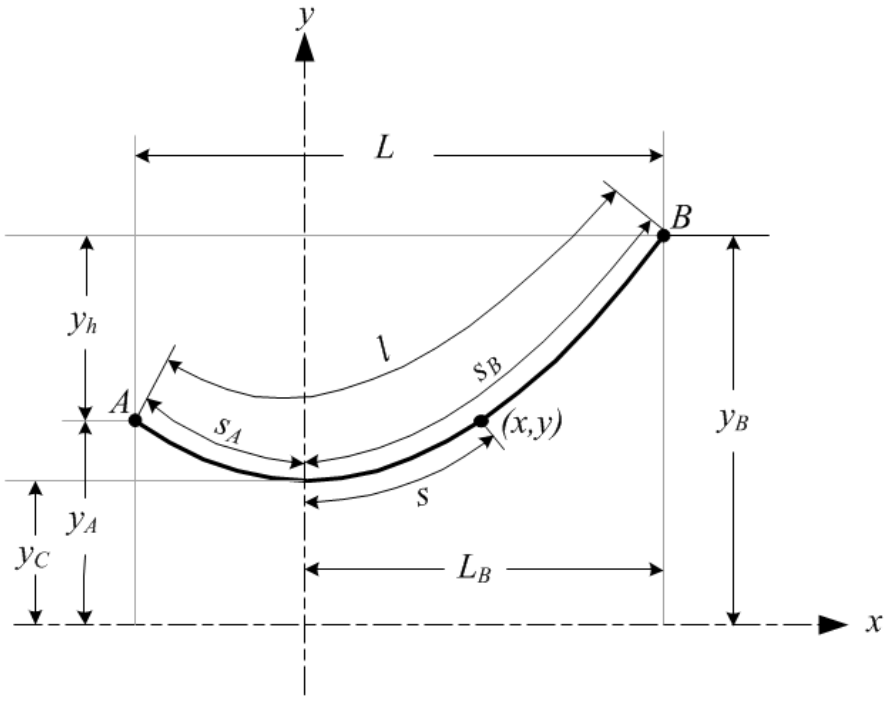
ภาคผนวก ก

ระเบียบวิธีการสำหรับการหาผลเฉลยของสมการแคทีนารี

ก.ระเบียบวิธีการสำหรับการหาผลเฉลยของสมการแคทีนารี

สำหรับงานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวกับการหาผลเฉลยของสมการแคทีนารีที่ประกอบด้วยองค์ประกอบทางเรขาคณิต โดยสมการแคทีนารีนี้มีค่าการยกระดับที่จุดปลายบนของเคเบิลจึงมีความแตกต่างจากงานวิจัยอื่น อีกทั้งงานวิจัยดังกล่าวนี้มีความสอดคล้องกับท่อลำเลียงของไหลแบบแคทีนารีในแบบจำลองทางคณิตศาตร์ของโครงงานวิจัยเฉพาะเรื่องนี้ จึงได้นำงานวิจัยระเบียบวิธีการสำหรับการหาผลเฉลยของสมการแคทีนารีมาทำการวิเคราะห์ซึ่งงานวิจัยประกอบด้วยรายละเอียดดังต่อไปนี้



รูปที่ ก.1 รายละเอียดของเส้นโค้งแบบแคทีนารียกระดับ

คำนิยาม

L = ระยะทางตามแนวราบของจุดยึดที่ปลายทั้งสอง

y_h = ค่าความต่างระดับในแนวดิ่งของจุดยึดที่ปลายทั้งสอง

l = ความยาวของเส้นโค้งแคทีนารี

s = ความยาวส่วนโค้งของเส้นโค้งแคทีนารีระหว่างจุดต่ำสุดของเส้นโค้งจนถึงจุดใดๆ (x, y)

