึงจะเดินทางทันกันพอดี นักเรียนบางคนสรุปคำตอบว่า ชายคนที่หนึ่งใช้เวลา 2 ชั่วโมง และชายคนที่สองใช้เวลา 4 ชั่วโมง ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่สมบูรณ์ เนื่องจากโจทย์ต้องการทราบเวลาที่ชายทั้งสองคนเดินทางทันกันพอดี ไม่ใช่จำนวนเวลาที่ชายทั้งสองคนใช้ ครูจึงเน้นย้ำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการอ่านโจทย์ และชี้ให้เห็นความสำคัญของการเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ





ภาคผนวก ค

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สาระการเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด						รวม
	จำได้		เข้าใจ		นำไปใช้		
	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	ปรนัย	อัตนัย	
1. ทบทวนการแก้ สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	2 (ข้อ1-2)	-	7 (ข้อ3-9)	-	1 (ข้อ 10)	-	10
2. การนำไปใช้	-	-	-	-	10 (ข้อ11-20)	2 (ข้อ1-2)	12
รวม	2	-	7	-	11	2	22



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง แบบทดสอบชุดนี้มี 2 ตอน จำนวน 22 ข้อ เวลา 90 นาที

ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

ตอนที่ 1 เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมาย × ลงในช่องที่ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการ
 ในแต่ละข้อของกระดาษคำตอบ

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริงหรือเท็จ
2. ในการหาคำตอบของสมการสามารถใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบของสมการได้

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| ก. ข้อ 1 และข้อ 2 ถูก | ข. ข้อ 1 และข้อ 2 ไม่ถูก |
| ค. ข้อ 1 ถูก แต่ข้อ 2 ไม่ถูก | ง. ข้อ 1 ไม่ถูก แต่ข้อ 2 ถูก |

2. ถ้า $x - 4 = 3$ แล้ว $x = 7$ เป็นการใช้อนุบัติของการเท่ากันข้อใด

- | | |
|-----------------|------------------|
| ก. สมบัติสมมาตร | ข. สมบัติถ่ายทอด |
| ค. สมบัติการบวก | ง. สมบัติการคูณ |

3. ข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- | | |
|--------------------|------------------------|
| ก. $x^2 + 1 = 0$ | ข. $3x + 5x = 7$ |
| ค. $5x(2 + x) = 1$ | ง. $2x^2 + 3x + 1 = 0$ |

4. สมการในข้อใดมี 1 เป็นคำตอบของสมการ

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| ก. $-2(x + 3) = 4$ | ข. $4 + \frac{x}{3} = 5$ |
| ค. $\frac{x+2}{3} = -3$ | ง. $5 + 2x = 7$ |

5. ถ้า $2(-1 - 2x) + 5(x + 1) = 0$ แล้ว x เท่ากับเท่าไร

ก. -3

ข. -5

ค. -7

ง. -9

6. ถ้า $-0.2x - 0.4 = 0.5x - 2.5$ แล้ว x เท่ากับเท่าไร

ก. -7

ข. -3

ค. 0

ง. 3

7. ถ้า $2.5(2 - 2x) - 0.2x = 1.2(4x + 10) - 1$ แล้ว x เท่ากับเท่าไร

ก. -6

ข. $-\frac{3}{5}$

ค. $\frac{5}{3}$

ง. 6

8. ถ้า $-\frac{3}{2} + 4y = -5y$ แล้ว $2y - 1$ เท่ากับเท่าไร

ก. $-\frac{2}{3}$

ข. $-\frac{1}{6}$

ค. $\frac{1}{6}$

ง. $\frac{2}{3}$

9. ถ้า $\frac{2t+1}{3} - \frac{1}{6} = -\frac{5}{2}$ แล้ว t เท่ากับเท่าไร

ก. -8

ข. -6

ค. -4

ง. 0

10. ถ้า $6 + 1.2m = 12$ และ $n - 9.2 = -2.2$ แล้ว $3m - n$ เท่ากับเท่าไร

ก. 2

ข. 3

ค. 5

ง. 8

11. ถ้าสามเท่าของผลต่างระหว่าง 2 กับจำนวนที่มากกว่าเป็น 15 แล้วจำนวนนั้นเป็นเท่าไร

ก. 3

ข. 5

ค. 7

ง. 9

12. ถ้าผลต่างของจำนวนเต็มสองจำนวนเท่ากับ 10 และผลบวกของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 2 แล้วจำนวนที่น้อยเป็นเท่าไร

ก. -6

ข. -4

ค. 4

ง. 6

13. ถ้าผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนเท่ากับ 11 และจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5 แล้วจำนวนที่มากเป็นเท่าไร

ก. 2

ข. 3

ค. 6

ง. 8

14. ปัจจุบันแก้วมีเงินเป็นสองเท่าของจำนวนเงินของกล้า ถ้ากล้าได้เงินเพิ่มจากแม่อีก 10 บาท และแก้วใช้เงินไป 7 บาท แล้วแก้วและกล้าจะมีจำนวนเงินเท่ากัน แก้วและกล้ามีเงินคนละเท่าไร