L_B = ระยะทางในแนวราบระหว่างจุดต่ำสุดของเส้นโค้งถึงจุดยึดที่ปลายบนของเส้นโค้ง

y_B = ความสูงที่สูงขึ้นไปจากจุดเริ่มต้นของแกนจนถึงจุดยึดที่ปลายบนของเส้นโค้ง

s_B = ความยาวส่วนโค้งของเส้นโค้งแคทีนารีระหว่างจุดต่ำสุดของเส้นโค้งจนถึงจุดยึดที่ปลายบนของเส้นโค้ง

y_C = ระยะจากจุดต่ำสุดของแกน y จนถึงจุดต่ำสุดของเส้นโค้ง

จากสมการเบื้องต้น

$$y = y_C \cosh\frac{x}{y_C} \tag{ก.1}$$

$$s = y_C \sinh\frac{x}{y_C} \tag{ก.2}$$

$$T = wy_C \cosh\frac{x}{y_C} \tag{ก.3}$$

จากสมการเบื้องต้นทั้งสามสมการตามงานวิจัยดังกล่าวพบว่าจะมีจำนวนตัวแปรหลักทั้งหมดสี่ตัวที่ต้องการหาผลเฉลย ได้แก่ L, y_h, l และ y_{B-C} ซึ่งถ้าสามารถทำการหาตัวแปรหลักได้จำนวนสามในสี่ตัวแล้วก็จะสามารถทราบรูปทรงและขนาดของเส้นโค้งแคทีนารีได้
จากสมการที่ (ก.1) เมื่อเทียบกับจุดต่ำสุดของเส้นโค้ง จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$y_B = y_C \cosh\frac{L_B}{y_C} \tag{ก.4}$$

และสมการ

$$y_A = y_C \cosh\frac{L - L_B}{y_C} \tag{ก.5}$$

จากสมการที่ (ก.2) เมื่อเทียบกับจุดต่ำสุดของเส้นโค้ง จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$s_B = y_C \sinh\frac{L_B}{y_C} \tag{ก.6}$$

และ

$$l - s_B = y_C \sinh \frac{L - L_B}{y_C} \tag{ก.7}$$

จากสมการทั้งหมดเมื่อนำสมการไฮเปอร์โบลิกทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการหาค่าผลเฉลย จะได้สมการทั้งหมดที่ใช้ในการหาค่าตัวแปรหลักทั้งสี่ตัวแปรได้ ดังนั้นในงานวิจัยดังกล่าวจึงแนะนำให้หาค่าตัวแปร y_C เป็นอันดับแรกเนื่องจากเป็นค่าตัวแปรที่มีความซับซ้อนที่สุด ซึ่งจะสามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$\frac{L_B}{y_C} = \frac{L}{2y_C} + \tanh^{-1} \frac{y_h}{l} \tag{ก.8}$$

และสมการ

$$l = y_C \sinh\left(\frac{L}{2y_C} + \tanh^{-1} \frac{y_h}{l}\right) - y_C \sinh\left(\frac{L}{2y_C} + \tanh^{-1} \frac{y_h}{l}\right) \tag{ก.9}$$

จากรูปที่ (ก.1) $y_B = y_C + (y_B - y_C)$ นำไปแทนค่าในสมการที่ (ก.4) จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$y_B = y_C + (y_B - y_C) = y_C \cosh \frac{L_B}{y_C} \tag{ก.10}$$

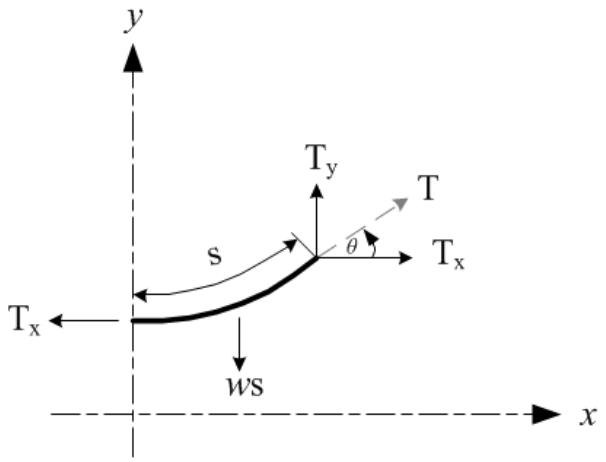
เมื่อทำการคำนวณค่า y_C ค่าจากสมการที่ (ก.9) , ใช้สมการที่ (ก.8) หาค่า L_B และใช้สมการที่ (ก. 10) ในการคำนวณหาค่า $y_B - y_C$ ถ้าเกิดกรณีนอกเหนือจากที่กล่าวมาแล้วทั้ง 3 กรณีที่กล่าวมาแล้ว สามารถทำการคำนวณค่าต่างๆได้ดังนี้

ในกรณีที่ไม่ทราบค่า l หาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$y_h = y_B - y_C \cosh\left(\frac{L}{y_C} - \cosh^{-1} \frac{y_B}{y_C}\right) \tag{ก.11}$$

ในกรณีที่ไม่ทราบค่า y_h หาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$l = y_C \sinh\left(\cosh^{-1} \frac{y_B}{y_C}\right) + y_C \sinh\left(\frac{L}{y_C} - \cosh^{-1} \frac{y_B}{y_C}\right) \tag{ก.12}$$



รูปที่ ก.2 รายละเอียดแรงดึงของเส้นโค้งแบบแคทีนารียกระดับ

วิธีการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตจากรูปที่ ก.2 สามารถทำการคำนวณแรงดึงตามแนวราบได้ดังต่อไปนี้ ที่จุดที่มีการแอ่นตัวที่ $x = 0$, $\cosh\frac{x}{y_C} = 1$ และ $\cos\theta = 1$ นำค่าทั้งหมดแทนในสมการ

$$T_x = wy_C \tag{ก.13}$$

จากรูปที่ ก.2 สามารถทำการคำนวณแรงดึงตามแนวดิ่งได้ดังต่อไปนี้ นำค่า s จากสมการ (ก.2) แทนลงในสมการ (ก.13) จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$T_y = ws\ \sinh\frac{x}{y_C} \tag{ก.14}$$

ดังนั้น นั้นค่าแรงดึงสูงสุดที่ปลายบนของเส้นโค้งแคทีนารีนี้สามารถหาค่าได้จาก

$$T = ws\ \cosh\frac{L_B}{y_C} \tag{ก.15}$$

ก.1 ตัวอย่างการคำนวณ

เมื่อศึกษาทฤษฎีงานวิจัยการหาผลเฉลยของสมการแคทีนารีที่ประกอบด้วยองค์ประกอบทางเรขาคณิตเป็นที่เรียบร้อยแล้วต่อไปจะแสดงตัวอย่างการคำนวณที่ใช้เปรียบเทียบค่าจากโปรแกรม โดยมีพารามิเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์เคเบิลแบบเส้นโค้งแคทีนารีที่มีจุดรองรับต่างระดับกัน ประกอบด้วยความยาวของเส้นโค้งแคทีนารี น้ำหนักประสิทธิผล ค่าความต่างระดับในแนวดิ่งของจุดยึดที่ปลายทั้งสอง แรงปฏิกิริยาแนวราบที่จุดรองรับ และระยะในแนวราบระหว่างจุดรองรับ ดังแสดงในตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1 พารามิเตอร์ในการวิเคราะห์เคเบิลแบบเส้นโค้งแคทีนารีที่มีจุดรองรับต่างระดับกัน

คุณสมบัติของเคเบิล	สัญลักษณ์	ค่า	หน่วย
1. ความยาวของเส้นโค้งแคทีนารี	l	305	เมตร
2. น้ำหนักประสิทธิผล	w	13	นิวตันต่อเมตร
3. ค่าความต่างระดับในแนวดิ่งของจุดยึดที่ปลายทั้งสอง	y_h	36	เมตร
4. แรงปฏิกิริยาแนวราบที่จุดรองรับ	T_x	8153.69	นิวตัน
5. ระยะในแนวราบระหว่างจุดรองรับ	L	300	เมตร

จากสมการ (ก.9) สามารถหาค่าของระยะจุดต่ำสุดของแกน y จนถึงจุดต่ำสุดของเส้นโค้ง (y_c) ได้ดังนี้

$$305 = y_C \sinh\left(\frac{300}{2y_C} + \tanh^{-1}\frac{36}{305}\right) - y_C \sinh\left(\frac{300}{2y_C} + \tanh^{-1}\frac{36}{305}\right)$$

$$y_C = 627.2069 \text{ เมตร}$$

เมื่อได้ค่าจุดอ้างอิงต่ำสุดเป็นที่เรียบร้อยแล้ว จากสมการ (ก.8) สามารถหาค่าระยะทางในแนวราบระหว่างจุดต่ำสุดของเส้นโค้งถึงจุดยึดที่ปลายบนของเส้นโค้ง (L_B) ได้ดังนี้

$$\frac{L_B}{627.2069} = \frac{300}{2(627.2069)} + \tanh^{-1}\frac{36}{305}$$

$$L_B = 224.3777 \text{ เมตร}$$

จากรูปที่ ก.1 สามารถหาค่าระดับจากจุดต่ำสุดจนถึงจุดปลายบนของเส้นโค้งแคทีนารี $(y_B - y_C)$ ได้ดังต่อไปนี้

$$627.2069 + (y_B - y_C) = 627.2069 \cosh \frac{224.3777}{627.2069}$$

$$(y_B - y_C) = 40.5644 \text{ เมตร}$$

นอกจากระยะต่างๆของเส้นโค้งแคทีนารีแล้ว สามารถหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับที่ปลายบนได้ โดยค่าแรงดึงในแนวราบที่ปลายบนของเส้นโค้งแคทีนารีสามารถหาได้จากสมการ (ก.13) ได้ดังนี้

$$T_x = 13(627.2069) = 8153.69 \text{ นิวตัน}$$

และแรงดึงในแนวดิ่งที่ปลายบนของเส้นโค้งแคทีนารี จากสมการ (ก.14) ดังนี้

$$T_y = 13(627.2069) \sinh \frac{224.3777}{627.2069}$$

$$T_y = 2979.53 \text{ นิวตัน}$$

ดังนั้น ผลรวมของแรงดึงทั้งหมดสามารถหาค่าได้จากสมการ (ก.3)

$$T = 13(627.2069) \cosh \frac{224.3777}{627.2069}$$

$$T = 8681.03 \text{ นิวตัน}$$

ภาคผนวก ข

โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ข.1 ตัวแปรที่สำคัญในโปรแกรมคอมพิวเตอร์

EF( )	=	เวกเตอร์ของแรงที่กระทำต่อชิ้นส่วนย่อย
EI	=	ผลคูณของโมดูลัสความยืดหยุ่นกับโมเมนต์ความเฉื่อย
EK(,)	=	สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อย
H	=	ความยาวของชิ้นส่วนย่อยตามส่วนโค้ง
IB	=	เงื่อนไขขอบเขตของจุดรองรับของชิ้นส่วนย่อย
ITMAX	=	จำนวนครั้งของการกระทำซ้ำมากที่สุดที่กำหนด
MBAND	=	จำนวนแถวของแบนด์เมตริกซ์
NDF	=	จำนวนดีกรีอิสระต่อจุดขั้ว
NEL	=	ลำดับที่ของชิ้นส่วนย่อย
NELEM	=	จำนวนชิ้นส่วนย่อย
NODE	=	ลำดับที่ของจุดขั้ว
NODI( )	=	ลำดับที่ของจุดขั้วด้านซ้ายของชิ้นส่วนย่อย
NODJ( )	=	ลำดับที่ของจุดขั้วด้านขวาของชิ้นส่วนย่อย
NUMDF	=	จำนวนดีกรีอิสระของระบบรวม
NUMNP	=	จำนวนจุดขั้วของระบบรวม
Q( )	=	ดีกรีอิสระของชิ้นส่วนย่อย
QO( )	=	ดีกรีอิสระของระบบรวม
SH( )	=	แรงเฉือนที่เกิดขึ้น
SK(,)	=	สติฟเนสเมตริกซ์แบบไม่เป็นเชิงเส้นของระบบรวม
SL	=	ระยะช่วงพาด
ST	=	ความยาวส่วนโค้ง
TF( )	=	เวกเตอร์ของแรงที่กระทำต่อท่อ
TH	=	แรงดึงตามแนวราบที่ปลายบน
TOLER	=	ค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนด
WT( )	=	ค่าสัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักสำหรับจุดในการอินทิเกรตของ Gauss
XH	=	ระยะระหว่างจุดรองรับในแนวราบ
XT( )	=	ค่าของตำแหน่งของจุดในการอินทิเกรทของGauss
YH	=	ระยะระหว่างจุดรองรับในแนวดิ่ง

ข.2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์

```
C       Program "Riser.for"
C       Finite element computer program for static equilibrium analysis of
C    inextensible cables   with internal flow using Lagrangian coordinates
C    and cubic polynomials shape functions
C    Revised 14 October 2014
C
        IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
   COMMON/PASS1/FTOP,W,C,ST,H,CK
   COMMON/BLKN/NEL
   COMMON/COM2/NDF,NUMNP,NELEM
   COMMON/CINT/XT(4),WT(4)
   DIMENSION SK(200,4),EK(4,4),KON(200),QO(200),Q(4),KK(4),NODI(100)
   DIMENSION NODJ(100),TF(200),EF(4),P(4),R(4),S(4),IB(6),DQO(200)
        DIMENSION SX(200),TENODE(200),DYSND(200)
        CHARACTER*20 OUT
 901    FORMAT(A)
   OPEN(UNIT=5,FILE='Riser_input',STATUS='UNKNOWN')
        WRITE(*,902)
 902 FORMAT(' OUTPUT FILE NAME : ',\)
   READ(*,901) OUT
        OPEN(6,FILE=OUT,STATUS='NEW')
        READ(5,*) LSTEP
        WRITE(6,2001)
2001 FORMAT('OUTPUT OF LAGRANGIAN CABLE PROGRAM "Riser.for"'/)
   READ(5,*) NELEM,ITMAX,TOLER,YH,ST,FTOP,WE,DE,DI,V,DENP,DENE,DENI
2002 FORMAT(10X,'NUMBER OF ELEMENTS          ',I5,/
        *      10X,'NUMBER OF ITERATIONS       ',I5,/
        *      10X,'TOLERANCE                  ',F12.6,/
        *      10X,'SUPPORT ELEVATION          ',F12.6,/
```

```
      *     10X,'TOTAL ARC LENGTH          ',F12.6,5X,'M'/
      *     10X,'TENSION                 ',F12.6,5X,'KN'/
      *     10X,'DISTRIBUTED LOAD          ',F12.6,5X,'KN/M'/
      *     10X,'OUTSIDE DIAMETER          ',F12.6,5X,'M'/
      *     10X,'INSIDE DIAMETER           ',F12.6,5X,'M'/
      *     10X,'INTERNAL VELOCITY         ',F12.6,5X,'M/SEC'/
      *     10X,'DENSITY OF PIPE           ',F12.6,5X,'KG/M^3'/
      *     10X,'DENSITY OF SEA WATER      ',F12.6,5X,'KG/M^3'/
      *     10X,'DENSITY OF INTERNAL FLUID  ',F12.6,5X,'KG/M^3'/)
PI=3.1415926
GRAV=9.81
NDF=2
MBAND=4
NUMNP=NELEM+1
NUMDF=NUMNP*NDF
H=ST/FLOAT(NELEM)
DS=H/2.
      AE=PI*(DE**2)/4.D0
      AI=PI*(DI**2)/4.D0
      AP=AE-AI
      IF(WE.EQ.0.) THEN
      WE=GRAV*(DENP*AP-DENE*AE+DENI*AI)/1000.
      END IF
      MI=DENI*AI
WRITE(6,2002) NELEM,ITMAX,TOLER,YH,ST,FTOP,WE,DE,DI,V,DENP,DENE,
      *                              DENI
DO 100 J=1,NELEM
N1=2*(J-1)
KON(N1+1)=J
KON(N1+2)=J+1
NODI(J)=J
```

```
      NODJ(J)=J+1
  100 CONTINUE
      DO 25 I=1,2
      L1=(NDF+1)*(I-1)+1
      IB(L1)=NELEM*(I-1)+1
      IB(L1+1)=0
      IB(L1+2)=1
           IB(L1+3)=1
   25 CONTINUE
C
      CALL SETINT
C
      DO 55 I=1,NUMDF
      QO(I)=0.
   55 CONTINUE
           IF(LSTEP.EQ.1) THEN
           GOTO 57
           END IF
C
   56      READ(5,*,END=3000) YH,ST,FTOP,WE,DE,DI,V,DENP,DENE
           IF(WE.EQ.0.) THEN
           WE=GRAV*(DENP*AP-DENE*AE+DENI*AI)/1000.
           END IF
C
   57 CONTINUE
           DYS=0.
      DO 50 ITER=1,ITMAX
      DO 10 I=1,NUMDF
      TF(I)=0.
      DO 10 J=1,MBAND
   10 SK(I,J)=0.
```

```
            IF(ITER.EQ.1) THEN
            CK=0.
            ELSE
            CK=YH/SL
            END IF
      DO 1000 NEL=1,NELEM
      CALL ELEQ(KON,QO,Q)
      DO 20 I=1,4
      EF(I)=0.
      DO 20 J=1,4
   20 EK(I,J)=0.
      DO 30 L=1,4
      CALL SHAPE1(XT(L),P,R,S,DS,Q,DYS,DYSM1,DDYS)
      DO 40 I=1,4
      EF(I)=EF(I)-FTOP*WT(L)*R(I)*DYS/DYSM1**0.5*DS
     *          -WE*WT(L)*P(I)*DS-MI*V**2*DDYS*WT(L)*P(I)*DS
      DO 40 J=1,4
      EK(I,J)=EK(I,J)+FTOP*WT(L)*R(I)*R(J)/DYSM1**1.5*DS
   40 CONTINUE
   30 CONTINUE
C
      KK(2)=2*NODI(NEL)
      KK(4)=2*NODJ(NEL)
      KK(1)=KK(2)-1
      KK(3)=KK(4)-1
      DO 400 I=1,4
      II=KK(I)
      TF(II)=TF(II)-EF(I)
      DO 400 J=1,4
      IF(KK(J).LT.II) GOTO 400
      JJ=KK(J)-II+1
```

```
      SK(II,JJ)=SK(II,JJ)+EK(I,J)
  400 CONTINUE
 1000 CONTINUE
C
C  INSERT BOUNDARY CONDITIONS
C
      CALL BOUND(SK,TF,IB,NUMDF,MBAND)
C
C  SOLVE SIMULTENEOUS EQUATIONS
C
      CALL BANSOL(SK,TF,NUMDF,MBAND,200,4)
C
C  INCREMENTAL PROCESS
C
      SUM=0.
      DO 70 I=1,NUMDF
      TEMP=QO(I)
      DQO(I)=TF(I)
      QO(I)=QO(I)+DQO(I)
      DIFF=ABS(TEMP-QO(I))
      SUM=SUM+DIFF
   70 CONTINUE
      SL=0.
      DO 1010 NEL=1,NELEM
      CALL ELEQ(KON,QO,Q)
      SG=0.
      DO 60 L=1,4
      CALL SHAPE1(XT(L),P,R,S,DS,Q,DYS,DYSM1,DDYS)
   60 SG=SG+WT(L)*DYSM1**0.5*DS
      SL=SL+SG
           ND=NEL+1
```

```
            SX(1)=0.
            SX(ND)=SL
            IF(NEL.EQ.1)THEN
            SII=0.D0
      CALL SHAPE1(SII,P,R,S,DS,Q,DYS,DYSM1,DDYS)
C     DYSND(1)=DYS
C           UPDATE DYS
            DYSND(1)=CK*(DYSM1)**0.5-QO(2)
C           UPDATE DYS  NO2
            DYSND(1)=CK*(1.-DYSND(1)**2)**0.5-QO(2)
C           UPDATE DYS  NO3
            DYSND(1)=CK*(1.-DYSND(1)**2)**0.5-QO(2)
C           UPDATE DYS  NO4...
            DYSND(1)=CK*(1.-DYSND(1)**2)**0.5-QO(2)
            SII=1.D0
      CALL SHAPE1(SII,P,R,S,DS,Q,DYS,DYSM1,DDYS)
            DYSND(2)=DYS
            DYSND(2)=CK*(1.-DYSND(2)**2)**0.5-Q(4)
            ELSE
            SII=1.D0
      CALL SHAPE1(SII,P,R,S,DS,Q,DYS,DYSM1,DDYS)
      DYSND(ND)=DYS
            END IF
 1010 CONTINUE
C
C  COMPUTE AXIAL TENSION
C
      SUM1=0.
      DO 500 NODE=1,NUMNP
      ND=2*NODE-1
            NDM1=ND+1
```

```
      CALL SHAPE1(XT(L),P,R,S,DS,Q,DYS,DYSM1,DDYS)
           SKL=YH/SQRT(SL**2+YH**2)
           TAN=YH/SL
      ZETAT=ASIN(SKL)-ASIN(QO(NUMDF))
      ZETA=ASIN(SKL)-ASIN(QO(ND+1))
           ZETAN=ASIN(QO(ND+1))
      FTOPL=FTOP/COS(ASIN(DYSND(NUMNP)))
           TENODE(NODE)=FTOPL-WE*(YH-(TAN*SX(NODE)-QO(ND)))
  500  CONTINUE
      IF(ABS(SUM).LE.TOLER) GOTO 90
      WRITE(6,*)
      WRITE(6,107) ITER
  107 FORMAT(/10X,'NUMBER OF ITERATION        ',I5)
C  PRINT OUT THE RESULTS
      CALL RESULT(QO,SL,YH,SX,TENODE,FTOPL,DYSND,V)
C  TEST FOR CONVERGENCE
   50 CONTINUE
      WRITE(*,108)
  108 FORMAT(10X,'NO CONVERGENCE')
   90 CONTINUE
C
      GOTO 56
 3000 STOP
      END


      SUBROUTINE SETINT
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/CINT/XI(4),W(4)
      XI(1)=-0.861136311594053D0
      XI(2)=-0.339981043584856D0
```

```
      XI(3)=-XI(2)
      XI(4)=-XI(1)
      W(1)=0.347854845137453D0
      W(2)=0.652145154862546D0
      W(3)=W(2)
      W(4)=W(1)
      RETURN
      END


      SUBROUTINE ELEQ(KON,QO,Q)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION KON(200),QO(200),Q(4)
      COMMON/PASS1/FTOP,W,C,ST,H,CK
      COMMON/BLKN/NEL
      L=2*(NEL-1)
      N1=KON(L+1)
      N2=KON(L+2)
      K1=2*(N1-1)
      K2=2*(N2-1)
      DO 2 I=1,2
      J1=K1+I
      J2=K2+I
      Q(I)=QO(J1)
    2 Q(I+2)=QO(J2)
      RETURN
      END


      SUBROUTINE SHAPE1(SI,P,R,S,DS,Q,DYS,DYSM1,DDYS)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
```

```
COMMON/PASS1/FTOP,W,C,ST,H,CK
COMMON/BLKN/NEL
DIMENSION P(4),R(4),S(4),Q(4)
XI=(1.+SI)*DS
P(1)=1.-3.*XI**2/H**2+2.*XI**3/H**3
P(2)=XI*(1.-2.*XI/H+XI**2/H**2)
P(3)=3.*XI**2/H**2-2.*XI**3/H**3
P(4)=XI*(-XI/H+XI**2/H**2)
R(1)=(-6.*XI/H+6.*XI**2/H**2)/H
R(2)=1.-4.*XI/H+3.*XI**2/H**2
R(3)=(6.*XI/H-6.*XI**2/H**2)/H
R(4)=-2.*XI/H+3.*XI**2/H**2
S(1)=-6./H**2+12.*XI/H**3
S(2)=(-4.+6.*XI/H)/H
S(3)=6./H**2-12.*XI/H**3
S(4)=(-2.+6.*XI/H)/H
YA=P(1)*Q(1)+P(2)*Q(2)+P(3)*Q(3)+P(4)*Q(4)
DYA=R(1)*Q(1)+R(2)*Q(2)+R(3)*Q(3)+R(4)*Q(4)
      DDYA=S(1)*Q(1)+S(2)*Q(2)+S(3)*Q(3)+S(4)*Q(4)
      DYAM1=1.-DYA**2
      DYS1=CK*SQRT(1.-DYS**2)-DYA
DYSM=1.-DYS1**2.
      FDYS=DYS1-CK*SQRT(DYSM)+DYA
      DFDYS=1.+CK*DYS1/SQRT(DYSM)
      DYS=DYS1-FDYS/DFDYS
      DYSM1=1.-DYS**2
      DDYS=-DDYA/(1.+CK*DYS/((1.-DYS**2)**0.5))
RETURN
END
```

```
      SUBROUTINE BOUND(SK,TF,IB,NUMDF,MBAND)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/COM2/NDF,NUMNP,NELEM
      DIMENSION SK(200,4),TF(200),IB(6)
      DO 100 L=1,2
      L1=(NDF+1)*(L-1)+1
      NO=IB(L1)
      K1=NDF*(NO-1)
      DO 90 I=1,NDF
      L2=L1+I
      IF(IB(L2)) 90,10,90
   10 KR=K1+I
      DO 50 J=2,MBAND
      KV=KR+J-1
      IF(NUMDF-KV) 30,20,20
   20 SK(KR,J)=0.
   30 KV=KR-J+1
      IF(KV) 50,50,40
   40 SK(KV,J)=0.
   50 CONTINUE
      SK(KR,1)=1.
      TF(KR)=0.
   90 CONTINUE
  100 CONTINUE
      RETURN
      END


      SUBROUTINE BANSOL(S,R,NSIZE,MBAND,NDIM,MDIM)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION S(NDIM,MDIM),R(NDIM)
```

```
700 DO 790 N=1,NSIZE
    DO 780 L=2,MBAND
    IF(S(N,L).EQ.0.) GOTO 780
    I=N+L-1
    C=S(N,L)/S(N,1)
    J=0
    DO 750 K=L,MBAND
    J=J+1
750 S(I,J)=S(I,J)-C*S(N,K)
    S(N,L)=C
780 CONTINUE
790 CONTINUE
800 DO 830 N=1,NSIZE
    DO 820 L=2,MBAND
    IF(S(N,L).EQ.0.) GOTO 820
    I=N+L-1
    R(I)=R(I)-S(N,L)*R(N)
820 CONTINUE
830 R(N)=R(N)/S(N,1)
    DO 860 M=2,NSIZE
    N=NSIZE+1-M
    DO 850 L=2,MBAND
    IF(S(N,L).EQ.0.) GOTO 850
    K=N+L-1
    R(N)=R(N)-S(N,L)*R(K)
850 CONTINUE
860 CONTINUE
    RETURN
    END
```

```
      SUBROUTINE RESULT(QO,SL,YH,SX,TNODE,FTOPL,DYSND,V)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/PASS1/FTOP,W,C,ST,H,CK
      COMMON/COM2/NDF,NUMNP,NELEM
      COMMON/BLKN/NEL
      DIMENSION X(200),QO(200),SX(200),TNODE(200),DYSND(200)
      WRITE(6,110) FTOPL,FTOP,YH,SL,V
  110 FORMAT(10X,'IN-LINE TENSION OF CABLE (FTOPL)  ',F10.4,5X,'kN'/
     *      10X,'HORIZONTAL TENSION (FTOP)        ',F10.4,5X,'kN'/
     *      10X,'SUPPORT ELEVATION                ',F10.4,5X,'M'/
     *      10X,'CABLE SPAN LENGTH                ',F10.4,5X,'M'/
     *      10X,'INTERNAL VELOCITY                ',F10.4,5X,'M/SEC'/)
          TAN=YH/SL
          SK=YH/SQRT(SL**2+YH**2)
      WRITE(6,111)
      DO 80 L=1,NUMNP
      NL=NUMNP-L
      NL1=NL+1
      DTS=NL*H
      K1=NDF*NL+1
      K2=K1+1
      X(K1)=TAN*SX(NL1)-QO(K1)
      SLOPE=ASIN(SK)-ASIN(QO(K2))
          X(K2)=SIN(SLOPE)
   80 WRITE(6,112) NL1,DTS,SX(NL1),X(K1),X(K2),DYSND(NL1)
     *,ASIN(DYSND(NL1)),TNODE(NL1),TNODE(NL1)*COS(ASIN(DYSND(NL1)))
  111 FORMAT(10X,'NODE',7X,'LENGTH S',5X,'COOR. X',3X,'DISPL.Y(S)',6X,
     *'DY/DS',8X,'DYSND',6X,'ZETA(rad)',5X,'TENSION(kN)',8X,'TH(kN)'/)
  112 FORMAT(7X,I5,5X,5F12.4,3X,F12.6,3X,F12.4,3X,F12.4)
      RETURN
      END
```