ก. แก้วมีเงิน 34 บาท และกล้ามีเงิน 17 บาท

ข. แก้วมีเงิน 24 บาท และกล้ามีเงิน 12 บาท

ค. แก้วมีเงิน 17 บาท และกล้ามีเงิน 34 บาท

ง. แก้วมีเงิน 12 บาท และกล้ามีเงิน 24 บาท

15. ต่อและเพื่อนนำเงินไปบริจาคที่มูลนิธิแห่งหนึ่ง รวมเป็นเงิน 10,200 บาท ถ้าเพื่อนของต่อบริจาคเงินมากกว่าสองเท่าของจำนวนเงินของต่อ 300 บาท แล้วต่อบริจาคเงินเท่าไร

ก. 2,300 บาท

ข. 2,500 บาท

ค. 3,300 บาท

ง. 3,500 บาท

16. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 6 เซนติเมตร ถ้าวัดความยาวรอบรูปของกระดาษแผ่นนี้ได้ 52 เซนติเมตร แล้วกระดาษแผ่นนี้กว้างเท่าไร

ก. 8 เซนติเมตร

ข. 10 เซนติเมตร

ค. 16 เซนติเมตร

ง. 23 เซนติเมตร

17. เชือกขดหนึ่งยาว 48 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 8 เมตร ได้พอดี รั้วกว้างกี่เมตร

ก. 2 เมตร

ข. 4 เมตร

ค. 6 เมตร

ง. 8 เมตร

18. ปัจจุบันกอหนูมีอายุน้อยกว่าไบข้าว 7 ปี และอีก 4 ปีข้างหน้า อายุของกอหนูจะเป็นครึ่งหนึ่งของอายุไบข้าว กอหนูอายุเท่าไร

ก. 3 ปี

ข. 7 ปี

ค. 10 ปี

ง. 14 ปี

19. นายมนัสเลี้ยงเป็ดไว้มากกว่านายหมาย 30 ตัว สองเท่าของจำนวนเป็ดของนายหมายเท่ากับครึ่งหนึ่งของจำนวนเป็ดของนายมนัส นายหมายเลี้ยงเป็ดกี่ตัว

ก. 5 ตัว

ข. 10 ตัว

ค. 25 ตัว

ง. 40 ตัว

20. ทิวามีเงินจำนวนหนึ่ง ใช้ซื้อขนมไป $\frac{1}{4}$ ของเงินที่มีอยู่ และใช้ซื้อสมุดอีก $\frac{1}{2}$ ของเงินที่เหลือ ปรากฏว่ายังมีเงินเหลืออีก 30 บาท เดิมทิวามีเงินอยู่ทั้งหมดเท่าไร

ก. 80 บาท

ข. 120 บาท

ค. 140 บาท

ง. 160 บาท

2. สมศรีและมินาขับรถขนตุ๊กตาออกจากจุดพักรถจุดเดียวกัน ถ้าสมศรีขับรถออกจากจุดพักรถเมื่อเวลา 7.00 น. ด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และมีนาขับรถออกจากจุดพักรถเมื่อเวลา 8.00 น. ด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง มินาจะขับรถทันสมศรีเมื่อเวลาเท่าไร

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

พ.ศ. ๒๕๖๖



ภาคผนวก จ
แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนการสอน
โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนการสอน
โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง แบบสอบถามความคิดเห็นฉบับนี้เป็นการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้นักเรียนอ่านข้อความที่กำหนดและแสดงความคิดเห็นโดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1. เนื้อหาที่เรียนเหมาะสมกับเวลา					
2. เนื้อหาที่เรียนมีความยากง่ายเหมาะสม					
3. เนื้อหาที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงอื่น ๆ ได้					
4. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเรื่องที่เรียน					
5. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้					
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจ					
7. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมนักเรียนให้เกิดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
8. ครูใช้วาจาที่สุภาพกับนักเรียน					
9. ครูยกย่องชมเชยนักเรียนอย่างเหมาะสม					

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
10. ครูตรวจชิ้นงานและการบ้านของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ					
11. ครูให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีประเด็นที่ยังไม่เข้าใจหรือมีข้อบกพร่อง					
12. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น และฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง					
13. ครูเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียน คอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ					
14. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีความยากง่ายเหมาะสม					
15. จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการสอบ					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ-นามสกุล

นางสาวสุชาดา สอดแสงอรุณงาม

วัน เดือน ปี ที่เกิด

วันที่ 15 เดือนมิถุนายน พ.ศ. 2533

สถานที่เกิด

จังหวัดนครปฐม

ประวัติการศึกษา

ปีการศึกษา 2554 ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

(คณิตศาสตร์) คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยศิลปากร

